

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA PESQUERA Y DE**  
**ALIMENTOS**

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE INGENIERIA  
PESQUERA Y DE ALIMENTOS



INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

**“INSTRUMENTALIZACIÓN DEL SOFTWARE  
GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO  
DE RAZÓN DE CAMBIO DE FUNCIONES REALES DE  
VARIABLE REAL POR PARTE DE LOS  
ESTUDIANTES DE INGENIERÍA”**

AUTORA: Dra. Katia Vigo Ingar

(PERIODO DE EJECUCIÓN: Del 01 de mayo del 2018 al 30 de abril  
del 2020)

(Resolución de aprobación N° 504-2018-R)

Callao, 2020



## I. INDICE

I. INDICE.....	1
II. RESUMEN Y ABSTRACT .....	4
III. INTRODUCCIÓN.....	6
3.1 Exposición del problema de la investigación .....	6
3.2 La importancia y la justificación de la investigación.....	12
IV. MARCO TEÓRICO .....	15
4.1 Antecedentes.....	15
4.1.1 Internacionales .....	15
4.1.2 Nacionales.....	17
4.2 Bases teóricas.....	18
4.3 Conceptual .....	21
4.4 Definición de términos básicos.....	25
V. MATERIALES Y MÉTODOS .....	27
5.1 Los materiales utilizados en la investigación .....	27
5.2 La población de la investigación y la muestra.....	27
5.3 Las técnicas.....	27
5.4 Técnica de Análisis .....	28
5.5 Metodología Mixta.....	28
VI. RESULTADOS .....	32
VII. DISCUSIÓN.....	42
VIII. REFERENCIALES.....	44
IX. APÉNDICES .....	48
X. ANEXOS .....	72

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA N° 9.1. TIPOS DE TAREA PRESENTES EN EL LIBRO DIDÁCTICO.....	48
TABLA N° 9.2. SEXO DE LOS ESTUDIANTES.....	48
TABLA N° 9.3. CONSIDERACIÓN DEL PROGRAMA GEOGEBRA.....	48
TABLA N° 9.4. AGRADO DE LAS CLASES DE MATEMÁTICA UTILIZANDO EL PROGRAMA GEOGEBRA. ....	49
TABLA N° 9.5. PREFERENCIA DE LOS ESTUDIANTES .....	49
TABLA N° 9.6. METODOLOGÍA DEL DOCENTE CON EL PROGRAMA DE GEOGEBRA.....	50
TABLA N° 9.7. FACILIDAD DE REALIZAR LAS ACTIVIDADES CON EL GEOGEBRA .....	50
TABLA N° 9.8. AGRADO DE LAS CLASES UTILIZANDO LA TECNOLOGÍA .....	50
TABLA N° 9.9. APRENDIZAJE UTILIZANDO EL GEOGEBRA .....	51
TABLA N° 9.10. DIFICULTADES CON EL MANEJO DEL SOFTWARE GEOGEBRA DURANTE LAS CLASES .....	51
TABLA N° 9.11. OBJETIVOS ALCANZADOS, PROPUESTOS DURANTE LAS CLASES.....	51
TABLA N° 9.12. LO QUE NO GUSTÓ DURANTE LAS CLASES .....	52
TABLA N° 9.13. MANEJO DE LOS ICONOS EN LA BARRA DE HERRAMIENTAS DEL GEOGEBRA .....	52
TABLA N° 9.14. DIFICULTADES ENCONTRADAS DURANTE LAS CLASES .....	53
TABLA N° 9.15. MANEJO DE LOS COMANDOS RELATIVOS A FUNCIONES DE GEOGEBRA ..	53
TABLA N° 9.16. CAMBIAR ALGO EN CLASE.....	54
TABLA N° 9.17. CONSIDERA QUE LAS CLASES SON AGRADABLES UTILIZANDO LOS IMPLEMENTOS TRADICIONALES COMO REGLA, LÁPIZ, TRANSPORTADOR, COMPÁS, ETC .....	54
TABLA N° 9.18. USO DE OPCIÓN DESLIZADOR Y RUTINAS DE CÁLCULO CON GEOGEBRA .	54
TABLA N° 9.19. PRESENTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE CLASE PARA UN ESTUDIANTE DE INGENIERÍA .....	55
TABLA N° 9.20. RELACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS CON SU CARRERA PROFESIONAL .....	55
TABLA N° 9.21. INSTRUMENTALIZACIÓN .....	55
TABLA N° 9.22. TABLA CRUZADA ESTADIO DE DESCUBRIMIENTO .....	56
TABLA N° 9.23. TABLA CRUZADA ESTADIO DE PERSONALIZACIÓN .....	56
TABLA N° 9.24. TABLA CRUZADA ESTADIO DE TRANSFORMACIÓN .....	56
TABLA N° 9.25. NIVEL DE DESEMPEÑO .....	57
TABLA N° 9.26. TABLA CRUZADA DE NIVEL DE DESEMPEÑO .....	57
TABLA N° 9.27. CORRELACIONES DE INSTRUMENTALIZACIÓN Y NIVEL DE DESEMPEÑO..	57
TABLA N° 9.28. CORRELACIONES DE ESTADIO DE DESCUBRIMIENTO Y NIVEL DE APRENDIZAJE.....	58
TABLA N° 9.29. CORRELACIONES DE ESTADIO DE PERSONALIZACIÓN Y NIVEL DE APRENDIZAJE.....	58
TABLA N° 9.30. CORRELACIONES ESTADIO DE TRANSFORMACIÓN Y NIVEL DE DESEMPEÑO .....	59
TABLA N° 10.1. LOS VALORES DE Y VARÍAN RÁPIDO EN P Y LENTO EN Q. ....	75

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 9.1. IMPRESIÓN DE PANTALLA DE LAS VARIABLES .....	68
FIGURA 9.2. IMPRESIÓN DE PANTALLA DE LOS DATOS DE LA ENCUESTA.....	68
FIGURA N° 10.1. PRINCIPALES ENFOQUES DE LAS INVESTIGACIONES MIXTAS .....	75
FIGURA N° 10.2. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DE INGENIERÍA DE ALIMENTOS .....	76
FIGURA N° 10.3. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA RAZÓN DE CAMBIO PROMEDIO .....	76
FIGURA N° 10.4. LOS VALORES DE Y VARÍAN RÁPIDO EN P Y LENTO EN Q. ....	77

## II. RESUMEN Y ABSTRACT

El trabajo tiene por objetivo analizar la relación entre la instrumentalización del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos. Así esta investigación responde a la siguiente pregunta: ¿Cómo se relaciona la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos? Para responder a nuestra pregunta, desarrollamos una metodología mixta. Un enfoque de métodos mixtos es aquel, de acuerdo con (Creswell, 2014), en el cual el investigador tiende a basarse en concepciones del conocimiento basadas en el pragmatismo. Emplea estrategias de indagación que envuelven la obtención de datos, para una mejor comprensión de los problemas de investigación. Finalmente, existe una relación estadísticamente significativa entre la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos. Se plantea el aprendizaje de la Matemática mediado por recursos TIC en diversos contextos universitarios, específicamente en la Ingeniería de modo que, se planeen investigaciones que se enfoquen en hacer reflexiones en torno a la diferenciación del proceso de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas que permitirán disponer orientaciones a los estudiantes, docentes e instituciones en materia de educación universitaria.

**Palabras Clave:** Instrumentalización; Metodología mixta; *Software* GeoGebra; Educación Matemática.

## ABSTRACT

The objective of this work is to analyze the relationship between the instrumentalization of GeoGebra software and the learning of the concept of the reason for the change of real functions of the real variable by the Food Engineering students. Thus, this research answers the following question: How is the instrumentalization of some GeoGebra software properties related to learning the concept of Reason for changing real functions of real variable by Food Engineering students? To answer our question, we developed a mixed methodology. A mixed methods approach is one, according to (Creswell, 2014), in which the researcher tends to rely on knowledge conceptions based on pragmatism. Employs inquiry strategies that involve data collection, for a better understanding of research problems. Finally, there is a statistically significant relationship between the instrumentalization of some GeoGebra software properties and the learning of the concept of Reason for changing real functions of real variable by Food Engineering students. The learning of Mathematics mediated by ICT resources in various university contexts, specifically in Engineering, is proposed so that, research is planned that focuses on making reflections on the differentiation of the teaching and learning process of Mathematics that will allow provide guidance to students, teachers and institutions regarding university education

**Key words:** Instrumentalization; Mixed methodology; GeoGebra *software*; Mathematics education.

### III. INTRODUCCIÓN

#### 3.1 Exposición del problema de la investigación

Irazoki (2015) que investigó las diferencias significativas existentes en el aprendizaje del cálculo diferencial entre estudiantes bajo un diseño curricular modular versus un modelo tradicional de enseñanza con la intención de implementar un diseño curricular modular. El autor sostiene que la implementación de un diseño curricular modular forja mayores aprendizajes en el cálculo diferencial, el cual se formula en un mejor rendimiento académico final entre los estudiantes que cursan la asignatura bajo esta modalidad de trabajo contra aquellos que lo hacen de modo tradicional. El objetivo propuesto por el autor fue de probar que el diseño curricular modular genera aprendizajes significativos, el cual se expresa en un mejor rendimiento académico final de la asignatura del cálculo diferencial, comparado con el método tradicional de enseñanza usado con los estudiantes de la Universidad del Bío-Bío. La investigación fue cuantitativa, donde se presentan y analizan los registros de los rendimientos académicos finales obtenidos por los estudiantes que participaron en la investigación.

Otro trabajo que muestra la enseñanza de la derivada es el de Pineda, (2013), quien afirma que un factor que incide para que el estudiante no posea una adecuada asimilación de este concepto, es la falta de administración en los prerrequisitos conceptuales tales como: los conceptos de variable, función, razón de cambio y límite de una función; el estudiante no podrá entender apropiadamente el concepto de derivada y probablemente solo se quede en la parte operativa de calcular derivadas sin darse cuenta que la derivada de una función es una poderosa herramienta matemática que se usa para resolver problemas a causa de que dichas ideas no están lo suficientemente fundamentadas al comienzo del curso.

En cuanto al uso de las (TICS), la autora afirma que, éstas han permitido que el campo de la educación revolucione de tal modo que actualmente no se habla sobre la necesidad de éstas en el salón de clase, sino de las ventajas que tienen en el progreso de pensamiento por parte del estudiante y de cómo el docente puede día a día transformar estrategias para ofrecer una educación de calidad. Motivo por el cual el uso de *softwares* como el GeoGebra, permite que el estudiante aprenda los conceptos matemáticos con rapidez, fundamentalmente aquellos que están relacionados con la derivada de una función. Asimismo, GeoGebra hace que la labor del docente sea fácil en cuanto a las explicaciones matemáticas, permitiendo que sus clases sean dinámicas y se aproximen a las necesidades de los jóvenes de hoy, quienes necesitan de una formación participativa a través del uso de las tecnologías como el computador, las *tablets* y los celulares.

Respecto al uso de la tecnología (Kaput, 2004), hace un recuento de las temas y de las oportunidades asociadas con los esfuerzos apoyados en la tecnología para afrontar un problema didáctico centrado en la enseñanza de las matemáticas: la creación de enlaces viables y funcionales entre el mundo real y el sistema formal de las matemáticas.

El autor intenta señalar algunos de los retos no enfrentados al explorar las tecnologías en el reino representacional, un reino distinto de, es el caso del, uso de la inteligencia artificial o de la ejecución de cálculos intensivos.

El trabajo de Gamboa (2007) cuyo propósito es mostrar cómo el uso de la tecnología auxilia en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de la matemática, siempre que este asunto sea bien dirigido por el profesor. Para el autor, el surgimiento de diferentes softwares para la enseñanza de las matemáticas y su afiliación en el salón de clases requiere que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora.

Según Arcavi y Hadas (como se citó en Gamboa, 2007), la existencia de la computadora plantea a los educadores matemáticos el desafío de esbozar

actividades que tomen primacía de aquellas peculiaridades con potencial para apoyar nuevas vías de aprendizaje. En este sentido, Martin (como se citó en Gamboa, 2007) señala que la tecnología debe ser manipulada en la educación matemática, y que ésta es usada para destacar el uso del conocimiento matemático, yendo más allá de los procedimientos habituales que son tan prevalecientes en los cursos de matemáticas. Los cambios recientes en el currículo de matemáticas reconocen la calidad del uso de las calculadoras y computadoras en el aprendizaje de los estudiantes.

Algunos *softwares* como *The Geometer's Sketchpad* y *Cabri Géomètre* ayudan a la enseñanza de la geometría en aspectos, tales como: visualización de algunos conceptos y propiedades matemáticas. Otros, como *Mathematica*, *Maple* y *Derive* facilitan a los alumnos en el cálculo de expresiones aritméticas, algebraicas, logarítmicas, trigonométricas, así como el cálculo de las soluciones reales de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones. También el *Mathcad*, *Funciones y Gráficas* son programas instaurados para el estudio e interpretación, gráfica y numérica de funciones reales.

Dentro de las investigaciones en el área de Educación Matemática, (Xavier (2015) hace una revisión de literatura en relación al referencial teórico base de nuestra investigación, la génesis instrumental, dichas investigaciones disponibles las resumimos en este trabajo. Entre las investigaciones sobre artefactos materiales en ambientes digitales, (Artigue, 2002) publicó un artículo en que discutió investigaciones relacionadas al uso del *software* de cálculos avanzados (CAS) con diferentes grupos de estudiantes de secundaria, desarrollando el aprendizaje algebraico y procesos de instrumentación.

Henriques, Attié y Farias (como se citó en Xavier, 2015), desarrollaron un estudio teórico respecto al uso de integrales múltiples envolviendo el artefacto material conocido como *Maple* con estudiantes de enseñanza superior. El *Maple* es un *software* que posibilita el estudio de cálculos avanzados (CAS). Los autores proponen el uso del modelo de Situaciones

de Actividades Instrumentales (SAI) para comprender mejor el proceso de enseñanza y aprendizaje en ese ambiente. Para los autores, la posibilidad de estudiar las interacciones entre el sujeto y el objeto es la razón de la propuesta.

En otro artículo, Trouche y Drijvers (como se citó en Xavier, 2015) construyen inferencias por medio de la posible utilización de artefactos materiales en actividades matemáticas, abordando el concepto de orquestación instrumental. A fin de dar significado sobre la importancia del profesor en el proceso de relacionarte con los estudiantes durante la enseñanza y el aprendizaje envolviendo el uso de tecnología, fue desarrollada la noción de orquestación instrumental, es decir, el procedimiento busca ingresar al profesor en un contexto activo en la actividad que alía la tecnología y la matemática.

Así, para Grisales-Franco & González (2009) lo que realmente es trascendental en la docencia universitaria es el contenido de las ciencias. Por eso, las autoras afirman que “el contenido se enseña de una forma sabia y erudita, ya que se concibe al profesor como un vivo repertorio del conocimiento, es decir, como un sabio que produce el contenido de las ciencias que enseña” (Grisales-Franco & González, 2009, p. 4). Así pues, en la elección de los profesores universitarios tenga mayor peso la formación como investigadores que como docentes, hecho que las autoras lo interpretan como, para enseñar es suficiente con saber y producir las ciencias.

Según las autoras, esta concepción lleva a pensar que la práctica docente a nivel superior está fundamentada en los procesos de enseñanza de los contenidos, los cuales integran los conocimientos producidos por otros, desconociendo de esta manera los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Por ello,

muchas veces la práctica del profesor universitario es inconsciente, es decir, sin reconocer la importancia de su rol en el aprendizaje del estudiante, sin un fundamento didáctico que respalde su práctica docente y la imitación de lo que hicieron sus profesores cuando él fue estudiante universitario. .... Pensar que

el contenido de las ciencias prima sobre el método con el cual se ha construido, porque los profesores no han creado metódicamente estos conocimientos, es desempeñar la docencia para reproducción del saber, en lugar de la construcción del mismo, lo cual lo único que hace es privilegiar los procesos instructivos, no permitir el desarrollo de competencias investigativas en los estudiantes, ni aprovechar el carácter formativo de los contenidos que se imparten, entre otros aspectos” (Grisales-Franco & González, 2009, p. 4).

A lo sugerido anteriormente, suma el hecho de que la mayoría de los estudiantes no tienen claro por qué estudia matemáticas, lo que desmerita la estimulación hacia esta ciencia; a ello Camarena (2009) afirma, “... se agrega que, en los objetivos de las carreras técnicas y profesionales se menciona que el egresado deberá poseer una formación integral pero en ninguna parte del currículo se especifica cómo lograrlo. Desde esa perspectiva, la desarticulación entre los cursos de matemática y los de las demás asignaturas se convierte en un cotidiano conflicto para los alumnos” (p. 16).

Asimismo, para Bautista, Martínez, & Hiracheta (2014), el modo en el cual las tecnologías se abrieron paso rápidamente en este ámbito de la educación, ha inducido permutas en los modos de enseñar a los estudiantes, actualmente es indudable que hay un problema en el aprendizaje de los estudiantes, esto puede ser debido a varios factores, tales como el nivel intelectual o apatía hacia la escuela por parte de los estudiantes, esta situación está unida al modo de enseñar del docente y a sus estrategias de enseñanza.

La educación se vuelve cada vez más competitiva y para alcanzar un mejor nivel educativo se requiere del apoyo de recursos que nos ayuden en el proceso de enseñanza de los estudiantes, como lo son los materiales didácticos, su uso tiende a guiar y motivar al estudiante en la construcción del conocimiento, es decir, que sirvan de apoyo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes mediante publicaciones de sistemas pedagógicos innovadores utilizando herramientas tecnológicas (Bautista Sánchez et al., 2014, p. 183).

Además, el desarrollo de las matemáticas siempre ha dependido de materiales y herramientas simbólicas disponibles para los cálculos matemáticos. Para (Artigue, 2002), nadie negaría el papel desempeñado por la introducción del sistema decimal, la construcción de tablas de logaritmos, la tabulación de las funciones elementales o el desarrollo de las

herramientas de cómputo mecánicas y gráficas. Según la investigadora, los avances en cómputos están relacionados al desarrollo del software matemático numérico y simbólico, entre ellos los Sistemas Algebraicos Computacionales (*Computer Algebra Systems - CAS* en lo sucesivo) que desempeñan un papel cada vez más importante. Los matemáticos e ingenieros profesionales saben que estas nuevas herramientas sofisticadas no se convierten de inmediato en instrumentos matemáticos eficientes para el usuario, su complejidad no hace que sea fácil dominar y aprovechar plenamente su potencial.

Los profesionales aceptan que existe un costo para aprender a utilizar efectivamente dicho software. También saben que estas herramientas han cambiado paulatinamente sus prácticas matemáticas y, para algunos de ellos, incluso la "problématique" (problemática) de su actividad matemática. Hoy en día se reconoce totalmente como un área específica de la investigación matemática la necesidad de la investigación relacionada al desarrollo de paquetes de software" (Artigue, 2002, p.184).

De allí, el interés de analizar de qué manera los estudiantes interactúan con dos artefactos: el *software GeoGebra* y la Razón de cambio de funciones reales de variable real.

### **Problema General**

¿Cómo se relaciona la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos?

### **Problemas Específicos**

- ¿Cómo se relaciona el estadio de descubrimiento de algunas propiedades del software GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos?
- ¿Cómo se relaciona el estadio de personalización de algunas propiedades del software GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos?

- ¿Cómo se relaciona el estadio de transformación de algunas propiedades del software GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos?

### **Objetivo General**

Analizar la relación entre la instrumentalización del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

### **Objetivos Específicos**

- a) Identificar las acciones de los estudiantes en el estadio de descubrimiento que instrumentalizan el GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.
- b) Determinar el nivel de personalización de las acciones de los estudiantes que instrumentalizan el GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.
- c) Establecer el nivel de transformación que realizan los estudiantes que instrumentalizan el GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

## **3.2 La importancia y la justificación de la investigación**

Los materiales informáticos incluyen sistemas de simulación y modelado, *software* matemático, sistemas multimedia, entre otros. Los favores que se consigan de su uso en la labor docente existirán en función de la cabida que se posea de su manejo y adecuación (Meza y Cantarell, 2002, citado en (Cuicas, Debel, Casadei, & Alvarez, 2007).

Para los autores, con el uso propicio del software matemático, el/la docente debe convertirse en un facilitador (a) y diseñador (a) de situaciones didácticas

para desarrollar en el estudiante habilidades de autoaprendizaje. “Su uso permite la interacción entre el/la docente y el discente, “generando una dinámica enriquecedora para ambos, en la que el centro del proceso es el estudiante, el cual se hace responsable por la calidad del aprendizaje” (Ríos, 1998, p. 4). Adicionalmente, para Ángel y Bautista (2001) con el empleo del software matemático, el/la docente debe adaptar su metodología a esta herramienta e integrar los conocimientos teóricos y prácticos, así como diseñar aplicaciones y problemas orientados al uso del software.” (Cuicas Avila et al., 2007, p. 8).

Cabe subrayar, que el uso de tecnología no es la medio de todos los problemas educativos (Dede, 2000; Guedez, 2005, citado en Cuicas et al., 2007) porque, el precio de usar computadoras existirá en función de lo que esbocen los educadores, pero sobre todo de lo que cree el estudiante con ellas (Meza y Cantarell, 2002, citado en Cuicas et al., 2007).

“En tal sentido, la tarea del docente es planificar, desarrollar y evaluar procesos de enseñanza-aprendizaje, donde el software representa el papel de herramienta cognitiva. No obstante, se debe cuidar que el software no se constituya el objeto de estudio, descuidando el aprendizaje de temas esenciales que se deben lograr con el uso de estos recursos” (Meza y Cantarell, 2002, citado en (Cuicas Avila et al., 2007, p. 9).

Por lo expuesto, día a día permanece más claro que es significativo el uso perspicaz de los recursos informáticos, porque estos admiten extender las experiencias de aprendizaje (Dede, 2000, citado en Cuicas Avila et al., 2007). En tal sentido, se deben aprovechar estos recursos para innovar el currículum, la enseñanza y el aprendizaje. Sin olvidar que toda filosofía de trabajo requiere de tiempo y espacio tanto para comprenderla, adquirirla, desarrollarla y valorarla.

Todo lo anterior justifica mi interés en investigar sobre el uso software GeoGebra como herramienta con el objeto de construir conocimiento y contribuir al desarrollo de habilidades del pensamiento así, como también, las potencialidades y ventajas que tiene la integración de tecnología en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos presentes en el estudio de Razón de cambio de funciones reales de variable real.

Por otro lado, la importancia del concepto de razón de cambio a fin de introducir el concepto de derivada de una función real de variable real el cual, en ingeniería se utiliza como herramienta en diversas áreas como, por ejemplo, Física II, Fisicoquímica, Estadística, Estática y Resistencia de

Materiales, Termodinámica, Ingeniería Económica y otros (ver Figura N° 10.2, en la página 77)

Además, como se explicó anteriormente, esta noción matemática se estudia en el curso de Matemática I que pertenece al área de Matemática y establecen relaciones con los cursos distribuidos entre el curso de Estadística Aplicada (área Ciencias e Ingeniería) y Metodología de la Investigación Científica (Área de Estudios Complementarios).

Además, con el empleo de estas estrategias se conforma un ambiente de aprendizaje que invita a la reflexión, al análisis, a la actitud crítica en la solución de problemas y a la toma de decisiones. Sirviendo la herramienta informática utilizada como elemento de motivación. En tal sentido, la realización de esta investigación permite enriquecer el conocimiento sobre el uso del software matemático como herramienta cognitiva, para mejorar la comprensión y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio en los estudiantes y las estudiantes.

## IV. MARCO TEÓRICO

### 4.1 Antecedentes

#### 4.1.1 Internacionales

Dentro de las investigaciones sobre artefactos materiales en ambientes digitales, (Artigue, 2002) discutió investigaciones respecto del uso de *software* de cálculos avanzados (CAS) con diferentes grupos de estudiantes, desarrollando el aprendizaje algebraico y procesos de instrumentación. La autora afirma que es necesario la relación de los conocimientos matemáticos básicos, aliado a los conocimientos del artefacto, de modo que se puedan comprender las potencialidades ofrecidas por el ambiente tecnológico, sobre todo el digital para la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Es también muy común observar, en esos ambientes tecnológicos, la ocurrencia de fenómenos didácticos que producen una confusión por parte del estudiante entre el objeto matemático y su representación en el ambiente de la calculadora. Así, el estudio de los obstáculos encontrados por estudiantes durante el proceso de apropiación, sobre todo de los softwares se vuelve importante para su comprensión. La herramienta de análisis de esa apropiación utilizada por el autor fue la Génesis Instrumental.

Xavier, (2015) refiere a dos tesis de doctorado que permitieron algún avance en el conocimiento y en la comprensión de la complejidad en el uso de la tecnología: la primera de Trouche (1997), la que se centró principalmente en la conceptualización de la noción de límite en dos ambientes diferentes: las calculadoras gráficas y, luego, las calculadoras simbólicas y concluyó que de acuerdo con sus características específicas relativas al perfil, los estudiantes desarrollan diferentes relaciones con sus calculadoras gráficas y simbólicas. La investigación posibilitó identificar los esquemas de acción instrumentada respecto a los sujetos estudiados.

Henriques, Attie y Farias (2007) desarrollaron un estudio teórico respecto del uso de integrales múltiples envolviendo el artefacto material conocido como *Maple* con los estudiantes de nivel superior. El *Maple* es un *software* que posibilita el estudio de cálculos avanzados (CAS). Los autores proponen el uso del modelo SAI (situaciones de actividades instrumentales) para entender el proceso de enseñanza y aprendizaje en ese ambiente. Las posibilidades de estudiar las interacciones entre sujeto y el objeto es la razón de su investigación. Los autores entienden que ese análisis debe permitir la mejor identificación de las potencialidades y de las dificultades que el utilizador del *Maple* puede encontrar en la implementación de los objetos matemáticos en cuestión.

Silva (2009) investigó la influencia de la Informática Educativa en un proyecto de formación de profesores de Matemática de educación básica, teniendo el computador como artefacto y, en otros momentos, *softwares* educativos como *Cabri-Geometre* además del lenguaje de computador *Super Logo*. La teoría de la Instrumentación de Rabardel fue importante en la comprensión de los procesos en que los profesores utilizaron el computador y *softwares* para la enseñanza de la Matemática y como modificaron sus prácticas de enseñanza.

Trouche & Drijvers (2014) construyen inferencias por medio de la posible utilización de artefactos materiales en actividades matemáticas, abordando el concepto de orquestación instrumental. Para eso realizan una evaluación histórica de las teorías desarrolladas que tratan de la integración entre matemática y la tecnología. Desde la década de 1980, conforme los autores, la integración entre la tecnología y la educación Matemática fue objeto de estudio, por tratarse, tanto de una tendencia promisoriosa como problemáticas. En la década de 1990, surgieron importantes visiones teóricas en el sentido de tratar la cuestión de integración y el abordaje instrumental.

Cuicas Avila et al. (2007) tuvieron como propósito, en su investigación, el desarrollo de destrezas del pensamiento y el mejoramiento del aprendizaje

en alumnos y alumnas de la asignatura Matemática II, mediante el empleo de estrategias instruccionales fundadas en el uso del *software* matemático. La investigación, de diseño cuasiexperimental, usó la prueba t para muestras relacionadas. Los hallazgos del estudio fueron: los conocimientos de los estudiantes mejoraron y pusieron en práctica sus habilidades cognitivas y metacognitivas. Por lo tanto, el estudio contribuyó evidencias para usar el *software* matemático bajo una metodología constructivista.

#### 4.1.2 Nacionales

Chumpitaz (2013), su investigación tuvo por objetivo analizar las acciones de los estudiantes de las asignaturas de Análisis Matemático I de las facultades de ingeniería de la Universidad San Ignacio de Loyola, durante una serie de aprendizaje de la función definida por tramos mediada por el GeoGebra. Para este estudio eligió como referencial teórico el Enfoque de Instrumental de Rabardel y como referencial metodológico la Ingeniería Didáctica de Artigue. Este enfoque le permitió esclarecer las preguntas planteadas y los objetivos, siendo el aspecto central el proceso denominado Génesis Instrumental. Producto del análisis identificó en las interacciones de los estudiantes con el GeoGebra y con la función definida por tramos, que los estudiantes movilizaron esquemas de uso preexistentes que consintieron minimizar los conflictos en la secuencia de aprendizaje, y que, en las últimas actividades algunas de las propiedades de estos dos artefactos almacenaron las funciones adquiridas durante sus respectivas transformaciones a instrumentos.

Velasquez (2019), su investigación permitió contribuir a mejorar la resolución de problemas matemáticos y en particular problemas en el campo de la geometría. Se evidenció que los estudiantes al resolver los problemas de geometría olvidan rápidamente la teoría aprendida, demostrando que los conceptos, métodos y procedimientos objeto de aprendizaje fueron retenidos en forma mecánica, como hechos aislados y

no inmersos en una organización o estructura lógica; el estudiante al resolver ejercicios matemáticos lo hace empírica o automáticamente, sin un raciocinio adecuado. El tipo de exploración es descriptiva propositiva, Para contribuir a la solución de este problema se planteó la implementación del diseño del *software* educativo Cabri3D respaldado en la metodología de Polya, y en el modelo de Van Hiele. Las destrezas se aplicaron a la población de 35 estudiantes.

García, Mihály, & Salazar (2018), analizaron la génesis instrumental de la noción de razón de cambio instantánea mediada por el GeoGebra con estudiantes de los primeros ciclos de una universidad particular de Lima-Perú. Utilizaron el Enfoque Instrumental y como metodología la Ingeniería Didáctica. Como resultado de las acciones de los estudiantes se determinaron esquemas de uso coherentes con la razón de cambio instantánea, lo cual expuso una instrumentalización e instrumentación de dicha noción.

## **4.2 Bases teóricas**

### **El Aprendizaje**

El aprendizaje, es el proceso de lograr conocimiento, habilidades, actitudes o valores, por medio del estudio, la experiencia o la enseñanza; tal proceso causa un cambio constante, cuantificable y determinado en el comportamiento de un individuo y, como algunas teorías, hace que exprese un concepto mental nuevo o que revise uno previo (conocimientos conceptuales como actitudes o valores) (Romero, 2009)

Para (Schunk, 2012), aprender envuelve construir y cambiar el conocimiento, las habilidades, estrategias, creencias, actitudes y conductas humanas. Las teorías del aprendizaje dilatan su forma de anunciar lo que ocurre durante el proceso de aprendizaje y los aspectos del aprendizaje que enfatizan. Así, algunas teorías se sitúan más hacia el aprendizaje básico y otras hacia el aprendizaje aplicado; algunas acentúan el papel que desempeña el

desarrollo, otras están forzosamente coherentes con la instrucción y otras insisten en la motivación.

Para el autor, el aprendizaje incluye tres criterios: un permuta, permanece a lo largo del tiempo y ocurre por medio de la experiencia. En relación con el primero, el autor afirma que,

el aprendizaje implica un cambio en la conducta o en la capacidad de conducirse. La gente aprende cuando adquiere la capacidad para hacer algo de manera diferente. Al mismo tiempo, debemos recordar que el aprendizaje es inferencial. No observamos el aprendizaje de manera directa, sino a través de sus productos o resultados. El aprendizaje se evalúa con base en lo que la gente dice, escribe y realiza. Sin embargo, debemos añadir que el aprendizaje implica un cambio en la capacidad para comportarse de cierta manera, ya que a menudo las personas aprenden habilidades, conocimientos, creencias o conductas sin demostrarlo en el momento en que ocurre el aprendizaje. (Schunk, 2012, p. 4)

El segundo criterio, según (Schunk, 2012), exceptúa los cambios temporales en la conducta incitados por factores como las drogas, el alcohol y la fatiga. No obstante, hay la probabilidad de que el aprendizaje no sea permanente debido al olvido. Respecto al tiempo que deben durar los cambios para ser clasificados como aprendizaje, la mayoría de las personas coinciden en que no califican como aprendizaje, los cambios de poca duración.

El tercer criterio descarta los cambios en la conducta definidos principalmente por la herencia, los cambios que muestran los niños en el proceso de maduración.

Según el autor, el aprendizaje no lo observamos de manera inmediata sino por medio de sus productos y resultados. “Los investigadores y profesionales que trabajan con estudiantes podrían creer que éstos han aprendido, pero la única forma en que podrían saberlo es evaluando los productos y los resultados del aprendizaje” (Schunk, 2012, p. 14). En este sentido,

Los investigadores y los profesionales desean saber si ha ocurrido el aprendizaje, para lo cual existen otros procedimientos, además de las pruebas, con los que es posible obtener evidencia del aprendizaje de los estudiantes. En segundo lugar, con frecuencia el resultado del aprendizaje que se evalúa son las habilidades de los estudiantes en áreas de contenido, aunque los investigadores y los profesionales también podrían estar interesados en otras formas de aprendizaje (Schunk, 2012, p. 14).

El investigador afirma que algunas formas de evaluar los resultados del aprendizaje es considerar los exámenes escritos de los estudiantes mediante pruebas, cuestionarios, tareas, trabajos finales e informes. Con base en el nivel de dominio acertado por las réplicas, los profesores resuelven si tuvo o no lugar un aprendizaje correcto, o si se demanda instrucción adicional porque los estudiantes no comprendieron completamente el material. (Marzano & Pickering, 2005) afirman que las actitudes inquietan las habilidades del estudiante para aprender. Por eso, un elemento clave para la instrucción afectiva es ayudar al estudiante a que plasme actitudes positivas acerca del aprendizaje. Es decir, que los estudiantes observen las tareas como algo excelente e interesante, creer en que tienen la destreza y los recursos para completar las áreas y entender y tener claridad acerca de las tareas.

Para el autor, los estilos aportan información importante sobre el desarrollo cognoscitivo; de la misma manera es posible relacionarlos con patrones de conducto más generales para estudiar el desarrollo de la personalidad.

### **Software Educativo**

En la actualidad las tecnologías de la información y la comunicación brindan soluciones por medio de las cuales se desarrollan los procesos de enseñanza y de aprendizaje de un modo innovador y motivador y donde los conocimientos son accesibles a todo el planeta. Los softwares educativos son herramientas que se crean respecto al nivel educativo, tema y asignatura al que va dirigido. (Galvis como se citó en Fernández, 2018).

Es un programa o conjunto de programas que contienen las órdenes con la que trabaja la computadora. Es el conjunto de instrucciones que las computadoras emplean para manipular datos. Si el software, la computadora sería un conjunto de medios sin utilizar. Al cargar los programas en una computadora, la máquina actuará como si recibiera educación instantánea; de pronto “sabe” cómo pensar y cómo operar. (Galvis como se citó en Fernández (2018, p. 35).

Hoy, la tecnología y la informática están abstraídas en la labor diaria y en el ambiente educativo, motivo por el cual estos recursos se deben de utilizar y aprovechar como el mejor aliado para llamar la atención de los estudiantes y motivarlos y facilitar la enseñanza de las matemáticas, sin pasar al extremo

de deshumanizar el sistema educativo pues, representa comodidad para el docente descargándolo de la su labor de enseñar, como para los estudiantes representa menor esfuerzo para realizar los cálculos (Alsina, citado en Fernández, 2018).

Sánchez (como se citó en Fernández, 2018) refiere el concepto de *software* educativo como cualquier programa computacional cuyas peculiaridades estructurales y funcionales apoyan el proceso de enseñar, aprender y administrar. “Un concepto más restringido de *software* educativo lo define como aquel material de aprendizaje especialmente diseñado para ser utilizados con una computadora en los procesos de enseñar y aprender” (p. 34).

#### **4.3 Conceptual**

##### **Teoría del conocimiento**

Como se concibe hoy, el conocimiento es el proceso gradual y creciente perfeccionado por el ser humano para realizarse como individuo y aprehender su mundo. Su definición formal es “estudio crítico del desarrollo, métodos y resultados de las ciencias” (Ramirez, 2009, p. 218). Esto es, es producto de diferentes tipos de experiencias, aprendizaje y razonamientos. Se acepta el conocer,

como un acto consciente e intencional del sujeto par aprehender mentalmente las cualidades del objeto, por tanto, primariamente, la relación sujeto-conocimiento se establece como un ser-en pero también como un ser-hacia que le da intencionalidad, característica que lo hace frágil y cambiante; por eso, en investigación se tiene la certeza que, “la verdad en ciencia siempre es provisional” (Ramirez, 2009, p. 219).

Para el autor, el conocimiento se caracteriza según el medio con que se aprehende; esto es, al que procede de la razón se le llama conocimiento racional y al obtenido de la experiencia, conocimiento empírico. En este sentido tenemos el conocimiento: empírico o vulgar, filosófico y científico.

##### **Adquisición e Integración del conocimiento**

Para Marzano & Pickering (2005) ayudar a los estudiantes a adquirir e integrar sus conocimientos es necesario organizarlos dentro de dos

categorías primordiales: conocimientos declarativo y conocimiento procedimental.

Los autores sostienen que para aprender el conocimiento procedimental se requiere que el estudiante lleve a cabo un proceso o que ejecute alguna acción ya sean mentales, es el caso de, derivar, graficar; otras son sobre todo físicas tal como representar algebraicamente la derivada y gráficamente la función.

Ya sean mentales o físicas, cuando desempeñamos estas acciones pasamos por una serie de pasos: primero hacemos una cosa, luego otra, luego otra. Este es el caso, incluso para proceso complejos como escribir, leer una gráfica de barras y planear un experimento. Aunque la secuencia de pasos no siempre es lineal, en las habilidades y los procesos que conforman el conocimiento procedimental hay pasos que debemos dar (R. J. Marzano & Pickering, 2005, p. 43).

En contraste, según los autores para aprender el conocimiento declarativo no se demanda que el estudiante lleve a cabo una serie de pasos con la mente o el cuerpo. Esta información, es información que el estudiante debe saber o entender. Cuando pensamos en derivar una función real pensamos en un conjunto de reglas que se usan, propiedades, teoremas. En pocas palabras, “el conocimiento declarativo es la información –datos, conceptos y generalizaciones –que hay en el conocimiento de contenidos” (Marzano & Pickering, 2005, p. 44).

Los autores dan a conocer seis de los patrones de organización más comunes: descripciones, secuencias de tiempo, relaciones de proceso/causa-efecto, episodios, generalizaciones/principios y conceptos. Además, destacan, esto se puede notar con el conocimiento declarativo, entre más clara sea el modo en que se detalle el conocimiento procedimental, será más factible que los estudiantes obtengan conocimiento. “El aprendizaje del conocimiento declarativo requiere tres fases: construir sentido, organizar y almacenar. El aprendizaje del conocimiento procedimental requiere fases que de alguna manera son paralelas a las del conocimiento declarativo: construir modelos, dar forma e interiorizar” (Marzano & Pickering, 2005, p. 50).

## **Génesis Instrumental**

Para estudiar los aspectos iniciales del *software GeoGebra* y la Razón de cambio como instrumentos de aprendizaje por parte de los estudiantes, discurrimos en el enfoque instrumental exhibido por Rabardel (2011) citado en Chumpitaz (2013), porque demarca las directrices necesarias para el estudio en escenarios de enseñanza y aprendizaje.

De acuerdo con el autor, el enfoque instrumental busca la diferencia que está entre el artefacto, instrumento y los procesos que desenrollan la evolución progresiva del artefacto en instrumento, transformación que denominó proceso Génesis Instrumental.

El investigador considera aspectos de los instrumentos que le permite distinguirlos en la génesis instrumental del GeoGebra como de la función definida por tramos. Sobre estos aspectos, Rabardel (2011) citado en Chumpitaz (2013) reflexiona que:

la posición intermediaria del instrumento hace de él un mediador de las relaciones entre el sujeto y el objeto. Constituye un universo intermediario cuya característica principal es adaptarse doblemente al sujeto ya al objeto, una adaptación en términos de propiedades materiales, pero también cognitivas y semióticas en función del tipo de actividad en el que se inserta el instrumento o para el cual está destinado (p. 135).

El avance de artefactos coherente con la actividad del sujeto y el levantamiento de los esquemas de utilización pertenece a dos dimensiones, dos orientaciones diferentes y a la vez conjuntas: la instrumentalización encaminada hacia el artefacto y la instrumentación dirigida hacia el sujeto mismo. Sobre esto el autor asegura que: “las génesis instrumentales, los procesos de instrumentación y de instrumentalización constituyen un campo de investigación considerable que es necesario desarrollar. La instrumentalización del artefacto se completa por una instrumentación” (Rabardel citado en Chumpitaz, 2013, p. 28).

De acuerdo con el enfoque instrumental estos procesos se pueden definir como:

**Instrumentalización:** Es un proceso concerniente al apareamiento y evolución de los dispositivos artefacto del instrumento: discriminación, reagrupación, elaboración, institución de funciones, catacresis, facultad de propiedades, transformación del artefacto (estructura, funcionamiento, etc.) que alargan los espacios y ejecuciones de artefactos cuyos límites son arduos de determinar debido a este proceso de transformación.

**Instrumentación:** Es un proceso referente al levantamiento y a la evolución de los esquemas de utilización y de acción instrumentada: complejión, funcionamiento, progreso por acomodación, relación, composición, inclusión y asimilación recíproca, aprovechamiento de artefactos nuevos a esquemas ya constituidos.

Respecto a lo descrito, nuestra luz de estudio se encuentra en los procesos de instrumentalización, que según Rabardel citado en Chumpitaz (2013): “la instrumentalización puede definirse como un proceso de enriquecimiento de las propiedades intrínsecas del artefacto por parte del sujeto. Un proceso que se basa en las características y propiedades intrínsecas del artefacto y les da un estatus en función de la acción en curso y de la situación” (p 216). Se pueden diferenciar dos niveles de instrumentalización por atribución de función a un artefacto:

- En un primer nivel, la instrumentalización es local, concerniente con una acción única y con contextos de su desarrollo. El artefacto está instrumentalizado momentáneamente.
- En un segundo nivel, la función obtenida se conserva de manera durable como una propiedad del artefacto en relación con una clase de acciones, de objetos de la actividad de situaciones. La instrumentalización es duradera o permanente.

El proceso de instrumentalización se estudia tanto desde el punto de vista de la estructura como del plano del funcionamiento, como es el caso de los artefactos procedentes de tecnologías informáticas y en nuestro caso particular el GeoGebra. Cabe explicar que los procesos de instrumentalización no se restringen a los artefactos de carácter tecnológico,

de acuerdo con Rabardel citado en Chumpitaz (2013) los lenguajes operativos son productos de una transformación hecha por operarios.

La instrumentalización del artefacto ocurre cuando se le dota de potencialidades y se le transforma para aplicaciones específicas Artigue (2002). Trouche (2004) la define como un proceso de diferenciación del artefacto mismo que puede pasar por diferentes etapas: descubrimiento y selección de funciones relevantes, personalización (uno adapta el artefacto a sus necesidades) y transformación del artefacto, a veces en direcciones no planeadas por el diseñador: modificación de la barra de tarea, creación de atajos de teclado, almacenamiento de programa de juegos, ejecución automática de algunas tareas. La instrumentalización es un proceso de diferenciación dirigido hacia los artefactos mismos.

#### **4.4 Definición de términos básicos**

**Actitud:** Compone tres elementos: cognitivo asociado a lo que se piensa, emocional, vinculado a lo que se siente y una tendencia a manifestar los pensamientos y emociones, o sea, un componente conductual. (Aguilar como se cita en Torres & Celis (2015)).

**Desempeños** Son representaciones específicas de lo que forman los estudiantes respecto a los niveles de desarrollo de las competencias. Son visibles en una diversidad de situaciones o tramas. No poseen carácter absoluto, más bien ilustran algunas acciones que los estudiantes manifiestan cuando están en proceso de lograr el nivel esperado de la competencia o cuando han conseguido este nivel (“Competencia, capacidades, estándares y desempeños según el Currículo Nacional actualizado-”, 2019).

**Sujeto:** Refiérase a un individuo o grupo de individuos que desarrollan una acción y/o son elegidos para el estudio. (Rabardel, Acosta Gempeler, Perry, & Santacruz, 2011b)

**Esquemas de utilización:** Este término es concebido en el sentido de los esquemas de Vergnaud, citado en Salazar (2009): “un esquema es una organización invariante de comportamientos para clases de situaciones”.

Se pone especial atención a los conceptos artefacto e instrumento, ya que a partir de sus distinciones se analiza las primeras acciones de los estudiantes en su interacción con el GeoGebra y con la función definida por tramos. De acuerdo con la orientación antropogénica que establece Rabardel, Acosta, Perry, & Santacruz (2011) podemos afirmar que:

**Artefacto:** Puede entenderse como una cosa susceptible de su uso, hecha para inscribirse en actividades deliberadas, es decir, la intencionalidad es causa de su existencia. Cada artefacto es delineado para originar una clase de efectos y le incumben posibilidades de transformaciones de los objetos de la actividad.

**Instrumento:** Puede concebirse como un artefacto en situación, apuntado en su uso, y en relación instrumental a la acción del sujeto.

**Función epistémica:** dirigidas a la comprensión de las situaciones (Rabardel et al, 2011).

**Funciones pragmáticas:** dirigidas a la transformación de la situación y la obtención de resultados (Rabardel et al., 2011).

**Funciones heurísticas:** que orientan y controlan la actividad (Rabardel et al., 2011).

## V. MATERIALES Y MÉTODOS

### 5.1 Los materiales utilizados en la investigación

Los materiales utilizados incluyen la elaboración de la situación problema (evaluada con una práctica calificada), computadoras, *software* libre GeoGebra y cuestionario validado.

### 5.2 La población de la investigación y la muestra

Estudiantes de la asignatura de Matemática I de la Carrera Profesional de Ingeniería de Alimentos de la Universidad Nacional del Callao, cuyas edades se encuentran entre los 17 y 20 años. Los estudiantes estuvieron matriculados en el semestre 2018-1.

La muestra fue igual al de la población dado que la población es pequeña, se considera un muestreo de tipo intencional. Vale decir, todos los estudiantes matriculados en el curso de Matemática I en el semestre 2018-1 serán considerados muestra. La muestra estuvo compuesta por 57,8% mujeres, 42,2% hombres de un total de 45 estudiantes (ver Tabla N° 9.2 en la página 49).

### 5.3 Las técnicas

Para el método cuantitativo, en la presente investigación se utilizó el análisis de correlación para comprobar las hipótesis. Para evidenciar si existe relación estadísticamente significativa entre la instrumentalización de algunas propiedades del *software* GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos se utilizó el paquete estadístico *IBM SPSS v.22* para relacionar las variables y comprobar que los resultados fueron significativos.

El instrumento de recolección de datos cuantitativos fue un cuestionario cuya elaboración fue basada en los cuestionarios de Riaño (2013).

El análisis de confiabilidad de *alfa Cronbach* aplicada al instrumento de medición muestra un valor de 0.847, lo que muestra que la valoración de la fiabilidad de los ítems analizados es buena. El instrumento que mide la variable es confiable.

Para el método cualitativo se hizo el análisis del objeto matemático de estudio, que se caracteriza por ser un saber abstracto propio del área de Matemática, de los libros de texto utilizados por los estudiantes porque es necesario para crear la situación problema (Artigue, Douady & Moreno, 1995), propuesta a los estudiantes como parte de su práctica calificada.

#### **5.4 Técnica de Análisis**

Como parte de las técnicas de análisis de investigación documental, consideraremos el análisis de contenido. “Es la técnica más elaborada y de mayor prestigio científico para la observación y el análisis documental, que permite descubrir la estructura interna de la comunicación (composición, organización, dinámica) y el contexto en el cual se produce la información” (Galeano, 2012, p. 123).

Y como método estadístico se utilizó un análisis de correlación para comprobar las hipótesis. Con el estadístico de prueba se compara lo hallado en la muestra con lo que se indica en la hipótesis nula (Véliz Capuñay, 2014).

#### **5.5 Metodología Mixta**

Dado que la investigación con métodos mixtos es relativamente nueva en las ciencias sociales y humanas como un orientación distinta de investigación, es útil mencionar, en la investigación, una definición y una descripción básica del enfoque.

Un enfoque de métodos mixtos es aquel, de acuerdo con (Creswell, 2014), en el cual el investigador tiende a basarse en concepciones del conocimiento basadas en el pragmatismo. Emplea estrategias de indagación que envuelven la obtención de datos, para una mejor comprensión de los problemas de investigación. La Tabla N° 10.1 (véase en la página 76) ilustra cuatro decisiones que deben reflexionarse al seleccionar una estrategia de indagación con métodos mixtos.

Para el autor, un primer factor, **La implementación** expresa que los

investigadores obtienen datos tanto cuantitativos como cualitativos en pasos o que los obtienen al mismo tiempo. Cuando los datos se obtienen en pasos, pueden ser primero los datos cualitativos o los cuantitativos. Cuando se obtienen primero los datos cualitativos, la finalidad es explorar el tema en el lugar donde están los participantes; luego el investigador amplía la comprensión gracias a una segunda fase en la cual se logran datos de un mayor número de personas. Cuando los datos se obtienen de manera presente, tanto los datos cuantitativos como cualitativos se congregan al mismo tiempo en el proyecto y la ejecución es simultánea.

Un segundo factor, **la prioridad** en la selección de una habilidad es si se da mayor antelación o peso al enfoque cuantitativo o al cualitativo, fundamentalmente en lo que respecta al uso de datos cuantitativos y su análisis. La primacía para un tipo u otro de datos depende de los provechos del investigador, la audiencia a quien se dirige el estudio y lo que el investigador busca acentuar en el estudio. (Creswell, 2014) afirma que **la integración** de los dos tipos de datos puede ocurrir en varios pasos en el proceso de investigación: la obtención de datos, el análisis de datos, la interpretación o alguna combinación de estos pasos. Fusionar en la fase de análisis e interpretación de datos implicaría la transformación de temas cualitativos en números y comparar esa información con resultados cuantitativos en una sección de “interpretación” de un estudio.

En relación con la **perspectiva teórica**, el autor afirma que es un factor final que considerar. Los investigadores con métodos mixtos pueden plantear explícitamente la teoría como un marco que guía el estudio. Además, el autor destaca el hecho de que el análisis de datos en la investigación con métodos mixtos se relaciona con el tipo de estrategia de investigación seleccionada.

“Por tanto, en un proyecto, es necesario identificar los procedimientos dentro del diseño. Sin embargo, el análisis se ubica tanto dentro del enfoque cuantitativo (análisis numérico descriptivo e inferencial) como del cualitativo (análisis de texto o imagen descriptivo o temático), y a menudo entre los dos enfoques” (Creswell, 2014, p. 200).

Otro aspecto que describir en el análisis de datos en la investigación con métodos mixtos es la serie de pasos a considerar para revisar la validez de los datos cuantitativos y la precisión de los descubrimientos cualitativos.

Respecto a los procedimientos de obtención de datos, el autor afirma la importancia de identificar las estrategias de muestreo y de validez de datos, es decir:

–Identificar y ser específico acerca de los tipos de datos que se obtendrán durante el estudio propuesto.

–Hay que reconocer que los datos cuantitativos a menudo implican muestreo aleatorio y los datos cualitativos se utiliza el muestreo intencional.

En relación con los procedimientos de análisis y validez de datos, los análisis se relacionan con el tipo de estrategia de investigación seleccionada. El análisis se ubica tanto dentro del enfoque cuantitativo (descriptivo e inferencial) como del cualitativo (análisis de texto, por ejemplo).

Hernández & Baptista (2014) destacan que los métodos mixtos evolucionaron y recibieron muchos adeptos, habiendo obtenido gran desarrollo en las primeras décadas del siglo XXI. Los autores citan varias denominaciones para los métodos mixtos: investigación integrativa, investigación multimétodos, métodos múltiples, estudios de triangulación, investigación mixta, etc.

Respecto a las definiciones pertinentes a estas metodologías mixtas, Hernández et al.(2014, p. 535) definen que:

Los métodos mixtos representan un conjunto de procesos sistemáticos y críticos de investigación e implican la recolección y el análisis de datos cuantitativos y cualitativos, así como su integración y discusión conjunta, para realizar inferencias como producto de toda la información recolectada (metainferencias) y conseguir un mayor entendimiento del fenómeno en estudio. Los métodos de investigación mixta son la integración sistemática de los métodos cuantitativos y cualitativo en un solo estudio, cuya finalidad es obtener una fotografía más completa del fenómeno, Ellos pueden ser unidos de tal forma que el abordaje cuantitativo y el cualitativo conserven sus estructuras y procedimientos originales (forma pura de los métodos mixtos). Estos métodos también pueden ser adaptados, alterados o sintetizados para

realizar la investigación y reducir los costos de estudio (forma modificada de los métodos mixtos).

Dicho esto, es evidente que la metodología mixta comprende una combinación de los métodos cuantitativo y cualitativo. Admitiendo el término CUAN como referente a cuantitativo, y CUAL como referente a cualitativo, existen diversos enfoques posibles, como se muestra en la Figura n° 10.1 (en la página 76).

En perspectiva, se entiende que los métodos mixtos buscan obtener una perspectiva más comprensiva y profunda del fenómeno estudiado, usando para eso los puntos fuertes de los tratamientos cuantitativos y cualitativos. De esta forma, las metodologías mixtas permiten explorar diferentes niveles del problema estudiando, pudiendo obtener una mayor variedad de perspectivas.

## VI. RESULTADOS

Se recurrió al abordaje cualitativo para analizar el objeto de estudio, que se caracteriza por ser un saber abstracto propio del área de Matemática. Se realizó el análisis de la *dimensión epistemológica* agrupada a las características del saber en juego; la *dimensión cognitiva* coligada a las características cognitivas del público al cual se dirige la enseñanza y, la *dimensión didáctica* asociada a las peculiaridades de la labor del sistema de enseñanza. (Artigue et al., 1995).

### **Vinculación interna entre las ciencias básicas y la especialidad de Ingeniería de Alimentos.**

Se observa en la Figura N° 10.2 (página 77), las competencias específicas de Ingeniería de Alimentos, específicamente las relacionadas al técnico universitario en química de Alimentos.

Las competencias específicas del Ingeniero Alimentario en el área de la Matemática se clasifican en competencias Genéricas de Matemáticas (involucra toda la disciplina) y competencias Específicas de Matemáticas, relativas a los temas de Matemática I, II, III y IV, es decir: cálculo diferencial e integral, calculo vectorial, álgebra lineal, ecuaciones diferenciales, métodos numéricos probabilidad y estadística. El objeto de estudio, Razón de cambio, pertenece a la asignatura de Matemática I. De acuerdo con Camarena (2015), es el caso de competencias genéricas en matemáticas. Por ejemplo: Construcción y aplicación del concepto de variación para resolver problemas de las ciencias básicas y de la carrera en estudio, a través del trabajo en equipos interdisciplinarios.

Los conocimientos principales son sobre variación y el contexto. Las habilidades involucradas, aunque no todas, son de argumentación, modelación. Mientras que, entre las actitudes, las principales son colaborativas y de respeto. Entre los valores están los de respeto a los demás y trabajo interdisciplinario.

### **Una visión histórica del concepto de razón de cambio**

Desde la antigüedad, el hombre ha tenido la necesidad de pensar en los cambios vistos en su entorno para manejarlos en su favor y transformar el medio ambiente. Rendón (2009) consideró tres épocas: los babilonios y egipcios; los griegos; la edad media y el siglo XVII.

- **Los Babilonios y egipcios.** En esta época, la idea de la matemática era preferentemente práctica, y por ello lograron establecer, hace más de 3000 años, relaciones entre las variaciones de las diversas magnitudes que estudiaban, en un inicio de forma cualitativa, relataban los cambios de su entorno con relación al universo. Consecutivamente fueron cuantitativas, debido a que en ellas reconocían valores cambiantes de obras arquitectónicas, como las pirámides egipcias, que solicitaban de patrones de medida constantes.
- **Los griegos.** Esta civilización comenzó a trabajar las matemáticas más por utilidad intelectual, que por resolver problemas de la vida práctica. Esto produjo un gran adelanto en la geometría, sobre todo por convertir en objeto de estudio aquello que anteriormente se trabajaba de manera práctica. Dentro del estudio realizado por los griegos se hallan los avances de Tales de Mileto, elaborados hacia el año 585 a. C., sobre las proporciones, estudios que se formaron en la génesis de la matematización de las colaciones entre medidas geométricas de segmentos.

Arquímedes (287 - 212 a. C.), usa la razón geométrica para derivar las fórmulas para el área y el volumen de diversas figuras planas y sólidos regulares.

- **La Edad Media.** Las raíces que causaron un giro al pensamiento matemático y lo orientaron en una dirección diferente a la seguida por los griegos, se dieron en esta época (1250 - 1492), hacia la primera mitad del siglo XIV, cuando los matemáticos se plantearon predecir, manejando herramientas matemáticas, el valor de una magnitud física: la cinemática, que se constituyó en la base del cálculo.
- **Siglo XVII.** La admisión de las razones de cambio heterogéneas rompió con la manera griega de ver las razones y permitió acceder al estudio de los

fenómenos de variación entre magnitudes interdependientes. Cada punto de la curva en el plano se desató de los segmentos asociados como representantes de dicha magnitud y abordó a verse como la asociación de dos valores de magnitudes de diferente especie.

Rendón (2009) refiere con el adelanto del álgebra y la posibilidad de hacer uso de ecuaciones que revelan la dependencia entre las dos magnitudes interdependientes, nace la representación de la razón de cambio por medio de razones heterogéneas de diferencias, que se establecen en la clave para avanzar hacia el cálculo diferencial.

Según el autor, la razón de cambio se precisa como un cociente de diferencias. La representación de la razón de cambio hoy en día es dada por  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ . “Este cociente en algunos casos siempre dará el mismo resultado, definiéndose como constante y en caso contrario como razón de cambio variable” (RENDÓN, 2009).

### **Análisis del Texto**

El texto seleccionado es utilizado por los estudiantes en la asignatura porque es parte de la bibliografía del sílabo del curso.

El tema Razón de Cambio se encuentra en el segundo y tercer capítulo del Texto de Stewart (2012) titulados Límites y derivadas; Reglas de derivación, respectivamente. Específicamente en las secciones 2.7 Derivadas y Razones de cambio y en la sección 3.7 Razones de cambio en las ciencias naturales y sociales.

En la sección 2.7, el autor previo a la presentación de la definición de razón de cambio presenta la noción de tangente, velocidad y derivada, sus definiciones, ejemplos y representaciones gráficas para ilustrar dichas nociones y así apoyar al estudiante con la visualización de estos conceptos abstractos. Relaciona la noción de razón de cambio promedio con la interpretación gráfica de la recta secante a una curva, para esto se apoya de una representación gráfica, conforme de muestra en la Figura N° 10.3 (página 77).

Stewart (2012) presenta lista de ejercicios propuestos, los que se caracterizan por presentar registros gráficos no solo como ilustración sino como herramienta para la comprensión del objeto razón de cambio.

En la sección 3.7, el autor presenta diversos ejercicios relacionados a la física, química, biología y economía. Ejercicios de aplicación directa de la definición mas no son situaciones-problema en que el estudiante al encontrar la solución vea la posibilidad de enfrentar obstáculos, superarlos; además de permitir al alumno investigar con autonomía, autonomía en la elección de los medios para llegar al objetivo. Una situación problema es constituida por un conjunto de preguntas abiertas formuladas en un contexto más o menos matematizado (Almouloud, 2017).

Stewart (2012) presenta en primer lugar, una interpretación de la derivada desde el punto de vista geométrico como la pendiente de la recta tangente a la curva, es decir,  $f'(a) = m$ , cuando  $x \rightarrow a$ . En segundo lugar, presenta una segunda interpretación, la derivada  $f'(a)$  es la razón de cambio instantánea de  $y = f(x)$  respecto a  $x$  cuando  $x = a$ . El vínculo con la primera interpretación es que si representa gráficamente la curva  $y = f(x)$ , entonces la razón de cambio instantánea es la pendiente de la recta tangente a esta curva en el punto donde  $x = a$ .

(Stewart, 2012) además, presenta otros significados de la función derivada. En particular, si  $s = f(t)$  es la función posición de una partícula que se mueve a lo largo de una línea recta, entonces  $f'(a)$  es la razón de cambio del desplazamiento  $s$  respecto al tiempo  $t$ . Esto es,  $f'(a)$  es la velocidad de la partícula en el tiempo  $t = a$ . La rapidez de la partícula es el valor absoluto de la velocidad, es decir  $|f'(a)|$ , ver Figura N° 10.4 en la página 75.

Se agrupó los problemas, ejercicios, actividades del libro en tipos de tareas, presentados en la sección 2.7 denominada Ejercicios (ver Tabla N° 9.1 en la página 49).

Lo que significa que, si bien el texto utiliza los registros gráficos para que el estudiante comprenda del significado a la razón de cambio, pero no existen situaciones -problema en el contexto extra matemático el cual, siendo un libro

muy usado en la facultad de Ingeniería de Alimentos, debería de tener problemas contextualizados en el área de ingeniería.

Respecto al **Aprendizaje Logrado** se recurrió al abordaje cuantitativo.

Esta primera parte corresponde al análisis descriptivo de la variable independiente y variable dependiente:

**Variable independiente.** - Instrumentalización del software GeoGebra.

El 40% de los estudiantes consideran que el programa GeoGebra es bueno, el 51.1% consideran que es muy bueno y el 8.9% consideran que es excelente (véase la Tabla N° 9.3, en la página 49).

En la Tabla N° 9.4 (ver página 50) se observa que al 53% de los estudiantes le agrada más o menos las clases de matemática utilizando el programa GeoGebra, al 42% le agrada mucho y al 4.4% le agrada poco.

TABLA N° 9.5 (ver página 50) se aprecia que el 68.9% de los estudiantes preferiría una clase en la sala de tecnología, el 17.8% preferiría el aula de clase y el 13.3% elegiría cualquiera.

La Tabla N° 9.6 (ver página 51) muestra que el 37% de los estudiantes considera que el docente tiene buena metodología cuando les enseña con el programa de GeoGebra, el 31.1% considera que es regular, el 17.8% considera que es muy bueno y el 13.3% considera que es mala.

La Tabla N° 9.7 (véase página 51) muestra que el 46.7% de los estudiantes considera que se le facilita mucho realizar las actividades con el programa de GeoGebra (uso de comandos y opciones), el 51.1% considera que es normal y el 2.2% considera que es normal.

El 53.3% de los estudiantes está de acuerdo que las clases son más agradables utilizando la tecnología, el 42.2% está totalmente de acuerdo y el 4.4% está en desacuerdo (véase la Tabla N° 9.8, en la página 51).

El 66.7% de los estudiantes considera aprendió más utilizando la tecnología, en este caso GeoGebra y el 33.3% considera que se aprende lo mismo (véase Tabla N° 9.9, de la página 52).

En la Tabla N° 9.10 (ver página 55) se aprecia que el 62.2% de los estudiantes manifiesta que el uso de comandos fue la dificultad que encontró en el manejo del software GeoGebra durante las clases, el 8.9% considera el uso de deslizador, el 15.6% considera el manejo de íconos y el 13.3% manifiesta otros factores.

La Tabla N° 9.11 (ver página 52) muestra que el 51.1% ha alcanzado más o menos los objetivos propuestos durante clases y el 48.9% manifiesta que sí ha alcanzado los objetivos.

Al 20.0% de los estudiantes no les gustó el poco espacio durante las clases, al 8.9% no le gustó el poco acompañamiento docente, al 17.8% no le gustó los computadores, al 4.4% no le gusto el programa GeoGebra, Al 13.3% no le gustó otros factores y el 35.6% considera que nada (véase la tabla Tabla N° 9.12, en la página 53).

En la Tabla N° 9.13 (ver página 53) se observa que el 84.4% de estudiantes manifiesta que tiene manejo adecuado de los iconos en la barra de herramientas del GeoGebra, el 6.7% manifiesta un manejo excelente y el 8.9% dice tener un manejo inadecuado.

En la Tabla N° 9.14 (ver página 54) se aprecia que las dificultades que encontraron los estudiantes durante las clases son las siguientes: 8.9% no traer implemento de trabajo, el 4.4% carpetas personales, el 6.7% Indisciplinas, el 46.7% poco tiempo para las actividades y el 33.3% ninguna dificultad.

El 77.8% de estudiantes manifiesta que tiene manejo adecuado de los comandos relativos a funciones de GeoGebra, el 13.3% manifiesta un manejo excelente y el 8.9% dice tener un manejo inadecuado (véase la Tabla N° 9.15, en la página 54).

El 64.4% de los estudiantes manifiesta que, si pudiera cambiar algo en las clases, le gustaría utilizar computadores, el 28.9% cambiaría las actividades, el 2.2% el docente y el 4.4% las carpetas (véase Tabla N° 9.16, en la página 55).

Tabla N° 9.17 (ver página 55) se aprecia que el 62.2% de estudiantes está de acuerdo que las clases son agradables utilizando los implementos tradicionales como regla, lápiz, transportador, compás, etc., el 13.3% está totalmente de acuerdo, el 22.2% está en desacuerdo y el 2.2% está totalmente en desacuerdo.

En la Tabla N° 9.18 (ver página 55) se observa que el 88.9% de estudiantes manifiesta que usa adecuadamente la opción deslizador y rutinas de cálculo con GeoGebra, el 2.2% manifiesta un uso excelente y el 8.9% dice tener un uso inadecuado.

El 73.3% de los estudiantes está de acuerdo que la forma de presentación de las actividades de clase es adecuada para un estudiante de ingeniería, el 15.6% está totalmente de acuerdo y el 11.1% está en desacuerdo (véase la Tabla N° 9.19, en la página 56).

La Tabla N° 9.20 (ver página 56) muestra que el 60.0% considera que las actividades desarrolladas guardaron mucha relación con su carrera profesional, el 33% más o menos y el 6.7% poca relación.

En la Tabla N° 9.21 (ver página 56) se aprecia que en el 20% de los estudiantes desarrollaron de instrumentalización en el nivel llamado “en proceso”, en el 71.1% es “medio” y en el 8.9 % es “óptimo”.

De los 7 estudiantes que tienen un inadecuado estadio de descubrimiento, 2 son mujeres y 5 son hombres. De los 29 estudiantes que tienen un adecuado estadio, 18 son mujeres y 11 son hombres. De los 9 estudiantes que tienen un estadio excelente, 6 son mujeres y 3 son hombres (véase Tabla N° 9.22, en la página 57).

La Tabla N° 9.23 (ver página 57) muestra que de los 5 estudiantes que tienen un inadecuado estadio de personalización, 3 son mujeres y 2 son hombres. De los

24 estudiantes que tienen un adecuado estadio, 14 son mujeres y 10 son hombres. De los 16 estudiantes que tienen un estadio excelente, 9 son mujeres y 7 son hombres.

La Tabla N° 9.24 (ver página 57) muestra que de los 6 estudiantes que tienen un inadecuado estadio de transformación, 3 son mujeres y 3 son hombres. De los 33 estudiantes que tienen un adecuado estadio, 18 son mujeres y 15 son hombres. De los 6 estudiantes que tienen un estadio excelente, 5 son mujeres y 1 es hombre.

**Variable dependiente.** - El aprendizaje.

En la Tabla N° 9.25 (ver página 58) se aprecia que en el 20% de los estudiantes el desempeño es bajo, en el 71.1% es regular y en el 8.9 % es alto. Además, de los 9 estudiantes que tienen desempeño bajo, 4 son mujeres y 5 son hombres. De los 32 estudiantes que tienen desempeño regular, 18 son mujeres y 14 son hombres. De los 4 estudiantes que tienen desempeño alto, todas son mujeres.

### **Pruebas de hipótesis.**

Esta parte corresponde a la contrastación de las hipótesis de la investigación:

#### **Hipótesis general**

**H<sub>1</sub>:** Existe una relación estadísticamente significativa entre la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

**H<sub>0</sub>:** No existe una relación estadísticamente significativa entre la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos (véase la Tabla N° 9.27, en la página 58).

De acuerdo con los valores mediante la Correlación de *Rho Spearman* se observa un coeficiente de 0.427 con un nivel de significancia de 0.003 menor al

valor alfa de 0.05, lo que significa que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación. Por lo tanto, existe una relación estadísticamente significativa entre la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

### **Hipótesis específica 1.**

**H<sub>1</sub>:** Existe relación significativa entre el estadio de descubrimiento de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

**H<sub>0</sub>:** No existe relación significativa entre el estadio de descubrimiento de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos (véase la Tabla N° 9.28, en la página 59).

De acuerdo con los valores mediante la Correlación de *Rho Spearman* se observa un coeficiente de 0.009 con un nivel de significancia de 0.955 mayor al valor alfa de 0.05, lo que significa que se rechaza la hipótesis de investigación y se acepta la hipótesis nula. Por lo tanto, no existe relación significativa entre el estadio de descubrimiento de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

### **Hipótesis específica 2**

**H<sub>1</sub>:** Existe relación significativa entre el estadio de personalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

**H<sub>0</sub>:** No existe relación significativa entre el estadio de personalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos (véase la Tabla N° 9.29, en la página 59).

De acuerdo con los valores mediante la Correlación de Rho Spearman se observa un coeficiente de 0.358 con un nivel de significancia de 0.016 menor al valor alfa de 0.05, lo que significa que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación. Por lo tanto, existe relación significativa entre el estadio de personalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

### **Hipótesis específica 3**

**H<sub>1</sub>:** Existe relación significativa entre el estadio de transformación de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

**H<sub>0</sub>:** No existe relación significativa entre el estadio de transformación de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos (véase la Tabla N° 9.30, en la página 60).

De acuerdo con los valores mediante la Correlación de *Rho Spearman* se observa un coeficiente de 0.406 con un nivel de significancia de 0.006 menor al valor alfa de 0.05, lo que significa que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación. Por lo tanto, existe relación significativa entre el estadio de transformación de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

## VII. DISCUSIÓN

Se concuerda con García-Cuéllar, Mihály y Salazar (2018) cuando afirman que el *software* GeoGebra contribuyó en el aprendizaje de la razón de cambio por las particularidades de sus herramientas, especialmente, los deslizadores.

Además, de acuerdo con Enrique y Rivera (2015) la ejecución de la propuesta didáctica sí permitió analizar y comprobar como favoreció el aprendizaje del concepto de Razón de Cambio respaldada por el Enfoque Instrumental la cual permitió la instrumentación más autónoma (génesis) que se evidenció en los esquemas de uso adoptados por ellos, puesto que de manera autónoma, gradual e individual evidenciaron mejores esquemas de uso para responder competentemente a la solución de las guías y laboratorios implementados.

Se da la razón a López y Forero (2012) con el hecho de que sí se puede potenciar la noción de razón de cambio en los estudiantes haciendo uso del *software* GeoGebra. Sin embargo, discrepamos de la afirmación de que no se puede asegurar de que el avance logrado por los estudiantes sea el requerido para la comprensión en la construcción de dicha noción matemática.

Se confirma con Grisales (2018) cuando asevera que existe una tendencia de investigación alrededor del uso y apropiación de recursos TIC en el aula de clase y se ha encontrado evidencia del impacto positivo que tiene este uso en los procesos de aprendizaje de distintas áreas, incluida la matemática.

Se evidencia que existe una relación estadísticamente significativa entre la instrumentalización de algunas propiedades del *software* GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos. La correlación de *Rho Spearman* se observa un coeficiente de 0.427 a un nivel de significancia de 0.003 menor al valor alfa de 0.05. Coincidiendo con los resultados de Chambilla (2017) que revela que el uso de un *software* influye significativamente en la mejora del aprendizaje en los estudiantes en relación al desarrollo de los aprendizajes con el método tradicional.

## CONCLUSIONES

1. No existe relación significativa entre el estadio de descubrimiento de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos
2. Existe relación significativa entre el estadio de personalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.
3. Existe relación significativa entre el estadio de transformación de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.
4. Existe una relación estadísticamente significativa entre la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

Finalmente se plantea el aprendizaje de la Matemática mediado por recursos TIC en diversos contextos universitarios, específicamente en la Ingeniería. Planeando investigaciones que se enfoquen en hacer reflexiones en torno a la diferenciación del proceso de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas, que permitirán disponer orientaciones a los estudiantes, docentes e instituciones en materia de educación universitaria.

## VIII. REFERENCIALES

- Almouloud, S. A. (2017). Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 11(2), 109. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p109>
- Artigue, L. E. (2002). Learning mathematics in a cas environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(July 2001), 245–274. Recuperado de <https://doi.org/10.1023/A:1022103903080>
- Artigue, M., Douady, R., & Moreno, L. (1995). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En P. Gomes (Ed.), *Ingeniería didáctica en Educación Matemática* (Primera, pp. 97–140). Recuperado de INGENIERÍA DIDÁCTICA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas
- Bautista Sánchez, M. G., Martínez Moreno, A. R., & Hiracheta Torres, R. (2014). El Uso de Material Didáctico y Las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC's) para mejorar el Alcance Académico. *Ciencia y Tecnología*, 1(14). <https://doi.org/10.18682/cyt.v1i14.217>
- Camarena Gallardo, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa*, 9(46), 15–25.
- Camarena Gallardo, P. (2015). Teoría de las ciencias en contexto y su relación con las competencias \*. *Ingenium*, 16(nº 31), 108–127. Recuperado de <https://revistas.usb.edu.co/index.php/Ingenium/article/view/1370/1160>
- Chambilla Laquiticon, A. (2017). *El uso del programa informático Derive y la mejora del aprendizaje de matemática en los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria Nuestra Señora del Carmen de llave – Puno* (Universidad Nacional de Educación Enrique Guzman y Valle). Recuperado de <http://repositorio.une.edu.pe/handle/UNE/1640>
- Chumpitaz Malpartida, L. D. (2013). *La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería* (Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/4514>
- Competencia, capacidades, estándares y desempeños según el Currículo Nacional actualizado-. (2019). Recuperado de web del maestro CMF website: <https://webdelmaestrocmf.com/portal/competencias-capacidades-estandares-y-desempenos-segun-el-curriculo-nacional-actualizado/>
- Creswell, J. W. (2014). Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed methods. En *Journal of Chemical Information and Modeling* (fourth, Vol. 53). California: SAGE.
- Cuicas Avila, M., Debel Chourio, E., Casadei Carniel, L., & Alvarez Vargas, Z. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Actualidades Investigativas en Educación*, 7(2), 1–34.

- Recuperado de <http://revista.inie.ucr.ac.cr>
- Enrique, N., & Rivera, S. (2015). *La enseñanza del concepto de razón de cambio fundamentada en la Teoría de la Actividad Instrumentada y mediada por el software Tracker*. Antioquia.
- Fernández Escobar, E. A. (2018). *El uso del software Derive en procesos de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores de alumnos de nivel universitario* (Nacional de Concepción). Recuperado de [https://www.conacyt.gov.py/sites/default/files/Beca29-10\\_Tesis\\_Eduardo\\_Fernandez.pdf](https://www.conacyt.gov.py/sites/default/files/Beca29-10_Tesis_Eduardo_Fernandez.pdf)
- Flores Salazar, J. V. (2009). *Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de Transformacoes Geométricas no Espaço* (Pontificia Universidade de Sao Paulo). Recuperado de <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11397>
- Galeano Marín, M. E. (2012). Investigación documental: La construcción de conocimiento desde la cultura material. En C. A. Hurtado Orozco (Ed.), *Estrategias de Investigación Social Cualitativa* (La Carreta, p. 240). Medellín.
- Gamboa Araya, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2(3), 11–44. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6890/6576>
- García-Cuéllar, D. J., Mihály, M.-M., & Salazar, J. V. F. (2018). Génesis instrumental de la razón de cambio instantánea mediada por Geogebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(2), 1876–1883. Colombia.
- Grisales-Franco, L., & González Agudelo, E. (2009). El saber sabio y el saber enseñado: un problema para la didáctica universitaria. *Educación y educadores*.
- Grisales Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198–214. <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>
- Henriques, Afonso; Attie, João; Farias, L. (2007). Referências teóricas da didática francesa: análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple. *Educação Matemática Pesquisa*, 9(1), 51–81.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (Sexta; McGraw-Hill, Ed.). México D.F.
- Irazoki Becerra, E. (2015). *El Aprendizaje del Cálculo Diferencial: Una propuesta basada en la modularización* (Bío Bío). Recuperado de [http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/tesisuned:Educacion-Esirazoqui/IRAZOQUI\\_BECERRA\\_Elias\\_Tesis.pdf](http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/tesisuned:Educacion-Esirazoqui/IRAZOQUI_BECERRA_Elias_Tesis.pdf)
- Kaput, J. J. (2004). Los papeles representacionales de la tecnología al conectar las matemáticas con las experiencias reales 1[1]. *Mathematics didactics as a scientific discipline*, 379–397.
- López Vélez, D., & Forero Toro, C. (2012). *Una aproximación al concepto de razón de cambio con estudiantes de grado sexto a partir de la mediación con geometría dinámica*. Pedagógica Nacional.
- Marzano, R. J., & Pickering, D. J. (2005). *Dimensiones del Aprendizaje. Manual para el maestro*. (Segunda). México: Instituto Tecnológico y de Estudios

- Superiores de Occidente (ITESO).
- Marzano, R., & Pickering, D. (2005). Dimensiones del aprendizaje. Manual del maestro. En *Iteso* (Segunda). Recuperado de <http://primariasregionsur.wikispaces.com/file/view/Dimensiones+del+aprendizaje.+Manual+del+maestro.pdf>
- Neto Xavier, A. L. (2015). *Um estudo da gênese instrumental para função de uma variável real com várias sentenças*. Universidad Católica de Sao Paulo.
- Pineda, C. E. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de la derivada en el último grado de educación secundaria*. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/39569/>
- Rabardel, P., Acosta Gempeler, M., Perry, P. I., & Santacruz, M. (2011a). *Los hombres y las tecnologías: visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. Recuperado de <https://www.libreriadelau.com/los-hombres-y-las-tecnologias-vision-cognitiva-de-los-instrumentos-contemporaneos-u-industrial-de-santander-9789588504780-investigacion-y-ciencia/p>
- Rabardel, P., Acosta Gempeler, M., Perry, P., & Santacruz, M. (2011b). *Los hombres y las tecnologías. Visión cognitiva de los instrumentos cotemporáneos*. (Primera; A. Colin, Ed.). Colombia: División de Publicaciones UIS.
- Ramirez, A. (2009). Anales de la Facultad de Medicina. *Anales de la Facultad de Medicina*, 70, 217–224. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37912410011>
- Rendón Mesa, P. A. (2009). *Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la Enseñanza para la Comprensión* (Universidad de Antioquia). Recuperado de <http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/525/1/ConceptualizacionRazonCambio01.pdf>
- Riaño Hincapié, H. A. (2013). *Uso de la herramienta Microsoft Excel para la caracterización de variables cuantitativas en el área de estadística en el grado séptimo de educación secundaria*. Tecnológico de Monterrey.
- Romero Trenas, F. (2009). Aprendizaje Significativo Y Constructivismo. *Revista digital para profesionales de la enseñanza*, Julio(3), 8. Recuperado de <http://www.fe.ccoo.es/andalucia/docu/p5sd4981.pdf>
- Schunk, D. H. (2012). Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa. En *México*. (6th ed.). Mexico City: Pearson.
- Silva Xavier, J. (2009). *Influências da informática educativa na prática pedagógica do professor de matemática* (Federal do Mato Grosso do Sul). Recuperado de <https://repositorio.ufms.br:8443/jspui/bitstream/123456789/1162/1/JulianaXavierSilva.pdf>
- Stewart, J. (2012). *Cálculo De Una Variable .Trascendentes Tempranas* (Sétima; S. Cervantes González & G. L. Olguín Sarmiento, Eds.). <https://doi.org/10.15713/ins.mmj.3>
- Torres González, E., & Celis Domínguez, A. B. (2015). Actitudes frente al aprendizaje de los estudiantes de la escuela superior de cómputo del instituto politécnico nacional, como aprendices del siglo XXI. *Revista Iberoamericana de Contaduría, Economía y Administración: RICEA*, 4(8),

20.

- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281–307. <https://doi.org/10.1007/s10758-004-3468-5>
- Trouche, L., & Drijvers, P. (2014). Webbing and orchestration. Two interrelated views on digital tools in mathematics education. *Teaching Mathematics and its Applications*. <https://doi.org/10.1093/teamat/hru014>
- Velasquez Mendoza, R. V. (2019). *Software educativo para mejorar la resolución de problemas en el área de matemática en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I.E. 40399 Juan Velásco Alvarado, distrito de Yanque, provincia de Caylloma, Región Arequipa, 2017*. (Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo). Recuperado de <http://repositorio.unprg.edu.pe/handle/UNPRG/7055>
- Véliz Capuñay, C. (2014). *Estadística para la administración y los negocios* (Segunda; Centrum, Ed.). Lima: Pearson education.

## IX. APÉNDICES

TABLA N° 9.1. TIPOS DE TAREA PRESENTES EN EL LIBRO DIDÁCTICO

Tarea ( $T$ )	Descripción del tipo de tarea	Libro de Stewart
$T_1$	Escribir la pendiente de la recta secante.	1
$T_2$	Escribir la pendiente de la recta tangente a la curva.	10
$T_3$	Interpretación gráfica de la razón de cambio.	2

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.2. SEXO DE LOS ESTUDIANTES

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Femenino	26	57,8	57,8	57,8
	Masculino	19	42,2	42,2	100,0
	Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.3. CONSIDERACIÓN DEL PROGRAMA GEOGEBRA

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Bueno	18	40,0	40,0	40,0
	Muy bueno	23	51,1	51,1	91,1
	Excelente	4	8,9	8,9	100,0
	Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.4. AGRADO DE LAS CLASES DE MATEMÁTICA UTILIZANDO EL PROGRAMA GEOGEBRA.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Poco	2	4,4	4,4	4,4
Más o menos	24	53,3	53,3	57,8
Mucho	19	42,2	42,2	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.5. PREFERENCIA DE LOS ESTUDIANTES

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Cualquiera	6	13,3	13,3	13,3
Aula de clase	8	17,8	17,8	31,1
Sala de tecnología	31	68,9	68,9	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.6. METODOLOGÍA DEL DOCENTE CON EL PROGRAMA DE GEOGEBRA.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Mala	6	13,3	13,3	13,3
Regular	14	31,1	31,1	44,4
Bueno	17	37,8	37,8	82,2
Muy bueno	8	17,8	17,8	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.7. FACILIDAD DE REALIZAR LAS ACTIVIDADES CON EL GEOGEBRA

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido No se facilita	1	2,2	2,2	2,2
Normal	23	51,1	51,1	53,3
Mucho	21	46,7	46,7	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.8. AGRADO DE LAS CLASES UTILIZANDO LA TECNOLOGÍA

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido En desacuerdo	2	4,4	4,4	4,4
De acuerdo	24	53,3	53,3	57,8
Totalmente de acuerdo	19	42,2	42,2	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.9. APRENDIZAJE UTILIZANDO EL GEOGEBRA

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Lo mismo	15	33,3	33,3	33,3
Se aprende más	30	66,7	66,7	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.10. DIFICULTADES CON EL MANEJO DEL SOFTWARE GEOGEBRA DURANTE LAS CLASES

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Manejo de comandos	28	62,2	62,2	62,2
Uso de deslizador	4	8,9	8,9	71,1
Manejo íconos	7	15,6	15,6	86,7
Otros	6	13,3	13,3	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.11. OBJETIVOS ALCANZADOS, PROPUESTOS DURANTE LAS CLASES

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Más o menos	23	51,1	51,1	51,1
Sí	22	48,9	48,9	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.12. LO QUE NO GUSTÓ DURANTE LAS CLASES

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Nada	16	35,6	35,6	35,6
Otro	6	13,3	13,3	48,9
Poco espacio	9	20,0	20,0	68,9
Poco acompañamiento docente	4	8,9	8,9	77,8
Los computadores	8	17,8	17,8	95,6
El programa geogebra	2	4,4	4,4	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.13. MANEJO DE LOS ICONOS EN LA BARRA DE HERRAMIENTAS DEL GEOGEBRA

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Inadecuado	4	8,9	8,9	8,9
Adecuado	38	84,4	84,4	93,3
Excelente	3	6,7	6,7	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.14. DIFICULTADES ENCONTRADAS DURANTE LAS CLASES

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido No traer implemento de trabajo	4	8,9	8,9	8,9
Carpetas personales	2	4,4	4,4	13,3
Indisciplinas	3	6,7	6,7	20,0
Poco tiempo para las actividades	21	46,7	46,7	66,7
Ninguna	15	33,3	33,3	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.15. MANEJO DE LOS COMANDOS RELATIVOS A FUNCIONES DE GEOGEBRA

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Inadecuado	4	8,9	8,9	8,9
Adecuado	35	77,8	77,8	86,7
Excelente	6	13,3	13,3	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.16. CAMBIAR ALGO EN CLASE

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Carpetas	2	4,4	4,4	4,4
El docente	1	2,2	2,2	6,7
Actividades	13	28,9	28,9	35,6
Utilizar computadores	29	64,4	64,4	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.17. CONSIDERA QUE LAS CLASES SON AGRADABLES UTILIZANDO LOS IMPLEMENTOS TRADICIONALES COMO REGLA, LÁPIZ, TRANSPORTADOR, COMPÁS, ETC

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Totalmente en desacuerdo	1	2,2	2,2	2,2
En desacuerdo	10	22,2	22,2	24,4
De acuerdo	28	62,2	62,2	86,7
Totalmente de acuerdo	6	13,3	13,3	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.18. USO DE OPCIÓN DESLIZADOR Y RUTINAS DE CÁLCULO CON GEOGEBRA

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Inadecuado	4	8,9	8,9	8,9
Adecuado	40	88,9	88,9	97,8
Excelente	1	2,2	2,2	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.19. PRESENTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE CLASE PARA UN ESTUDIANTE DE INGENIERÍA

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido En desacuerdo	5	11,1	11,1	11,1
De acuerdo	33	73,3	73,3	84,4
Totalmente de acuerdo	7	15,6	15,6	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.20. RELACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS CON SU CARRERA PROFESIONAL

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Poco	3	6,7	6,7	6,7
Más o menos	15	33,3	33,3	40,0
Mucho	27	60,0	60,0	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.21. INSTRUMENTALIZACIÓN

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido En proceso	9	20,0	20,0	20,0
Medio	32	71,1	71,1	91,1
Optimo	4	8,9	8,9	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.22. TABLA CRUZADA ESTADIO DE DESCUBRIMIENTO

	Sexo		Total
	Femenino	Masculino	
<b>Estadio del descubrimiento</b> Inadecuado	2	5	7
Adecuado	18	11	29
Excelente	6	3	9
Total	26	19	45

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.23. TABLA CRUZADA ESTADIO DE PERSONALIZACIÓN

	Sexo		Total
	Femenino	Masculino	
<b>Estadio de personalización</b> Inadecuado	3	2	5
Adecuado	14	10	24
Excelente	9	7	16
Total	26	19	45

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.24. TABLA CRUZADA ESTADIO DE TRANSFORMACIÓN

	Sexo		Total
	Femenino	Masculino	
<b>Estadio de transformación</b> Inadecuado	3	3	6
Adecuado	18	15	33
Excelente	5	1	6
Total	26	19	45

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.25. NIVEL DE DESEMPEÑO

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido				
Bajo	9	20,0	20,0	20,0
Medio	32	71,1	71,1	91,1
Alto	4	8,9	8,9	100,0
Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.26. TABLA CRUZADA DE NIVEL DE DESEMPEÑO

	Sexo		Total
	Femenino	Masculino	
<b>Nivel de desempeño</b>			
Bajo (agrupado)	4	5	9
Medio	18	14	32
Alto	4	0	4
Total	26	19	45

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.27. CORRELACIONES DE INSTRUMENTALIZACIÓN Y NIVEL DE DESEMPEÑO

			Nivel de desempeño (agrupado)	Estadio de descubrimiento
Rho de Spearman	Nivel de desempeño (agrupado)	Coefficiente de correlación	1,000	,427**
		Sig. (bilateral)	.	,003
		N	45	45
	Instrumentalización	Coefficiente de correlación	,427**	1,000
		Sig. (bilateral)	,003	.
		N	45	45

\*\* La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.28. CORRELACIONES DE ESTADIO DE DESCUBRIMIENTO Y NIVEL DE APRENDIZAJE

			Nivel de desempeño (agrupado)	Estadio de descubrimiento
Rho de Spearman	Nivel de desempeño (agrupado)	Coefficiente de correlación	1,000	,009
		Sig. (bilateral)	.	,955
		N	45	45
	Estadio de descubrimiento	Coefficiente de correlación	,009	1,000
		Sig. (bilateral)	,955	.
		N	45	45

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.29. CORRELACIONES DE ESTADIO DE PERSONALIZACIÓN Y NIVEL DE APRENDIZAJE

			Nivel de desempeño (agrupado)	Estadio de personalización
Rho de Spearman	Nivel de desempeño (agrupado)	Coefficiente de correlación	1,000	,358*
		Sig. (bilateral)	.	,016
		N	45	45
	Estadio de personalización	Coefficiente de correlación	,358*	1,000
		Sig. (bilateral)	,016	.
		N	45	45

\* La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Fuente: Elaboración propia (2019).

TABLA N° 9.30. CORRELACIONES ESTADIO DE TRANSFORMACIÓN Y NIVEL DE DESEMPEÑO

			Nivel de desempeño (agrupado)	Estadío de transformación
Rho de Spearman	Nivel de desempeño (agrupado)	Coefficiente de correlación	1,000	,406**
		Sig. (bilateral)	.	,006
		N	45	45
	Estadío de transformación	Coefficiente de correlación	,406**	1,000
		Sig. (bilateral)	,006	.
		N	45	45

\*\* . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Fuente: Elaboración propia (2019).

## Instrumento de Recolección de datos

FACULTAD DE INGENIERIA PESQUERA Y DE ALIMENTOS  
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN

### Cuestionario

**Propósito:** Obtener información sobre la opinión de los estudiantes acerca de las clases de matemática usando Geogebra.

1. Datos generales:

- a. Código de estudiante:
- b. Sexo:  M  F
- c. Escuela profesional:  IA  IP
- d. Ciclo:

**Marque con una X dentro de la casilla de la respuesta que desea**

2. ¿Cómo considera el programa Geogebra?

Excelente    Muy bueno    Bueno    Regular    Malo

3. ¿Le agrada las clases de matemática utilizando el programa Geogebra?

Mucho    Más o menos    Poco    Nada

4. ¿Si tuviera que escoger, preferiría una clase en el aula o en laboratorio de cómputo con Geogebra?

Sala de tecnología    Aula de clase    Cualquiera

5. ¿Considera que el docente tiene buena metodología cuando les enseña con el programa de Geogebra?

Excelente    Muy buena    Buena    Regular    Mala

6. ¿Se le facilita realizar las actividades con el programa de Geogebra?

Mucho    Normal    No se facilita

7. ¿Considera que las clases son más agradables utilizando la tecnología?

Totalmente de acuerdo    De acuerdo    En desacuerdo

8. ¿Considera que aprendió más utilizando la tecnología, en este caso Geogebra?

Se aprende más    Lo mismo    Se aprende menos

9. ¿Qué dificultades encontró en el manejo del software Geogebra durante las clases?

Manejo de comandos    Uso deslizador    Manejo iconos    Otra

En caso de contestar otra, ¿cuál es? \_\_\_\_\_

Fuente: elaboración basada en los cuestionarios de Riaño Hincapié, J. L. (2013) en su Tesis de Maestría en Educación con Acentuación en Procesos de Enseñanza Aprendizaje.

10. *¿Considera que ha alcanzado los objetivos propuestos durante las clases?*
- |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Si                       | Más o menos              | No                       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
11. *¿Qué fue lo que no le gustó durante las clases?*
- |                                 |                          |                          |
|---------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Poco espacio                    | Los computadores         | El programa Geogebra     |
| <input type="checkbox"/>        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poco acompañamiento del docente | Otro                     | Nada                     |
| <input type="checkbox"/>        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- En caso de contestar otra, ¿cuál es? \_\_\_\_\_
12. *¿Diría que tiene manejo de los iconos en la barra de herramientas del Geogebra?*
- |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Inadecuado               | Adecuado                 | Excelente                |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
13. *¿Qué dificultades encontró durante las clases?*
- |                                  |                          |                          |
|----------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| No traer implementos de trabajo  | Carpetas personales      | Indisciplina             |
| <input type="checkbox"/>         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poco tiempo para las actividades | Ninguna                  |                          |
| <input type="checkbox"/>         | <input type="checkbox"/> |                          |
14. *¿Diría que tiene manejo de los comandos relativos a funciones de Geogebra?*
- |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Inadecuado               | Adecuado                 | Excelente                |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
15. *¿Si pudiera cambiar algo en las clases, que le gustaría hacer?*
- |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Las carpetas             | Utilizar computadores    | El docente               | Las actividades          |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
16. *¿Considera que las clases son agradables utilizando los implementos tradicionales como regla, lápiz, transportador, compás, etc.?*
- |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Totalmente de acuerdo    | De acuerdo               | En desacuerdo            | Totalmente en desacuerdo |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
17. *¿Uso de opción deslizador y rutinas de cálculo con Geogebra?*
- |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Inadecuado               | Adecuado                 | Excelente                |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
18. *¿Considera que la forma de presentación de las actividades de clase son adecuadas para un estudiante de ingeniería?*
- |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Totalmente de acuerdo    | De acuerdo               | En desacuerdo            | Totalmente en desacuerdo |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
19. *¿Las actividades desarrolladas guardaron relación con su carrera profesional?*
- |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Mucho                    | Más o menos              | Poco                     | Nada                     |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Fuente: elaboración basada en los cuestionarios de Riaño Hincapié, J. L. (2013) en su Tesis de Maestría en Educación con Acentuación en Procesos de Enseñanza Aprendizaje.

## Ficha de validación del instrumento

### FICHA DE VALIDACIÓN DEL INFORME DE OPINIÓN POR JUICIO DE EXPERTO

#### I. DATOS GENERALES:

1.1. **Título de la Investigación:** LA INSTRUMENTALIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE RAZÓN DE CAMBIO DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL POR PARTE DE LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA, Lima, 2020.

1.2. **Nombre del Instrumento:** Cuestionario para la variable independiente, Instrumentalización del software GeoGebra por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

#### II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	
1. Claridad	Está formulado con lenguaje apropiado.																X					
2. Objetividad	Está expresado en conductas observables.																			X		
3. Actualidad	Adecuado el alcance la ciencia pedagógica.																	X				
4. Organización	Existe una organización lógica.																			X		
5. Suficiencia	Comprende a los aspectos de cantidad y calidad.																			X		
6. Intencionalidad	Adecuado para valorar los instrumentos de investigación.																			X		
7. Consistencia	Basado en aspectos Teóricos-Científicos.																				X	
8. Coherencia	Entre los índices e indicadores.																			X		
9. Metodología	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.																				X	
10. Pertinencia	Es útil y adecuado para la investigación.																	X				
SUBTOTAL																	80	170	450	150		
TOTAL																						890

Deficiente 0-20%	Regular 21-40%	Bueno 41-60%	Muy Bueno 61-80%	Excelente 81-100%
------------------	----------------	--------------	------------------	-------------------

PROMEDIO DE VALORACIÓN	89,0
OPINIÓN DE APLICABILIDAD	EXCELENTE

- o **Nombres y Apellidos:** Luis W. García Ramos.
- o **DNI N°:** 17976166      **Teléfono:** 930478253
- o **Dirección domiciliaria:** Pomabamba N° 641, Breña, Lima
- o **Título Profesional:** Licenciado en Matemáticas
- o **Grado Académico:** Doctor
- o **Mención:** Educación



LUIS GARCIA RAMOS  
DNI. 17976166

## FICHA DE VALIDACIÓN DEL INFORME DE OPINIÓN POR JUICIO DE EXPERTO

### I. DATOS GENERALES:

1.1. **Título de la Investigación:** LA INSTRUMENTALIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE RAZÓN DE CAMBIO DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL POR PARTE DE LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA, Lima, 2020.

1.2. **Nombre del Instrumento:** Cuestionario para la variable independiente, Instrumentalización del software GeoGebra por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

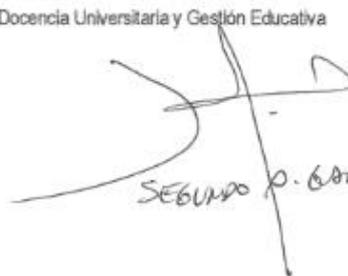
### II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100		
1. Claridad	Está formulado con lenguaje apropiado.																X						
2. Objetividad	Está expresado en conductas observables.																		X				
3. Actualidad	Adecuado al alcance la ciencia pedagógica.																X						
4. Organización	Existe una organización lógica.																			X			
5. Suficiencia	Comprende a los aspectos de cantidad y calidad.																			X			
6. Intencionalidad	Adecuado para valorar los instrumentos de investigación.																			X			
7. Consistencia	Basado en aspectos Teóricos-Científicos.																				X		
8. Coherencia	Entre los índices e indicadores.																			X			
9. Metodología	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.																			X			
10. Pertinencia	Es útil y adecuado para la investigación.																			X			
SUBTOTAL																	180	95	540	95			
TOTAL																							890

Deficiente 0-20%	Regular 21-40%	Bueno 41-60%	Muy Bueno 61-80%	Excelente 81-100%
------------------	----------------	--------------	------------------	-------------------

PROMEDIO DE VALORACIÓN	88,0
OPINIÓN DE APLICABILIDAD	EXCELENTE

- o **Nombres y Apellidos:** Segundo A. García Flores.
- o **DNI N°:** 18056963      **Teléfono:** 984775700
- o **Dirección domiciliaria:** Los Cóndores N° 392 A, Urb. San José, Bellavista, Callao
- o **Título Profesional:** Licenciado en Matemáticas
- o **Grado Académico:** Maestro
- o **Mención:** Docencia Universitaria y Gestión Educativa



SEGUNDO A. GARCÍA FLORES.

## FICHA DE VALIDACIÓN DEL INFORME DE OPINIÓN POR JUICIO DE EXPERTO

### I. DATOS GENERALES:

1.1. **Título de la Investigación:** LA INSTRUMENTALIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE RAZÓN DE CAMBIO DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL POR PARTE DE LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA, Lima, 2020.

1.2. **Nombre del Instrumento:** Cuestionario para la variable independiente, Instrumentalización del software GeoGebra por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.

### II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100		
1. Claridad	Está formulado con lenguaje apropiado.																				X		
2. Objetividad	Está expresado en conductas observables.																					X	
3. Actualidad	Adecuado al alcance la ciencia pedagógica.																			X			
4. Organización	Existe una organización lógica																					X	
5. Suficiencia	Comprende a los aspectos de cantidad y calidad.																					X	
6. Intencionalidad	Adecuado para valorar los instrumentos de investigación.																			X			
7. Consistencia	Basado en aspectos Teóricos-Científicos.																					X	
8. Coherencia	Entre los índices e indicadores.																					X	
9. Metodología	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.																					X	
10. Pertinencia	Es útil y adecuado para la investigación.																				X		
SUBTOTAL																						270	665
TOTAL																							955

Deficiente 0-20%	Regular 21-40%	Bueno 41-60%	Muy Bueno 61-80%	Excelente 81-100%
------------------	----------------	--------------	------------------	-------------------

PROMEDIO DE VALORACIÓN	
OPINIÓN DE APLICABILIDAD	EXCELENTE

o **Nombres y Apellidos:** Jorge Luis Camayo Vivanco.  
o **DNI N°:** 07336926 **Telefono:** 976383041  
o **Dirección domiciliaria:** Palma de Mallorca 146. San Luis, Lima  
o **Título Profesional:** Licenciado en Relaciones Industriales  
o **Grado Académico:** Doctor  
o **Mención:** Ciencias de la Educación



Jorge L. Camayo Vivanco.

## Base de Datos

FIGURA 9.1. IMPRESIÓN DE PANTALLA DE LAS VARIABLES

Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
P3	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
P4	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
P5	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
P6	Numérico	12	0		{0, NO SE FACILITA...	Ninguno	8	Derecha	Ordinal	Entrada
P7	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
P8	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
P9	Numérico	12	0		{1, MANEJO DE COM...	Ninguno	9	Derecha	Ordinal	Entrada
P10	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	7	Derecha	Nominal	Entrada
P11	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
P12	Numérico	12	0	Manejo de iconos	{1, INADECUADO}...	Ninguno	9	Derecha	Ordinal	Entrada
P13	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
P14	Numérico	12	0	Manejo de comandos	{1, INADECUADO}...	Ninguno	8	Derecha	Ordinal	Entrada
P15	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	7	Derecha	Nominal	Entrada
P16	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	7	Derecha	Nominal	Entrada
P17	Numérico	12	0	Manejo deslizador	{1, INADECUADO}...	Ninguno	11	Derecha	Ordinal	Entrada
P18	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
P19	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
V21	Numérico	12	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
N_D	Numérico	12	0	Nivel de desempeño	Ninguno	Ninguno	7	Derecha	Escala	Entrada
INST	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	10	Derecha	Escala	Entrada
NDCAT	Numérico	5	0	Nivel de desempeño (agrupado)	{1, DEFICIENTE}...	Ninguno	10	Derecha	Ordinal	Entrada
INSTCAT	Numérico	5	0	INST (agrupado)	{1, LOGRADO EN PR...	Ninguno	10	Derecha	Ordinal	Entrada
INST3	Numérico	5	0	Instrumentalización	{1, EN PROCESO}...	Ninguno	10	Derecha	Ordinal	Entrada

Fuente: Elaboración propia (2019).

FIGURA 9.2. IMPRESIÓN DE PANTALLA DE LOS DATOS DE LA ENCUESTA

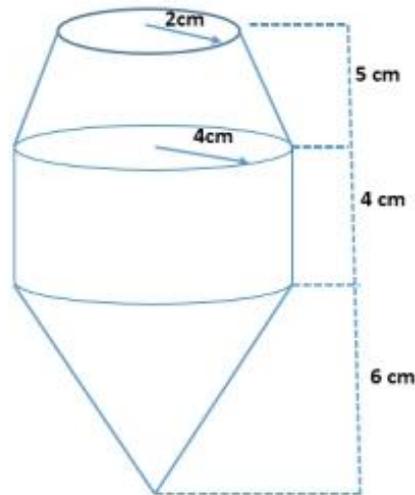
	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	V21	N_D
1	O	2	3	OTROS	2	0	ADECUADO	5	ADECUADO	4	4	ADECUADO	4	3	14
2	L	2	3	OTROS	1	1	INADECUADO	4	ADECUADO	3	3	ADECUADO	3	1	14
3	L	2	2	OTROS	2	2	ADECUADO	5	EXCELENTE	4	2	INADECUADO	2	3	17
4	O	2	3	OTROS	1	4	ADECUADO	4	ADECUADO	4	3	ADECUADO	3	3	13
5	L	2	3	MANEJO D...	1	1	EXCELENTE	5	ADECUADO	3	3	INADECUADO	3	3	14
6	O	3	3	MANEJO D...	2	2	ADECUADO	5	EXCELENTE	4	3	ADECUADO	4	3	14
7	O	3	3	OTROS	2	4	ADECUADO	5	INADECU...	4	3	ADECUADO	4	3	14
8	L	2	2	MANEJO IC...	2	4	EXCELENTE	2	INADECU...	4	3	ADECUADO	3	2	14
9	O	3	3	MANEJO D...	1	4	ADECUADO	4	ADECUADO	4	2	ADECUADO	3	2	13
10	L	2	2	MANEJO D...	1	4	ADECUADO	1	EXCELENTE	3	2	ADECUADO	3	2	14
11	O	3	3	MANEJO D...	1	2	INADECUADO	4	EXCELENTE	3	3	ADECUADO	3	2	17
12	O	2	2	MANEJO D...	2	2	ADECUADO	4	ADECUADO	4	3	ADECUADO	4	3	16
13	L	3	3	MANEJO D...	2	0	ADECUADO	5	ADECUADO	4	2	ADECUADO	2	3	14
14	L	3	3	MANEJO D...	1	0	EXCELENTE	4	EXCELENTE	4	3	ADECUADO	3	2	14
15	L	2	3	MANEJO D...	1	0	ADECUADO	5	ADECUADO	4	3	ADECUADO	3	2	12
16	O	3	3	MANEJO D...	2	2	ADECUADO	4	EXCELENTE	4	3	ADECUADO	3	2	14
17	L	2	3	MANEJO D...	1	0	EXCELENTE	4	ADECUADO	4	2	ADECUADO	3	3	16
18	L	2	3	MANEJO D...	2	2	ADECUADO	4	EXCELENTE	1	3	ADECUADO	3	3	14
19	L	2	3	USO DESLI...	1	1	EXCELENTE	4	ADECUADO	3	3	ADECUADO	3	2	13
20	O	2	3	MANEJO IC...	1	0	ADECUADO	4	ADECUADO	4	4	INADECUADO	3	2	13
21	O	2	3	MANEJO D...	2	0	ADECUADO	5	EXCELENTE	3	3	ADECUADO	3	3	16
22	O	2	2	MANEJO D...	1	0	EXCELENTE	4	ADECUADO	3	3	ADECUADO	3	2	13
23	L	2	2	USO DESLI...	1	3	ADECUADO	1	ADECUADO	4	3	ADECUADO	3	1	20

Fuente: Elaboración propia (2019).

## Situación - Problema

### ACTIVIDAD 3: Explorando la razón de cambio

Para realizar cierto proceso industrial, se necesita una pera de decantación para poder separar dos líquidos presentes en una solución. La pera empleada debe tener las dimensiones como se indica en la siguiente figura.



- a) El ingeniero encargado del proceso necesita saber el comportamiento de la sección transversal de la pera a medida que cambia la altura, para ello se debe modelar la función que representa el área de la sección transversal a medida que cambia la altura. Considere que la altura ( $x$ ) se mide desde la parte inferior de la pera.
- b) El ingeniero encargado del proceso necesita medir algunas variaciones de la sección a medida que va aumentando la altura, esto es, necesita saber que tan rápido va cambiando la sección transversal a medida que va cambiando la altura, para ello propone realizar e interpretar las siguientes medidas:
  - b.1) ¿qué tan rápido cambia la sección de la pera cuando la altura varía de 4.5cm a 6cm?
  - b.2) ¿qué tan rápido cambia la sección de la pera cuando la altura varía de 4.5cm a 8cm?
  - b.3) ¿qué tan rápido cambia la sección de la pera cuando la altura varía de 4.5cm a 15cm?
  - b.4) ¿qué tan rápido cambia la sección de la pera cuando la altura varía de 7cm a 9cm?
- c) Para medir la resistencia que debe tener la pera, el ingeniero encargado del proceso desea saber a qué altura la rapidez con la que aumenta el área de la sección transversal

Autores: Brian Valenzuela-Katia Vigo

asciende a  $4\pi$  metros cuadrados por metro, cuando la altura aumenta en una unidad.  
¿la altura es única?

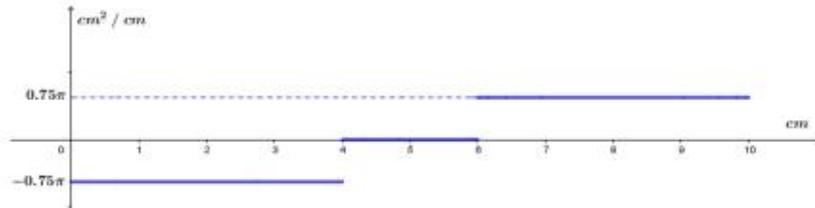
- d) Con la finalidad de conocer la rapidez con que varía la sección a una altura de 11cm el ingeniero recomienda a su equipo realizar las siguientes mediciones:

Altura inicial (x)	Altura final (x+Δx)	$\frac{A(x + \Delta x) - A(x)}{\Delta x}$
11cm	12cm	
11m	11.5cm	
11cm	11.1cm	
11cm	11.01cm	
11cm	11.001cm	
11cm	11.0001cm	

¿Qué puede afirmar a partir de los cálculos obtenidos en la tabla mostrada?

#### **ACTIVIDAD 4: Explorando la razón de cambio**

Se desea realizar cierto proceso industrial, para lo cual se necesita un recipiente que soporte altas temperaturas. El estudio realizado por los ingenieros muestra que la rapidez con la cual varía la sección transversal del recipiente, a medida que aumenta la altura, debe tener el comportamiento mostrado en el siguiente gráfico.



A partir de la información presentada por los especialistas, obtenga la forma que debe tener el recipiente. Dar como respuesta el diseño del recipiente y las dimensiones que debe tener. Considere que la base tiene un diámetro de 4cm.

## X. ANEXOS

### Matriz de Consistencia

**TITULO:** INSTRUMENTALIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA Y EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE RAZÓN DE CAMBIO DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL POR PARTE DE LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	INDICADORES	METODOLOGÍA
¿Cómo se relaciona la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos?	<p><b>Objetivo general</b></p> <p>Analizar la relación entre la instrumentalización del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.</p> <p><b>Objetivos Específicos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar las acciones de los estudiantes en el estadio de descubrimiento que instrumentalizan el GeoGebra con el aprendizaje del</li> </ul>	<p><b>Hipótesis general</b></p> <p>Existe una relación estadísticamente significativa entre la instrumentalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.</p> <p><b>Hipótesis específicas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Existe relación significativa entre el estadio de descubrimiento de algunas propiedades del software GeoGebra</li> </ul>	<p><b>Variable dependiente.</b> - El aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.</p> <p><b>Variable independiente.</b> - Instrumentalización del software GeoGebra por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos</p>	<p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nivel de desempeño.</li> <li>• Nivel de Actitud</li> </ul> <p><b>Indicadores:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Manejo de íconos en barra de heramientas.</li> <li>• Manejo de comandos relativo a funciones.</li> </ul>	Metodología Mixta

	<p>concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar el nivel de personalización de las acciones de los estudiantes que instrumentalizan el GeoGebra con el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.</li> <li>• Establecer el nivel de transformación que realizan los estudiantes que instrumentalizan el GeoGebra con el</li> </ul>	<p>y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Existe relación significativa entre el estadio de personalización de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.</li> <li>• Existe relación significativa entre el estadio de transformación de algunas propiedades del software GeoGebra y el aprendizaje del</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso de opción deslizador y rutinas de cálculo.</li> </ul>	
--	--	---	--	--	--

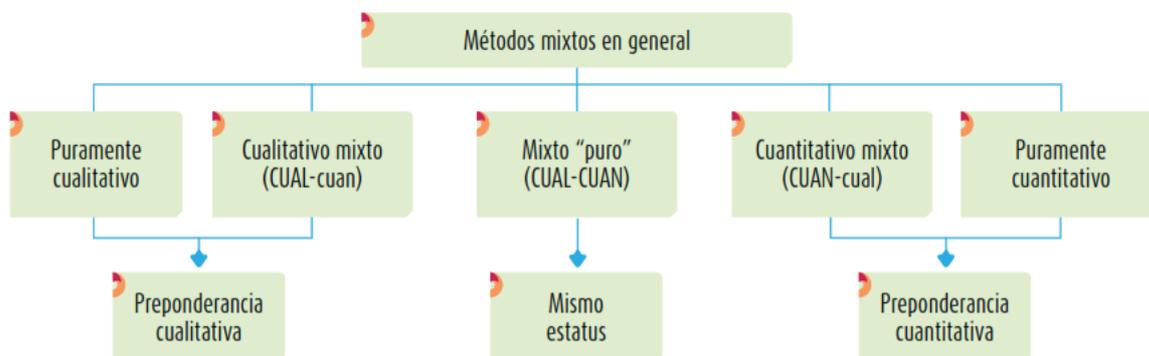
	<p>aprendizaje del concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos.</p>	<p>concepto de Razón de cambio de funciones reales de variable real por parte de los estudiantes de Ingeniería de Alimentos</p>			
--	--	---	--	--	--

TABLA N° 10.1. LOS VALORES DE Y VARÍAN RÁPIDO EN P Y LENTO EN Q.

Implementación	Prioridad	Integración	Perspectiva Teórica
No secuencial, concurrente	Similar	En la obtención de datos	Explícita
Secuencial, primero cualitativo	Cualitativo	En el análisis de datos.	
Secuencial, primero cuantitativo	Cuantitativo	Con alguna combinación.	Implícita

Fuente: Tomada de Creswell (2014).

FIGURA N° 10.1. PRINCIPALES ENFOQUES DE LAS INVESTIGACIONES MIXTAS



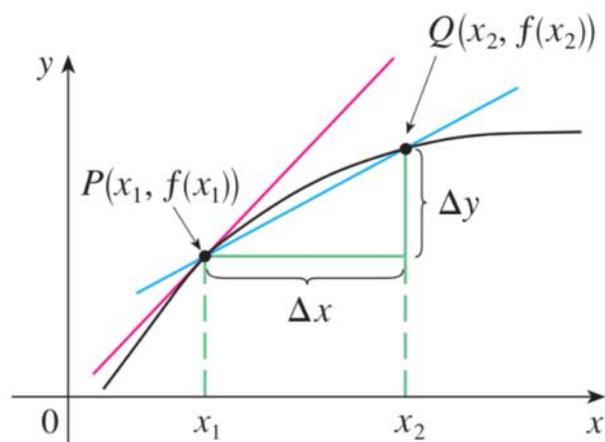
Fuente: Hernández et al. (2014, p. 535).

FIGURA N° 10.2. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DE INGENIERÍA DE ALIMENTOS

MÓDULO I			
PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	CUARTO
1 Química General 4 créditos	7 Química Orgánica 5 créditos R: 1	12 Química de Alimentos 4 créditos R: 7	17 Análisis de Alimentos 4 créditos R: 12
2 Biología 4 créditos	8 Introducción a la Industria Alimentaria 4 créditos R: 2	13 Bioquímica 4 créditos R: 7, 2	18 Bioquímica de Alimentos 4 créditos R: 13
3 Matemática I 4 créditos	9 Matemática II 4 créditos R: 3	14 Matemática III 4 créditos R: 9	19 Matemática IV 4 créditos R: 14
4 Expresión Gráfica para Ingeniería y Geometría Descriptiva 4 créditos	10 Física I 4 créditos R: 3	15 Física II 4 créditos R: 10	20 Físico Química 4 créditos R: 15
5 Redacción Técnica y Comunicación 3 créditos	11 Legislación Alimentaria 3 créditos	16 Ingeniería Económica y Financiera 3 créditos R: 3	21 Estadística 3 créditos R: 9
6 Actividades Culturales y Deportivas 1 crédito			

Fuente: <https://www.unac.edu.pe/>

FIGURA N° 10.3. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA RAZÓN DE CAMBIO PROMEDIO

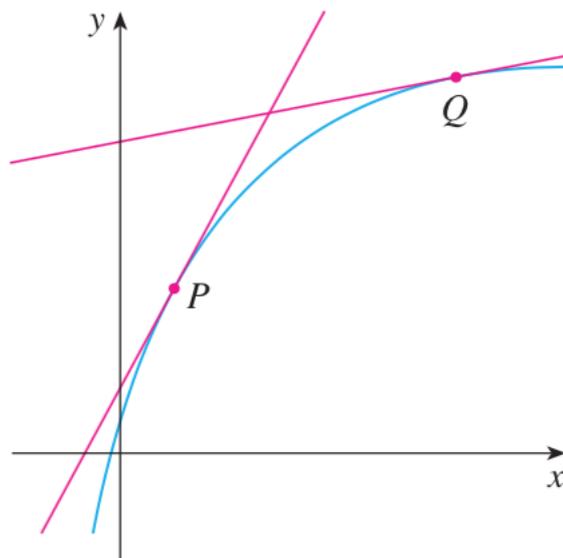


razón de cambio promedio =  $m_{PQ}$

razón de cambio instantánea =  
pendiente de la recta tangente en  $P$

Fuente: Stewart (2012, p.120).

FIGURA N° 10.4. LOS VALORES DE  $y$  VARÍAN RÁPIDO EN  $P$  Y LENTO EN  $Q$ .



Fuente: Stewart (2012, p.122)