



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y
ELECTRÓNICA

MAY 2013

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN



INFORME FINAL DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

“COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS”

AUTOR: ING. JOSE LUIS CURAY TRIBEÑO

(PERIODO DE EJECUCIÓN:

Del 01 de Mayo de 2012 al 30 de Abril de 2013

RESOLUCIÓN RECTORAL N° 427-2012-R)



Abril de 2013

CALLAO - PERÚ

a) ÍNDICE

a) Índice	ii
b) Resumen	iii
c) Introducción	iv
d) Marco teórico	vi
e) Materiales y métodos	vii
f) Resultados	viii
g) Discusión	viii
h) Referenciales	viii
i) Anexos	ix
j) Apéndice	xi



b) Resumen

El presente Proyecto de Investigación tuvo como propósito analizar el **COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS**. Este proyecto propone apoyar la formación profesional de Jóvenes Universitarios, que tocan temas sobre estructuras civiles, como por ejemplo en el caso de mecánica de sólidos I y II. Se trata de un proyecto básico que expone de manera sucinta los temas teóricos correspondientes a teoría de Estructuras Civiles.

La elaboración de este proyecto tiene la ventaja de adecuarse a la estructura curricular del curso de Mecánica de Sólidos II, de la Escuela Profesional de Ingeniería Eléctrica y del de la Escuela Profesional de Ingeniería Electrónica de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional del Callao. Además, los diversos temas tratados son abordados bajo un nuevo enfoque práctico, que es la forma correcta de resolver las diversas situaciones problemáticas presentadas.

El proyecto **COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS** presenta temas tratados como son: 1 "Conceptos Básicos Sobre Sismos desde el punto de vista de Ingeniería.", 2 "Comportamiento de Estructuras bajo condiciones Dinámicas", 3 "Respuesta de un Oscilador Simple", 4 "Comportamiento de Estructuras bajo Condiciones Dinámicas con múltiples grados de Libertad", 5 "Efectos dinámicos del Viento Sobre estructuras" ,6 "Construcciones con Efectos sísmicos".



c) Introducción

El proyecto de investigación realizado está referido a la elaboración de un estudio sobre el comportamiento de estructuras civiles en condiciones dinámicas, cuya finalidad es apoyar en la formación profesional de los alumnos de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, en el curso de Mecánica de Sólidos II y afines.

El proyecto **COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS** elaborado por el autor es único en el Perú. No se conoce actualmente otro proyecto similar, relacionado a las aplicaciones experimentales.

c.1 Planteamiento del problema de investigación

- DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DEL TEMA

El presente trabajo de investigación busca brindar en una forma rápida y sencilla los conceptos básicos de la dinámica de estructuras aplicada a las construcciones civiles y a su vez analizar los diferentes estados que pueden adquirir las estructuras bajo condiciones dinámicas, por ejemplo los terremotos pueden definirse como movimientos de la corteza terrestre, con amplitudes y frecuencias dependientes del tiempo.

Las causas que los generan son variadas:

Terremotos de colapso: son los originados en cavidades subterráneas por el colapso de las mismas, son de baja intensidad.



Terremotos de origen volcánico: la explosión de gases durante las erupciones volcánicas puede producir terremotos que, en general, tienen una intensidad pequeña y afectan a superficies limitadas.

Terremotos tectónicos: están causados por la rotura brusca de las capas rocosas a lo largo de superficies de fractura (fallas), son los más fuertes y más frecuentes.

Terremotos causados por explosiones: las explosiones producidas por el hombre son capaces de generar vibraciones del terreno, con una intensidad tal que pueda causar movimientos en las estructuras.

En general, el movimiento de la corteza se produce por un choque o movimiento brusco ocurrido a una cierta profundidad bajo la superficie terrestre en un punto teórico denominado foco o hipocentro, a su proyección sobre la superficie terrestre se le denomina epicentro.

c.2 OBJETIVOS Y ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN

Objetivo General:

Brindar en una forma rápida y sencilla los conceptos básicos de la dinámica de estructuras aplicada a las construcciones civiles

Objetivos Específicos:

- Brindar una aproximación a los conceptos básicos de la dinámica estructural, la importancia de la masa, la relación entre velocidad de carga y de reacción de una estructura.
- Caracterización y cálculo de osciladores de un grado de libertad dinámico. Son tratadas las vibraciones libres y forzadas, éstas últimas con cargas armónicas y arbitrarias. Se presenta la resolución numérica mediante integración directa.



Alcances de la investigación

- El trabajo de Investigación: "COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS", será de utilidad para Brindar en una forma rápida y sencilla los conceptos básicos de la dinámica de estructuras aplicada a las construcciones civiles.

c. 3 IMPORTANCIA Y JUSTIFICACION DE LA INVESTIGACIÓN

IMPORTANCIA

El desarrollo del trabajo de investigación: "COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS", será de suma importancia porque constituye un trabajo de divulgación científica, en donde se abordará los conceptos básicos de la dinámica de estructuras aplicada a las construcciones civiles

JUSTIFICACION

Por lo expresado anteriormente el proyecto está completamente justificado, porque es un aporte Tecnológico-Experimental que beneficiará a los usuarios finales y a los distribuidores.

d) Marco teórico

En la presente investigación se presenta la teoría resumida y simplificada para los doce aspectos tratados en el presente proyecto.

Por ejemplo, "Conceptos Básicos Sobre Sismos desde el punto de vista de Ingeniería.", "Comportamiento de Estructuras bajo condiciones Dinámicas",



"Respuesta de un Oscilador Simple", "Comportamiento de Estructuras bajo Condiciones Dinámicas con múltiples grados de Libertad", "Efectos dinámicos del Viento Sobre estructuras", "Construcciones con Efectos sísmicos".

e) Materiales y métodos

Materiales:

- Materiales de oficina
- Material bibliográfico
- Material de cómputo e impresión

Métodos

La elaboración del presente proyecto: "COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS", propósito de la investigación, le demandó al autor ordenar toda la información reunida durante su experiencia Profesional.

La estructuración del proyecto responde a la experiencia del autor como docente de la materia en la Escuela Profesional de Ingeniería Eléctrica y en la Escuela Profesional de Ingeniería Electrónica de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional del Callao.

Para la elaboración del proyecto, se tuvo cuidado en recurrir a la síntesis de los aspectos teóricos, evitando en lo posible de hacer extensiones que confundan a los alumnos.

En cuanto a las experiencias prácticas que se presentan en los diversos capítulos, se ha seleccionado los más apropiados que están propuestos en los diversos textos que se han utilizado como bibliografía. Además, las experiencias prácticas se presentan



de una manera ordenada y muy didáctica ya que se ha recurrido al uso de muchos dibujos y gráficos.

f) Resultado

El resultado de la presente investigación es la elaboración y análisis del "COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS", el cual se adjunta al presente.

La teoría desarrollada y el aspecto de análisis, responde a los aspectos básicos de la Teoría de Estructuras civiles.

g) Discusión

El presente proyecto titulado "COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS" es el resultado de la investigación a que se refiere el presente informe, se caracteriza por presentar la experiencia de manera resumida. Las experiencias han sido cuidadosamente seleccionadas de tal forma que nos permitan comprobar las leyes y principios fundamentales de la teoría sobre Estructuras Civiles.

h) Referenciales

- [1] Estructuras Sometidas a Acciones Sísmicas. Cálculo por Ordenador – A.H. Barbat, J.M. Canet – 2da. Edición, CIMNE, Barcelona, 1994.
- [2] Diseño Sismorresistente de Edificios – L.M. Bozzo, A. H. Barbat, Editorial Reverté, Barcelona, 2000.
- [3] Dinámica Estructural – J. Massa, C. Prato, Publicación del Departamento de Estructuras de la Facultad de Cs. Exactas Físicas y Naturales de la Universidad



Nacional de Córdoba, 1986.

[4] Finite Element Procedures – K. J. Bathe, Prentice-Hall, 1996.

[5] Finite Element Modeling in Engineering Practice – C. Spyarakos, Algor Publishing Division, Pitsburg, 1996.

[6] Linear and Nonlinear Finite Element Analysis in Engineering Practice – C. Spyarakos, J. Raftoyiannis, Algor Publishing Division, Pitsburg, 1997.

[7] Diseño Sísmico de Edificios – E. Bazán, R. Meli, LIMUSA, 2001

i) Anexos

Análisis Dinámico de la estructura

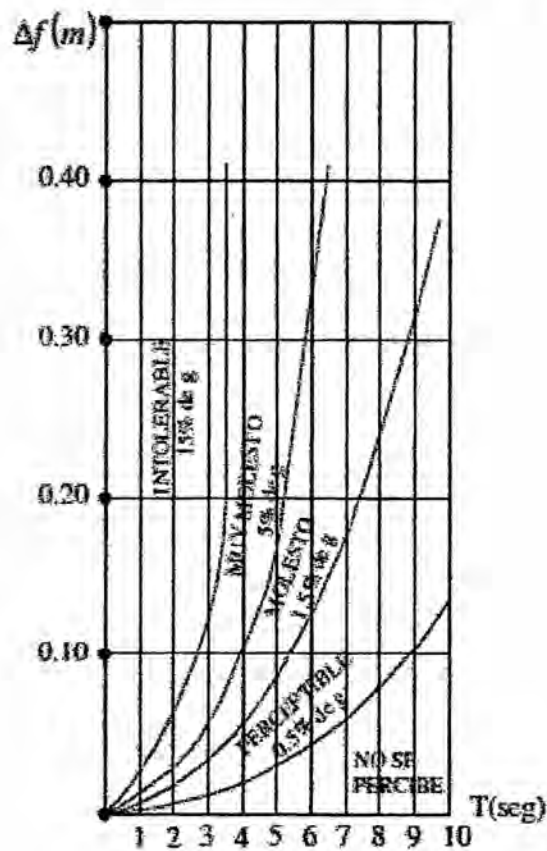


fig. 5.3.1

Tabla de Percepcion y Aceleracion del comportamiento Dinamico

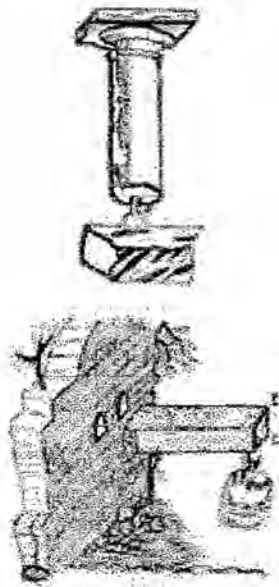
TABLA 5.3.1	
PERCEPCION HUMANA	ACELERACION \ddot{u} (m/seg²)
(según Khan y Parmelec)	
No perceptible	$\ddot{u} \leq 0,004 \text{ g}$
Levemente perceptible	$0,004 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,0075 \text{ g}$
Perceptible	$0,0075 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,02 \text{ g}$
Molesta	$0,02 \text{ g} < \ddot{u}$
(según Chang)	
No perceptible	$\ddot{u} \leq 0,005 \text{ g}$
Perceptible	$0,005 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,015 \text{ g}$
Desagradable	$0,015 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,05 \text{ g}$
Muy desagradable	$0,05 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,15 \text{ g}$
Intolerable	$0,15 \text{ g} < \ddot{u}$

Tabla de Nivel de Percepcion Humana

TABLA 5.3.2		
NIVEL DE PERCEPCION HUMANA		
RANGO	ACELERACION (m/seg ²)	EFECTO
1	0,05	La gente no percibe el movimiento.
2	0,05 – 0,10	Las personas sensibles perciben el movimiento. Los objetos colgantes pueden moverse algo.
3	0,10 – 0,25	La mayoría de las personas perciben el movimiento. La oscilación puede afectar el trabajo de oficina. La exposición de larga duración puede producir malestar.
4	0,25 – 0,40	El trabajo de oficina se vuelve difícil o casi imposible. Aun se puede caminar.
5	0,40 – 0,50	Se percibe fuertemente el movimiento. Hay dificultad para caminar normalmente. Las personas de pie pueden perder el equilibrio.
6	0,50 – 0,70	No se tolera el movimiento y no se puede caminar.
7 - 8	> 0,85	Los objetos caen y pueden lastimar a las personas.

j) Apéndice

Entre los experimentos realizados por Galilei se encuentran los siguientes:



En la actualidad para estas pruebas se utilizan maquinas que realizan las pruebas de esfuerzo con muestras (probetas) de el material a evaluar con mecanismos que marcan la cantidad de carga aplicada para que la probeta llegue a la rotura.

En la actualidad también se han creado programa para modelar, analizar y diseñar las estructuras ya sea en el plano o en el espacio. Entre ellos podemos citar:

Y a este cada cierto tiempo los fabricantes van lanzando versiones nuevas con mejoras que van simplificando el tiempo del cálculo de las estructuras y

agregándole nuevas herramientas para hacer más eficiente el uso del programa y que los resultados arrojados por estos sean más cercanos a lo real.

Diseño sísmico de edificaciones



La Ingeniería Sismo-resistente es una propiedad o atributo de que se dota a una edificación, mediante la aplicación de técnicas de diseño de su configuración geométrica y la incorporación en su constitución física, de componentes estructurales especiales que la capacitan para resistir las fuerzas que se presentan durante un movimiento sísmico, lo que se traduce en protección de la vida de los ocupantes y de la integridad del edificio mismo.

Es una tecnología que diseña y ejecuta procesos constructivos con elementos estructurales, distribuidas previa aplicación de principios básicos como la simplicidad, simetría, resistencia, rigidez y continuidad de las obras, que les

permita resistir los usos y las cargas sísmicas a que estarán sometidas durante su vida útil y también a los sismos.

Procedimiento de cálculo

I) Presiones

La presión dinámica que incluye el efecto de la turbulencia del viento se determina mediante

$$q'_z = G \cdot c_z \cdot c_2 \cdot q_0$$

G: factor de ráfaga

c_z : variación por rugosidad y altura (art. 5.2.4.2, CIRSOC 102)

c_2 : factor por cambio de tiempo en velocidad media

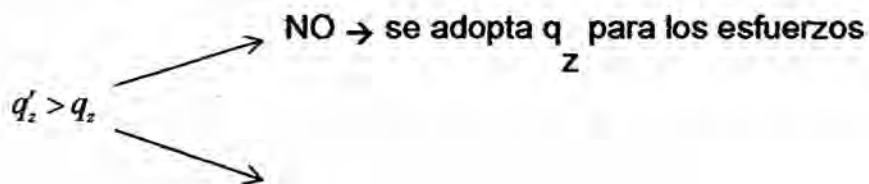
(Tabla 3/pág. 20, CIRSOC 102-1)

q_0 : presión dinámica básica (art. 5.2.3 , CIRSOC 102)

$G = 1 + 1,234 \cdot K \cdot \frac{\sqrt{B+r}}{J}$ → se calcula mediante tablas y ábacos que utilizan

una serie de parámetros auxiliares

En cada nivel se comparará:



Si \rightarrow se adopta q'_z para los esfuerzos

$$\text{CIRSOC 102} \rightarrow q'_z = c_z \cdot c_d \cdot q_0$$

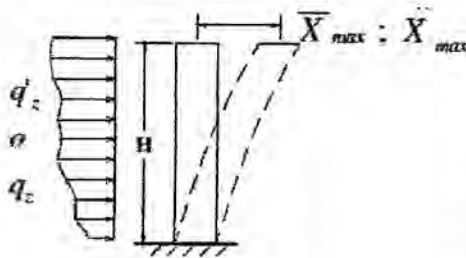
II) Aceleraciones

$$\ddot{X}_{\max}(z) = K \cdot \sigma_{\ddot{x}}(z) \quad (\text{Paralela al viento})$$

$K \rightarrow$ fig. 13, CIRSOC 102-1

$\sigma_{\ddot{x}}(z) \rightarrow$ valor medio cuadrático de las aceleraciones (pág. 21)

III) Verificaciones (paralelas al viento)



a- Dimensionado estructural

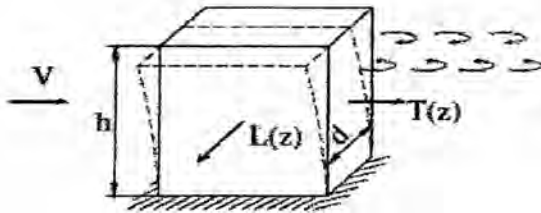
b- Verificación de confort con gráficos y

tablas en función de X_{\max} , \ddot{X}_{\max} y T

c- Verificación de deformaciones admisibles $\frac{H}{500} < X_{\max} < \frac{H}{350}$

5.1 Acciones perpendiculares a la dirección del viento

I) Resonancia



torbellinos de Bènard-Karman

La velocidad crítica del viento que produce el fenómeno de resonancia es

$$V_{cr} = \frac{d}{S \cdot T}$$

d: ancho de la superficie maestra (puede ser variable)

S: nº de Strouhal $\begin{cases} \text{cilindros} = 0,20 \\ \text{prismas} = 0,25 \text{ a } 0,30 \end{cases}$

T: período propio $\begin{cases} V_{cr} // \rightarrow T // \\ V_{cr} \perp T \perp \end{cases}$

Si $V_{cr} > 25 \text{ m/seg}$, entonces puede prescindirse del cálculo de la resonancia.

De lo contrario:

Fuerzas de deriva:

(a la velocidad crítica)

$$L(z) = \frac{0,08}{\xi} \cdot q_{cr} \cdot \frac{z}{h} \cdot d$$

ξ : fracción del amortiguamiento

—

$$q_{cr} = 0,000613 \cdot V_{cr}^2 \left[\frac{kN}{m^2} \right]$$

$$V_{cr} = V_{cr} \perp$$

Fuerzas de empuje: se admite distribución

uniforme

(a la velocidad crítica)

$$T(z) = t_z = 0,8 \cdot C_E \cdot G \cdot q_{cr} \cdot d$$

C_E : coeficiente global de empuje CIRSOC 102

G : factor de ráfaga correspondiente a V_{cr}

$q_{cr} \rightarrow$ con $V_{cr} \parallel$

Las fuerzas $L(z)$ y T_z obtenidas para la velocidad crítica (correspondientes al período perpendicular y paralelo respectivamente) se suman de la siguiente manera:

$$F(z) = \sqrt{L(z)^2 + T_z^2}$$

y se debe comparar con las correspondientes obtenidas con q'_z o q_z dadas para la velocidad de diseño.

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA





UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y
ELECTRÓNICA
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN

INFORME FINAL DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

**“COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS
CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS”**

AUTOR: ING. JOSE LUIS CURAY TRIBEÑO

(PERIODO DE EJECUCIÓN:

Del 01 de Mayo de 2012 al 30 de Abril de 2013

RESOLUCIÓN RECTORAL N° 427-2012-R)

Abril de 2013

CALLAO - PERÚ

ÍNDICE DE CONTENIDO

PREFACIO

1. CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE SISMOS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE INGENIERÍA

1.1	Causas que Generan los Terremotos o Sismos	7
1.2	Conceptos Generales del Diseño Antisísmico	8
1.3	Los Sismos desde el Punto de vista de la Ingeniería y su caracterización	10
1.4	Registro de ondas sísmicas. Parámetros utilizados y mapas de riesgo Sísmico	11
1.5	Código ACI para el Diseño Sísmico	13

2. COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS BAJO CONDICIONES DINAMICAS

2.1	Generalidades	20
2.2	Definición de la Acción Dinámica	20
2.3	Acciones y Fuerzas Dinámicas	21
2.4	Importancia de la masa en el problema Dinámico	22
2.5	Velocidad reacción de una Estructura	23
2.6	Modelos Dinámicos Característicos	25
2.7	Métodos de Modelización Dinámica	27
2.8	Desratización Espacial de las Estructuras	27
2.9	Método de las masas Concentradas	28
2.10	Ecuaciones de movimiento	31



3. RESPUESTA DE UN OSCILADOR SIMPLE

3.1 Ecuación de Movimiento y Equilibrio metálico	33
3.2 Características Dinámicas con Amortiguamiento	35
3.3 Excitación Periódica	39

4. COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS BAJO CONDICIONES DINÁMICAS CON MÚLTIPLES GRADOS DE LIBERTAD

4.1 Ecuaciones de Movimiento y Equilibrio Dinámico	42
4.2 Obtención de los Grados de Libertad Dinámicos	45
4.3 Condensación Estática de la Matriz de Rigidez	45
4.4 Matriz de Amortiguamiento	48
4.5 Matriz de Amortiguamiento ortogonales	49
4.6 Determinación Práctica de modos y Frecuencias	50

5. EFECTOS DINÁMICOS DEL VIENTO SOBRE ESTRUCTURAS

5.1 Generalidades	58
5.2 Acciones Paralelas a la Dirección del Viento	58
5.3 Acciones Perpendiculares a la Dirección del Viento	60
5.4 Criterios de Confort en Edificios que Oscilan	62



6. CONSTRUCCIONES CON EFECTOS SÍSMICOS

6.1	Definición numérica de la Acción Sísmica	66
6.2	Definición mediante Espectros de respuesta	66
6.3	Definición mediante Acelogramas	69
6.4	Métodos Dinámicos IMPRES-CIR SOC 103	71



PREFACIO

Es sabido que los terremotos son fenómenos debidos a la brusca liberación de la energía de deformación acumulada durante largos periodos de tiempo en la zona superficial de la tierra. Los sismos producen ondas de varios tipos, que se propagan desde su foco en todas las direcciones a través de la tierra. Estas ondas son registradas mediante aparatos denominados sismógrafos, diseñados para medir la aceleración, la velocidad o el desplazamiento del movimiento sísmico. Estos parámetros son relativos, ya que los valores obtenidos están afectados por las características del instrumento registrador y por las condiciones de ruido ambiental en el lugar de registro.

El estudio sobre el comportamiento de estructuras civiles en condiciones dinámicas:

- 1) Nos permite comprender de manera sencilla los fenómenos debidos a la brusca liberación de energía, los cuales están acumulados durante largos periodos de tiempo en la zona superficial de la tierra.
- 2) Nos permite adquirir los conocimientos previos necesarios para el uso de los sismógrafos, esto aplicado a las estructuras civiles.
- 3) Nos permite utilizar como herramientas, diferentes métodos que solo necesitan del conocimiento del algebra si no también del análisis de estructuras civiles, que en condiciones dinámicas tienden a ser vulnerables si no existe un buen diseño.

El presente texto: **COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS**, es un texto básico que expone de manera sucinta los temas prácticos correspondientes a la teoría de los sismos, y pone mayor énfasis en el estudio de estructuras civiles, a la que son sometidas en forma dinámica.



El proyecto: **COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CIVILES EN CONDICIONES DINAMICAS** presenta en cada capítulo un resumen teórico y luego un análisis de cada caso, en particular de los siguientes temas:

Conceptos Básicos Sobre Sismos desde el punto de vista de Ingeniería, Comportamiento de Estructuras bajo condiciones Dinamicas. Respuesta de un Oscilador Simple, Comportamiento de Estructuras bajo Condiciones Dinámicas con múltiples grados de Libertad, Efectos dinámicos del Viento Sobre estructuras, Construcciones con Efectos sísmicos.



1. CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE SISMOS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE INGENIERÍA

1.1 Causas que Generan los Terremotos o Sismos

Los terremotos pueden definirse como movimientos de la corteza terrestre, con amplitudes y frecuencias dependientes del tiempo.

Las causas que los generan son variadas:

- **Terremotos de colapso:** son los originados en cavidades subterráneas por el colapso de las mismas, son de baja intensidad.
- **Terremotos de origen volcánico:** la explosión de gases durante las erupciones volcánicas puede producir terremotos que, en general, tienen una intensidad pequeña y afectan a superficies limitadas.
- **Terremotos tectónicos:** están causados por la rotura brusca de las capas rocosas a lo largo de superficies de fractura (fallas), son los más fuertes y más frecuentes.
- **Terremotos causados por explosiones:** las explosiones producidas por el hombre son capaces de generar vibraciones del terreno, con una intensidad tal que pueda causar movimientos en las estructuras.

En general, el movimiento de la corteza se produce por un choque o movimiento brusco ocurrido a una cierta profundidad bajo la superficie terrestre en un punto teórico denominado *foco* o *hipocentro*, a su proyección sobre la superficie terrestre se le denomina *epicentro*.

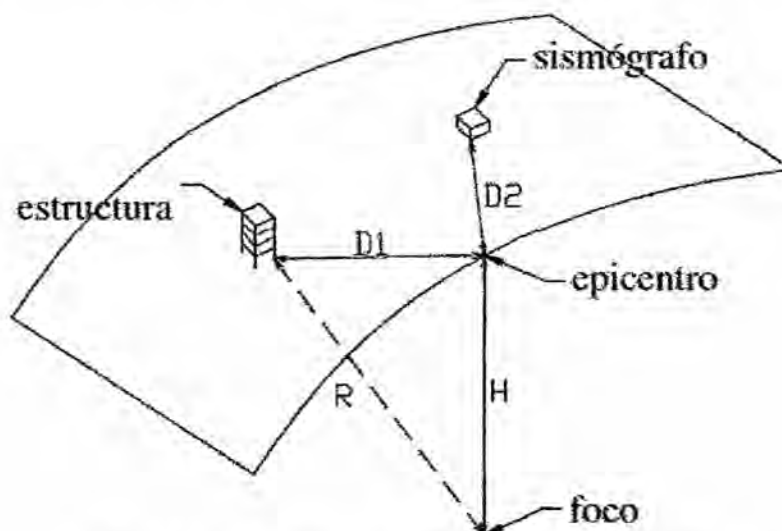


Fig. 1.1 – Definiciones geométricas de un sismo

1.2 Conceptos Generales del Diseño Antisísmico

Se han de tener en cuenta:

- Propiedades de los materiales de construcción
- Características dinámicas del sistema del edificio
- Características de las cargas de flexión de los componentes del edificio.

Para un diseño adecuado del edificio se debe de definir la categoría a la que pertenece el edificio y hacer una planificación adecuada del diseño que consistirá en:

Planificación del edificio, conceptos básicos a cumplir: simetría, regularidad, separación en bloques, simplicidad y área cerrada.

Escoger el lugar. Es muy importante la estabilidad del suelo: estabilidad de la losa, arenas muy débiles y arcillas inestables.

Diseño estructural: depende mucho del material y es el factor más importante

Resistencia al fuego: se ha de tener en cuenta a la hora de escoger los materiales

Para un buen diseño estructural sismorresistente se ha de tener en cuenta lo siguiente:

Un buen suelo de base

Utilizar un mortero de junta de ladrillos de buena calidad

Se han de poner paredes de cizalla en lugares concretos

Losas de techo y suelo han de estar suficientemente ligadas a las paredes

Siempre es mejor una estructura deformable que una muy rígida.

Diseño Sísmico de Puentes

Se propone un procedimiento de diseño sísmico de columnas de puentes de concreto reforzado, basado en desplazamiento, en el que se establece el cumplimiento de dos niveles de desempeño: servicio y supervivencia. La capacidad de desplazamiento de las columnas de sección rectangular y circular se calcula con expresiones empíricas en función de las dimensiones de la sección, de su cuantía de refuerzo longitudinal, de la carga axial, del refuerzo de confinamiento y de la esbeltez.

En muchos casos la falla por sismos de puentes de concreto se ha atribuido a insuficiencia en la capacidad de desplazamientos de sus columnas para absorber las grandes demandas de deformación inelástica inducida por la vibración de la estructura.



DISEÑO BASADO EN DESPLAZAMIENTO

En los últimos años se ha estado implementando el diseño basado en desplazamiento dentro del diseño sísmico de puentes. La razón de adoptar este procedimiento obedece a que los estados límites de daño pueden relacionarse adecuadamente con los límites de deformación, que a su vez son convertidos en

desplazamientos equivalentes, con los cuales el daño estructural puede ser controlado eficientemente mejor que con límites de resistencia. Dentro de los métodos de diseño basado en desplazamiento existen diferentes enfoques: diseño basado en desplazamiento directo, espectro del punto de fluencia y espectro de capacidad.

El procedimiento basado en desplazamiento directo, se deriva en gran medida del método de la estructura substituta desarrollado por Gulkan y Sozen (1974), para modelar un sistema inelástico con propiedades elásticas equivalentes. Con este enfoque se busca proveer al miembro de las características apropiadas, en cuanto a tamaño de la sección y cantidad de refuerzo y detallado, para desarrollar un

Desplazamiento predeterminado para el sismo de diseño. Dentro de este procedimiento, generalmente se diseña para un comportamiento asociado a la respuesta última, por lo que se selecciona un desplazamiento objetivo.

- Estados Límites.
- Estado Límite de servicio.
- Estado Límite de supervivencia.

El estado límite de servicio de un puente urbano corresponde al caso en que se pueda garantizar la operación inmediata del mismo después de un sismo, sin que para ello se requieran reparaciones. Para las columnas, esto se hizo corresponder a que no se presente agrietamiento residual perceptible. El control del ancho de grieta residual se considera más importante que el agrietamiento máximo producido bajo la acción sísmica, ya que del primero dependen tanto los efectos psicológicos del agrietamiento, como los posibles problemas de deterioro y corrosión. Se suele considerar que pasan desapercibidos anchos de grietas inferiores a 0.25 mm.

En el estado límite de supervivencia se acepta que en las columnas de puentes se presente daño severo, pero sin colapso para cuidar la integridad de los usuarios. Esto implica proveer a las columnas de la capacidad de deformación suficiente para resistir las demandas de deformación ante un sismo extraordinario. Esto da lugar a definir el estado límite de supervivencia de la columna con base en una capacidad de desplazamiento lateral, la cual no debe ser superada por la demandada por el sismo de diseño.



1.3 Los sismos desde el punto de vista de la ingeniería y su caracterización

Los terremotos más importantes son los tectónicos, pues son los que traen consecuencias más desastrosas en las estructuras que afectan, debido a esto, son los que se tienen en cuenta para la elaboración de normas para la construcción de estructuras sismo resistentes.

La intensidad sísmica es una medida de los efectos de los terremotos en el entorno y en particular sobre las estructuras.

Existen diferentes escalas de intensidades que describen, para cada valor que esta tome, los efectos que produce el terremoto. Una de las más difundidas es la escala de Mercalli Modificada.

Algunos de los efectos sobre las estructuras en orden creciente de intensidad son:

1. *fisuración de las estructuras de madera*
2. *agrietamiento de las estructuras débiles de mampostería*
3. *agrietamiento de las estructuras ordinarias de mampostería*
4. *colapso parcial de estructuras ordinarias de mampostería; daño en estructuras bien ejecutadas de mampostería no diseñadas para resistir fuerzas sísmicas.*
5. *colapso de estructuras ordinarias de mampostería; las estructuras con diseño antisísmico son seriamente dañadas; daños en cimientos; grietas en el terreno.*

La mayoría de las estructuras son destruidas junto con sus cimientos, daños importantes en presas y diques, grandes deslizamientos del terreno destrucción casi total, grandes masas de rocas desplazadas, etc.

Un sismo se caracteriza por su **intensidad** (parámetro subjetivo) y por su **magnitud** (parámetro objetivo).

La escala objetiva más popular es la de Richter, en la que la magnitud M mide la energía del terremoto en el foco y es el logaritmo decimal de la amplitud del movimiento sísmico, medido en micrones a 100[km] del epicentro, por un sismógrafo Wood-Anderson estándar. La magnitud M está relacionada con la energía del terremoto, en ergios, por la expresión:

$$\text{Log}E = 11,8 + 1,5M$$

Se han establecido varias relaciones empíricas entre la intensidad I_{MM} y la magnitud M , enumeramos algunas a continuación:

Esteva y Rosenblueth:

$$IMM = 8,16 + 1,45M - 2,46 \log R$$

R: distancia focal en [km]

También se ha relacionado la magnitud M con los valores máximos de las características cinemáticas del movimiento, estas relaciones se han establecido estadísticamente.

Donovan:

$$a_m = \frac{1080 e^{3.5M}}{(R + 25)^{1.25}}$$

a_m : Aceleración máxima del terreno en [cm/s²]

R: distancia focal en [km]

Esteva y Villaverde:

$$\frac{a_m}{g} = \frac{5.7 e^{0.8M}}{(R + 40)^2}$$

$$V_m = \frac{32 e^M}{(R + 25)^{1.7}}$$

a_m : Aceleración máxima en [cm/s²]

V_m : Velocidad máxima en [cm/s]

R: distancia focal en [km]

Esteva:

$$a_m = 1230 e^{0.8M} (R + 25)^{-2}$$

$$V_m = 15 e^M (R + 0.17 e^{0.59M})^{-1.7}$$

a_m : Aceleración máxima en [cm/s²]

V_m : Velocidad máxima en [cm/s]

R: distancia focal en [km]

1.4 Registro de ondas sísmicas. Parámetros utilizados y mapas de riesgo sísmico

Los terremotos son fenómenos debidos a la brusca liberación de la energía de deformación acumulada durante largos periodos de tiempo en la zona superficial de la tierra. Los sismos producen ondas de varios tipos, que se propagan desde su foco en todas las direcciones a través de la tierra. Estas ondas son registradas mediante

aparatos denominados sismógrafos, diseñados para medir la aceleración, la velocidad o el desplazamiento del movimiento sísmico. Estos parámetros son relativos, ya que los valores obtenidos están afectados por las características del instrumento registrador y por las condiciones de ruido ambiental en el lugar de registro.

Los mapas de riesgo sísmico representan una síntesis de todos los datos sismológicos y geológicos de un país. Estos mapas se utilizan para determinar el nivel de protección que se debe alcanzar en las estructuras en cada zona de riesgo.

Diversos aspectos brindan la subdivisión en zonas, pero los fundamentales son:

Estudios geológicos y geotécnicos: proporcionan datos de composición y características dinámicas de las rocas y capas de suelo que componen la corteza terrestre.

Estudios sismológicos: sintetizan los parámetros que caracterizan la sismicidad de la zona:

1. *ubicación de fallas*
2. *registro de los terremotos que ocurren en la zona*
3. *mapas de epicentros*
4. *datos históricos*
5. *períodos de retomo (intervalo medio de tiempo en que se espera ocurran dos sismos de igual o mayor intensidad)*
6. *datos del mecanismo focal*
7. *correlación de la sismicidad de la zona analizada con la de la macrozona en la que se encuentra*

Estudios de Ingeniería y Sismología:

1. *análisis del efecto que han producido sobre las estructuras y las personas los terremotos ocurridos en el pasado*
2. *"predicción" estadística de las características más probables de la acción sísmica que se produzca en la zona*

Es importante destacar que la geología local de la zona puede modificar la propagación de las ondas sísmicas. Las ondas se reflejan y se refractan cuando en su recorrido aparece una discontinuidad, por ejemplo una variación de las características mecánicas del terreno, ello produce cambios en la velocidad.

En general, el cálculo y la cuantificación de las acciones sísmicas en la estructuras se realiza en función de protocolos, secuencias y definiciones de acciones dadas por normas y reglamentos.

1.5 Código ACI para el Diseño Sísmico

El objetivo principal de las disposiciones especiales es garantizar una adecuada capacidad bajo los desplazamientos inelásticos oscilantes producidos por la carga sísmica.

Las disposiciones se aplican a pórticos, muros, diafragmas y cerchas en zonas de "amenaza sísmica alta", correspondientes a las zonas 3 y 4 del UBC y a pórticos, incluyendo sistemas de losa en dos direcciones, en zonas de "amenaza sísmica moderada" correspondientes a la zona 2 del UBC. No se establecen requisitos especiales para estructuras sometidas a amenaza sísmica baja o nula.

Debe considerarse el efecto de elementos no estructurales en la respuesta global de la estructura, al igual que la respuesta de los elementos no estructurales mismos. También deben tenerse en cuenta los elementos estructurales que no están específicamente dimensionados para soportar cargas sísmicas.

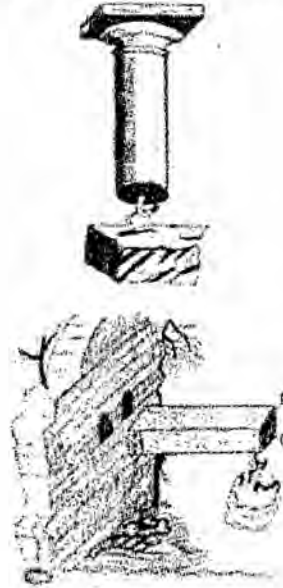
Para garantizar una adecuada ductilidad y capacidad bajo rotación inelástica, el Código ACI 21.1.4 especifica una resistencia del concreto mínima de 21MPa. Para concreto con agregados ligeros, se establece un límite superior en la resistencia del concreto de 35MPa; este límite se basa en una falta de evidencia experimental para concretos ligeros con resistencias mayores.

MEJORAS EN EL TIEMPO DEL DISEÑO ESTRUCTURAL

El Análisis Estructural es una rama antigua de la Ingeniería Civil, que se aplica en la ingeniería civil, podemos decir que es el responsable del diseño, planeamiento y cálculo de la parte estructural, (que forma un sistema integrado de vigas, columnas, losas, muros, presas, túneles, zapatas de cimentación y otros), que lo empleamos en los edificios urbanos, construcciones industriales, puentes, estructuras de desarrollo hidráulico y demás obras. Su propósito es la de obtener estructuras eficaces que resulten apropiadas a partir del punto de vista resistente. En un sentido práctico, la ingeniería estructural es la aplicación de la mecánica Newtoniana para el diseño de elementos y sistemas estructurales, que mayormente se necesita resolver problemas de alta complicación que se solucionan mediante técnicas de cálculo diferencial e integral de diversas variables, temas de álgebra lineal, ecuaciones diferenciales y métodos numéricos.

La ingeniería estructural es considerada como una reciente, a partir de 1683 cuando Galileo invento analizar una viga. Hasta entonces, se seguía un criterio empírico.

Entre los experimentos realizados por Galilei se encuentran los siguientes:

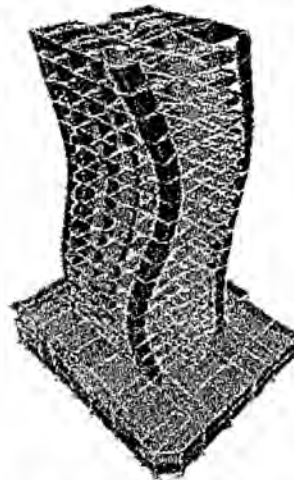


En la actualidad para estas pruebas se utilizan maquinas que realizan las pruebas de esfuerzo con muestras (probetas) de el material a evaluar con mecanismos que marcan la cantidad de carga aplicada para que la probeta llegue a la rotura.

En la actualidad también se han creado programa para modelar, analizar y diseñar las estructuras ya sea en el plano o en el espacio. Entre ellos podemos citar:

Y a este cada cierto tiempo los fabricantes van lanzando versiones nuevas con mejoras que van simplificando el tiempo del cálculo de las estructuras y agregándole nuevas herramientas para hacer más eficiente el uso del programa y que los resultados arrojados por estos sean más cercanos a lo real.

Diseño sísmico de edificaciones



La Ingeniería Sismo-resistente es una propiedad o atributo de que se dota a una edificación, mediante la aplicación de técnicas de diseño de su configuración geométrica y la incorporación en su constitución física, de componentes estructurales especiales que la capacitan para resistir las fuerzas que se presentan durante un movimiento sísmico, lo

que se traduce en protección de la vida de los ocupantes y de la integridad del edificio mismo.

Es una tecnología que diseña y ejecuta procesos constructivos con elementos estructurales, distribuidas previa aplicación de principios básicos como la simplicidad, simetría, resistencia, rigidez y continuidad de las obras, que les permita resistir los usos y las cargas sísmicas a que estarán sometidas durante su vida útil y también a los sismos.

EFFECTOS HIDRODINAMICOS EN EL ANALISIS SISMICO EN PRESAS BOVEDAS

La respuesta de una presa sola a una excitación sísmica es la típica de un sistema de varios grados de libertad cuyas matrices de masa, rigidez y amortiguamiento son independientes del contenido de frecuencias de la excitación. En cambio, a causa de la presencia del agua embalsada, tanto las características dinámicas como la respuesta de la presa son distintas las de situación de embalse vacío.

Por una parte, el movimiento del terreno origina unos efectos inerciales en la masa de agua, cuya vibración transmite ondas de presión hidrodinámica, las cuales inciden sobre el trasdós de la presa. Por otra, la propia presa, en su vibración produce unas ondas de presión que se transmiten y se propagan por el medio fluido; al reflejarse dichas ondas en los contornos del embalse, pueden volver a incidir sobre la propia presa, cuyo resultado son unas presiones hidrodinámicas que se suman a las anteriores.

Reseña histórica.

Los primeros estudios en este campo fueron llevados a cabo por Hm westergaard. Resolvió el problema bidimensional consistente en el cálculo de las presiones hidrodinámicas sobre el paramento vertical de una presa rígida de sección triangular, sometida a una excitación horizontal armónica del terreno y en la dirección del río. Asimismo, considero compresible el agua del embalse, cuyo fondo supuso horizontal y de extensión infinita hacia agua arriba (westergaard, 1933). Westergaard obtuvo una expresionanalítica para la distribución de la amplitud de las presiones hidrodinámicas sobre el trasdós; mostro que estas tienen fase opuesta a la aceleración del terreno, por lo que se podían interpretar como una fuerzas equivalentes de inercia, correspondientes a una ciertas masas de agua que acompaña solidariamente a la presa en su movimiento de solido rígido. La evaluación de dicha masa de agua se realiza a partir de la igualación de las fuerzas de inercia de la misma con la fuerza hidrodinámica ejercida sobre el trasdós de la presa, a causa de su movimiento. Esta analogía formo lavase del concepto de masa añadida.



PRESIONES HIDRODINAMICAS.

Durante un seísmo, la presa y el embalse entran en un estado de vibraciones forzadas que dan lugar a unas presiones hidrodinámicas sobre el paramento de agua arriba de la presa, las cuales se suman a las hidrostáticas. Dichas presiones de origen dinámico son por tanto acciones a considerar para el análisis de la respuesta de una excitación sísmica. Por ello, cuanto más aproximadamente se determinen aquellas, mejor se podrá estimar esta última.

Como se ha indicado anteriormente, las presiones hidrodinámicas se producen por una parte a causa del movimiento (de sólido rígido) del terreno, y por otra, a causa de la flexibilidad de la presa. Incluso se podrían considerar también las producidas por la deformación del terreno que rodea al embalse, aunque son de escasa importancia.

INTERACCION EMBALSE-PRESA –BOVEDA

La coexistencia de dos medios (la presa y el embalse) en contacto entre sí mediante una interface, da lugar a que, por ser flexibles, ambos interactúen.

Esto repercute sobre las presiones hidrodinámicas, pero además sobre las características dinámicas y sobre la respuesta de la presa a una excitación sísmica. En la situación de embalse parcial o totalmente lleno, la respuesta dinámica de la presa viene afectada por unos términos hidrodinámicos, que modifican las propiedades de la presa, mediante la introducción de unas masas, amortiguamientos y fuerzas adicionales.

METODOS NUMERICOS DE ANALISIS DEL SISTEMA PRESA BOVEDA-EMBALSE.

Las primeras tentativas de estudio de la respuesta del sistema formado por la presa y el embalse fueron de tipo analítico, ensayos en modelos mecánicos o bien mediante analogía eléctrica. El advenimiento de los ordenadores y el desarrollo de diversos métodos numéricos han hecho posible un avance considerable en el estudio del problema. De esta forma se ha conseguido representar configuraciones geométricas complejas.

El método de las diferencias finitas ha sido empleado por algunos autores (Shulman, Voronkova, Priscu e tal.) para el estudio bidimensional del dominio fluido (Westergaard e tal. 1933).

El método de los elementos finitos constituye la herramienta más poderosa hasta el momento, para el estudio del comportamiento conjunto de la presa bóveda y embalse. Ha sido empleado por numerosos autores, algunos de los cuales declaran que es un método efectivo y práctico de representar los efectos del embalse, por lo que no hay razón aparente para continuar adoptando modelos de masas añadidas de tipo Westergaard para el análisis de presas bóveda (Clough e tal. 1985).

Innovaciones en el diseño sísmico de estructuras de acero

El diseño sísmo resistente ha ido evolucionando en saltos discretos con cada nuevo terremoto, cambiando sus paradigmas y los objetivos de diseño, para prevenir que los efectos negativos observados en las estructuras existentes vuelvan a ocurrir en el futuro.

Originalmente, el objetivo principal del diseño sismorresistente de estructuras, consistía en proveer suficiente resistencia de modo de poder soportar el terremoto más grande conocido hasta el momento. Luego, se reconoció que no era necesario diseñar las estructuras para fuerzas tan potentes, si es que se permitía que desarrollaran deformaciones inelásticas controladas, es decir daño, con lo que se acuñó el concepto de ductilidad.

Errores en el diseño sísmico resistentes en edificaciones.

LOS TERREMOTOS son uno de los fenómenos más imprevisibles y difíciles de evitar cual sea la intensidad que tenga, producen efectos negativos sobre todo en la construcción. Por lo que es necesario un adecuado diseño de la estructura y elección del material de construcción con el fin de conseguir construcciones sísmicas.

En países empobrecidos, generalmente, una gran parte de la población no tiene la formación necesaria para realizar una construcción adecuada, siendo este sector el más afectado debido a los terremotos.

En su orden de importancia existen algunos criterios relevantes al momento de definir el sistema constructivo de determinada edificación así como:

- **SEGURIDAD** : que cumpla con las normas sísmo resistentes del país.
- **PRESUPUESTO**: que se ajuste al presupuesto que tiene previsto el dueño del proyecto.
- **ESTETICA**: que sea armónico con el medio que lo rodea y agradable a la vista de espectadores.

El objetivo de las normativas sísmo resistentes es evitar la pérdida de vidas humanas y reducir el daño y el costo económico que puedan ocasionar los terremotos no sufran daños relevantes ante sacudidas sísmicas pequeñas, puedan resistir sin daños estructurales ante movimientos sísmicos moderados y puedan evitar el colapso ante las sacudidas mas fuertes previsible con una probabilidad razonable, aunque con posibles daños.

Objetivo del reglamento para construcción sísmo resistentes

El objetivo puede resumirse en:

- 1- evitar pérdidas de vidas humanas y accidentes que pudieran originarse por la ocurrencia de cualquier evento sísmico.
- 2- Evitar daños en la estructura y en las componentes de cada construcción, durante terremotos de frecuente ocurrencia.



3-Evitar que se originen colapso total o parcial en las construcciones es, que puedan poner en peligro la seguridad de las personas durante terremotos muy severos, de ocurrencia extraordinaria.

Los principios de la sismo resistencia

La geometría de la edificación debe ser sencilla en planta y en elevación. Las formas complejas, irregulares o asimétricas causan un mal comportamiento cuando la edificación es sacudida por un sismo. Una geometría irregular favorece que la estructura sufra torsión o que intente girar en forma desordenada. La falta de uniformidad facilita que en algunas esquinas se presenten intensas concentraciones de fuerza, que pueden ser difíciles de resistir.

Éxitos y fracaso del diseño sismos resistente Antecedentes

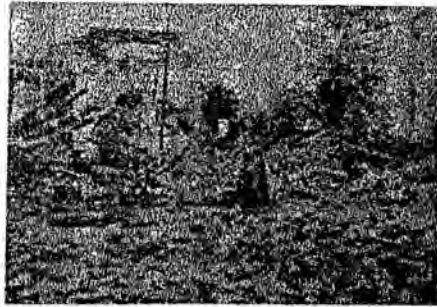
El diseño de sismo resistente ha evolucionado desde sus planteamientos más primitivos establecidos a finales del siglo pasado en Japón y comienzos del presente en Italia, hasta el sistema de codificación actualmente predominante en muchos países el cual se denomina aquí codificación moderna. El sismo de mesina en 1905 podría considerarse de origen de un intenso; los italianos dieron el ejemplo en tal caso y el sismo de Tokio en 1923, reforzó las inquietudes de los ingresos japoneses sobre el tema.

Éxito y fracasos de los códigos

La ingeniería de construcción es un vivido ejemplo de la aprendiza del hombre por ensayo y error con el fin de soportar mejor sus investigaciones analíticas y en ciertos casos las experimentales. Si una construcción es avería, los ingenieros observan, modifican y construyen de nuevo. Si lo nuevo se comporta mejor, la medida o medidas que condujeron a la mejora. Piensan a hacer parte del patrimonio técnico. En el caso de los sismo se aprende revisando lo bueno y lo malo.

Si en algunas región del mundo se hubieran diseñado y construido varios centenares de edificios de diferentes alturas y formas siguiendo la más moderna codificación sisma resisten, si la amenaza sísmica se hubiera evaluado con base en una buena información tectónica y apreciable información sísmica instrumental, si las condiciones de respuesta local se hubieran evaluado y establecido con la vigilancia apropiada como para sacudida por un sismo tal que los registros instrumentales lo mostraran compatible con las previsiones de la amenaza sísmica loca, entonces existiría un escenario apropiado para intentar hablar estadísticamente de éxito o fracaso del diseño y la construcción sismo resistente. Hasta donde el autor con este escenario todavía no se ha dado.





Éxito serial aquel que se dedujera de un correcto comportamiento estadísticamente valedero. Resultar sin daños no necesariamente será un éxito; téngase en cuenta que una construcción sin daño pudo comportarse bien, pero con base en un diseño excesivamente costoso. Éxito es la correspondiente a un comportamiento apropiado, sin sobrepasar las necesidades reales. Una construcción no afecta, cercana a otras similares si afectadas, puede haber sido favorecida por condiciones muy locales que pudieran enmascarar el relativo éxito frente a la prueba que la sometió al sismo.

Fracaso correspondería a aquello que construido siguiendo la normalización se dañó con un sismo similar al máximo previsto por el código de una localidad.

Mal confinamiento del concreto

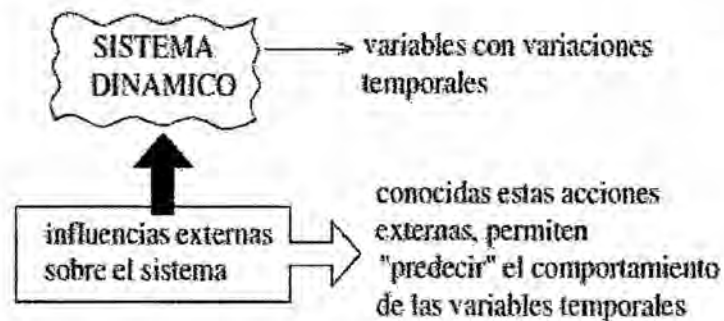
Como en los casos anteriores abunda la descripción de las fallas de elementos estructurales, principalmente columnas, debido a su pobre confinamiento de su núcleo resistente. Sin embargo, ya desde comienzos de la década de 1960-1970 el fenómeno se había estudiado en profundidad.

Descripción del problema: si hay un refuerzo transversal abundante y poco espaciado, la resistencia última y la capacidad de deformación a la rotura del concreto reforzado aumentan notoriamente, ofreciendo seguridad extra en los sistemas estructurales. Si esta condición no se da, los elementos resistencia a la tracción diagonal se agota antes que la dispone a flexión no tienen entonces capacidad de disipar energía en el rango inelástico y se ven sometidos a fallas frangibles.

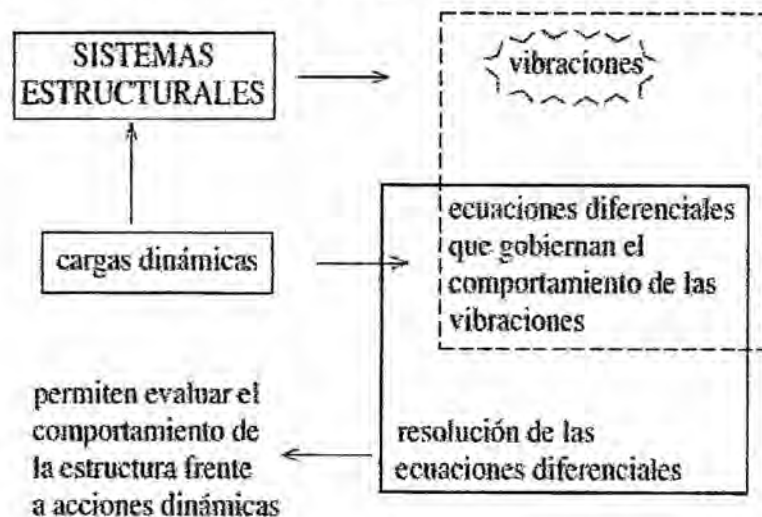
2. COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS BAJO CONDICIONES DINAMICAS

2.1 Generalidades

En un sentido amplio, un sistema dinámico es aquel cuyas variables experimentan variaciones en el tiempo y, si se conocen las influencias externas que actúan sobre el sistema, podrá predecirse el comportamiento de este.



En nuestro curso, los sistemas a estudiar serán sistemas estructurales, las variaciones en el tiempo serán vibraciones producidas por cargas dinámicas.



2.2 Definición de la acción dinámica

Una acción tiene carácter dinámico cuando su variación con el tiempo es rápida y da origen a fuerzas de inercia comparables en magnitud con las fuerzas estáticas. Algunas fuentes importantes de vibraciones estructurales son:

- sismos
- viento
- olas y corrientes de agua
- explosiones e impactos
- cargas móviles (vehículos, personas, etc.)

La definición de estas cargas externas puede distinguirse entre: determinista y no determinista, ésta última denominada también estocástica o aleatoria.

Determinista: cuando su variación temporal es perfectamente conocida

No determinista: cuando alguno o todos sus parámetros son definidos estadísticamente En nuestro curso trabajaremos con cargas definidas en forma **DETERMINISTA**.

Respuesta dinámica: cualquier magnitud que pueda caracterizar el efecto de una carga dinámica sobre la estructura

2.3 Acciones y fuerzas dinámicas

Las acciones dinámicas definidas utilizando representaciones deterministas, son funciones del tiempo cuyo valor en cada instante ES CONOCIDO.

Este tipo de representación es apropiado para evaluar el comportamiento de una estructura A POSTERIORI del acontecimiento que dio lugar a dicha acción. Por ejemplo, evaluar el comportamiento de un edificio nuevo ante el terremoto ocurrido en México en 1986 (del que se poseen registros). El diseño de una estructura NO PUEDE encararse en base a acciones deterministas, pues nada nos asegura que la acción estudiada volverá a repetirse.

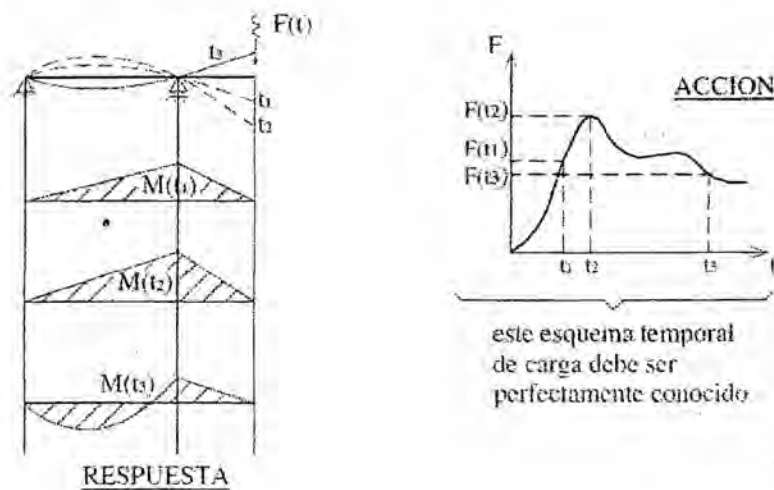


Fig. 2.2 - Acción y respuesta determinista

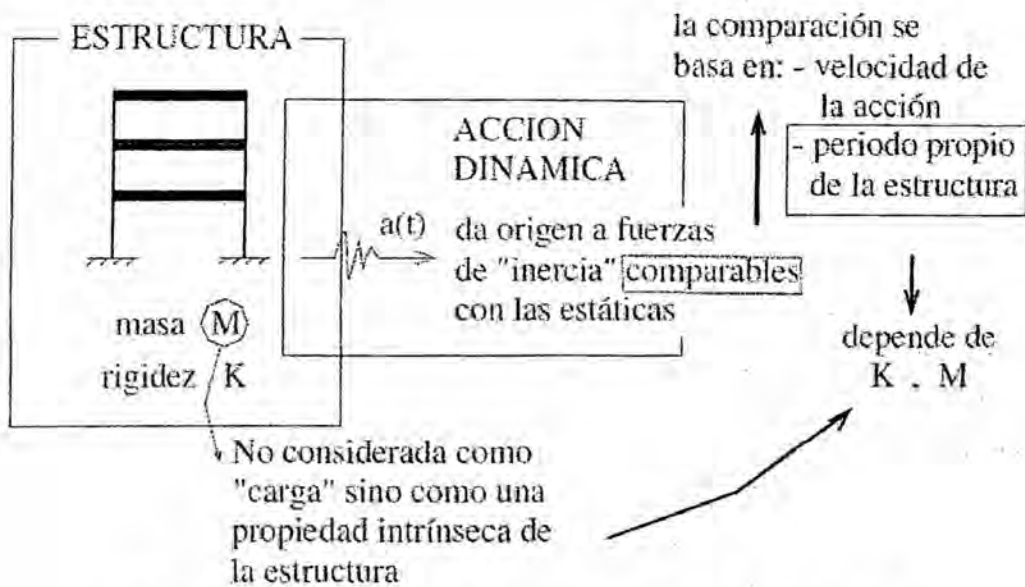
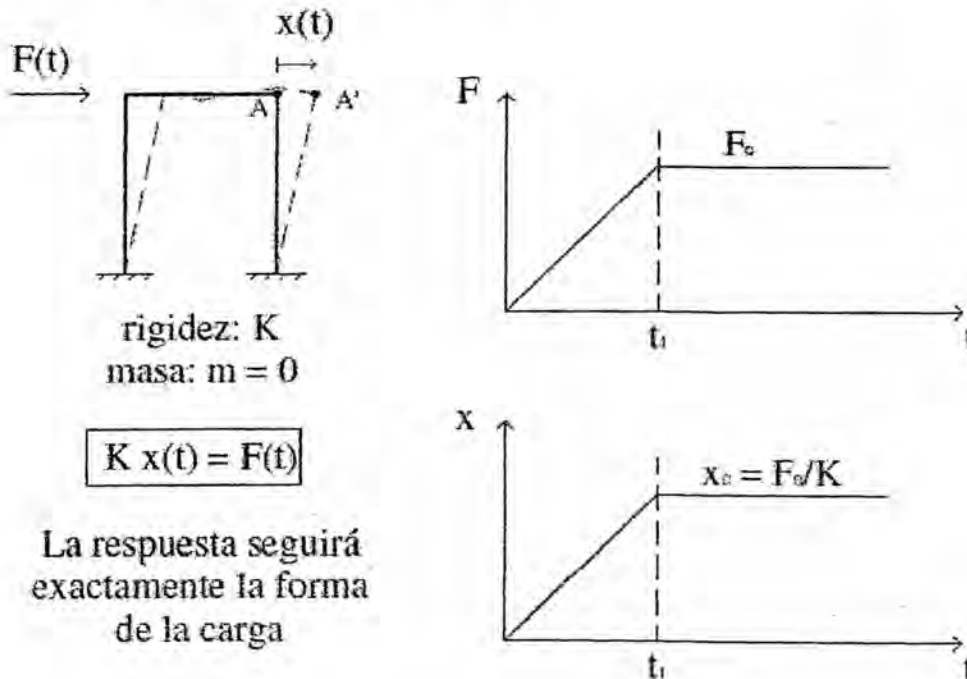


Fig. 2.3 - Acción dinámica y propiedades de la estructura

2.4 Importancia de la masa en el problema dinámico

Aunque la carga varíe con el tiempo, la respuesta de una estructura varía radicalmente según la masa que vibra con ella. Ante una misma función de carga, una estructura SIN MASA y una CON MASA responden de la siguiente manera:

a) Estructura SIN MASA => SIN INERCIA



b) Estructura CON MASA => CON INERCIA

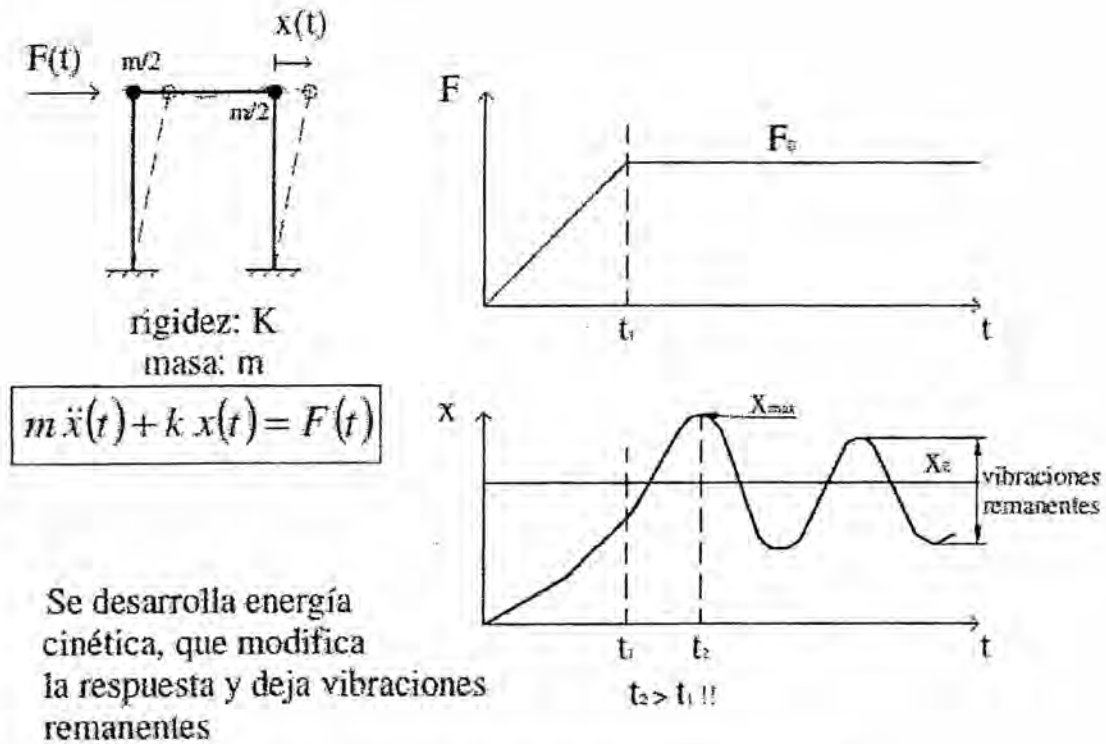
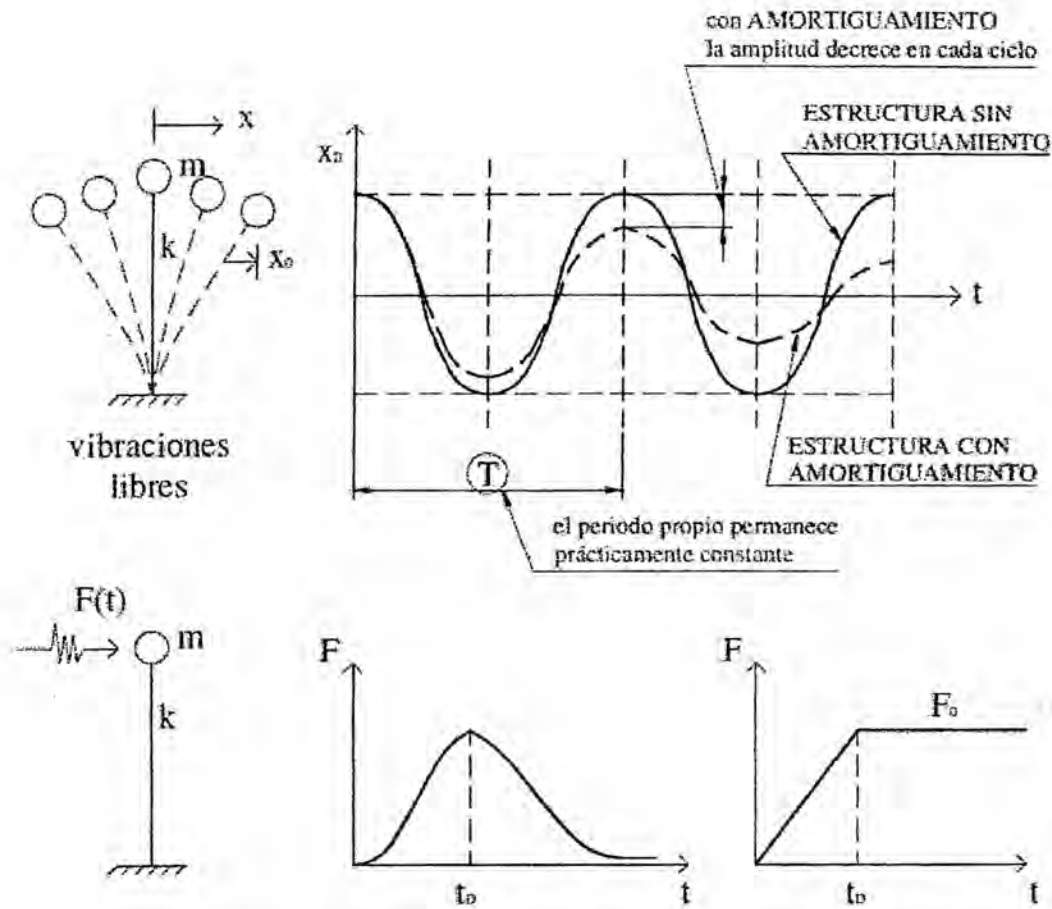


Fig. 2.4 - Importancia de la masa en la respuesta

2.5 Velocidad reacción de una estructura

Ante una acción exterior, distintas estructuras reaccionarán de formas diferentes. Esta respuesta está íntimamente relacionada con las formas o modos de vibrar y sus correspondientes frecuencias o periodos propios. En el caso de un oscilador de 1 grado de libertad, este periodo propio se obtiene fácilmente. No así para estructuras de múltiples GLD.

Como veremos en los capítulos siguientes, los periodos y formas de vibrar dependen de las características geométricas y de materiales (rigidez) y de la inercia que la estructura opone al movimiento (masa).



En general si $t_b \gg T \Rightarrow$ no es necesario un análisis dinámico
 si $t_b \cong T \Rightarrow$ PROBLEMA DINAMICO

Fig. 2.5 - Velocidad de reacción T vs. t

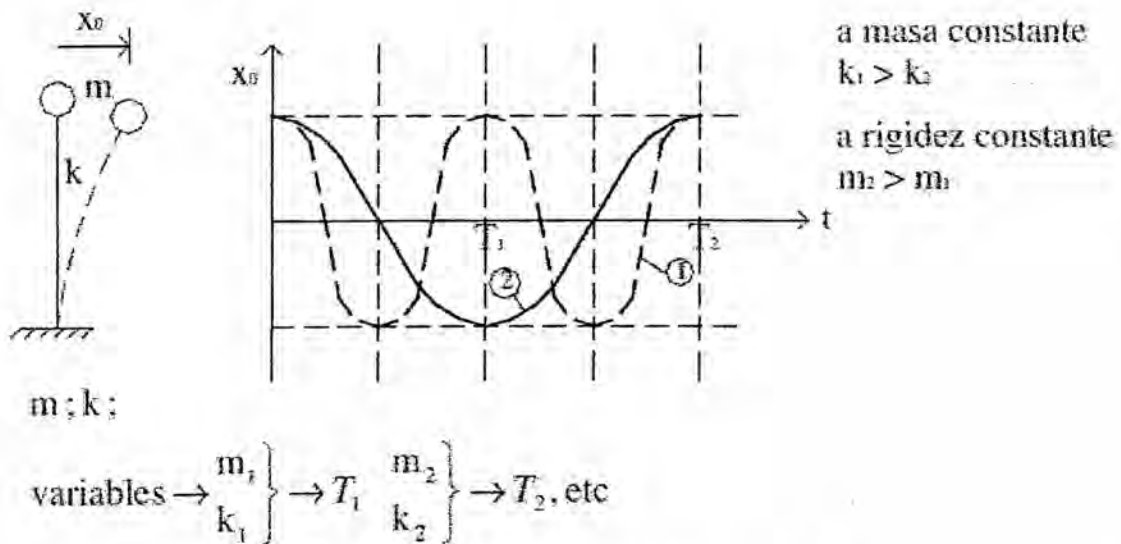


Fig. 2.6 - Velocidad de reacción; varios T_i

2.6 Modelos dinámicos característicos

Desde el punto de vista del cálculo numérico, obtener la respuesta dinámica de una estructura, es el resultado de "filtrar" la señal de excitación a través de la misma estructura y obtener las variaciones de las magnitudes de análisis (desplazamientos, velocidades, aceleraciones, momentos, tensiones, etc.) respecto del tiempo.

La obtención de la respuesta requiere, previamente, la definición del movimiento del terreno (en caso sísmico) tanto como de las características estructurales del mismo y de la estructura propiamente dicha. El análisis es practicado, no a la propia estructura sino a un modelo mecánico de la misma. La definición del modelo depende del tipo de estructura analizado y pretende brindar una serie de relaciones entre acciones y respuesta que describan un modelo matemático del problema.

Este modelo matemático puede ser resuelto mediante diversas técnicas. En nuestro caso haremos hincapié en los métodos numéricos de análisis.

Según la certeza con que fueron formulados los modelos y procedimientos o algoritmos de cálculo durante el análisis, será la precisión de la respuesta obtenida.

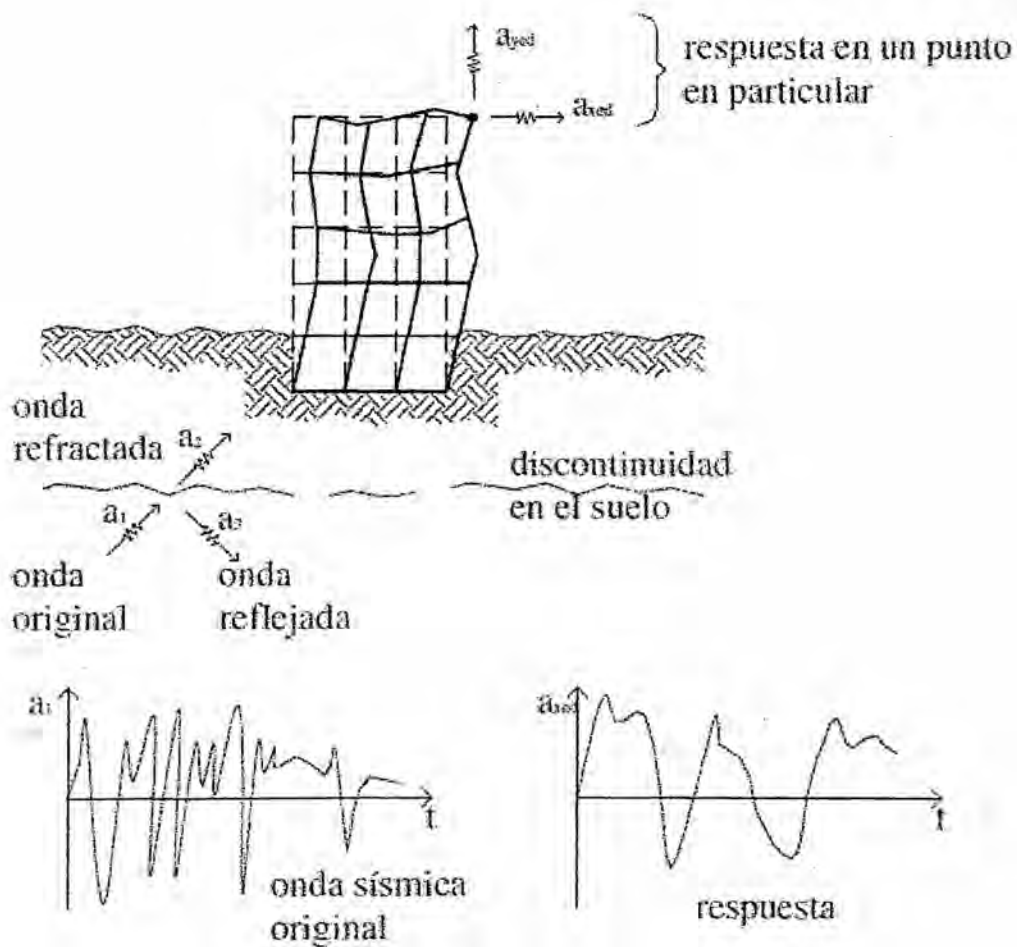


Fig. 2.7 - "Filtrado" de una señal sísmica

Se brindan, a continuación, algunas definiciones típicas del análisis estructural dinámico de una estructura:

Grados de libertad (GL)

Se definen como grados de libertad (GL) a los puntos de la estructura en los cuales se identifica algún desplazamiento y permiten brindar una deformada de la estructura.

Grados de libertad dinámicos (GLD)

Son los grados de libertad que tienen asociada masa y para los cuales puede conocerse las vibraciones o movimientos a lo largo del tiempo.

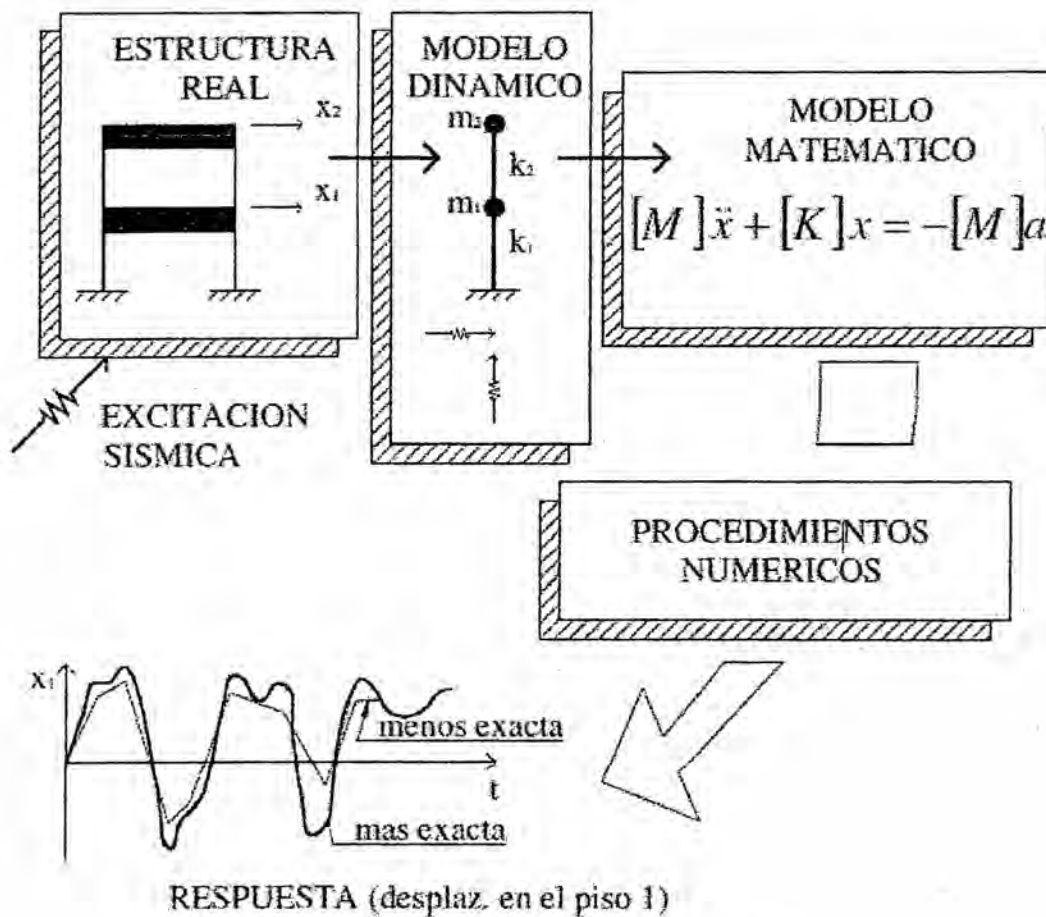


Fig. 2.8- Modelización de una estructura

2.7 Métodos de modelización dinámica

Pueden distinguirse modelos dinámicos exactos y modelos dinámicos discretos.

En general, para la primera clase, solo pueden resolverse casos muy sencillos y con poca aplicación práctica, por lo que a lo largo del curso profundizaremos en modelos discretos.

Para estos métodos modelos discretos, se debe tener en cuenta que la subdivisión en dominios finitos es tanto espacial (discretización estructural) como temporal (solución para instantes de tiempo determinados)

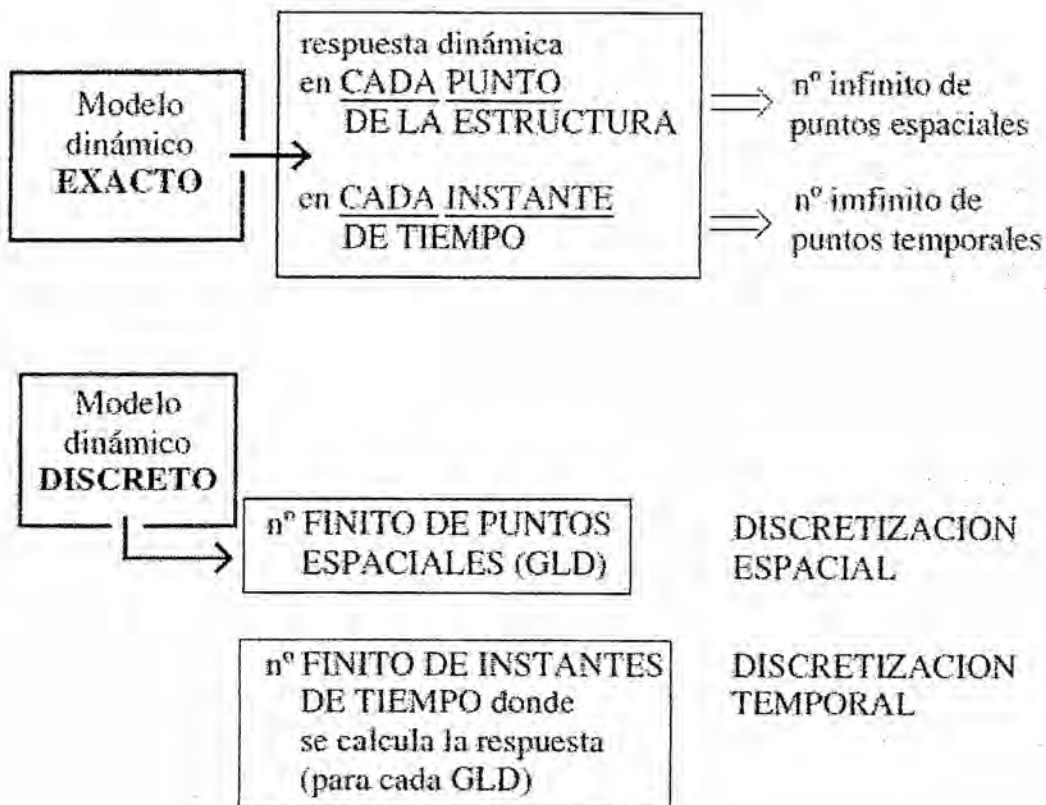


Fig. 2.9 - Modelos dinámicos

2.8 Discretización espacial de las estructuras

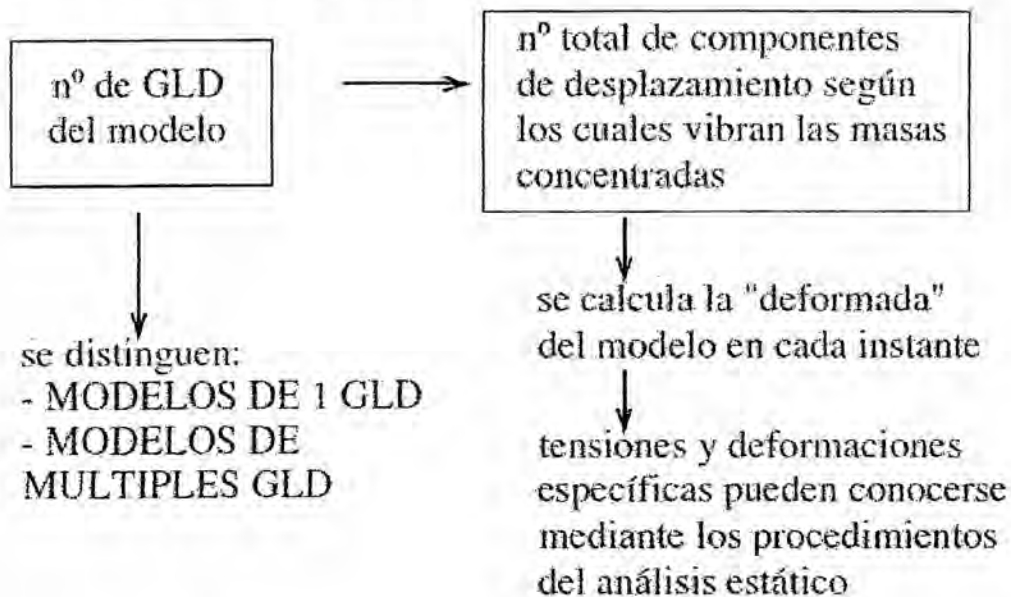
Fundamentalmente, la diferencia con lo visto en otros cursos de análisis estructural (estático) radica en que en dinámica estructural, cuando hablamos de discretizar espacialmente, nos referimos a los GLD.

Un modelo dinámico exacto (con infinitos GLD) acarrearía más inconvenientes en la resolución matemática que beneficios en su precisión. Además, en estructuras de

edificios y en la mayoría de las estructuras civiles, las masas se encuentran más o menos concentradas en lugares conocidos. Es por esto que nuestro principal método de modelización dinámica será el de las MASAS CONCENTRADAS. No obstante, existen otros, como ser:

- método de los DESPLAZAMIENTOS GENERALIZADOS
- método de los ELEMENTOS FINITOS

2.9 Método de las masas concentradas



Modelos con 1 GLD:

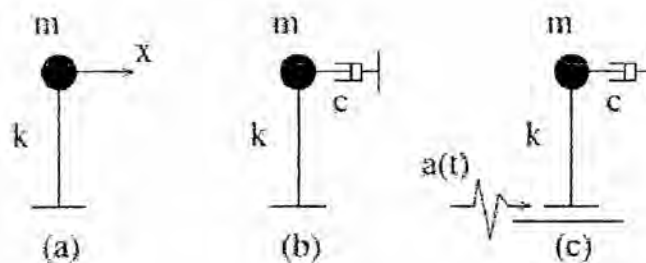


Fig. 2.10 - Modelos con un solo grado de libertad. (a) Modelo conservativo; (b) modelo con amortiguamiento; (c) modelo sísmico.

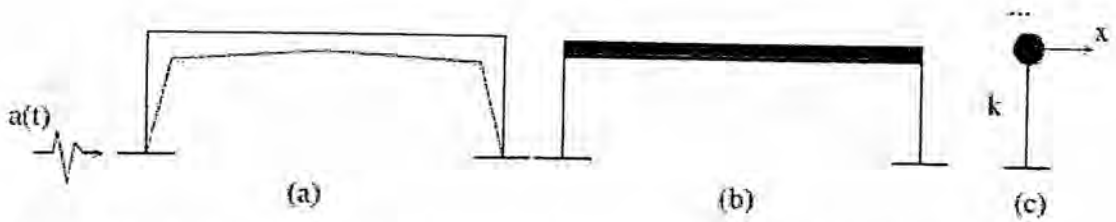


Fig. 2.11 - Estructuras modelizadas como un sistema de un solo grado de libertad. (a) põrtico; (b) el mismo põrtico con la masa concentrada al nivel de la viga; (c) modelo dinámico.

Modelos con múltiples GLD:

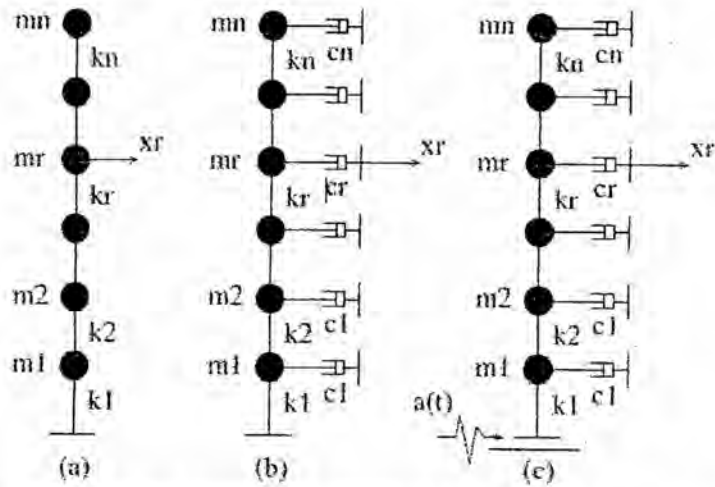


Fig. 2.12 - Modelos con varios grados de libertad. (a) Modelo conservativo; (b) modelo con amortiguamiento; (c) modelo sísmico.

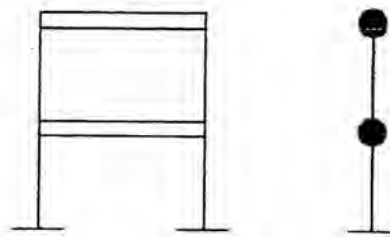


Fig. 2.13 - Estructura con dos grados de libertad: Põrtico de dos pisos y su modelo dinámico.

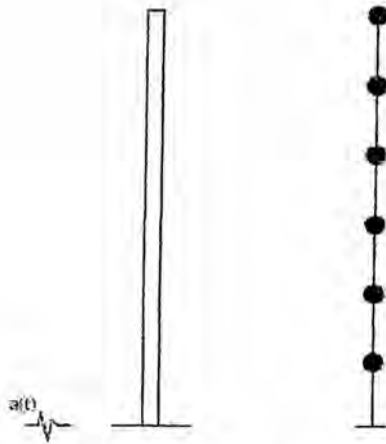


Fig. 2.14 - Estructura con masa distribuida (antena) y su modelo dinámico discreto con grados de libertad.

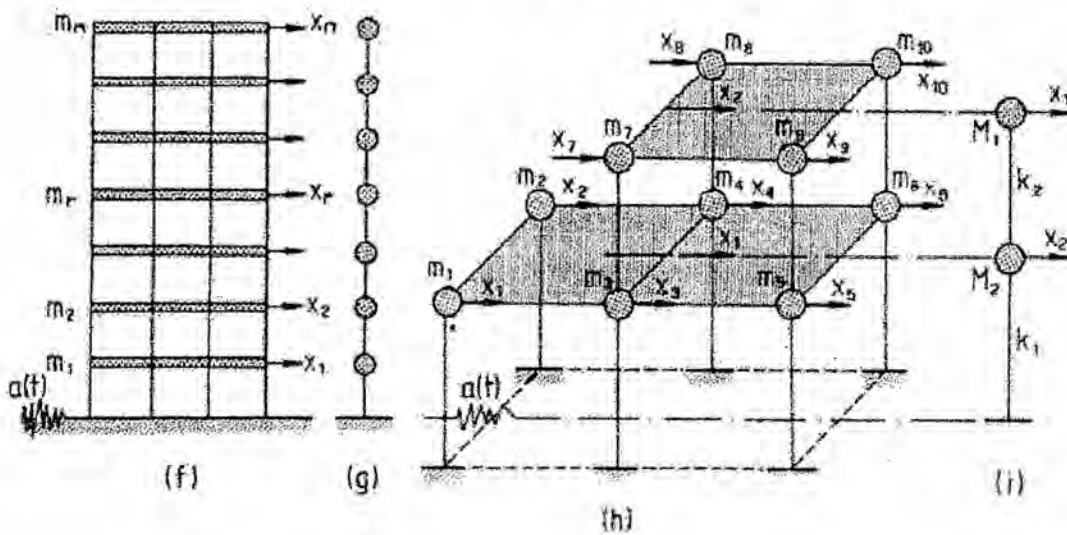


Fig. 2.15 - Modelo dinámico de un pórtico de cortante y pórtico espacial modelizado como un sistema completo (10 grados de libertad) y simplificado (dos grados de libertad).

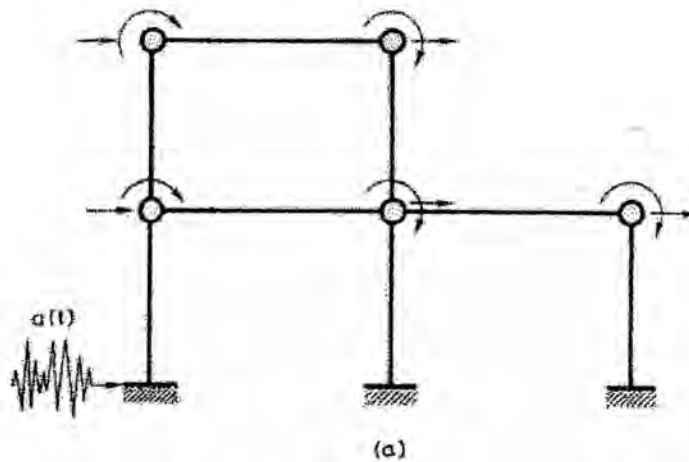


Fig. 2.16 - Modelo dinámico con grados de libertad de rotación.

2.10 Ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones de movimiento son las expresiones matemáticas que gobiernan la respuesta dinámica de las estructuras. Pueden obtenerse a partir de cualquiera de los principios de la mecánica clásica:

a) Principio de Hamilton

$$\delta \pi_H = \int_{t_1}^{t_2} (E_p + E_c) dt + \int_{t_1}^{t_2} E_D dt \quad ; \quad \delta \pi_H = 0$$

La primera expresión se denomina funcional de Hamilton; donde E_p es la energía potencial, E_c es la energía cinética y E_D la correspondiente a fuerzas no conservativas. La segunda expresión permite establecer el equilibrio a través de una variación funcional nula.

b) Principio de los trabajos virtuales

Se trabaja en forma similar a lo visto en análisis estático pero incluyendo las fuerzas de inercia y disipativas.

$$\delta W_i = \delta W_e$$

c) Principio de D'Alembert

Proporciona el método más directo para obtener las ecuaciones de movimiento de un sistema dinámico.

Puede formularse como sigue: "un sistema dinámico está en equilibrio cuando todas las fuerzas que actúan en el mismo, incluidas las de inercia y disipativas, cumplen las ecuaciones de equilibrio estático en cada instante de tiempo.

d) Formulación de la ecuación de movimiento para un sistema de 1GLD

Tomando el sistema de la figura 2-10, podemos distinguir dos casos:

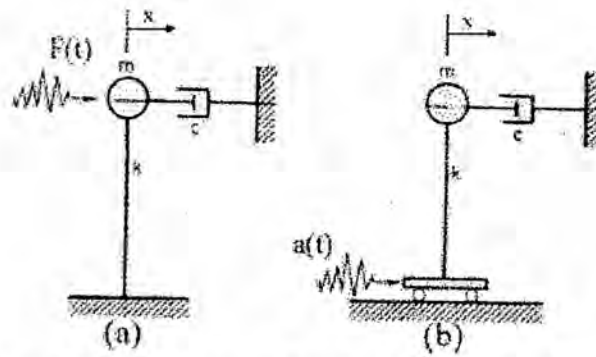


Fig. 2.17- (a) fuerza aplicada; (b) modelo sísmico

Para el modelo (a), aplicando el principio de D'Alembert, tendríamos:

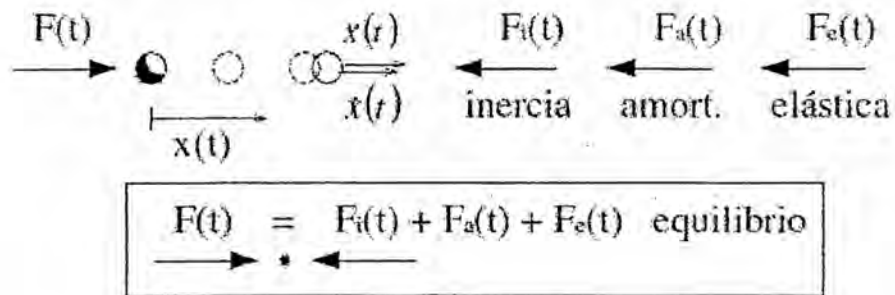


Fig. 2.18 - Equilibrio de fuerzas para 1 GLD

3. RESPUESTA DE UN OSCILADOR SIMPLE

3.1 Ecuación de movimiento y equilibrio dinámico

Las características dinámicas de un oscilador de 1 GLD pueden estudiarse mediante un modelo no amortiguado con vibraciones libres, cuya ecuación de movimiento es

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (3.1)$$

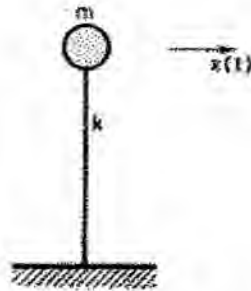


Fig. 3.1 - Modelo de 1 GLD, no amortiguado.

La vibración, del modelo de la fig. 3.1, es inducida por algunas condiciones iniciales, sean desplazamiento, velocidad o aceleración en el instante $t = 0$.

Luego, durante las vibraciones no recibe ningún tipo de perturbación.

Dividiendo (3.1) por m y usando la notación:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad ; \quad \omega = \sqrt{k/m} \quad (3.2)$$

se obtiene:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (3.3)$$

ω es la "pulsación" o "frecuencia circular" o simplemente *frecuencia* del modelo estudiado. Viene expresada en radianes por segundo (1/s).

La *frecuencia cíclica* viene dada por:

$$F = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.4)$$

Y se expresa en ciclos por segundo o hertz.

Finalmente, otra característica es el período natural

$$T = \frac{1}{f} \quad (3.5)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.6)$$

La solución general de la (3.1) o (3.3) puede escribirse:

$$x = A \sin(\omega t + \Psi) \quad (3.7)$$

Donde A es la amplitud del movimiento y Ψ el ángulo de fase. Los valores de A y Ψ se calculan a partir de las condiciones iniciales del problema, por ejemplo para

$$x(0) = x_0 \quad ; \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0$$

Resulta:

$$A = \sqrt{x_0^2 + (\dot{x}_0/\omega)^2}$$
$$\tan \Psi = \omega x_0 / \dot{x}_0$$

Fórmula de Geiger

Sustituyendo

$$m = \frac{G}{g}$$

G: peso de m

g: aceleración de la gravedad

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{G/g}} = \sqrt{g} \cdot \sqrt{\frac{1}{G/g}}$$

$\frac{G}{k} = X_{sc}$: Desplazamiento estático producido por el peso G en la dirección del grado de libertad



Entonces:

$$\omega = \sqrt{g} \cdot \sqrt{\frac{1}{X_{SG}}} \quad (3.9)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \sqrt{X_{SG}} \quad (3.10)$$

Utilizando unidades de S.I. la (3.10) queda:

$$T = 2,00 \cdot \sqrt{X_{SG}} \quad (3.11)$$

Con XSG expresado en metros para un peso G en Newton.

3.2 Características dinámicas con amortiguamiento

El amortiguamiento puede definirse estudiando las vibraciones libres del modelo de la figura 3-2:

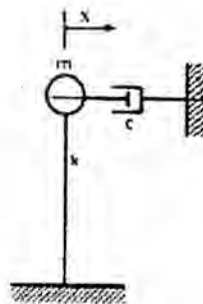


Fig. 3.2 - Modelo de 1 GLD con amortiguamiento (vibraciones libres)

Si se toma la ecuación (2.12) sin cargas ni aceleraciones de apoyo (vibraciones libres) y se divide por m se obtiene:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (3.12)$$

$$2\beta = \frac{G}{m} \quad (3.13)$$

La solución de (3.12) está dada en la forma:

$$x = e^{r\tau} \quad (3.14)$$

que proporciona la ecuación característica:

$$r^2 + 2\beta r + \omega^2 = 0 \quad (3.15)$$

Ya que (3.12) es una ecuación diferencial de segundo orden, lineal, homogénea a coeficientes constantes.

Las soluciones de (3.15) son:

$$r_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega^2} = 0 \quad (3.16)$$

Según sea el radicando $\beta^2 - \omega^2$ se encuentran tres tipos de amortiguamiento:

$\beta^2 - \omega^2 > 0$ → SUPERCRÍTICO: la estructura NO VIBRA

$\beta^2 - \omega^2 = 0$ → CRÍTICO: caso límite $\beta = \omega \rightarrow c_r = 2\omega m$

$\beta^2 - \omega^2 < 0$ → SUBCRÍTICO: la estructura VIBRA con amplitud decreciente

Este es el caso más frecuente en ingeniería civil, por lo que enfatizaremos su estudio. Para este caso (subcrítico), la cantidad $(\beta^2 - \omega^2)$ es negativa, lo que hace que (3.16) tenga raíces complejas:

$$r_{1,2} = -\beta \pm i\omega\sqrt{1 - \xi^2} = 0 \quad (3.17)$$

Con: $i = \sqrt{-1}$

Llamando frecuencia de vibración amortiguada a:

$$\omega_d = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.18)$$

Se obtiene:

$$r_{1,2} = -\beta \pm i\omega_d \quad (3.19)$$

$$r_{1,2} = -\xi\omega \pm i\omega_d \quad (3.20)$$

En las ecuaciones anteriores aparece la magnitud

$$\xi = \frac{z}{c_r} = \frac{2\beta m}{2\omega m} \quad (3.21)$$

Conocida como fracción de amortiguamiento crítico (en estructuras corrientes $0.02 < \xi < 0.06$), también:

$$\xi = \frac{\beta}{\omega} \quad \text{O} \quad \xi = \frac{c}{2\omega m}$$

Volviendo a la resolución de la ecuación de movimiento (3.12), escribimos la solución general en la forma:

$$x = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} \quad (3.22)$$

Sustituyendo r_1 y r_2 por la expresión 3.20, se obtiene

$$x = A e^{-\xi \omega t} \sin(\omega_d t + \Psi) \quad (3.23)$$

Las constantes A y Ψ se obtienen de las condiciones iniciales del problema.

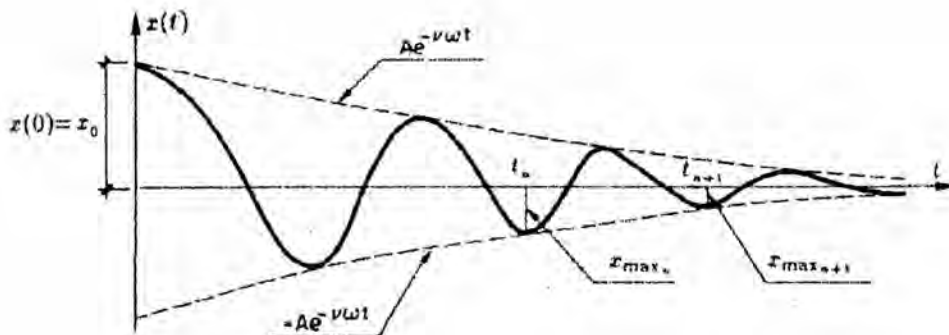


Fig. 3.3 - Vibraciones libres amortiguadas / 1 GLD

La evaluación del amortiguamiento en una estructura es un problema esencial en la dinámica estructural.

El origen de las fuerzas de amortiguamiento se debe a diferentes causas:

- *Rozamiento entre superficies de deslizamiento*, en donde la fuerza de amortiguamiento es proporcional a la fuerza normal y al coeficiente de rozamiento (hipótesis de Coulomb)
- *Amortiguamiento debido a fuerzas aero o hidrodinámicas*
- *Debido a fricción interna del material de la estructura*

Generalmente, en el cálculo dinámico de estructuras, se utiliza un modelo de gran simplicidad que caracteriza el amortiguamiento de toda la estructura. Este modelo denominado de amortiguamiento viscoso se debe a Kelvin-Voigt y es proporcional a la velocidad.

$$F_a = -c\dot{x}$$

Los reglamentos brindan los coeficientes de amortiguamiento para cada tipo de estructura, pero puede obtenerse en forma experimental y con un método relativamente simple:

Determinación práctica de ξ

Para amortiguamientos bajos (del orden del 10% de crítico) la relación entre dos picos sucesivos puede aproximarse:

$$\frac{x_{max}(n)}{x_{max}(n+1)} = \frac{Ae^{-\xi\omega t_n} \sin(\omega_v t_n + \Psi)}{Ae^{-\xi\omega t_{n+1}} \sin(\omega_v t_{n+1} + \Psi)} \quad (3.24)$$

Pero $t_{n+1} = t_n + T_v$; con $T_v = 2\pi/\omega_v$

$$\therefore t_{n+1} = t_n + \frac{2\pi}{\omega_v}$$

Entonces:

$$\frac{x_{max}(n)}{x_{max}(n+1)} = \frac{Ae^{-\xi\omega t_n} \sin(\omega_v t_n + \Psi)}{e^{-\xi\omega(t_n + 2\pi/\omega_v)} \sin(\omega_v t_n + \omega_v \frac{2\pi}{\omega_v} + \Psi)} \quad (3.25)$$

$$\frac{x_{max}(n)}{x_{max}(n+1)} = \frac{1}{e^{-\xi 2\pi\omega/\omega_v}} \quad (3.26)$$

Tomando logaritmo natural:

$$\ln \left[\frac{x_{max}(n)}{x_{max}(n+1)} \right] = \ln \left[e^{\xi 2\pi\omega/\omega_v} \right] \quad (3.27)$$

Notar que para amortiguamientos del orden de

$$\xi = 0,1 \rightarrow \omega_v = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\omega_v = \omega \cdot 0,995 \rightarrow \omega_v \approx \omega$$

Entonces

$$\ln \left[\frac{x_{max}(n)}{x_{max}(n+1)} \right] = 2\pi\xi \quad (3.28)$$

Para el caso de lecturas separadas por N ciclos:

$$\xi = \frac{\ln[x_{max}(n)/x_{max}(n+N)]}{2\pi N} \quad (3.29)$$

3.3 Excitación periódica

En la figura 3-4 pueden observarse diversas funciones de carga. De éstas, nos interesan por ahora, las periódicas y más particularmente las excitaciones armónicas ya que mediante series de Fourier cualquier excitación periódica puede llevarse a una suma de armónicas simples.

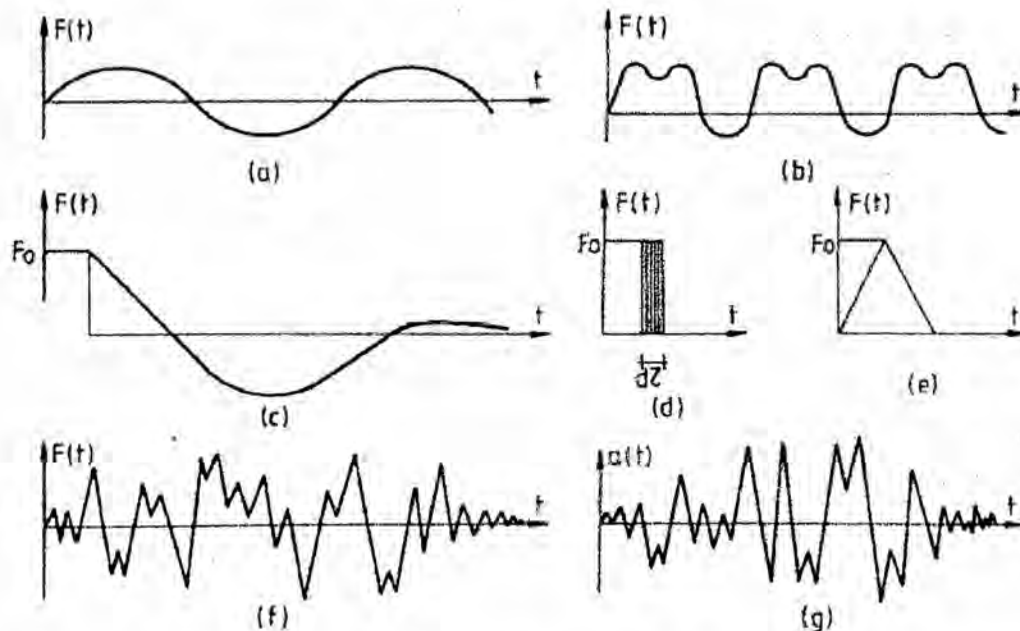


Fig. 3.4 - Tipos de cargas dinámicas. (a) armónica; (b) periódicas; (c) cuasiperiódicas; (d), (e) fuerzas impulsivas; (f) carga dinámica general; (g) aceleración sísmica del terreno.

Excitación armónica

Si la carga es de tipo:

$$P = P_0 \sin(\Omega t)$$

Entonces, la ecuación de movimiento será:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_0 \sin(\Omega t) \quad (3.30)$$

Ω : Frecuencia de la excitación, la (3.30) puede escribirse también:

$$2\xi\omega\ddot{x} + \omega^2\dot{x} + kx = \frac{P_0}{m} \sin(\Omega t) \quad (3.31)$$

La solución general de esta ecuación viene dada por

$$x_g = x_h + x_p \quad (3.32)$$

$$x_h = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} \quad (3.22)$$

Es la solución de la ecuación diferencial homogénea.

$$x_h = c_1 e^{-\xi\omega t} e^{i\omega_v t} + c_2 e^{-\xi\omega t} e^{-i\omega_v t} \quad (3.33)$$

Utilizando matemática para números complejos, esta última ecuación puede escribirse:

$$x_h = e^{-\xi\omega t} (c_1' \sin \omega_v t + c_2' \cos \omega_v t) \quad (3.34)$$

x_p en la (3.32) es la solución particular y lleva la forma

$$x_p = A \sin \Omega t + B \cos \Omega t \quad (3.35)$$

Derivando y reemplazando en (3.30) se obtienen las constantes A y B:

Denotando
$$\gamma = \frac{\Omega}{\omega} \quad (3.36)$$

$$A = \frac{P_0}{k} \cdot \frac{1-\gamma^2}{(1-\gamma^2)^2 + (2\xi\gamma)^2} \quad (3.37)$$

$$B = \frac{P_0}{k} \cdot \frac{-2\xi\gamma}{(1-\gamma^2)^2 + (2\xi\gamma)^2} \quad (3.38)$$

Condiciones iniciales

Para el caso en que $x(0) = x_0$; $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$

Pueden calcularse las partes correspondientes a la solución particular (para $t = 0$)

$$x_{p(0)} = \frac{P_0}{k} \cdot \frac{-2\xi\gamma}{(1-\gamma^2)^2 + (2\xi\gamma)^2} \quad (3.39)$$

$$\dot{x}_{p(0)} = \frac{P_0}{k} \cdot \frac{\Omega(1-\gamma^2)}{(1-\gamma^2)^2 + (2\xi\gamma)^2} \quad (3.40)$$

Basados en éstas y en (3.32) y (3.34) podemos plantear las siguientes ecuaciones:

$$c_1' = \frac{1}{\omega_p} [x_0 + \xi\omega x_0 - x_{p0} - \xi\omega x_{p0}] \quad (3.43)$$

$$c_2' = x_0 - x_{p0} \quad (3.44)$$

Forma de operar:

- 1- Se calculan x_{p0} y \dot{x}_{p0} con las 3.39 y 3.40
- 2- Se computan c_1' y c_2' con las 3.43 y 3.44
- 3- Se reemplaza todo en 3.32 y se tiene la respuesta en desplazamientos
- 4- Para obtener velocidades y aceleraciones se deriva la 3.32

Nota: la parte de la solución correspondiente a la ecuación homogénea incluye el coeficiente $e^{-\xi\omega t}$ que es una función decreciente con el tiempo.

La estructura sigue vibrando con una frecuencia prácticamente igual a la de la excitación. Esta parte de la solución se denomina respuesta en *régimen*.

4. COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS BAJO CONDICIONES DINÁMICAS CON MÚLTIPLES GRADOS DE LIBERTAD

4.1 Ecuaciones de movimiento y equilibrio dinámico

Como se vio en el Capítulo 2 un modelo estructural dinámico esta dado por

- discretización espacial (por ej. masas concentradas)
- discretización temporal (por ej. Newmark)

En el Capítulo 3 se estudio el modelo discreto más sencillo (1 GLD) mientras que en la UT2 se plantearon (sin resolver) las ecuaciones de equilibrio dinámico para sistemas de múltiples GLD, utilizando el principio de D'Alembert.

En general, el sistema de ecuaciones diferenciales es del tipo

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = F(t) \quad (4.1)$$

En particular, para el caso sísmico:

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = M \{J a\} \quad (4.2)$$

Recordar que J es un vector con 1 en la posición del GLD en el que actúa la aceleración de apoyo $a(t)$.

a) Vibraciones libres

Características dinámicas

El sistema que gobierna las vibraciones libres en un sistema de múltiples GLD es:

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = 0 \quad (4.3)$$



Como ya se vio, el cambio de frecuencia propia debido a considerar o no el amortiguamiento, no es relevante para estructuras civiles corrientes, por lo que seguiremos el análisis con el sistema simplificado:

$$M\ddot{D} + KD = 0 \quad (4.4)$$

Una solución a este sistema puede ser de la forma

$$D = A \operatorname{sen}(\omega t + \Psi) \quad (4.5)$$

A: vector que contiene las amplitudes de las vibraciones

Ψ : ángulo de fase

$$\ddot{D}(t) = -\omega^2 A \operatorname{sen}(\omega t + \Psi) \quad (4.6)$$

Reemplazada en (4.4) queda:

$$\begin{aligned} -M\omega^2 A \operatorname{sen}(\omega t + \Psi) + KA \operatorname{sen}(\omega t + \Psi) &= 0 \\ \{K - \omega^2 M\} A \operatorname{sen}(\omega t + \Psi) &= 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Para que haya vibraciones, $\omega \neq 0$, por lo que

$$\operatorname{sen}(\omega t + \Psi) \neq 0$$

y puede eliminarse de (4.7), quedando finalmente

$$\{K - \omega^2 M\} A = 0 \quad (4.8)$$

Nos interesan las soluciones de A distintas de la trivial. La ecuación (su resolución) 4.8 representa un problema de auto vector y auto valores, en donde:

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (4.9)$$

Este determinante puede desarrollarse en la forma polinómica:

$$\omega^{2n} + \alpha_1 \omega^{2n-2} + \alpha_2 \omega^{2n-4} + \dots + \alpha_{n-1} \omega^2 + \alpha_n = 0 \quad (4.10)$$

Obteniéndose la ecuación característica.

Cuando K y M son definidas positivas (caso usual en estructuras civiles), de la ecuación característica se obtienen "n" soluciones positivas ω_i^2 y en consecuencia "n" valores ω_i , siendo "n" el número de GLD de la estructura.

Los valores ω_i se denominan "frecuencias propias" o "pulsaciones" de la estructura y los "n" periodos propios se calculan

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \quad i=1, \dots, n \quad (4.11)$$

Siendo T1 el período correspondiente ω_1 , que es la frecuencia de menor valor, éste se denomina "período fundamental" del sistema. Reemplazando cada ω_i en la (4.8) se obtiene el correspondiente A_i que se denomina vector de "forma" modal o simplemente "modo".

Este vector "modo" contiene la forma que tomara la estructura en cada vibración. Para cada frecuencia vibratoria, la forma modal será diferente. Es importante notar que (4.8) se cumple para cualquier múltiplo de A_i , por lo tanto inferimos que no interesa la magnitud de las componentes de A_i sino la relación existente entre ellas. Por esto es conveniente "normalizar" los distintos A_i .

b) Normalización de los modos

1. Por la máxima componente

Dado

$$A_i = \begin{bmatrix} a_{i1} \\ \vdots \\ a_{im\acute{a}x} \\ \vdots \\ a_{in} \end{bmatrix}$$

puede dividirse
cada elemento por
el $a_{im\acute{a}x}$

$$\varphi_i = \frac{A_i}{a_{i\text{máx}}} \quad (4.12) \quad \varphi_i = \begin{bmatrix} \varphi_{i1} \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ \varphi_{in} \end{bmatrix} \text{ modo } i \text{ normalizado}$$

2. Según la matriz de masas

$$\varphi_i = A_i (M_i^*)^{-1/2} \quad (4.13)$$

Con

$$M_i^* = A_i^T [M] A_i \quad (4.14)$$

Esta normalización permite asegurar la condición

$$\varphi_i^T [M] \varphi_i = 1 \quad (4.15)$$

Expresión que será de suma importancia más adelante.

4.2 Obtención de los grados de libertad dinámicos

No siempre todos los grados de libertad estáticos que definen el comportamiento de la estructura tienen asociada "masa", es decir que no son necesarios en el análisis dinámico. Por ejemplo los pórticos de las figuras 2-15 (f) y (h) que son analizados con modelos dinámicos de menor orden que los respectivos estáticos (GLE). Lo mismo se ve en la figura 2-16. La forma más simple de reducir en número de grados de libertad sin perder precisión es mediante la:

4.3 Condensación estática de la matriz de rigidez

Dada una estructura y su modelo estático puede subdividirse la matriz de rigidez (así como el vector desplazamientos) de manera de separar las ecuaciones que tienen asociada masa (GLD) y las que no la tienen (GLE).

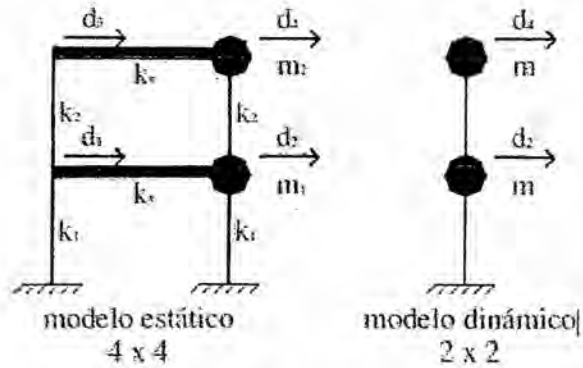


Fig. 4.1 - Condensación estática

Para el ejemplo de la figura 4-1, tenemos que, observando el vector desplazamientos estáticos podemos determinar que parte queremos eliminar y cuales grados de libertad deseamos conservar como GLD.

$$D_s = \begin{bmatrix} D \\ D_e \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} D : \text{vector con los GLD} \\ D_e : \text{grados de libertad a eliminar} \end{array}$$

$$K_s D_s = F_s \quad (4.1)$$

El sistema de ecuaciones estático puede escribirse

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ D_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ F_e \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Como F_e representa las fuerzas en los grados de libertad a eliminar

$$F_e = 0 \quad (4.17)$$

La segunda ecuación (vectorial) de (4.16) puede, entonces, expresarse como

$$K_{21} D + K_{22} D_e = 0 \quad (4.18)$$

De donde

$$D_e = -K_{22}^{-1} K_{21} D \quad (4.19)$$

Desarrollando ahora la primera ecuación de (4.16) tendremos

$$K_{11}D - K_{12} \{K_{22}^{-1}K_{21}D\} = F \quad (4.20)$$

Reordenando

$$\{K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21}\}D = F \quad (4.21)$$

$$K D = F \quad (4.22)$$

Donde K es la matriz de rigidez condensada y vale

$$K = K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21} \quad (4.23)$$

Finalmente el sistema dinámico de la fig. 4-1 estará representado matemáticamente por:

$$\underset{2 \times 2}{K} D + \underset{2 \times 2}{M} \ddot{D} = 0$$

$$D = \begin{Bmatrix} d_2 \\ d_4 \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

Otra forma de obtener la matriz de rigidez del modelo dinámico es invirtiendo la matriz de flexibilidad de los GLE que tienen asociada masa.

Este método, si bien menos formal, puede ser de más sencilla aplicación para procedimientos manuales. Para nuestro ejemplo:

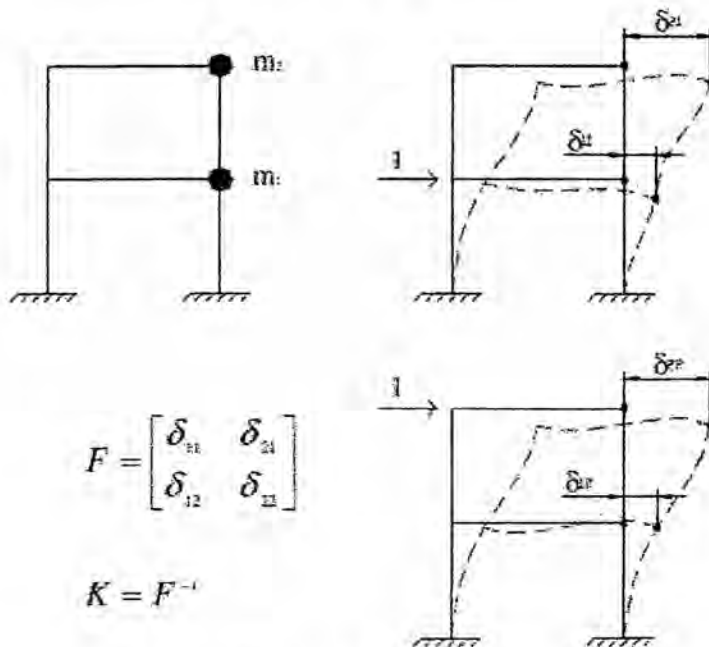


Fig. 4-2 - Obtención de K mediante F^{-1}

[Handwritten signature]

4.4 Matriz de amortiguamiento

Dado el sistema

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = F(t) \quad (4.1)$$

Solo nos resta conocer (para encarar la resolución) la matriz C, puesto que en el apartado anterior se mostraron dos maneras de obtener K y sabemos (porque usamos un modelo discreto de masas concentradas) que:

$$M = \begin{bmatrix} m_2 & & \dots & 0 \\ & \ddots & & \\ \vdots & & m_i & \vdots \\ 0 & & \dots & m_n \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Conviene definir matrices de amortiguamiento ortogonales, pero para esto debemos, primero incursionar un poco en las condiciones de ortogonalidad de los modos propios.

Condiciones de ortogonalidad

Las frecuencias y modos propios pueden ordenarse en matrices denominadas espectrales y modales, que son, respectivamente:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega_N \end{bmatrix}; \Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n] \quad (4.26)$$

Puede demostrarse (ver ref. [1], [2], [3], [4]) que

$$\boxed{\varphi_i^T \varphi_j = 0} \quad i \neq j \quad (4.27)$$

Esta condición para los modos puede extenderse a

$$\varphi_i^T M \varphi_j = 0 \quad i \neq j \quad (4.28)$$

$$\varphi_i^T K \varphi_j = 0 \quad i \neq j \quad (4.29)$$

Si los vectores φ_i fueron normalizados según (4.13) las condiciones de ortogonalidad y normalización pueden expresarse como una única condición de ortonormalidad

$$\Phi^T M \Phi = I \quad (4.30)$$

$$\Phi^T K \Phi = K^* \quad (4.31)$$

Donde I es la matriz identidad y K^* es una matriz diagonal

$$K^* = \begin{bmatrix} k_1^* & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & k_i^* & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & k_n^* \end{bmatrix}; k_i^* = \varphi_i^T K \varphi_i \quad (4.32)$$

4.5 Matrices de amortiguamiento ortogonales

Una de las hipótesis para lograr una representación numérica del amortiguamiento de una estructura está dada por suponer que existe un mecanismo de disipación uniforme de energía.

En tal caso puede desarrollarse una matriz de amortiguamiento que cumpla las condiciones de ortogonalidad respecto a la matriz modal.

El "amortiguamiento proporcional" permite definir una matriz que sea proporcional a la de las masas, a la de rigidez o a ambas.

$$C = \alpha_1 M + \alpha_2 K \quad (4.33)$$

La condición de ortogonalidad:

$$\varphi_i^T C \varphi_j = 0 \quad i \neq j \quad (4.34)$$

$$\varphi_i^T C \varphi_i = 2\omega_i \xi_i \quad (4.35)$$

Los coeficientes α_1 y α_2 se calculan a partir de las ecuaciones anteriores (4.35) y (4.33)

$$\varphi_i^T [\alpha_1 M + \alpha_2 K] \varphi_i = 2\omega_i \xi_i \quad (4.36)$$

$$\alpha_1 \varphi_i^T M \varphi_i + \alpha_2 \varphi_i^T K \varphi_i = 2\omega_i \xi_i \quad (4.37)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 \varphi_i^2 = 2\omega_i \xi_i \quad (4.38)$$

Recordar que si la normalización de los autovectores φ_i fue hecha según (4.13) y (4.14) el producto

$$\varphi_i^T K \varphi_i = \omega_i^2 \quad (4.39)$$

Esto se debe a que la (4.8) puede expresarse para $A = \varphi_i$ y premultiplicarse por

φ_i^T

$$\varphi_i^T [K - \omega_i^2 M] \varphi_i = 0 \quad (4.40)$$

$$\varphi_i^T K \varphi_i - \omega_i^2 \underbrace{\varphi_i^T M \varphi_i}_1 = 0 \quad (4.41)$$

4.6 Determinación práctica de modos y frecuencias

Este es, por sí mismo, uno de los problemas más complejos de la dinámica estructural. Generalmente no es necesaria la resolución de todas las frecuencias y sus modos, sino que solo interesan las primeras "q" que representan las posibilidades ciertas de vibrar pues necesitan menos energía de excitación.

Cuando el problema es de pocos GLD es posible resolver el determinante de (4.9) o (4.10) obteniéndose las "n" ω_i y luego los "n" φ_i donde "n" es el número de GLD. Para problemas con muchos GLD se utilizan técnicas numéricas (aproximadas) para obtener los primeros "q" pares de $(\omega_i; \varphi_i)$. En la mayoría de los casos prácticos de ingeniería $q \ll n$.

En las referencias bibliográficas pueden encontrarse descripciones detalladas de varios métodos. Nosotros desarrollaremos solo uno que es relativamente simple y preciso.

a) Método de Stodola-Vianello

Partiendo de la (4.8) y recordando que se cumple para cualquier múltiplo del autovector podemos escribir

$$KA - \omega^2 MA = 0 \quad (4.42)$$

$$KA = \omega^2 MA \quad (4.43)$$

Suponiendo un vector inicial A^0 conocido (cercano a A)

$$KA^1 = \omega^2 MA^0 \quad (4.44)$$

$$A^1 \approx K^{-1} MA^0 \quad (4.45)$$

que lleva a la fórmula de recurrencia

$$A^{i+1} \approx K^{-1} MA^i \quad (4.46)$$

Nota: una descripción detallada de este método puede encontrarse en [4], parte 11.2 "Vector Iteration Methods", así como prueba de la convergencia del método.

Procedimiento de cálculo

1- Se propone un vector A^0 inicial. Conviene que los valores correspondan a una deformada suave, no obstante esto solo acelera la convergencia.

2- Se calcula

$$A^1 = K^{-1} MA^0 \quad (4.47)$$

3- Se normaliza A^1

$$\bar{A}^1 = A^1 \{A^{1T} MA^1\}^{-1/2} \quad (4.48)$$

$$i = 1$$

4- Se mejora la solución

$$A^{i+1} = K^{-1} M \bar{A}^i \quad (4.49)$$

5- Se normaliza la nueva solución

$$\bar{A}^{i+1} = A^{i+1} \{A^{i+1T} MA^{i+1}\}^{-1/2} \quad (4.50)$$

6- Se calcula la frecuencia correspondiente

$$\omega^{i+1} = \left(\frac{\overline{A^{i+1}}^T K A^{i+1}}{\overline{A^{i+1}}^T M A^{i+1}} \right)^{1/2} \quad (4.51)$$

7- Se controla la convergencia

$$\left| \frac{\omega^{i+1} - \omega^i}{\omega^{i+1}} \right| \leq \text{TOL} \quad \text{NO} \quad \text{se vuelve al paso 4} \quad (4.52)$$

$$\varphi_1 = \overline{A^{i+1}} ; \quad \omega_1 = \omega^{i+1} \quad (4.53)$$

Se obtuvo el primer autovalor y su correspondiente autovector.

Siempre: $i \rightarrow \infty$; $\overline{A^i} \rightarrow \varphi_1$; $\omega^i \rightarrow \omega_1$

Obtención de modos y frecuencias superiores

El procedimiento es el mismo que para el modo 1, solamente debemos garantizar que el vector de "arranque" sea ortogonal a φ_1

Se supone que un vector inicial

$$A_2^0 = \sum_{j=1}^n q_j \varphi_j \quad (4.54)$$

que para hacerlo ortogonal a φ_1 le "restamos" la componente $q_1 \varphi_1$

$$A_2^{*0} = A_2^0 - q_1 \varphi_1 \quad (4.55)$$

Para determinar q_1 , premultiplicamos la (4.54) por $[\varphi_1^T M]$ y aplicando las propiedades de ortogonalidad nos queda

$$[\varphi_1^T M] A_2^0 = [\varphi_1^T M] \sum_{j=1}^n q_j \varphi_j \quad (4.56)$$

$$q_1 = \frac{\varphi_1^T M A_2^0}{\varphi_1^T M \varphi_1} \quad (4.57)$$

y en general

$$q_i = \frac{\varphi_1^T M A_{i+1}^0}{\varphi_1^T M \varphi_1} \quad (4.58)$$

y para los vectores de arranque (ortogonales a los previamente calculados)

$$A_i^{*0} = A_i^0 - \sum_{j=1}^{i-1} q_j \varphi_j \quad (4.59)$$

Procedimiento:

1. Se estima A_o^{ok}
2. Se calcula q_i con (4.58)
3. Se calcula A_i^{*ok} con (4.59)
4. Se sigue con el método de Stodola propiamente dicho

b) Resolución de las ecuaciones de movimiento en estructuras con múltiples GLD

1. Descomposición y superposición modal

Si bien desarrollaremos el método para el caso sísmico, todo lo expuesto es válido para el caso general.

La ecuación que gobierna el comportamiento de una estructura de múltiples GLD es la

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = -M \{J\alpha\} \quad (4.2)$$

Las vibraciones libres no amortiguadas se estudian mediante

$$M\ddot{D} + KD = 0 \quad (4.4)$$

al cual, según lo expuesto en puntos anteriores, le corresponden "n" pares de frecuencias y "modos" que son solución del sistema de ecuaciones algebraicas

$$[K - \omega^2 M] \varphi = 0 \quad (4.8)$$



Recordemos que los autovectores ϕ_j son ortogonales respecto a las matrices de masa y rigidez. Es por esto que pueden formar una base completa para el espacio de los desplazamientos estructurales, es decir, es posible escribir

$$D = \sum_{i=1}^n \phi_i y_i(t) \quad (4.60)$$

Donde $y_i(t)$ es un escalar función del tiempo a determinar, llamado "respuesta generalizada".

Sustituyendo (4.60) en (4.2) obtenemos

$$M \sum_{i=1}^n \phi_i \ddot{y}_i(t) + C \sum_{i=1}^n \phi_i \dot{y}_i(t) + K \sum_{i=1}^n \phi_i y_i(t) = -MJa \quad (4.61)$$

Premultiplicando (4.61) por un ϕ_j^T cualquiera, se cumple que:

$$\phi_j^T M \sum_{i=1}^n \phi_i = \phi_j^T M \phi_j = M_j^* \quad (4.62)$$

$$\phi_j^T K \sum_{i=1}^n \phi_i = \phi_j^T K \phi_j = K_j^* \quad (4.63)$$

Y si, como es habitual, se está frente a matrices de amortiguamiento proporcionales y ortogonales (ver punto 4.4)

$$\phi_j^T C \sum_{i=1}^n \phi_i = \phi_j^T C \phi_j = C_j^* \quad (4.64)$$

Entonces la (4.61) premultiplicada por un ϕ_j^T cualquiera queda como una ecuación de 1 GLD

$$M_j^* \ddot{y}_j(t) + C_j^* \dot{y}_j(t) + K_j^* y_j(t) = -\phi_j^T MJa(t) \quad (4.65)$$

Recordando que:

$$\phi_j^T C \phi_j = C_j^* = 2\omega_j \xi_j \quad (4.35)$$

$$\phi_j^T K \phi_j = K_j^* = \omega_j^2 \quad (4.39)$$

Y dividiendo ambos miembros por $M_j^* = \varphi_j^T M \varphi_j$

$$\ddot{y}_j(t) + 2\xi_j \omega_j \dot{y}_j(t) + \omega_j^2 y_j(t) = \frac{\varphi_j^T M J a(t)}{\varphi_j^T M \varphi_j} \quad (4.66)$$

Al valor

$$Q_j = \frac{\varphi_j^T M J}{\varphi_j^T M \varphi_j} \quad (4.67)$$

Se lo denomina "coeficiente de participación modal".

Finalmente, el sistema (4.2), al ser "proyectado" según la base formada por la matriz modal $\Phi = [\varphi_1, \dots, \varphi_n]$, queda en "n" ecuaciones diferenciales de 1 GLD, del tipo:

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = -Q_i a(t) \quad (4.68)$$

Esta ecuación puede resolverse con cualquiera de los métodos vistos en la UT3. Una vez obtenidos los "n" $y_i(t)$, puede obtenerse la solución estructural mediante (4.60).

En general, los modos bajos son los que contienen menos energía elástica de deformación y por ende los que más contribuyen a la respuesta estructural.

Usualmente

$$D(t) = \sum_{i=1}^q \varphi_i y_i(t) \quad ; \quad q < n \quad (4.69)$$

Procedimiento de cálculo

- 1- Se determinan los "q" primeros modos y frecuencias
- 2- Se resuelven las "q" ecuaciones (4.68) $i=1, \dots, q$
- 3- Se obtiene la historia en el tiempo según (4.69) y sus derivadas
- 4- Se obtienen las fuerzas elásticas, de inercia y de amortiguamiento para cada instante

2. Integración directa de las ecuaciones de movimiento

Como su nombre lo indica, este método no requiere ninguna transformación previa de las ecuaciones de movimiento. Consiste, básicamente en obtener la solución en una cierta cantidad (discreta) de pasos de tiempo. Es por esto que también es llamada integración "paso a paso".

Como ya adelantamos, existen numerosas variantes y algoritmos para la integración numérica de las ecuaciones de movimiento, pero nuestros desarrollos estarán dados en el método de Newmark.

En esencia es igual al planteo dado en el Capítulo 3, solo que en vez de tratarse de una ecuación de 1 GLD se trata de un sistema de "n" GLD.

Procedimiento de cálculo

A) Iniciales

1. Ensamblar las matrices M, C y K
2. Inicializar D_0, \dot{D}_0 y \ddot{D}_0
3. Seleccionar el paso de tiempo y los parámetros γ y β

$$\Delta t \leq T_{\min} / 10 \quad ; \quad \gamma = 0,5 \quad ; \quad \beta = 0,25$$

4. Calcular las constantes a_0, \dots, a_7
5. Formar la matriz de rigidez efectiva:

$$\bar{K} = K + a_0 M + a_1 C \quad (4.70)$$

B) Para cada paso de tiempo

1. Formar el término de "carga efectiva" en $t + \Delta t$ (*1)

$$\begin{aligned} \hat{r}_{i+1} = & \bar{F}_{i+1} + M(a_0 D_i + a_2 \dot{D}_i + a_3 \ddot{D}_i) \\ & + C(a_1 D_i + a_4 \dot{D}_i + a_5 \ddot{D}_i) \end{aligned} \quad (4.71)$$

2. Resolver el desplazamiento en $t + \Delta t$

$$\bar{K} D_{i+1} = \hat{r}_{i+1} \quad (4.72)$$

*1: el término $\bar{F}_{i+1} = \bar{F}_i + \{-MJa(t)\}$ se refiere a fuerzas generalizadas

3. Calcular aceleraciones y velocidades en $t + \Delta t$

$$\ddot{D}_{i+1} = a_0 (D_{i+1} - D_i) - a_2 \dot{D}_i - a_3 \ddot{D}_i \quad (4.73)$$

$$\dot{D}_{i+1} = \dot{D}_i - a_6 \ddot{D}_i + a_2 \ddot{D}_{i+1} \quad (4.74)$$

Notar que para cada paso de tiempo se debe resolver el sistema (4.72) lo que puede hacer excesivo el costo de cálculo y almacenamiento.

3. Respuesta máxima utilizando espectros de respuesta

Las ecuaciones desacopladas (4.68) pueden resolverse utilizando los espectros de respuesta: la máxima aceleración será

$$|\ddot{y}_i(t)|_{m\acute{a}x} = Q_i(S_a)_i \quad (4.75)$$

Entonces, el máximo desplazamiento es

$$|y_i(t)|_{m\acute{a}x} = \frac{Q_i}{\omega_i^2}(S_a)_i \quad (4.76)$$

Podemos, entonces calcular los máximos desplazamientos (en todos los GLD) para el modo "j":

$$D_{m\acute{a}x}^j = \varphi |y_i(t)|_{m\acute{a}x} = \varphi_j \frac{Q_i}{\omega_j^2}(S_a)_i \quad (4.77)$$

$$D_{m\acute{a}x}^j = A_j \frac{(S_a)_i}{\omega_j^2} \quad (4.78)$$

Donde A_j es el vector de coeficientes de participación modal correspondientes al modo de vibración "j". Puesto que el máximo en cada grado de libertad no se produce en el mismo instante, la respuesta total máxima no es la suma de los máximos de cada modo!!

$$D_{m\acute{a}x}^j \neq \sum_{i=1}^q D_{m\acute{a}x}^i \quad (4.79)$$

Una forma muy utilizada (y precisa) de evaluar la respuesta máxima (desplazamientos, velocidades, aceleraciones y esfuerzos) como combinación de los máximos modales es:

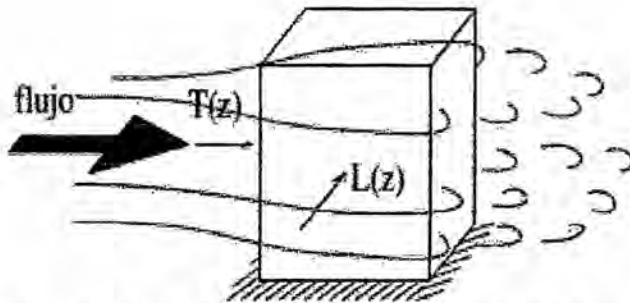
$$R_{m\acute{a}x} = \sqrt{\sum_{j=1}^q (R_{m\acute{a}x}^j)^2} \quad (4.80)$$

denominada SRSS.



5. EFECTOS DINÁMICOS DEL VIENTO SOBRE ESTRUCTURAS

5.1 Generalidades



$T(z)$: fuerza aerodinámica de empuje, paralela a la dirección del flujo

$L(z)$: fuerza aerodinámica de deriva, perpendicular a la dirección del flujo

Generalmente son dominantes las fuerzas de empuje, pero para ciertas estructuras:

- bajo amortiguamiento
- acusada flexibilidad (poca rigidez)
- construcciones livianas (poca masa)

Las acciones perpendiculares de "deriva" pueden tener efectos significativos que deben ser contemplados en el análisis.

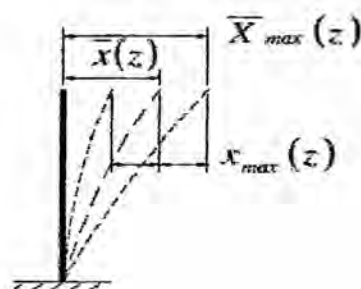
CIRSOC 102-1 \longrightarrow procedimientos simplificados

Validez:

- a) construcciones prismáticas o cuasiprismáticas
- b) primer modo dominante y de forma aproximadamente lineal
- c) periodo fundamental $T_1 > 1$ seg
- d) amortiguamiento $\alpha < 0,01$

5.2 Acciones paralelas a la dirección del viento

(Procedimiento basado en el "factor de ráfaga")



$$\bar{X}_{\max}(z) = \bar{x}(z) + x_{\max}(z)$$

$\bar{x}(z)$: desplazamiento medio

$x_{\max}(z)$: desplazamiento fluctuante debido a la turbulencia variable con el tiempo

Se define como factor de ráfaga

$$G(z) = 1 + \frac{x_{\max}(z)}{\bar{x}(z)}$$

entonces

$$\bar{X}_{\max}(z) = G(z) \cdot \bar{x}(z)$$

Hipótesis básicas para poder reemplazar la acción dinámica del viento turbulento por un procedimiento estático equivalente.

- Comportamiento elástico lineal de la estructura.
- El modo fundamental de vibración es una función lineal de la altura.
- La contribución de los modos superiores al primero en respuesta se considera despreciable, por lo que $G(z) = G = \text{cte}$.
- La velocidad media del viento es promediada sobre intervalos de una hora.
- La variación de la velocidad media del viento varía según

$$V(z) = V_0 \cdot \frac{\ln\left(\frac{z}{z_{0,i}}\right)}{\ln\left(\frac{10}{z_{0,i}}\right)} \cdot \left(\frac{z_{0,i}}{z_{0,1}}\right)^{0.0706}$$

V_0 : velocidad básica de diseño (m/seg)

$z_{0,i}$: parámetro que depende de la rugosidad i

$z_{0,1}$: $z_{0,i}$ para rugosidad 1 (referencia)

Procedimiento de cálculo

1) Presiones

La presión dinámica que incluye el efecto de la turbulencia del viento se determina mediante

$$q'_z = G \cdot c_z \cdot c_2 \cdot q_0$$

G : factor de ráfaga

c_z : variación por rugosidad y altura (art. 5.2.4.2, CIRSOC 102)

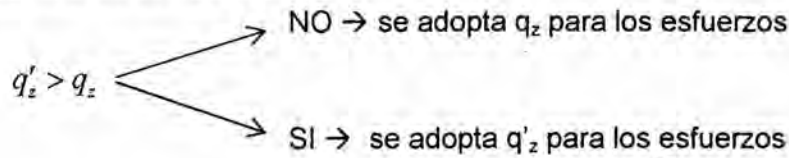
c_2 : factor por cambio de tiempo en velocidad media

(Tabla 3/pág. 20, CIRSOC 102-1)

q_0 : presión dinámica básica (art. 5.2.3, CIRSOC 102)

$G = 1 + 1,234 \cdot K \cdot \frac{\sqrt{B+r}}{J}$ → se calcula mediante tablas y ábacos que utilizan una serie de parámetros auxiliares

En cada nivel se comparará:



CIRSOC 102 → $q_z = c_z \cdot c_d \cdot q_0$

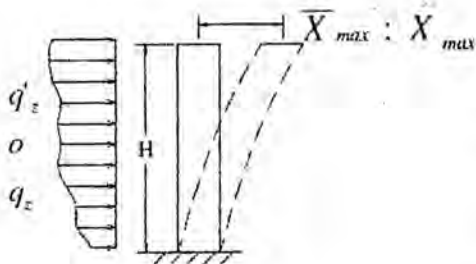
II) Aceleraciones

$\ddot{X}_{max}(z) = K \cdot \sigma_x(z)$ (Paralela al viento)

K → fig. 13, CIRSOC 102-1

$\sigma_x(z)$ → valor medio cuadrático de las aceleraciones (pág. 21)

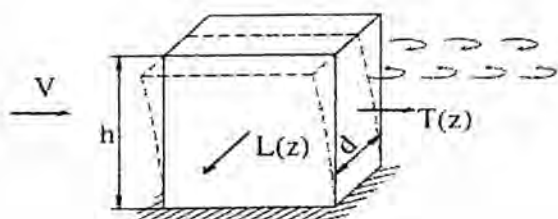
III) Verificaciones (paralelas al viento)



- a- Dimensionado estructural
- b- Verificación de confort con gráficos y tablas en función de X_{max} , \ddot{X}_{max} y T
- c- Verificación de deformaciones admisibles $\frac{H}{500} < X_{max} < \frac{H}{350}$

5.3 Acciones perpendiculares a la dirección del viento

I) Resonancia



torbellinos de Bèrnard–Karman

La velocidad crítica del viento que produce el fenómeno de resonancia es

$$V_{cr} = \frac{d}{S \cdot T}$$

d: ancho de la superficie maestra (puede ser variable)

$$S: \text{n}^\circ \text{ de Strouhal} \begin{cases} \text{cilindros} = 0,20 \\ \text{prismas} = 0,25 \text{ a } 0,30 \end{cases}$$

$$T: \text{período propio} \begin{cases} V_{cr} // \rightarrow T // \\ V_{cr} \perp T \perp \end{cases}$$

Si $V_{cr} > 25$ m/seg, entonces puede prescindirse del cálculo de la resonancia.

De lo contrario:

Fuerzas de deriva:

(a la velocidad crítica)

$$L(z) = \frac{0,08}{\xi} \cdot q_{cr} \cdot \frac{z}{h} \cdot d$$

ξ : fracción del amortiguamiento

-

$$q_{cr} = 0,000613 \cdot V_{cr}^2 \left[\frac{kN}{m^2} \right]$$

$$V_{cr} = V_{cr} \perp$$

Fuerzas de empuje:

se admite distribución uniforme

(a la velocidad crítica)

$$T(z) = t_z = 0,8 \cdot C_E \cdot G \cdot q_{cr} \cdot d$$

C_E : coeficiente global de empuje CIRSOC 102

G: factor de ráfaga correspondiente a V_{cr}

$q_{cr} \rightarrow$ con $V_{cr} //$

Las fuerzas $L(z)$ y T_z obtenidas para la velocidad crítica (correspondientes al periodo perpendicular y paralelo respectivamente) se suman de la siguiente manera:

$$F(z) = \sqrt{L(z)^2 + T_z^2}$$

y se debe comparar con las correspondientes obtenidas con q'_z o q_z dadas para la velocidad de diseño.

5.4 Criterios de confort en edificios que oscilan

El confort de los ocupantes de los edificios de gran altura que soportan la acción del viento es un tema de primordial importancia en el diseño.

La respuesta humana al movimiento oscilatorio de las construcciones abarca una extensa gama de reacciones, con efectos psicológicos y fisiológicos tales como mareos, ansiedad, molestias visuales o temor, llegando hasta náusea aguda.

Por el contrario, otras personas sienten placer por el movimiento y la experiencia poco usual de estar en una construcción que oscila. Adicionalmente, las oscilaciones excesivas producen fisuración de la tabiquería, rotura de vidrios de ventanas y caída de revestimientos, lo cual incide negativamente en el valor de una propiedad y su rentabilidad.

Sin embargo, un edificio resultaría demasiado costoso si se construye o equipa de modo que pueda soportar sin movimientos perceptibles una tormenta con vientos huracanados o un fuerte sismo.

En consecuencia, los movimientos son casi inevitables y el problema del diseño consiste en mantenerlos dentro de los límites aceptables para no perturbar el confort y el bienestar de los usuarios. Por otra parte, el costo del edificio no debe superar los valores normales de una aceptable economía.

Los factores que pueden producir vibraciones en un edificio son numerosos, tales como maquinaria en funcionamiento defectuoso, paso de vehículos pesados por el lugar, impactos en rampas, vientos fuertes, sismos, etc. los cuales pueden variar durante la vida de servicio de la estructura.

En general la aceleración es el parámetro predominante para determinar aproximadamente la naturaleza de la respuesta humana a las vibraciones. Las curvas de la fig. 5.3.1 grafican los límites de confort obtenidos del análisis de un gran número de edificios altos, indicando las máximas aceleraciones aceptables para diferentes frecuencias, dependiendo del uso o destino del edificio.

Los datos se obtuvieron para las aceleraciones pico de las más fuertes tormentas ocurridas durante un periodo de retorno de más de 5 años.

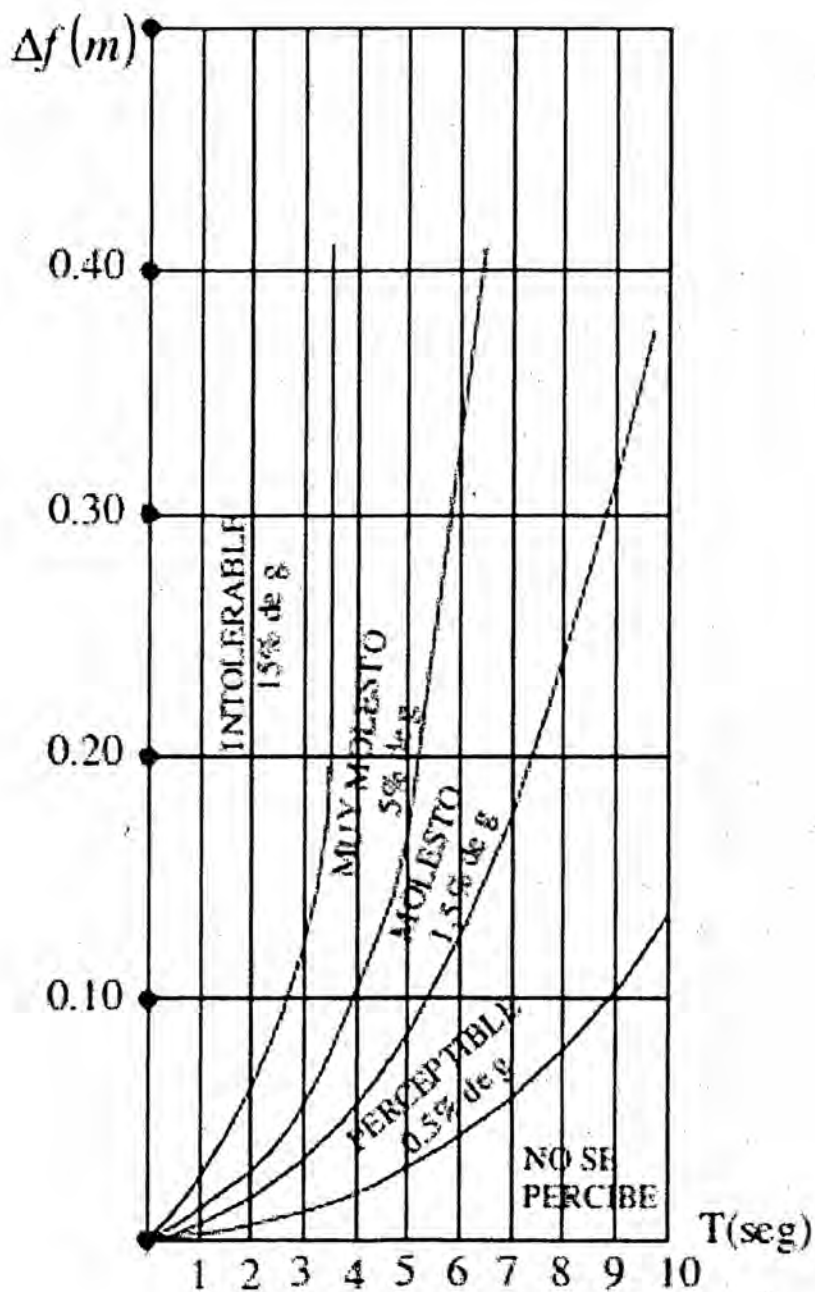


fig. 5.3.1

GRAFICA DE CONFORT

AMPLITUD DE OSCILACION EN FUNCION DEL PERIODO PARA DISTINTOS VALORES DE LA ACELERACION EN PORCENTAJE DE g

La tabla 5.3.1 a continuación da idea de la magnitud de las percepciones que se obtuvieron en experimentos realizados para diferentes niveles de aceleraciones (según KhanParmelec y según Chang).

<u>TABLA 5.3.1</u>	
<u>PERCEPCION HUMANA</u>	<u>ACELERACION \ddot{u} (m/seg²)</u>
(según Khan y Parmelec)	
No perceptible	$\ddot{u} \leq 0,004 \text{ g}$
Levemente perceptible	$0,004 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,0075 \text{ g}$
Perceptible	$0,0075 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,02 \text{ g}$
Molesta	$0,02 \text{ g} < \ddot{u}$
(según Chang)	
No perceptible	$\ddot{u} \leq 0,005 \text{ g}$
Perceptible	$0,005 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,015 \text{ g}$
Desagradable	$0,015 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,05 \text{ g}$
Muy desagradable	$0,05 \text{ g} < \ddot{u} \leq 0,15 \text{ g}$
Intolerable	$0,15 \text{ g} < \ddot{u}$

La sensación subjetiva y el comportamiento humano afectado por las diferentes aceleraciones se indica en la tabla 5.3.2 (según Yamada y Goto).

<u>TABLA 5.3.2</u>		
<u>NIVEL DE PERCEPCION HUMANA</u>		
<u>RANGO</u>	<u>ACELERACION</u> (m/seg ²)	<u>EFECTO</u>
1	0,05	La gente no percibe el movimiento.
2	0,05 – 0,10	Las personas sensibles perciben el movimiento. Los objetos colgantes pueden moverse algo.
3	0,10 – 0,25	La mayoría de las personas perciben el movimiento. La oscilación puede afectar el trabajo de oficina. La exposición de larga duración puede producir malestar.
4	0,25 – 0,40	El trabajo de oficina se vuelve difícil o casi imposible. Aun se puede caminar.
5	0,40 – 0,50	Se percibe fuertemente el movimiento. Hay dificultad para caminar normalmente. Las personas de pie pueden perder el equilibrio.
6	0,50 – 0,70	No se tolera el movimiento y no se puede caminar.
7 - 8	> 0,85	Los objetos caen y pueden lastimar a las personas.

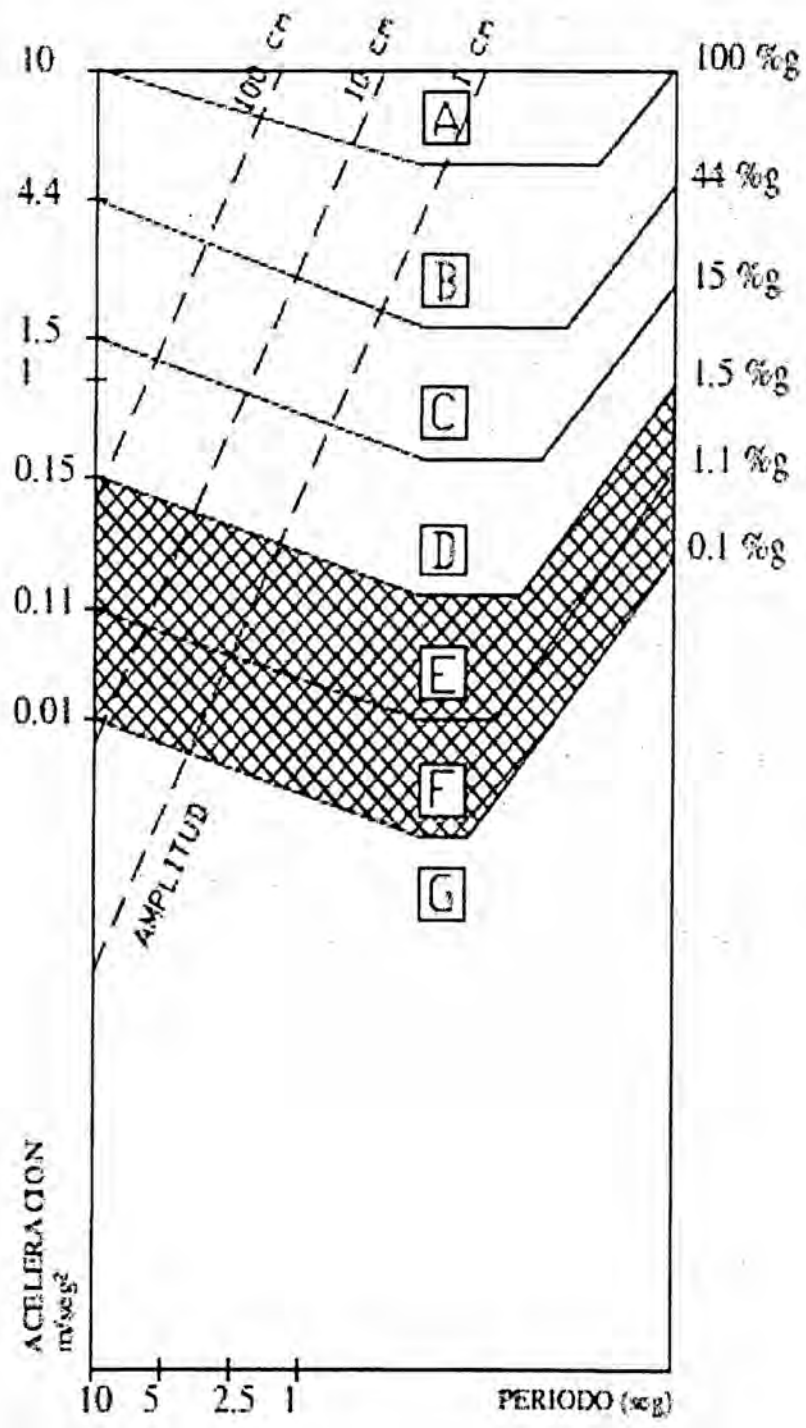


fig. 5.3.2

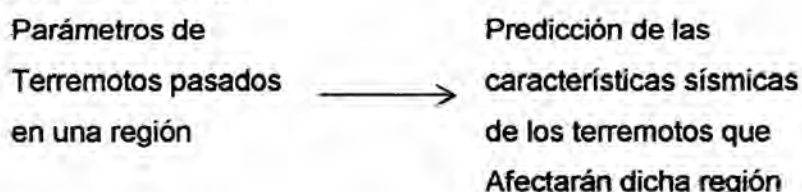
GRAFICA DE CONFORT
 INTERACCION DE LAS VARIABLES:
 PERIODO (T), AMPLITUD (Df) Y ACELERACION (x'')

6. CONSTRUCCIONES CON EFECTOS SÍSMICOS

6.1 Definición numérica de la acción sísmica

La definición correcta de la acción sísmica es un problema al que se le debe dar la mayor importancia en un análisis estructural sísmico.

La solución a este problema parte, generalmente, de los datos experimentales proporcionados por la sismología.



Tradicionalmente, la fuerza destructiva de un terremoto ha sido expresada en función de la aceleración máxima del terreno, pero se han observado daños moderados a aceleraciones muy altas.

Por lo tanto, se deben tener en cuenta otras características:

- intensidad, duración
- contenidos de frecuencias
- Secuencia de choques, etc.

6.2 Definición mediante espectros de respuesta

Es la forma más usual de definir una acción sísmica, dado que se obtienen descripciones de las características más importantes de la respuesta estructural sin la necesidad de disponer de una historia en el tiempo de la excitación y la respuesta.

Otra ventaja es que un espectro puede "modificarse" en base a las características del lugar de emplazamiento de la estructura, sin necesidad de conocer los detalles de la excitación.

Espectro
de respuesta

Representaciones gráficas de valores aproximados de la respuesta máxima de un sistema de 1 GLD lineal y elástico:

$$x + 2\xi\omega \cdot x + \omega^2 \cdot x = -a(t) \quad (3.49)$$

$$S_d(a, \omega, \xi) = \left| -\frac{1}{\omega} \cdot \int_0^t a(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \text{sen}\omega \cdot (t-\tau) \cdot d\tau \right|_{\max} \quad (3.52)$$

$$S_v(a, \omega, \xi) = \omega \cdot S_d(a, \omega, \xi) \quad (3.53)$$

Puede realizarse un análisis de las variaciones de los valores de las curvas S_d , S_v , S_a , en función de las características de la estructura.

Recordar que $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Para frecuencias propias altas (en comparación con la del movimiento del terreno), la (2.11) quedaría (despreciando los dos primeros términos):

$$\begin{cases} \omega^2 \cdot x \approx -a(t) \\ \therefore \text{si } \omega \rightarrow \infty; S_a \rightarrow a_{\max} \\ \text{muy rígidas} \end{cases} \quad (\text{copia la aceleración máxima del terreno})$$

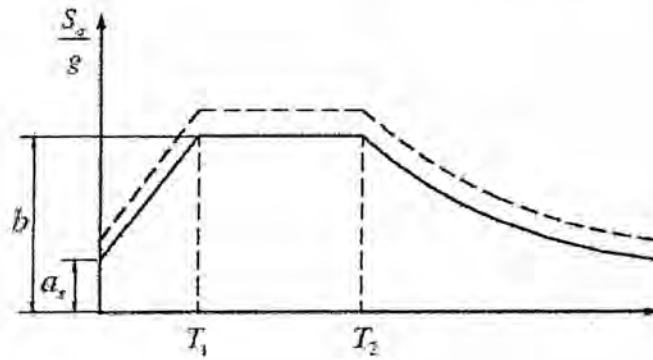
Para frecuencias bajas, por el contrario, la (2.11) queda:

$$\begin{cases} x \approx -a(t) \\ \text{si } \omega \rightarrow 0; S_a \rightarrow d_{\max} \\ \text{muy flexible} \end{cases} \quad (\text{copia la aceleración máxima del terreno})$$

Para frecuencias intermedias, se produce una amplificación del movimiento del terreno en su paso a través del filtro estructural.

$$\beta_a(\xi, T) = \frac{S_a}{a_{\max}}; \quad \beta_v(\xi, T) = \frac{S_v}{v_{\max}}; \quad \beta_d(\xi, T) = \frac{S_d}{d_{\max}} \quad (6.1)$$

Las condiciones locales del terreno, tales como grosor y propiedades de los estratos que se encuentran entre la roca firme y la estructura modifican los espectros de respuesta.



Para $x = 0,05$ (línea llena)

$$S_a = a_s + (b - a_s) \cdot \frac{T}{T_1}$$

$$S_a = b \quad T_1 < T \leq T_2$$

$$S_a = b \cdot \left(\frac{T}{T_2}\right)^{2/3} \quad T > T_2$$

a_s, b, T_1 y $T_2 \rightarrow$ tabla 4 $\rightarrow f(\text{zona sísmica suelo})$

Para casos con $0,005 \leq \xi \leq 0,05$ (línea a trazos)

$$S_a = b \cdot \left(\frac{T}{T_1}\right)^{2/3} \quad T < T_1$$

$$S_a = b \cdot \left(\frac{T}{T_1}\right)^{2/3} \quad T_1 < T \leq T_2$$

$$S_a = b \cdot \left(\frac{T}{T_1}\right)^{2/3} \quad T_2 < T$$

f_A : factor de amplificación por amortiguamiento

$$f_A = \sqrt{\frac{5}{\xi}} \quad (\text{expresado en \%})$$

6.3 Definición mediante acelerogramas

a) Acelerogramas reales

Basar un cálculo sísmico en uno o varios registros disponibles en una zona implica un alto riesgo de definición incorrecta de la acción.

b) Acelerogramas sintéticos

Tiene grandes ventajas respecto al anterior:

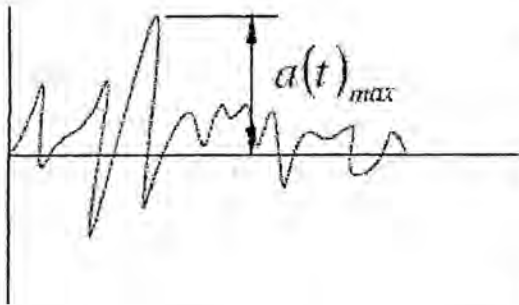
- posibilidad de generar señales de corta duración que tengan el mismo efecto en las estructuras que el del terremoto real que se quiere simular
⇒ economía computacional
- al estar generados en función de un espectro de diseño, se tiene en cuenta (aprox.) las condiciones locales del suelo

La generación de acelerogramas sintéticos requiere procedimientos matemáticos basados en procesos estocásticos y expansiones en series sinusoidales.

Existen muchos procedimientos y algoritmos que permiten generar acelerogramas sintéticos a partir de un espectro dado.

Los acelerogramas deben satisfacer:

a)

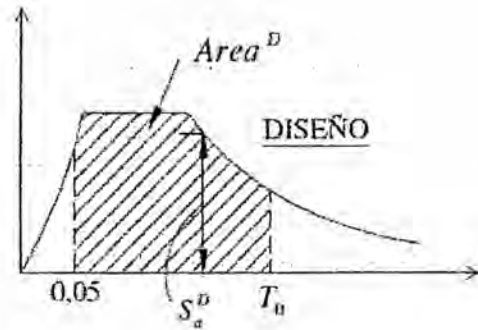
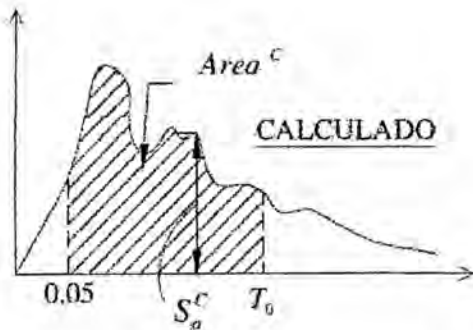


$$a(t)_{max} \geq a_s \cdot \gamma_d$$

a_s : ordenada al origen del espectro correspondiente

γ_d : factor de riesgo, art. 5.2

b) El espectro elástico (para $\xi = 0,05$) deberá cumplir:



$$Area^C \geq \gamma_d \cdot Area^D$$

$$S_a^C \geq 0,7 \cdot S_a^D \cdot \gamma_d$$

Para todos los puntos

Cantidad de acelerogramas a emplear:

- | | |
|-------------|--------------------------------|
| Grupo A y B | $n^\circ \geq 3$ acelerogramas |
| Grupo A0 | $n^\circ \geq 4$ acelerogramas |

Para diseño y verificaciones se promediarán las envolventes de solicitaciones y deformaciones obtenidas para cada acelerograma, pero en dicho promedio no se incluirán valores inferiores al 85% del máximo encontrado.

a) **Procedimientos con fuerzas estáticas equivalentes**

- Método estático
- Procedimiento aproximado

b) **Métodos dinámicos**

- Análisis modal espectral
- Superposición modal paso a paso
- Integración directa paso a paso

6.4 Métodos dinámicos INPRES – CIRSOC 103

a) **Análisis modal espectral**

- excitación sísmica traslacional
- materiales lineales y elásticos (según art. 12.1 / pág. 47)
- $(S_a)_i = \bar{S}_a \cdot \gamma_a \cdot g$

\bar{S}_a : del espectro correspondiente

γ_a : factor de riesgo

g : aceleración de la gravedad

- se podrá considerar capacidad de disipación de energía por deformaciones anelásticas de la estructura

$$\frac{(S_a)_i}{g} = \frac{\bar{S}_a \cdot \gamma_a}{R}$$

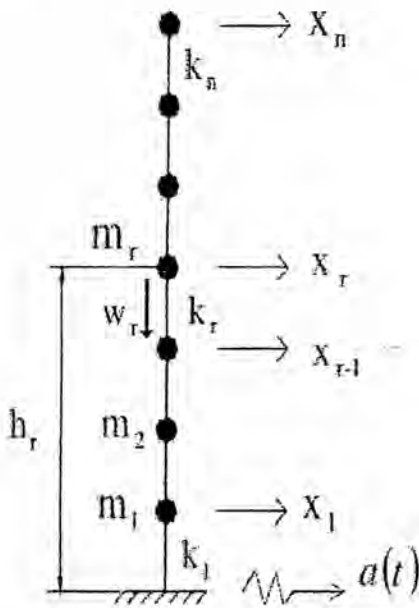
- las deformaciones calculadas con este criterio deberán ser amplificadas multiplicándolas por la ductilidad global
- para el caso anterior, es imprescindible que la estructura se comporte en forma uniforme, de manera de garantizar la ausencia de concentración de rótulas plásticas

Se debe verificar que el corte (con análisis modal espectral) en cada dirección no resulte inferior al 75% del corte obtenido con el método estático; de no verificarse se incrementaran los efectos del análisis modal de la siguiente manera:

$$R^*_{\text{modal espectral}} = \frac{0,75 \cdot V_{0\text{est}}}{V_{0\text{modal espectral}}} \cdot R_{\text{modal espectral}}$$

Modos a considerar: $q \geq 3$, pero además se deberán incluir todos los modos cuya contribución al total sea mayor que 5% de la contribución del modo fundamental.

Modelo de edificio de cortante



$$Q_i = \frac{\varphi_i^T \cdot M \cdot \{1\}}{\varphi_i^T \cdot M \cdot \varphi_i} = \frac{\sum_{r=1}^n m_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n m_r \varphi_{ri}^2} \quad (6.1)$$

$$\text{con } M = \begin{bmatrix} \dots & \dots & 0 \\ \vdots & m_r & \vdots \\ 0 & \dots & m_r \end{bmatrix}; \quad \varphi_i = \begin{Bmatrix} \varphi_{ri} \\ \vdots \\ \varphi_{ri} \\ \vdots \\ \varphi_{ri} \end{Bmatrix}$$

observar que si en (6.1) se sustituye la masa m_r por el peso w_r , el valor de Q_i no cambia

$$\text{Si } \varphi_i^T \cdot M \cdot \varphi_i = 1$$

$$Q_i = \sum_{r=1}^n m_r \cdot \varphi_{ri} = \sum_{r=1}^n w_r \cdot \varphi_{ri}$$

Peso efectivo modal

$$W_i = \frac{[\sum_{r=1}^n m_r \varphi_{ri}]^2}{\sum_{r=1}^n m_r \varphi_{ri}^2} \rightarrow \text{si } \rightarrow \sum_{i=1}^q W_i \geq 0,9 \cdot \sum_{i=1}^n W_r \quad (6.4)$$

$\sum_{i=1}^n W_r$ Peso total de la estructura

$q \Rightarrow$ apto

Desplazamientos modales máximos

$$(X_i)_{max} = \varphi_i \cdot y_i(t)_{max} = \varphi_i \cdot Q_i \cdot \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \quad (6.5)$$

Desplazamientos modales relativos entre pisos

$$\Delta_{ri} = (x_r)_i - (x_{r-1})_i \quad (6.6)$$

Fuerzas sísmicas equivalentes (modales)

$$F_{ri}^s = (\ddot{x}_{ri})_{max} = m_r \quad (6.7)$$

r: nivel

i: modo

pero

$$(\ddot{x}_{ri})_{max} = \varphi_{ri} \cdot \ddot{x}_{ri}(t)_{max} \quad (6.8)$$

como

$$\ddot{x}_i(t)_{max} = Q_i \cdot (S_a)_i$$

$$(\ddot{x}_{ri})_{max} = \varphi_{ri} \cdot Q_i \cdot (S_a)_i \quad (6.9)$$

$$F_{ri}^s = \varphi_{ri} \cdot Q_i \cdot (S_a)_i \cdot m_r = \varphi_i \cdot Q_i \cdot \frac{(S_a)_i}{g} \cdot w_r \quad (6.10)$$

$$F_i^s = \begin{Bmatrix} F_{1i}^s \\ \vdots \\ F_{ri}^s \\ \vdots \\ F_{ni}^s \end{Bmatrix} = M \cdot \varphi_i \cdot \frac{\varphi_i^T \cdot M \cdot J}{\varphi_i^T \cdot M \cdot \varphi_i} \cdot (S_a)_i \quad \text{Pero: } \frac{\varphi_i^T \cdot M \cdot J}{\varphi_i^T \cdot M \cdot \varphi_i} = Q_i$$

$$F_i^s = M \cdot \varphi_i \cdot Q_i \cdot (S_a)_i \quad (6.11)$$

Cortante modal

En nivel "r":

$$V_{ri} = \sum_{j=1}^n F_{ji}^s \quad (6.12)$$

En la base:

$$V_i = \sum_{r=1}^n F_{ri}^s \quad (6.13a)$$

o también:

$$V_i = W_i \frac{(S_a)_i}{g} \quad (6.13b)$$

Comparación con INPRES – CIRSOC 103

$$V_m = \frac{\gamma_d}{R} S_{adm} \cdot W_m$$

gd: factor de riesgo

R: coeficiente de reducción por disipación

i = m

$$V_i = f_i \cdot \frac{(S_a)_i}{g} \cdot W_i$$

Distribución en altura de V_m según INPRES – CIRSOC 103:

$$F_{km} = \frac{W_k \cdot \phi_{km}}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \phi_{im}} \cdot V_m$$

m: modo

k: nivel

F_{km} : fuerza sísmica equivalente para el modo m en el nivel k

Según la fórmula (6.10) y (6.13a):

$$V_i = \sum_{r=1}^n \varphi_{ri} \cdot Q_j \cdot W_r \cdot \frac{(S_a)_i}{g} = \frac{Q_j \cdot (S_a)_i}{g} \cdot \sum_{r=1}^n \varphi_{ri} \cdot W_r$$

si queremos emplear la notación

$$F_{ri}^s = \xi_{ri} \cdot V_i \Rightarrow F_{ri}^s = \xi_{ri} \cdot \frac{Q_j \cdot (S_a)_i}{g} \cdot \sum_{r=1}^n \varphi_{ri} \cdot W_r$$

Comparándola con (6.10) se deduce que

$$\xi_{ri} = \frac{\varphi_{ri} \cdot W_r}{\sum_{r=1}^n \varphi_{ri} \cdot W_r} = \frac{W_k \cdot \phi_{km}}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \phi_{im}} \Bigg] \text{ notacion INPRES - CIRSOC 103}$$

Momento de vuelco modal (para el nivel r)

$$M_{ri}^v = \sum_{j=r+1}^n F_{ji}^s (h_j - h_r)$$

si r = 0 → M_{0i} momento de vuelco en la fundación