

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA QUÍMICA



“REOGRAMAS DE MODELOS DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS”

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO QUÍMICO

AUTOR:

GIANMARCO MONTALVÁN TORRES

Callao - 2017

PERÚ

PRÓLOGO DEL JURADO

La presente Tesis fue Sustentada por el señor Bachiller **MONTALVÁN TORRES GIANMARCO** ante el **JURADO DE SUSTENTACIÓN DE TESIS** conformado por los siguientes Profesores Ordinarios :

| | |
|--------------------------------------|------------|
| ING° ROBERTO LAZO CAMPOSANO | PRESIDENTE |
| ING° CARMEN GILDAAVELINO CARHUARICRA | SECRETARIA |
| ING° CÉSAR GUTIERREZ CUBA | VOCAL |
| ING° LUIS AMÉRICO CARRASCO VENEGAS | ASESOR |

Tal como está asentado en el Libro de Actas N° 2 de Tesis sin Ciclo de Tesis Folio N° 96 y Acta N° 279 de fecha **VEINTICINCO DE SETIEMBRE DE 2017**, para optar el Título Profesional de Ingeniero Químico en la Modalidad de Titulación de Tesis sin Ciclo de Tesis, de conformidad establecido por el Reglamento de Grados y Títulos aprobado por Resolución N° 135-2017-CU de fecha 22 de junio de 2017 y modificado por Resolución N° 631-2017-R de fecha 24 de julio de 2017

**LIBRO 2 FOLIO No. 96 ACTA N° 279 DE SUSTENTACION DE TESIS SIN
CICLO DE TESIS PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO QUÍMICO**

El día Veinticinco de Setiembre del Dos Mil Diecisiete, siendo las horas, se reunió el JURADO DE SUSTENTACION DE TESIS de la Facultad de Ingeniería Química, conformado por los siguientes docentes ordinarios de la Universidad Nacional del Callao:

| | |
|---------------------------------------|--------------|
| Ing. LAZO CAMPOSANO ROBERTO | : Presidente |
| Ing. AVELINO CARHUARICRA CARMEN GILDA | : Secretaria |
| Ing. GUTIERREZ CUBA CESAR | : Vocal |
| Ing. CARRASCO VENEGAS LUIS AMÉRICO | : Asesor |


Con el fin de dar inicio al acto de sustentación de tesis del Bachiller MONTALVAN TORRES GIANMARCO, quién habiendo cumplido con los requisitos para optar el Título Profesional de Ingeniero Químico, sustenta la tesis titulada "REOGRAMAS DE MODELOS DE FLUÍDOS NO NEWTONIANOS".

Con el quórum reglamentario de ley, se dio inicio a la sustentación de conformidad con lo establecido por el Reglamento de Grados y Títulos vigente. Luego de la absolución de las preguntas formuladas por el Jurado y efectuadas las deliberaciones pertinentes, se acordó: Dar por APROBADO con el calificativo MUY BUENO al sustentante Bachiller MONTALVAN TORRES GIANMARCO.

Se dio por cerrada la Sesión a las 12:10 horas del día veinticinco del mes y año en curso.


Ing. LAZO CAMPOSANO ROBERTO
Presidente


Ing. AVELINO CARHUARICRA CARMEN GILDA
Secretaria


Ing. GUTIERREZ CUBA CESAR
Vocal


Ing. CARRASCO VENEGAS LUIS AMÉRICO
Asesor

DEDICATORIA

A mis padres por sus enseñanzas y sacrificios, por su apoyo constante y creer siempre en mí.

A mi hermano por la fraternidad y cooperación.

A quienes luchan por sus sueños, incluso en la dificultad.

A quienes encuentran en la vida su opuesto como regalo único.

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Nacional del Callao, por su infinita fuente de enseñanza académica, así como las valiosas lecciones de vida aprendidas en el tiempo de estadía en esta maravillosa casa de estudios que me enriquecieron como persona y como profesional. No puedo olvidar mencionar el orgullo que siento de pertenecer a la escuela de Ingeniería Química que junto al apoyo de sus valiosos profesores que aportaron todo su saber y conocimientos para completar esta etapa de mi vida.

A quienes con sus grandes aportaciones hicieron posible este trabajo y también a todos aquellos que han estado presentes, por haber plasmado su huella en mi camino.

INDICE

| | |
|---|----|
| I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA | 3 |
| 1.1 Determinación del problema a investigar | 3 |
| 1.2 Formulación de problema | 3 |
| 1.3 Objetivos de la investigación | 4 |
| 1.4 Justificación | 4 |
| 1.5 Hipótesis de partida | 5 |
| II. MARCO TEORICO | 5 |
| 2.1 Antecedentes del estudio | 5 |
| 2.2 Clasificación | 7 |
| 2.3 Fluidos Newtonianos y fluidos No Newtonianos | 8 |
| 2.3.1 Fluidos Newtonianos | 8 |
| 2.3.2 Fluidos no newtonianos | 9 |
| 2.3.5 Fluidos no newtonianos dependientes del tiempo | 12 |
| 2.4 La Reología | 14 |
| 2.5 Modelos de fluidos No Newtonianos | 15 |
| 2.5.1 Modelo de Ostwald de Waele-Nutting | 15 |
| 2.5.2 Modelo de la Ley Potencial Truncada | 16 |
| 2.5.3 Modelo de Sisko | 16 |
| 2.5.4 Modelo de Eyring | 17 |
| 2.5.5 Modelo de Ellis de Haven | 17 |
| 2.5.6 Modelo de Reiner - Philippoff | 18 |
| 2.5.7 Modelo de Bingham | 18 |
| 2.5.8 Modelo de Herschel-Bulkley | 18 |
| 2.6 Parámetros de fluidos No Newtonianos | 19 |
| 2.7 Los reogramas | 21 |
| 2.8 Definición de la terminología | 22 |
| III. VARIABLES E HIPOTESIS | 24 |
| 3.1 Variables de la investigación | 24 |
| 3.2 Operacionalización de variables | 24 |
| 3.3 Hipótesis General | 25 |
| 3.4 Hipótesis Especificas | 25 |
| IV. METODOLOGIA | 25 |

| | | |
|-------|--|----|
| 4.1 | Materiales para la investigación..... | 25 |
| 4.2 | Tipo de investigación | 26 |
| 4.3 | Etapas de la investigación..... | 26 |
| 4.4 | Población y muestra | 26 |
| 4.4.1 | Población..... | 26 |
| 4.4.2 | Muestra | 27 |
| 4.5 | Técnicas e Instrumentos de recolección de datos | 27 |
| 4.6 | Técnicas y análisis estadístico de datos..... | 27 |
| V. | RESULTADOS..... | 28 |
| 5.1 | Resultados parciales..... | 28 |
| 5.1.1 | Parámetros de los modelos de fluidos no newtonianos y parámetros reológicos..... | 28 |
| 5.1.2 | Gráfico de datos experimentales | 29 |
| 5.2 | Resultados finales..... | 32 |
| 5.2.1 | Cálculo de los parámetros de los modelos de fluidos no newtonianos a partir de los datos experimentales y sus reogramas. | 32 |
| VI. | DISCUSIÓN DE RESULTADOS..... | 47 |
| a) | Hipótesis General..... | 47 |
| b) | Hipótesis Especifica | 47 |
| VII. | CONCLUSIONES..... | 49 |
| VIII. | RECOMENDACIONES | 50 |
| IX. | REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS..... | 51 |
| | Anexos..... | 53 |
| | MATRIZ DE CONSISTENCIA | 54 |

TABLAS DE CONTENIDO

FIGURAS

| | | |
|----------|--|----|
| Fig. 2.1 | Clasificación del comportamiento viscoso de los fluidos y comportamiento elástico de los sólidos | 8 |
| Fig. 2.2 | esquema representativo del esfuerzo de corte y la velocidad de corte para un fluido newtoniano | 9 |
| Fig. 2.3 | Clasificación de los fluidos no newtonianos según: $\tau = f(\dot{\gamma})$ | 11 |
| Fig. 2.4 | Ciclo de histéresis de un fluido cuya viscosidad depende del tiempo | 13 |
| Fig. 2.5 | Comportamiento de los fluidos dependientes del tiempo | 14 |
| Fig. 2.6 | Representación gráfica de la viscosidad aparente | 20 |
| Fig. 2.7 | Esquema para el cálculo de la viscosidad aparente y viscosidad diferencial | 21 |
| Fig. 2.8 | Reograma de un fluido no newtoniano | 22 |

TABLAS

| | | |
|------------|--|----|
| Tabla 5.1 | Datos reologicos de la miel a diferentes temperaturas | 28 |
| Tabla 5.2 | Resultados de la regresión del modelo Sisko | 32 |
| Tabla 5.3 | Parámetros reologicos de la miel de acuerdo a modelo de Sisko a 20°C, 23.9°C y 30°C | 33 |
| Tabla 5.4 | Comparativo de datos experimentales con datos obtenidos con modelo Sisko | 35 |
| Tabla 5.5 | Resultado de la regresión del modelo de Ostwald De Waele-Nutting | 37 |
| Tabla 5.6 | Parámetros reologicos de la miel a 20°C, 23.9°C y 30°C | 38 |
| Tabla 5.7 | Comparativo de datos experimentales con datos obtenidos con modelo de Ostwald De Waele-Nutting | 40 |
| Tabla 5.8 | Resultados de la regresión del modelo de Ellis-De Haven | 42 |
| Tabla 5.9 | Parámetros reologicos de la miel a diversas condiciones | 43 |
| Tabla 5.10 | Comparativo de datos experimentales con datos obtenidos con modelo de Ellis-De Haven | 45 |

GRAFICOS

| | | |
|------|--|----|
| 5.1 | Esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado a miel a 20 °C | 29 |
| 5.2 | Esfuerzo de corte y velocidad de corte aplicado a miel a 20°C con regresión polinomial | 29 |
| 5.3 | Esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado a la miel a 23.9 °C. | 30 |
| 5.4 | Esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado a la miel a 30 °C. | 30 |
| 5.5 | Comparación del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado a la miel a 20 ° C, 23.9 ° C y 30 ° C. | 31 |
| 5.6 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura. | 33 |
| 5.7 | Comparación de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura. | 34 |
| 5.8 | Comparación de la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura. | 34 |
| 5.9 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Sisko a 20 °C | 35 |
| 5.10 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Sisko a 23.9 °C | 36 |
| 5.11 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Sisko a 30 °C | 36 |
| 5.12 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura | 38 |
| 5.13 | Comparación de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura | 38 |
| 5.14 | Comparación de la viscosidad diferencial y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura | 39 |
| 5.15 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ostwald-De Waele-Nutting a 20 °C | 40 |
| 5.16 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ostwald-De Waele-Nutting a 23.9 °C | 41 |
| 5.17 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ostwald-De Waele-Nutting a 30 °C | 41 |
| 5.18 | Comparación entre el esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones | 43 |

GRAFICOS

| | | |
|------|--|----|
| 5.19 | Comparación entre la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones | 43 |
| 5.20 | Comparación entre la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones | 44 |
| 5.21 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ellis-de Haven a 20 °C | 45 |
| 5.22 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ellis-de Haven a 23.9 °C | 46 |
| 5.23 | Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ellis-de Haven a 30 °C | 46 |

RESUMEN

En el presente trabajo se buscó encontrar parámetros de modelos reológicos y reogramas de fluidos no newtonianos, como es el caso de nuestra muestra en estudio “la miel”, sometiendo nuestra muestra a diferentes temperaturas de trabajo como a 20 °C, a 23.9 °C y a 30 °C.

De los resultados experimentales obtenidos (esfuerzo de corte y velocidad de corte) se procedió a correlacionar estos valores con un promedio de 10 modelos matemáticos de fluidos no Newtonianos independientes del tiempo, logrando obtener que solo 03 modelos matemáticos trabajan correctamente con esta muestra.

La validez de estos datos fue determinada mediante análisis estadísticas haciendo uso del índice de correlación cercana a la unidad y la varianza cercana a cero.

Siendo los modelos matemáticos de Ostwald de Waele-Nutting, Sisko y Ellis de Haven los que satisfacen de manera apropiada las pruebas estadísticas.

Por otro lado, los gráficos obtenidos con los modelos matemáticos muestran que la miel a temperaturas de 20 °C presenta un comportamiento atípico, pudiéndose considerar como fluido No Newtoniano, sin embargo al elevar las temperaturas como es el caso de 23.9 °C y 30 °C la muestra presenta un comportamiento análogo a los fluidos Newtonianos.

ABSTRAC

In the present work we sought to find parameters of rheological models and rheograms of non-Newtonian fluids, as is the case of our study sample "honey", subjecting our sample to different working temperatures as at 20 ° C, 23.9 ° C And at 30 ° C.

From the experimental results obtained (shear stress and shear rate), these values were correlated with an average of 10 mathematical models of non - Newtonian fluids independent of time, obtaining that only 03 mathematical models work correctly with this sample.

The validity of these data was determined by statistical analysis using the correlation index close to unity and the variance close to zero.

Since Ostwald's mathematical models of Waele-Nutting, Sisko and Ellis de Haven are the ones that adequately satisfy statistical tests.

On the other hand, the graphs obtained with the mathematical models show that the honey at temperatures of 20 ° C presents an atypical behavior, being able to be considered as Not Newtonian fluid, however, when raising the temperatures as it is the case of 23.9 ° C and 30 ° C the sample presents a behavior analogous to fluids Newtonian.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Determinación del problema a investigar

Uno de los temas que presenta gran interés en el campo de los fluidos para diferentes sectores industriales como es el caso de fabricantes de pinturas, de la industria de plásticos, la industrias de alimentos, la industrias de la construcción en concreto, etc., es el estudio reológico de los fluidos no newtonianos, que comprende el estudio de la deformación del fluido y la representación de los reogramas para modelos de fluidos no newtonianos, que aún no se han dado a conocer en su totalidad en la literatura, mediante el cual se busque tener un comparativo entre datos reológicos experimentales y los parámetros obtenidos con el modelamiento matemático, asociado a los datos experimentales.

1.2 Formulación de problema

Para el tratamiento de fluidos no newtonianos, es necesario contar con un amplio conocimiento en el tema de reología, además de contar con un conocimiento apropiado sobre análisis matemático que nos permita relacionar datos experimentales con los reogramas desarrollados, pudiendo observar en la literatura poca información relacionada a este tema. Motivo por el cual contando con los datos experimentales de nuestra muestra en estudio (la miel), se plantea desarrollar el diseño de reogramas que será de mucha utilidad para el desarrollo de futuras investigaciones relacionados a los fluidos no newtonianos.

En ese sentido el problema se ciñe primero, a obtener información sobre los modelos reologicos publicados hasta la fecha y a la elaboración de los reogramas respectivos al construir gráficos en dos dimensiones con parámetros determinados de esfuerzo de corte y velocidad de corte, para luego ser usados como patrón de comparación de datos experimentales.

Planteamiento del problema principal

¿Es factible obtener reogramas de diversos modelos matemáticos para la miel?

Enunciado de los problemas específicos

¿Cuáles son los modelos de viscosidad independientes del tiempo disponible para el cálculo de los parámetros reológicos?

¿Qué procedimientos matemáticos y estadísticos serán necesarios para la obtención de los reogramas asociados a los modelos reológicos estudiados?

¿De qué manera se pueden obtener los parámetros reológicos de los diversos modelos propuestos?

1.3 Objetivos de la investigación

Objetivo General

Obtener la representación de los reogramas de diversos modelos matemáticos para la muestra en estudio (la miel)

Objetivos Específicos

Determinar los modelos de viscosidad independientes del tiempo disponible para el cálculo de los parámetros reológicos de la miel.

Proponer los procedimientos matemáticos y estadísticos necesarios para la construcción de los reogramas asociados a los modelos reológicos estudiados.

Obtener los parámetros reológicos de los diversos modelos matemáticos propuestos.

1.4 Justificación

El presente trabajo se justifica plenamente desde el punto de vista teórico y técnico debido a que aportara información sobre los tipos de reogramas generados a partir de una serie modelos matemáticos de fluidos no newtonianos.

Una vez concluido este trabajo, servirá como ayuda para la caracterización

reológica de diversos datos experimentales obtenidos con el equipo “reómetro” del Laboratorio de Investigación de la Universidad Nacional del Callao.

1.5 Hipótesis de partida

Sera posible hacer la construcción de reogramas de diversos modelos matemáticos de fluidos no newtonianos para la miel.

II. MARCO TEORICO

2.1 Antecedentes del estudio

En realidad, el comportamiento no newtoniano, se conoce hace muchísimos años; sin embargo, la información que se tiene para su aplicación en el campo académico o industrial no está adecuadamente sistematizada. Lo que pretendemos lograr con este trabajo, es en definitiva, tener un material bibliográfico que sistematice la gran información existente, incluyendo los aportes propios desde luego.

Es muy fácil deducir que los fluidos newtonianos y no newtonianos, se caracterizan por su comportamiento específico cuando se aplica un esfuerzo de corte; pero ¿que sabemos de su comportamiento reológico?, para ello es necesario llegar hasta las moléculas; las moléculas forman sustancias, estas no están confinadas a posiciones fijas, como es el caso de los sólidos, sino que se pueden mover libremente de una posición a otra deslizándose entre sí (Alvarenga, 1983); mientras que un sólido conserva una forma determinada, un líquido o un gas pueden tomar la forma del recipiente que los contiene, luego entonces, tanto los líquidos como los gases pueden fluir, y en consecuencia, ambos se denominan fluidos (Serway, 2009).

La Mecánica de los Fluidos se ocupa del estudio de los fluidos Newtonianos exclusivamente; mientras que los fluidos no Newtonianos son parte de una ciencia más amplia denominada Reología (Zitzewitz, 2004). La Reología es la ciencia que estudia y analiza los fenómenos de flujo y deformación y las propiedades mecánicas de los gases, líquidos, plásticos y comprende el estudio de las sustancias que “fluyen” pero que su comportamiento no está regido por

las propiedades que rigen a los fluidos “comunes”. Según afirma (Bueche, 1996), en el mundo real existen una amplia variedad de fluidos que no siguen la simple relación dada por la ley de Newton, especialmente en las industrias químicas, alimenticias y en la industria del petróleo, y de allí la importancia de su estudio para un adecuado y correcto tratamiento. Pueden mencionarse, entre otros, los siguientes fluidos no Newtonianos:

Pinturas y barnices.

Soluciones de polímeros.

Mermeladas y jaleas.

Mayonesa y manteca.

Dulce de leche y miel.

Salsas y melazas.

Soluciones de agua con arcillas y carbón.

Sangre humana.

En los textos de Fenómenos de Transporte como Bird, Costa Novela y otros, se toca tangencialmente sobre los modelos de fluidos no newtonianos. Esencialmente, se hace una presentación de los modelos consignándolos como modelos de dos o tres parámetros. Se hace el tratamiento matemático analítico, específicamente del modelo de Ostwald de Waele conocido como Ley de Potencia y del modelo de Ellis de Haven, con la finalidad de obtener los parámetros de flujo; sin embargo, la mayoría de los modelos no presentan soluciones analíticas como los de estos modelos, por tanto, es preciso aplicar técnicas numéricas en su tratamiento.

Sobre la determinación de los parámetros del modelo, ningún texto de ingeniería química menciona el procedimiento a aplicar, probablemente debido a las dificultades de tratamiento matemático que esto implica.

En el texto de Fenómenos de Transporte (Carrasco, L.; 2011), hace un tratamiento parcial sobre la determinación de parámetros del modelo y sobre parámetros de flujo para algunos tipos de fluidos no newtonianos tanto en régimen estacionario como en régimen no estacionario.

En la revista Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol4, No. 1 Jan 2010; se han publicado v datos experimentales de esfuerzo de corte y viscosidad aparente; en dicho

artículo los datos experimentales fueron obtenidos con el viscosímetro de Couette y fueron correlacionados con un software comercial.

En este trabajo, se hace uso de un software de cálculo y se obtienen resultados similares al propuesto en la revista en mención, titulada “Determinación de la viscosidad de fluidos newtonianos y no newtonianos (una revisión del viscosímetro de Couette), realizado por. A. F. Mendez-Sanchez y otros.

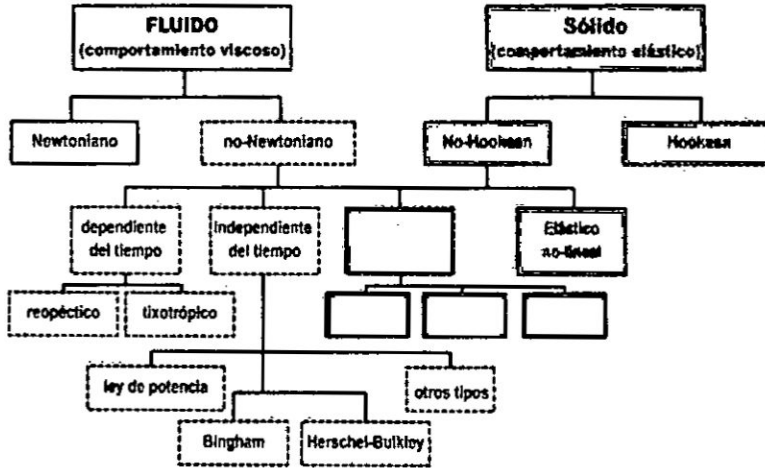
En la página web <http://luiscarrascovenegas.com/Investigaciones.aspx> presenta una recopilación de alrededor de 40 modelos de fluidos no newtonianos, los que serán usados en el desarrollo del cálculo de parámetros reológicos y de flujo respectivos. (Garcia-Colin, 1995).

2.2 Clasificación

Desde el punto de vista de sus propiedades mecánicas, los materiales se clasifican fundamentalmente en sólidos y fluidos tal como se muestra en la Figura 2.1 La reología (palabra introducida por Eugene Bingham en 1929) es la rama de la física de medios continuos que se dedica al estudio de la deformación y el flujo de la materia cuando se encuentra en forma de fluido.

FIGURA N° 2.1

CLASIFICACIÓN DEL COMPORTAMIENTO VISCOZO DE LOS FLUIDOS Y COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE LOS SÓLIDOS.



Fuente: <https://ialimentoslem1.wordpress.com/2013/12/09/b-clasificacion-de-comportamiento-reologico-de-los-materiales/>

En base a la dependencia entre la velocidad de corte y esfuerzo de corte aplicado a un fluido, existen 3 tipos de fluidos (Ramírez; 2006):

- Newtonianos (proporcionalidad entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación).
- No Newtonianos (no hay proporcionalidad entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación).
- Viscoelásticos (se comportan como líquidos y sólidos, presentando propiedades de ambos).

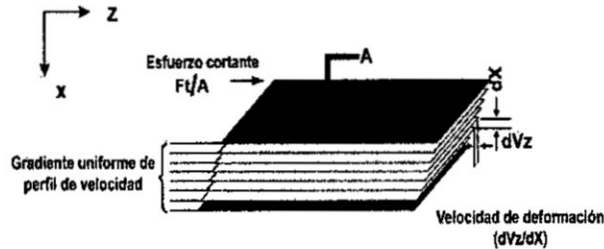
2.3 Fluidos Newtonianos y fluidos No Newtonianos

2.3.1 Fluidos Newtonianos

Un fluido newtoniano es aquel fluido cuya relación entre la velocidad de corte (velocidad de cizallamiento: $\dot{\gamma} = \frac{\partial v_z}{\partial x}$) y el esfuerzo de corte (esfuerzo cortante o densidad de flujo viscoso de transporte de cantidad de movimiento); τ es constante, tal como se observa en la Figura 2.2.

Figura N° 2.2

ESQUEMA REPRESENTATIVO DEL ESFUERZO DE CORTE (τ) Y LA VELOCIDAD DE CORTE ($\frac{\partial V_z}{\partial x}$) PARA UN FLUIDO NEWTONIANO.



Fuente: Adaptado de

https://www.google.com.pe/search?q=ley+de+viscosidad&hl=es&rlz=1T4AVNB_esPE607PE607&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj8yrSur-

En la Figura 2.2, la constante de proporcionalidad entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte, se denomina viscosidad. A todos los fluidos que obedecen a esta tendencia, se les denomina fluidos newtonianos (Carrasco, L; et. al, 2011), cuya relación matemática es:

$$\tau = \frac{F}{A} = -\mu \frac{\partial V_z}{\partial x} = \mu \dot{\gamma} \quad (1)$$

2.3.2 Fluidos no newtonianos

Existen algunas sustancias industrialmente importantes que no se comportan siguiendo la ley de Newton de la viscosidad, ya que su viscosidad a una temperatura y presión dadas es función del gradiente de velocidad o velocidad de deformación. A los fluidos cuya relación entre esfuerzo de corte y velocidad de deformación no es proporcional, se los ha denominado fluidos no-newtonianos. La Mecánica de los Fluidos se ocupa del estudio de los fluidos newtonianos exclusivamente; mientras que los fluidos no-newtonianos son parte de una ciencia más amplia denominada Reología. (Richard, 2007; Bird; 1987).

2.3.3 Características y clasificación de los fluidos no-newtonianos

Los fluidos que no siguen la relación de proporcionalidad entre tensiones tangenciales y velocidades de deformación se los clasifica en 3 grupos:

- **Fluidos no-newtonianos independientes del tiempo**, para los cuales se verifica;

$$\tau = f(\dot{\gamma}) \quad (2)$$

- **Fluidos no-newtonianos dependientes del tiempo**, en los que la relación anterior es más compleja y puede expresarse como:

$$\tau = f(\dot{\gamma}, t, \text{historia}) \quad (3)$$

- **Fluidos viscoelásticos**, fluidos en los que a diferencia de los viscosos donde la energía de deformación es disipada totalmente, esa energía puede recuperarse como sucede en los sólidos elásticos.

2.3.4 Fluidos no newtonianos independientes del tiempo

Los fluidos no newtonianos independientes del tiempo, se caracterizan, porque las tensiones tangenciales dependen únicamente de la velocidad de deformación y se representan funcionalmente en tres formas equivalentes:

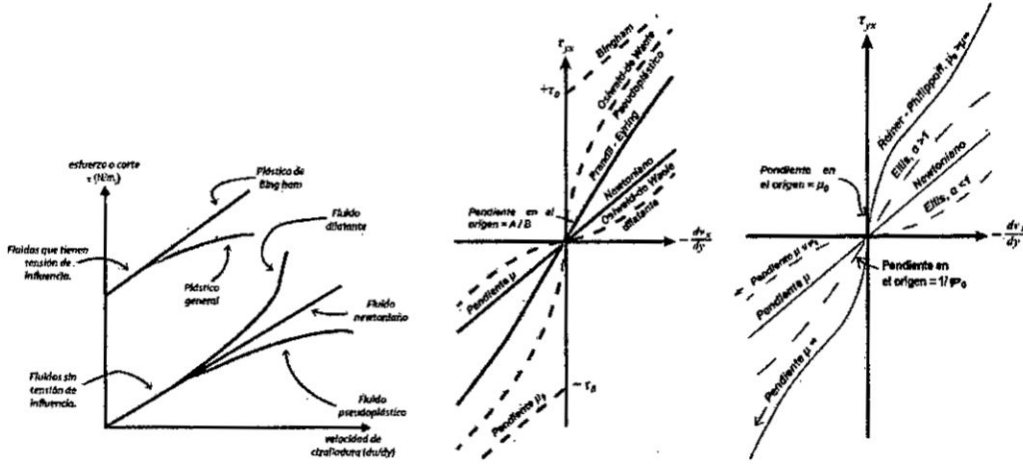
$$\tau = f\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad \tau = f\left(\frac{\partial \gamma}{\partial t}\right) \quad \tau = f(\dot{\gamma}) \quad (4)$$

La gran mayoría de fluidos que tienen aplicaciones en ingeniería, caen dentro de esta categoría, y en algunos casos algunos fluidos dependientes del tiempo pueden ser aproximados o modelados como fluidos independientes del tiempo.

Para visualizar y analizar los fluidos no-newtonianos resulta más cómodo representar el comportamiento de la ecuación (1) en función de un sistema de coordenadas $\tau - \dot{\gamma}$ según indica la Figura 2.3. Se pueden identificar 5 tipos de fluidos no newtonianos independientes del tiempo.

FIGURA N° 2.3

CLASIFICACIÓN DE LOS FLUIDOS NO NEWTONIANOS SEGÚN: $\tau = f(\dot{\gamma})$



Fuente: Luis Carrasco Venegas (2017)

Los fluidos no newtonianos son aquellos fluidos que no obedecen la ley de viscosidad de Newton. Casos extremos serían los de un comportamiento hookean puro (correspondientes a materiales idealmente elásticos) y lo de un comportamiento puro newtoniano (materiales idealmente viscosos). El resto de categorías o comportamientos son situados en partes intermedias, ya que la realidad es que todos los materiales muestran ambos comportamientos aunque uno de ellos es dominante (o el elástico o el viscoso).

Por ejemplo el agua es considerada como fluido newtoniano, aunque muestra cierto grado de elasticidad bajo ciertas condiciones, por ejemplo cuando un objeto impacta contra el agua. (Quintáns; 2008).

En base a la dependencia entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte, los fluidos no newtonianos se clasifican del siguiente modo:

- La ecuación que relaciona τ Vs $\dot{\gamma}$ no es lineal: $\tau = \tau(\dot{\gamma})$
- τ es una función más o menos compleja de $\dot{\gamma}$ y eventualmente del tiempo:
 $\tau = \tau(\dot{\gamma}, t)$
- El comportamiento reológico es el resultante de un sistema fluido (newtoniano o no) y un sistema elástico; fluidos viscoelásticos.

La complejidad aumenta de a) a c); además estos grupos son ideales, pues con frecuencia existen fluidos reales complejos que son combinaciones de varios modelos reológicos.

En los fluidos no-newtonianos, la temperatura es de enorme importancia, ya que a menudo pequeñas variaciones en la temperatura pueden variar notablemente el comportamiento reológico de un fluido de este tipo.

En los fluidos no newtonianos no puede hablarse de viscosidad por dos causas:

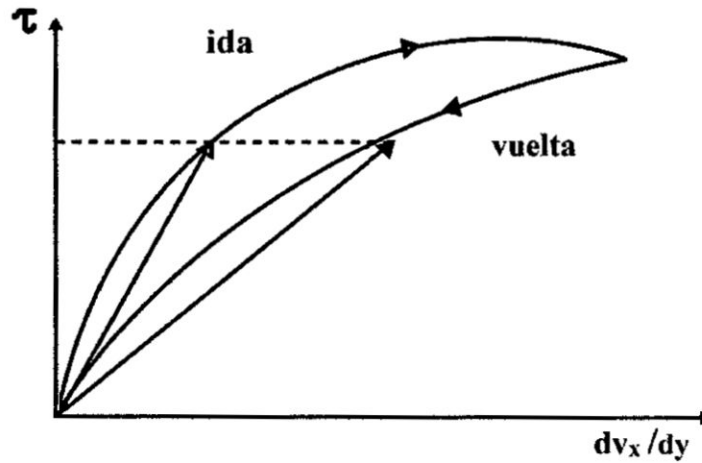
- En general, la consistencia (concepto análogo al de la viscosidad, y que relaciona el esfuerzo de corte con la tasa de deformación), depende de la presión tangencial, y por lo tanto, no es constante, si no que puede variar entre amplios límites. En oposición a la viscosidad, que siempre es constante a una temperatura dada.
- Por otra parte, la consistencia tiene unas dimensiones diferentes de la viscosidad, ya que no cumple: $\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ para fluidos newtonianos.

Por esta razón los fluidos no newtonianos se caracterizan por sus reogramas que son las representaciones gráficas de sus comportamientos, o bien de sus parámetros reológicos, que son las constantes de las ecuaciones que definen ese comportamiento reológico. Tanto los reogramas como los parámetros reológicos se obtienen a partir de datos experimentales. (Rojas O; 1999).

2.3.5 Fluidos no newtonianos dependientes del tiempo

Hay fluidos para los que la viscosidad varía con el tiempo. Cuando estos fluidos son sometidos a un esfuerzo se observan ciclos de histéresis tal como se muestra en la Figura 2.4

FIGURA N° 2.4
CICLO DE HISTÉRESIS DE UN FLUIDO CUYA VISCOSIDAD DEPENDE
DEL TIEMPO



Fuente: Quintáns, Riveiro (2008)

Como nos muestra la figura anterior la dependencia de la viscosidad con el tiempo nos permite clasificar los fluidos en:

A. Fluidos independientes del tiempo; su viscosidad no depende del tiempo.
Aquellos fluidos cuyo comportamiento es similar al mostrado en la Fig. 04.

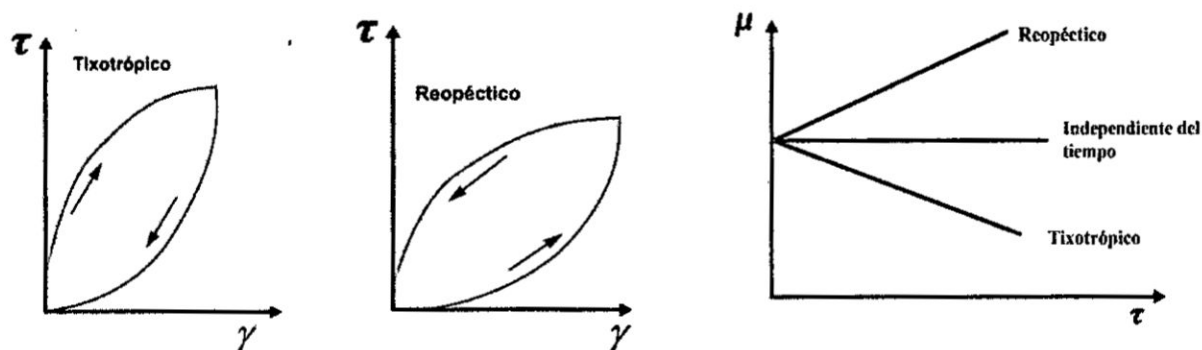
B. Fluidos dependientes del tiempo; su viscosidad es función del tiempo

B.1. Fluidos tixotrópicos: La viscosidad decrece con el tiempo; ejemplos de este tipo de fluido son las pinturas, tintas de impresión, el nylon, algunos aceites de petróleo, ketchup, yogurt y otros alimentos que se formulan para que sean tixotrópicos de manera que inicialmente su viscosidad es grande y no fluyen pero cuando se agitan la viscosidad disminuye y fluyen. A nivel estructural la tixotropía refleja la rotura de la estructura cuando el fluido se somete a un esfuerzo. Aunque la viscosidad disminuye con el tiempo en este tipo de materiales, este efecto es reversible. Si después de haber sido sometido a un

esfuerzo dejamos el fluido en reposo durante varias horas, este recupera su estructura, y por tanto su viscosidad inicial.

B.2. Fluidos reopécticos: La viscosidad aumenta con el tiempo. En este caso un pequeño esfuerzo favorece la formación de una estructura. Se conocen muy poco sobre este tipo de materiales; un ejemplo de este tipo es el yeso en suspensión. El comportamiento de estos fluidos dependientes del tiempo se observa en la Figura 2.5.

FIGURA N° 2.5
COMPORTAMIENTO DE LOS FLUIDOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO



Fuente: Quintáns, Riveiro (2008)

2.4 La Reología

La Reología es la ciencia que estudia y analiza los fenómenos de flujo y deformación y las propiedades mecánicas de los gases, líquidos, plásticos y comprende el estudio de las sustancias que "fluyen" pero que su comportamiento no está regido por la ecuación (1). Consecuentemente se puede decir que el campo de la Reología se extiende desde la Mecánica de los Fluidos Newtonianos hasta la elasticidad de Hooke. La región comprendida entre ellas corresponde a todos los materiales pastosos y a las suspensiones. (Wilson, 2007).

En el mundo real existen una amplia variedad de fluidos tan comunes como los newtonianos que no siguen la simple relación dada por ley de Newton, especialmente en las industrias químicas, alimenticias y en la industria del

petróleo, y de allí la importancia de su estudio para un adecuado y correcto tratamiento.

2.5 Modelos de fluidos No Newtonianos

Se han propuesto en la bibliografía numerosas ecuaciones empíricas para expresar el comportamiento reológico de fluidos no newtonianos, sería deseable que tales funciones pudieran ser desarrolladas a partir de modelos matemáticos basados en la estructura molecular, pero en la actualidad las teorías moleculares no son capaces de describir satisfactoriamente el comportamiento real de materiales complejos, como suele ser habitual. Por ello, las fuentes más útiles de información reológicas son habitualmente los modelos empíricos. A continuación se indican algunos de los modelos más utilizados (Quintáns, 2008):

2.5.1 Modelo de Ostwald de Waele-Nutting

Se representa por la relación que se muestra en la siguiente ecuación y a menudo recibe el nombre de “ley de la potencia”

$$\tau = K \times \dot{\gamma}^n \quad (5)$$

Es un modelo de dos parámetros: $K = \text{Índice de consistencia (Pa.s)}$ y $n = \text{Índice de comportamiento}$. Para $n = 1$, el modelo representa el comportamiento newtoniano, con $\eta = K$. Por consiguiente, la desviación del valor de n de la unidad es una medida del grado de desviación del comportamiento newtoniano. Para $n > 1$, el modelo sigue un comportamiento dilatante, mientras que $n < 1$ indica un comportamiento pseudoplástico.

Una de las objeciones a este modelo es que predice valores de viscosidad aparente infinitos para líquidos dilatantes a altas velocidades de cizalla y nulas para líquidos pseudoplásticos. Por contra, predice viscosidad límite a cizalla cero, nula para líquidos dilatantes e infinita para líquidos pseudoplásticos. Para evitar este inconveniente, se utiliza el modelo de la ley potencial truncada.

2.5.2 Modelo de la Ley Potencial Truncada

El fluido se comporta como newtoniano hasta un determinado valor de velocidad de cizalla (γ_1) , a partir del cual fluye de acuerdo con el modelo de Ostwald:

$$\gamma < \gamma_1 \Rightarrow \tau = \tau_1 \cdot \left(\frac{\gamma}{\gamma_1} \right) \quad (6)$$

$$\gamma > \gamma_1 \Rightarrow \tau = \tau_1 \cdot \left(\frac{\gamma}{\gamma_1} \right)^n \quad (7)$$

Es un modelo de tres parámetros γ_1 , τ_1 y n , y resuelve la inconsistencia del modelo de Ostwald a bajas velocidades de cizalla.

2.5.3 Modelo de Sisko

El modelo desarrollado por Sisko adopta una expresión como la que se muestra en la siguiente ecuación:

$$n_{ap} = K_s \cdot \gamma^{n_s-1} + n_\infty \quad (8)$$

Siendo, igual que en casos anteriores, n_{ap} la viscosidad aparente, γ el gradiente de velocidad aplicada, K_s el índice de consistencia, n_s el índice de comportamiento y n_∞ la viscosidad a gradiente infinito.

Este modelo puede ser aplicado en operaciones como el bombeo de alimentos líquidos y los procesos de mezcla que implican altos gradientes de velocidad. Este modelo se puede considerar como una generalización del modelo de la potencia y que a su vez tiene una cierta componente newtoniana, siendo un modelo adecuado para sistemas en lo que bajo ciertas condiciones de operación pueda alcanzar un cierto comportamiento newtoniano.

2.5.4 Modelo de Eyring

La relación entre esfuerzo cortante y velocidad de deformación es de la siguiente forma:

$$\tau = n_0 \cdot \operatorname{arcsenh} \left(\frac{\dot{\gamma}}{B} \right) \quad (9)$$

Es un modelo de dos parámetros n_0 y B que predice el comportamiento pseudoplástico para valores finitos de τ , y tiende asintóticamente a la ley de viscosidad de Newton cuando la velocidad de deformación tiende a cero, en cuyo caso $\eta = n_0$. Este modelo tiene una base teórica en la teoría cinética de los líquidos, desarrollada por Eyring et al.

2.5.5 Modelo de Ellis de Haven

Es un modelo de tres parámetros, descrito por la expresión mostrada en la siguiente ecuación. Si el parámetro α es mayor que la unidad, el modelo tiende hacia comportamiento newtoniano para valores bajos de esfuerzo cortante, si es menor que la unidad, la convergencia hacia la ley de Newton se produce a altos valores de esfuerzo cortante. En ambos casos, el valor de viscosidad dinámica límite es η_0 . El parámetro $\tau_{1/2}$ es el valor del esfuerzo cortante para el que el valor de viscosidad dinámica sea justamente la mitad de n_0 .

$$\tau_{1/2} = \left[\frac{n_0}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}} \right)^{\alpha-1}} \right] \cdot \dot{\gamma} \quad (10)$$

2.5.6 Modelo de Reiner - Philippoff

Es un modelo de tres parámetros que toma la forma mostrada en la siguiente ecuación:

$$\tau = \left[n_{\infty} + \frac{n_0 - n_{\infty}}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_s} \right)^2} \right] \cdot \dot{\gamma} \quad (11)$$

Representa un comportamiento estructural con viscosidad límite a baja velocidad de cizalla n_0 y a alta velocidad de cizalla n_{∞} . El parámetro τ_s representa el valor de esfuerzo cortante para el que la viscosidad aparente toma el valor medio entre n_0 y n_{∞} .

2.5.7 Modelo de Bingham

Estos fluidos son los más simples debido a que solo difieren de los newtonianos en cuanto a que la relación lineal no pasa por el origen. Esto se debe a que éstos cuerpos no se derraman bajo el efecto de su peso; necesitan que la presión sobrepase un umbral para que comience el flujo. Una vez que se ha sobrepasado este valor crítico, el fluido se comporta como newtoniano.

Esto se expresa por:

$$\sigma = K \cdot \dot{\gamma} + \sigma_0 \quad (12)$$

Donde σ_0 es el esfuerzo cortante límite, por encima del cual se produce el derramamiento newtoniano.

2.5.8 Modelo de Herschel-Bulkley

Este modelo fue desarrollado para suspensiones no tixotrópicas de partículas atrayentes.

Es una generalización del modelo de Bingham, aplicable a fluidos plásticos pseudoplásticos y plásticos dilatantes. Se basa en la expresión mostrada en la siguiente ecuación:

$$\tau \leq \tau_0 \Rightarrow \gamma = 0 \quad (13)$$

$$\tau > \tau_0 \Rightarrow \tau = \tau_0 + K \cdot \gamma^n \quad (14)$$

En este modelo, K es un índice de consistencia y n es el índice de comportamiento. Con $n > 1$, representa un comportamiento plástico dilatante, mientras que para $n < 1$ representa un comportamiento plástico pseudoplástico. Para $n = 1$, el modelo es equivalente al modelo de Bingham con $K = \eta_0$.

2.6 Parámetros de fluidos No Newtonianos

Hay fluidos para los que la relación entre el esfuerzo de cizalla y el gradiente de velocidad no es tan simple. Podemos dividir a los fluidos en dos grandes grupos. Un primer grupo serían los fluidos en los que el esfuerzo es proporcional al gradiente de velocidades, son los llamados fluidos newtonianos. El segundo grupo son los que el esfuerzo ya no es proporcional al gradiente de velocidades y se denominan fluidos no newtonianos.

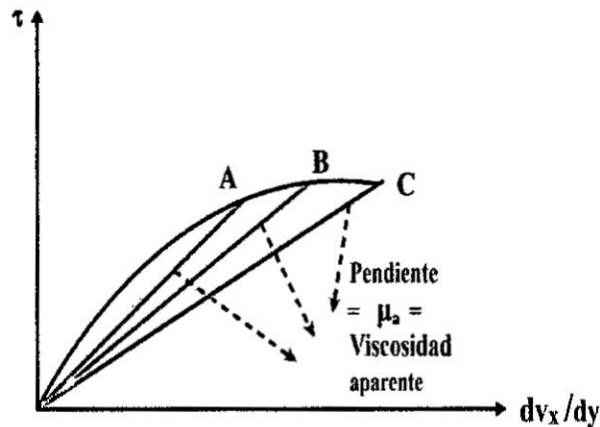
En los fluidos no newtonianos, se utiliza con frecuencia el concepto de viscosidad aparente, que es la viscosidad que tendría un fluido newtoniano cuya recta pasa por el mismo punto del reograma, o como el cociente entre el esfuerzo y el gradiente de velocidades tal como se indica en la Figura 2.6.

Dicha viscosidad aparente se expresa como:

$$\mu_a = \frac{\tau_{xz}}{\frac{dV_z}{dx}} \quad (15)$$

Gráficamente:

FIGURA N° 2.6
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA VISCOSIDAD APARENTE



Fuente: Adaptado de

<https://www.google.com.pe/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fimage.slidesharecdn.com%2Fpractica-02-160505030232%2F95%2Fpractica-02-6-638.jpg%3Fcb%3D1462417439&imgrefurl=http%3A%2F%2Fwww.slideshare.>

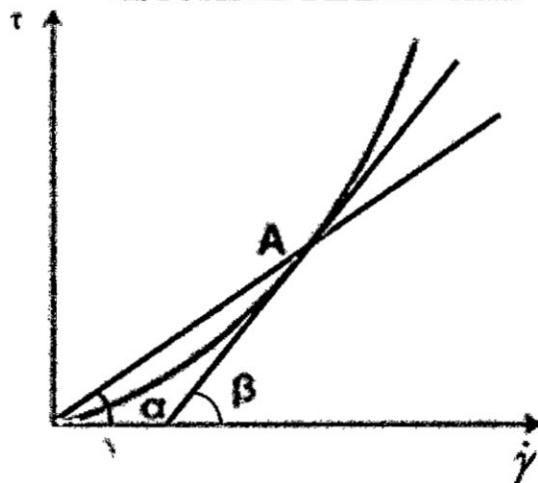
El fluido no newtoniano tiene en A, en B y en C una viscosidad aparente, cuyo valor es diferente en cada caso.

La viscosidad aparente es un concepto que se presta a muchos errores como puede deducirse de la figura anterior. No conviene, pues, usar ciertos aparatos para la medición de viscosidades en fluidos no-newtonianos.

En la Figura 2.7 se puede obtener el valor de la viscosidad aparente del fluido en A, mediante: $\mu_{ap} = \tan \alpha$

Otro concepto utilizado es la viscosidad diferencial que viene dado por el ángulo que forma la tangente a la curva, en un punto dado, en el eje de las abscisas: $\mu_{dif} = \tan \beta$ tal como se muestra en la Figura 2.7.

FIGURA N° 2.7
ESQUEMA PARA EL CÁLCULO DE LA VISCOSIDAD APARENTE Y VISCOSIDAD DIFERENCIAL



Fuente: Adaptado de
<https://www.google.com.pe/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fimage.slidesharecdn.com%2Fpractica-02-160505030232%2F95%2Fpractica-02-6-638.jpg%3Fcb%3D1462417439&imgrefurl=http%3A%2F%2Fwww.>

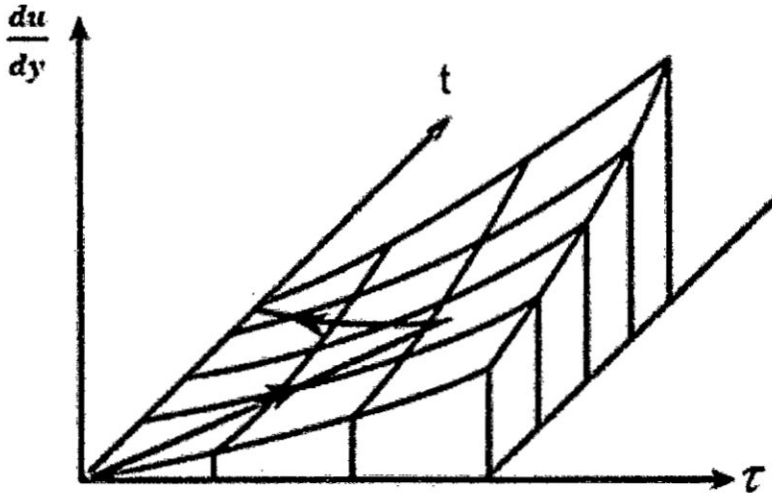
2.7 Los reogramas

Los reogramas son gráficos del esfuerzo cortante contra velocidad de cizalladura, de la viscosidad aparente contra la velocidad de cizalladura, del esfuerzo cortante contra el tiempo, o de la viscosidad aparente contra el tiempo, para los fluidos, las suspensiones, y pastas que se usan en procesos de formación de piezas. Los reogramas se usan para caracterizar las reologías (los comportamientos de la viscosidad) de las suspensiones como funciones de la velocidad de cizalladura y el tiempo.

Por lo general, se traza primero el reograma, buscando un sistema de escalas que permita la linealización, y a partir de los datos gráficos, se calculan los parámetros reológicos. En muchos casos se utilizan solo los reogramas, como se muestra en la figura 2.8

Figura N° 2.8

REOGRAMA DE UN FLUIDO NO NEWTONIANO



Fuente: Luis Carrasco Venegas (2017)

Una técnica usada actualmente, consiste en conocer previamente el tipo de fluido que se está manejando, en base a la clasificación dada anteriormente y posteriormente usar la técnica estadística de regresión no lineal que permite obtener los parámetros del modelo planteado. Validar dichos parámetros a través de los índices de correlación; si este es muy cercano a la unidad, entonces el modelo propuesto corresponderá al fluido no newtoniano en cuestión (Carrasco, L.; 2011).

2.8 Definición de la terminología

Reología: Es la parte de la física que estudia la relación entre el esfuerzo y la deformación en los materiales que son capaces de fluir. La reología es una parte de la mecánica de medios continuos. Una de las metas más importantes en reología es encontrar las ecuaciones constitutivas para modelar el comportamiento de los materiales. Dichas ecuaciones son en general de carácter tensorial (Sears, 1981; Walters, 1975).

Fluido Newtoniano: Es aquel fluido que obedece la ley de viscosidad de Newton

Ley de viscosidad de Newton: Establece que la relación entre el esfuerzo de corte y velocidad de corte es un valor constante.

Fluido no Newtoniano: Es aquel fluido cuya viscosidad varía con la temperatura y la tensión cortante que se le aplica. Como resultado, un fluido no newtoniano no tiene un valor de viscosidad definido y constante, a diferencia de un fluido newtoniano.

Modelos reológicos: Relación matemática no lineal entre el esfuerzo de corte, la velocidad de corte o la viscosidad aparente. (Macosko, 1994).

Viscosidad dinámica o absoluta (μ).-Es la medida de la deformación de un fluido cuando es sometido a un esfuerzo de corte. Si se representa la curva de fluidez (esfuerzo de corte vs velocidad de corte), se define también como la pendiente de dicha curva en dicho punto. (Resnick, 2004).

Viscosidad aparente (η).- Se define como el cociente entre el esfuerzo de corte y velocidad de corte. Este es el término que se utiliza para hablar de “viscosidad” de fluidos no newtonianos. (Scottblair, 1969).

Esfuerzo de corte: Relación entre la fuerza tangencial aplicada a un fluido y el área respectiva. Es una magnitud tensorial.

Velocidad de corte: Es el gradiente de velocidad x en la dirección y . También es una magnitud tensorial.

Ecuación de movimiento: Es la ecuación de la segunda ley de Newton aplicada a los fluidos en movimiento.

Regresión no lineal: se dice que hay una regresión no lineal cuando los puntos en una gráfica se acercan a una curva. (Carrasco, L. 2011).

La miel: Se entiende como miel “la sustancia natural dulce producida por la abeja *Apis mellifera* a partir del néctar de plantas o de secreciones de insectos chupadores presentes en las partes vivas de las plantas, que las abejas recolectan, transforman, combinándolas con sustancias específicas propias, depositan, deshidratan, almacenan y dejan en colmenas para que maduren, este producto alimenticio puede ser fluido, espeso o cristalino. (Quintans, 2008).

III. VARIABLES E HIPOTESIS

3.1 Variables de la investigación

Variable dependiente: $Y = f(X1, X2, X3)$

Y= Construcción de reogramas de diversos modelos matemáticos de fluidos no newtonianos (para la miel).

Variables independientes: X1, X2, X3

X1 = Modelos de viscosidad independientes del tiempo disponible para el cálculo de los parámetros reológicos de la miel.

X2 = Procedimientos matemáticos y estadísticos necesarios para la obtención de los reogramas asociados a los modelos reológicos estudiados.

X3 = Obtención de los parámetros reológicos de los diversos modelos matemáticos propuestos.

3.2 Operacionalización de variables

| Variable | Dimensiones | Indicadores |
|--|--|---|
| Principal | | |
| Construcción de reogramas de diversos modelos de fluidos no newtonianos. | Gráficos en dos dimensiones de los datos de velocidad de corte, esfuerzo de corte y viscosidad dinámica. | Comparación con curvas estándar de modelos clásicos. |
| Específicas | | |
| Modelos de viscosidad independientes del tiempo disponible para el cálculo de los parámetros reológicos. | Clasificación de los modelos según el número de parámetros y según su comportamiento reológico. | Tipo de curva obtenida y su asociación con los tipos de fluido plástico y pseudo plástico. |
| Procedimientos matemáticos y estadísticos necesarios para la obtención de los reogramas asociados a los modelos reológicos estudiados. | Aplicación de los sistemas de ecuaciones no lineales y cálculo de estimadores estadísticos. | Convergencia de los métodos iterativos, parámetros estadísticos dentro de los rangos de aceptación. |
| Obtención de los parámetros reológicos de los diversos modelos propuestos. | Parámetros de los modelos dentro de los rangos especificados para los modelos reológicos. | Valores de los parámetros obtenidos. |

3.3 Hipótesis General

Será posible hacer la elaboración de reogramas de diversos modelos de fluidos no newtonianos.

3.4 Hipótesis Especificas

Sera posible contar con una serie de modelos de viscosidad independientes del tiempo disponible para el cálculo de los parámetros reológicos.

Es posible desarrollar una serie de procedimientos matemáticos y estadísticos para la obtención de los reogramas asociados a los modelos reológicos estudiados.

Sera posible la obtención de los parámetros reológicos de los diversos modelos propuestos.

IV. METODOLOGIA

4.1 Materiales para la investigación

Los materiales a utilizar para este trabajo serán los siguientes: equipos, instrumentos, materiales, insumos, encuestas, formatos

- Reómetro para fluidos de viscosidad baja y media, marca Anton
- Vasos de precipitado
- Termómetro
- Balanza
- Miel

4.2 Tipo de investigación

Según el nivel de investigación, es de tipo experimental exploratoria

4.3 Etapa de la investigación

El proceso de investigación consistirá de las siguientes etapas

Primera Etapa:

- ✓ Recopilación de información referida a los fluidos no newtonianos y sus propiedades

Segunda Etapa:

- ✓ Recopilación de los modelos de fluidos no newtonianos de dos, tres, cuatro o cinco parámetros.

Tercera etapa

- ✓ Construcción de los reogramas de los modelos propuestos

Cuarta etapa

- ✓ Obtención de los parámetros reológicos

Quinta etapa

- ✓ Verificación de los reogramas para aquellos modelos matemáticos propuestos

Sexta etapa

- ✓ Elaboración de la tesis

4.4 Población y muestra

4.4.1 Población

La población está constituida por miel procedente de la zona de Huarochirí-Lima.

4.4.2 Muestra

La muestra está constituida por 100 ml de miel, el cual es considerado como un fluido No Newtoniano y que está constituida en su mayoría por azúcares (tales como moléculas de glucosa, sacarosa, melicitosa, fructuosa, etc.) esta muestra será colocada en la copa del reómetro, a fin de obtener los parámetros reológicos.

4.5 Técnicas e Instrumentos de recolección de datos

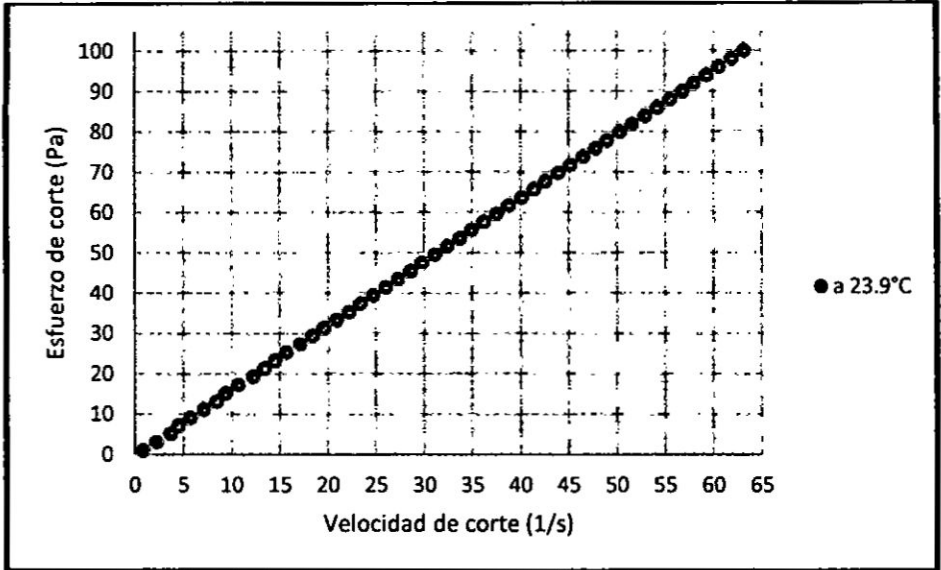
Los datos a utilizar corresponden a valores experimentales de esfuerzo de corte y velocidad de corte de la muestra en estudio (la miel) obtenidos con ayuda del equipo reómetro (marca Anton), con estos datos y con un software por computadora procederemos a realizar el análisis respectivo mediante una regresión no lineal para el cálculo de parámetros que nos permitirá la construcción de los reogramas.

4.6 Técnicas y análisis estadístico de datos

La determinación de los parámetros reológicos requiere el uso de técnicas estadísticas de regresión no lineal; estos valores obtenidos han sido validados a través de la determinación del índice de correlación cercano a la unidad y una varianza cercana a cero.

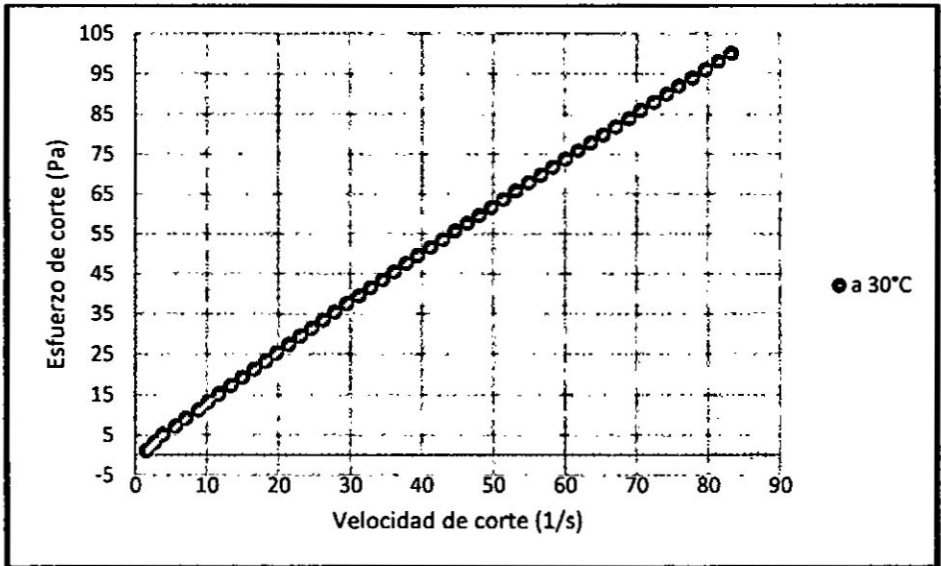
Con los parámetros verificados y validados se procederá a graficar los datos de velocidad de corte Vs esfuerzo de corte, velocidad de corte Vs viscosidad aparente y velocidad de corte Vs viscosidad diferencial.

GRAFICO 5.3
ESFUERZO DE CORTE (Pa) Y VELOCIDAD DE CORTE (1/s) APLICADO A LA MIEL A 23.9 °C



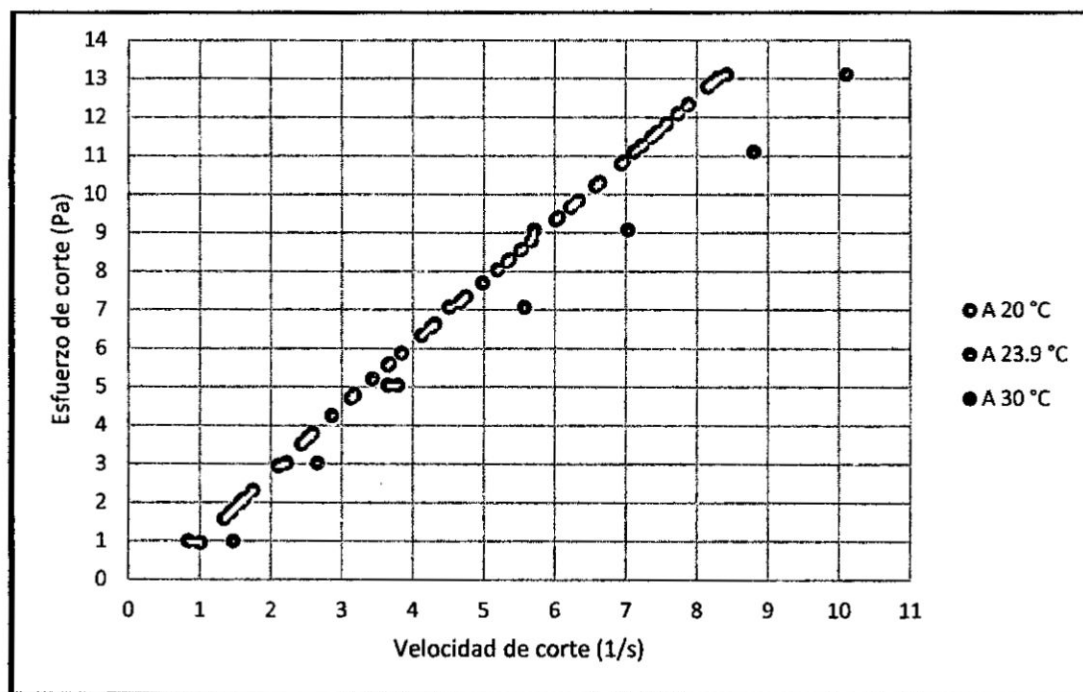
Fuente: Obtenida a partir de los datos de la Tabla 5.1

GRAFICO 5.4
ESFUERZO DE CORTE (Pa) Y VELOCIDAD DE CORTE (1/s) APLICADO A LA MIEL A 30 °C



Fuente: Obtenida a partir de los datos de la Tabla 5.1

GRAFICO 5.5
COMPARACIÓN DEL ESFUERZO DE CORTE (Pa) Y VELOCIDAD DE
CORTE (1/s) APLICADO AL MIEL A 20°C, 23.9°C Y 30 °C



Fuente: Obtenida a partir de los datos de la Tabla 5.1

5.2 Resultados finales

5.2.1 Cálculo de los parámetros de los modelos de fluidos no newtonianos a partir de los datos experimentales y sus reogramas.

- a) Cálculo de los parámetros del modelo de Sisko

TABLA N° 5.2
RESULTADOS DE LA REGRESION DEL MODELO DE SISCO

| Forma estándar | Forma alterna | Forma para la regresión |
|---|---|-------------------------|
| $\tau = A \cdot \frac{du}{dy} + B \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^n$ $0 < n < 1$ | $\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{A + B \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^{n-1}}$ | $y = Ax + Bx^n$ |

| - | <i>Temperaturas</i> | | |
|--------------------|---------------------|-----------|-----------|
| | 20 °C | 23.9 °C | 30°C |
| A | 1.809028 | 1.282367 | 0.7173739 |
| B | -0.5335337 | 0.3293907 | 0.7723659 |
| n | 0.599759 | 0.9789254 | 0.8974061 |
| R ² | 0.9992168 | 0.99996 | 0.999882 |
| R ² adj | 0.9991841 | 0.9999583 | 0.999877 |
| Rmsd | 0.0146627 | 0.0260921 | 0.0447977 |
| Varianza | 0.0116501 | 0.0362126 | 0.1067463 |

Fuente: Obtenido a partir de la regresión de los datos de las Tablas 01 y el modelo de Sisko

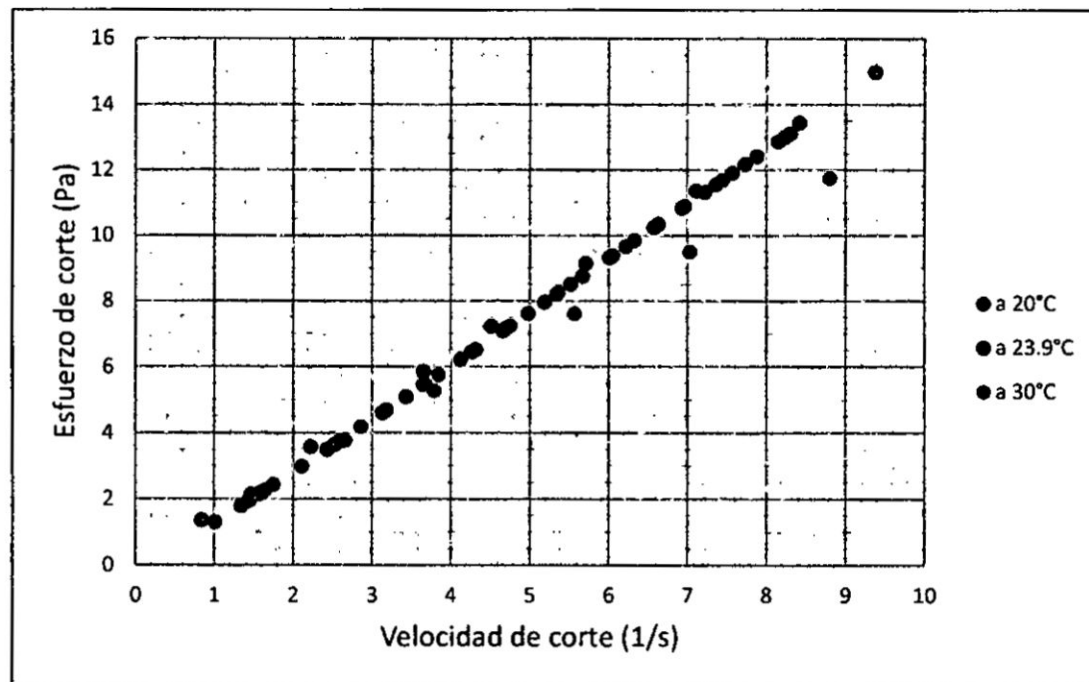
TABLA 5.3
PARÁMETROS REOLÓGICOS DE LA MIEL DE ACUERDO A
MODELO DE SSKO A 20°C, 23.9 °C Y 30°C

| Item | Temperatura a 20°C | | | | Temperatura a 23.9°C | | | | Temperatura a 30°C | | | |
|------|--------------------|----------|---------------------|------------------------|----------------------|----------|---------------------|------------------------|--------------------|----------|---------------------|------------------------|
| | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial |
| 1 | 1.01 | 1.290391 | 1.277614889 | 1.490308204 | 0.84 | 1.354895 | 1.612970249 | 1.606002917 | 1.47 | 2.145916 | 1.459807047 | 1.383637935 |
| 2 | 1.34 | 1.788189 | 1.334469994 | 1.524407565 | 2.22 | 3.565914 | 1.606267846 | 1.599441766 | 2.66 | 3.766509 | 1.41598073 | 1.344307931 |
| 3 | 1.44 | 1.941041 | 1.347945442 | 1.532489586 | 3.65 | 5.850553 | 1.602891503 | 1.596136578 | 3.79 | 5.272121 | 1.39106101 | 1.321944822 |
| 4 | 1.63 | 2.233522 | 1.370259261 | 1.5458725 | 4.51 | 7.222609 | 1.601465545 | 1.594740671 | 5.57 | 7.602872 | 1.364968022 | 1.298528815 |
| 5 | 1.57 | 2.140888 | 1.363623312 | 1.54189253 | 5.71 | 9.13533 | 1.599882938 | 1.593191417 | 7.03 | 9.488284 | 1.349684761 | 1.284813524 |
| 6 | 1.59 | 2.17174 | 1.365874208 | 1.543242525 | 7.11 | 11.36476 | 1.598418985 | 1.591758316 | 8.8 | 11.7505 | 1.335283483 | 1.271889729 |
| 7 | 1.62 | 2.218067 | 1.369177229 | 1.545223542 | 8.42 | 13.44922 | 1.59729462 | 1.590657646 | 10.1 | 13.39876 | 1.326610302 | 1.264106364 |
| 8 | 1.75 | 2.419477 | 1.382558414 | 1.553249028 | 9.38 | 14.97591 | 1.596578841 | 1.589956952 | 11.6 | 15.28899 | 1.318016589 | 1.256394313 |
| 9 | 2.11 | 2.982113 | 1.413323743 | 1.571700811 | 10.7 | 17.07407 | 1.595708185 | 1.589104645 | 13.3 | 17.41832 | 1.309648037 | 1.248884323 |
| 10 | 2.43 | 3.487212 | 1.435066911 | 1.584741471 | 12.2 | 19.45708 | 1.594843049 | 1.588257741 | 14.9 | 19.4115 | 1.302785517 | 1.242725856 |
| 11 | 2.59 | 3.741229 | 1.444490387 | 1.590393286 | 13.4 | 21.36262 | 1.594225834 | 1.587653534 | 16.6 | 21.51912 | 1.296332413 | 1.236934801 |
| 12 | 2.53 | 3.645867 | 1.441054541 | 1.588332606 | 14.5 | 23.10876 | 1.59370775 | 1.587146368 | 18.2 | 23.49424 | 1.290892429 | 1.232052926 |
| 13 | 2.52 | 3.629986 | 1.440470798 | 1.587982501 | 15.7 | 25.01302 | 1.593186478 | 1.586636082 | 19.7 | 25.33915 | 1.286251394 | 1.227888034 |
| 14 | 2.86 | 4.171811 | 1.458675308 | 1.59890082 | 17.1 | 27.23393 | 1.592627461 | 1.586088846 | 21.4 | 27.42284 | 1.281440979 | 1.223571138 |
| 15 | 3.17 | 4.668816 | 1.472812759 | 1.607379883 | 18.4 | 29.29553 | 1.592148732 | 1.585620206 | 23 | 29.37753 | 1.277283768 | 1.219840431 |

Fuente: Obtenida a partir del modelo de SSKO, Tabla 5.2

- Reogramas de acuerdo a modelo de Sisko

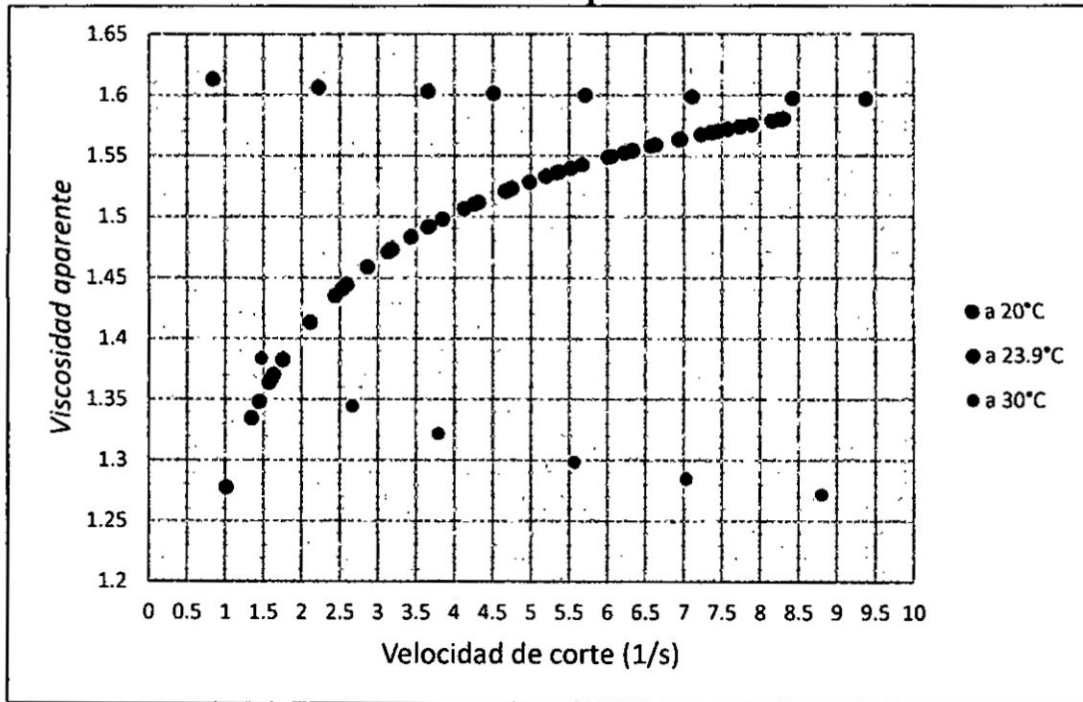
GRÁFICO 5.6
Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura



Fuente: Obtenida a partir del modelo de SSKO, Tabla 5.3

GRÁFICO 5.7

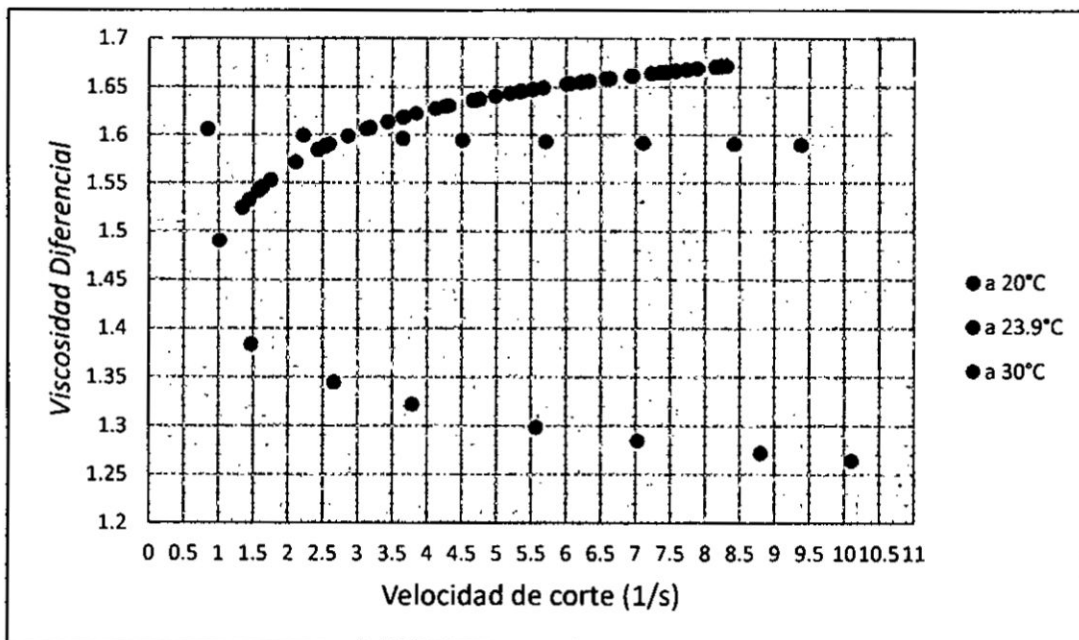
Comparación de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura



Fuente: Obtenida a partir del modelo de SSKO, Tabla 5.3

GRÁFICO 5.8

Comparación de la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura



Fuente: Obtenida a partir del modelo de SSKO, Tabla 5.3

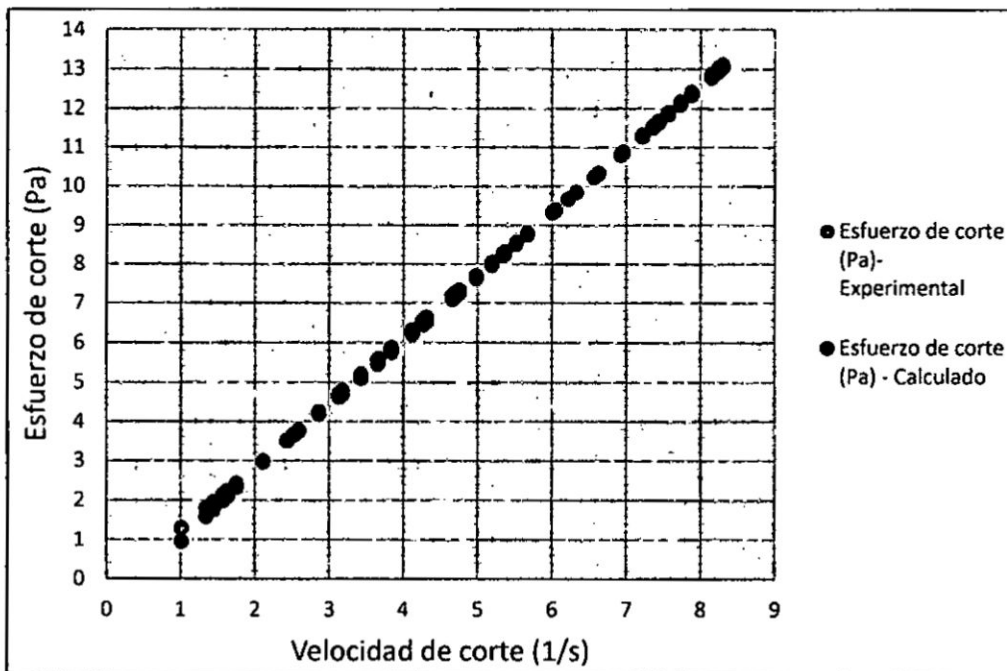
• Comparativo de datos

TABLA 5.4
COMPARATIVO DE DATOS EXPERIMENTALES CON DATOS
OBTENIDOS CON MODELO SSKO

| Para una temperatura de 20°C | | | | | Para una temperatura de 23.9°C | | | | | Para una temperatura de 30°C | | | | | | | |
|------------------------------|--------------------------|------------------------|--|--------------------------|--------------------------------|------|--------------------------|--|------|------------------------------|------------------------|------|--|------------------------|------|--------------------------|------------------------|
| DATOS EXPERIMENTALES | | | DATOS CALCULADOS CON EL MODELO DE SSKO | | DATOS EXPERIMENTALES | | | DATOS CALCULADOS CON EL MODELO DE SSKO | | DATOS EXPERIMENTALES | | | DATOS CALCULADOS CON EL MODELO DE SSKO | | | | |
| Ítem | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Ítem | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Ítem | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Ítem | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Ítem | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Ítem | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) |
| 1 | 1.01 | 0.95004858 | 1 | 1.01 | 1.290391 | 1 | 0.84 | 1 | 1 | 0.84 | 1.354895 | 1 | 1.47 | 1 | 1 | 1.47 | 2.145916 |
| 2 | 1.34 | 1.56502535 | 2 | 1.34 | 1.788189 | 2 | 2.22 | 3.02 | 2 | 2.22 | 3.565914 | 2 | 2.66 | 3.02 | 2 | 2.66 | 3.766509 |
| 3 | 1.44 | 1.74877421 | 3 | 1.44 | 1.941041 | 3 | 3.65 | 5.04 | 3 | 3.65 | 5.850553 | 3 | 3.79 | 5.04 | 3 | 3.79 | 5.272121 |
| 4 | 1.63 | 2.09470923 | 4 | 1.63 | 2.23522 | 4 | 4.51 | 7.06 | 4 | 4.51 | 7.222609 | 4 | 5.57 | 7.06 | 4 | 5.57 | 7.602872 |
| 5 | 1.57 | 1.98590979 | 5 | 1.57 | 2.140888 | 5 | 5.71 | 9.08 | 5 | 5.71 | 9.13533 | 5 | 7.03 | 9.08 | 5 | 7.03 | 9.488284 |
| 6 | 1.59 | 2.02222119 | 6 | 1.59 | 2.17174 | 6 | 7.11 | 11.1 | 6 | 7.11 | 11.36476 | 6 | 8.8 | 11.1 | 6 | 8.8 | 11.7505 |
| 7 | 1.62 | 2.076604 | 7 | 1.62 | 2.218067 | 7 | 8.42 | 13.1 | 7 | 8.42 | 13.44922 | 7 | 10.1 | 13.1 | 7 | 10.1 | 13.39876 |
| 8 | 1.75 | 2.31111094 | 8 | 1.75 | 2.419477 | 8 | 9.38 | 15.1 | 8 | 9.38 | 14.97591 | 8 | 11.6 | 15.1 | 8 | 11.6 | 15.28899 |
| 9 | 2.11 | 2.95115852 | 9 | 2.11 | 2.982113 | 9 | 10.7 | 17.2 | 9 | 10.7 | 17.07407 | 9 | 13.3 | 17.2 | 9 | 13.3 | 17.41832 |
| 10 | 2.43 | 3.50934135 | 10 | 2.43 | 3.487212 | 10 | 12.2 | 19.2 | 10 | 12.2 | 19.45708 | 10 | 14.9 | 19.2 | 10 | 14.9 | 19.4115 |
| 11 | 2.59 | 3.78492954 | 11 | 2.59 | 3.741229 | 11 | 13.4 | 21.2 | 11 | 13.4 | 21.36262 | 11 | 16.6 | 21.2 | 11 | 16.6 | 21.51912 |
| 12 | 2.53 | 3.68184632 | 12 | 2.53 | 3.645867 | 12 | 14.5 | 23.2 | 12 | 14.5 | 23.10876 | 12 | 18.2 | 23.2 | 12 | 18.2 | 23.49424 |
| 13 | 2.52 | 3.66463546 | 13 | 2.52 | 3.629986 | 13 | 15.7 | 25.2 | 13 | 15.7 | 25.01302 | 13 | 19.7 | 25.2 | 13 | 19.7 | 25.33915 |
| 14 | 2.86 | 4.24508053 | 14 | 2.86 | 4.171811 | 14 | 17.1 | 27.3 | 14 | 17.1 | 27.23393 | 14 | 21.4 | 27.3 | 14 | 21.4 | 27.42284 |
| 15 | 3.17 | 4.76640603 | 15 | 3.17 | 4.668816 | 15 | 18.4 | 29.3 | 15 | 18.4 | 29.29553 | 15 | 23 | 29.3 | 15 | 23 | 29.37753 |

Fuente: propia

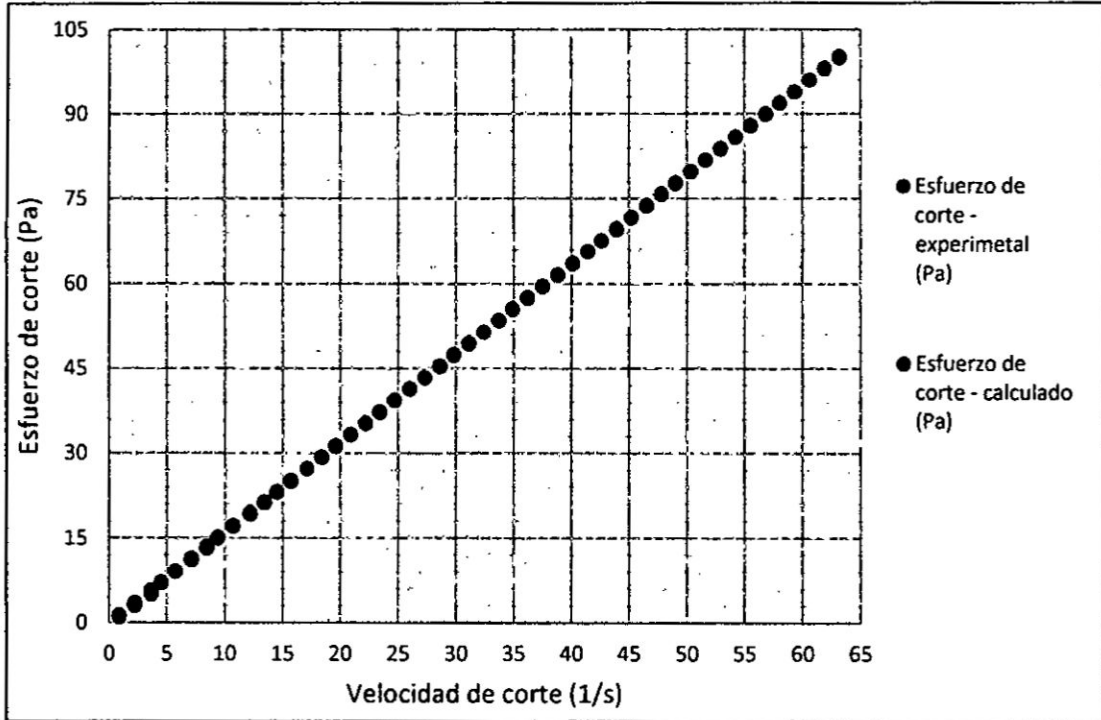
GRÁFICO 5.9
Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Sisko a 20 °C



Fuente: Obtenida a partir del modelo de SSKO, Tabla 5.4

GRÁFICO 5.10

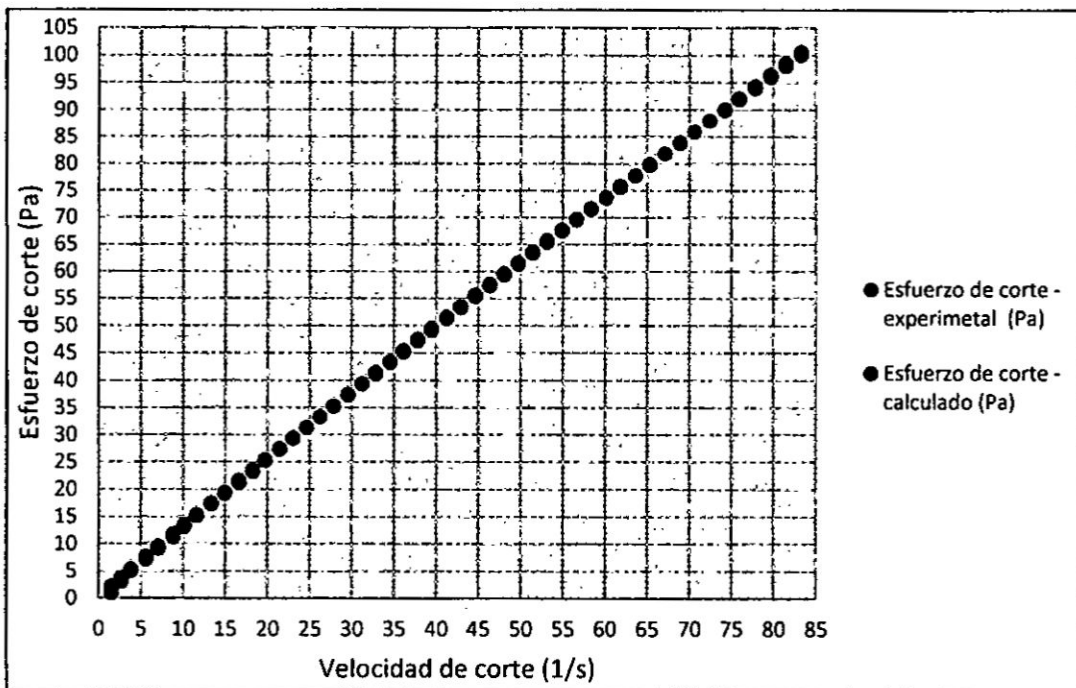
Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Sisko a 23.9 °C



Fuente: Obtenida a partir del modelo de SISCO, Tabla 5.4

GRÁFICO 5.11

Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Sisko a 30 °C



Fuente: Obtenida a partir del modelo de SISCO, Tabla 5.4

b) **Calculo de los parámetros del modelo de Ostwald de Waele-Nutting**

TABLA N° 5.5
RESULTADOS DE LA REGRESIÓN DEL MODELO DE OSTWALD-DE WAELE-NUTTING

| Forma estándar | Forma alterna | Forma para la regresión |
|--|---|-------------------------|
| $\tau = k \left(\frac{du}{dy} \right)^n$ $0 < n < 1$ | $\frac{du}{dy} = \left(\frac{\tau}{k} \right)^{1/n}$ | $y = Bx^n$ |

| | Temperaturas | | |
|--------------------|--------------|-----------|-----------|
| | 20 °C | 23.9 °C | 30°C |
| B | 1.366554 | 0.3293907 | 0.7723659 |
| n | 1.06883 | 0.9789254 | 0.8974061 |
| R ² | 0.9987073 | 0.99996 | 0.999882 |
| R ² adj | 0.9986804 | 0.9999583 | 0.999877 |
| Rmsd | 0.0181375 | 0.0260921 | 0.0447977 |
| Varianza | 0.0171337 | 0.0362126 | 0.1067463 |

Fuente: Obtenido a partir de la regresión de los datos de la Tabla 5.1 y el modelo de Ostwald-De Waele-Nutting

TABLA 5.6
PARÁMETROS REOLÓGICOS DE LA MIEL A 20°C, 23.9 °C Y 30°C

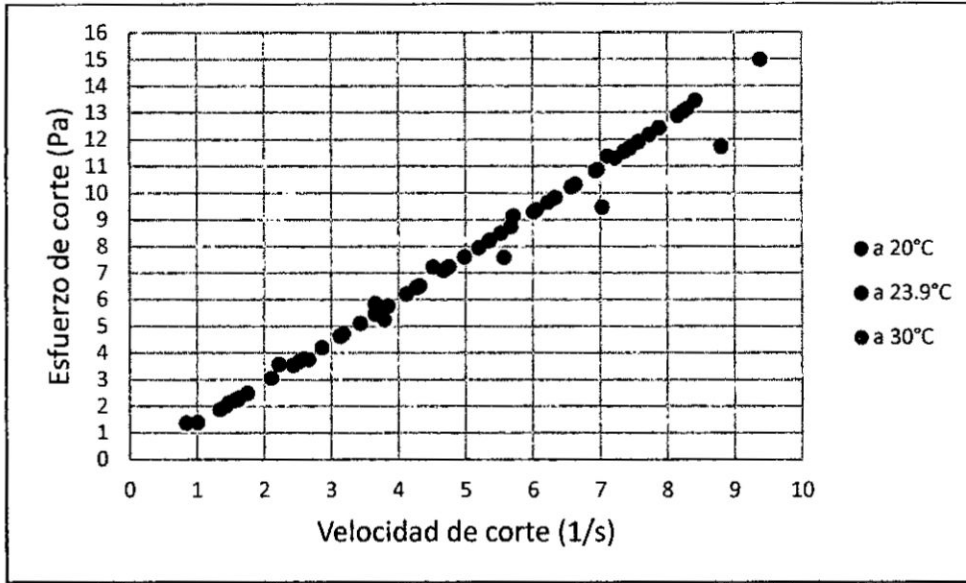
| Ítem | Temperatura a 20°C | | | | Temperatura a 23.9°C | | | | Temperatura a 30°C | | | |
|------|--------------------|----------|---------------------|------------------------|----------------------|----------|---------------------|------------------------|--------------------|----------|---------------------|------------------------|
| | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial |
| 1 | 1.01 | 1.381165 | 1.367490248 | 1.461614602 | 0.84 | 1.354659 | 1.612689561 | 1.606019315 | 1.47 | 2.120556 | 1.44255475 | 1.378966793 |
| 2 | 1.34 | 1.868444 | 1.394361622 | 1.490335533 | 2.22 | 3.565808 | 1.606220024 | 1.599576537 | 2.66 | 3.738183 | 1.405331707 | 1.343384545 |
| 3 | 1.44 | 2.017852 | 1.401286339 | 1.497736877 | 3.65 | 5.850657 | 1.602920144 | 1.596290306 | 3.79 | 5.243731 | 1.383570189 | 1.322582276 |
| 4 | 1.63 | 2.303664 | 1.413291251 | 1.510566088 | 4.51 | 7.222845 | 1.601518083 | 1.594894044 | 5.57 | 7.576795 | 1.36028622 | 1.300324667 |
| 5 | 1.57 | 2.213146 | 1.409647647 | 1.506673695 | 5.71 | 9.135748 | 1.599956089 | 1.593338511 | 7.03 | 9.465186 | 1.346399044 | 1.28704964 |
| 6 | 1.59 | 2.243293 | 1.410876377 | 1.507986998 | 7.11 | 11.36537 | 1.598505623 | 1.591894044 | 8.8 | 11.73161 | 1.333136992 | 1.27437218 |
| 7 | 1.62 | 2.288562 | 1.412692749 | 1.509928391 | 8.42 | 13.45 | 1.597387946 | 1.59078099 | 10.1 | 13.38315 | 1.325064697 | 1.266655713 |
| 8 | 1.75 | 2.485381 | 1.420218307 | 1.517971933 | 9.38 | 14.97681 | 1.596674753 | 1.590070746 | 11.6 | 15.27722 | 1.317001457 | 1.258947901 |
| 9 | 2.11 | 3.035495 | 1.438623529 | 1.537643987 | 10.7 | 17.07512 | 1.595805479 | 1.589205068 | 13.3 | 17.41085 | 1.309085997 | 1.251381355 |
| 10 | 2.43 | 3.529996 | 1.452673712 | 1.552661244 | 12.2 | 19.45826 | 1.594939792 | 1.588342961 | 14.9 | 19.40796 | 1.302547297 | 1.245130882 |
| 11 | 2.59 | 3.778973 | 1.459063591 | 1.559490938 | 13.4 | 21.3639 | 1.594321005 | 1.587726734 | 16.6 | 21.51956 | 1.296358691 | 1.23921507 |
| 12 | 2.53 | 3.685479 | 1.456711615 | 1.556977076 | 14.5 | 23.11011 | 1.593800842 | 1.587208723 | 18.2 | 23.49822 | 1.291111048 | 1.234198744 |
| 13 | 2.52 | 3.669911 | 1.456314578 | 1.55655271 | 15.7 | 25.01444 | 1.593276775 | 1.586686823 | 19.7 | 25.34625 | 1.28661162 | 1.229897651 |
| 14 | 2.86 | 4.201499 | 1.469056408 | 1.57017156 | 17.1 | 27.23541 | 1.592713976 | 1.586126352 | 21.4 | 27.43322 | 1.281925829 | 1.22541841 |
| 15 | 3.17 | 4.69001 | 1.479499105 | 1.581333028 | 18.4 | 29.29705 | 1.592231359 | 1.585645731 | 23 | 29.39074 | 1.277857926 | 1.22152982 |

Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ostwald-De Waele-Nutting, Tabla 5.5

- Reogramas de acuerdo a modelo de Ostwald-De Waele-Nutting

GRÁFICO 5.12

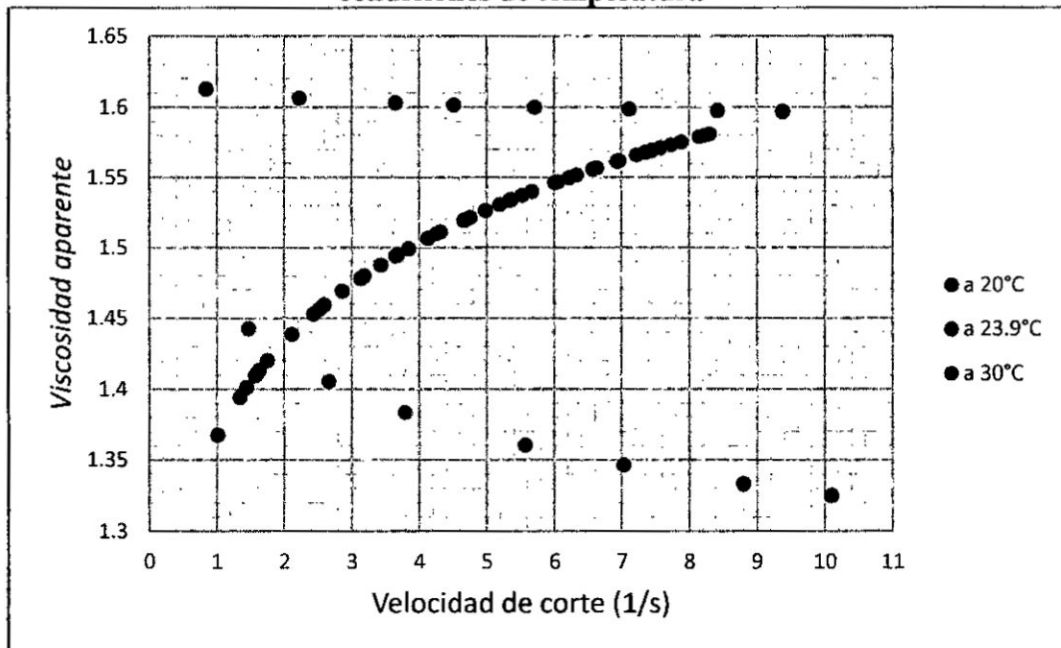
Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ostwald-De Waele-Nutting, Tabla 5.6

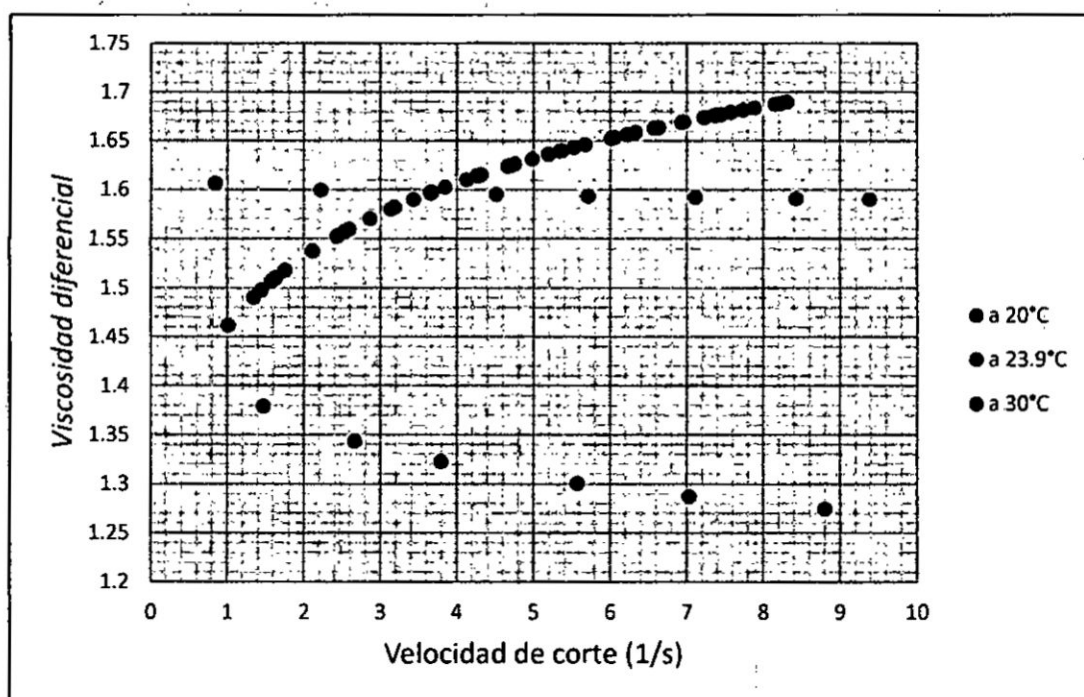
GRÁFICO 5.13

Comparación de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ostwald-De Waele-Nutting, Tabla 5.6

GRÁFICO 5.14
Comparación de la viscosidad diferencial y velocidad de corte a diversas condiciones de temperatura



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ostwald-De Waele-Nutting, Tabla 5.6

c) Cálculo de los parámetros del modelo de Ellis

TABLA N° 5.8

RESULTADOS DE LA REGRESION DEL MODELO DE ELLIS-DE HAVEN

| Forma estándar | Forma alterna | Forma para la regresión |
|---|---|-----------------------------------|
| $\tau = \frac{\mu_0}{1 + c\tau^{n-1}} \frac{du}{dy}$ <p>$n > 1$</p> | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_0} (1 + c\tau^{n-1})\tau$ | $x = \frac{1}{A} (1 + cy^{n-1})y$ |

| | Temperaturas | | |
|--------------------|--------------|-----------|-----------|
| | 20 °C | 23.9 °C | 30°C |
| A | 0.9673495 | 3.242411 | 2.565765 |
| C | -0.29271 | 1.006897 | 0.7361194 |
| n | 1.109981 | 1.008458 | 1.092252 |
| R ² | 0.9983121 | 0.9999606 | 0.9999139 |
| R ² adj | 0.9982403 | 0.9999589 | 0.9999102 |
| Rmsd | 0.0126841 | 0.0163294 | 0.0318238 |
| Varianza | 0.0085578 | 0.0141834 | 0.05387 |

Fuente: Obtenido a partir de la regresión de los datos de las Tabla 5.1 y el modelo de Ellis-de Haven

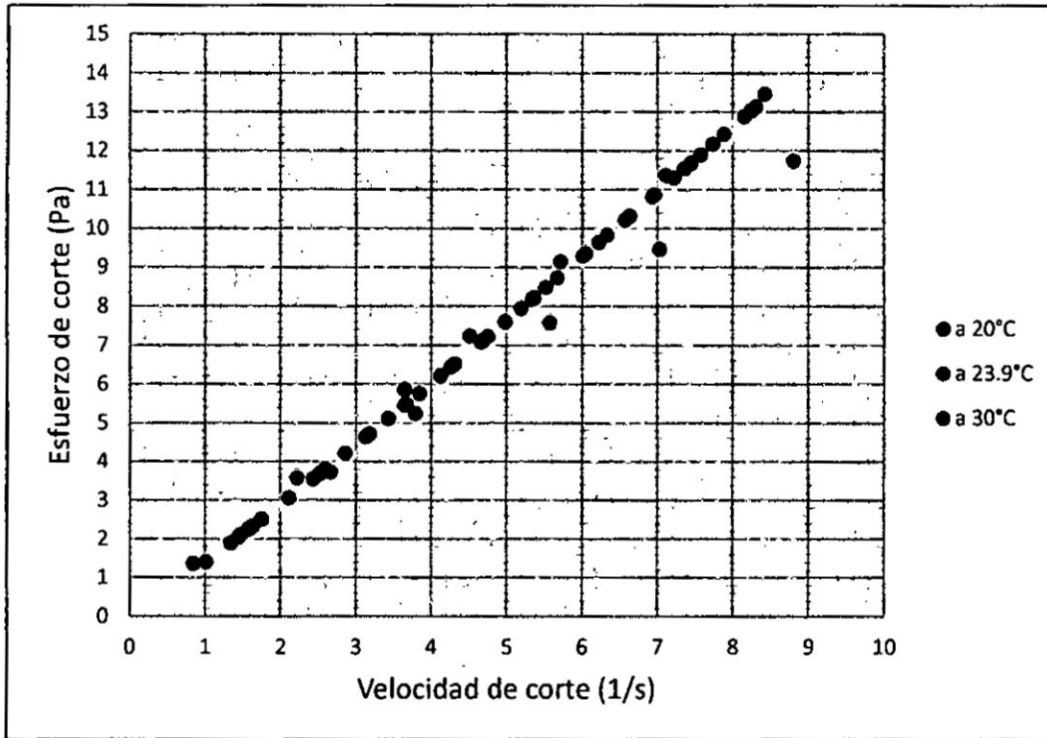
TABLA 5.9
PARÁMETROS REOLÓGICOS DE LA MIEL A DIVERSAS CONDICIONES

| Item | Temperatura a 20°C | | | | Temperatura a 23.8°C | | | | Temperatura a 30°C | | | |
|------|--------------------|----------|---------------------|------------------------|----------------------|--------|---------------------|------------------------|--------------------|----------|---------------------|------------------------|
| | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | $\dot{\gamma}$ | τ | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial |
| 1 | 1.01 | 1.403418 | 1.389523152 | 1.458768602 | 0.84 | 1 | 1.355381 | 1.613549207 | 1.47 | 2.108765 | 2.108765 | 1.610518782 |
| 2 | 1.34 | 1.889371 | 1.409978251 | 1.459961588 | 2.22 | 3.02 | 3.56735 | 1.606914617 | 2.66 | 3.727208 | 3.727208 | 1.606614095 |
| 3 | 1.44 | 2.038177 | 1.415400781 | 1.460275582 | 3.65 | 5.04 | 5.85285 | 1.603520465 | 3.79 | 5.234932 | 5.234932 | 1.604285343 |
| 4 | 1.63 | 2.322675 | 1.424953834 | 1.460826487 | 4.51 | 7.06 | 7.225364 | 1.602076288 | 5.57 | 7.572447 | 7.572447 | 1.601754656 |
| 5 | 1.57 | 2.232593 | 1.422033714 | 1.460658395 | 5.71 | 9.08 | 9.13866 | 1.600465929 | 7.03 | 9.46481 | 9.46481 | 1.600225547 |
| 6 | 1.59 | 2.262596 | 1.423016426 | 1.460714993 | 7.11 | 11.1 | 11.36867 | 1.598969184 | 8.8 | 11.73606 | 11.73606 | 1.598751169 |
| 7 | 1.62 | 2.307646 | 1.424472913 | 1.460798822 | 8.42 | 13.1 | 13.4536 | 1.597814949 | 10.1 | 13.39106 | 13.39106 | 1.597846888 |
| 8 | 1.75 | 2.503473 | 1.430555883 | 1.461148211 | 9.38 | 15.1 | 14.98059 | 1.59707802 | 11.6 | 15.28894 | 15.28894 | 1.596938363 |
| 9 | 2.11 | 3.050574 | 1.4457696 | 1.462017012 | 10.7 | 17.2 | 17.07912 | 1.596179386 | 13.3 | 17.42662 | 17.42662 | 1.596041322 |
| 10 | 2.43 | 3.54225 | 1.457715939 | 1.462694257 | 12.2 | 19.2 | 19.46246 | 1.595283992 | 14.9 | 19.42727 | 19.42727 | 1.595296396 |
| 11 | 2.59 | 3.789811 | 1.46324738 | 1.463006376 | 14.5 | 23.2 | 23.11453 | 1.59410524 | 18.2 | 23.52392 | 23.52392 | 1.593984906 |
| 12 | 2.53 | 3.696846 | 1.461204099 | 1.462891188 | 17.1 | 27.3 | 27.23995 | 1.592979641 | 21.4 | 27.4639 | 27.4639 | 1.592923522 |
| 13 | 2.52 | 3.681367 | 1.460860015 | 1.462871778 | 19.6 | 31.3 | 31.20415 | 1.592048422 | 24.6 | 31.37676 | 31.37676 | 1.592010613 |
| 14 | 2.86 | 4.209989 | 1.472024236 | 1.463499746 | 22.2 | 35.3 | 35.3246 | 1.591198356 | 27.8 | 35.26607 | 35.26607 | 1.591209721 |
| 15 | 3.17 | 4.695927 | 1.481365015 | 1.464022311 | 24.7 | 39.4 | 39.28461 | 1.590470131 | 31.2 | 39.37572 | 39.37572 | 1.590454254 |

Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ellis-de Haven y Tabla 5.8

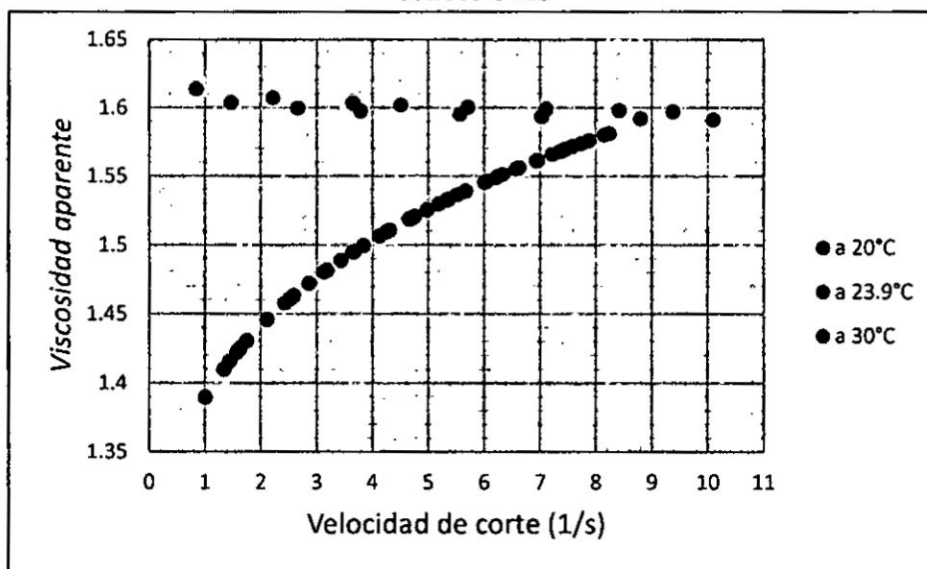
- Reogramas de acuerdo a modelo de Ellis-de Haven

GRAFICO 5.18
Comparación entre el esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir de la Tabla 5.9

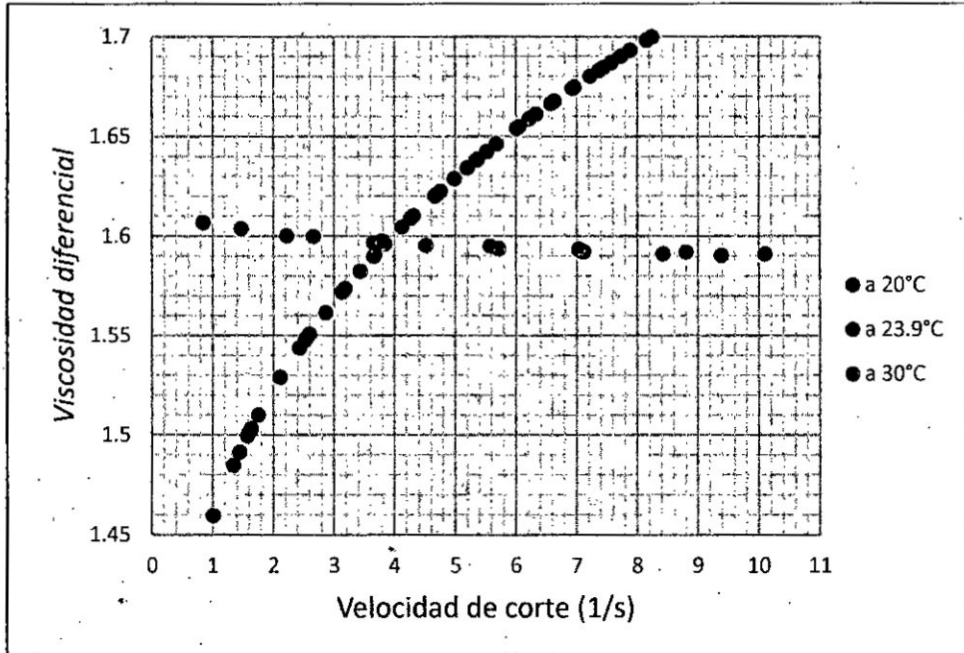
GRAFICO 5.19
Comparación entre la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir de la Tabla 5.9

GRAFICO 5.20

Comparación entre la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir de la Tabla 5.9

- Comparativo de datos

TABLA 5.10

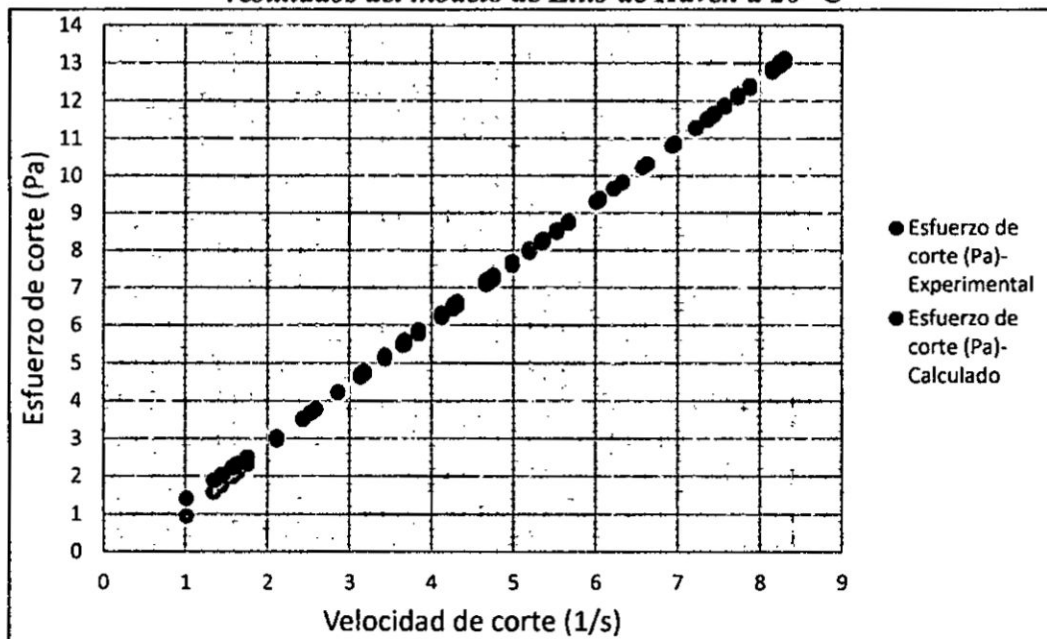
COMPARATIVO DE DATOS EXPERIMENTALES CON DATOS
OBTENIDOS CON MODELO ELLIS-DE HAVEN

| Para una temperatura de 20°C | | | | | Para una temperatura de 23.9°C | | | | | Para una temperatura de 30°C | | | | | | | |
|------------------------------|--------------------------|------------------------|--|--------------------------|--------------------------------|------|--------------------------|--|------|------------------------------|------------------------|------|--|------------------------|------|--------------------------|------------------------|
| DATOS EXPERIMENTALES | | | DATOS CALCULADOS CON EL MODELO DE ELLIS-DE HAVEN | | DATOS EXPERIMENTALES | | | DATOS CALCULADOS CON EL MODELO DE ELLIS-DE HAVEN | | DATOS EXPERIMENTALES | | | DATOS CALCULADOS CON EL MODELO DE ELLIS-DE HAVEN | | | | |
| Item | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Item | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Item | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Item | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Item | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) | Item | Velocidad de corte (1/s) | Esfuerzo de corte (Pa) |
| 1 | 1.01 | 0.95004858 | 1 | 1.01 | 1.403418 | 1 | 0.84 | 1 | 1 | 0.84 | 1.355381 | 1 | 1.47 | 1 | 1 | 1.47 | 2.108765 |
| 2 | 1.34 | 1.56502535 | 2 | 1.34 | 1.889371 | 2 | 2.22 | 3.02 | 2 | 2.22 | 3.56735 | 2 | 2.66 | 3.02 | 2 | 2.66 | 3.727208 |
| 3 | 1.44 | 1.74877421 | 3 | 1.44 | 2.038177 | 3 | 3.65 | 5.04 | 3 | 3.65 | 5.85285 | 3 | 3.79 | 5.04 | 3 | 3.79 | 5.234932 |
| 4 | 1.63 | 2.09470923 | 4 | 1.63 | 2.322675 | 4 | 4.51 | 7.06 | 4 | 4.51 | 7.225364 | 4 | 5.57 | 7.06 | 4 | 5.57 | 7.572447 |
| 5 | 1.57 | 1.98590979 | 5 | 1.57 | 2.232593 | 5 | 5.71 | 9.08 | 5 | 5.71 | 9.13866 | 5 | 7.03 | 9.08 | 5 | 7.03 | 9.46481 |
| 6 | 1.59 | 2.02222119 | 6 | 1.59 | 2.262596 | 6 | 7.11 | 11.1 | 6 | 7.11 | 11.36867 | 6 | 8.8 | 11.1 | 6 | 8.8 | 11.73606 |
| 7 | 1.62 | 2.076604 | 7 | 1.62 | 2.307646 | 7 | 8.42 | 13.1 | 7 | 8.42 | 13.4536 | 7 | 10.1 | 13.1 | 7 | 10.1 | 13.39106 |
| 8 | 1.75 | 2.31111094 | 8 | 1.75 | 2.503473 | 8 | 9.38 | 15.1 | 8 | 9.38 | 14.98059 | 8 | 11.6 | 15.1 | 8 | 11.6 | 15.28894 |
| 9 | 2.11 | 2.95115852 | 9 | 2.11 | 3.050574 | 9 | 10.7 | 17.2 | 9 | 10.7 | 17.07912 | 9 | 13.3 | 17.2 | 9 | 13.3 | 17.42662 |
| 10 | 2.43 | 3.50934135 | 10 | 2.43 | 3.54225 | 10 | 12.2 | 19.2 | 10 | 12.2 | 19.46246 | 10 | 14.9 | 19.2 | 10 | 14.9 | 19.42727 |
| 11 | 2.59 | 3.78492954 | 11 | 2.59 | 3.789811 | 11 | 14.5 | 23.2 | 11 | 14.5 | 23.11453 | 11 | 18.2 | 23.2 | 11 | 18.2 | 23.52392 |
| 12 | 2.53 | 3.68184632 | 12 | 2.53 | 3.696846 | 12 | 17.1 | 27.3 | 12 | 17.1 | 27.23995 | 12 | 21.4 | 27.3 | 12 | 21.4 | 27.4639 |
| 13 | 2.52 | 3.66463546 | 13 | 2.52 | 3.681367 | 13 | 19.6 | 31.3 | 13 | 19.6 | 31.20415 | 13 | 24.6 | 31.3 | 13 | 24.6 | 31.37676 |
| 14 | 2.86 | 4.24508053 | 14 | 2.86 | 4.209989 | 14 | 22.2 | 35.3 | 14 | 22.2 | 35.3246 | 14 | 27.8 | 35.3 | 14 | 27.8 | 35.26607 |
| 15 | 3.17 | 4.76640603 | 15 | 3.17 | 4.695927 | 15 | 24.7 | 39.4 | 15 | 24.7 | 39.28461 | 15 | 31.2 | 39.4 | 15 | 31.2 | 39.37572 |

Fuente: propia

GRÁFICO 5.21

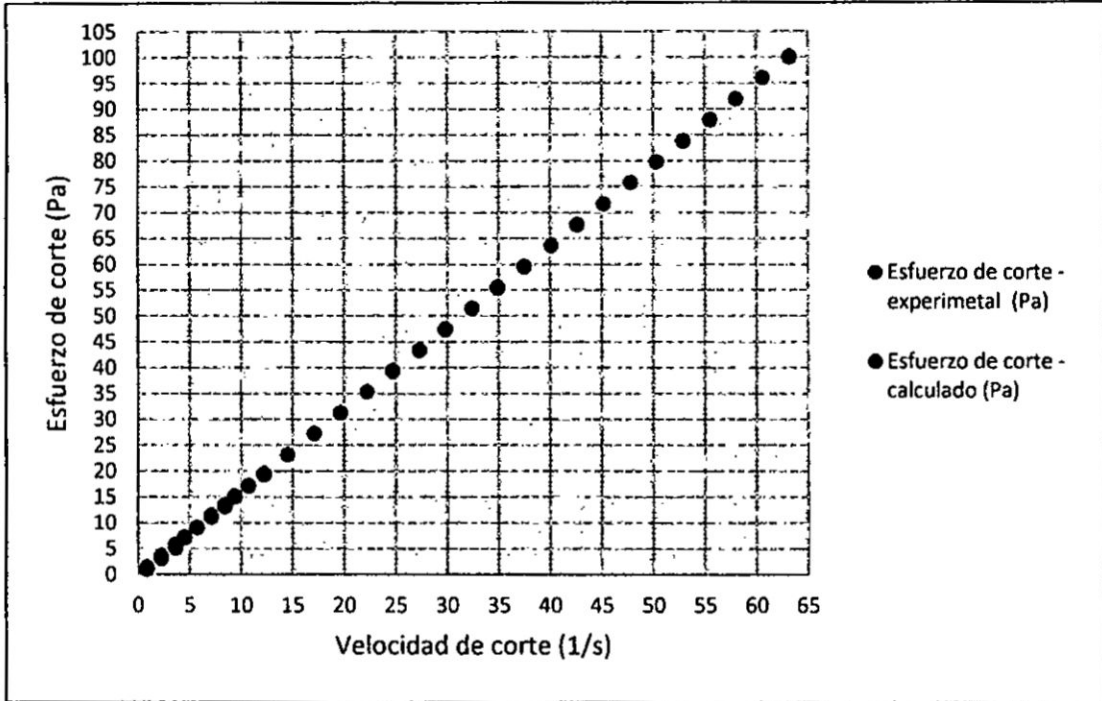
Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ellis-de Haven a 20 °C



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ellis-de Haven, Tabla 5.10

GRÁFICO 5.22

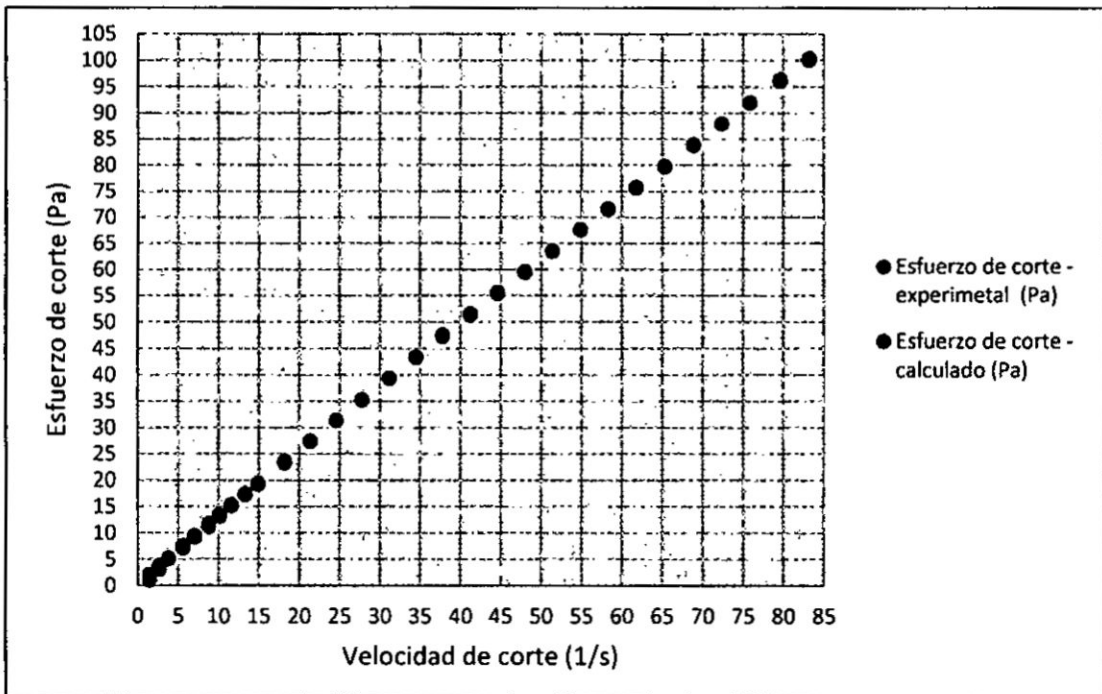
Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ellis-de Haven a 23.9 °C



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ellis-de Haven, Tabla 5.10

GRÁFICO 5.23

Comparación del esfuerzo de corte y velocidad de corte de datos experimentales y resultados del modelo de Ellis-de Haven a 30 °C



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ellis-de Haven, Tabla 5.10

VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

a) Hipótesis General

Como podemos observar en las gráficas 5.6, 5.12 y 5.18 si es posible construir reogramas de diversos modelos matemáticos (representación gráfica de la velocidad de corte V_s esfuerzo de corte), para el caso de la muestra en estudio “la miel” los modelos matemáticos que se ajustan más a la muestra son los modelos de Sisko, modelo de Ostwald-De Waele-Nutting y modelos de Ellis-de Haven.

Esto lo pudimos verificar de acuerdo al análisis estadístico luego de la regresión no lineal a los modelos mencionados observando que en cada modelo matemático el índice de correlación es cercano a la unidad y además de que su varianza es cercana a cero.

b) Hipótesis Especifica

Como se puede observar de los modelos matemáticos de Sisko, modelo de Ostwald-De Waele-Nutting y modelo de Ellis-de Haven, se pudieron obtener parámetros reológicos (como por ejemplo de velocidad de corte, esfuerzo de corte, viscosidad aparente, viscosidad diferencia).

El modelo matemático de Sisko nos permite obtener reogramas de velocidad de corte V_s esfuerzo de corte, observando que el modelo se ajusta correctamente a los valores experimentales como se puede apreciar en los gráficos 5.9, 5.10 y 5.11 siendo la miel es sometida a diferentes condiciones de temperatura (para temperaturas de 20°C, 23.9°C y 30°C)

El modelo matemático de Ostwald-De Waele-Nutting nos permite obtener reogramas de velocidad de corte Vs esfuerzo de corte, observando que el modelo se ajusta correctamente a los valores experimentales como se puede apreciar en los gráficos 5.15, 5.16 y 5.17 cuando la miel es sometida a diferentes condiciones de temperatura (para temperaturas de 20°C, 23.9°C y 30°C).

El modelo matemático de Ellis-de Haven nos permite obtener reogramas de velocidad de corte Vs esfuerzo de corte, observando que el modelo se ajusta correctamente a los valores experimentales como se puede apreciar en los gráficos 5.21, 5.22 y 5.23 cuando la miel es sometida a diferentes condiciones de temperatura (para temperaturas de 20°C, 23.9°C y 30°C)

Adicionalmente se observó en cada modelo matemático que a medida en que se incrementaba la temperatura (para el caso de 23.9°C y 30°C) se experimenta un descenso brusco en la viscosidad aparente posiblemente debido a que a 20°C la propagación del calor no es uniforme en todo el seno del fluido y generando así que la agitación molecular no se da en todo el fluido (ver fig. 5.1) produciendo una viscosidad aparente creciente, pero que al incrementar la temperatura de trabajo experimente un mayor grado de agitación molecular generando que la viscosidad aparente tenga este descenso.

De la correlación realizada con los modelos matemáticos a los datos experimentales de la miel se pudo observar que la miel tiene un comportamiento pseudo plástico, los que son menos espesos a medida que aumenta la velocidad de deformación.

VII. CONCLUSIONES

- De la muestra en estudio (la miel) se logró la representación de los Reogramas con tres modelos matemáticos de fluidos no newtonianos, Modelo de Sisko, modelo de Ostwald de Waele-Nutting, modelo de Ellis de Haven, realizando una correlación no lineal de estos modelos con los valores obtenidos experimentalmente.
- De los datos experimentales obtenidos para la miel con ayuda del reómetro, se han intentado correlacionar con al menos 10 modelos de fluidos no newtonianos; sin embargo, solo los modelos de Sisko (Gráfico 5.9, 5.10 y 5.11), Ostwald de Waele-Nutting (Gráfico 5.15, 5.16 y 5.17), y Ellis de Haven (Gráfico 5.21, 5.22 y 5.23), han logrado superar exitosamente las pruebas estadísticas, obteniéndose en cada uno de ellos un índice de correlación “ R^2 ” cercano a la unidad y una varianza cercana a cero.
- De los tres modelos matemáticos de fluidos no newtonianos, Modelo de Sisko, modelo de Ostwald de Waele-Nutting, modelo de Ellis de Haven se pudieron obtener parámetros reológicos de velocidad de corte, esfuerzo de corte, viscosidad aparente y viscosidad diferencial.
- De las pruebas realizadas a la muestra en estudio (la miel) con cada uno de los modelos matemáticos (Modelo de Sisko, modelo de Ostwald de Waele-Nutting, modelo de Ellis de Haven) se pudo observar que su viscosidad tiene un comportamiento que varía mucho de acuerdo a la temperatura con la que se trabaje. Como se puede observar a 20°C, en donde la viscosidad tiene un comportamiento creciente mientras que a temperaturas mayores de 23.9°C y 30°C la miel presenta una viscosidad que va decreciendo.
- Finalmente este trabajo promueve la investigación del comportamiento reológico de los fluidos no newtonianos, usando como modelo de estudio a la miel; este mismo procedimiento puede ser aplicado a otros fluidos no newtonianos, por lo que este trabajo se constituye en un aporte académico muy importante.

VIII. RECOMENDACIONES

- Tener los instrumentos de laboratorio adecuadamente limpios y verificar el correcto funcionamiento del equipo reómetro.
- Al realizar el análisis con el modelo matemático de Ellis de Haven se deberá realizar un reacomodo de las variables para poder realizar la regresión no lineal mediante el software por computadora (Polymath).
- Cada vez que se determine el análisis verificar que el valor del índice de correlación (R^2) sea cercano a a la unidad y el valor de la varianza sea cercana a cero.

IX. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Alvarenga, B., & Máximo, A. Física General. México: Harla, 1983
2. Bird, B. R., Armstrong, R. C., Hassager O., Dynamics of Polymeric Liquids, vol 1, John Wiley & Sons, 2a Edición, Estados Unidos de América, 1987
3. Bueche, F, Fundamentos de física. (6° Ed.). México: McGraw-Hill, 1987
4. Carrasco V., L. Fenómenos de Transporte; Lima Perú. Edit. Macro, 2011
5. Carrasco V., L. Métodos Numéricos, Lima Perú. ; Edit. Macro; 2011
6. Carrasco V., L. Parámetros de modelo y flujo de fluidos no newtonianos; Lima Perú. Edit. Macro, 2017
7. Chang, R., Química. 10ª Ed, China: McGraw-Hill, 2010
8. García-Colin, L., & Rodríguez Z. R, Líquidos exóticos. México: FCE , 2010
9. López Chalarca, Liliana; Miranda Galvis; Lisbeth, Efecto de la viscosidad de una suspensión en la clasificación de hidrociclones, Universidad nacional de Colombia- Facultad nacional de minas, sede Medellin, 2009.
10. Macosko, C. W., Rheology Principles, Measurements, and Applications, Wiley-VCH, 1a Edición, Estados Unidos de América, 1994.
11. Quintáns Riveiro, L., Reologia de productos alimentarios USC, Santiago de Compostela España, 2008.
12. Ramirez Nava, J, introducción a la reologia de los alimentos, Cali Colombia, 2006.
13. Resnick, R., Halliday, D. y Krane K. S., Física, Vol. 1, CECSA, 5ª edición, México, 2004.

14. Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D. y Freedman, R. A., Física Universitaria Vol. 1, Pearson Educación, 11ª Edición, México, 2004.
15. Sears, F. W., Zemansky, M. W., Física General, Addison Wesley, 5ª Edición, España, 1981.
16. Scottblair, G. W., Elementary Rheology, Academic Press London and New York, 1a Edición, Gran Bretaña, 1969.
17. Serway, A, Raymond. J. Física I. México: Thomson, 2009
18. Richard, S. Isaac Newton: una vida. España: AKAL, 2006
19. Wilson, J. D., Buffa, A. J., & Lou, B, Física. Edo. De México: Pearson., 2007
20. Walters, K., Rheometry, John Wiley & Sons, 1a Edición, Gran Bretaña, 1975.
21. Zitzewitz, P.W., Física. Colombia: McGraw-Hill, 2004
22. Páginas web de referencia:

<https://ialimentoslem1.wordpress.com/2013/12/09/b-clasificacion-de-comportamiento-reologico-de-los-materiales/> ... (09-Mayo - 2016)

https://www.google.com.pe/search?q=ley+de+viscosidad&hl=es&rlz=1T4AVNB_esPE607PE607&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj8YrSur-... (14-October - 2016)

<https://www.google.com.pe/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fimage.slidesharecdn.com%2Fpractica-02-160505030232%2F95%2Fpractica-02-6-638.jpg%3Fcb%3D1462417439&imgrefurl=http%3A%2F%2Fwww.slideshare.> ... (14-October - 2016)

<https://www.google.com.pe/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fimage.slidesharecdn.com%2Fpractica-02-160505030232%2F95%2Fpractica-02-6-638.jpg%3Fcb%3D1462417439&imgrefurl=http%3A%2F%2Fwww.> ... (14-October-2016)

Anexos

**MATRIZ DE CONSISTENCIA
"REOGRAMAS DE MODELOS DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS"**

| PROBLEMA | OBJETIVOS | HIPOTESIS | VARIABLES | INDICADOR | METODO |
|---|---|--|---|---|---|
| <p>Problema General ¿Sera posible obtener los reogramas de diversos modelos de fluidos no newtonianos?</p> | <p>Objetivo general Obtener los reogramas de diversos modelos de fluidos no newtonianos.</p> | <p>Hipótesis general Es posible obtener los reogramas de diversos modelos de fluidos no newtonianos.</p> | <p>Y: Reogramas de diversos modelos de fluidos no newtonianos.</p> | <p>Reogramas de diversos fluidos no newtonianos.</p> | <p>Comparación de gráficos de los reogramas con los obtenidos en la literatura en los casos que hubiera.</p> |
| <p>Problemas específicos ¿Cuáles son los modelos de viscosidad independientes del tiempo disponible para el cálculo de los parámetros reológicos? ¿Qué procedimientos matemáticos y estadísticos serán necesarios para la obtención de los reogramas asociados a los modelos reológicos estudiados? ¿De qué manera se pueden obtener los parámetros reológicos de los diversos modelos propuestos?</p> | <p>Objetivos específicos Obtener los modelos de viscosidad independientes del tiempo para el cálculo de los parámetros reológicos. Aplicar procedimientos matemáticos y estadísticos asociados a los fluidos no newtonianos para la obtención de los parámetros reológicos de diversos modelos propuestos.</p> | <p>Hipótesis secundarias Es posible obtener modelos de viscosidad de fluidos no newtonianos de 2, 3 y 4 parámetros. Es posible desarrollar una serie de procedimientos matemáticos y estadísticos necesarios para la obtención de los reogramas asociados a los modelos reológicos estudiados. Es posible la obtención de los parámetros reológicos de los diversos modelos propuestos.</p> | <p>X1: Modelos de viscosidad independientes del tiempo disponible para el cálculo de los parámetros reológicos. X2: Procedimientos matemáticos necesarios para la obtención de los reogramas asociados a los modelos reológicos estudiados. X3: Parámetros reológicos de los diversos modelos propuestos.</p> | <p>Número de parámetros contenidos en el modelo Índice de correlación en la obtención de parámetros. Índice de correlación múltiple. Perfiles de velocidad parabólicos o modificados</p> | <p>Revisión bibliográfica y/o experimentalación. Minimización de la función objetivo de las discrepancias. Comparación con los reportes bibliográficos para los casos que se reportasen en la bibliografía.</p> |

Modelos teóricos para fluidos no newtonianos independientes del tiempo

| Denominación/ autor | Función reologica | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | Nro. parámetros | Función alterna |
|------------------------|--|--|---|--------------------|--|
| Prandtl - Eyring | $\tau = A \operatorname{arcsenh} \left(\frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right)$ | $\frac{A \operatorname{arcsenh} \left(\frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right)}{\frac{du}{dy}}$ | $\frac{A}{B \sqrt{1 + \left(\frac{du}{dy} \right)^2}}$ | 2: A, B | $\frac{du}{dy} = B \operatorname{senh} \frac{\tau}{A}$ |
| Powell - Eyring | $\tau = C \frac{du}{dy} + A \operatorname{arcsenh} \left(\frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right)$ | $C + \frac{A \operatorname{arcsenh} \left(\frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right)}{\frac{du}{dy}}$ | $C + \frac{A}{B \sqrt{1 + \left(\frac{du}{dy} \right)^2}}$ | 3: A, B, C | |
| Sutterby | $\tau = M_0 \left[\frac{\operatorname{arcsenh} \left(N \frac{du}{dy} \right)}{N \frac{du}{dy}} \right]^p \frac{du}{dy}$ $0 < p < 1$ | $M_0 \left[\frac{\operatorname{arcsenh} \left(N \frac{du}{dy} \right)}{N \frac{du}{dy}} \right]^p$ | - | 3: M_0, N, P | |
| Prandtl | $\tau = A \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{du/dy}{C} \right)$ | - | - | 2: A, C | |
| Eyring | $\tau = \frac{du/dy}{B} + C \operatorname{sen} \left(\frac{\tau}{A} \right)$ | - | - | 3 A, B, C | |

Modelos experimentales para fluidos no newtonianos independientes del tiempo

| Denominación / autor | Función reológica | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | Nro. Parámetros | Función alterna |
|--------------------------------------|---|--|------------------------|---|---|
| Newton | $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ | μ | μ | 1: μ | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \tau$ |
| Bingham | $\tau = \tau_0 + \mu \frac{du}{dy}$ | μ | μ | 2: τ_0, μ | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} (\tau - \tau_0)$ |
| Casson | $\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + \mu_c \left(\frac{du}{dy} \right)^{1/2}$ | μ_c^2 | μ_c^2 | 2: τ_0, μ_c | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_c^2} (\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau_0})^2$ |
| Casson-generalizada Nro.1 | $\tau^{1/n} = \tau_0^{1/n} + \mu_c \left(\frac{du}{dy} \right)^{1/n}$ $n > 1 \quad m > 1$ | - | - | 4: τ_0, μ_c, n, m | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_c^m} (\tau^{1/n} - \tau_0^{1/n})^m$ |
| Casson-generalizada Nro.2 | $\tau^{2/n} = \tau_0^{2/n} + \mu_c \left(\frac{du}{dy} \right)^{2/n}$ $n > 2 \quad m > 1$ | - | - | 4: τ_0, μ_c, n, m | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_c^m} (\tau^{2/n} - \tau_0^{2/n})^m$ |
| Casson-generalizada Nro.3 modificado | $\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \mu_c \sqrt{\frac{\mu_{ap}}{\mu_{ap0}} \cdot \frac{du}{dy}}$ μ_{ap} fase continua μ_{ap0} fase extrapolada | $\mu_c^2 \frac{\mu_{ap}}{\mu_{ap0}}$ | - | 4: $\tau_0, \mu_c, \mu_{ap}, \mu_{ap0}$ | $\frac{du}{dy} = \frac{\mu_{ap0}}{\mu_c \cdot \mu_c} (\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau_0})^2$ |
| Herschel-Bulkley Nro.1 | $\tau = \tau_0 + \mu \left(\frac{du}{dy} \right)^{1/m}$ | $\mu^{1/m} \cdot \left(\frac{du}{dy} \right)^{\frac{1-m}{m}}$ | - | 3: τ_0, μ, m | $\frac{du}{dy} = \left(\frac{1}{\mu} \right)^m (\tau - \tau_0)^m$ |

| Denominación / autor | Función reológica | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | Nro. Parámetros | Función alterna |
|----------------------------|---|---|--|---------------------------|--|
| Herschel-Bulkley Nro.2 | $\tau = \tau_0 + \frac{\mu (du/dy)^n}{1 + c(\tau - \tau_0)^n}$ | $\frac{\mu}{1 + c(\tau - \tau_0)^n}$ | | 4: τ_0, μ, c, n | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \left(1 + c(\tau - \tau_0)^n \right) \cdot (\tau - \tau_0)$ |
| Ostwald - de Waele-Nutting | $\tau = k \left(\frac{du}{dy} \right)^n$ $0 < n < 1$ | $k \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}$ | $k n \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}$ | 2: k, n | $\frac{du}{dy} = \left(\frac{\tau}{k} \right)^{1/n}$ |
| Ellis-de Haven | $\tau = \frac{\mu_0}{1 + c\tau^{n-1}} \frac{du}{dy}$ $n > 1$ | $\frac{\mu_0}{1 + c\tau^{n-1}}$ | $\frac{\mu_0}{1 + c n \tau^{n-1}}$ | 3: μ_0, c, n | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_0} (1 + c\tau^{n-1}) \tau$ |
| Steiger-Ory | $\tau = \frac{1}{A^2 + c} \frac{du}{dy}$ $c > 0$ | $\frac{1}{A\tau^2 + c}$ | $\frac{1}{3A\tau^2 + c}$ | 2: A, c | $\frac{du}{dy} = A\tau^3 + c\tau$ |
| Sisko | $\tau = A \frac{du}{dy} + B \left(\frac{du}{dy} \right)^n$ $0 < n < 1$ | $A + B \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}$ | $A + B n \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}$ | 3: A, B, n | $\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{A + B \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}}$ |
| Ferry | $\tau = \frac{\mu}{1 + \frac{du}{dy}} \frac{du}{dy}$ | | | 2: μ, G | $\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \left(\tau + \frac{\tau^2}{G} \right)$ |
| Reiner-Phillipoff | $\tau = \left[\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + \left(\frac{\tau}{A} \right)^2} \right] \frac{du}{dy}$ | $\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + \left(\frac{\tau}{A} \right)^2}$ | | 3: μ_∞, μ_0, A | $\frac{du}{dy} = \left[\frac{1 + \left(\frac{\tau}{A} \right)^2}{\mu_\infty \left(\frac{\tau}{A} \right)^2 + \mu_0} \right] \tau$ |

El exponente 2 se generaliza a n .

| Denominación / autor | Función reológica | Viscosidad aparente | Viscosidad diferencial | Nro. Parámetros | Función alterna |
|----------------------|--|---|------------------------|-----------------------------------|--|
| Reiner | $\tau = \frac{du/dy}{\frac{1}{\mu_\infty} - \left(\frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_0} \right) e^{-\frac{\tau^2}{\lambda^2}}}$ | $\frac{1}{\frac{1}{\mu_\infty} - \left(\frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_0} \right) e^{-\frac{\tau^2}{\lambda^2}}}$ | - | 3: $\mu_\infty, \mu_0, \lambda$ | $\frac{du}{dy} = \left[\frac{1}{\mu_\infty} - \left(\frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_0} \right) e^{-\frac{\tau^2}{\lambda^2}} \right] \cdot \tau$ |
| Williamson | $\tau = \frac{A \frac{du}{dy}}{B + \frac{du}{dy}} + \mu_0$ | $\frac{A \frac{du}{dy} + \mu_0}{B + \frac{du}{dy}}$ | - | 3: A, B, μ_0 | $\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\frac{A}{B + \frac{du}{dy}} + \mu_0}$ |
| Briant | $\tau = \mu_\infty \left[1 + \frac{\tau_0}{n \cdot \mu_\infty} \frac{du}{dy} \right]^{n-1}$ $0 < n < 1$ | $\mu_\infty \left[1 + \frac{\tau_0}{n \cdot \mu_\infty} \frac{du}{dy} \right]^n$ | - | 3: μ_∞, τ_0, n | $\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\mu_\infty \left[1 + \frac{\tau_0}{n \cdot \mu_\infty} \frac{du}{dy} \right]^n}$ |
| Bellet Nro 1 | $\tau = \left[\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + c\tau^{\alpha-1}} \right] \frac{du}{dy}$ $\alpha > 1$ | $\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + c\tau^{\alpha-1}}$ | - | 4: $\mu_\infty, \mu_0, \alpha, c$ | $\frac{du}{dy} = \left[\frac{1 + c\tau^{\alpha-1}}{\mu_\infty + \mu_0} \right] \tau$ |
| Bellet Nro 2 | $\tau = \frac{\mu_\infty \cdot B \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}}{1 + B \cdot \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}} + \mu_\infty$ | $\frac{\mu_\infty \cdot B \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-2}}{1 + B \cdot \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1}} + \mu_\infty$ | - | 3: μ_∞, B, n | - |

Fuente: López Chalarca, Liliana; Miranda Galvis; Lisbeth; (20009)

Otros modelos adicionales

| DENOMINACION | MODELO | Parametros |
|--|--|---|
| Casson Modificado (Mizrahi and Berk, 1972) | $\tau^{0.5} = \tau_0^{0.5} + K_1 \times \dot{\gamma}^{n_1}$ | 3: τ_0, K_1, n_1 |
| Herschel-Bulkley Generalizado (Ofoli et. al. 1987) | $\tau^{n_1} = \tau_0^{n_1} + K_1 \times \dot{\gamma}^{n_2}$ | 4: τ_0, K_1, n_1, n_2 |
| V°Cadlo (Parzonka and V°Cadlo, 1968) | $\tau = (\tau_0^{1/n_1} + K_1 \times \dot{\gamma})^{n_1}$ | 3: τ_0, K_1, n_1 |
| Power Series (Whorlow, 1992) | $\dot{\gamma} = K_1 \times \tau + K_2 \times \tau^3 + K_3 \times \tau^5 \dots\dots$ $\tau = K_1 \times \dot{\gamma} + K_2 \times \dot{\gamma}^3 + K_3 \times \dot{\gamma}^5 \dots\dots$ | 3: K_1, K_2, K_3 |
| Carreau (Carreau, 1968) | $\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) [1 + (K_1 \times \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2}$ | 4: $\eta_0, \eta_\infty, K_1, n$ |
| Cross (Cross, 1965) | $\eta = \eta_\infty + \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{1 + K_1 \times \dot{\gamma}^{n_1}}$ | 4: $\eta_0, \eta_\infty, K_1, n_1$ |
| Van Wazer (Van Wazer, 1963) | $\eta = \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{1 + K_1 \times \dot{\gamma} + K_2 \times \dot{\gamma}^{n_1}} + \eta_\infty$ | 5: $\eta_0, \eta_\infty, K_1, K_2, n_1$ |
| Carreau-Yasuda | $\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) [1 + (K_1 \times \dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a}$ | 5: $\eta_0, \eta_\infty, K_1, a, n_1$ |
| Tscheuschner | $\mu = \mu_\infty + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \frac{\mu_0}{(\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_0)^n}$ | 5: $\mu_0, \mu_\infty, \tau_0, \dot{\gamma}_0, n_1$ |
| Papir-Krieger | $\mu = \mu_\infty + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty)}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_m}\right)^m}$ | 4: $\mu_0, \mu_\infty, \tau_m, m$ |
| Spriggs | $\tau = \mu_0 \times \dot{\gamma}, \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0; \tau = \mu_0 \times \dot{\gamma} (\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_0)^n$ | 3: $\mu_0, \dot{\gamma}_0, n$ |
| Metzner | $\tau = \mu_0 \times \dot{\gamma} \left[\frac{1 + \frac{\mu_\infty}{\mu_0} (1 + (\tau/\tau_m)^{\alpha-1})}{1 + (\tau/\tau_m)^{\alpha-1}} \right]$ | 4: $\mu_0, \mu_\infty, \tau_m, \alpha$ |
| Skelland | $\tau = \tau_0 + \mu_0 \times \dot{\gamma} (1 + c(\tau - \tau_0))^{-1}$ | 4: τ_0, μ_0, c, m |
| Crowley-Kitzes | $\tau = \left[\frac{1.2 + \alpha(1 + (c_1 \tau)^{-0.2})^3}{1.2 - \alpha(1 + (c_1 \tau)^{-0.2})^3} \right] \times \mu_1 \dot{\gamma}$ | 3: α, c_1, μ_1 |