

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA Y
ELECTRÓNICA
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE
INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



NOV 2018



**“TEXTO: MEDICION DE LAS PRINCIPALES
MAGNITUDES ELÉCTRICAS CON
PRECISION, APLICANDO LA TEORIA DE
ERRORES EN LA UTILIZACION DE LOS
INSTRUMENTOS DE MEDICIONES
ELÉCTRICAS”**

AUTOR: Álvaro Humberto Velarde Zevallos

PROFESOR COLABORADOR : Ninguno

ESTUDIANTES DE APOYO: Ninguno

PERIODO DE EJECUCIÓN: Del 01 de setiembre de 2017 al 31 de agosto 2018

Resolución de aprobación Nº 875-2017-R del 29 de setiembre 2017

Callao, 2018

ÍNDICE GENERAL

I.	INDICE	1
I.1	ÍNDICE DE FIGURAS	3
I.2	INDICE DE GRÁFICOS	5
I.3	INDICE DE CUADROS	6
II.	PROLOGO	7
III.	INTRODUCCION	9
IV.	CONTENIDO	11
Capítulo I	Regulación de la tensión	11
I.1.	Regulación con división de tensión	14
I.2.	Regulación fina y regulación gruesa	18
I.3.	Regulación con resistor en serie	20
Capítulo II	Mediciones de Resistencia, Amperaje, y Potencia Eléctrica	25
II.1.	Aplicación y variantes del método error sistemático	26
II.2.	Conexión variante derivación corta	27
II.3.	Conexión variante derivación larga	28
II.4.	Exactitud de la medida	30
II.5.	Error instrumental o de indicación	31
II.6.	Influencia del error instrumental en el cálculo directo de R (resistencia)	33
II.7.	Limites prácticos de la exactitud exigible	34
II.8.	Medición de resistencias muy pequeñas	34
II.9.	Campo de aplicación del método	36
II.10.	Disposición practica para el uso del método	38
II.11.	Repetición de las mediciones. Media	39



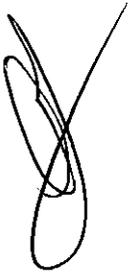
	aritmética. Desviación o error normal	
Capítulo III	Contrastación de Instrumentos Eléctricos por Comparación	41
	III.1. Contraste de instrumento eléctrico por comparación	42
	III.2. Criterios para el cálculo y uso de los errores de indicación	50
Capítulo IV	Medición de la Impedancia	53
	IV.1. Medición de la impedancia inductiva	54
	IV.2. Medición de la impedancia capacitiva	56
	IV.3. Puentes de Medida Impedancia Inductiva (Maxwell-Hay-Resonancia)	61
	IV.4. Puentes de Medida Impedancias Capacitivas (Wien-Schering)	63
V.	REFERENCIALES	67
VI.	APENDICE	67
VII.	ANEXOS	67

TABLAS DE CONTENIDOS

Índice de Figuras

Capítulo I	Regulación de la tensión	
	Figura 01 Regulación con Divisor de tensión	12
	Figura 02 Regulación de tensión con resistor en serie	13
	Figura 03 Regulación fina y regulación gruesa	18
	Figura 04 Forma de regulación de la tensión serie	23
	Figura 05 Forma de regulación de la tensión serie paralelo	23
Capítulo II	Mediciones de Resistencia, Amperaje, y Potencia Eléctrica	
	Figura 06 Circuito derivación corta	26
	Figura 07 Circuito derivación larga	26
	Figura 08 Circuito Simplificado Puente Doble de Thomson	35
	Figura 09 Circui. Puente Doble de Thomson (Instrume)	35
Capítulo III	Contrastación de Instrumentos Eléctricos por comparación	
	Figura 10 Circuito para contrastar instrumento	42
Capítulo IV	Medición de la Impedancia	
	Figura 11 Circuito C. Larga para medir la Inductancia L	55
	Figura 12 Circuito C. Corta para medir la Inductancia L	55
	Figura 13 Circuito Con Vatímetro para medir Induc. L	56
	Figura 14 Circuit Con Vatímetro para medir Capac. C	58
	Figura 15 Circuito instrumento Puente en C. Alterna	59
	Figura 16 Circuito instrumento Puente Maxwell en C.A.	61
	Figura 17 Circuito instrumento Puente Hay en C.A.	62

Figura 18 Circuito instrumento Puente de Resonancia	63
Figura 19 Circuito instrumento Puente de Wien en C.A.	64
Figura 20 Circuito instrumento Puente de Schering	65



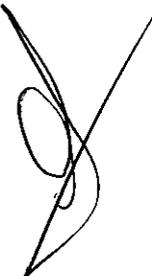
Índice de GRÁFICOS

Capítulo I	Regulación de la tensión	
	Gráfico 01 de la fórmula $I_3 = f(n)$	15
	Gráfico 02 de la fórmula $I_1/I_{10} = f(n)$	17
	Gráfico 03 de la fórmula $\eta = f(n)$	19
	Gráfico 04 de la fórmula $I_3 = f(n)$	21
	Gráfico 05 de la fórmula $\eta = f(n)$	22
Capítulo II	Mediciones de Resistencia, Amperaje, y Potencia Eléctrica	
	Gráfico 06 de la fórmula $R' = f(U)$	37
	Gráfico 07 de la fórmula $e_s = f(R')$	38
Capítulo III	Contrastación de Instrumentos Eléctricos por comparación	
	Gráfico 08 de la fórmula $C = f(I_m)$	47
	Gráfico 09 de la fórmula $\epsilon_m = f(I_m)$	49

Índice de Cuadros: Anexos

Capítulo I	Regulación de la tensión	
	Cuadro 01 Regulación de la tensión con divisor de tensión.	68
Capítulo II	Mediciones de Resistencia, Amperaje, y Potencia Eléctrica	
	Cuadro 02 para medir R' , P' y otros valores	72
	Cuadro 03 para medir R (resistencia) y P (potencia)	72
Capítulo III	Contrastación de Instrumentos Eléctricos por comparación	
	Cuadro 04 para calcular la curva C corrección	76

II. PROLOGO



Debido a la falta de laboratorios que presten servicio de medición de las principales magnitudes eléctricas, que nos proporcionen credibilidad de las mismas y además que estén al alcance de la mayoría de personas, tanto para la defensa cuando adquieren productos electrodomésticos grandes o pequeños y contrastarlas con las características técnicas que figuran en la placa de datos técnicos, o para la contrastación de pequeños equipos eléctricos (transformadores, máquinas de soldar y otras), o para diseñar pequeños equipos eléctricos), además verificar las magnitudes eléctricas en máquinas eléctricas después de haber sido reparadas, y por último para contrastar instrumentos eléctricos de medición, contra patrones de laboratorio de clase 0.5

Hay que tener presente también, que, para la medición de las Principales Magnitudes Eléctricas, tanto en Corriente Continua como en Corriente Alterna, el marco teórico en cuanto al procedimiento para la medición de las mismas es igual.

Es pertinente resaltar la inoperancia que presenta INDECOPI "Ley de Organización y Funciones del Instituto Nacional de Defensa de la Competencia y de la Protección de la Propiedad Intelectual - INDECOPI DECRETO LEY N° 25868" "CONCORDANCIAS: D.S. N° 025-93-ITINCI (REGLAMENTO) LEY N° 28289, 5ta. Disp. Comp. Transp. y Final EL PRESIDENTE DE LA REPUBLICA POR CUANTO: El Gobierno de Emergencia y Reconstrucción Nacional; Con el voto aprobatorio del Consejo de Ministros; Ha dado el Decreto Ley siguiente: LEY DE ORGANIZACION Y FUNCIONES DEL INSTITUTO NACIONAL DE DEFENSA DE LA COMPETENCIA Y DE LA PROTECCION DE LA PROPIEDAD INTELECTUAL – INDECOPI" para defender al consumidor. De todas formas siempre es preferible que la sociedad civil se organice, en defensa de todos,

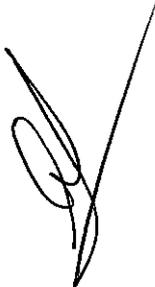
recuerden que cuanto menos presencia del Estado, mejor se desarrolla la sociedad.

Por ultimo espero y deseo que el presente trabajo ayude y satisfaga los fines para los que fue propuesto.

A handwritten signature in black ink, consisting of several loops and a long, sweeping stroke extending upwards and to the right.

III. INTRODUCCIÓN

El texto comprende cuatro Capítulos, tres de ellos dedicados a la medición de las Principales Magnitudes Eléctricas, como son Tensión, intensidad, Resistencia y Potencia, y el cuarto dedicado a la medición de la Impedancia esto en Corriente Alterna.



El primer Capítulo está dedicado a la regulación de la tensión, primero tratado como divisor de tensión, y sus principales variantes dándole especial importancia a la eficiencia de la regulación. Luego se desarrolla la regulación de tensión mediante circuito serie, de la misma forma que se hizo con la regulación mediante divisor de tensión.

El segundo Capítulo, es el más importante porque está dedicado a la medición de las principales magnitudes eléctricas, como son la Resistencia, Intensidad, y Potencia, utilizando para ello, la Conexión Corta, como la Conexión Larga, teniendo en cuenta el caso real es decir, considerando tanto al Voltímetro como al Amperímetro su resistencia interna, para el Voltímetro resistencia interna elevada (caso ideal la resistencia interna es infinita), y para el amperímetro su resistencia interna baja (para el caso ideal se considera la resistencia interna cero). En todos estos casos se desarrolló la teoría de errores para considerar la precisión de las mediciones.

El tercer Capítulo está desarrollado para la Contrastación de un Amperímetro por comparación contra un instrumento patrón, este es un caso muy importante porque se puede dar servicio de contrastación de equipos que por el uso hayan perdido precisión

El cuarto Capítulo está dedicado a la medición de la inductancia en henrios y capacidad en Faradios, primero en forma clásica poco precisa y luego mediante la aplicación de Puentes en Corriente Alterna, de esta manera se miden con mucha precisión, pero para hacerlo de esta manera se necesita invertir para la adquisición del puente mas apropiado. El propósito de este desarrollo esta con el propósito de diseñar filtros eléctricos.



IV. CONTENIDO

Capítulo I, CAPÍTULO I.-Regulación de la tensión

INTRODUCCION.-

Para desarrollar este Capítulo, hay que tener presente aspectos generales, criterios académicos como ser:



Tenemos que aceptar que existen reguladores de tensión digitales muy modernos, pero como ya se mencionó al sustentar el desarrollo del proyecto, el propósito del mismo es ponerlo al alcance de los industriales emergentes, para la verificación mediante ensayos de laboratorio de los Datos Técnicos que figuran en la Placa Característica, que todo producto eléctrico contiene, y además si queremos diseñar un motor a partir de uno existente y que su funcionamiento lo consideramos eficiente y adecuado potenciando un incremento de potencia.

Los instrumentos eléctricos de medición, Voltímetro, Amperímetro, Vatímetro a utilizar no deben, modificar o alterar las magnitudes que se desea medir, y si esto no fuera posible, tener el control sobre las modificaciones introducidas para luego corregir las magnitudes medidas.

Armonizar los instrumentos de medida, en relación a la clase de los instrumentos, y de acuerdo a la precisión de las medidas requeridas atendiendo a los protocolos de prueba o a las normas si esta esta dentro de los requerimientos solicitados.

Cuando se trata de regular la tensión se hace con el propósito de probar el comportamiento de una maquina eléctrica variando la tensión, esto se hace

para levantar las características principales de la misma, como ser la Cupla y la Potencia en vacío y con carga.

Es conveniente precisar que, para variar la tensión podemos hacerlo desde una alimentación de potencia infinita, que no es lo mismo que hacerlo desde una fuente reguladora de tensión en la cual hay que tener en cuenta la potencia que debe ser por lo menos cinco veces superior a la potencia de la máquina eléctrica que se desea probar.

Existen dos formas de regular la tensión, asumiendo que la alimentación es de potencia infinita, una es mediante: **Primero resistor Divisor de Tensión** y sus variantes, como son la de **regulación fina** y **regulación gruesa** o armonizando ambas a la vez, y **Segundo resistor en serie**, tal como se presenta en las siguientes figuras:

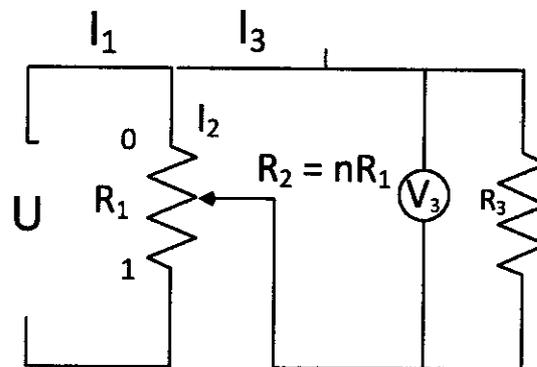
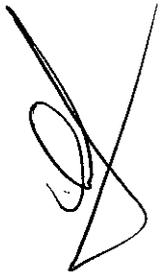


Figura N° 01 Regulación con Divisor de tensión

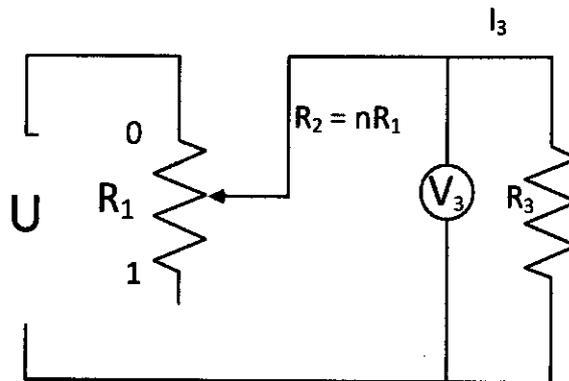


Figura N° 02 Regulación de tensión con resistor en serie

En muchos circuitos eléctricos de medida, la regulación de la tensión V_3 es lo mismo que regular la intensidad I_3 sobre una carga en este caso R_3 , se realiza mediante los llamados resistores a cursor lineal o rotativo, que permiten una regulación continua de dichos grandores.

El resistor de regulación, de resistencia R_1 , puede conectarse como ya lo mencionamos antes; Como resistor divisor de tensión o potenciómetro, o como resistor en serie.

En el circuito U es la fuente de alimentación que la suponemos de potencia infinita; R_3 es la carga en este caso es el objeto de medida por la que circula la corriente I_3 que es la que se desea regular; $R_2 = n R_1$ es la parte de la resistencia R_1 del resistor de regulación que se intercala en el circuito que comprende a R_3 ; el valor de n puede variarse en forma continua de cero a uno deslizando el cursor de la resistencia R_1 .

En la conexión en potenciómetro o divisor de tensión, la tensión deseada V_3 en el circuito de utilización se cumple $U_3 = I_3 R_3 = I_2 R_2$ por estar ambas ramas en paralelo la obtenemos directamente de la resistencia de regulación R_1 , dicha tensión V_3 puede variarse entre cero (0) y U de la fuente de alimentación, cuando n varia entre cero y uno. En cambio, en la conexión serie como regulación de tensión, en el resistor de regulación R_1 se produce

una caída de tensión, con lo que disminuye V_3 en los extremos de R_2 con respecto a la tensión de alimentación U .

En general, conviene que la regulación resultante, sea en lo posible lineal, desde el punto de vista económico, es conveniente que sea reducida la potencia consumida en el resistor de regulación, es decir, que sea grande el rendimiento del sistema.

Hay que analizar que condiciones debe cumplirse para conseguir los resultados mencionados.

I.1. Regulación con divisor de tensión

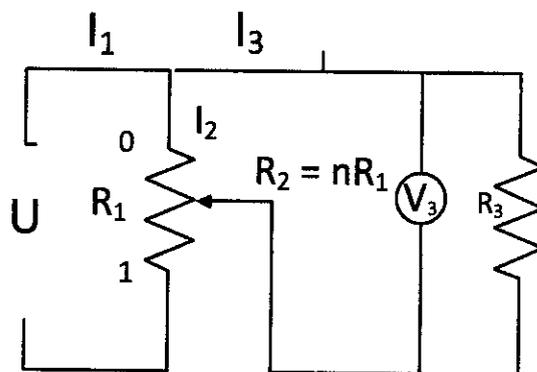


Figura repetida con fines académicos

Del circuito anterior como divisor de tensión, obtenemos como expresión de I_3 aplicando el método de mallas:

$$U = I_1 R_1 - I_3 n R_1$$

$$0 = -I_1 n R_1 + I_3 (n R_1 + R_3)$$

De la segunda ecuación obtenemos: $I_1 = \frac{I_3 (n R_1 + R_3)}{n R_1}$ esta expresión reemplazando en la primera ecuación:

$$U = \frac{I_3 (n R_1 + R_3)}{n R_1} R_1 - I_3 n R_1 \text{ sacando factor común } I_3$$

$$U = I_3 \left[\frac{n R_1 + R_3}{n} - n R_1 \right]$$

$$n (U) = I_3 [n R_1 + R_3 - n^2 R_1] \text{ luego}$$

$I_3 = \frac{n U}{n R_1 + R_3 - n^2 R_1}$ pero si llamamos a $m = \frac{R_1}{R_3}$ para tener en cuenta los efectos de la carga, entonces $R_1 = m R_3$

$$I_3 = \frac{n U}{n m R_3 + R_3 - n^2 m R_3}$$

$$= \frac{n U}{R_3 [n m + 1 - n^2 m]}$$

$$I_3 = \frac{n U}{R_3 [1 - m(n^2 - n)]}$$

Observando la ecuación nos damos cuenta de la influencia decisiva del factor m en la bondad de la regulación; en efecto, si $m \ll 1$ se deduce que $R_1 \ll R_3$ resulta que:

$$I_3 = n \frac{U}{R_3}$$

Es decir, I_3 varía proporcionalmente con n en un circuito dado, resultando una ecuación lineal.

En la siguiente figura se ha representado gráficamente $I_3 = f(n)$ para distintos valores del parámetro m y para valores constantes de U y R_3 : 220 volts y 10,000 ohm

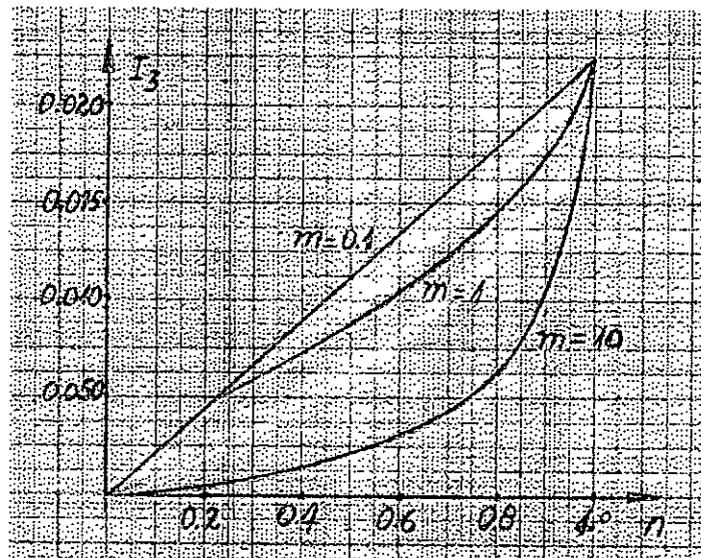


Gráfico N° 01 de la fórmula $I_3 = f(n)$ Fuente "Juan Sábato. Bibliografía"

Podemos observar que para $m < 1$ se cumple que, $R_1 < R_3$ **se obtiene una regulación prácticamente lineal**, siendo recomendable valores de m comprendidos entre 0.5 y 0.1; luego para valores de m superiores a 1 o sea $m = 10$ en el grafico considerado, la regulación de I_3 entre cero y su valor máximo, presenta características muy especiales: al principio, una gran variación de n , es decir de R_2 , produce una variación de I_3 relativamente reducida, resultando al final grandes variaciones de I_3 para pequeñas variaciones de n es decir, para pequeños desplazamientos del cursor de R_1 . Se comprende que para algún caso particular, ésta propiedad puede usarse ventajosamente; pero la regulación es muy inestable.

En otra escala, estas curvas representan la variación de la tensión: $V_3 = I_3 R_3$ o sea **representamos $V_3 = f(I_3)$ en el objeto de medida**; esta tensión varía entre cero y máximo, lo que constituye una propiedad característica de este sistema de regulación.

Al elegir el resistor R_1 de regulación de acuerdo al procedimiento indicado, debe tenerse en cuenta no solo su valor en ohm, sino también su **capacidad de carga** representada por la intensidad normal I_n de la corriente indicada en cada resistor puede sobrecargarse, respecto de dicho valor nominal tanto más cuanto menos dure la sobrecarga, puede suceder que adoptando un criterio equivocado para el cálculo de la intensidad de corriente del potenciómetro, tal como se verá enseguida, ella sea mayor, produciendo un aumento excesivo de la temperatura que puede, inclusive, quemar el resistor.

Por el resistor R_1 circulan dos corrientes de distintas intensidades: la I_2 en la parte de $R_2 = nR_1$, y la I_1 en la otra porción de R_1 , de valor mayor que I_2 y que tiene por expresión:

$$I_1 = \frac{U}{\frac{nR_1R_3}{nR_1+R_3} + R_1 - nR_1} = I_{10} \frac{n \cdot m + 1}{m(n-n \cdot 2) + 1}$$

Siendo $I_{10} = \frac{U}{R_1}$ la intensidad de la corriente en vacío del potenciómetro, es decir, la intensidad de la corriente que circula por R_1 para circuito de utilización abierto, o sea $R_3 = \infty$.

En el siguiente grafico se ha representado: $\frac{I_1}{I_{10}} = f(n)$ para distintos valores del parámetro m .

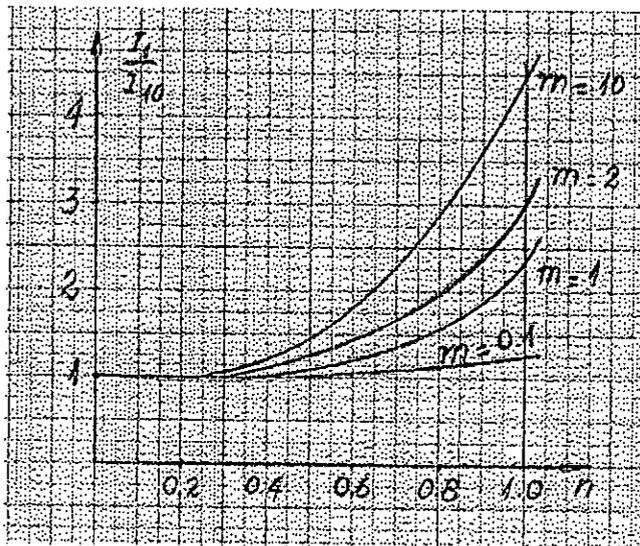


Gráfico N° 02 de la formula $\frac{I_1}{I_{10}} = f(n)$ Fuente "Juan Sábado."

Bibliografía"

De la observación de estas curvas se deduce, en primer lugar, que el valor máximo de I_1 se produce para $n = 1$, de modo que en cualquier caso puede calcularse la intensidad máxima de la corriente en R_1 , cuando n tiende a 1, como cociente de la tensión de la fuente de alimentación y la resistencia equivalente a R_1 y R_3 .

Por otra parte, se observa que para $m > 1$ y n tendiendo a 1, la corriente I_1 puede llegar a ser varias veces, superior a la I_{10} , que es la que muchas veces, equivocadamente, se toma para elegir R_1 por lo que a la intensidad máxima de corriente se refiere.

Solamente si m es chico, bastante menor que uno, no hay que tener ninguna preocupación al respecto.

1.2. Regulación fina y regulación gruesa:

Determinado el valor de R_1 , conviene repartirlo entre dos resistores para formar el potenciómetro, conectados en la forma que se indica en el siguiente gráfico:

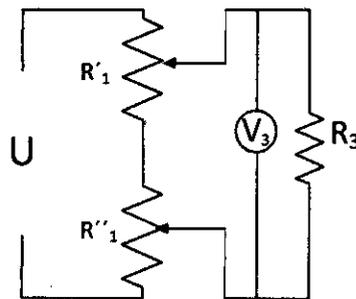


Figura. N° 03 Regulación fina y regulación gruesa

el resistor de mayor resistencia R''_1 permite una regulación gruesa, y el de menor resistencia R'_1 una regulación fina que permite llevar suavemente la aguja del instrumento voltímetro al valor prefijado. Para elegir los dos resistores puede aplicarse la siguiente regla práctica: la resistencia menor debe ser, aproximadamente, cinco veces menor que la resistencia de valor mayor.

De acuerdo a lo dicho anteriormente, interesa calcular cuál es el rendimiento de un divisor de tensión como dispositivo de regulación; como rendimiento se entiende aquí la relación entre la potencia consumida en el resistor R_3 y la potencia consumida en todo el dispositivo de regulación, esto es:

$$\eta = (R_3 I_3^2) / (U I_1) = (U_3 I_3) / (U I_1)$$

Reemplazando valores resulta como expresión del rendimiento:

$$\eta = \frac{mn^2}{mn[mn(1-n) + 2 - n] + 1}$$

En la siguiente figura se representa, $D = f(n)$ la variación de D para distintos valores de m , entonces resulta:

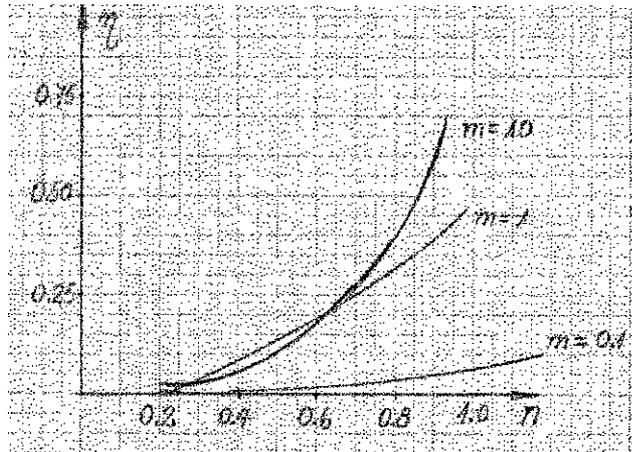


Gráfico N° 03 de la fórmula $D = f(n)$ Fuente "Juan Sábato.

Bibliografía"

De la observación de las curvas se saca esta importante conclusión: para valores de m convenientes a los efectos de una buena regulación ($m < 1$) el rendimiento es reducido, de modo que, desde el punto de vista económico, un buen divisor de tensión no presenta características favorables.

CONCLUSIONES.- el divisor de tensión o potenciómetro, permite, en ciertas condiciones ($m < 1$) una regulación casi lineal de la corriente entre amplios límites; en cambio, el rendimiento del dispositivo de regulación es reducido.

I.3. Regulación con resistor en serie

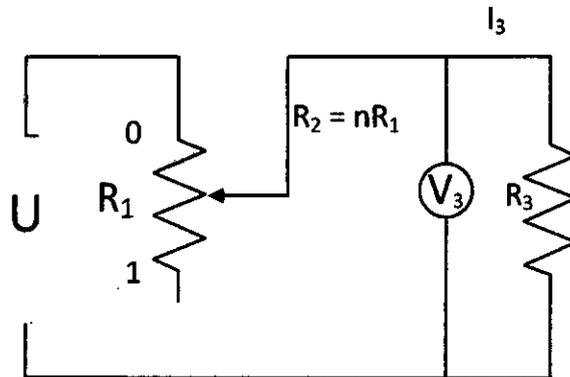


Figura repetida con fines académicos

En el circuito anterior, el valor de la intensidad I_3 de la corriente que se quiere regular, que es la única en todo el circuito. Esta dado por la siguiente expresión:

$$I_3 = \frac{U}{R_3 + nR_1} = \frac{U}{R_3(1+mn)} \text{ donde sabemos que el efecto de la carga es } m = \frac{R_1}{R_3} \text{ y además que: } R_1 = m R_3 \text{ luego}$$

Para obtener una regulación lineal tiene que ser $R_1 \ll R_3$, es decir, $m \ll 1$

Representando gráficamente $I_3 = f(n)$, para distintos valores de m , se obtienen las curvas de la siguiente figura: para $U = 220$ y $R_3 = 1000$ ohm

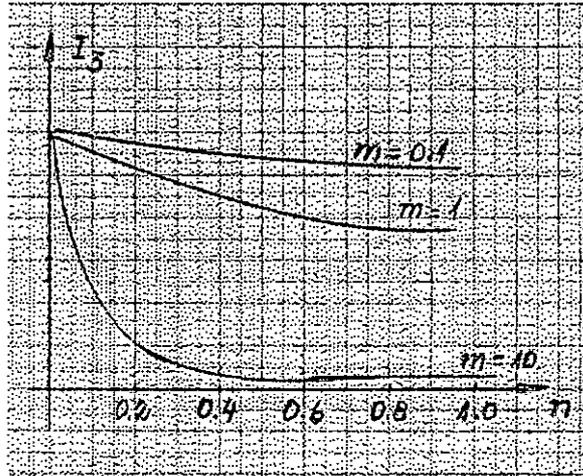


Gráfico N° 04 de la fórmula $I_3 = f(n)$ Fuente "Juan Sábato."

Bibliografía"

Se observa que la corriente en el circuito de medida no llega a anularse, y que cuanto mejor es la regulación $m < 1$ tanto menor es la variación que se obtiene en el valor de la intensidad de la corriente, de tal manera, que este sistema de regulación resulta práctico cuando haya que variar la corriente dentro de límites relativamente reducidos.

En cuanto al rendimiento, él tiene por expresión: $\eta = \frac{1}{1 + mn}$

Representando gráficamente $\eta = f(n)$ con m como parámetro, puede observarse en las curvas de rendimiento de la figura siguiente, que este sistema de regulación, es mejor que el obtenido con el divisor de tensión, y que él es tanto mayor cuanto mejor es la regulación.

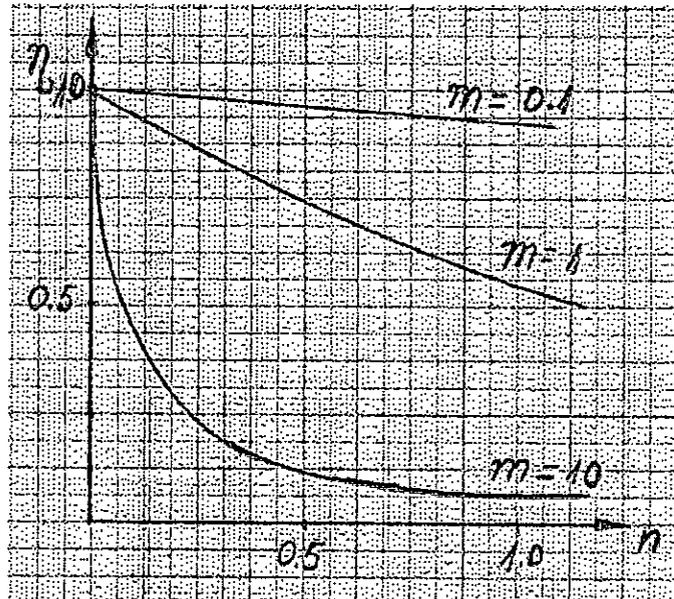


Gráfico N° 05 de la formula $\eta = f(n)$ Fuente "Juan Sábado. Bibliografía"

CONCLUSIONES.- este sistema es recomendable para regular la intensidad de la corriente entre límites no muy extensos, en condiciones de buena regulación, el rendimiento es muy bueno, de modo que esta conexión es recomendable para el caso de gran consumo de energía en el circuito de medida.

Si en la regulación en serie se utiliza solamente un resistor R_1 , en el caso común de ser $R_3 < R_1$, es decir $m > 1$, cuando n tiende a cero pequeñas variaciones, de R_1 producen grandes variaciones de I_3 de acuerdo a la grafica de $I_3 = f(n)$. Si en el circuito de utilización de resistencia R_3 se encuentra un amperímetro cuya aguja indicadora debe llevarse exactamente en correspondencia con una división de la escala, ello no será en general posible.

El problema se resuelve repartiendo el valor de R_1 de la resistencia en dos o mas resistores conectados en serie, de diferentes valores; por ejemplo si

$R_1 = 30 \text{ ohm}$, pueden conectarse en serie resistores de resistencia de 20, 7 y 3 ohm tal como se indica en la siguiente figura.

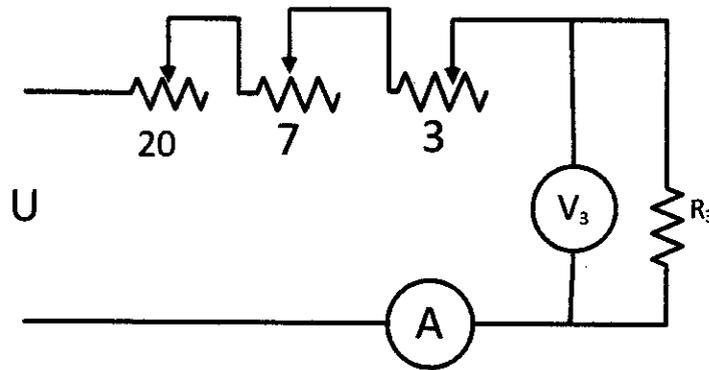


Figura N° 04 Forma de regulación de la tensión serie

La forma de trabajar es la siguiente: se regula el valor de la intensidad de la corriente por medio de uno de los resistores de mayor resistencia, por ejemplo el de 7 ohm y con el de 3 ohm se hace la regulación fina.

Cuando R_1 tiende a cero, tampoco con este procedimiento es posible conseguir una regulación fina.

El problema se resuelve en la forma indicada en la siguiente figura:

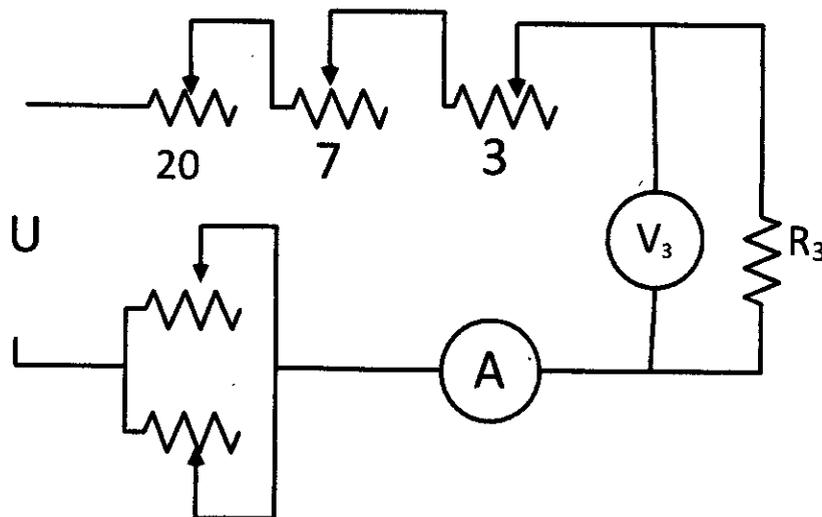
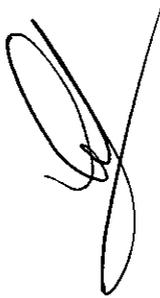


Figura N° 05 Forma de regulación de tensión serie paralelo

En serie con uno o más resistores conectados en serie, tres en el caso de la figura, se conecta una unidad de regulación fina constituida por dos resistores conectados en paralelo, cuyas resistencias estén aproximadamente en la relación de 1: 5 **hecha la regulación gruesa** con uno de los resistores conectados en serie, **se hace una segunda aproximación** con el resistor de **menor resistencia de la unidad de regulación fina** y un último ajuste con el de mayor resistencia.

Cuando el valor de la intensidad de la corriente que debe regularse no es grande, puede hacerse una combinación de regulación potenciométrica y serie.



El propósito de esta primera parte es elaborar el marco teórico, exponiendo claramente las variables que se tienen que tener en cuenta para asegurar la tensión adecuada dentro de la tolerancia permitida. Es conveniente también aclarar que al regular la corriente en el circuito de carga o utilización estamos regulando la tensión en los bornes de la carga.

La utilización de los diversos instrumentos en el circuito de prueba, lo desarrollaremos en el anexo al final del proyecto.

CAPÍTULO II.-Mediciones de Resistencia, Amperaje, y Potencia Eléctrica

INTRODUCCION.-

Para desarrollar el tercer Capítulo, damos por sentado que se dispone de tensión regulada, ya sea como divisor de tensión paralelo o como, regulación en serie según convenga. En este Capítulo se ha utilizado la siguiente Bibliografía, en unos casos se ha tomado de referencia desarrollos teóricos pero teniendo en cuenta, formas académicas propias: SABATO, JUAN. Medidas Eléctricas I. Librería y Editorial Alsina, Buenos Aires 1980; CHACON, FRANCISCO J. Medidas Eléctricas para Ingenieros. Universidad Pontificia Comillas Madrid 2007



Ahora toca medir la Resistencia y la potencia en corriente continua, con amperímetro y voltímetro, además con vatímetro para confirmar las mediciones anteriores.

Consideraciones a tener en cuenta:

Si consideramos la parte del circuito integrado por solamente una resistencia eléctrica medida en Ohm (circuito inerte) por el cual al energizarlo circula una corriente I medida en Amperios y una caída de tensión medida en Voltios, son validas las siguientes relaciones:

1. Resistencia Eléctrica: $R = \frac{U}{I}$ Ohm
2. Potencia Eléctrica: $P = U \cdot I$ Watt

De lo que se desprende que se puede calcular, tanto la resistencia como la potencia eléctrica, luego de las lecturas del Amperímetro y Voltímetro, ha esto se le llama **Método Indirecto**.

Es pertinente recalcar que tanto las lecturas del Amperímetro como Voltímetro, se deben hacer después de regular la tensión, por el método de divisor de tensión, o mediante la regulación en serie tal como se ha tratado en el tema anterior.

II.1. Aplicación y variantes del método. Error sistemático

La medida de R y P por el método indicado estará siempre afectada de un error sistemático debido al mismo. En efecto, hay dos posibilidades de conectar el voltímetro de resistencia interna R_v y el amperímetro de resistencia interna R_a , posibilidades que se conocen como **Derivación Corta** o **Derivación Larga**, y como se identifica una u otra, teniendo en cuenta la posición del Amperímetro, si este está más cerca de la fuente de alimentación se llama derivación corta, la derivación larga es cuando el Amperímetro está conectado después del Voltímetro, cuyas conexiones se muestran a continuación:

DERIVACION CORTA:

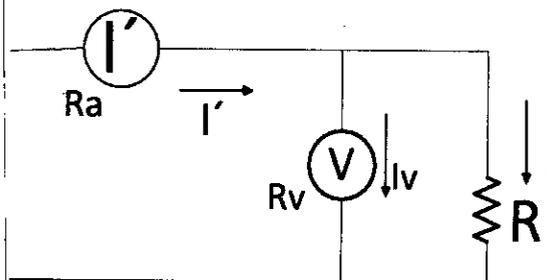


Figura. N° 06 Circuito derivación corta

DERIVACION LARGA:

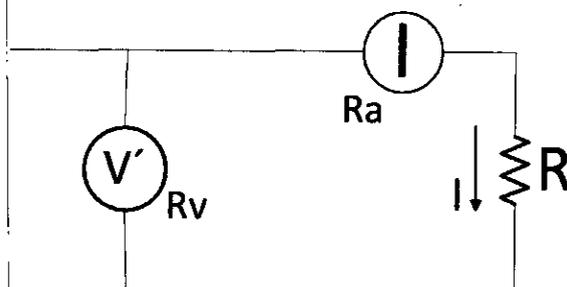


Figura. N° 07 Circuito derivación larga

II.2. Conexión-variante derivación corta

Adoptando el primer circuito de medida se observa que mientras el voltímetro indica la tensión V en los extremos de la carga resistor de resistencia R , el amperímetro, mide, además de la corriente de intensidad I que es la que nos interesa, el amperímetro también mide aquella corriente I_v que circula por el voltímetro, es decir, mide la corriente de intensidad I' :

$$I' = I + I_v$$

De modo que dividiendo y multiplicando las indicaciones en volts y en amperios de los instrumentos, obtenemos valores de R' y P' de la resistencia y de la potencia:

$$R' = \frac{U}{I'} \quad \text{y} \quad P' = U I'$$



Que son, evidentemente, diferentes de aquellos dados por las primeras Ecuaciones de R y P respectivamente, que se consideran como valores verdaderos, independientemente de otros errores que puedan afectarlos. Resultan respectivamente **los errores sistemáticos absolutos** debidos al método:

$$(\Delta R')_s = R' - R = -R \frac{R'}{Rv} = -\frac{R'^2}{Rv - R'}$$

Como se obtienen las anteriores formulas, partiendo del circuito derivación corta:

$R' = \frac{RvR}{Rv+R}$ de esta formula desarrollándola de la siguiente manera:

$R'(Rv + R) = RvR$ luego ordenando llegamos a las siguientes formulas:

$$R = \frac{R'Rv}{Rv-R'} \quad \text{y} \quad Rv = \frac{R'R}{R-R'}$$

$$(\Delta P')_s = P' - P = \frac{U^2}{Rv}$$

El subíndice s indica que se trata de errores sistemáticos. El signo menos de la anterior ecuación nos dice que el error sistemático es por defecto, es decir que medimos una resistencia R' menor que la verdadera R , de modo que

para obtener la verdadera R hay que sumarle algebraicamente el valor de $(\Delta R)'_s$.

De que la resistencia se mide en menos resulta directamente del examen del circuito de medida, derivación corta, ya que el amperímetro mide una corriente I' mayor que I : el error es tanto menor cuanto menor sea I_v , esto es, cuanto mayor sea R_v respecto a R . Esta variante derivación corta es apropiada, por lo tanto, para medir resistencias mucho menores que la interna del voltímetro utilizado. Esta misma conclusión vale para la medida de la potencia, con la salvedad que ella se mide en exceso, en una cantidad igual al consumo propio del voltímetro.

Los **errores relativos sistemáticos** cometidos en la medida de R y de P son respectivamente:

$$e_s = \frac{(\Delta R)'_s}{R} 100 \% = - \frac{R'}{Rv} 100 \%$$

$$e_s = \frac{(\Delta P)'_s}{P} 100 \% = \frac{R'}{Rv-R'} 100 \%$$

Los valores verdaderos de R y P pueden calcularse directamente con las siguientes fórmulas:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I' - I_v} = \frac{Rv R'}{Rv - R'}$$

$$P = UI = U (I' - I_v) = U^2 \frac{Rv - R'}{Rv R'}$$

empleándose una u otra forma del segundo miembro, según que se haya o no calculado R' .

II.3. Conexión-variante derivación larga

Si adoptamos esta variante de la conexión como circuito de medida, resulta que el amperímetro indicará la intensidad I de la corriente que circula por el resistor cuya resistencia R quiere medirse, mientras que el voltímetro indicara una tensión U' mayor que la que debería medirse U, en una cantidad $I R_a$ igual a la caída de tensión en el amperímetro. Se miden así indirectamente los valores:

$$R' = \frac{U'}{I} = R + R_a$$

$$P' = U' I = I^2 (R + R_a)$$

Cometiéndose **los errores absolutos sistemáticos** debidos al método:

$$(\Delta R')_s = R' - R_a$$

$$(\Delta P')_s = P' - P = R_a I^2$$

Ambos en exceso, de modo que los valores verdaderos de R y de P, por lo que al error sistemático debido al método que se refiere, se obtienen restando a los valores medidos R' y P' respectivamente la resistencia interna del amperímetro y su consumo propio en potencia.

Los errores relativos sistemáticos cometidos en la medida de R y de P debidos al método son respectivamente:

$$e_s = \frac{(\Delta R')_s}{R} 100 \% = \frac{R_a}{R' - R_a} 100 \%$$

$$e_s = \frac{(\Delta P')_s}{P} 100 \% = \frac{R_a}{R' - R_a} 100 \%$$

Los valores de R y P pueden calcularse directamente, en función de valores medidos y conocidos, con las fórmulas

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U' - I R_a}{I} = R' - R_a$$

$$P = UI = (U' - I R_a) I = I^2 (R' - R_a)$$

Empleando una u otra forma del Segundo miembro, según que se haya o no calculado R:

Empleando esta variante del método de medida, el error sistemático será tanto menor cuanto menor sea la resistencia del amperímetro respecto a la que se mide por consiguiente, **esta variante de conexión es apropiada para medir resistencias grandes en relación a la resistencia interna del amperímetro utilizado.**

Destacamos la siguiente característica de los errores sistemáticos: ellos, en general pueden calcularse en valor y en signo, y, por lo tanto desafectarse del resultado de la medida. Con otras palabras: por lo que al error sistemático se refiere, es casi siempre posible calcular el valor verdadero.

II.4. Exactitud de la medida

La exactitud que puede conseguirse está limitada por los siguientes errores:

Error Sistemático. - este error tiene que ver con el método, ya analizado en las formulas anteriormente desarrolladas. Refiriéndonos en particular a la medida de la resistencia, que es la aplicación mas importante del método que se estudia, **es posible reducir dicho error al valor que se quiera, mediante una adecuada elección de los instrumentos de medida.** Así por ejemplo, si se quiere que el error sistemático del método, aplicando cualquiera de las variantes, no sea superior a 0.1 %, si se aplica la variante **CONEXIÓN CORTA** y de acuerdo a la fórmula: $e_s = \frac{(\Delta R)'_s}{R} 100 \% = - \frac{R'}{R_v} 100 \%$, debe elegirse un voltímetro de resistencia interna:

$$R_v \geq 10^3 R$$

En cambio, si se aplica la variante **CONEXIÓN LARGA**, de acuerdo a la siguiente formula $e_s = \frac{(\Delta R)'_s}{R} 100 \% = \frac{R_s}{R' - R_a} 100 \%$ debe elegirse un amperímetro de resistencia:

$$R_a \leq 10^{-3} R$$

Reducido el error sistemático al limite fijado, los valores de la resistencia y de la potencia se calculan directamente con las formulas, $R' = \frac{U'}{I'}$ y $P' = U' I'$
 $R' = \frac{U'}{I'} = R + R_a$, $P' = U' I' = I'^2 (R + R_a)$, sin necesidad de corrección alguna. Si se dispone de instrumentos cuyas resistencias internas se alejan bastante de los valores límites consignados, los valores de R y de P deben calcularse con las formulas:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I' - I_v} = \frac{R_v R'}{R_v - R'} \quad \text{o} \quad P = UI = U(I' - I_v) = U^2 \frac{R_v - R'}{R_v R'}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U' - I R_a}{I} = R' - R_a$$

$$P = UI = (U' - I R_a) I = I^2 (R' - R_a)$$

II.5 Error Instrumental o de Indicación

Debiendo calcularse los valores de **R** y **P** con los datos suministrados por un voltímetro y por un amperímetro, y estando ellos afectados por los respectivos errores de indicación, es evidente que éstos producirán a su vez errores en las mediciones indirectas de **R** y de **P**. Al desarrollar en otro Capítulo la **“Verificación de instrumentos eléctricos indicadores por comparación”**, se estudiara en detalle el **error de indicación de un instrumento** que mide el valor **X** de un grandor eléctrico. Si del instrumento eléctrico no se conoce su curva de corrección, pero sí su **clase de exactitud c**, se calcula el **error absoluto máximo de indicación**.

$$(\Delta X)_{\text{máx}} = \pm \frac{c}{100} X_{\text{máx}}$$

siendo $X_{\text{máx}}$ el máximo valor medible de **X**, o alcance de medida del instrumento; si a éste corresponde la desviación $\alpha_{\text{máx}}$ de la aguja sobre la escala, resulta como expresión del error absoluto máximo de indicación, dado en fracciones de división

$$(\Delta \alpha)_{\text{máx}} = \pm \frac{c}{100} \alpha_{\text{máx}}$$

de acuerdo a la teoría de los errores, los errores absolutos máximos de indicación del voltímetro y del amperímetro se propagan, por ejemplo en la medida indirecta de **R'** con la variante de conexión corta, produciendo en ésta un error absoluto que se calcula diferenciando la siguiente ecuación:

$$R' = \frac{U}{I}$$

$$dR' = \pm \frac{\partial R'}{\partial U} du \pm \frac{\partial R'}{\partial I} dI'$$

Reemplazando las variaciones infinitesimales de dU y dI' de las variables por los respectivos errores absolutos máximos de indicación $(\Delta U)_{\text{máx.}}$ y $(\Delta I')_{\text{máx}}$ y considerando el caso más desfavorable de que los errores parciales se sumen aritméticamente, ya que no conocemos el signo de los mismos dado su carácter de accidentales, **resulta como expresión del error absoluto máximo** que puede cometerse en la medida de R' .

$$(\Delta R')_i = +/- \left[\frac{\partial R'}{\partial U} (\Delta U)_{\text{máx.}} + \frac{\partial R'}{\partial I'} (\Delta I')_{\text{máx}} \right]$$

La que, para el caso particular que estamos considerando, resulta en definitiva:

$$(\Delta R')_i = +/- \left[\frac{1}{I'} (\Delta U)_{\text{máx.}} + \frac{U}{I'^2} (\Delta I')_{\text{máx}} \right]$$

El correspondiente error relativo máximo se calcula con la siguiente formula:

$$e_i = +/- \left(\frac{\Delta R'}{R'} \right)_i 100 \% = +/- \left[\left(\frac{\Delta U}{U} \right)_{\text{máx.}} + \left(\frac{\Delta I'}{I'} \right)_{\text{máx.}} \right] 100 \%$$

Repetimos que los valores que resultan de las dos últimas formulas no son necesariamente los errores que se cometen en una medida dada sino los máximos que pueden esperarse de acuerdo a la clase de exactitud de los instrumentos eléctricos utilizados.

Procediendo en forma análoga, en la medida de la potencia P utilizando la conexión corta y por culpa de los errores de indicación de los instrumentos utilizados, resultan los errores máximos absolutos y relativos

$$(\Delta P')_i = +/- \left[U (\Delta I')_{\text{máx.}} + I' (\Delta U)_{\text{máx.}} \right]$$

$$e_i = +/- \left(\frac{\Delta P'}{P'} \right)_i 100 \% = +/- \left[\left(\frac{\Delta U}{U} \right)_{\text{máx.}} + \left(\frac{\Delta I'}{I'} \right)_{\text{máx.}} \right] 100 \%$$

De la misma manera se deducen expresiones de los errores instrumentales máximos, absolutos y relativos, que afectan a las medidas de R y P utilizando la conexión larga.

Si de los instrumentos utilizados se conoce la curva de corrección, se procederá de la siguiente manera: independientemente del error debido al método, se corrigen los valores indicados por los instrumentos y con ellos se

calcula R' , valor que resultara afectado por un error residual correspondiente a los errores de corrección de los valores leídos en los instrumentos, tal como se desarrollara en el Capítulo sobre "verificación de instrumentos eléctricos indicadores por comparación" error residual que resultará menor que e .

II.6. Influencia del error instrumental en el cálculo directo de R

Se ha dicho que el valor verdadero de R o de P ("verdadero" por lo que se refiere al error debido al método), puede calcularse con las formulas:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I' - Iv} = \frac{Rv R'}{Rv - R'}$$

$$P = UI = U (I' - Iv) = U^2 \frac{Rv - R'}{Rv R'}$$

Si se utiliza la conexión corta, o con las fórmulas

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U' - I Ra}{I} = R' - Ra$$

$$P = UI = (U' - I Ra) I = I^2 (R' - Ra)$$

Si se ha **utilizado la conexión larga**. Como en todos los casos en el cálculo de R y de P entran valores medidos afectados por los errores de indicación de los instrumentos, es importante conocer cómo ellos afectan los valores de R y P así calculados. Tomemos por ejemplo el cálculo de R:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I' - Iv} = \frac{Rv R'}{Rv - R'}$$

Que diferenciando nos dá:

$$(\Delta R)_i = +/ - \frac{Rv^2}{(Rv - R')^2} (\Delta R')_i = +/ - F (\Delta R')_i$$

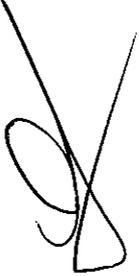
Es decir, que el error $(\Delta R)_i$ que se comete en la medida indirecta de R por culpa de los errores de indicación del voltímetro y del amperímetro, es igual al error $(\Delta R')_i$ calculada con la ecuación:

$$(\Delta R')_i = +/ - \left[\frac{1}{I'} (\Delta U)_{\text{máx.}} + \frac{U}{I^2} (\Delta I')_{\text{máx.}} \right]$$

Cometido por las mismas causas en la medida de R' , multiplicado por el factor de amplificación F. Si como corresponde en la ampliación de esta

variante es $R' \ll R_v$, el factor de amplificación del error es prácticamente igual a la unidad; en cambio puede tomar valores grandes cuando deja cada vez mas de cumplirse aquella condición, tendiendo a infinito cuando R' tiende a R_v . Se llama la atención sobre este hecho, por que si bien calculando R con la formula anterior se corrige el resultado del error sistemático, en cambio él queda afectado, en la forma dicha, por el error accidental.

II.7. Limites prácticos de la exactitud exigible.-



En ciertas mediciones hechas por aplicación de este método es necesario no exagerar respecto a la exactitud exigida, ya que causas que a veces no es posible tener en cuenta producen errores adicionales que neutraliza el aumento de exactitud que se pretende alcanzar. Tal sucede por ejemplo, cuando se mide la resistencia de un conductor cuya temperatura no se conoce con una exactitud adecuada; si se trata de un conductor de cobre, su resistencia aumenta aproximadamente 2 % por cada 5 ° C de aumento de la temperatura, de modo que si ésta no se conoce con la aproximación de 2 °C, no puede exigirse en la medida de la resistencia un error menor del 1 %.

II.8. Medición de resistencias muy pequeñas

Cuando se trata de medir resistencias muy pequeñas menores a 0.1 ohm, lo que necesariamente **debe hacerse con la conexión corta**, el voltímetro debe derivarse directamente de los bornes del resistor entre los cuales se encuentra comprendida la resistencia a medir. **Si el resistor tiene cuatro bornes**, tal como sucede con los **derivadores o shunts** utilizados para variar el alcance de medida de un amperímetro, aquellos dos bornes llamados "de tensión", son los internos, según la figura siguiente:

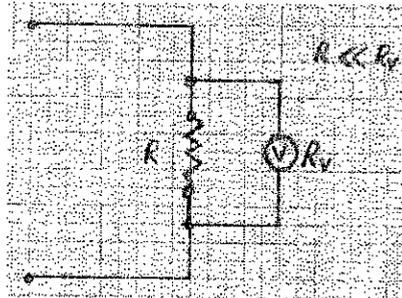


Figura N° 08 Circuito simplificado puente doble de Thomson

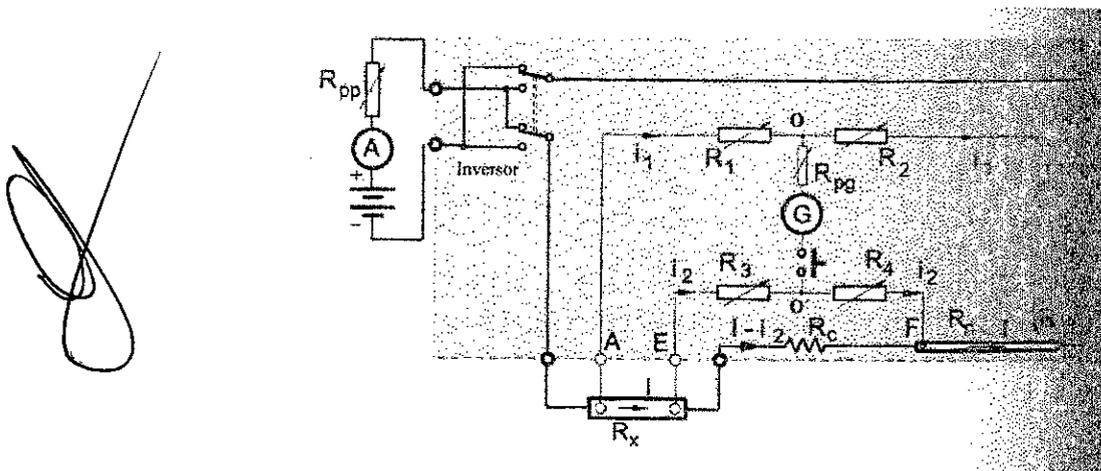


Figura N° 09 Circuito puente doble de Thomson (instrumento)

Los bornes externos, son los llamados “de corriente” se utilizan para unir el resistor al resto del circuito; de esta manera, los conductores que unen el resistor con el voltímetro quedan en serie con éste, sin error adicional sensible.

Si el resistor cuya resistencia se mide no tiene cuatro bornes, la superposición de conductores en los dos disponibles aumentan la llamada “resistencia de contacto o pasaje”, originada por la imperfección de la superficie de contacto entre los bornes del resistor y los conductores de unión; este tema se verá con mas amplitud en oportunidad de trabajarse con el puente doble de Thomson, destinado a la medida de resistencias muy pequeñas-

II.9. Campo de aplicación del método

Si bien los llamados "tester" cumplen satisfactoriamente las exigencias de exactitud en las denominadas "medidas de servicio", cuando se desea un error menor que aquel que corresponde a la mayoría de esos instrumentos que varía entre el 3 % y el 5 %, se utiliza el método de medida que estamos considerando. Por otra parte, es el único método adecuado para medir resistencias de dispositivos que dependen de la tensión: rectificadores secos, lámparas incandescentes, lámparas con resistencia de hierro en atmosfera de hidrogeno, termistores, etc; y para medir resistencias de medios gaseosos ionizados, por ejemplo lámparas de neón, arcos eléctricos, etc; resistencias de aislación que dependen parcialmente de la tensión; resistencia de un bobinado por el que circula corriente; etc.

En estos casos no son suficientes las formulas:

$$(\Delta R')_i = +/- \left[\frac{1}{I'} (\Delta U)_{\text{máx.}} + \frac{U}{I'^2} (\Delta I')_{\text{máx.}} \right]$$

$$e_i = +/- \left(\frac{\Delta R'}{R'} \right)_i \cdot 100 \% = +/- \left[\left(\frac{\Delta U}{U} \right)_{\text{máx.}} + \frac{(\Delta I')}{I'}_{\text{máx.}} \right] 100 \%$$

que nos dan los errores instrumentales máximos absolutos y relativos que corresponden a la medida de resistencias que no dependen de la tensión de medida, por ejemplo la resistencia de un resistor metálico que ha alcanzado su régimen de temperatura, o por el que circula una corriente relativamente pequeña, de manera que para las necesidades de la medición, pueda considerarse que su temperatura permanece constante.

Si la resistencia que se mide depende de la tensión, esto es si $R' = f(U)$, y si ella varía, por ejemplo, en la forma que se muestra en la siguiente figura:

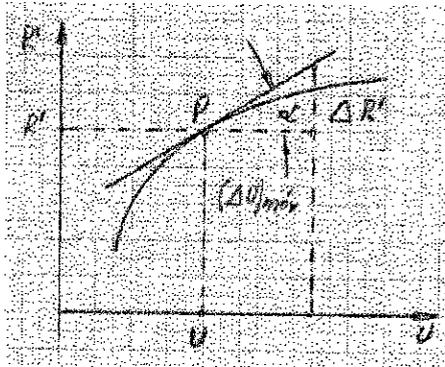


Gráfico N° 06 de la fórmula $R' = f(U)$ Fuente "Juan Sábado. Bibliografía"

Resulta que a la variación de tensión $\pm (\Delta)_{\text{máx.}}$ (se ha supuesto positiva en el caso de la figura) corresponde una variación $\Delta R'$ del valor de la resistencia.

Si el resistor es lineal, su característica $R' = f(U)$ es paralela al eje de abscisas, de modo que si su temperatura se mantiene constante, la incertidumbre en el conocimiento de U debido al error de indicación del voltímetro no origina ninguna variación $\Delta R'$ de la resistencia, la que se mantiene constante.

En consecuencia, en la medida de la resistencia de un resistor a lineal por este método debe tenerse en cuenta el error adicional:

$$\Delta R' = \pm (\Delta U)_{\text{máx.}} \text{tg. } \alpha$$

El que variará de punto a punto de la curva. (en la figura, por razones de claridad del dibujo, se ha exagerado el valor de $(\Delta U)_{\text{máx.}}$ y por lo tanto el de $\Delta R'$ que prácticamente es el mismo considerando la curva o la tangente en su punto P)

El correspondiente error relativo es (suponiendo que la medida se hace utilizando la conexión corta):

$$\frac{\Delta R'}{R'} = \pm \frac{(\Delta U)}{R'_{\text{máx.}}} \text{tg } \alpha = \pm \frac{(\Delta U)}{U_{\text{máx.}}} I' \text{tg } \alpha$$

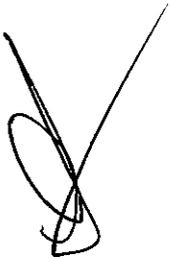
Y será mayor o menor que el error relativo instrumental máximo correspondiente a la medida de U, según que el producto $I' Tg. \alpha$. Sea mayor o menor que la unidad.

II.10 Disposición práctica para el uso del método

Es común el caso de tener que medir con un amperímetro y voltímetro dados, una serie de valores muy diferentes de resistencias. En este caso conviene representar gráficamente los errores sistemáticos dados por las ecuaciones:

$$e_s = \frac{(\Delta R)s}{R} 100 \% = - \frac{R'}{Rv} 100 \%$$

$$e_s = \frac{(\Delta R)s}{R} 100 \% = \frac{Rs}{R' - Ra} 100 \%$$



en función de R' de acuerdo a la siguiente figura:

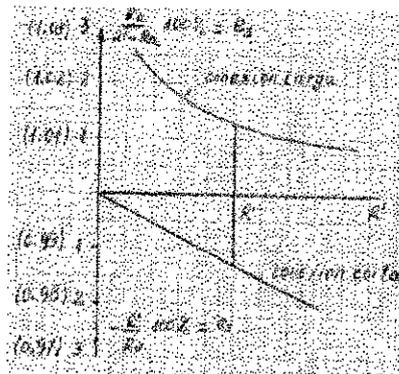


Gráfico N° 07 de la formula $e_s = f(R')$ Fuente "Juan Sabato. Bibliografía"

Puede observarse que para un cierto valor de R' , el error sistemático es el mismo para ambas variantes; si este error sistemático es el mismo para ambas variantes; si este error sistemático pudiera tomarse como error límite admisible, los valores de R' mayores y menores que el valor crítico R'_c , medidos respectivamente con las variante conexión corta y conexión larga no necesitarán ser corregidos del error debido al método; en caso contrario se obtiene el valor verdadero, por lo que al método se refiere, dividiendo el valor

medido por la ordenada que resulta de la escala dada por los números escritos entre paréntesis; el interesado tendrá que demostrar la validez de esta conclusión; demostrará igualmente que valor de R'_c esta dado por la siguiente formula:

$$R'_c = \sqrt{(Ra)(Rv)}$$

II.11. Repetición de las mediciones. Media aritmética. Desviación o error normal

Supongamos que se utiliza la **conexión corta** y que, como se ha considerado hasta ahora, se ha medido una sola vez cada uno de los valores, U, I' ; el valor de la resistencia medido indirectamente y calculado con la ecuación: $R' = \frac{U}{I'}$ está afectado por un error absoluto máximo posible de indicación calculado con la ecuación $(\Delta R')_i = +/ - [\frac{1}{I'} (\Delta U)_{m\acute{a}x.} + \frac{U}{I'^2} (\Delta I')_{m\acute{a}x.}]$ debido a los errores absolutos máximos de indicación del amperímetro y del voltímetro, los que en realidad son una mezcla de errores fortuitos y sistemáticos. Y si bien es cierto que la combinación de éstos últimos, en condiciones normales de uso del instrumento y actuando simultáneamente, puede obedecer más bien al azar de las circunstancias, debemos admitir la existencia, en $(\Delta U)_{m\acute{a}x.}$ y $(\Delta I')_{m\acute{a}x.}$ de un error sistemático de valor y signo desconocidos.

Si se miden otros pares de valores (U, I') y se calculan los correspondientes valores de R' , la media aritmética de éstos, R' , estará afectada de un error menor que el $(\Delta R')_i$, porque los errores residuales o aleatorios de cada una de las mediciones directas U_k, I'_k se habrán compensado parcialmente.

Al respecto se seguirá el siguiente procedimiento tal como resulta del tratamiento estadístico de los errores fortuitos:

Por sucesivas conexiones y desconexiones de la fuente, se leen n pares de valores (U, I') , por ejemplo 8 o 10. Se calculan los valores medidos de U e I' ; respectivamente con las fórmulas

$$U = \frac{\sum U_k}{n} \text{ y además } I' = \frac{\sum I'_k}{n}$$

Valores con los cuales se calcula el valor más probable de R'

$$R' = \frac{U}{I'}$$

Para calcular el error fortuito correspondiente a este valor medio de R' , se calculan las desviaciones parciales $(U_k - U)$ e $(I'_k - I')$; las desviaciones normales correspondiente a una medida parcial cualquiera

$$\sigma_{U_k} = \sqrt{\frac{\sum (U_k - U)^2}{n-1}} \quad \sigma_{I'_k} = \sqrt{\frac{\sum (I'_k - I')^2}{n-1}}$$

Y las desviaciones normales de los correspondientes valores medios

$$\sigma_U = \frac{\sigma_{U_k}}{\sqrt{n}} \quad \sigma_{I'} = \frac{\sigma_{I'_k}}{\sqrt{n}}$$

El parámetro estadístico que caracteriza el error fortuito cometido en la medida indirecta repetida de R' se calcula con la fórmula:

$$\sigma_{R'} = \sqrt{\left(\frac{\partial R'}{\partial U}\right)^2 \sigma_U^2 + \left(\frac{\partial R'}{\partial I'}\right)^2 \sigma_{I'}^2}$$

Debiendo calcularse las derivadas parciales para valores medios de U e I'

El resultado de la medida indirecta repetida de R' es:

$$R = R' \pm \sigma_{R'}$$

CAPÍTULO III.-Contrastación de Instrumentos Eléctricos por Comparación

INTRODUCCION.-



En general, en los instrumentos de mediciones de magnitudes eléctricas, especialmente en el de imán permanente y bobina móvil, teniendo en cuenta aspectos constructivos y funcionales, son varias las causas que, con el uso, pueden llegar a determinar errores de indicación superiores al que corresponde a su clase. Los cuales pueden ser: Pivotes y apoyos gastados aumentan el rozamiento; así como los resortes se utilizan también para la entrada y salida de la corriente que circula por la bobina móvil, un aumento circunstancial excesivo de su intensidad puede modificar sus propiedades elásticas; si en algún momento el instrumento se ha encontrado sometido a un campo magnético externo muy intenso, el valor de la inducción magnética en el entrehierro puede haberse modificado; la resistencia de los resistores que integran el circuito interno del instrumento puede modificarse como consecuencia de sobrecargas que ha sufrido el instrumento o por procesos de oxidación, pudiendo estos últimos afectar a los resortes; si el extremo de la aguja se ha doblado un poco como consecuencia de golpes en los toques que limitan su desplazamiento y esto ha provocado que la aguja no coincida con el cero de la escala, se acostumbra llevarla al cero regulando el correspondiente dispositivo, pero entonces la escala deja de ser exacta con la aproximación del error de calibración.

Por todos estos motivos, muchos de los cuales son comunes a otros tipos funcionales y constructivos de instrumentos, es necesaria una verificación o contraste del instrumento para comprobar si sus errores se mantienen dentro de la tolerancia correspondiente a su clase de exactitud y para determinar la curva de corrección de los valores medidos. Independientemente de todas

estas causas la verificación del instrumento es obligatoriamente necesaria toda vez que haya sido reparado por cualquier motivo mecánico o eléctrico. Según la clase de exactitud del instrumento, el contraste puede hacerse por distintos procedimientos. ahora desarrollaremos el método de comparación.

III.1 Contraste de instrumento eléctrico por comparación

Consiste en confrontar su indicación con la de otro instrumento más exacto, la que se considera como valor verdadero del grandor medido.

Supongamos, **por ejemplo**, que se trata de verificar o contrastar un **amperímetro de imán permanente y bobina móvil** de un alcance de 5 (A), escala con cinco divisiones principales y clase 2, utilizando el circuito de medida representado en principio en la siguiente figura:

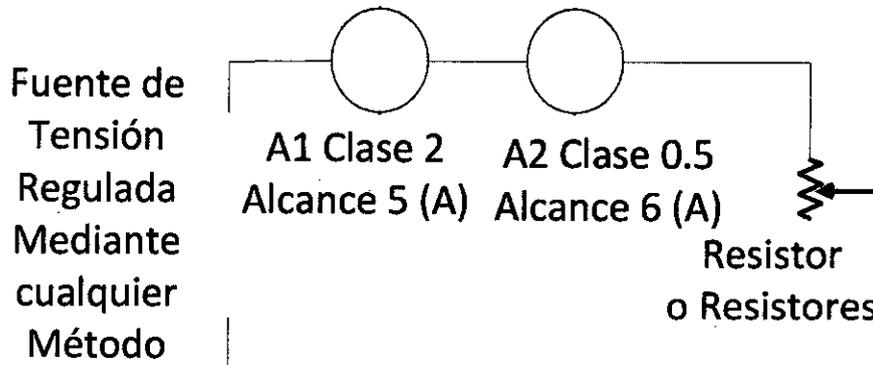


Figura N° 10 Circuito para contrastar el instrumento A1

En la cual A_1 es el amperímetro que se quiere verificar y A_2 es el amperímetro más exacto, llamado patrón, que suponemos provisoriamente de clase 0.5; el resistor variable R es el equivalente de varios resistores convenientemente conectados (carga) para conseguir una buena regulación. Se regulan los resistores de manera que el instrumento patrón indique exactamente 1 (A), y se lee el valor correspondiente en el instrumento que se contrasta, valor que en general será un poco menor o un poco mayor que

1 (A). De esta manera, como hay que estimar fracciones de división en el instrumento que se verifica entra en el correspondiente error de lectura; a su vez se hace mínimo el error de lectura del amperímetro patrón. Esta forma de operar, esto es, regulación del valor del grandor eléctrico hasta que la aguja del amperímetro patrón indique el valor nominal del punto de la escala que se verifica, es consecuencia del hecho que hoy es tendencia general incluir el error de lectura en el error de indicación, tal como se ha hecho al definir este. Anteriormente, la tendencia era excluir de esa definición al error de lectura, lo que explica el procedimiento de regulación utilizado: llevar la aguja del instrumento que se verificaba exactamente en coincidencia con la correspondiente división de escala (error de lectura mínimo), y leer en el patrón el valor que resultase.

Adoptando el mismo procedimiento para distintos puntos singulares de la escala del instrumento que se contrasta, tenemos los correspondientes pares de valores I_m e I_v correspondientes al instrumento que se verifica y al instrumento patrón respectivamente; puede así calcularse **el error absoluto de indicación**

$$\Delta I = I_m - I_v = -c$$

Para todos los puntos de la escala que se verifican, siendo **C** la corrección. Debe tenerse en cuenta que este valor del error absoluto de indicación es una primera aproximación de aquel que corresponde a la ecuación de definición dada por la formula:

$$\Delta X = X_m - X_{ve}$$

Ya tomamos como valor verdadero de la intensidad de la corriente aquel indicado por el instrumento patrón de clase 0.5, valor verdadero que en realidad está afectado de un error; una segunda aproximación la tendríamos si utilizamos como instrumento patrón uno de clase 0.2 y así sucesivamente.

De acuerdo a lo que se lleva dicho, llamamos la atención sobre el siguiente hecho: si utilizamos un instrumento de clase dada y estimamos que no es necesaria su verificación, aplicando la fórmula:

$$C = \pm e_{\text{máx}} = \pm \frac{(\Delta X)_{\text{máx}}}{X_{\text{máx}}} 100 \% = \pm 0.5 \%$$

Calculamos el **error absoluto máximo de indicación** $\pm (\Delta X)_{\text{máx}}$ válido para cualquier punto de la escala uniforme.

El correspondiente **error relativo máximo referido al valor medido** X_m lo calculamos con la siguiente fórmula:

$$\epsilon_m = \pm \frac{(\Delta X)_{\text{máx}}}{X_m} 100 \%$$

En cambio, si por cualquier circunstancia ha sido necesaria una verificación del instrumento, operamos con el error absoluto de indicación ΔX resultado dado en valor y en signo por la operación de su contraste; el correspondiente **error relativo referido al valor medido** X_m lo calculamos con la fórmula:

$$\epsilon_m = \frac{\Delta X}{X_m} 100 \%$$

Introducimos así un nuevo error relativo, que es exclusivamente con el cual se opera cuando se conoce la curva de corrección del instrumento utilizado. En caso contrario se calcula el **error relativo máximo** con la fórmula anterior:

$$e_m = \pm \frac{(\Delta X)_{\text{máx}}}{X_m} 100 \%$$

En lugar de calcular el error absoluto máximo de indicación $\pm (\Delta X)_{\text{máx}}$ en fracciones de la unidad del grandor eléctrico medido por el instrumento, podemos hacerlo expresándolo en **fracciones de división** $\pm (\Delta \alpha)_{\text{máx}}$ de una escala uniforme, utilizando la expresión:

$$C = \pm \frac{(\Delta \alpha)_{\text{máx}}}{\alpha_{\text{máx}}} 100 \%$$

Análoga a la fórmula anterior, en la cual $\alpha_{\text{máx}}$ Es la desviación correspondiente a fondo de la escala.

Así, para el ejemplo considerado del amperímetro de clase 0.5, de alcance 6 (A) al que corresponde $\alpha_{\text{máx.}} = 60$ divisiones, resulta de despejar de la anterior fórmula:

$$\pm (\Delta\alpha)_{\text{máx}} = \pm c \frac{\alpha_{\text{máx.}}}{100} \text{ donde } c \text{ es la clase entonces:}$$

$$\pm (\Delta\alpha)_{\text{máx}} = \pm 0.5 \frac{60}{100} = \pm 0.3 \text{ div.}$$

Equivalente al valor antes calculado:

$$\pm (\Delta I)_{\text{máx.}} = \pm K (\Delta\alpha)_{\text{máx}} = \pm \frac{6}{60} 0.3 = \pm 0.03 \text{ (A)}$$

Análogamente, podemos calcular el **error relativo máximo referido al valor medido X_m** al que corresponde la desviación genérica, α , con la siguiente fórmula:

$$e_m = \pm \frac{(\Delta\alpha)_{\text{máx.}}}{\alpha} 100 \%$$

análoga a la anterior, para el ejemplo considerado se tiene $\alpha = 38.6$ divisiones y por lo tanto:

$$e_m = \pm \frac{0.3}{38.6} 100 \% = \pm 1.3 \%$$

Valor igual, evidente, el calculado por el otro procedimiento.

En cambio, si conocemos en valor y en signo el error de indicación $\Delta\alpha$ expresado en fracciones de división, para cada valor medido α , de modo que en este caso el error relativo de indicación referido al valor medido se calcula con la fórmula:

$$\epsilon_m = \frac{\Delta\alpha}{\alpha} 100 \%$$

Análoga a la anterior.

Si realizado el contraste del instrumento y si para cualquier punto de la escala $\Delta I \leq (\Delta I)_{\text{máx.}}$, diremos que el error absoluto de indicación que corresponde al instrumento es aceptable en relación a su clase de exactitud, con la aproximación del **error absoluto de verificación.**

$$\Delta (I) = \pm (\Delta I + \Delta I_v)$$

Deducido de la formula anterior, expresión en la cual ΔI es el error de lectura del instrumento que se contrasta y ΔI_v el error absoluto de indicación del instrumento patrón, error que se tomara, bien igual y de signo contrario al valor de la corrección si éste se conoce; bien igual al error absoluto máximo de indicación que corresponde a su clase, calculado con la formula:

$$C = \pm e_{\text{máx}} = \pm \frac{(\Delta X)_{\text{max}}}{X_{\text{max}}} 100 \% = \pm 0.5 \%$$

En este caso, si el instrumento patrón utilizado es el de clase 0.5 considerado, se tiene:

$$\Delta I_v = (\Delta I)_{\text{máx}} = \pm \frac{0.56}{100} = \pm 0.03 \text{ (A)}$$

Como este error incluye el de lectura del instrumento patrón, y como ella, en este caso, se realiza en condiciones tales que el correspondiente error de lectura es despreciable, debe considerarse que se toma en exceso la contribución calculada de ± 0.03 (A) en el error absoluto de verificación. Como de ΔI es aceptable tomar aproximadamente un tercio del correspondiente error absoluto máximo calculado con la anterior expresión; esto es para el caso del instrumento de clase 2 que se contrasta:

$$\Delta I = \frac{1}{3} (\Delta I)_{\text{máx.}} = \pm \frac{1}{3} \left(\frac{2}{100} 5 \right) \sim \pm 0.03 \text{ (A)}$$

En consecuencia, si del contraste resulta para el punto de la escala correspondiente al valor nominal de 1 (A) un error de indicación $\Delta I = -0.01$ (A), este resulta afectado por un error absoluto de verificación

$$\Delta C = \Delta (\Delta I) = \pm (0.03 + 0.03) = \pm 0.06 \text{ (A)}$$

Que es también igual al error ΔC con que conocemos la correspondiente corrección C, error que es válido para todos los puntos de la escala uniforme del instrumento que se contrasta.

En el ejemplo que estamos considerando podría asumirse elevada la contribución ΔI_v del instrumento patrón, la que se ha tomado igual al error

absoluto máximo de indicación; es claro que esta contribución disminuye si se conoce la curva de corrección del instrumento patrón; si para el valor leído $I_v = 1$ (A) resulta una corrección $C = 0.01$ (A), el error de indicación es $\Delta I_v = -0.01$ (A) en consecuencia el error de indicación de -0.01 (A) correspondiente al valor nominal de la lectura de 1 (A) del instrumento que se contrasta, esta afectado de un error de verificación en más $\Delta C = \Delta(\Delta I) = 0.03 - 0.01 = 0.02$ (A) y de un error de verificación en menos $\Delta C = \Delta(\Delta I) = -0.03 - 0.01 = -0.04$ (A).

Si no se conoce la curva de corrección del instrumento patrón y se considera excesiva la contribución de su error ΔI_v , debe tomarse un alcance menor si ello fuese posible: por ejemplo, si este es de 3 (A), esa contribución disminuye a la mitad; si esto no fuese posible, habría que utilizar un instrumento de menor clase de exactitud, es decir, de mayor exactitud.

Determinado el error de indicación para los puntos principales de la escala, se representa gráficamente la curva de corrección $C = f(I_m)$, para lo cual se unen con trazos rectos los puntos sucesivos correspondientes a los distintos valores de C; resulta así como curva de corrección la de trazos llenos:

Gráfico de la CURVA DE CORRECCION

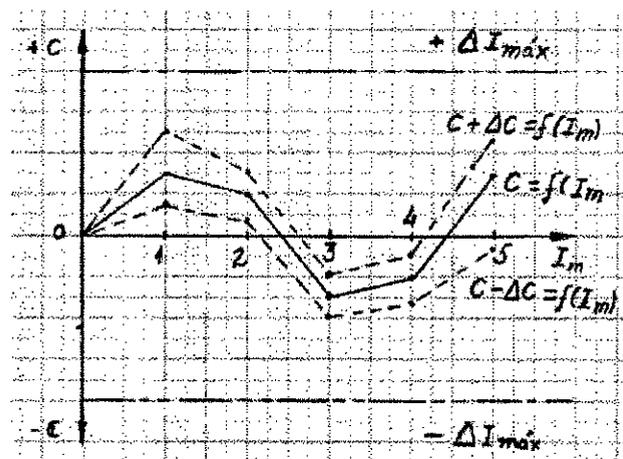


Gráfico N° 08 de la formula $C = f(I_m)$ Fuente "Juan Sábato. Bibliografía"

Representada la Curva de Corrección correspondiente a cualquier valor medido comprendido entre dos divisiones principales verificadas, resulta así determinada por simple interpolación lineal. Pero de acuerdo a lo dicho antes, la posición de cada punto de la curva de corrección está afectada por el error de verificación $\pm \Delta C = \pm \Delta (\Delta)$, de modo que si se lleva de un lado y de otro de cada punto de la curva de corrección el correspondiente error ΔC y si se unen con líneas de trazo discontinuo los puntos correspondientes, resulta una zona comprendida entre las curvas $(C + \Delta C) = f(I_m)$ y $(C - \Delta C) = f(I_m)$, zona de incertidumbre en la cual se encuentra comprendida la curva de corrección verdadera, que no conocemos.



Se completa esta representación gráfica trazando las rectas paralelas al eje de abscisas, de ordenadas $\pm (\Delta I)_{\text{máx}}$, error absoluto máximo de indicación correspondiente a la clase del instrumento que se verifica. **El conocimiento de la curva de corrección satisface dos propósitos fundamentales y es completa en sí:** por una parte, permite corregir los valores indicados por un instrumento con la aproximación de los respectivos errores de verificación; por otra parte, relacionada aquella curva con el error absoluto máximo de indicación, permite apreciar a simple vista si los errores de indicación del instrumento se mantienen o no dentro de los límites correspondientes a su clase de exactitud.

No obstante ello, se acostumbra estudiar también el comportamiento de un instrumento en relación a su clase de exactitud, calculando el error relativo de indicación ϵ_m referido al valor medio. Representando gráficamente $\epsilon_m = f(I_m)$ se obtiene la llamada curva de contraste o verificación de acuerdo a la siguiente figura:

Curva de contraste o verificación

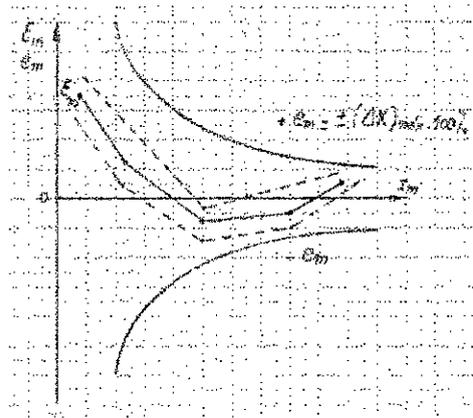


Gráfico N° 09 de la fórmula $\epsilon_m = f(I_m)$ Fuente "Juan Sábato."

Bibliografía"

La determinación experimental de cada uno de sus puntos está afectada de un error absoluto.

$$\Delta \epsilon_m = \pm (100 - \epsilon_m) \left[\frac{\Delta I}{I_m} + \frac{\Delta I_v}{I_v} \right]$$

Expresión que se deduce a partir de la $\epsilon_m = \pm \frac{(\Delta X)_{max}}{X_m} 100 \%$; en el ejemplo que hemos considerado resulta, tomando $I_m = I_v$ para el cálculo del error:

$$\epsilon_m = \frac{-0.1}{1} 100 \% = -10 \%$$

$$\Delta \epsilon_m = \pm (100 - 10) \left(\frac{0.03}{1} + \frac{0.03}{1} \right) = \pm 5.4$$

Siendo este error absoluto expresado en la unidad de ϵ_m .

Puede observarse que tanto $\Delta C = \Delta (\Delta I)$ como $\Delta \epsilon_m$ no son nada despreciables respecto a ΔI y ϵ_m . Es claro que los errores de verificación resultan menores si se calculan no en base al error absoluto máximo de indicación del instrumento patrón $\Delta I_v = -0.03$ (A), sino teniendo en cuenta al error de indicación del mismo resulta de su verificación: $\Delta I_v = -0.01$ (A) para el punto de la escala correspondiente a la lectura de 1 (A), que es el ejemplo que se ha considerado. El punto correspondiente de la curva de verificación o contraste está afectado de un error en más:

$$\Delta \epsilon_m = (100 - 10) \left[\frac{0.03}{1} - \frac{0.01}{1} \right] = - 1.8$$

Y de un error en menos:

$$\Delta \epsilon_m = (100 - 10) \left[- \frac{0.03}{1} - \frac{0.01}{1} \right] = + 3.6$$

Ambos menores que el +/- 5.4 antes calculado.

Procediendo como antes se determina gráficamente la zona de incertidumbre dentro de la cual se encuentra la curva verdadera de contraste o verificación, que no conocemos. Por último, el trazado de las curvas que representan la variación del error máximo de indicación e_m referido al valor medido de acuerdo a la fórmula vista anteriormente:

$$e_m = +/- \frac{(\Delta X)_{max}}{X_m} 100 \%$$

Nos permite comprobar a simple vista si la curva de tarado ϵ_m excede o no estos valores límites.

III.2. Criterios para el cálculo y uso de los errores de indicación

Por razones didácticas consideramos conveniente hacer un resumen de la nomenclatura, definiciones y criterios de uso de los errores de indicación de un instrumento:

1. X_m valor medido; X_v valor verdadero; X_m valor máximo medible o alcance del instrumento.
2. $\Delta X = X_m - X_v$ error absoluto de indicación, igual y de signo contrario a la corrección C.
3. $c = e_{max.} = +/- \frac{(\Delta X)_{máx.}}{X_{máx.}} 100 \%$ donde "c" es la clase de exactitud del instrumento, que define el máximo error relativo de indicación que puede esperarse del instrumento cuando se lo refiere al alcance del mismo; se la utiliza para calcular el error absoluto máximo de indicación:

$$(\Delta X)_{máx.} = +/- \frac{c \cdot X_{máx.}}{100}$$

Que corresponde a un instrumento de clase dada. Cuando no se conoce la curva de corrección del instrumento, el cálculo de $(\Delta X)_{\text{máx.}}$ nos informa sobre cuál es el mayor error absoluto de indicación que puede esperarse de un instrumento de clase dada, en condiciones normales de uso y suponiendo que el conserve sus calidades eléctricas y mecánicas que determinan su clase de exactitud dada por el fabricante.

4. Si en estas condiciones se quiere conocer el comportamiento del instrumento relativo a cada medición, se calcula **el error relativo máximo referido al valor medido.**

$$e_m = \pm \frac{(\Delta X)_{\text{máx.}}}{X_m} 100 \%$$

5. Si se conoce la curva de corrección del instrumento a contrastar, se procede de acuerdo al siguiente criterio:

- a. Trazada la curva de corrección, se obtiene un valor más exacto que el valor medido X_m , sumándole algebraicamente la correspondiente corrección C ; resulta así una primera aproximación al conocimiento del valor verdadero.
- b. Se compara la curva de corrección con los valores límites $\pm (\Delta X)_{\text{máx.}}$

Para comprobar si los errores absolutos del instrumento se mantienen o no dentro de los límites a su clase de exactitud.

- c. Como alternativa de b), se calcula el error relativo de indicación referido al valor medido, para cada uno de estos.

$$\epsilon_m = \frac{\Delta X}{X_m} 100 \%$$

Comparando gráficamente las curvas ϵ_m y e_m , puede también comprobarse a simple vista el comportamiento actual del instrumento respecto a su clase de exactitud originaria.

- d. En todos los casos se calcula el error que afecta el conocimiento de los puntos principales de la escala del instrumento que se contrasta;



en esta oportunidad podrá decidirse si satisface o no el instrumento patrón utilizado o las condiciones de su uso: elección del alcance y utilización o no de la curva de corrección.

CAPÍTULO IV: Medición de la impedancia

Introducción.-



Este Capítulo no lo desarrollare lo suficiente, debido a que el propósito del proyecto es proporcionar a los estudiantes una forma de adquirir ingresos económicos, y de paso brindar un servicio a la sociedad especialmente a los que el estado no los defiende a través de las instituciones competentes "INDECOP", servicio que consiste en la verificación y medida de las Principales Magnitudes Eléctricas, que figura en la Placa de características técnicas de los productos nuevos, que muchas veces no los cumplen. Hay que tener presente que para medir la impedancia, estamos tratando de la reactancia inductiva y capacitiva y que ambas varían con la frecuencia o sea estamos tratando temas de Corriente Alterna. En este caso nos hemos apoyado en el desarrollo del tema en la siguiente Bibliografía:

- A. FRANCISCO JULIAN CHACON DE ANTONIO.** Medidas Eléctricas para Ingenieros, Universidad Pontificia de Comillas de Madrid 2007
- B. MARIO ALBERTO RODRIGUEZ BARRERA.** Introducción a las Medidas Eléctricas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2011

Nos ocuparemos de la medición de la impedancia, Inductancia y Capacitancia, pero con el propósito de diseñar filtros eléctricos o sea inductores con núcleo de aire, para evitar que los productos eléctricos que funcionan con motores eléctricos universales, o sea aquellos que vinculan el estator con el rotor mediante escobillas y colectores, que originan armónicos que producen perturbaciones en las imágenes y en el sonido, tanto en televisores como teléfonos móviles y otros. Por lo tanto describiremos con cierto detalle las mediciones de la Inductancia mediante los Puentes de Maxwell, Hay y Puente de Resonancia, y la Capacitancia mediante los Puentes de Wien, Schering, operando en baja frecuencia.

No nos ocuparemos de la medición de la Inductancia mutua o sea con núcleo de hierro tanto abierto como cerrado, debido a que esto obedece a otros propósitos.

IV.1. Medición de la Impedancia Inductiva:

Sabemos que la expresión de la impedancia inductiva es la siguiente:

$$Z_L = R + jX_L = R + j\omega L = R + j2\pi fL$$

Para la medición de la resistencia podemos hacerlo aplicando una tensión continua ($f = 0$ Hz): por lo tanto:

$$R = \frac{V_{dc}}{I_{dc}}$$

Luego en Corriente alterna:

$$Z = \frac{V_{ca}}{I_{ca}} = |X_L|$$

Entonces sabemos: $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

La inductancia es aproximadamente constante debido a que su núcleo es de aire, que no es el caso cuando el núcleo es de hierro, donde la inductancia varía por la saturación del hierro y las corrientes parasitas de Foucault, además de que la onda de corriente no es sinusoidal sino que presenta armónicos que pueden ocasionar cambios en el valor de la inductancia. Por otra parte la resistencia también puede variar en la aplicación de la corriente alterna debido al denominado efecto pelicular o efecto skin que da origen a un aumento de la resistencia.

El esquema de conexiones empleado en este método presenta dos variantes. El uso de una variante u otra dependerá de los voltímetros y amperímetros utilizados para la mencionada medida, dichas variantes las

desarrollamos en el Capítulo II y se representan en el siguiente esquema eléctrico:

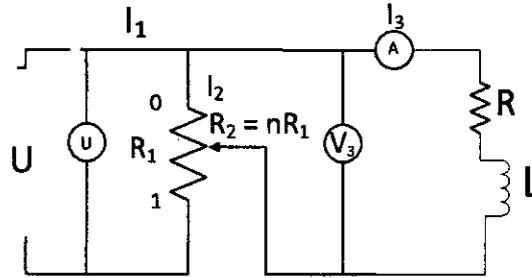


Figura N° 11 Circuito conexión larga para medir la Inductancia L

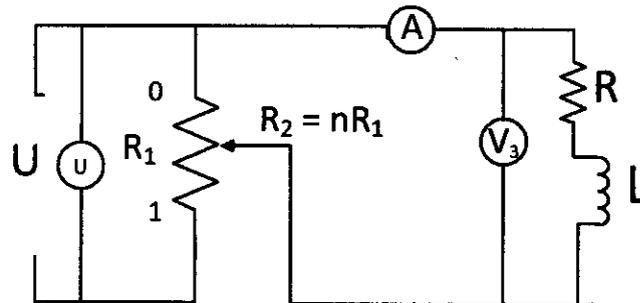


Figura N° 12 Circuito conexión corta para medir la inductancia L

Conexión derivación larga, se emplea cuando el amperímetro se comporta en forma ideal o sea $R_a = 0$ (ohm)

Conexión derivación corta, se emplea cuando el voltímetro se comporta como instrumento eléctrico ideal o sea $R_v = \infty$ (ohm)

Hay que tener presente que para evaluar a los elementos eléctricos acumuladores de energía en este caso la inductancia, se hace mediante el factor de calidad Q, que en este caso se expresa de la siguiente manera:

$$Q = \frac{\text{Energía almacenada}}{\text{Energía almacenada por ciclo}} = \frac{2\pi fL}{R}$$

Luego entonces para que una bobina real se acerque al comportamiento ideal tiene que tener un alto factor de calidad a la frecuencia utilizada.

Hemos visto que: $Z = \sqrt{R^2 + XL^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ por lo tanto: $Z^2 = R^2 + (\omega L)^2$

$$L = (\sqrt{Z^2 + R^2}) / (\sqrt{\omega^2})$$

Otra forma de medir la resistencia de una bobina es la siguiente, utilizando en nuestra conexión un vatímetro por lo tanto:

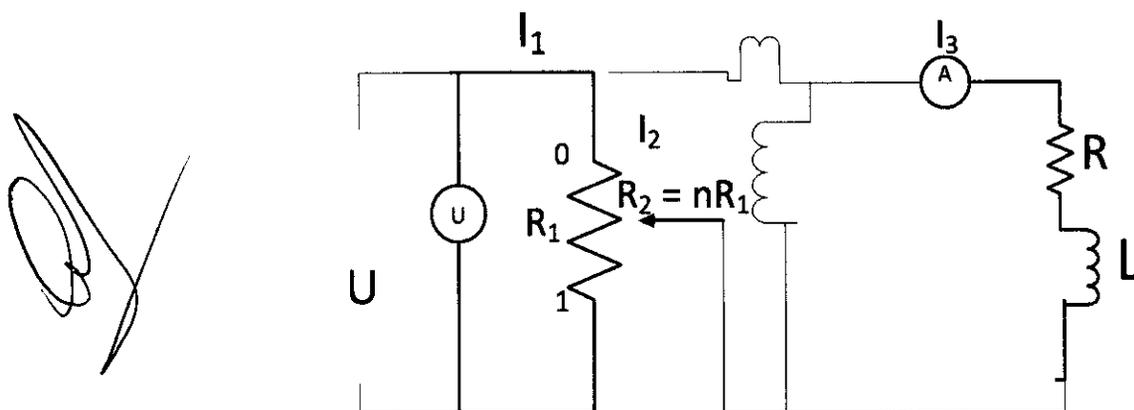


Figura N° 13 Circuito incluyendo un Vatímetro para medir Inductancia L

$P = I^2 R$ de aquí resulta que: $R = \frac{P}{I^2}$ donde P es la potencia activa disipada en la resistencia y es la que marca el vatímetro y la I^2 es la corriente que marca el amperímetro:

Otra manera es conociendo la potencia aparente $S = U I$ que resulta de la lectura del voltímetro e igualmente de la lectura del amperímetro, y luego teniendo en cuenta el triangulo de potencias:

$$S^2 = P^2 + Q^2 \text{ y entonces}$$

$$Q^2 = S^2 - P^2 \text{ como también sabemos que } Q = I^2 * X_L \text{ luego entonces:}$$

$$X_L = \frac{Q}{I^2}$$

Donde I es la corriente indicada por el amperímetro, para el caso real ya sea utilizando derivación corta o larga, tener presente el Capítulo II del presente proyecto:

IV.2. Medición de la impedancia Capacitiva

Los capacitores en general poseen polaridad, este tema no lo vamos a tratar, aparte se fabrican con diferentes materiales dieléctricos, este tema tampoco es parte del la investigación.

El capacitor utilizado en baja frecuencia consta únicamente de la resistencia R debido al material dieléctrico, y además del capacitor propiamente dicho, ya que no se tiene en cuenta la resistencia propia de las placas y los efectos inductivos.

En este caso el factor de calidad operando a baja frecuencia:

$$Q = \frac{\text{Energía almacenada}}{\text{Energía almacenada por ciclo}} = 2\pi fCR$$

De lo que se concluye que para que un capacitor real se acerque a uno ideal, debe presentar alto factor de calidad a la frecuencia de operación, también se conoce como **factor de pérdida** (al ángulo δ que generalmente es de 5 a 8 grados) **al inverso del factor de calidad**. A continuación desarrollaremos dos métodos para calcular la capacidad C en faradios

Método de la tensión y corriente.-

Para simular el comportamiento de un capacitor real, el circuito que le corresponde es un circuito paralelo, entre el capacitor y una resistencia:

Sabemos que $U = Z I$ entonces $Z = \frac{U}{I}$ y también que la admitancia es la inversa de la impedancia de donde resulta que:

$$|Y| = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U} = \frac{\text{Amperios}}{\text{Voltios}} = \frac{\text{lectura del amperímetro}}{\text{lectura del voltímetro}}$$

$$|Y| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \text{ entonces:}$$

$$C = \sqrt{\frac{|Y|^2 - \left(\frac{1}{R_d}\right)^2}{\omega^2}}$$

Esto es válido bajo los supuestos, de que el voltímetro tiene resistencia interna o impedancia interna infinita y que en el caso del amperímetro tiene impedancia interna cero, si no fuera el caso hay que desarrollar bajo los supuestos del Capítulo II

Método de tensión, corriente, potencia activa P o potencia reactiva Q.-

Se desarrolla bajo los siguientes supuestos, impedancia interna del amperímetro, asimismo la impedancia interna de la bobina amperométrica alrededor de cero, y adema la impedancia interna del voltímetro como de la impedancia interna de la bobina voltimétrica del vatímetro es aproximadamente infinito (∞).

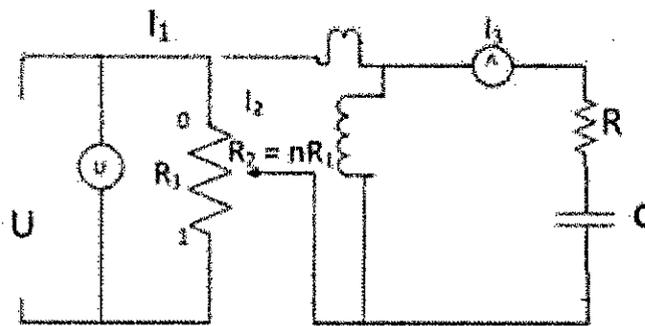


Figura N° 14 Circuito incluyendo un Vatímetro para medir la Capacitancia C

De la grafica del circuito de prueba deducimos:

$$P = \frac{V^2}{R} \text{ de lo que resulta: } R = \frac{V^2}{P}$$

donde P es la lectura del vatímetro y V es la lectura del voltímetro: también

sabemos: $|Y| = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U} = \frac{\text{Amperios}}{\text{Voltios}} = \frac{\text{lectura del amperímetro}}{\text{lectura del voltímetro}}$ y además que: $|Y| =$

$\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$ entonces:

$$C = \sqrt{\frac{|Y|^2 - \left(\frac{1}{R_d}\right)^2}{\omega^2}}$$

También podemos llegar al mismo resultado si calculamos la potencia aparente: $S = [\text{Lectura del voltímetro}][\text{lectura del amperímetro}]$ y del triangulo de potencias que: $Q^2 = S^2 - P^2$ y que $Q = \sqrt{SI^2 - P^2}$ además que:

$$Q = \frac{V^2}{X_c} \text{ entonces } X_c = \frac{V^2}{Q}$$

Donde Q puedes ser la lectura del varímetro y V la lectura del voltímetro, reiteramos el análisis que se ha hecho es considerando a los instrumentos de medida ideales, para el caso real, ya sea utilizando derivación corta o larga, tener presente el Capítulo II del presente proyecto:

Utilización de Puentes en corriente alterna para la medida de Inductancias y Capacitancias

Este tema sobre la utilización de puentes en corriente alterna para la medida de Inductancias y Capacitancias solo lo describiremos apoyados en la información existente, es pertinente hacer unas apreciaciones generales o mejor dicho principio generales, sobre los puentes en Corriente Alterna, a continuación graficamos un puente en Corriente Alterna:

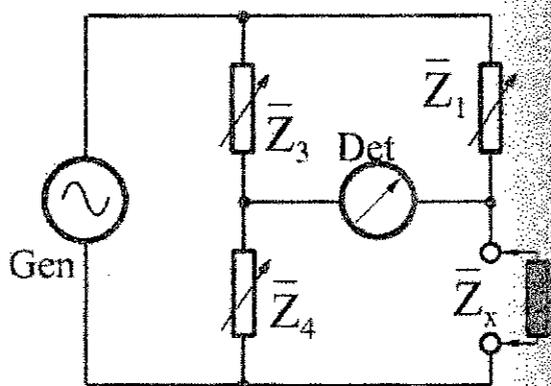


Figura N° 15 Circuito instrumento

Puente en C. Alterna Fuente "Francisco Julian" Bibliografía

Estos puentes son utilizados para mediciones de elementos reactivos, tanto inductivos como capacitivos, cuando estos son de baja intensidad o tensión. Están pensados para la realización de medidas de precisión media alta. Normalmente están implantados en un instrumento único que incluyen todos

los elementos necesarios para efectuar la medición, incluido el generador de onda que suele proporcionar tensión a una única frecuencia del orden de Khz. El principio de operación es idéntico al del puente de Wheaststone para corriente continua, pero aplicado a corriente alterna senoidal y utilizando los valores complejos de impedancia y admitancia, por lo que, y como en los casos anteriores, es importante que la onda de alimentación del puente carezca de armónicos o que su contenido sea el mínimo posible. La topología es idéntica a la del puente de Weaststone, así como sus ecuaciones y las condiciones de equilibrio para que el detector presente un nulo, observando la figura anterior. Dicho detector es conveniente que este sintonizado con la frecuencia del generador lo que permitirá rechazar otras señales parasitas de frecuencias diferentes.

La condición de equilibrio implica, como es sabido, la relación siguiente de las impedancias como vectores:

$$Z_x = \frac{Z_1 \cdot Z_4}{Z_3}$$

Que debe cumplir dos condiciones, una correspondiente a los valores modulares y otra a los angulares:

$$|Z_x| = \frac{|Z_1| |Z_4|}{|Z_3|} \quad \text{y además} \quad \varphi_x = \varphi_1 + \varphi_4 - \varphi_3$$

IV.3. Puentes de Medida de Impedancias Inductivas

Describimos los más relevantes:

Puente de MAXWELL

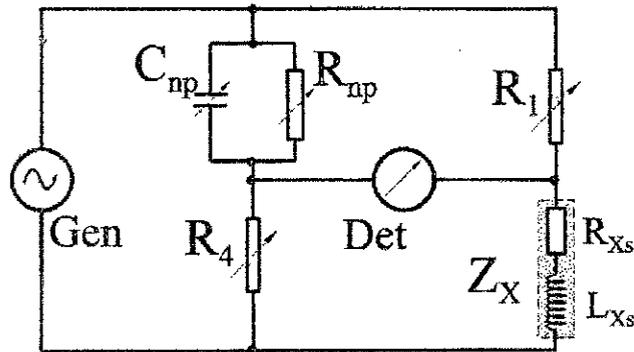


Figura N° 16 Circuito instrumento

Puente MAXWELL en C. Alterna Fuente "Francisco Julian" Bibliografía

En este puente los elementos R-C variables están conectados en paralelo. Si se considera la conexión serie para la autoinducción, en la forma representada en el grafico anterior, las ecuaciones de equilibrio resultan:

$$R_{x_s} + j L_{x_s} \omega = R_1 R_4 \left(\frac{1}{R_{np}} + j C_{np} \omega \right)$$

De la que se obtienen los valores:

$$L_{x_s} = R_1 R_4 C_{np} \quad R_{x_s} = \frac{R_1 R_4}{R_{np}}$$

Y de ambos $Q_{F_x} = R_{np} C_{np} \omega$

Las expresiones anteriores sugieren la posibilidad de que tanto C_{np} como R_1 sean variables que varían decimalmente, en tanto que R_4 y R_{np} sean de décadas con resolución lo bastante fina. Otro hecho a destacar lo constituye la independencia de los valores serie respecto de la frecuencia.

También de la última ecuación se desprende que, este puente es útil para autoinducciones de valor bajo o con factores de calidad también bajos.

Puente de HAY

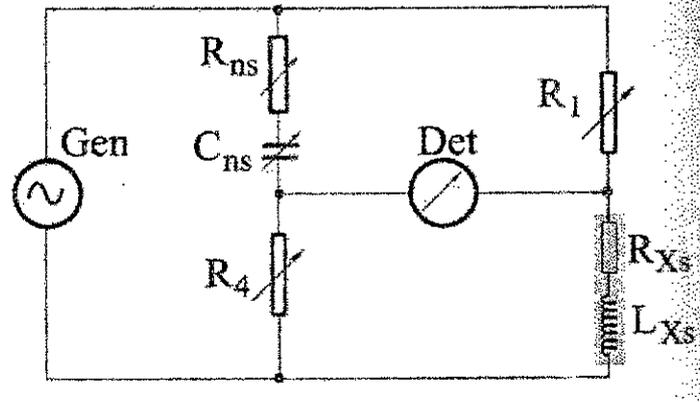


Figura N° 17 Circuito instrumento

Puente HAY en C. Alterna Fuente "Francisco Julian" Bibliografía

Tiene la misma topología que el puente de Maxwell, pero la rama capacitiva está constituida por un conjunto R-C serie, tal como puede observarse en el anterior circuito.

En este caso las condiciones de equilibrio implican que:

$$(R_{ns} - j \frac{1}{C_{ns} \omega})(R_{xs} + j L_{xs} \omega) = R_1 R_4 \text{ de la que se deducen:}$$

$$L_{xs} = R_1 R_4 \frac{C_{ns}}{(1 + C_{ns}^2 R_{ns}^2 \omega^2)}$$

$$R_{xs} = R_1 R_4 \frac{C_{ns}^2 R_{ns} \omega^2}{1 + C_{ns}^2 R_{ns}^2 \omega^2}$$

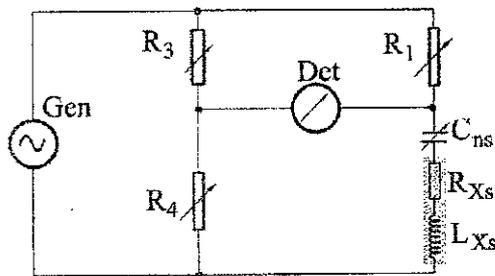
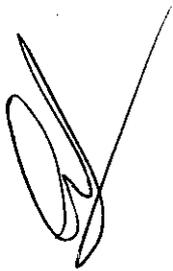
De ambas se deduce: $QF_x = \frac{1}{C_{ns} R_{ns} \omega}$

Expresiones que señalan que este procedimiento permite medir autoinducciones con un elevado factor de calidad. La dependencia de los valores de equilibrio con la frecuencia exige un generador con muy bajo factor de distorsión.

Puente de RESONANCIA

En este caso tal como se ve en el diagrama de conexiones, en tres ramas solo existen resistencias y para efectuar el equilibrio del puente se conecta en serie con el elemento incógnita un condensador de precisión variable y con la resolución adecuada. El equilibrio se obtendrá cuando haya resonancia en la rama serie, es decir, cuando se cumpla que:

$$L_{xs} = \frac{1}{C_{ns} \omega^2}$$



**Figura N° 18 Circuito instrumento
Puente de RESONANCIA en C. Alterna Fuente "Francisco Julian"**

Bibliografía

Y además: $R_{xs} = \frac{R_1 R_4}{R_3}$ y que también $Q_{xs} = \frac{1.000000}{R_1 R_4 C_{ns} \omega}$

IV.4 Puentes de Medida de Impedancias CAPACITIVAS

Puente de WIEN

Observando el diagrama de conexiones de este puente dos de las ramas son resistivas puras y la tercera es capacitiva constituida por condensador y resistencia en serie. Analizando la expresión:

$$|Z_x| = \frac{|Z_1||Z_4|}{|Z_3|} \quad \text{y además} \quad \phi_x = \phi_1 + \phi_4 - \phi_3$$

Nos damos cuenta que la rama tres debe tener un ángulo ϕ_3 nulo y por lo tanto la rama debe ser resistiva. La rama capacitiva puede ser cualquiera de

las otras dos, es decir alguna de las contiguas 1 o 4 y la restante también resistiva pura. De esa forma el ángulo de la rama capacitiva debe coincidir con el ángulo de la capacidad incógnita. Observando la rama en serie del condensador incógnita. Las condiciones de equilibrio no son complejas:

$$C_{xs} = C_{ns} \frac{R3}{R1} \quad R_{xs} = R_{ns} \frac{R1}{R3}$$

Como se ve los valores de equilibrio parecen independientes de la frecuencia, pero como ya lo hemos visto que el modelo serie solo vale para una frecuencia, por lo que esta disposición permite muy poco margen a la deformación de la tensión de alimentación.

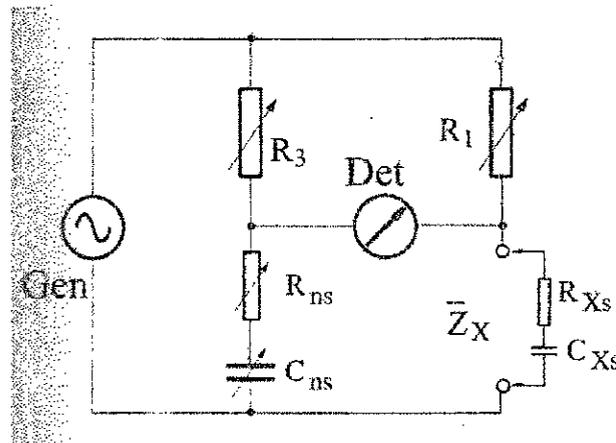


Figura N° 19 Circuito instrumento

Puente de WIEN en C. Alterna Fuente "Francisco Julian" Bibliografía

Puente de Schering

Este es un tipo de puente que está concebido para realizar medidas en alta tensión. Su objetivo o propósito se dirige principalmente hacia la determinación del factor de pérdidas, y no tanto en la capacidad, de elementos aislantes de alta tensión en equipos ya fabricados o instalados así como para la realización de análisis de materiales sometidos a alta tensión. Esto se debe a que la degradación de un aislante en alta tensión supone un gran riesgo para la seguridad de las personas y de las instalaciones y dicha degradación se manifiesta en un aumento anormal del factor de pérdidas.

Su constitución puede observarse en el siguiente diagrama de conexiones

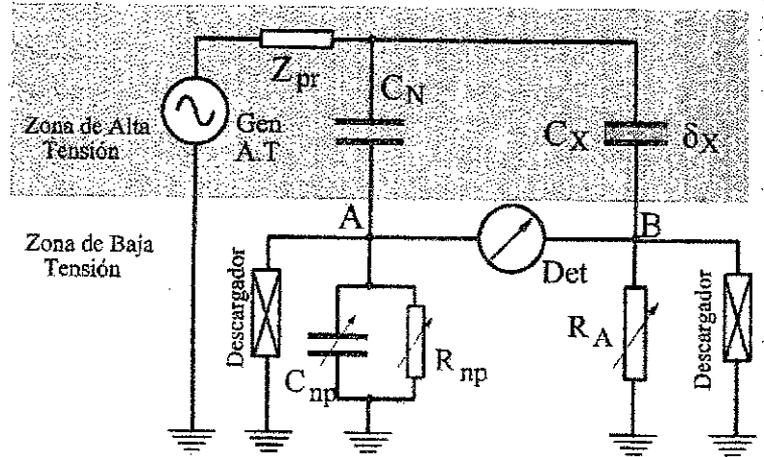


Figura N° 20 Circuito instrumento

Puente de SCHERING en C. Alterna Fuente "Francisco Julian"

Bibliografía

En ella el elemento en prueba es el correspondiente a C_x y δ_x , C_N es un condensador conocido de aire o vacío y por tanto sin pérdidas y adecuado para trabajar a la alta tensión de ensayo. Z_{pr} es un elemento de protección para limitar la corriente de cortocircuito en caso de fallo del aislamiento de alguno de los dos elementos anteriormente citados.

El puente se completa con otras dos ramas situadas ya en la zona de baja tensión y protegidas con los correspondientes descargadores limitadores de la tensión, preferentemente de tipo Varistancia VDR (Voltage Dependent Resistor) de óxido metálico; una de las ramas está constituida por una resistencia variable R_A y la otra por un conjunto R-C, ambos variables, generalmente en paralelo, ya que tiene que tener un ángulo muy pequeño, justamente el correspondiente a δ_x . El balance de ángulos exige que el ángulo ϕ de esta rama, más el ángulo ϕ del elemento incógnita deban sumar

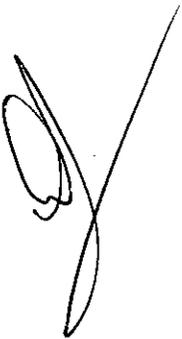
exactamente -90° . Las ecuaciones que igualan los productos de ramas opuestas proporcionan las siguientes condiciones de equilibrio:

$$C_{xs} = C_N \frac{Rnp}{RA} \quad \text{y} \quad D_x = \text{tg } \delta_x = C_{np} R_{np} \omega$$



V. REFERENCIALES

BIBLIOGRAFIA

- 
1. **ISAAC F. KINNARD, D.** Medidas Eléctricas y sus aplicaciones, EDITORIAL HISPANO AMERICANO-MARCOMBO, S.A. 1958, Alsina, 731. Buenos Aires
 2. **ROBERT L. BOYLESTAD.** Introducción al Análisis de Circuitos, Decima edición, PEARSON EDUCACIÓN, México 2004
 3. **A. BRUCE CARSON.** Teoría de Circuitos, Gráficas Rogar. Poli. Ind. Alparrache Navalcarnero (Madrid)-España
 4. **CHARLES K. ALEXANDER-MATTHEW N.O.SADIKU.** Fundamentos de Circuitos Eléctricos, Mc Graw Hill, Impreso en México.
 5. **FANCISCO JULIAN CHACON DE ANTONIO.** Medidas Eléctricas para Ingenieros, Universidad Pontificia de Comillas de Madrid 2007
 6. **MARIO ALBERTO RODRIGUEZ BARRERA.** Introducción a las Medidas Eléctricas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2011
 7. **JUAN SABATO.** Mediciones Eléctricas. Universidad Nacional de la Plata, Editorial Alsina, Buenos Aires 1978

VI. APENDICE

Por la modalidad de la investigación, en este caso texto, no corresponde

VII. ANEXOS

ANEXOS

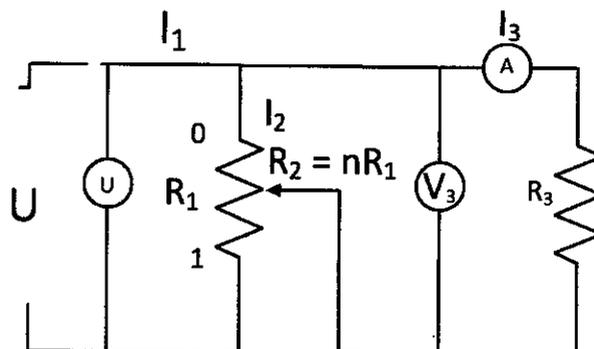
ANEXO A: Regulación de la tensión (Voltaje)

Una forma de dar a conocer la utilidad del proyecto, es mediante la posibilidad de Certificación de laboratorio para la medición de las principales magnitudes eléctricas, en defensa del usuario que compra pequeños y grandes electrodomésticos, para verificar si las características técnicas que figuran en la placa de datos técnicos son las correctas.

Se desarrolla el experimento, mediante el circuito eléctrico que corresponda, y se enumera claramente el procedimiento, agregando la tabla que debe ser correctamente rellenada para realizar las graficas señaladas y luego sacar las conclusiones.

Regulación con divisor de tensión:

Se realiza utilizando el circuito de medida siguiente, en la cual los resistores de regulación se han representado en forma convencional. El resistor R_2 representa simbólicamente una unidad de regulación constituida por uno o más resistores convenientemente conectados en la forma como esta indicada en la figura. Se utilizaran sucesivamente 3 distintos resistores R_1 los que están divididos en 10 partes, de modo que no puede variarse de decimo en decimo.



Circuito repetido con fines académicos

Desarrollo del experimento:

1. Manteniendo constante la tensión U entre los bornes de R_1 , mediante el resistor R_2 , se aumenta n de decimo en decimo, leyendo en cada caso el correspondiente valor de I_3 en el amperímetro A.
2. Se repite el paso 1 para cada uno de los resistores R_1
3. Representar gráficamente $I_3 = f(n)$ y además que, $m = \frac{R_1}{R_3}$

$$I_3 = \frac{n U}{R_3 [1 - m(n^2 - n)]}$$

4. Se calculan los rendimientos y se representa gráficamente $\eta = f(n)$

$$\eta = \frac{mn^2}{mn[mn(1-n) + 2 - n] + 1}$$

5. Del análisis de las curvas $I_3 = f(n)$, sacar consecuencias respecto a la influencia del parámetro m .
6. Que relación existe entre rendimiento y la bondad de la regulación ??
7. Calcular en cada caso el valor máximo de la corriente que circula por R_1 y comparar dichos valores con aquellos indicados en la placa de datos técnicos en los respectivos resistores.

ANEXO B: Mediciones de Resistencia, Amperaje, y Potencia Eléctrica en corriente continúa

Vamos a desarrollar los cuadros o tablas para ser usadas en los experimentos, siguiendo los siguientes pasos:

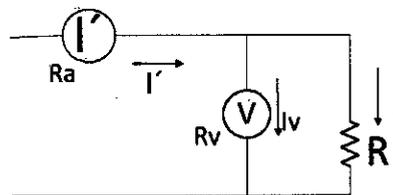
Realización del experimento:

Se medirá la resistencia de tres resistores diferentes y la potencia disipada en los mismos. Los resistores utilizados están contruidos con un material cuya resistividad varía muy poco con la temperatura. Es evidente que si no está impuesta la exigencia de que la medida de R se haga en las "condiciones de servicio" del resistor, conviene que el valor de I sea inferior al valor nominal I_n calculado en base a la disipación $R I_n^2$ para la cual se ha diseñado el resistor; debe tenerse en cuenta que si la I se reduce a $1/5$ de I_n , el calentamiento se reduce a $1/25$ del valor nominal

1. Se mide la resistencia de cada uno de los resistores utilizando sucesivamente las conexiones corta y larga; se anotan los valores indicados por los instrumentos en un cuadro cuyo contenido es el siguiente:

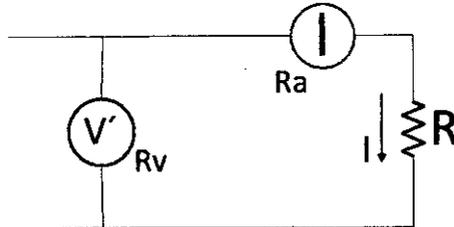
Conexión Corta:

Hay que señalar que el contenido teórico, se encuentra desarrollado en el Capítulo II:



Circuito repetido con fines académicos

Conexión larga:



Circuito repetido con fines académicos

Resistor	Conexión	U(U')	I'(I)	R'	P'	R _v	R _a	(ΔR') _s	(ΔP') _s
		Volt	Amp	Ω	mW	Ω	Ω	Ω	mW

Cuadro N° 02 para medición de diferentes valores

(ΔR') _i	(ΔP') _i	R' + (ΔR') _s	P' + (ΔP') _s	R	(ΔR) _i	P	(ΔP) _i
Ω	mW	Ω	mW	Ω	Ω	mW	mW

Cuadro N° 03 para medir "R" y "P"

2. Se calculan: R', P', R_v, R_a, (ΔR')_s, (ΔP')_s, R' + (ΔR')_s, P' + (ΔP')_s, R con las siguientes formulas,

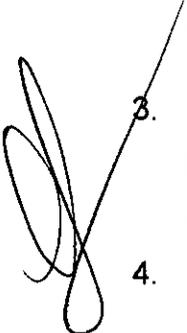
$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I' - I'v} = \frac{Rv R'}{Rv - R'} \quad \text{o} \quad R = \frac{U}{I} = \frac{U' - I R_a}{I} = R' - R_a$$

P con las formulas:

$$P = UI = U(I' - I_v) = U^2 \left[\frac{Rv - R'}{(Rv)(R')} \right]$$

$$P = UI = (U' - I_r a)I = I^2 (R' - R_a)$$

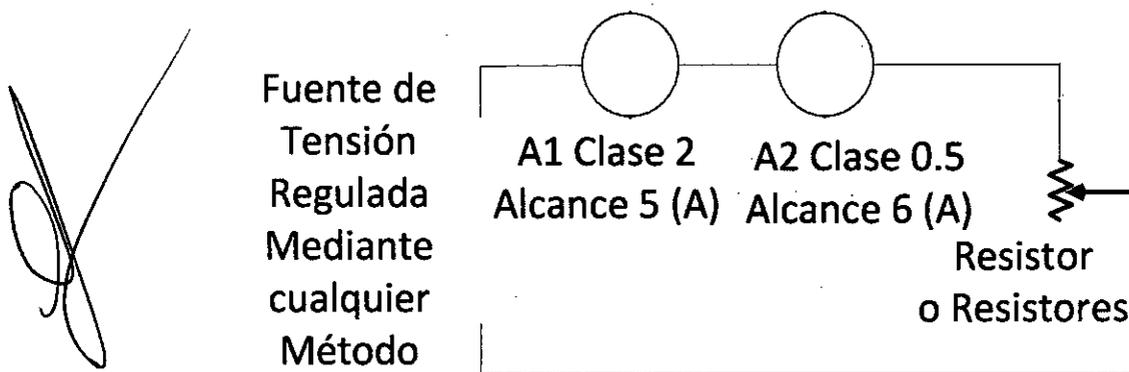
$(\Delta P)_i$ y los correspondientes errores relativos.

- 
3. Se expresa el resultado de cada medida y de cada resistor, se comparan los resultados correspondientes a un mismo resistor y se hace el estudio crítico de los mismos
 4. Con el ultimo resistor ensayado y con la conexión, corta o larga, para la cual el error sistemático es menor, y sin hacer ninguna regulación, se repiten las mediciones desconectando y conectando la fuente; se calcula $R = R' \pm \sigma R'$ siguiendo el procedimiento señalado el Capítulo II, previa deducción del error sistemático si fuese necesario (en general puede admitirse que un error es despreciable cuando es unas cinco veces menor que el que se está considerando).
 5. Se comparan los valores de la resistencia del mismo resistor, calculados según: $P = UI$ y $P' = UI'$
 6. Comparar la máxima diferencia entre dos valores parciales de R' obtenidos en $P' = UI'$ con $(\Delta R')_i$ calculado con $P = UI$

ANEXO C: Contratación de Instrumentos Eléctricos por Comparación

Contratación de un amperímetro de imán permanente y bobina móvil

Se verificará, utilizando un circuito de medida cuyo principio es el de la figura siguiente:

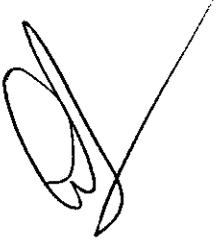


Circuito repetido con fines académicos

Un instrumento tipo tablero A_1 , cuyas indicaciones designaremos con I_m , por comparación con las indicaciones I_v de un amperímetro patrón A_2 . Como fuente de tensión se utilizara una conexión división de tensión y de capacidad compatible con el alcance de medida del amperímetro que se contrasta.

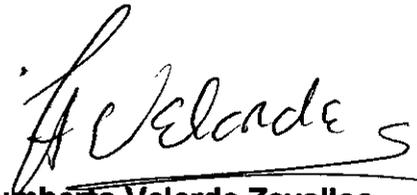
Desarrollo del la contrastación: mediante los siguientes pasos:

1. Dibujar el circuito de medida utilizado, analizar el criterio utilizando en la elección del valor de la resistencia de los resistores de regulación y forma de conectarlos, anotar las características de los instrumentos utilizados teniendo en cuenta los signos convencionales grabados en las respectivas escalas:
2. A circuito en vacío (abierto), regular el cero de los instrumentos y comprobar si los cursores de los resistores de regulación están en la posición correcta.

- 
3. Verificar los puntos principales de la escala de A_1 (instrumento de tablero a contrastarse), regulando exactamente en A_2 los respectivos valores nominales y leyendo en A_1 los que resulten; un poco antes que la aguja A_2 llegue exactamente en coincidencia con la división que corresponda de la escala, se golpea muy suavemente al instrumento patrón para reducir el error de rozamiento. Como el error de rozamiento del instrumento que se contrasta actúa en forma distinta para valores crecientes o decrecientes de la intensidad de la corriente y como en esta verificación debemos ponerlo en evidencia tal como actúa en cada caso al regular el valor de la intensidad de la corriente correspondiente a cada uno de los puntos verificados, debe hacerse con cuidado utilizando la regulación fina, para no sobrepasarlo y tener que hacer una regulación opuesta. Una vez verificado el punto final de la escala, repetir la operación para valores decrecientes de la intensidad de la corriente.
 4. Terminado el contraste y abierto el circuito, comprobar el retorno a cero de los instrumentos.
 5. Determinar el consumo propio del instrumento A_1 para la desviación máxima, midiendo la tensión entre bornes.
 6. Calcular el error absoluto de indicación ΔI y la corrección C ; representar gráficamente $C = f(I_m)$ para valores crecientes y decrecientes, y el error absoluto máximo de indicación $\pm (\Delta I)_{\text{máx}}$ correspondiente a la clase de exactitud del instrumento A_1 ; sacar conclusiones.
 7. Para los valores crecientes, o decrecientes, calcular el error $\pm \Delta C$ que afecta el conocimiento de los puntos principales de la escala de A_1 y determinar gráficamente la zona de incertidumbre de la curva de corrección, representar también en este gráfico $\pm (\Delta I)_{\text{máx}}$. Para el cálculo de $\pm \Delta C$ utilizar la curva de corrección del instrumento patrón, si la hubiese.

l_v	$l_{m\uparrow}$	$l_{m\downarrow}$	$\Delta l \uparrow$	$\Delta l \downarrow$	$C \uparrow$	$C \downarrow$	$\Delta C \uparrow$
A	A	A	A	A	A	A	A

Cuadro N° 04 para calcula la curva "C" corrección del Instrumento



Álvaro Humberto Velarde Zevallos