1 /5×1.381/K



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA

IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL ESCALAR DE VELOCIDAD REALIMENTADO BASADO EN UN dsPIC33FJ16GS502 PARA UN MOTOR DE INDUCCIÓN TRIFÁSICO TIPO JAULA DE ARDILLA DE 0.5 HP

TESIS DESARROLLADA POR EL BACHILLER JAMES WILLIAMS RAMÍREZ NÚÑEZ PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO ELECTRÓNICO

ASESOR ING. JULIO CÉSAR CASQUERO ZAIDMAN CO-ASESOR MSC. ING. RAYMUNDO CORDERO GARCÍA

CALLAO - PERÚ MAYO - 2013 IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL ESCALAR DE VELOCIDAD REALIMENTADO BASADO EN UN dsPIC33FJ16GS502 PARA UN MOTOR DE INDUCCIÓN TRIFÁSICO TIPO JAULA DE ARDILLA DE 0.5 HP

El presente trabajo fue realizado para obtener el título de Ingeniero Electrónico en la Universidad Nacional del Callao Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, acta de sustentación Nº 47 aprobado 09 de agosto del 2013.

Bach. James Williams Ramírez Núñez TESISTA

Ing. Julio César Casquero Zaidman ASESOR

M.SC. Ing. Raymundo Cordero García CO-ASESOR

Jurado Calificador

M.SC. Ing. Raúl Benites Saravia PRESIDENTE

> Ing. Elías Mosco Sánchez SECRETARIO

Ing. Santiago Linder Rubiñoz Jiménez VOCAL

Dedicado a Dios A mis padres: Edilberto y Yolanda Por su amor, compresión y apoyo incondicional A mis hermanos: Marco, Sandy y Karen

.

ÍNDICE

I.]	PLAN	TEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	9		
1.1	1.1 Identificación del problema				
1.2	1.2 Formulación del problema				
1.3	1.3 Objetivos generales				
1.4	1.4 Justificación				
1.5	1.5 Limitaciones y Facilidades				
1.6	Hij	pótesis	13		
II. I	MARC	O TEÓRICO	14		
2.1	An	tecedentes del estudio	14		
2.2	Fu	ndamento teórico	15		
2	2.2.1	Campos magnéticos	15		
2	2.2.2	Aspectos constructivos del motor de inducción	20		
2	2.2.3	Principio de funcionamiento del motor de Inducción	24		
2	2.2.4	Modelo matemático del Motor de inducción	25		
2.2.5		Transformada de vector espacial	28		
2	2.2.6 notor (Representación mediante vectores espaciales de los parámetros de inducción	de 31		
1.					
2	2.2.7	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35	cción		
2	2.2.7 2.2.8	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial			
22	2.2.7 2.2.8 2.2.9	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción			
2 2 2 2.3	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción finición de términos básicos			
2 2 2.3 2.4	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De Ab	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción finición de términos básicos	40 47 57 58		
2 2 2.3 2.4 III.	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De Ab DESA	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción finición de términos básicos reviaturas utilizadas	40 47 57 58 60		
2 2 2.3 2.4 III. 3.1	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De Ab DESA Rel	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción finición de términos básicos reviaturas utilizadas ARROLLO DE LA SOLUCIÓN ación entre las variables de la investigación	40 47 57 58 60 60		
2 2 2.3 2.4 III. 3.1 3.2	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De: Ab: DESA Ref Op	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción finición de términos básicos reviaturas utilizadas ARROLLO DE LA SOLUCIÓN ación entre las variables de la investigación eracionalización de las variables.	cción 40 47 57 58 60 60 60		
2 2 2.3 2.4 III. 3.1 3.2 3.3	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De Ab DESA Rel Op Tip	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción finición de términos básicos reviaturas utilizadas ARROLLO DE LA SOLUCIÓN ación entre las variables de la investigación eracionalización de las variables	cción 40 47 57 58 60 60 60 60		
2 2 2.3 2.4 III. 3.1 3.2 3.3 3.4	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De Ab DESA Rel Op Tip Dis	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial			
2 2 2.3 2.4 III. 3.1 3.2 3.3 3.4 3.4	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De: Ab: DESA Rel Op Tip Dis 3.4.1	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial	.cción 40 47 57 58 60 60 60 61 61		
2 2 2.3 2.4 III. 3.1 3.2 3.3 3.4 3 3	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De Ab DESA Rel Op Tip Dis 3.4.1	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción finición de términos básicos reviaturas utilizadas ARROLLO DE LA SOLUCIÓN ación entre las variables de la investigación eracionalización de las variables o de investigación eño de investigación Selección del ACIM.	40 40 47 57 58 60 60 60 60 61 62 62		
2 2 2.3 2.4 III. 3.1 3.2 3.3 3.4 3 3 3	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De Ab DESA Rel Op Tip Dis 3.4.1 5.4.2 5.4.3	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial	cción 40 47 57 58 60 60 60 61 62 62 62 63		
2 2 2.3 2.4 III. 3.1 3.2 3.3 3.4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	2.2.7 2.2.8 2.2.9 De Ab DESA Rel Op Tip Dis 3.4.1 3.4.2 4.4.3	Transformación de coordenadas de las ecuaciones motor de indu 35 Modulación vectorial Técnicas de control de motor de inducción finición de términos básicos reviaturas utilizadas ARROLLO DE LA SOLUCIÓN ación entre las variables de la investigación eracionalización de las variables o de investigación eño de investigación Selección del ACIM Justificación del controlador Diseño del Kit de prueba	cción 40 47 57 58 60 60 60 61 62 62 62 63 64		

	4.1.1	Modelo de simulación de la transformada de Park	.67			
	4.1.2 (SVPW)	.2 Modelo de simulación para modulación vectorial por vector espacial VPWM)				
	4.1.4 trifásico	Diseño del control de velocidad tipo PI para motor de inducción 75				
	4.1.5	Simulación del patrón V/F contante para el control Escalar	.79			
4.	2 Res	ultados finales	.80			
	4.2.1	Diseño del rectificador DC	.80			
	4.2.2	Inversor de potencia	.82			
	4.2.3	Circuitos de control	.83			
	4.2.4	Integración de los circuitos y kit de prueba	.85			
	4.2.5	Pruebas de controlador de velocidad en lazo abierto	.85			
	4.2.6	Pruebas de controlador de velocidad escalar V/F en lazo cerrado	.88			
V.	DISCU	SION DE RESULTADOS	.90			
5.1	Contra	astación de hipótesis con los resultados	.90			
VI.	CON	CLUSIONES	.91			
VII.	RECO	MENDACIONES	.92			
VIII	. BIB	LIOGRAFIA	.93			
IX.	ANEX	XOS	.95			

.

PRÓLOGO

El presente trabajo surge con el deseo de querer profundizar el estudio de las técnicas de control de motores trifásicos. Durante la etapa de estudiante investigué el control de los motores de corriente continua pero siempre tenía la incógnita de saber cómo se podrán controlar los motores trifásicos. Durante los últimos semestres de la universidad me uní al CIEEP un centro de investigación de control de máquinas eléctricas de corriente continua y alterna; donde me fueron brindados los fundamentos para el control de motores trifásicos y finalmente decidí tomarlo como tema de tesis.

Aquí se profundiza el estudio de la técnica de modulación vectorial por vector espacial que es muy utilizada para el control de motores, una aplicación de la modulación vectorial es el control de velocidad de motores de inducción que es materia de implementación del presente trabajo. Fue un reto lograr esta implementación ya que requería poner en práctica muchas áreas de la ingeniería electrónica como son programación de dsPic, electrónica de potencia, software de simulación (MATLAB). Ha sido necesario desarrollar nueve capítulos cuyos contenidos son:

El capítulo I presenta el planteamiento inicial del problema, una descripción de los objetivos generales, justificaciones y limitaciones para el desarrollo de la investigación. En este capítulo se presenta el proyecto de manera metodológica siguiendo los lineamientos de la investigación científica.

El capítulo II presenta el desarrollo del marco teórico que enriquece los conocimientos para la implementación del sistema de control, se presenta primero las ecuaciones generales del electromagnetismo, con estas herramientas se plantean las ecuaciones del motor de inducción, luego se estudia la teoría de vectores espaciales (Transformación de Park y Clark) que implica un cambio de coordenadas temporales a rotatorias que luego se aplican a las ecuaciones del motor de inducción para poder simular el modelo matemático.

Luego de comprender la dinámica del sistema a controlar se continua con el estudio de la modulación vectorial que es la herramienta utilizada para controlar la velocidad del motor, finalmente se describe la técnica de control escalar que fue la utilizada para el desarrollo del trabajo.

El capítulo III desarrolla la solución del problema planteado mediante una secuencia metodológica, relación entre las variables, descripción del tipo de investigación.

En el capítulo IV se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones de los subsistemas que forman parte del controlador de velocidad. Se muestra las simulaciones de la modulación por vector espacial con diferentes frecuencias de referencia, también las curvas de respuesta de las variables del motor en estado transitorio (torque, flujo, corriente, velocidad). Además se muestra los resultados de las pruebas experimentales del controlador implementado, se tienen curvas de la velocidad que desarrolla el motor en lazo abierto y lazo cerrado y las curvas de las tensiones de línea que el inversor envía hacia el motor.

El capitulo V presenta la contrastación de los resultados teóricos con los resultados experimentales esto validó la hipótesis planteada para el desarrollo de la solución del problema.

El capítulo VI se presenta las conclusiones que se obtuvieron en el desarrollo del presente trabajo.

El capítulo VII se hace las recomendaciones del trabajo y futuras mejoras que se pueden aplicar.

Finalmente el capítulo VIII presenta las fuentes bibliográficas de consulta para el desarrollo del presente trabajo y capítulo IX los anexos como códigos de programación y diagramas de bloque de simulaciones.

•

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es controlar la velocidad de un motor de inducción trifásico asíncrono tipo jaula de ardilla mediante técnicas de modulación vectorial aplicadas al control escalar. Para su desarrollo se emplean transformadas de vectores espaciales (Clark, Park) que consisten en una transformación de 3 ejes a 2 ejes rotatorios a una frecuencia de referencia, con esto podemos simular el modelo dinámico del motor. Se observa que la curva de velocidad del motor puede asumirse como una típica de un sistema lineal de orden 2 por la forma de la curva que se obtiene, tener presente que esto es válido solo para un rango de frecuencia que es el rango de trabajo del controlador escalar, con esta suposición se diseñó un controlador PI mediante técnicas de lugar de las raíces.

Se muestran los resultados de las simulaciones obtenidas de SIMULINK; también se muestran los resultados de la implementación que obtiene de pruebas en laboratorio.

Se debe tener en cuenta que el controlador escalar es utilizado para controlar la velocidad del motor manteniendo el torque contante; para el control de otros parámetros como son la corriente, torque, flujo, entre otros se debe emplear otras técnicas de control más avanzadas como el control orientado de campo (FOC), control directo de torque (DTC).

ABSTRACT

The aim of this work is to control the speed of a three phase induction motor squirrel cage asynchronous using vector modulation techniques applied to scalar controller. Used for development transformed space vector (Clark, Park) consisting of a 3-axis transformation to 2 rotating axis at a constant frequency, this can be simulated with the dynamic model of the motor. Curve shows that the engine speed can be assumed as a typical linear system of order 2 by the camber rate response is obtained, keep in mind that is only valid for a frequency range in which it works the scalar controller, with this assumption designing a PI controller using techniques of root locus in continuous and discrete time.

It is shows the simulation results obtained in SIMULINK, and also shows the results of the implementation by laboratory tests.

It should be noted that the scalar controller is used to control motor speed while keeping the torque constant, to control other parameters such as current, torque, magnetic flow, among others must employ other more advanced control techniques such as field oriented control (FOC), direct torque control (DTC).

ì

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Identificación del problema

Los motores de corriente continua han sido las máquinas preferidas cuando se quería realizar aplicaciones de regulación de velocidad ya que esto se logra con solo regular los voltajes en los bornes del estator. No obstante estos motores son muy costosos de fabricar, requieren mantenimiento continuo debido al desgaste de las escobillas y son de gran tamaño. Uno de los mayores avances tecnológicos en la industria durante las últimas décadas ha sido el desarrollo de los controladores de velocidad para motores de inducción los cuales hoy en día vienen inmersos en sistemas que se conoce como variadores de velocidad o convertidores de frecuencia.

El desarrollo de los dispositivos de conmutación electrónica a altas frecuencias (MOSFET, IGBT), microprocesadores con grandes capacidades de cálculo, ha hecho posible aplicaciones de velocidad variable para máquinas de inducción; los motores de inducción presentan muchas ventajas frente a un motor de corriente directa tales como bajo costo de fabricación, mínimo mantenimiento.

El control de motores de inducción fue uno de los mayores problemas presentes en la industria debido a muchos factores como: elevada corriente de arranque ocasionando inestabilidad e inserción de armónicos en la red eléctrica. Los avances en el campo de la electrónica de potencia presentan soluciones para control (velocidad, posición, torque, flujo) de este tipo de motores. Sin bien la electrónica de potencia trae soluciones pues en ella también se presentan problemas que son temas abiertos de investigación por ejemplo: controladores con óptima respuesta dinámica, menor distorsión armónica y un aprovechamiento óptimo de bus DC.

Debido a la no linealidad del modelo matemático de los motores de inducción se utilizan algoritmos avanzados y procesadores de grandes capacidades de cálculo por las operaciones complejas que requieren sus controles. Para aplicaciones donde no se requiere gran precisión se

desarrollan modelos basados en aproximaciones donde se pueden despreciar algunos parámetros.

1.2 Formulación del problema

Considerando que:

- a. Se dispone de los lenguajes de programación de alto nivel.
- b. Se conoce el potencial procesamiento del dsPIC.
- c. Se conoce las técnicas de control de velocidad para motores de inducción trifásicos.
- d. Se dispone de conocimiento en teoría de control.
- e. Se dispone de los componentes electrónicos de control y potencial.

Se puede formular el problema con la siguiente interrogante:

¿Es factible implementar un controlador escalar de velocidad realimentado para Motor trifásico tipo jaula de ardilla de 0.6 HP que pueda operar a 900 rpm con un error inferior al ±5%?

1.3 Objetivos generales

El objetivo general del presente trabajo es implementar un controlador escalar de velocidad realimentado para motor trifásico tipo jaula de ardilla de 0.6 HP que pueda operar a 900 rpm con un error inferior al $\pm 5\%$.

a. Objetivos Específicos

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Seleccionar el motor de inducción trifásico tipo jaula de ardilla.
- Sustentar la selección del controlador.
- Conocer el uso aplicado de los lenguajes de programación de alto nivel (Lenguaje C).
- Diseñar y modelar los algoritmos de control realizados con el software MATLAB.
- Seleccionar los componentes y diseñar circuitos electrónicos del sistema de control.
- Implementar el prototipo del sistema de control.
- Realizar las pruebas de eficacia del control.

1.4 Justificación

El presente trabajo se justifica mediante los siguientes:

a. Académica

Es un aporte de investigación para la facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional del Callao, abarca varias áreas de la ingeniería electrónica tales como: electrónica de potencia, máquinas eléctricas, sistemas de control, circuitos digitales y electrónicos.

b. Tecnológico

Se desarrolló un controlador de velocidad para motores trifásicos, este controlador desarrollado empleando técnicas de modulación vectorial permite aprovechar mejor el bus DC de los rectificadores y reducir armónicos.

c. Metodológico

El presente trabajo de investigación sigue una metodología de desarrollo basada en técnicas deductivas para la contrastación de la hipótesis.

1.5 Limitaciones y Facilidades

a. Limitaciones

- La implementación demanda de componentes sofisticados como son los programadores y los controladores (Pickit 3, dsPIC) es necesario la importación del extranjero porque no son muy comerciales localmente.
- Para poder analizar mejor los resultados de las señales de la modulación vectorial sería conveniente realizarlo con osciloscopio de mínimo 3 canales ya que las señales resultantes son 3, esto podría facilitar la detección de errores en el sistema de control.

b. Facilidades

- Se conto con asesores especializados en temas de electrónica de potencia lo cual sirvió de apoyo para las diferentes consultas que surgieron en el desarrollo de la investigación.
- Se encontró una amplia bibliografía referente al tema de control de motores trifásicos, aunque en su mayoría se utilizan para trabajos de investigación avanzados.
- Se conto con disponibilidad en los laboratorios de la universidad para poder realizar los experimentos con los equipos de la tesis.

 Por la experiencia que se tenía en el desarrollo de aplicaciones para motores de corriente continua no fue complicado aplicarlo para motores de corriente alterna.

1.6 Hipótesis

Considerando que es posible implementar un control escalar de velocidad realimentado para un motor trifásico tipo jaula de ardilla de 0.6HP que pueda operar a 900 RPM con un error inferior al 5%, y considerando que son necesarios los siguientes medios: programación de alto nivel para dsPic, teoría de control, modelo de los motores trifásicos, algoritmos de modulación vectorial, componentes electrónicos.

El correlato de lo anterior se muestra en la siguiente gráfica medios fines:



Fig. 1.1 Diagrama medios fines

En virtud de lo anterior se postula la siguiente hipótesis:

Es factible implementar un control escalar de velocidad realimentado para Motor trifásico tipo jaula de ardilla de 0.6 HP que pueda operar a 900 rpm con un error inferior al ±5%.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes del estudio

Durante el desarrollo del presente trabajo se tomó estudios relacionados con el tema, se determinó que estas investigaciones ya vienen desde varios años antes, cada uno de ellos dando aportes propios a continuación se reseñan los principales:

- Australia 2002, The Queensland University: Análisis de la máquina de inducción en estado transitorio mediante transformaciones a coordenadas rotatorias, estudio comparativo de técnicas de control actuales para motores de inducción: control escalar, control de campo orientado, control directo de torque, control sin sensores mediantes filtros Kalman, Observadores adaptativos.
- Brasil 2009 UFMS: Simplificación para técnicas de modulación vectorial SVM basadas en análisis vectorial y aplicaciones al control escalar.
- Colombia 2006 USL: Desarrollo controladores de velocidad V/f para motores de inducción mediantes microcontroladores para esto realiza mediciones de un encoder.
- España 2002, UTAV: Estudio de las máquinas de inducción en estados transitorios mediante transformadas rotatorias.
- USA 1998 Texas Instrument: Algoritmos de modulación por vector espacial, desarrollan esquemas de control PID para corrección de error aplicados al control V/f constate en lazo cerrado, implementación DSP.

2.2 Fundamento teórico

Los motores de inducción fueron descubiertos originalmente en 1888 por Galileo Ferraris en Italia y por Nicola Tesla en EE.UU. Estos diseños se basaron en campos magnéticos giratorios con sistemas bifásicos, es decir, utilizando dos bobinas desfasadas 90° alimentadas con corrientes en cuadratura. En el año 1889 Dolivo - Dobrowolsky inventoel motor de inducción trifásico, con rotor bobinado y posteriormente el motor de jaula de ardilla en una topología muy similar a la usada hoy en día.

Los motores de inducción son los motores más usados en sistemas de control de movimiento en la industria, su diseño es simple, son de bajo costo, requieren poco mantenimiento y su conexión con fuentes de corriente alterna puede ser de manera directa siendo esta su principal ventaja.

En este capítulo se detallan los principios de operación de la máquina de inducción así como de las leyes físicas que lo gobiernan; también se hace un análisis de respuesta en estado transitorio y permanente. Con este capítulo se podrá entender el principio de operación del motor de inducción, su modelo matemático, la modulación vectorial y entender las técnicas para el control de velocidad.

2.2.1 Campos magnéticos

El campo magnético es producido por el flujo de corriente en los conductores. La dirección del vector de campo se representa por medio de "líneas de fuerza", que son tales que en cualquier punto indican la dirección del campo, son líneas continúas cerradas.

El concepto de línea de fuerza es una herramienta útil en la interpretación cualitativa de los fenómenos magnéticos y también en el establecimiento de ecuaciones para los cálculos cuantitativos. La figura 2.1 muestra representaciones de líneas de campos magnéticos.

- 15



Fig. 2.1 Configuración de líneas de campo magnético: (a) Imán en barra, (b) Imán en herradura Fuente: http://pmtrmagnetismo.blogspot.com/2012/04/el-campo-magnetico-esla-esfera-de.html

Para el estudio demotores de inducción se toman principios del electromagnetismo que se mencionan a continuación:

a. Ley de Ampere

Establece que la integral de línea de la componente tangencial de H alrededor de una trayectoria cerrada es igual a la corriente neta encerradapor esa trayectoria.

$$\oint_{c} Hd\ell = I_{c}$$
(2.1)

La intensidad de campo H, se define como la medida del esfuerzo de una corriente por establecer un campo magnético.

Aplicando el teorema de Stokes a la ecuación (2.1) se obtiene:

$$I_c = \oint_L H d\ell = \int_s (\nabla x H) . dS$$
(2.2)

Pero se tiene:

$$I_c = \int_{S} J dS \tag{2.3}$$

Comparando ecuaciones (2.2) y (2.3):

$$\nabla x H = J \tag{2.4}$$

Se toma ahora las consideraciones para campos variables en el tiempo; la divergencia del rotacional de un campo vectorial es idéntica a cero por consiguiente:

$$\nabla (\nabla x H) = 0 = \nabla J \tag{2.5}$$

De la ecuación de continuidad para campos variables en el tiempo tenemos:

$$\nabla J = -\frac{\partial \rho_{\nu}}{\partial t} \neq 0 \tag{2.6}$$

La ecuación original de ampere es modificada para hacer las ecuaciones compatibles:

$$\nabla x H = J + J_d \tag{2.7}$$

Aplicamos nuevamente el teorema de la divergencia al rotacional:

$$\nabla (\nabla xH) = 0 = \nabla J + \nabla J_d \tag{2.8}$$

$$\nabla J_d = -\nabla J = \frac{\partial \rho_v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla D) = \nabla \cdot \frac{\partial (D)}{\partial t}$$
(2.9)

$$J_d = \frac{\partial D}{\partial t}$$
(2.10)

$$\nabla x H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \tag{2.11}$$

Esta expresión es la Ley de ampere modificada para campos variables en el tiempo.

b. Densidad de flujo magnético

En cualquier instante t, para una intensidad H del campo magnético dado la densidad de flujo, depende de la permeabilidad magnética μ del material mediante la siguiente ecuación:

$$B = \mu H \tag{2.12}$$

c. Conservación de flujo – Ley de Gauss

La integral de flujo alrededor de una superficie cerrada es cero, esto puede entenderse como:

$$\oint_{s} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \tag{2.13}$$

Siendo $d\vec{S}$: el vector normal a la superficie.

Para explicar la ley de Gauss consideremos una superficie S (Fig. 2.2)



Fig. 2.2 Superficie donde se aplica ley de gauss

La superficie cerrada S denota por S_1 y S_2 , además de S_3 la superficie lateral. Aplicando la ley de gauss a superficie tenemos:

$$\oint_{s} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S_{1}} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S_{2}} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S_{3}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\int_{S_{2}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$
(2.14)

Por ser 2 vectores perpendiculares, tenemos:

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$
(2.15)

De donde se deduce:

$$\varphi_{S2} = \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S'} = \varphi_{S1}$$
(2.16)

Esto indica que el flujo a través de la sección 1 es igual al flujo a través de la sección 2; esto como consecuencia de la ley de conservación de flujo. Además de esto, la ley demuestra la inexistencia del monopolo magnético.

Los materiales magnéticos tienen la capacidad de crear campo magnético o flujo magnético en un lugar y de poder transportarlo a otro lugar donde será usado, por ejemplo en un conductor portador de una corriente. Se muestra la figura 2.3 donde el material tiene una región de aire.

Fuente: Chiasson John, Modeling and High - Performance Control of Electric Machines, Página. 187



Fig. 2.3 Material magnético con región de aire

Fuente: Chiasson John, Modeling and High - Performance Control of Electric Machines, Página. 182

El material magnético tiene la capacidad de transportar el flujo magnético a pesar de la región de aire pero el campo y flujo magnético a través de la regiones de aire será más débil que en la bobina.

d. Ley de Faraday

En un circuito cerrado la fuerza electromotriz inducida V_{fe} es igual a la rapidez de cambio del eslabonamiento de flujo magnético por el circuito.

$$V_{fe} = -N \frac{d\Psi}{dt}$$
(2.17)

El signo negativo indica que el voltaje inducido es contrario al flujo que lo produce. Esto es la ley de Lenz, según la cual la dirección del flujo de corriente en el circuito es tal que el campo magnético inducido resultante de la corriente se opondrá al campo magnético original.

e. Fuerza magnética

El campo magnético fue descubierto por la fuerza que este produce y está a su vez es usada para definir el campo magnético.

La mayoría de los motores operan con el principio de que un campo magnético produce una fuerza en los conductores portadores de corriente. Experimentalmente es encontrado que la magnitud de la fuerza es proporcional a la intensidad de corriente en un conductor sometido a un campo magnético.

La fuerza magnética en un conductor de longitud ℓ portador de una corriente *i* en un campo magnético \vec{B} esta dado por:

$$d\vec{F} = id\vec{\ell}x\vec{B}$$
(2.18)

Si la corriente *i* fluye a través de una trayectoria cerrada C o un circuito, la fuerza está dada por:

$$F = \oint_c i d \, \vec{\ell} x \, \vec{B} \tag{2.19}$$

2.2.2 Aspectos constructivos del motor de inducción

El motor de inducción es básicamente una máquina de corriente alterna polifásica conectada a una fuente de poder que generalmente es trifásica aunque también puede ser monofásica. Al igual que la mayoría de motores, el motor de inducción tiene una parte fija llamada estator y una parte rotatoria llamada rotor que está localizada en el interior con un detalle de ingeniería de alta precisión.

El estator es conectado a la red de alimentación, esto produce un campo que viaja en la región de aire de la máquina, este campo viajante induce voltajes en la parte de la máquina no conectada a la red (rotor). El motor de inducción tiene una región de aire uniforme de 2 a 0.3mm llamada entrehierro. Los valores más grandes corresponden a grandes potencias, mayores 1MW.Las partes de un motor de inducción trifásico tipos jaula de ardilla son: Estator, rotor, ventilador, caja de conexiones, cojinetes, rodamientos y un eje.

a. Estator

El estator es hecho de muchas láminas delgadas de aluminio o hierro, son puestas y apiladas para formar un cilindro hueco, de tal manera de reducir las pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault. Se muestra en la figura en fig. 2.4 un estator típico.





Fig. 2.4 Estator de motor de inducción

Fuente: AM Three Phase Motor, ppt. Pag. 2

Bobinados aislados son insertados en la ranuras del estator, cada grupo de bobinas rodea el núcleo y forman un electroimán al aplicarse la alimentación AC. El número de polos de un motor AC depende de la conexión interna de los bobinados del estator.

Geometría de las ranuras

Colocar el bobinado entre las ranuras tiene como principal objetivo reducir la corriente de magnetización. El bobinado en ranuras es mejor en términos de rigidez mecánica y transmisión de calor. La geometría del slot depende principalmente de la potencia del motor las cuales pueden ser: rectangular, trapecios alargados, trapecios alargados. La siguiente figura muestra forma típica de slots.



Fig. 2.5 Geometría de slot, a: semicerrada, b: semiabierta, c: Abierta

Fuente: Boldea Ion, The Induction Machine Handbook, Pag 35

La geometría descrita es usada tanto para estator y rotor, para un alto torque de arranque son usados slots rectangulares

Cada fase de estator es hecha de una sola bobina la cual se extiende en la periferia del estator; las tres fases están desfasadas 120° para el caso de un motor de inducción de 1 polo, cuando el número de polos es mayor por ejemplo (2, 3, 4...), se deduce la expresión 120/p grados mecánicos de desfasaje entre fases.

b. Rotor

El rotor es hecho de muchas láminas delgadas de metal, con barras espaciadas uniformemente las cuales pueden ser hechas de aluminio o cobre, en el motor jaula de ardilla estas barras son conectadas mecánicamente y eléctricamente mediante el uso de anillos. Casi el 90% de los motores de inducción son del tipo jaula de ardilla, esto por su simple construcción.

El rotor consiste de un cilindro de núcleo laminado, con slots colocados axialmente de manera paralela, los slots pueden ser de cobre, aluminio o aleación. Las barras del rotor son cortocircuitados en sus partes finales por anillos, como se muestra en la figura 2.6.



Fig. 2.6 Rotor tipo jaula de ardilla

Fuente: AM Three Phase Motor, ppt. Pag. 2

Los slots no son apilados en forma estrictamente paralela, sino en forma de hélice, esto permite principalmente: reducir el ruido magnético, disminuir los armónicos, reducir la tendencia de bloqueo del rotor. Los dientes del rotor tienen a permanecer bloqueados con los dientes del estator debido a la atracción magnética entre ellos. Esto pasa cuando el número de dientes del estator es igual número de dientes del rotor.

El rotor es montado en el eje usando rodamientos en cada lado. Entre el estator y rotor existe una región de aire o entrehierro a través del cual debido a la inducción la energía es transferida de estator a rotor; esto para generar un torque y este a su vez la rotación de la carga.

c. Rodamientos

Son elementos acoplados en la parte final del eje del rotor, estos elementos permiten la movilidad del motor respecto al estator.



Fig. 2.7 Rodamientos motor inducción

Fuente: AM Three Phase Motor, ppt. Pag. 2

d. Ventilador

Este elemento es colocado generalmente en la parte posterior del eje del motor, cumple la función de refrigerar al estator, por estar conectado en el eje. El ventilador gira en sincronismo con el motor.



Fig. 2.8 Ventilador motor Inducción

Fuente: AM Three Phase Motor, ppt. Pag. 2

e. Caja de conexiones

Aquí es donde están conectadas las bobinas del estator y desde aquí se alimentará al motor para sus distintos tipos de arranques.



Fig. 2.9 Caja de conexiones del motor

Fuente: AM Three Phase Motor, ppt. Pag. 2

2.2.3 Principio de funcionamiento del motor de Inducción

El devanado del estator está constituido por tres arrollamientos desfasados 120° en el espacio y de 2p polos, que al alimentar con una fuente trifásica de frecuencia f_1 , se produce una onda rotativa de Fuerza Magnetomotriz distribuida senoidalmente por la periferia del entrehierro, que produce un flujo giratorio cuya velocidad viene dada por:

$$n_1 = \frac{60*f_1}{p}$$
 r.p.m (2.20)

Esto es lo denominado velocidad de sincronismo. Este flujo giratorio inducirá una *fem*en los conductores del rotor, el cual por ser un motor de tipo de jaula el rotor está cortocircuitado por anillos colocados al final de los slots; ahí se inducirá una corriente que reaccionará con el flujo de estator.

La fuerza que aparecerá en los conductores del rotor se obtiene mediante la aplicación de la ley de fuerza magnética



Fig. 2.10 Sentido de la fuerza en el entrehierro

Fuente: Vidal Bort Jordi, Estudio del Modelado Matemático del Motor de Inducción Triásico, Pág. 31

Multiplicando la fuerza por el radio del rotor y el número de conductores existentes en el mismo, se obtendrá el par total de la máquina que tenderá a mover el rotor siguiendo el campo giratorio del estator.

El momento total de estas fuerzas origina el par de rotación de la máquina que obliga a girar al rotor siguiendo el movimiento del campo giratorio, de tal

manera que cuanto más se aproxime a la velocidad n1; menor resulta la fem inducida en los conductores del rotor y en consecuencia, resultan también reducidas las corrientes en el mismo. Esto provoca una disminución del par interno o par electromagnético del motor.

Si se supone un caso ideal donde el rotor girase a la misma velocidad que el campo electromagnético n1, no habría movimiento giratorio con respecto al rotor, esto desaparecería la fem inducida y como consecuencia se anularía la corriente y par.

De este modo se deduce que n1 es la velocidad límite a la que giraría el rotor, el motor debe girar a una velocidad inferior a la del sincronismo, esta es la razón por la que se le conoce como motor asíncrono.

La diferencia entre la velocidad síncrona n1 y la velocidad asíncrona n es llamado deslizamiento que varía con la carga. Un incremento en la carga causara que la velocidad en el rotor disminuya o que el deslizamiento aumente. Por consiguiente una disminución en la carga originará un aumento en la velocidad del rotor o disminución en el deslizamiento. El deslizamiento es expresado en porcentajes mediante la siguiente ecuación:

$$s = \frac{n_1 - n}{n} x 100 \tag{2.22}$$

2.2.4 Modelo matemático del Motor de inducción

El modelo matemático del motor de inducción debe conocerse para diseñar su controlador de velocidad. Conocido el modelo del sistema a controlar se puede realizar simulaciones de los algoritmos de control al que será sometido teniendo en cuenta que el modelo es solo una aproximación del sistema real. Sin embargo, el modelo debe incorporar todos efectos ocurridos durante estado estacionario y transitorio.

El modelo del motor de inducción es obtenido con la teoría de vectores espaciales o teoría de dos ejes de máquinas eléctricas.

Para la deducción del modelo matemático del motor de inducción se asume lo siguiente:

- Polos simétricos en los bobinados de las fases.
- Los efectos de rozamiento son despreciados.
- La permeabilidad en el hierro es despreciada.
- La densidad de flujo es radial en el entrehierro.
- Las pérdidas en el hierro son despreciadas.
- El bobinado del estator y rotor son simplificados a un bobinado de muchas vueltas, situadas en los lados de la región de aire.

Lafigura 2.11 es una representación gráfica del motor de inducción de jaula, el cual utilizamos para la deducción de sus ecuaciones:



Fig. 2.11 Esquema del motor de inducción trifásico

Los voltajes de estator serán formulados en un marco de referencia fijo al estator, de manera similar los voltajes de rotor son formulados para un marco de referencia fijo al rotor. En un marco de referencia estacionario las ecuaciones se expresan como:

Para el estator:

$$u_{sA} = R_s i_{sA}(t) + \frac{d\psi_{sA}(t)}{dt}$$

(2.23)

$$u_{sB} = R_s i_{sB}(t) + \frac{d\psi_{sB}(t)}{dt}$$
(2.24)

$$u_{sC} = R_s i_{sC}(t) + \frac{d\psi_{sC}(t)}{dt}$$
(2.25)

Para el rotor:

$$u_{ra} = R_r i_{ra}(t) + \frac{d\psi_{ra}(t)}{dt}$$
(2.26)

$$u_{rb} = R_r i_{sb}(t) + \frac{d\psi_{rb}(t)}{dt}$$
(2.27)

$$u_{rc} = R_r i_{rc}(t) + \frac{d\psi_{rc}(t)}{dt}$$
(2.28)

Los valores de flujo en estator por fase puede ser expresado como:

$$\psi_{sA} = \overline{L_s} i_{sA} + \overline{M_s} i_{sB} + \overline{M_s} i_{sC} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m) i_{ra} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m + \frac{2\pi}{3}) i_{rb} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m + \frac{4\pi}{3}) i_{rc}$$
(2.29)

$$\psi_{sB} = \overline{M_s} i_{sA} + \overline{L_s} i_{sB} + \overline{M_s} i_{sC} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m + \frac{4\pi}{3}) i_{ra} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m) i_{rb} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m + \frac{2\pi}{3}) i_{ra} +$$

$$\psi_{sC} = \overline{M_s} i_{sA} + \overline{M_s} i_{sB} + \overline{L_s} i_{sC} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m + \frac{2\pi}{3}) i_{ra} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m + \frac{4\pi}{3}) i_{rb} + \overline{M_{sr}} \cos(\theta_m) i_{rc}$$
(2.31)

De manera similar para el flujo de rotor:

$$\psi_{ra} = \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m) i_{sA} + \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m + \frac{2\pi}{3}) i_{sB} + \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m + \frac{4\pi}{3}) i_{sC} + \overline{L_s} i_{ra} + \overline{M_r} i_{rb} + \overline{M_r} i_{rc}$$
(2.32)

$$\psi_{rb} = \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m + \frac{4\pi}{3})i_{sA} + \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m)i_{sB} + \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m + \frac{4\pi}{3})i_{sC} + \overline{L_s}i_{ra} + \overline{M_r}i_{rb} + \overline{M_r}i_{rc}$$
(2.33)

$$\psi_{rc} = \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m + \frac{2\pi}{3})i_{sA} + \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m + \frac{4\pi}{3})i_{sB} + \overline{M_{sr}} \cos(-\theta_m)i_{sC} + \overline{M_s}i_{ra} + \overline{L_r}i_{rb} + \overline{M_r}i_{rc}$$
(2.34)

Expresamos las ecuaciones de manera compacta como:

$$\begin{bmatrix} u_{sA} \\ u_{sB} \\ u_{sC} \\ u_{ra} \\ u_{rb} \\ u_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s} + \rho \overline{L}_{s} & \rho \overline{M}_{s} & \rho \overline{M}_{s} & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}_{s} & R_{s} + \rho \overline{L}_{s} & \rho \overline{M}_{s} & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}_{s} & \rho \overline{M}_{s} & R_{s} + \rho \overline{L}_{s} & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} & \rho \overline{M}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} & R_{r} + \rho \overline{L}_{r} & \rho \overline{M}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} & \rho \overline{M}_{r} & R_{r} + \rho \overline{L}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} & \rho \overline{M}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} & \rho \overline{M}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} & \rho \overline{M}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} & \rho \overline{M}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{r} \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) & \rho \overline{M}_{sr} \cos(\theta_{m}) \\ \rho \overline{M}$$

Se ha mostrado el modelo matemático del motor en tiempo continuo, este debe reducirse mediante transformación de coordenadas (Vector espacial, Clark, Park), se explicará a continuación la herramienta matemática.

2.2.5 Transformada de vector espacial

Los voltajes, corrientes y flujos magnéticos de un sistema trifásico pueden representarse mediante un vector espacial, un número complejo definido en un sistema de referencia estacionario α, β.

$$\mathbf{F} = \mathbf{f}_{\alpha} + j \mathbf{f}_{\beta} = c(\mathbf{f}_{a} + \mathbf{f}_{b} \mathbf{A} + \mathbf{f}_{c} \mathbf{A}^{2})$$
(2.36)

Donde "**c**", es una constante que puede tomar el valor de 2/3 o 1, para lo cual se considera forma de no potencia invariante, se tiene la siguiente tabla para la elección de esta constante:

	No potenci	a Invariante	Potencia Invariante		
Torque constante	3/2		1		
Espacio de	3→2	2→3	3→2	2→3	
fasores Constante	2/3	1	$\sqrt{2/3}$	$\sqrt{2/3}$	

Tabla 2.1 Constante c para diferentes tipos de torque

 $3 \rightarrow 2$, significa que la transformación es de 3 ejes a 2 ejes, por esta razón la contante vale 2/3

Siendo:

$$A = e^{\frac{2\pi}{3}j}$$

 f_a , f_b y f_c : Las magnitudes por fase.

De la ecuación 2.34podemos calcular la parte real e imaginaria como:

$$f_{\alpha} = \frac{2f_{a} - (f_{b} + f_{c})}{3}$$
(2.37)
$$f_{\beta} = \frac{(f_{b} - f_{c})}{\sqrt{3}}$$
(2.38)

La siguiente gráfica muestra el vector complejo espacial de la corriente de estator:



Fig. 2.12 Representación gráfica de vector espacial

Donde (a, b, c) son los ejes del sistema trifásico. El vector espacial de corriente representa el corriente sinusoidal del sistema trifásico.

a. Transformada de Clark

La transformada de Clark es usada para convertir un sistema trifásico en un sistema de 2 fases variante en el tiempo con ejes α , β , γ . La componente γ es la llamada componente homopolar es perpendicular al plano formado por los otros 2 ejes.

Sea un sistema trifásico definido por:

$$v_{(t)} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{\max} \cos(wt) \\ V_{\max} \cos(wt - \frac{2\pi}{3}) \\ V_{\max} \cos(wt + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

(2.39)

Sea el sistema balanceado y desfasado 120° cada fase; entonces se cumple:

$$v_a + v_b + v_c = 0$$
 (2.40)

Se define la transformada de Clark como:

$T_{\alpha\beta 0} = \frac{2}{3}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$	$-\frac{1}{2}$ $\sqrt{\frac{3}{2}}$ $\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ $\frac{1}{2}$	(2.41)
-----------------------------------	---	---	--	--------

Finalmente se presenta la transformada de Clark:

Γ	v_{α}		v _a	
	v _β	$= T_{abc/a\beta0}.$	v_{b}	(2.42)
L	<i>v</i> ₀		v _c	

b. Transformada de Park

Con la transformada de Park se tiene un sistema que girará con velocidad angular constante w sobre el plano, definido por los ejes α, β . Para propósitos de análisis de máquinas eléctricas se requiere que los vectores espaciales de tensión y corriente permanezcan fijos en una determinada posición.

El sistema de referencia es definido por los ejes d, q estos giran en el eje 0. Se define la matriz de transformación:

 $T_{\alpha\beta0/dq0} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & sen(\theta) & 0\\ -sen(\theta) & \cos(\theta) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (2.43)

La transformación se puede expresar como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{d} \\ \mathbf{v}_{q} \\ \mathbf{v}_{0} \end{bmatrix} = T_{\alpha\beta\,0/dq\,0} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\alpha} \\ \mathbf{v}_{\beta} \\ \mathbf{v}_{0} \end{bmatrix}$$
(2.44)

Para pasar directamente de coordenada en abc \rightarrow dq0 podemos definir la siguiente matriz:

$$T_{abc/dq0} = T_{abc/a\beta0}T_{a\beta0/dq0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -sen(\theta) & -sen(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -sen(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(2.45)

Con las herramientas descritas se analizará el modelo matemático del motor con métodos de vectores espaciales y transformada de Park.

2.2.6 Representación mediante vectores espaciales de los parámetros de motor de inducción

a. Fasor espacial de corriente

El fasor espacial de corriente de estator puede ser expresado por:

$$\overline{i_s} = \frac{2}{3} [i_{sA}(t) + a i_{sB}(t) + a^2 i_{sC}(t)] = \left| \overline{i_s} \right| e^{j\theta}$$
(2.46)

En la figura 2.16 representa máquina de inducción en dos marcos de referencia. Los ejes D-Q representan marco de referencia fijo al estator, y los ejes α, β representa marco de referencia rotatorio fijo al rotor.



Figura 2.13 Corte transversal motor de inducción trifásico

Fuente: Induction Motor Generalities, chapter 1, Pág. 7

Entonces el fasor vendrá expresado por:

$$\bar{i}_{s} = i_{sD}(t) + j \cdot i_{sQ}(t)$$
(2.47)

De manera similar, el fasor espacial para la corriente de rotor se escribe:

$$\overline{i_r} = \frac{2}{3} [i_{ra}(t) + ai_{rb}(t) + a^2 i_{rc}(t)] = \left| \overline{i_r} \right| e^{j\alpha}$$
(2.48)

Expresado en un marco de referencia fijo al rotor, donde eje real es denotado por $r\alpha$ y el eje imaginario por $r\beta$.

El fasor espacial de la corriente de rotor en un marco de referencia fijo al estator puede expresarse como sigue:

$$\overline{i_r} = \left|\overline{i_r}\right| e^{j\theta} = \left|\overline{i_r}\right| e^{j(\alpha + \theta_m)}$$
(2.49)

La expresión de la corriente de magnetización en un marco de referencia fijo al estator puede obtenerse como sigue:

$$\overline{i_m} = \overline{i_s} + \left(\frac{N_{re}}{N_{se}}\right)\overline{i_r}^{'}$$
(2.50)

b. Fasor espacial de Flujo

El fasor espacial del flujo de estator en un marco de referencia fijo al estator

Similar la definición de corriente de estator y rotor. Es posible definir el fasor de flujo como:

$$\overline{\psi_s} = \frac{2}{3} [\psi_{sA}(t) + a \psi_{sB}(t) + a^2 \psi_{sC}(t)]$$
(2.51)

Reemplazamos las ecuaciones 2.28, 2.29, 230 y reemplazamos en 2.51 desarrollado la expresión tenemos:

$$\overline{\psi_s} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} i_{sA}(\overline{L_s} + a\overline{M_s} + a^2\overline{M_s}) + ai_{sB}(a^2\overline{M_s} + \overline{L_s} + a\overline{M_s}) + a^2i_{sC}(a\overline{M_s} + a^2\overline{M_s} + \overline{L_s}) + \\ i_{ra}(\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{4\pi}{3}) + a^2\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{2\pi}{3})) + \\ a.i_{rb}(\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{4\pi}{3}) + a^2\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{2\pi}{3})) + \\ a^2.i_{rc}(\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{4\pi}{3}) + a^2\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{2\pi}{3})) + \\ \end{bmatrix}$$

(2.52)

Desarrollado la ecuación tenemos:

$$\overline{\psi_s} = (\overline{L_s} + a\overline{M_s} + a^2\overline{M_s})\overline{i_s} + (\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{4\pi}{3}) + a^2\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{2\pi}{3}))\overline{i_r}$$

$$(2.53)$$

$$\overline{\psi_s} = (\overline{L_s} - \overline{M_s})\overline{i_s} + 1.5\cos(\theta_m)\overline{M_{sr}}\overline{i_r} = (\overline{L_s} - \overline{M_s})\overline{i_s} + 1.5\overline{M_{sr}}\overline{i_r}' = L_s\overline{i_s} + L_m\overline{i_r}' \quad (2.54)$$

Donde L_s , es la inductancia total del estator y L_m es llamada inductancia de magnetización. Finalmente tenemos el flujo que en general se expresa:

$$\psi_s = \psi_{sD} + j\psi_{sQ} \tag{2.55}$$

Descomponiendo en componentes:

$$\psi_{sD} = L_s i_{sD} + L_m i_{rd} \tag{2.56}$$

$$\psi_{sQ} = L_s i_{sQ} + L_m i_{rq} \tag{2.57}$$

El fasor espacial del flujo de rotor en un marco de referencia fijo al rotor

Se define de manera similar:

$$\overline{\psi_r} = \frac{2}{3} [\psi_{ra} + a\psi_{rb} + a^2\psi_{rc}]$$
(2.58)

Sustituyendo en las ecuaciones 2.31, 2.32, 2.33 en 2.57:

$$\overline{\psi_{r}} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} i_{ra}(\overline{L_{r}} + a\overline{M_{r}} + a^{2}\overline{M_{r}}) + ai_{rb}(a^{2}\overline{M_{r}} + \overline{L_{r}} + a\overline{M_{r}}) + a^{2}i_{rc}(a\overline{M_{r}} + a^{2}\overline{M_{r}} + \overline{L_{r}}) + i_{sa}(\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sb}(\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{2\pi}{3}) + a^{2}\overline{M_{sr}}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m} + \frac{4\pi}{3})) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m}) + i_{sa}(a_{sr}^{2}\cos(\theta_{m})$$

Finalmente reduciendo la expresión tenemos:

$$\overline{\psi_r} = (\overline{L_r} + a\overline{M_r} + a^2\overline{M_r})\overline{i_r} + (\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m) + a\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{2\pi}{3}) + a^2\overline{M_{sr}}\cos(\theta_m + \frac{4\pi}{3}))\overline{i_s}$$
(2.60)

$$\overline{\psi_r} = (\overline{L_r} - \overline{M_r})\overline{i_r} + 1.5\cos(-\theta_m)\overline{M_{sr}i_s} = (\overline{L_r} - \overline{M_r})\overline{i_r} + 1.5\overline{M_{sr}i_s}' = L_r\overline{i_r} + L_m\overline{i_s}'$$
(2.61)

Donde L_r es la inductancia total del rotor y L_m es la llamada inductancia de magnetización. Expresando en flujo de rotor en forma general tenemos:

$$\psi_r = \psi_{r\alpha} + j\psi_{r\beta} \tag{2.62}$$

Descomponiendo en sus componentes:

$$\psi_{r\alpha} = L_r i_{r\alpha} + L_m i_{s\alpha} \tag{2.63}$$

$$\psi_{r\beta} = L_r i_{r\beta} + L_m i_{s\beta} \tag{2.64}$$

El fasor espacial del flujo de rotor en un marco de referencia fijo al estator

Expresaremos en flujo de rotor con relación al estator. Podemos escribir el vector de flujo de rotor como sigue:

$$\overline{\psi_r}' = \psi_{rd} + j\psi_{rq} = \overline{\psi_r}e^{j\theta_m} = (\psi_{r\alpha} + j\psi_{r\beta})e^{j\theta_m}$$
(2.65)

La relación entre la corriente de estator referida a un marco de referencia estacionaria fija al estator y un marco rotacional fijo al rotor es dado por:

$$\overline{i_s} = \overline{i_s} e^{j\theta_m}$$
$$\overline{i_s} e^{-j\theta_m} = \overline{i_s}$$

c. Fasor espacial de los voltajes de estator y rotor

El fasor espacial de los voltajes de estator y rotor pueden definirse en una manera similar a los fasores anteriores:

$$\overline{u_s} = \frac{2}{3} [u_{sA}(t) + au_{sB}(t) + a^2 u_{sC}(t)] = u_{sD} + ju_{sQ} = \frac{2}{3} (u_{sA} - \frac{1}{2} u_{sB} - \frac{1}{2} u_{sC}) + j \frac{1}{\sqrt{3}} (u_{sB} - u_{sC})$$
(2.66)

$$\overline{u_r} = \frac{2}{3} [u_{ra}(t) + au_{rb}(t) + a^2 u_{rc}(t)] = u_{ra} + ju_{r\beta} = \frac{2}{3} (u_{ra} - \frac{1}{2}u_{rb} - \frac{1}{2}u_{rc}) + j\frac{1}{\sqrt{3}} (u_{rb} - u_{rc})$$
(2.67)

Donde el fasor de los voltajes de estator es referido a un marco de referencia fija al estator y los voltajes de rotor están referidos a un marco de referencia rotatorio fijo al rotor.

2.2.7 Transformaciónde coordenadas de las ecuaciones motor de inducción

Ahora se expresa las ecuaciones matemáticas del motor aplicando las transformadas. Primero presentaremos en un marco de referencia arbitrario y luego se hace la simplificación para un marco de referencia fijo al estator, las cuales son tomadas para el desarrollo de la presente tesis.

a. Ecuaciones en un marco de referencia arbitrario

Consideramos que el marco de referencia rota a una velocidad arbitraria w_{x} .

Tenemos la siguiente gráfica que representa la ubicación espacial de las corrientes de motor en un marco de referencia arbitrario.



Fig. 2.14 Coordenadas en marco de referencia arbitrario

Se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\overline{i_{sg}} = \overline{i_s} e^{-j\theta_g} = i_{sx} + ji_{sy}$$
(2.68)

 $\overline{u_{sg}} = \overline{u_s} e^{-j\theta_g} = u_{sx} + ju_{sy}$ (2.69)

$$\overline{\psi_{sg}} = \overline{\psi_s} e^{-j\theta_g} = \psi_{sx} + j\psi_{sy}$$
(2.70)
Del mismo modo para el rotor tenemos:

$$\overline{i_{rg}} = \overline{i_r} e^{-j(\theta_g - \theta_m)} = i_{rx} + j i_{rp}$$
(2.71)

$$\overline{u_g} = \overline{u_r} e^{-j(\theta_g - \theta_m)} = u_{rx} + ju_{ry}$$
(2.72)

$$\overline{\psi_{rg}} = \overline{\psi_r} e^{-j(\theta_g - \theta_m)} = \psi_{rx} + j\psi_{ry}$$
(2.73)

Reemplazando en las ecuaciones para sistema de referencia arbitrario:

$$\overline{u_{sg}} = R_s \overline{i_{sg}} + \frac{d\overline{\psi_{sg}}}{dt} + jw_g \overline{\psi_{sg}}$$
(2.74)

$$\overline{\psi_{sg}} = L_s \overline{i_{sg}} + L_m \overline{i_{rg}}$$
(2.75)

$$\overline{\psi_{rg}} = L_r \overline{i_{rg}} + L_m \overline{i_{sg}}$$
(2.76)

Ahora descomponiendo las coordenadas y expresando en una sola matriz compacta:

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \\ u_{rx} \\ u_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -w_gL_s & pL_m & -w_gL_m \\ w_gL_s & R_s + pL_s & w_gL_m & pL_m \\ pL_m & (Pw_m - w_g)L_m & R_r + pL_r & (Pw_m - w_g)L \\ (w_g - Pw_m)L_m & pL_m & (w_g - Pw_m)L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}$$

Reduciendo las ecuaciones anteriores de la matriz para el estator tenemos:

$$u_{sx} = (R_s + pL_s)i_{sx} - w_g L_s i_{sy} + pL_m i_{rx} - w_g L_m i_{ry}$$
(2.77)

$$u_{sx} = R_s i_{sx} + L_s i_{sx} - w_g L_s i_{sy} + L_m i_{rx} - w_g L_m i_{ry}$$
(2.78)

$$u_{sx} = R_s i_{sx} - w_g (L_s i_{sy} + L_m i_{ry}) + L_s i_{sx} + L_m i_{rx}$$
(2.79)

$$u_{sx} = R_s i_{sx} - w_g \psi_{sy} + \frac{d\psi_{sx}}{dt}$$
(2.80)

$$u_{sy} = R_s i_{sy} - w_g \psi_{sx} + \frac{d\psi_{sy}}{dt}$$
(2.81)

Para el rotor tenemos:

$$u_{rx} = R_r i_{rx} + \frac{d\psi_{rx}}{dt} + (\omega_g - P\omega_m)\psi_{ry}$$
(2.82)

$$u_{ry} = R_r i_{ry} + \frac{d\psi_{ry}}{dt} + (w_g - P\omega_m)\psi_{rx}$$
(2.83)

De las ecuaciones anteriores se puede notar que las ecuaciones están desacopladas en dos ejes de coordenadas diferentes; esto se logró aplicando las transformaciones a coordenadas rotatorias, ahora se puede expresar el motor de inducción mediante el siguiente circuito equivalente:



Fig. 2.16 Circuito equivalente Eje y

Ecuaciones en un marco de referencia fijo al estator:

Como el sistema es fijo al estator entonces:

 $\omega_{g} = 0$, cambiamos el sistema coordenadas en d y q por x e y respectivamente:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{sD} \\ \boldsymbol{u}_{sQ} \\ \boldsymbol{u}_{rd} \\ \boldsymbol{u}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & 0 & pL_m & 0 \\ 0_s & R_s + pL_s & 0 & pL_m \\ pL_m & P\omega_m L_m & R_r + pL_r & (P\omega_m - L) \\ -P\omega_m L_m & pL_m & -P\omega_m L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{sD} \\ \boldsymbol{i}_{sQ} \\ \boldsymbol{i}_{rd} \\ \boldsymbol{i}_{rq} \end{bmatrix}$$
(2.84)

Ecuaciones en un marco de referencia fijo al rotor:

Como el sistema es fijo al estator entonces:

 $\omega_{e} = \omega_{m}$, cambiamos el sistema coordenadas en d y q por x e y respectivamente:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{sD} \\ \boldsymbol{u}_{sQ} \\ \boldsymbol{u}_{rd} \\ \boldsymbol{u}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega_m L_s & pL_m & -\omega_m L_m \\ \omega_m L_s & R_s + pL_s & \omega_m L_m & pL_m \\ pL_m & 0 & R_r + pL_r & 0 \\ 0 & pL_m & 0 & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{i}}_{sD} \\ \dot{\boldsymbol{i}}_{sQ} \\ \dot{\boldsymbol{i}}_{rd} \\ \dot{\boldsymbol{i}}_{rq} \end{bmatrix}$$
(2.85)

Ecuaciones de vector espacial de voltaje en un marco de referencia rotatorio a velocidad síncrona

Si: $\omega_{g} = \omega_{x}$ la matriz de voltaje se expresa como sigue,

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{sD} \\ \boldsymbol{u}_{sQ} \\ \boldsymbol{u}_{rd} \\ \boldsymbol{u}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega_s L_s & pL_m & -\omega_s L_m \\ \omega_s L_s & R_s + pL_s & \omega_s L_m & pL_m \\ pL_m & L_m s \omega_s & R_r + pL_r & L_r s \omega_s \\ L_m s \omega_s & pL_m & L_r s \omega_s & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{sD} \\ \boldsymbol{i}_{sQ} \\ \boldsymbol{i}_{rd} \\ \boldsymbol{i}_{rq} \end{bmatrix}$$
(2.86)

• Ecuaciones de movimiento

Tenemos la expresión para el torque como sigue:

$$t_e = c\overline{\psi_s} x \overline{i_r}^{\dagger}$$
(2.87)

Donde "c" es una constante, $\overline{\psi_s}$ y $\overline{i_r}$ ' son fasores espaciales del flujo de estator y corriente de rotor, ambos referidos a un marco de referencia fijo al estator. Por teoría de producto vectorial se puede expresar:

$$t_e = c \left| \overline{\psi_s} \right| x \left| \overline{i_r} \right| \sin(\gamma) \tag{2.88}$$

Donde γ es el ángulo entre el flujo de estator y la corriente de rotor. Esto sigue que cuando γ =90° el torque obtenido es el máximo y es el mismo que para un motor DC. Sin embargo en una máquina DC estas magnitudes son controladas de manera independiente; pero en una máquina AC, estás magnitudes están acopladas y la posición espacio depende de las posiciones del estator y rotor. Estas características dan complicaciones debido a que no es posible monitorear la corriente de rotor en un motor de jaula de ardilla, solo en casos que el motor sea con algún acople especial

para criterios de investigación además estos no son encontrados en la industria.

Derivaremos una expresión dependiente del estator. De la ecuación de energía tenemos:

$$P_{mecanica} = P_{electrica} - P_{pérdidas} - P_{campo}$$
(2.89)

Ahora reemplazamos con las ecuaciones de potencia:

$$t_{e}.w_{r} = \frac{3}{2} \left[\left(\operatorname{Re}(\overline{u_{s}}.\overline{i_{s}}) - R_{s} \left| i_{s} \right|^{2} - \operatorname{Re}(\frac{d(\overline{\psi_{s}})}{dt}\overline{i_{s}}) \right) + \left(\operatorname{Re}(\overline{u_{r}}.\overline{i_{r}}) - R_{r} \left| i'_{r} \right|^{2} - \operatorname{Re}(\frac{d\overline{\psi_{r}}}{dt}\overline{i_{r}}) \right) \right] \dots$$
(2.90)

Si el sistema se toma con referencia al estator la ecuación 2.82 se reduce a:

$$t_{e}.w_{r} = \frac{3}{2} \left[\operatorname{Re}(\frac{d\overline{\psi_{r}}}{dt}\overline{i_{r}})) \right]$$
(2.91)

Por teoría de números complejos reducimos la expresión a:

$$t_{e}.w_{r} = \frac{3}{2} [\operatorname{Re}(jw_{r}\overline{\psi'_{r}i'_{r}})] = -\frac{3}{2}w_{r}\overline{\psi'_{r}}x\overline{i'_{r}}$$
(2.92)

Generalizando para motor con P polos:

$$t_e = -\frac{3}{2} P \overline{\psi'_r} x \overline{i'_r}$$
(2.93)

Sabemos: $\overline{\psi_r} = L_r \overline{i'_r} + L_m \overline{i_s}$ reemplazando:

$$t_e = -\frac{3}{2}P(L_m \overline{i_s} x \overline{i'_r}) = \frac{3}{2}P(L_m \overline{i_r'} + L_s \overline{i_s}) x \overline{i_s} = \frac{3}{2}P\overline{\psi_s} x \overline{i_s}$$
(2.94)

Desarrollando el producto anterior tenemos la expresión de torque:

$$t_{e} = \frac{3}{2}P(\psi_{sD} + j\psi_{sQ})x(i_{sD} + ji_{sQ}) = \frac{3}{2}P(-\psi_{sQ}.i_{sD} + \psi_{sD}.i_{sQ})$$
(2.95)

. С

2.2.8 Modulación vectorial

La conversión de energía DC – AC a una frecuencia variable es lo principal en aplicaciones de velocidad variable para motores de inducción. La conversión de potencia es efectuada por dispositivos electrónicos de conmutación (IGBT, MOSFET).

La forma de onda a la salida de un inversor debe ser senoidal. Pero en la práctica esta onda posee armónicos, una señal cuadrada o cuasi cuadrada que puede ser aceptable para aplicaciones de medio y bajo voltaje. Para aplicaciones en alto voltaje es necesario una forma de onda casi senoidal es requerida.

Para la generación de señales senoidales se aplican técnicas de modulación a los inversores de potencia que son dispositivos conformados por conmutadores electrónicos que son capaces de recibir señales de altas frecuencias para poder generar señales alternas, las técnicas más comunes son:

- PWM senoidal(SPWM).
- Eliminación selectiva de armónicos
- PWM de mínimo rizado de corriente
- PWM con control de corriente de por banda de histéresis
- Modulación sigma
- PWM por vector de espacial (SVM)
- PWM híbrido

Todos estos métodos generan una forma de onda senoidal para el voltaje de salida de inversor, el rendimiento de cada uno de esos métodos de control es usualmente evaluado en función de los siguientes parámetros: distorsión total armónica (THD), corriente de salida del inversor, pérdidas de conmutación dentro del inversor, rizado pico-pico en la corriente de carga para un valor dado de voltaje DC.

En el desarrollo del presente trabajo se explican las técnicas modulación por PWM senoidal, SVM que son las principales en sistemas de control de velocidad de motores de inducción.

a. Modulación senoidal (SPWM)

En una modulación senoidal, una portadora triangular de una frecuencia **fs**, establece la frecuencia de conmutación del inversor. Esta portadora es comparada con un voltaje de control senoidalproveniente de un sistema trifásico.

La salida de los comparadores produce un esquema de conmutación usado para activar o desactivar los dispositivos electrónicos. El índice de modulación es m = f1/fs; el valor de mf debería ser un número impar y múltiplo de tres para cancelar los armónicos dominantes los cuales son los responsables de las pérdidas.

Una limitación del método de modulación senoidal, es que solo permite un índice de modulación limitado, y tampoco aprovecha eficientemente el bus DC. El índice de modulación puede ser incrementado usando ondas distorsionadas que contienen armónicos triples.

La figura mostrada nos muestra la señal de una fase comparada con una portadora triangular.



El índice de modulación de este método es como máxima 0.785. La mayor ventaja del SPWM es su simplicidad de implementación, necesitando apenas 3 comparadores para implementarlo en forma analógica o tres comparadores digitales para su implementación digital.

b. Modulación por Vector Espacial (SVPWM)

La modulación vectorial fue propuesta en 1982 y se ha vuelto muy popular por los siguientes motivos: Máximo aprovechamiento del bus DC, baja distorsión armónica, mínimas pérdidas de conmutación, y es adecuada para una implementación digital.

La proliferación de los dispositivos electrónicos de potencia ha llevado a una demanda de técnicas de modulación por ancho de pulso (PWM) más efectiva. Problemas como distorsión armónicas en las fases de corriente son responsables de las pérdidas en el núcleo del motor de inducción. Para superar estas limitaciones de las técnicas de conmutación una nueva técnica conocida como modulación de ancho de pulso por vector espacial (SVPWM) ha llegado a ser ampliamente usada en la industria.

El índice de modulación de esta técnica es 15% mayor que la técnica de SPWM, significando que puede aprovecharse más el índice de modulación. A continuación se presenta un inversor de tensión que se analizará para deducir las técnicas de modulación SVPWM.



Los interruptores de potencia pueden ser: BJT, GTO, IGBT, etc.

Del circuito mostrado se deduce que se obtiene 8 estados diferentes que se muestra en la siguiente tabla:

	Sa	S _b	S _c	Vα	V _β
V ₀	0	0	0	0	0
V ₁	1	0	[·] 0	2V _{dc} /3	0
V ₂	1	1	0	<i>V_{dc}</i> /3	$V_{dc}/\sqrt{3}$
V ₃	0	1	0	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}/\sqrt{3}$
V ₄	0	1	1	$-2V_{dc}/3$	0
V ₅	0	0	1	$-V_{dc}/3$	$-V_{dc}/\sqrt{3}$
V ₆	1	0	1	<i>V_{dc}</i> /3	$-V_{dc}/\sqrt{3}$
V ₇	1	1	1	0	0

Tabla 2.2. Valores de voltaje y componentes del vector de referencia

Para el desarrollo de la tabla mostrada se aplicó la ecuación 2.36 para los cálculos de los vectores en transformada de Clark y también teoría de circuitos eléctricos. De lo desarrollado se nota que los vectores forman un hexágono regular. Estos voltajes forman un hexágono en el plano de rotación, para un nivel de voltaje y frecuencia se tendrá como referencia un vector rotatorio, para igualar a este vector las llaves deben de conmutar en diferentes intervalos de tiempo los cuales dependen del sector en el que se encuentren. Se describe a continuación las ecuaciones y la región del inversor:



Fig. 2.19 Representación de vectores espaciales

Los lados del hexágono tienen la longitud de: $2V_{dc}/3$ y el valor R_{max} de radio de la circunferencia inscrita en el hexágono es:

$$R_{\max} = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{3V}_{dc}}{2} = \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}$$
(2.96)

En consecuencia:

~ **---****

$$V_{\rm max} = 0.577 V_{dc}$$
 (2.97)

Cálculos de tiempos de conmutación para los conmutadores de potencia:

$$\mathbf{V}_r t_{pwm} = \mathbf{V}_a t_a + \mathbf{V}_b t_b + \mathbf{V}_0 t_0 \tag{2.98}$$

$$I_0 = I_{pwm} - I_a - I_b$$
(2.99)

Donde: t_a y t_b son los tiempos de conmutación de los vectores V_a , V_b , estos son vectores no nulos escogidos de acuerdo al sector donde se ubica el vector.

 V_{nulo} Puede ser V_0 , V_7 dependiendo de la estrategia de conmutación. En la siguiente figura se muestra la deducción de los tiempos:



Fig. 2.20 Cálculo de tiempo de conmutación

Se muestra la tabla de tiempos de conmutación de vectores no nulos por cada sector de trabajo:

Sector	Vector	Tiempo
l:	$V_a = V_1$	$t_a = ksin(\pi/3 - \theta)$
[0, <i>π</i> /3[$V_b = V_2$	$t_b = ksin(\theta)$
:	$V_a = V_2$	$t_a = ksin(2\pi/3 - \theta)$
$[\pi/3, 2\pi/3]$	$V_b = V_3$	$t_b = ksin(\theta - \pi/3)$
111:	$V_a = V_3$	$t_a = ksin(\pi - \theta)$
[2π/3 , <i>π</i> [$V_b = V_4$	$t_b = ksin(\theta - 2\pi/3)$
IV:	$V_a = V_4$	$t_a = ksin(4\pi/3 - \theta)$
[π , 4π/3 [$V_b = V_5$	$t_b = ksin(\theta - \pi)$
V:	$V_a = V_5$	$t_a = ksin(5\pi/3 - \theta)$
$[4\pi/3, 5\pi/3]$	$V_b = V_6$	$t_b = ksin(\theta - 4\pi/3)$
VI:	$V_a = V_6$	$t_a = ksin(2\pi - \theta)$
$[5\pi/3, 2\pi]$	$V_b = V_1$	$t_b = ksin(\theta - 5\pi/3)$

2.3 Tabla de vectores espaciales para tiempos de conmutación

Donde: $k = 0.866t_{pwm} / V_{Vdc}$

Los valores de tiempo hallados son comparados con una forma de onda triangular (portadora), para hallar las señales de conmutación de los interruptores de potencia.



Fig. 2.21 Portadora de alta frecuencia para comparar las señales referencias con inyección de armónicos

Convencionalmente, los tiempos de conmutación son calculados usando trigonometría, de acuerdo a las ecuaciones:

$$t_a = \sqrt{3}t_{pwm} \|\mathbf{v}_r\| \sin(\pi/3 - g) / v_{dc}$$
(2.100)

$$t_{b} = \sqrt{3}t_{pwm} \|\mathbf{v}_{r}\| \sin(g) / v_{dc}$$
(2.101)

Donde: $||V_r||$ es la magnitud del vector de referencia, y g es el ángulo entre V_r y V_x .

De las ecuaciones de tiempo se puede deducir el índice de modulación:

$$m = \frac{\|V_r\|}{V_{dc} / \sqrt{3}}$$
(2.102)

El objetivo de la modulación vectorial es aproximar el vector espacial de voltaje deseado $V_{ref} = (V_a, V_\beta)$, que representa lo valores de voltaje trifásico, dentro del periodo de modulación t_{pvm} usando la combinación lineal de tiempos nulos y no nulos.

Operación de SVPWM

El índice de modulación también se puede definir como sigue:

$$m = \frac{\|V_r\|}{2V_{dc} / \pi}$$
(2.103)

Donde: $2V_{do}/\pi$ es el pico fundamental del valor pico del voltaje de una honda cuadrada. El índice de modulación varía de 0 a 1, definiendo tres modos de operación:

- Undermodulation(0≤m<0.907), el vector de referencia siempre permanece con el hexágono, mientras los voltajes de referencia son perfectamente senoidales.
- Overmodulation1 (0.907 ≤ m < 0.952), el vector de referencia en dos puntos en cada sector.
- Overmodulation 2 (0.952≤m≤1), el vector referencia incrementa cada uno, el voltaje de referencia son comparado solo con segmentos lineales.

2.2.9 Técnicas de control de motor de inducción

El desempeño en alta frecuencia de un inversor controlado por PWM, que alimenta una máquina de inducción debe caracterizarse por:

- Rápida respuesta de flujo y torque.
- Máxima salida de torque para un rango de velocidad en una región de operación.
- Frecuencia de conmutación constante.
- Voltaje de PWM unipolar.
- Bajo rizado de flujo y torque.
- Robustez para variación de parámetros.
- Operación en los 4 cuadrantes.

Una clasificación general de los métodos de control en variadores de frecuencia para máquinas de inducción es presentada en la siguiente figura 2.22:



Fig. 2.22 Esquemas de control de máquina de inducción

Lo marcado en rojo es la estrategia de control que se desarrolló en el presente trabajo. Este es un control escalar basado en el principio de mantener la relación voltaje - frecuencia constante (V/F).El grupo de los controles vectoriales no solo permite el control de las amplitudes de voltaje y frecuencia, como las técnicas de control escalar, sino también la posición instantánea de los vectores de voltaje, corriente y flujo. Esto mejora significativamente el comportamiento del arrancador.

Sin embargo el motor de inducción tiene un comportamiento no lineal; existe un acoplamiento entre el flujo y el torque electromagnético producido. Para esto se ha desarrollado muchas técnicas de desacoplamiento para lograr simplificar esta no linealidad.

El primer método de control vectorial fue el Control de campo Orientado (FOC) presentado por K. Hasse (FOC Indirecto) y F. Blashke (FOC directo) a inicios de los 70. Estos métodos fueron investigados y discutidos por muchos investigadores y han llegado a ser un estándar en la industria. En este método las ecuaciones del motor de inducción fueron transformadas a un sistema de coordenadas rotatorias en sincronismo con el vector flujo del estator. El método FOC garantiza un desacoplamiento de flujo y torque.

Otro método conocido es el Control con Linealización de Realimentación (FLC) presenta una nueva transformación no lineal de las ecuaciones del motor de inducción en un nuevo sistema de coordenadas, las amplitudes de flujo y velocidad son desacopladas con la realimentación.

Un método basado en la teoría de la variación y forma de la energía a sido investigado recientemente y es llamado Control Basado en Pasividad (PBC), en este caso la ecuación del motor son expresadas mediante las ecuaciones de Euler -Lagrange y expresadas en coordenadas generalizadas.

A mediados de los 80s una nueva estrategia de control de torque de motor de inducción fue presentada por I. Takagashi y T. Nogushi como Control Directo de Torque (DTC), y por M. Depenbrock como DirectSelf Control (DSC). Gracias a estos métodos se tiene otro enfoque de control del motor de inducción y han llegado a ser una alternativa al control clásico FOC. Los autores de esta nueva estrategia de control propusieron reemplazar al motor desacoplado y linealizado por transformaciones, por controladores de histéresis, los cuales corresponden muy bien con la operación ON-OFF de los dispositivos conmutadores del inversor.

Estructura simple y buen comportamiento dinámico son las principales características del DTC, sin embargo el clásico DTC tiene muchas desventajas, la cual la más importante es la conmutación a frecuencia variable.

a. Control escalar V/F constante

El control escalar de un motor de inducción solo involucra variación en magnitud de la variable de control, en contraste con el control vectorial que involucra cambio en la variación de magnitud y fase de las variables de control. El voltaje puede ser usado para controlar el flujo en el entrehierro y la frecuencia o deslizamiento puede ser usado para controlar el torque. Sin embargo, flujo y torque están en función de la frecuencia y voltaje respectivamente, este acoplamiento es disgregado mediante este método de control.

El control escalar produce un desempeño dinámico inferior de un motor AC comparado a un control vectorial, pero es simple de implementar; en aplicaciones de velocidad variable en el cual una pequeña variación del motor con carga es tolerable los sistemas de control escalar son recomendables. Tres maneras principales de limitar el control de velocidad para un motor de inducción son:

- 1. Reducir la magnitud del voltaje aplicado.
- 2. Ajustar la resistencia del circuito del rotor (disponible para motor de rotor bobinado).
- 3. Ajustar los voltajes y frecuencia en el estator.

49

Un controlador de la naturaleza de un escalar es capaz de llevar la velocidad de una máquina del 5 hasta 200% de su velocidad base. Sin embargo, al variar la frecuencia, es importante respetar ciertos límites de voltaje y torque. Para asegurar su operación adecuada y segura, para trabajar a velocidades base es necesario reducir el voltaje entre las terminales del motor. El voltaje fase – fase aplicado a estator es disminuido linealmente, al disminuir la frecuencia eléctrica. Si esto no es efectuado el núcleo del motor se saturará y las corrientes de magnetización que fluyen hacia la máquina serán excesivas.

Generalmente un motor de inducción requiere una amplitud relativamente constante de flujo en el entrehierro para un trabajo satisfactorio del motor. Al alimentar un motor con fuente de tensión, el flujo máximo viene dado por la ecuación (2.23), asumiendo las pérdidas despreciables:

$$u = \frac{d\psi_m(t)}{dt} \tag{2.104}$$

Ahora como la señal aplicada es de naturaleza senoidal

$$\psi_m = \int u dt = \int V_{\max} \sin(\omega t) dt = -\frac{V_{\max}}{\omega} \cos(\omega t) = \frac{-\sqrt{2}V_{ef}}{2\pi f} \cos(\omega t) = \frac{-V_{ef}}{4.44f} \cos(\omega t)$$

Tomando valores máximos para la función anterior tenemos:

$$\psi_m = \frac{1}{4.44} \frac{V_{ef}}{f} \tag{2.105}$$

Según la expresión anterior y considerando despreciable las caídasde tensión internas en el estator por lo cual la tensión aplicada es igual a la fem inducida, para mantener el flujo en su valor máximo y constante habrá que mantener constante la relación **tensión –frecuencia**.Para valores bajos de velocidad habrá que disminuir proporcionalmente la tensión y la frecuencia de alimentación.

A valores bajos de frecuencia, la caída interna en el estator se hace comparable con la tensión aplicada y en estas condiciones no es posible despreciar su efecto por lo que resulta erróneo suponer que la **fem**inducida y la tensión aplicada son iguales. Para trabajar con control escalar se debe realizar una llamada compensación a bajas frecuencias.

Si no se realiza la compensación se obtendrán curvas discontinuas. A bajas frecuencias, el momento máximo disminuye y para un mismo momento de carga a dos velocidades diferentes, para la de menos frecuencia de alimentación, se trabajaráa mayor deslizamiento y mayor corriente consumida. Si se realiza la compensación las características que se logran son las mostradas en trazo continuo, donde se observa el momento máximo permanece constante y por tanto no se pierde por sobrecarga del motor.



Fig. 2.23 Curvas de control escalar lineal

i. Funcionamiento por encima de la velocidad base

Cuando se quiere trabajar por encima de la velocidad nominal la relación tendrá que cambiar debido a que la tensión en los bornes del estator no puede superar el valor nominal. Para esta condición de trabajo, la tensión se mantiene constante y en su valor nominal y se varía la frecuencia por encima de la nominal con lo cual el flujo se debilita y en consecuencia disminuye el momento máximo capaz de desarrollar el motor.

Al conjunto de curvas que se obtienen comúnmente se le llama de potencia constante; el motor incluso puede ser alimentado a una frecuencia que

puede alcanzar la velocidad de sincronismo pero se diseñan los controladores tal que se limite esta condición.

Si se mantiene constante el flujo en la zona de trabajo, el momento desarrollado por el motor, será proporcional al deslizamiento lo que es igual a la frecuencia de deslizamiento y por tanto controlable.

Para un punto de funcionamiento determinado, con flujo máximo, la frecuencia de deslizamiento, queda fijada por el momento que debe desarrollar el motor y por tanto la frecuencia de alimentación viene dada por la siguiente expresión.

$$\omega_s = \omega_d + \omega_m \circ f_s = f_d + f_m \tag{2.106}$$

Control en lazo abierto o lazo cerrado de un motor de inducción puede implementarse basado en el principio de V/Hz constante.

El control el lazo abierto es usado cuando la precisión en velocidad no es primordial como en HVAC (calefacción, ventilación y aire acondicionado).

Cuando la precisión de velocidad es primordial, control de velocidad en lazo cerrado puede ser implementado con el principio de V/Hz a través de la regulación de velocidad, generalmente se emplean controladores PI para regular el deslizamiento de velocidad de un motor para mantenerlo en su velocidad de referencia.

ii. Esquemas de control escalar en régimen permanente

Los esquemas de control de velocidad siguen los mismos principios del control clásico, utiliza una señal de realimentación para compararla con una referencia, con el error de esto aplicará la regulación para setear los parámetros a un inversor y regular la frecuencia de control para el motor de inducción.

Control de velocidad mediante regulación del deslizamiento con alimentación V/f constante

Una mejora al control en lazo abierto de velocidad es el control en lazo cerrado por la regulación de deslizamiento. Aquí el error de lazo de velocidad se genera con una frecuencia de comando ω a través de un controlador proporcional integral P-I y un limitador. La frecuencia de comando ω también genera un voltaje de comando a través de un generador V/Hz, el cual incorpora una compensación de estator a bajas frecuencias.

Desde que el deslizamiento es proporcional al torque desarrollado a flujo constante, el esquema puede ser considerado como un control de torque en lazo abierto de lazo de velocidad. La señal de corriente realimentada no es utilizada en el lazo. Con un aumento en la velocidad, la maquina acelera libremente con un límite de deslizamiento de velocidad correspondiente a la corriente de estator o torque límite.





Los efectos de la carga de torque y las variaciones en la línea son explicados en la figura 2.25. Si el punto de operación inicial es 1 y el torque de carga es incrementado de T_L a T_L la velocidad tenderá a caer correspondiente al punto 2. Sin embargo el lazo de control de velocidad incrementará la frecuencia hasta que la velocidad original sea restaurada al punto 3. Debido a que no hay control de lazo cerrado de flujo, la variación en la línea voltaje causará una variación en el flujo.



Fig. 2.25 Explicación del esquema de control de velocidad

iii. Patrones del control escalar

Las distintas cargas mecánicas a movilizar por parte de un motor de inducción son de características particulares. Algunas requieren de un pequeño torque de arranque que se incrementa conforme el cuadrado de la velocidad. Otro tipo de carga exigirá al máximo el torque máximo del motor tan sólo para iniciar su movimiento. Con el fin de armonizar el torque del motor con el requerido por la carga mecánica. Un variador de buen desempeño debe ofrecer al usuario diversos patrones de voltaje – frecuencia a seleccionar.



Deducción de la ecuación para la curva de control:

$$\frac{V - V_{\min}}{f - f_{\min}} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}$$

$$V = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} * f - \frac{V_{\max} - V_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} f_{\min} + V_{\min}$$

$$\forall / f \in f_{\min} < f < f_{\max}$$
(2.107)

b. Control de campo orientado (FOC)

En una excitación separada de un maquina de corriente continua los ejes de armadura y las corrientes de campo son ortogonales entre ellos. Esto implica que las fuerzas magneto motrices establecidas en estos bobinados son ortogonales. Si la saturación del hierro es ignorada esta desarrolla un torque dado por:

$$T_{em} = k_a \phi(I_f) I_a \tag{2.108}$$

Donde:

 $\phi(I_f) = Flujo de armadura$

 I_a =corriente de armadura

Esto significa que el flujo es dependiente solamente de la corriente de campo. Si el flujo es fijo entonces el torque varía directamente por la corriente de armadura. Es por esta razón que se dice que las máquinas DC tienen parámetros desacoplados o control independiente de torque y flujo.

Desafortunadamente la operación de máquinas de inducción es más complicada. Los motores de inducción son acoplados, no lineales, sistemas multivariables en el cual los campos del estator y rotor no son ortogonales. Para lograr este desacoplamiento en el control de torque y flujo se usa la técnica conocida como Control de Campo Orientado.

La clave fundamental del control FOC es la transformada de Clark y Park, como se muestra en la figura (3.14) estas corrientes de estator trifásicas en una referencia rotatoria que es alineada con el flujo del rotor. Esto desacopla el flujo y torque produciendo componentes de corrientes de estator permitiendo al motor de inducción ser controlado como un motor DC.

55



c. Control directo de torque (DTC)

El control directo de torque DTC tiene un enfoque de control de motor de inducción diferente, este supera relativamente al control FOC en su pobre respuesta transitoria y la dependencia en los parámetros del motor. La estructura estándar de control FOC consiste de:

- Un número coordinado de transformaciones para desacoplar el flujo y torque.
- Un modelo de corriente para estimar el ángulo del flujo del rotor.
- 2 Controladores PI para corrientes en cuadratura
- Un controlador adicional PI para regular la velocidad.

En control DTC los tres primeros puntos descritos arriba son reemplazados por 2 comparadores de histéresis y una tabla de búsqueda. Otro beneficio es que se puede calcular el torque sin necesidad de complejos algoritmos de observadores o sensores de velocidad mecánicos. El algoritmo clásico del control DTC fue propuesto por Takahaski y Depenbrock que desacoplaron las características no lineales del motor AC.

De manera similar al control FOC, el flujo y torque son usados como realimentados del controlador. En vez del controlador PI que determina la señal de salida el controlador DTC utiliza tabla de búsquedas. El error en torque, flujo de estator y ángulo son usados como entradas a esta tabla.

Desafortunadamente el control clásico DTC tiene algunas limitaciones, a pesar de remover el controlador de corriente PI mejora la respuesta transitoria, el uso de controladores de histéresis es incapaz de distinguir entre pequeños y grandes variaciones en referencia de voltaje. Otro problema con el control clásico DTC es que originalmente fue creado para usarse con comparadores análogos que direccionaban al chip que contenía las tablas de búsqueda.

Una alternativa para usar el uso de control por histéresis es la implementación del algoritmo DTC con SVPWM. Este enfoque sustituye la medición de corriente y voltaje en el motor de inducción para estimar instantáneamente el flujo de estator y torque. Esto es usado para calcular el voltaje requerido para mantener el torque a un valor de referencia, desde el voltaje es calculado. Este puede sintetizarse usando SVPWM.

2.3 Definición de términos básicos

- Motor AC:Son motores eléctricos que funcionan con corriente alterna; es una máquina motriz, es decir un aparato que convierte una forma determinada de energía en energía mecánica de rotación o par.
- Variador de velocidad: Controlador sofisticado para control de motores DC o AC, poseen algoritmos avanzados, técnicas de modulación e inversores de voltaje en un solo modulo.
- Mosfet: Dispositivo de conmutación electrónica de alta frecuencia se caracteriza porque su conmutación es controlada por voltaje, muy utilizado en aplicaciones de electrónica de potencia.
- IGBT (Transistor Bipolar de puerta aislada): Dispositivo de conmutación electrónica se caracteriza por poseer la facilidad de control de un transistor BJT y la robustez de un MOSFET.

- dsPIC: Controlador digital avanzando con capacidad de cálculo de un DSP y con velocidad procesamiento de un microcontrolador, utilizados en aplicaciones de control de procesos, electrónica de potencia, procesamiento de imágenes, etc. Desarrollado por la compañía Microchip.
- MATLAB: Software matemático de investigación empleado para simulación de sistema dinámicos.
- PWM (Modulación por ancho de pulso): Técnica de modulación de señales cuadrada mediante la variación de ciclo de trabajo manteniendo la frecuencia constante.

2.4 Abreviaturas utilizadas

SVM: Modulación por vector espacial

ACIM: Motor de inducción AC

- u_{sA} : Tensión de estator de fase A
- u_{sB} : Tensión de estator de fase B
- u_{sC} : Tensión de estator de fase C
- *u_{ra}*: Tensión de rotor de fase a
- u_{rb}: Tensión de rotor de fase b
- u_{rc} : Tensión de rotor de fase c
- i_{s4} : Corriente de estator de fase A
- i_{sB} : Corriente de estator de fase B
- i_{sC} : Corriente de estator de fase C
- i_{ra} : Corriente de rotor de fase a
- i_{rb} : Corriente de rotor de fase b
- i_{rc} : Corriente de rotor de fase c
- R_s : Resistencia de estator
- L_s : Inductancia de estator

- R_r : Resistencia de rotor
- L_r : Inductancia de rotor
- M_s : Inductancia inducida en el estator
- M_r : Inductancia inducida en el rotor
- ρ : Primera derivada de función
- $\theta_{\scriptscriptstyle m}$: Posición de rotor
- ω_r : $p\omega_m$ Velocidad angular eléctrica del rotor
- $\omega_{\scriptscriptstyle m}$: Velocidad angular del rotor
- n1: Velocidad síncrona
- n: Velocidad asíncrona

III. DESARROLLO DE LA SOLUCIÓN

3.1 Relación entre las variables de la investigación

Se describe el modelo matemático del ACIM y del algoritmo SVM este estudio nos permite obtener las variables dependientes e independientes del sistema de control a implementar. Mediante las curvas de simulación se puede observar la influencia de las señales de salida en función de la variación de los estímulos de entrada.

3.2 Operacionalización de las variables

De acuerdo al desarrollo del presente trabajo se identificó las variables que se emplean para el control de velocidad que son:

Variable dependiente

Es la velocidad desarrollada por el motor medida en rpm.

Variable Independiente

Velocidad de referencia teórica en rpm.

3.3 Tipo de investigación

- El presente trabajo es una investigación científicade tipo experimental en el ámbito de electrónica de potencia y control de maquinas eléctricas; con el empleo de estos conocimientos se logró implementar el controlador escalar para el ACIM seleccionado.
- La investigación es hipotética porque parte de una hipótesis para demostrar la solución de un problema de investigación planteado.
- La investigación es de tipo deductiva porque se parte de algo particular y se van integrando los recursos de la investigación para lograr finalmente la deducción de la solución del problema planteado.

- Las investigación realizada es de tipo transversal ya que se realiza en un solo momento temporal y no hay continuidad en el tiempo ya se inicial la investigación en agosto del 2011 y se termina en enero del 2013.
- El estudio de investigación se realizó en los laboratorios de máquinas eléctricas de la Facultad de ingeniería eléctrica y electrónica de la Universidad Nacional del Callao.

3.4 Diseño de investigación

Para el desarrollo del presente trabajose cuenta con todos los implementos necesarios tanto de software como de hardware por tanto requiere que primero se tengan resultados consistentes en las simulaciones para proceder con la implementación. La estructura del correlato de acciones que fueron necesarias para la solución del problema se muestra en la grafica 3.1:



Fig. 3.1 Estructura de acciones necesarias para la solución del problema.

3.4.1 Selección del ACIM

a. Obtención del dinero

Para la implementación del proyecto se dispone de un presupuesto para la investigación asignado por el Centro de investigación Eléctricas y Electrónicas el Perú (CIEEP). Con la asignación de los recursos económicos se procede a la adquisición de los equipos para la implementación del sistema de control.

b. Compra del motor de inducción y de componentes adicionales

Para la compra del motor de inducción, se evaluó las potencias disponibles en el mercado de motores de inducción. Se tubo presente que mientras mayor sea la potencia de motor a utilizar mayor será los costos de los dispositivos electrónicos para la implementación por el incremento en el consumo de corriente.

Se seleccionó para el proyecto un motor trifásico asíncrono marca Siemens de 0.6 HP a 380 VAC – 2.2A, torque máximo de carga Tn = 4.5 Nm – 1680 RPM. Este motor fue seleccionado para la implementación por su tamaño compacto, bajo consumo de corriente y por estar acorde a los montos del proyecto.

3.4.2 Simulación del modelo ACIM

a. Estudio de los modelos matemáticos del ACIM

Se analizó los diferentes modelos matemáticos del motor mediante simplificación por la transformada Park, se selecciono el marco de referencia fijo al estator y se procedió con el planteamiento de las ecuaciones que resumen la dinámica del ACIM.

b. Selección del software de simulación

De acuerdo a las ecuaciones que se obtiene, se observa que se necesita simular el modelo mediante un software científico, se seleccionó MATLAB por ser un software robusto que posee muchas librerías para la simulación de modelos matemáticos de sistemas lineales y no lineales. MATLAB cuenta con SIMULINK que permite la realización de modelos mediante diagramas de bloques.

Se procedió con la simulación del modelos del ACIM y se observó la dinámica del motor va de acuerdo a curvas típicas de motores.

3.4.3 Justificación del controlador

a. Investigación de gama de controladores

Se investigó en la gama de controladores capaces de soportar algoritmos de control para motores de inducción. Se seleccionocontrolador de la familia de los dsPic33f (33FJ32MC204) por ser un dispositivo robusto, capacidad de soportar algoritmos avanzados, posee gran capacidad de memoria, capacidad de operar altas frecuencias.

b. Selección de lenguajes de programación

Se selecciono el lenguaje de programación C, por ser un lenguaje de alto nivel optimizado, simplifica el código en contraste con el lenguaje ensamblador. El lenguaje C permite hacer un desarrollo entendible para cualquier persona por ser estructurado y código amigable para los programadores.

c. Programación del controlador

Para la programación del controlador se desarrollan diagrama de flujo del algoritmo que se va implementar, para esto fue necesario primero la adquisición de habilidades en la programación de lenguaje C para dsPic, esto se logro gracias a los manuales e información que se tiene en diferentes medios como libros, Internet, entre otros.Con los diagrama de flujo se procede con la implementación de los algoritmos mediante funciones para poder reutilizar el código.

Se selecciono el algoritmo de control escalar por ser de implementación practica para control de velocidad, el control escalar permite controlar el

63

motor en un rango de velocidad establecido en el diseño; es un control eficaz para aplicaciones donde la precisión no es factor crítico.

Para la generación de las señales trifásicas del inversor se analizo diferentes técnicas de modulación de las cuales se decidió implementar la técnica de modulación por vector espacial.Luego de la selección de la técnica de modulación vectorial y el algoritmo de control de velocidad se procedió con la programación del dsPIC.

3.4.4 Diseño del Kit de prueba

a. Cálculo de las variables de control

Para la medición de la velocidad del ACIM se hace uso de un encoder tipo incremental en donde se cuentan los pulsos en un rango de tiempo dado y mediante cálculos simples se obtiene la velocidad mecánica del motor, esta es la variable principal para poder demostrar la hipótesis planteada.

La corriente de consumo del motor se debe de tener en cuenta de manera referencial para los dispositivos electrónicos, esta no influye de manera directa en la presente técnica de control.

El torque y flujo son parámetros controlados de manera indirecta ya que se va a mantener la relación Voltaje/Frecuencia constante.

b. Selección de componentes electrónicos

La selección de los componentes electrónicos para la implementación se hizo en función del tipo de motor seleccionado, la potencia, corriente y el voltaje de operación influye de manera directa en los costos de los dispositivos.

De acuerdo a cálculos realizados y simulaciones previas se procedió con la selección de los dispositivos, como siguen:

 Se selecciono los dispositivos para el puente rectificador encargado de generar el voltaje DC para el inversor.

- Se selecciono las llaves de potencia del inversor en función de la potencia disipada, corriente de consumo y frecuencia de PWM del microcontrolador.
- Se escogió los drivers para dispara las llaves de potencia del inversor, esto en función del voltaje DC y frecuencia de operación de PWM.
- Se selecciono los dispositivos de acople de la etapa de control con la etapa de potencia para aislar las tierras eléctricas, para esto se tiene en cuenta la frecuencia del PWM y voltaje de operación de los drivers.

c. Adquisición de componentes de control

Con la selección de los componentes se procede con la adquisición de todos los equipos necesarios para la implementación, se procede con el montaje de los equipos y armado final del equipo de pruebas para el control de velocidad.

IV. RESULTADOS

4.1 Resultados parciales

Para la solución del problema se desarrollaron los modelos matemáticos que simulan el comportamiento del motor de inducción frente a una señal de referencia en tensión y frecuencia variable. Los modelos se desarrollan en MATLAB – SIMULINK, una herramienta de software potente para la simulación de sistemas dinámicos. Luego del diseño se procede a la implementación y pruebas experimentales, se muestran curvas en tiempo real que son adquiridas mediante una tarjeta DAQ USB 6009.

Se muestra un esquemadel correlato de las herramientas matemáticas y recursos de hardware empleados para el desarrollo del control de velocidad.



Fig. 4.1 Esquema de desarrollo de controlador de velocidad escalar

4.1.1 Modelo de simulación de la transformada de Park

Las ecuaciones de modelo segúnla definición deMATLAB:

$$V_{d} = \frac{2}{3} (V_{a} \sin(\omega t) + V_{b} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + V_{c} \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}))$$
(4.1)

$$V_{q} = \frac{2}{3} (V_{a} \cos(\omega t) + V_{b} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + V_{c} \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}))$$
(4.2)

$$V_0 = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c)$$
(4.3)

Para la simulación tenemos las señales de entrada como sigue:

$$V_a = 120 sen(\omega t) \tag{4.4}$$

$$V_b = 120 sen(\omega t - 2\pi/3)$$
 (4.5)

$$V_c = 120 sen(\omega t + 2\pi/3)$$
 (4.6)

Se debe tener presente que ω es la frecuencia angular a la cual gira el sistema de referencias (ejes d y q), para efectos de la simulación tomamos la frecuencia de referencia igual a la velocidad angular de la señal de entrada.

Se muestra las curvas de simulación para la señal de excitación, una señal trifásica desfasada 120°:



Señales resultantes al aplicar la transformada de PARK



Fig. 4.3 Señal resultante d transformada al aplicar transformada de Park

Análisis.-Se observa que al aplicarle la transformada de Park a una fuente trifásica tomando la frecuencia de referencia igual a variación angular de la fuente, la transformada son constantes; esto contrasta con la teoría debido a que demuestra que respecto al nuevo sistema de referencia no hay variación por girar a la misma velocidad.

4.1.2 Modelo de simulación para modulación vectorial por vector espacial (SVPWM)

Consiste en realizar el cálculo de los tiempos para construcción de los vectores rotatorios en el eje **dq**, y a partir de estos tiempos generar el patrón de conmutación para las llaves del inversor y poder generar las señales senoidales. Las ecuaciones para la construcción del modelo son:

$$t_{a} = \sqrt{3}t_{pwm} \|\mathbf{v}_{r}\| \sin(\pi/3 - g) / v_{dc}$$
(4.7)

$$t_{b} = \sqrt{3}t_{pwm} \|\mathbf{v}_{r}\| \sin(g) / v_{dc}$$
(4.8)

$$t_0 = t_{pwm} - t_a - t_b$$
 (4.9)

$$m = \frac{\|V_r\|}{V_{dc} / \sqrt{3}}$$
(4.10)

$$g = \theta - (n-1)(\pi/3)$$
 (4.11)

 θ : Ángulo de referencia varía de 0 - 2π

n: Sector donde está ubicado el ángulo

Los parámetros para simulación tenemos:

$$t_{pwm} = 50\mu$$

$$V_{dc} = 140$$

$$V_{ref} = 80$$

$$t_a = 4.95 \sin(\pi/3 - g) * 10^{-5}$$

$$t_b = 4.95 \sin(g) * 10^{-5}$$

a. Identificación del sector

El sector lo reconocemos en función de la variación del ángulo por lógica de comparación simple.



Análisis:

Para un ángulo que varía de 0 a 2pi se presenta como varía el sector de ubicación en función de ángulo

b. Cálculo de Ta y Tb

Las ecuaciones para el cálculo de tiempos son:

$$t_a = 4.95 \sin(\pi/3 - g) * 10^{-5}$$
$$t_b = 4.95 \sin(g) * 10^{-5}$$



Fig. 4.5 Tiempos para la generación de los vectores de modulación

Análisis: Según se observa en la curva para cada punto de generación de los tres vectores suman el periodo de PWM, esto demuestra la importancia de To para lograr la compensación de tiempo de generación de los vectores.

c. Cálculos de tiempos de conmutación

Realizando la comparación con la señal portada de alta frecuencia con el patrón de conmutación de la forma:



Fig. 4.6 Señales de disparo para las llaves de potencia

Análisis: Las curvas mostradas son los intervalos de tiempo encontrados para una fracción de tiempo del ángulo de referencia, estas señales son aplicas al inversor para disparar las llaves de potencia y poder generar las señales senoidales.

d. Modelo de simulación para inversor de potencia

Para la construcción del modelo del inversor tomamos la siguiente matriz de referencia:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} V_{dc} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$
(4.12)

Donde a, b, c son las señales de conmutación digitales del modulador SVM obtenido del modelo anterior.


Análisis: La curvas muestran las fases de salida de la simulación del inversor frente a señales de referencia tipo escalón de amplitud de 40 y 80, además se ve que el inversor genera los voltajes solicitados.

4.1.3 Simulación de modelo general del motor de inducción trifásico

Se desarrollo el modelo del motor de inducción en función las ecuaciones previamente definidas, luego del modelo general se redujo a un modelo lineal de orden 2 para el desarrollo del controlador en tiempo continua y luego mediante transformadas se cambia a coordenadas en tiempo discreto para la implementación.

Se realizó un modelo de simulación en un marco de referencia fijo con respecto al estator.Las ecuaciones del motor de inducción como las definimos en el capítulo anterior las expresamos, fijo al estator se expresan como siguen:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{sD} \\ \boldsymbol{u}_{sQ} \\ \boldsymbol{u}_{rd} \\ \boldsymbol{u}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & 0 & pL_m & 0 \\ 0_s & R_s + pL_s & 0 & pL_m \\ pL_m & P\omega_m L_m & R_r + pL_r & P\omega_m - L \\ -P\omega_m L_m & pL_m & -P\omega_m L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{sD} \\ \boldsymbol{i}_{sQ} \\ \boldsymbol{i}_{rd} \\ \boldsymbol{i}_{rq} \end{bmatrix}$$
(4.13)

El motor que se utilizo en el presente trabajoes un motor tipo jaula de ardilla o rotor en cortocircuito es decir los voltajes en el rotor son cero tanto en el eje d, como en el eje q.

Simplificando tenemos:

$$u_{sD} = R_s i_{sD} + \frac{d\psi_{sD}}{dt}$$
(4.14)

$$u_{sQ} = R_s i_{sQ} + \frac{d(\psi_{sQ})}{dt}$$
(4.15)

$$0 = R_r i_{rd} + P \omega_m \psi_{rq} + \frac{d\psi_{rd}}{dt}$$
(4.16)

$$0 = R_r i_{rq} - P \omega_m \psi_{rd} + \frac{d\psi_{rq}}{dt}$$
(4.17)

Con las ecuaciones simplificadas con sistema de referencia fija a estator, aplicamos transformada de LAPLACE para eliminar las derivadas del sistema y expresamos el modelo de simulación mediante las siguientes ecuaciones:

Para los flujos de estator y rotor se tiene:

$$\psi_{sD} = \frac{1}{s} (u_{sD} - R_s i_{sD})$$
(4.18)

 $\psi_{sQ} = \frac{1}{s} (u_{sQ} - R_s i_{sQ}) \tag{4.19}$

$$\psi'_{rd} = \frac{1}{s} (-R_r i_{rd} - P \omega_m \psi_{rq})$$
(4.20)

$$\psi'_{rq} = \frac{1}{s} (-R_r i_{rq} + P \omega_m \psi_{rd})$$
 (4.21)

Para las corrientes de estator y rotor tenemos:

$$i_{sD} = \psi_{sD} \frac{L_r}{L_x} - \psi'_{rd} \frac{L_m}{L_x}$$
(4.22)

$$i_{sQ} = \psi_{sQ} \frac{L_r}{L_x} - \psi'_{rq} \frac{L_m}{L_x}$$
(4.23)

$$i'_{rd} = \psi'_{rd} \frac{L_s}{L_x} - \psi_{sD} \frac{L_m}{L_x}$$
(4.24)

$$i'_{rq} = \psi'_{rq} \frac{L_s}{L_x} - \psi_{sQ} \frac{L_m}{L_x}$$
(4.25)

Donde: $L_x = L_s L_r - L_m^2$

Para la simplificación de de ecuaciones se tomo el marco de referencia el rotor, entonces la velocidad angular de referencia para la transformada de Park de la fuente trifásica de entrada se tiene:

$$\omega = \omega_r = p\omega_m$$

Para simular el motor asumimos los siguientes parámetros para un motor trifásico cualquiera:



Fig. 4.8 Respuesta de motor trifásico a escalón de 220 AC - 60 HZ

Análisis.- Según se muestra la curva del motor trifásico, se tiene una respuesta en comba que esta ser aproximada a una curva de orden 1 ó orden 2, la cual se aplicada para el diseño del controlador.

4.1.4 Diseño del control de velocidad tipo PI para motor de inducción trifásico

Según la simulación del modelo del motor se determina que la curva puede ser aproximada a un sistema lineal, se asume que la curva representa una curva lineal de orden 2 que tiene el modelo general de la siguiente forma:

$$g = \frac{k}{(as+1)(bs+1)} \tag{4.26}$$

Aplicamos una respuesta tipo escalón al motor trifásico de 65 VAC – 30Hz, la curva es adquirida mediante un convertidor frecuencia voltaje que fue escalado para representar 5VDC, a una frecuencia de 5 Khz. En la grafica 4.9 se muestra la respuesta del ACIM, la curva representa la velocidad del motor para el escalón dado la curva presenta niveles de ruido que es ingresado por el convertidor frecuencia voltaje.



Fig. 4.9 Respuesta de motor trifásico a una señal tipo escalón

Se aplica el algoritmo de regresión RLS (Euler)se obtiene que la función transferencia tiene es la siguiente:



Fig. 4.10 Comparación de curva real y teórica de la velocidad del motor

Diseño de control PI por el método del lugar de las raíces y rediseño por el método de EULER

Las características principales del controlador PI son:

- a. Elimina el error en estado
- b. Reducir el tiempo de subida
- c. Incrementa de asentamiento

La función transferencia del controlador diseñado presenta la siguiente forma:

$$G_c = \frac{K(s+a)}{s} \tag{4.28}$$

Donde K y a son las ganancias del controlador que deben ser halladas, que para esto se utiliza el método de asignación de polos y ubicación por el lugar geométrico de la raíces.

De la función transferencia anterior se tiene que los polos de la planta son:

 $s_{p1} = -4156$, $s_{p2} = -4.853$

Asumimos las condiciones de diseño: $t_s = 1.5$ $M_p = 0.1$

Entonces los para calcular los polos deseados tenemos:

$$\zeta = 0.59$$
$$w_n = \frac{3}{\zeta t_s} = 3.38$$
$$w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta} = 2.72$$
$$\sigma = -\zeta w_n = 2$$

Polos deseados: $s_{1,2} = -2 \pm 2.72 j$



Fig. 4.11 Ubicación de polos por el lugar de raíces

Desarrollando tenemos que las ganancias son:

$$a = 18$$
, $K = 0.0012$

Entonces se tiene que la función del controlador tipo PI es:

$$G_c = \frac{0.0383(s+80.64)}{s}$$

• Discretización del controlador

Para discretizar el controlador utilizamos el método de Tustin, para esto simplemente se hace el cambio del operador "s", de tiempo continuo por:

$$\frac{2}{T}\frac{Z-1}{Z+1}$$
 (4.29)

El tiempo de muestreo es un parámetro importante en la discretización del controlador se tomo igual a:

$$T = \frac{T_d}{25}$$

Con estos datos se procede a calcular el controlador en tiempo discreto, realizando la transformación se tiene:

$$G_{cz} = \frac{0.1122z + 0.03568}{z - 1} \tag{4.30}$$

Con el controlador diseñado se simula las curvas de control de velocidad para una referencia de 900 rpm.



Fig. 4.12 Curva de simulación de control digital diseñado

Análisis: Se muestra que tanto el controlador discreto como el continuo tienen buen desempeño para control de velocidad de motor, esto se desarrollo considerando un modelo lineal para el motor de inducción con esto se demuestra que es factible dicha aproximación para aplicaciones de velocidad ya que no demandan de mucha precisión.

4.1.5 Simulación del patrón V/F contante para el control Escalar

Se diseño el patrón de velocidad V/f para el control del motor de inducción, la ecuación a simular es:

$$V = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} * f - \frac{V_{\max} - V_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} f_{\min} + V_{\min}$$
(4.31)

Se asumieron los siguientes valores para el diseño de la curva patrón V/F contante:



Fig. 4.13Curva patrón de velocidad para el controlador escalar

Análisis.- Según muestra la curva patrón de velocidad escalar, el sistema opera en los rangos de frecuencia diseñados, así como en los voltajes deseados.

4.2 Resultados finales

De acuerdo al esquema del sistema de control mostrado tenemos los circuitos de control y potencia que se diseñaron para la implementación del controlador de velocidad escalar.



rig. 4.14 Esquema del sistema de control implem

4.2.1 Diseño del rectificador DC

Se procede con el diseño del rectificador para generar el bus DC, se selecciono un rectificador monofásico no controlado que consta principalmente de un puente de diodos y un condensador electrolítico de filtro. Su principal ventaja en su reducido coste y la simplicidad de su operación y fabricación; por otro lado dentro de sus principales desventajas son la incapacidad de regeneración de energía, la posibilidad de armónicos en la entrada y no es posible la corrección del factor de potencia.

El voltaje promedio a la salida se encuentra a partir de la siguiente ecuación:

$$V_{medio} = (1 - \frac{0.00417}{RC})V_0$$
 ... (4.32)

El circuito diseñado es de la siguiente forma:



Fig. 4.15 Circuito para tensión del bus DC

Entonces la señal de salida tenemos:

$$V_0 = 110\sqrt{2} - 1.2$$

$$V_0 = 153.9$$

$$V_m = (1 - \frac{0.00417}{20e3 * 470e - 6})153.9$$

$$V_m = 153$$

Seleccionamos un rectificador integrado de 600 VAC – 20A, para tener suficiente corriente para alimentar el inversor del motor.

Se selecciona un rectificador integrado **36MT160** se describen a continuación sus principales características:

- Puente trifásico integrado, ofrece eficiencia y seguridad de operación.
- Alta conductividad térmica cubierta con aislamiento eléctrico.
- Gran proporción en potencia a volumen.



Fig. 4.16Circuito impreso rectificador monofásico

4.2.2 Inversor de potencia

Por tratarse de un motor de baja potencia, se realizó el inversor en base a mosfets, para esto se agrego un circuito driver para poder disparar los mosfetde potencia que reciben como señales de entradas los PWM del dsPic, los drivers nos ayudan a elevar el voltaje y crear un fuente flotante para hacer la tensión Puerta - Surtidor sea mayor a 10 VDC.

a. Circuito driver de potencia

La función principal del driver es disparar los mosfet del lado alto del inversor, para esto hace uso de una red **bootstrap**compuesta por un diodo y un condensador; el cual logra generar una fuente flotante y poder disparar el mosfet del lado alto. El fabricante recomienda que el diodo y el condensador de la red bootstrap sean de tipo ultra rápido.

- Se selecciono el driver IR2110 por ser muy robusto en aplicaciones con inversores, fue sencillo de implementar; que puede soportar una fuente flotante de hasta 600V, es compatible con lógica TTL de entrada.
- Para el diodo se selecciono el **UF4004** que soporta un voltaje de 400 V y un tiempo de recuperación de 50ns.
- Para el condensador se selecciono un condensador de 1uf, de tantalio que tiene un tiempo de carga muy corto.



Fig. 4.17 Configuración típica recomendada por el fabricante

b. Mosfet de potencia

Los mosfet son las llaves de conmutación del inversor, son capaces de soportar alta frecuencias y alta corriente de conducción. Los mosfet tienen la ventaja de tener una resistencia de drenador – fuente muy baja lo que ayuda a que la carga reciba casi la toda la potencia de la fuente de alimentación, por tener una impedancia muy alta en la entrada hace que su control sea básicamente por voltaje y no por corriente.

Para el control de velocidad de motor se selecciono el mosfet IRFP450, el cual tiene las siguientes características:

- Mosfet de canal N, con capacidad de soporta hasta 500 V, resistencia de 0.33Ω, 14A.
- Temperatura de unión 150°C.
- Voltaje Vgs mínimo de 2V.
- Carga total de la puerta (gate) 75nC



Fig. 4.18Inversor de potencia para control de velocidad

4.2.3 Circuitos de control

Para la implementación de los componentes de control se realiza de la siguiente manera:

 Seccionamos un dsPIC33fJ32MC304 por tener alta memoria, alta velocidad de procesamiento y tiene los módulos de control de motor implementado por lo que envía 6 señales PWM de salida.



Fig. 4.19 Tarjeta desarrollo de dspic

 Para acoplar la parte de control y parte potencia utilizamos un opto acopladores de alta velocidad, por tener los PWM operando a 20 KHz, seleccionamos el integrado H11L1.



Fig. 4.20 Circuito de Opto-acopladores

a. Circuito Interfaz de encoder

El encoder utilizado en la aplicación tomando la frecuencia a velocidad nominal del motor se tiene que alcanza una frecuencia de 30 kHz, esto complica la lectura de velocidad por lo altos tiempo de conmutación por tanto se diseña un circuito multiplicador de frecuencia para reducir la frecuencia para hacer posible la lectura.



Fig. 4.21 Circuito multiplicador de frecuencia

Según el circuito se observa que el contador está dividiendo la frecuencia del contador entre 8, lo cual para 30kHz se tendrá una frecuencia de 3.75kHz.

4.2.4 Integración de los circuitos y kit de prueba

Luego que se realizo las etapas de control, potencia y acoplamiento se integro los circuitos en un solo y se procedió con las pruebas del sistema de control. En la figura 4.21 se muestra el kit de prueba empleado:



4.2.5 Pruebas de controlador de velocidad en lazo abierto

Se muestra a continuación las curvas que se obtienen al controlar la velocidad del motor en lazo abierto, el motor para las pruebas tiene una conexión de tipo triángulo, los datos fueron obtenidos mediante la tarjeta de adquisición y exportados a MATLAB la visualización de las gráficas.

> Pruebas de lazo abierto con referencia a 15Hz y 20VAC de amplitud



> Pruebas de lazo abierto con referencia a 30Hz y 40VAC de amplitud



Fig. 4.24 Tensiones de Línea aplicado al motor trifásico

> Curva de velocidad para referencia de 15Hz -20VAC



Fig. 4.25 Prueba de motor en lazo abierto

> Curva de velocidad para referencia de 30Hz - 40VAC





4.2.6 Pruebas de controlador de velocidad escalar V/F en lazo cerrado

a. Prueba de motor del sistema de control

Se realizaron pruebas experimentales de control de velocidad, se genera primero una referencia, se observa en la figura 4.25 que el sistema de control logra igualar con tiempo de establecimiento de 1.2 segundos, esto contrasta con los resultados teóricos.

Se generan señales tipo escalón de periodo de 10 segundos debido a la alta inercia que presenta el motor se deja un tiempo para que se detenga completamente.

Se observa que el sistema no presenta sobreimpulso esto debido a linealidad del controlador escalar y la modulación vectorial que se aplico. Se observo que para evitar sobrecorrientes en el arranque es conveniente que la referencia de velocidad sea enviada como una rampa y no una señal cuadrada de esta se forma de modulación es más suave.

Las señales que se muestra fueron obtenidas mediante la tarjeta de adquisición DAQ- USB 6009, se tuvo que escalar para que los niveles de tensión sean compatibles con la DAQ.



Fig. 4.25 Pruebas experimental control escalar referencia de 450 RPM



V. DISCUSION DE RESULTADOS

5.1 Contrastación de hipótesis con los resultados

Según la hipótesis planteadacomo: es factible controlar la velocidad del motor de inducción mediante técnicas de modulación vectorial a 900 RPM con un error menor al 5%, según se muestra en la figura 4.27, se tiene un error inferior a 5 RPM de la velocidad de referencia.

El 5% de 900 RPM es 45 RPM, pero el rango de error que se obtiene con el controlador escalar mediante modulación vectorial es inferior a 5RPM, esto demuestra la veracidad de la hipótesis planteada.

Además se realizaron pruebas de controlador para otros rangos de velocidad, obteniendo resultados similares, el controlador desarrollado operan en el rango de frecuencia limitado según el patrón de frecuencia voltaje que se obtuvo de la pruebas experimentales.



Fig. 4.27 Errores experimentales para control de velocidad a 900 RPM

90

VI. CONCLUSIONES

Habiéndose demostrado que:

- El lenguaje de programación de alto nivel (C) es muy útil para la programación de algoritmos de alta complejidad ya que simplifica el código de programa y hace sencilla su comprensión.
- Los motores ACIM de baja potencia se pueden utilizar para fines educativos debido a su bajo precio y debido a que los componentes electrónicos para el control son más comerciales.
- Los controladores dsPIC son ideales para aplicaciones de control de motores debido que a traen módulos especializados embebidos en los dispositivos lo que brinda el desarrollo de aplicaciones más robustas y confiables.
- Es necesario estudiar el modelo general del motor de inducción para tener una visión más amplia de su dinámica en estado transitorio y estacionario; y así poder seleccionar mejor los parámetros del controlador a diseñar.
- La técnica de modulación vectorial por vector espacial es más eficiente en el aprovechamiento del bus DC en comparación con otras técnica de modulación como la senoidal,

Se concluye que:

"Mediante técnicas de modulación vectorial es posible implementar un controlador escalar de velocidad para un motor de inducción trifásico tipo jaula de ardilla de 0.6 HP para operar a 900 RPM con error inferior al ±5%".

VII. RECOMENDACIONES

Para investigaciones futuras se recomienda el empleo de rectificadores trifásicos controlados para generación del bus DC para poder corregir el factor de potencia ya que en caso de querer experimentar con motores mayor potencia se requiere una mayor linealidad en el bus DC.

El control de las máquinas eléctricas es un área muy amplia, se ha presentado únicamente un controlador escalar de velocidad mediante modulación SVM, por tanto se recomienda a estudiantes que tengan interés en el proyecto puedan profundizar el estudio en técnicas de control más avanzados comoelcontrol FOC y DTC que permite controlar otros parámetros que son la corriente, torque, flujo magnético.

En la implementación de la modulación SVM se uso un inversor de dos niveles, se recomienda la investigación de inversores multiniveles para general señales de mayor performance que mejoran el desempeño del algoritmo de control.

- B. Hariram, "Space Vector Switching Patterns for different applications a comparative analysis", College of Technology Coimbatore, India 2005.
- [2] D. Rodas R, "Modulación Vector especial (SPWM) en control de motores de inducción", Scientis et Technica, Colombia 2005.
- [3] Fraile Mora Jesús, Máquinas Eléctricas. McGraw-Hill, 2003
- [4] J. Vidal Bort, "Estudio del modelo matemático del motor de inducción trifásico", Univetat Rovira I Virgile, España 2002.
- [5] M. Filippich, "Digital Control of a three Phase Induction Motor", The University of Queensland", Australia, October 2002.
- [6] Muhammad H. Rashid, Electrónica de Potencia Circuitos, dispositivos y Aplicaciones. Prentice Hall, 1993
- [7] R. Cordero García, "Implementación de un modulador SV-PWM de bajo costo basado en análisis de cálculo vectorial", CIEEP, Perú 2009.
- [8] R. Parekh, "AC Induction Motor Fundamentals", MICROCHIP, USA-2003.
- [3] Técnicas de Modulacao por Largura de pulso Vectorial para inversores Fonte de Tensao, Nicolau Pereira Filho, Octubro 2007, Universidade Federal de ljutabá
- [9] Texas Instrument, "Digital Signal Processing Solution for AC Induction Motor", USA 1996.
- [10] Texas Instrument, "Field Oriented Control of 3-Phase AC-motor", USA 1998

93

- [11] V. Blasco, "A Hybrid PWM Strategy Combining Space Vector and Triangle Comparison Methods", Rockwell Automation, USA 1996.
- [12] Z. Yu, D. Figoli, "AC Induction Motor Control Using Constant V/Hz Principle and Space Vector PWM Technique with TMS320C240", Texas Instrument, USA – 1998.

IX. ANEXOS

Apéndice A

Programas de MATLAB – SIMULINK

A.1 Algoritmo de la transformada de Park

clc, clear all, close all %Transformada de park

%Variables generales

A = 120;%Amplitud de la señalf = 60;%Frecuencia de la señalw = 2*pi*f;%Frecuencia angulart = 0:0.0001:0.05;%Periodo de simulación de la señaln = length(t);%Señal de exitación trifásica desfasada 120°

Va = A*sin(w*t); %Señal de la fase A Vb = A*sin(w*t-2*pi/3); %Señal de la fase B Vc = A*sin(w*t+2*pi/3); %Señal de la fase C

fori=1:n

 $\begin{array}{l} Vd(i) = 2/3^{*}(Va(i)^{*}cos(w^{*}t(i)) + Vb(i)^{*}cos(w^{*}t(i) - 2^{*}pi/3) + Vc(i)^{*}cos(w^{*}t(i) + 2^{*}pi/3)); \\ Vq(i) = 2/3^{*}(-Va(i)^{*}sin(w^{*}t(i)) - Vb(i)^{*}sin(w^{*}t(i) - 2^{*}pi/3) - Vc(i)^{*}sin(w^{*}t(i) + 2^{*}pi/3)); \\ Vo(i) = (Va(i) + Vb(i) + Vc(i))/3; \\ end \end{array}$

plot(t,Va, t,Vb,'k', t,Vc, 'r','linewidth',2),grid on, title('Fuentetrifásica',... 'fontsize',14),... xlabel('t(s)','fontsize',12), ylabel('A(Volt)','fontsize',12),legend ('Va', 'Vb',... 'Vc', 'fontsize',16); figure

plot(t,Vd, t,Vq,'k', t,Vo, 'r', 'LineWidth',2),grid on, title('Transformada Park',... 'fontsize',14),... xlabel('t(s)','fontsize',12), ylabel('Vdqo(Volt)','fontsize',12),legend ('Vd', 'Vq',... 'Vo', 'fontsize',16); A.2 Modelo de simulación de modulación SVM



Fig. 9.1 Algoritmo simulación modulación vectorial

A.3 Modelo de simulación de inversor de potencia





A.4 Modelos de simulación del motor de inducción

• Flujos de estator y rotor



Fig. 9.3 Flujo de estator en eje q



Fig. 9.4 Flujo de estator en el eje d







Fig. 9.6 Flujo de rotor en el eje d

• Corrientes de estator y rotor



Fig. 9.7 Corriente de estator en el eje d



Fig. 9.8 Corriente de estator en eje q



Fig. 9.9 Corriente de rotor en el eje d



Fig. 9.10 Corriente de rotor en el eje q

• Torque y velocidad



Fig. 9.11 Modelos torque de motor de inducción

A.5 Bloque de simulación para V/F constante



Fig. 9.12 Bloque para control escalar

A.6 Programa de regresión para identificar curva motor

clc; close all, clear all;

loadvelocidad_FV.lvm

t = velocidad_FV(:,1); y = velocidad_FV(:,2);

%plot(t,y),axis([0 10 0 3.5]);

```
y2 = y(3644:2:3880);
t2 = t(3644:2:3880);
N = length(t2);
% % figure
%plot(t2,y2)
% % %
ymin = min(y2);
```

```
tmin = min(t2);
y3 = y2 - ymin*ones(N,1);
t3 = t2 - tmin*ones(N,1);
%figure
%plot(t3,y3,'r');
%
% % eliminando offset
%tomando valor en estado estacionario
N = length(y3);
A = median(y3(N-10:N));
x data = t_3(10:70);
y_data = log(A-y3(10:70));
% %
% mejor pendiente
%figure
%plot(x_data, y_data);title('ln(A - y(t))'),xlabel('t(s)'), ylabel('Voltaje');
% calculando pendiente
t_{min} = 0.085, t_{max} = 0.096;
xi =t_min:0.0015:t_max;
yi = interp1(x_data,y_data,xi,'linear');
figure
plot(x_data,y_data,'r'),title('Calculo de mejorpendiente'); xlabel('t(s)'), ylabel('V voltaje');
holdon
plot(xi,yi,'.k');
% %
% calulando p1=m
p1 = (yi(1) - yi(length(yi)))/(t_max-t_min)
% % %
% calculo de B: B(t) = (y(t) - A)/exp(-p1*t);
B = (y_3 - A)./exp(-p_1*t_3);
fiaure
plot(t3, B, 'k.'); title ('Grafica de B(t)= y(t)-A/exp(-p1*t)');
holdon
plot([0 1], [median(B(2:25)) median(B(2:25))],'b:')
B2 = median(B(40:48))
% %
% calculo de C = -(A+B)
C = -(A+B2)
% calculo de P2
p2 = -(B2/C)*p1
% calculo de la ganancia
k = A
% % %
% funcion transferencia experimental
Gexp = tf(k,conv([1/p1 1], [1/p2 1]))
Gexp2= zpk(Gexp)
[a b c d]= tf2ss(k,conv([1/p1 1], [1/p2 1]))
t4 = 0:0.001:0.25;
yexp = step(Gexp,t4);
figure
plot(t4, yexp, 'b', 'linewidth', 2); title('ldentificaciónFunción Transferencia', 'fontsize', 14),
ylabel('Voltaje','fontsize',14), xlabel('t(s)','fontsize',14),grid on;
holdon
plot(t3,y3,'r');
legend('G_{experimental}', 'G_{data}',4, 'fontsize',14);
plot([0 0.25], [1 1],'k:');
```

Apéndice B

B.1 Controlador dsPic

Se selecciono un dsPic para la implementación del controlador, por requerir el sistema altas frecuencias de operación para ejecución de los algoritmos (SVM), además traen embebidos funciones especiales para el control de motores (Motor Controller). Se muestra el gráfico de la familia de controladores de microchip donde se muestra que nuestro controlador está en la familia de controladores 16 bits.



Fig. 4.47 Diagrama de escalas de uC de microchip

El dsPic seleccionado, presenta las siguientes características:

- Voltaje de operación de 3 a 3.6VDC.
- 2 Registros acumuladores de longitud de 40 bits.
- PLL de clock programables
- Hasta 4 pares de PWM con temporización independiente.
- 9 entradas analógicas.
- 3 temporizadores de 16 bits, 4 módulos de captura de entrada y 2 de salidas con pines configurables.
- 1 modulo UART de hasta 10 Mbps, soporte para LIN 2.0, 1 modulo SPI de 4 hilos, 1modulo I2C con soporte para SMbus.

B.2Programa dsPic algoritmo de control SVM

#include <P33FJ32MC204.h> #define 33FJ32MC20 H #include <libpic30.h> #include "delay.h" #include "init_uart.c" #include "adc_init.h" #include "init_compare.h" #include "init_pwm.h" #include "init_timer1.h" #include "sym.h" //#include <math.h> charchtemp, temp[5]; unsignedintz,q, theta=0; //volatile unsigned

//volatile unsigned unsignedinttimePeriod=0, dutty_val=0; voidorder_char(int); voidcontrol_escalar(int volt, intfrec); voidChargeBootstraps(void);

/* Internal FRC Oscillator */ _FOSCSEL(FNOSC_FRC);

_FOSC(FCKSM_CSECMD & OSCIOFNC_ON & POSCMD_NONE); _FWDT(FWDTEN_OFF);

//send_char(ADC1BUF0);

```
order_char(timePeriod);
putUART2("\r\n");
  IFSObits.U1RXIF = 0;
}
void __attribute__((__interrupt__, __shadow__)) _T2Interrupt(void)
{
/* Interrupt Service Routine code goes here
                                                */
IFS0bits.T2IF = 0; //Reset Timer1 interrupt flag and Return from ISR
}
void __attribute__((__interrupt__)) _IC1Interrupt(void)
{
unsignedint t1,t2;
//IC1CONbits.ICOV= 0;
IFS0bits.IC1IF=0;
t1=IC1BUF;
t2=IC1BUF;
//IC1BUF;
//IC1BUF;
//IC1BUF;
if(t2>t1)
timePeriod = t2-t1;
else
timePeriod = (PR2 - t1) + t2;
}
void __attribute__((__interrupt__, no_auto_psv)) _T1Interrupt(void)
{
IFS0bits.T1IF = 0;
                       //Limpiando la interrupción
svm(180, theta);
if (theta <65537)
theta = theta+64; //64 Para generar 60 Hz para 171 valores de la tablad e busqueda :
256*256/(6*171)
else
theta = 0;
TMR1 =0;
//PDC1 = 1500;
```

```
//PDC2 = 1500;
```

//PDC3 = 1500; } void main (void){ // Configure Oscillator to operate the device at 40Mhz // Fosc= Fin*M/(N1*N2), Fcy=Fosc/2 // Fosc= 7.37*43/(2*2)=79.23MHz PLLFBD=41; // M=43 CLKDIVbits.PLLPOST=0; // N1=2 CLKDIVbits.PLLPRE=0; // N2=2 OSCTUN=0: // Tune FRC oscillator, if FRC is used // Disable Watch Dog Timer RCONbits.SWDTEN=0; // Clock switch to incorporate PLL __builtin_write_OSCCONH(0x01); // Initiate Clock Switch to // FRC with PLL (NOSC=0b001) __builtin_write_OSCCONL(0x01); // Start clock switching while (OSCCONbits.COSC != 0b001); // Wait for Clock switch to occur // Wait for PLL to lock while(OSCCONbits.LOCK!=1) {}; AD1PCFGL = 0xffff; InitUART1(); init_pwm(); init_timer1(); init_compare(); RPINR7=0x0015: //T2CON = 0x8020; // Timer 2 On con prescaler 1:64T2CON=0x800; TIMER2_SETUP(); ChargeBootstraps(); while(1) { } } voidorder_char(int j) { int p=0,x=0,y=0,i=0,k=0;

x = j;

```
while(x>0)
{
x = x/10;
i =i+1;
}
while(j>0)
{
i=i-1;
p = j/10;
q = j - p*10;
z = q + 0x30;
temp[i]=z;
putUART1(temp[k]);
k = k+1;
j =j/10;
}
}
```

voidChargeBootstraps(void)

{

```
unsignedinti;

P1OVDCON = 0x0015; // Turn ON low side transistors to charge

for (i = 0; i< 33330; i++) // 10 ms Delay at 20 MIPs

PWMCON2bits.UDIS = 1;

PDC1 = PTPER; // Initialize as 0 voltage

PDC2 = PTPER; // Initialize as 0 voltage

PDC3 = PTPER; // Initialize as 0 voltage

OVDCON = 0x3F00; // Configure PWM0-5 to be governed by PWM module

PWMCON2bits.UDIS = 0;

return;
```

}