

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA**



**“CARACTERIZACIÓN DE LA POBLACIÓN DE  
NEBULOSAS PLANETARIAS MEDIANTE SUS ÓRBITAS  
EN LA GRAN NUBE DE MAGALLANES”**

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE  
LICENCIADO EN FÍSICA

**AUTOR:** NAIRA AZUCENA ALDANA COTRINA

**ASESORES:** Dr. PABLO GODOFREDO ARELLANO UBILLUZ  
Dr. RAFAEL EDGARDO CARLOS REYES

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:** CIENCIAS NATURALES

Callao, 2023

PERÚ



## Document Information

---

Analyzed document	tesis ALDANA-CORREGIDA-2023.pdf (D172204722)
Submitted	2023-07-18 18:20:00
Submitted by	FCNM
Submitter email	investigacion.fcnm@unac.pe
Similarity	0%
Analysis address	investigacion.fcnm.unac@analysis.urkund.com

## Sources included in the report

---



URL: <https://www.rsc.org/suppdata/d2/dt/d2dt00371f/d2dt00371f1.pdf>  
Fetched: 2023-01-10 11:27:30



2

## Entire Document

---

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA "CARACTERIZACIÓN DE LA POBLACIÓN DE NEBULOSAS PLANETARIAS MEDIANTE SUS ÓRBITAS EN LA GRAN NUBE DE MAGALLANES" TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN FÍSICA AUTOR: NAIRA AZUCENA ALDANA COTRIINA ASESORES: Dr. PABLO GODOFREDO ARELLANO UBILLUZ Dr. RAFAEL EDGARDO CARLOS REYES LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: CIENCIAS NATURALES Callao, 2023 PERÚ

## HOJA DE REFERENCIA DEL JURADO Y APROBACIÓN

“CARACTERIZACION DE LA POBLACION DE NEBULOSAS PLANETARIAS  
MEDIANTE SUS ORBITAS EN LA GRAN NUBE DE MAGALLANES”

**Aldana Cotrina Naira Azucena**

Tesis presentada a consideración del Cuerpo Docente de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas de la Universidad Nacional del Callao, como parte de los requisitos para obtener el título profesional de Licenciada en Física.

Aprobado por:



---

**Dr. Toribio Saavedra Richard Saúl**  
**Presidente**



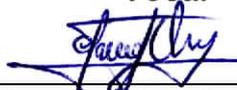
---

**Mg. Lévano Huamaccto Carlos Alberto**  
**Secretario**



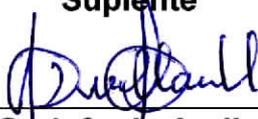
---

**Dr. Lozano Bartra Whualkuer Enrique**  
**Vocal**



---

**Mg. Alva Zavaleta Rolando Juan**  
**Suplente**



---

**Dr. Pablo Godofredo Arellano Ubilluz**  
**Aesor**

Callao – Perú

2023

**ACTA DE SUSTENTACION DE TESIS**

En el Callao, en el Auditorio de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática; sito en la Av. Juan Pablo II N°306, Bellavista, siendo las 10:00 a.m. del viernes diez de marzo del año dos mil veintitres, se reunieron a fin de proceder al acto de instalación del Jurado de Sustentación de la Tesis presentada por la Señorita Bachiller **ALDANA COTRINA NAIRA AZUCENA**, titulado: **“CARACTERIZACIÓN DE LA POBLACIÓN DE NEBULOSAS PLANETARIAS MEDIANTE SUS ORBITAS EN LA GRAN NUBE DE MAGALLANES”** Jurado asistente que está integrado por los siguientes docentes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao:

Dr. TORIBIO SAAVEDRA, Richard Saúl	: Presidente
Mg. LEVANO HUAMACCTO, Carlos Alberto	: Secretario
Dr. LOZANO BARTRA, Whualkuer Enrique	: Vocal
Mg. ALVA ZA VALETA, Rolando Juan	: Suplente

Luego de la instalación, se dio lectura, por el secretario del Jurado, de la **Resolución Decanal N° 028-2023-D-FCNM** que designa a los miembros del Jurado Evaluador del Trabajo de Tesis.

A continuación, se procedió con el inicio la exposición del Trabajo de Tesis, siendo las 10:00; y de acuerdo a lo normado por el Art. 82° del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Callao, aprobado por Resolución N° 245-2018-CU de fecha 30.10.2018.

Culminado el acto de exposición, los señores miembros del Jurado asistente a formular las preguntas a la indicada Bachiller, las mismas que fueron respondidas.

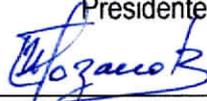
Luego de un cuarto intermedio, para la deliberación en privado del Jurado asistente y después de calificar el Trabajo de Tesis referido-líneas arriba, se **ACORDÓ CALIFICAR** la Tesis sustentada por la señorita Bachiller **ALDANA COTRINA NAIRA AZUCENA**, para optar el **Título Profesional de Licenciado en Física**, según la puntuación cuantitativa y cualitativa que a continuación se indica:

Calificación cuantitativa	Calificación cualitativa
<b>16</b>	<b>BUENO</b>

Finalmente, se procedió a leer en público el acta de sustentación redactada por el secretario del Jurado de Tesis.

Siendo las **11:15** horas del día diez de marzo del año dos mil veintitres, el señor presidente del Jurado dio por concluido el acto de sustentación de tesis.

En señal de conformidad con lo actuado, se levanta la presente acta con las siguientes firmas:

 Dr. Richard Saúl Toribio Saavedra Presidente	 Mg. Carlos Alberto Levano Huamaccto Secretario
 Dr. Whualkuer Enrique Lozano Bartra Vocal	 Mg. Rolando Juan Alva Zavaleta Suplente

## **INFORMACIÓN BÁSICA**

**FACULTAD:** CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

**UNIDAD DE INVESTIGACIÓN** DE LA FACULTAD DE CIENCIAS  
NATURALES Y MATEMÁTICA

**TÍTULO:** “CARACTERIZACIÓN DE LA POBLACIÓN DE NEBULOSAS  
PLANETARIAS MEDIANTE SUS ÓRBITAS EN LA GRAN  
NUBE DE MAGALLANES”

**AUTOR:** NAIRA AZUCENA ALDANA COTRINA  
/ 0000-0001-5754-1359 / 46567705

**ASESOR:** PABLO GODOFREDO ARELLANO UBILLUZ  
/ 0009-0001-2844-9243 / 10610871

**COASESOR:** RAFAEL EDGARDO CARLOS REYES  
/ 0000-0002-1486-0154 / 06443628

**LUGAR DE EJECUCIÓN:** FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y  
MATEMÁTICA

**UNIDAD DE ANÁLISIS:** NEBULOSAS PLANETARIAS EN LA GRAN  
NUBE DE MAGALLANES

**TIPO:** BÁSICA – APLICADA

**ENFOQUE:** CUANTITATIVO

**DISEÑO DE INVESTIGACIÓN:** TEÓRICO-PRÁCTICO

**TEMA OCDE:** FÍSICA Y ASTRONOMÍA

## **DEDICATORIA**

A mi familia y a todas las personas por brindarme su apoyo en la realización de esta tesis.

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, agradezco a Dios por darme las fuerzas para seguir adelante.

A mi familia, pese a la constante exigencia y rectitud, me formaron para ser una persona de bien.

A mis amistades y guías, por el apoyo moral.

Al Dr. Rafael Edgardo Carlos Reyes por su orientación en el desarrollo de la práctica preprofesional y al inicio de este trabajo de investigación.

A mi asesor, por la orientación en el presente trabajo de investigación.

A todos mis profesores de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática por sus enseñanzas.

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>9</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>10</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>11</b>
<b>I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>13</b>
1.1. Descripción de la realidad problemática	13
1.2. Formulación del problema	13
1.2.1. Problema general	13
1.2.2. Problemas específicos	14
1.3. Objetivos	14
1.3.1. Objetivo general	14
1.3.2. Objetivos específicos	14
1.4. Justificación	14
1.5. Delimitantes de la investigación	15
1.5.1. Teórico	15
1.5.2. Temporal	15
1.5.3. Espacial	15
<b>II. MARCO TEÓRICO</b>	<b>16</b>
2.1. Antecedentes	<b>16</b>
2.1.1. Nacionales	16
2.1.2. Internacionales	16
2.2. Bases teóricas	<b>20</b>
2.3. Marco conceptual	<b>23</b>
2.4. Definición de términos básicos	<b>32</b>
<b>III. HIPÓTESIS Y VARIABLES</b>	<b>34</b>
3.1. Hipótesis	34

Hipótesis general	34
Hipótesis específicas.	34
3.1.1. Operacionalización de variable	34
<b>IV. METODOLOGÍA DEL PROYECTO</b>	<b>36</b>
4.1. Diseño metodológico	36
4.2. Método de investigación	37
4.3. Población y muestra	37
4.4. Lugar de estudio y periodo desarrollado	37
4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información	38
4.6. Análisis y procesamiento de datos	41
4.7. Aspectos éticos en Investigación	51
<b>V. RESULTADOS</b>	<b>53</b>
5.1. Resultados descriptivos	53
5.2. Resultados inferenciales	72
<b>VI. DISCUSION DE RESULTADOS</b>	<b>78</b>
6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados	<b>78</b>
6.1.1. Contrastación con la hipótesis general	81
6.1.2. Contrastación con las hipótesis específicas	78
6.2. Contrastación de los resultados con otros estudios similares	<b>78</b>
6.3. Responsabilidad ética de acuerdo a los reglamentos vigentes.	<b>84</b>
<b>VII. CONCLUSIONES</b>	<b>85</b>

<b>VIII. RECOMENDACIONES</b>	<b>97</b>
<b>IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>88</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>93</b>
Anexo N°1: Matriz de consistencia	93
Anexo N°2: Base de datos	94
Anexo N°3: Glosario	99
Anexo N°4: Prueba de Hipótesis	103
Anexo N°5: Código PCA en FORTRAN	109

## TABLAS

<b>Tabla N°2.1:</b> Valores límites teóricos de los parámetros cinemáticos	<b>31</b>
<b>Tabla N°3.1:</b> Operacionalización de variable	<b>36</b>
<b>Tabla N°4.1:</b> Muestra de parámetros cinemáticos de las nebulosas planetarias de la GNM	<b>40</b>
<b>Tabla N°4.2:</b> Orbitas de las nebulosas planetarias seleccionadas	<b>45</b>
<b>Tabla N°5.1:</b> Indicadores muestrales para las velocidades y la distancia radial	<b>58</b>
<b>Tabla N°5.2:</b> Distribución normal para la velocidad radial	<b>59</b>
<b>Tabla N°5.3:</b> Primera correlación	<b>61</b>
<b>Tabla N°5.4:</b> Indicadores muestrales de los parámetros físicos	<b>64</b>
<b>Tabla N°5.5:</b> Distribución normal para los parámetros físicos	<b>65</b>
<b>Tabla N°5.6:</b> Segunda correlación	<b>68</b>
<b>Tabla N°5.7:</b> Indicadores muestrales para las abundancias químicas	<b>71</b>
<b>Tabla N°5.8:</b> Distribución normal para las abundancias químicas	<b>71</b>
<b>Tabla N°5.9:</b> Distribución normal para las abundancias químicas (l,n)	<b>72</b>
<b>Tabla N°5.10:</b> Caracterización de los indicadores estadísticos	<b>73</b>
<b>Tabla N°5.11:</b> Toma de decisión para la distribución normal	<b>74</b>
<b>Tabla N°5.12:</b> Toma de decisión para la correlación	<b>75</b>
<b>Tabla N°5.13:</b> Indicadores poblacionales para las velocidades y la distancia radial	<b>76</b>

<b>Tabla N°5.14:</b> Indicadores poblacionales para los parámetros físicos	<b>77</b>
<b>Tabla N°5.15:</b> Indicadores poblacionales para las abundancias químicas	<b>77</b>
<b>Tabla A:</b> Matriz de consistencia	<b>93</b>
<b>Tabla B:</b> Base de datos	<b>94</b>

## FIGURAS

<b>Figura N°2.1:</b> Distribución de las estrellas AGB a lo largo de la GNM.	<b>17</b>
<b>Figura N°2.2:</b> Relación Edad – Metalicidad para las NPs en la GNM	<b>18</b>
<b>Figura N°2.3:</b> Secuencia evolutiva de una estrella de masa intermedia	<b>21</b>
<b>Figura N° 2.4:</b> Algunos tipos de nebulosas planetarias	<b>22</b>
<b>Figura N°2.5:</b> La Vía Láctea y sus galaxias satélites	<b>23</b>
<b>Figura N°2.6:</b> Distribución de velocidad para diferentes valores de anisotropía	<b>27</b>
<b>Figura N°2.7:</b> Comportamiento de la curtosis	<b>30</b>
<b>Figura N°2.8:</b> Comportamiento del valor máximo central	<b>31</b>
<b>Figura N°2.9:</b> Comportamiento del módulo de la velocidad normalizada	<b>31</b>
<b>Figura N°4.1:</b> Nebulosas planetarias proyectadas en la GNM	<b>42</b>
<b>Figura N°4.2:</b> Esquema numerado para el cálculo de función de distribución	<b>46</b>
<b>Figura N°4.3:</b> Función $F_0$ , distribución isotrópica de velocidades	<b>46</b>
<b>Figura N°4.4:</b> Frecuencia de datos para el radio nebuloso	<b>47</b>
<b>Figura N°4.5:</b> Secuencia de datos para el radio nebuloso	<b>48</b>
<b>Figura N°4.6:</b> Esquema para la frecuencia de datos del radio nebuloso por deciles	<b>49</b>
<b>Figura N°4.7:</b> Datos del radio nebuloso por frecuencias	<b>50</b>
<b>Figura N°4.8:</b> Datos del radio nebuloso por grupos	<b>50</b>

<b>Figura N°4.9:</b> Identificación y sombreado de las nebulosas seleccionadas del radio nebuloso	<b>51</b>
<b>Figura N°5.1:</b> Distribución de las nebulosas planetarias en la GNM	<b>54</b>
<b>Figura N°5.2:</b> Distribución de velocidades a lo largo de la línea de vista normalizada a la dispersión de velocidades	<b>55</b>
<b>Figura N°5.3:</b> Distribución de la velocidad LSR	<b>56</b>
<b>Figura N°5.4:</b> Velocidad respecto del centro de la GNM normalizada a la dispersión de velocidades	<b>57</b>
<b>Figura N°5.5:</b> Velocidad radial normalizada versus la distancia proyectada al centro de la GNM	<b>60</b>
<b>Figura N°5.6:</b> Dispersión de la densidad electrónica en la GNM	<b>62</b>
<b>Figura N°5.7:</b> Dispersión del flujo nebuloso en la GNM	<b>62</b>
<b>Figura N°5.8:</b> Dispersión de la temperatura efectiva en la GNM	<b>63</b>
<b>Figura N°5.9:</b> Dispersión del radio nebuloso en la GNM	<b>63</b>
<b>Figura N°5.10:</b> Distribución del indicador de metalicidad de nebulosas planetarias	<b>66</b>
<b>Figura N°5.11:</b> Abundancia en helio versus el indicador de la metalicidad normalizados al valor solar	<b>66</b>
<b>Figura N°5.12:</b> Indicador de la metalicidad normalizado al valor solar versus el tiempo de expansión de la nebulosa	<b>67</b>
<b>Figura N°5.13:</b> Abundancia química del helio	<b>69</b>
<b>Figura N°5.14:</b> Indicador de la metalicidad	<b>70</b>
<b>Figura E.1:</b> Forma numérica de las variables relacionadas en SPSS	<b>104</b>

<b>Figura E.2:</b> Pasos a seguir en las pruebas con normalidad	<b>105</b>
<b>Figura E.3:</b> Pruebas con normalidad para la velocidad normalizada	<b>105</b>
<b>Figura E.4:</b> Prueba de Spearman para la velocidad radial normalizada y la distancia radial	<b>107</b>

## RESUMEN

El presente trabajo relaciona los tipos de órbitas de diferentes poblaciones de nebulosas planetarias de la Gran Nube de Magallanes (GNM), mediante técnicas estadísticas.

La naturaleza de este trabajo es de enfoque cuantitativo, por lo que se optó por un estudio documental de corte transversal, de diseño correlacional, caracterizado por un método lógico-hipotético-deductivo, para asociar un tipo de órbita a cada nebulosa planetaria de la GNM, en el que se analiza una muestra de 146 nebulosas planetarias. Se pudo asociar órbitas a las nebulosas dentro y fuera de la región de la barra, usando 10 nebulosas seleccionadas a través de su velocidad radial normalizada y su parámetro de anisotropía, mediante el método de distribución de velocidades, y también su relación con los parámetros físicos y las abundancias químicas (Helio, argón, neón y azufre). Finalmente, las curvas teóricas para la distribución de velocidad (con distribución normal) según el tipo de órbita radial y circular, son compatibles con las nebulosas dentro la región de la barra y fuera de ella, respectivamente.

**PALABRAS CLAVE:** Nebulosas planetarias, Gran Nube de Magallanes, distribución de velocidades, tipo de órbita, parámetros físicos, abundancias químicas.

## **ABSTRACT**

The present work relates the types of orbits of different populations of planetary nebulae of the Large Magellanic Cloud (LMC), through statistical techniques.

The nature of this work is of a qualitative and quantitative approach, so a cross-sectional documentary study was chosen, with a correlational design, marked by a logical-hypothetical-deductive method, to associate a type of orbit to each planetary nebula of the LMC, in which a sample of 146 planetary nebulae is analyzed. It was possible to associate orbits to the nebulae inside and outside the bar region, using 10 selected nebulae through their normalized radial velocity and their anisotropy parameter, using the velocity distribution method, and also their relationship with the physical parameters and chemical abundances (Helium, neon, sulfur and argon). Finally, the theoretical curves for the velocity distribution (with normal distribution) according to the type of radial and circular orbit, are compatible with the nebulae inside the region of the bar and outside it, respectively.

**KEY WORDS:** Planetary nebulae, Large Magellanic Cloud, velocity distribution, type of orbit, physical parameters, chemical abundances.

## INTRODUCCIÓN

El estudio de la física del Universo abarca entre sus componentes a las galaxias, las cuales son como sus unidades, y para conocer su comportamiento requiere conocer su composición y evolución físico-química. Estas galaxias están compuestas por estrellas, gas y polvo. Las estrellas nacen, evolucionan y mueren; y dependen fuertemente de su masa inicial, siendo las estrellas de masa baja e intermedia las más abundantes. Una fase final de la evolución de las estrellas de masa baja e intermedia son las nebulosas planetarias. El nombre de “planetarias” se acuñó inicialmente debido a su apariencia y porque se pensó que era una fase inicial en su evolución (Smart y Green, 1977). Hoy, a la luz de los avances en la investigación de las propiedades de estos objetos, se sabe que contrariamente a lo inicialmente supuesto, ellos corresponden a una fase final de la evolución estelar de estrellas de masa baja e intermedia (Carroll y Ostlie, 2007).

Los estudios han mostrado que las estrellas se forman del gas presente en las galaxias y ellas están siempre formándose en sistemas ricos en gas y polvo, como es el caso de la galaxia conocida como Gran Nube de Magallanes, que junto con la Pequeña Nube de Magallanes son galaxias satélites de la Vía Láctea, que es la galaxia donde se encuentra el Sistema Solar. Las estrellas al no formarse al mismo tiempo pueden agruparse en diferentes poblaciones que reflejen sistemas dinámicos diferentes, así como abundancias químicas distintas, por ejemplo, abundancia en helio, carbono, nitrógeno, oxígeno, azufre, argón y neón. Estas sustancias químicas se observan cuando las estrellas mueren, porque devuelven al medio interestelar material químico procesado en su interior, como elementos más pesados producto de la nucleosíntesis. (Carroll y Ostlie, 2007).

Para la Gran Nube de Magallanes se cuenta con una gran cantidad de datos de nebulosas planetarias, pero no se ha efectuado hasta ahora ninguna discriminación o segregación en poblaciones distintas. La cantidad de datos disponibles de la literatura permite iniciar un trabajo que busque relacionar a estos objetos con su dinámica, a través del estudio estadístico de sus posibles órbitas. Estudios similares han permitido discriminar entre sistemas viejos y jóvenes en estrellas (Dopita y Meatheringham, 1991). Así como buscar identificar diferentes poblaciones en base a sus parámetros físicos y químicos.

El objetivo del presente estudio es identificar poblaciones diferentes en nebulosas planetarias en la Gran Nube de Magallanes, permitiendo comprender mejor la dinámica y evolución química de esta galaxia y el conocimiento de la evolución del Universo, pudiendo utilizarse de modelo para el estudio de otras galaxias más distantes y con contenido semejante de gas y polvo.

# **I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

## **1.1. Descripción de la realidad problemática**

El problema que se tiene acerca de las nebulosas planetarias de la Gran Nube de Magallanes (GNM) es que aún no se ha conseguido identificar las diferentes poblaciones a las que pertenecen estas nebulosas planetarias; por lo que se presume que éstas no se formaron al mismo tiempo. Además, no se conoce el tipo de órbitas que describen estas planetarias dentro de la GNM. Tampoco se sabe si su posición y cinemática en el espacio está relacionada con su población. Las abundancias químicas de las nebulosas planetarias es probable que esté relacionada con su población. Esto es, si una población es más joven que otra, entonces debe haber una diferencia entre las abundancias químicas, siendo menos metálica la población más vieja, pero se desconoce dicha relación.

La generación de nebulosas se produce debido a la existencia de una estrella central junto a un conjunto de estrellas, y de acuerdo con sus parámetros físicos como la luminosidad, temperatura y masa, permiten formar nebulosas que se rigen bajo el diagrama de Hertzsprung-Russell.

Una vez identificadas las diferentes poblaciones de nebulosas planetarias, se puede relacionar sus radios externos con la velocidad de expansión y de ahí obtener una edad de expansión de la nebulosa. La edad de la estrella central es posible determinarla si asociamos algunas nebulosas a cúmulos estelares de la GNM con edades conocidas.

## **1.2. Formulación del problema**

### **1.2.1. Problema general**

¿Es posible identificar las órbitas de las nebulosas planetarias para caracterizar las poblaciones de éstas en la GNM?

### **1.2.2. Problemas específicos**

- a. ¿Es posible predecir órbitas circulares, radiales o una combinación de ambas en nebulosas planetarias, usando el método de distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico?
- b. ¿Existe alguna relación entre los parámetros físicos y las abundancias químicas con el tipo de órbitas presentes en la GNM?

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo general**

Identificar las órbitas de las nebulosas planetarias para caracterizar las poblaciones de éstas en la GNM.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

- a. Determinar la cantidad de órbitas de cada nebulosa que sean, circulares, radiales o una combinación de ambas para caracterizar la población, usando el método de distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico.
- b. Determinar la relación entre los parámetros físicos y las abundancias químicas con el tipo de órbitas presentes en la GNM.

### **1.4. Justificación**

La necesidad que lleva a realizar este trabajo es que no existen estudios previos de órbitas asociadas a estos objetos; por lo que muchos autores suponen que la posible existencia de órbitas diferentes podría estar asociada a diferentes etapas de formación de estrellas de masa intermedia dentro de la galaxia GNM y podrían guardar información al respecto de la dinámica de sus estrellas progenitoras. Por otro lado, sin un estudio estadístico no será posible conocer las órbitas de las nebulosas planetarias; asimismo, no será posible identificar a las poblaciones con sistemas cinemáticos viejos

o jóvenes y a su vez no se podrá conocer la tasa de formación de estrellas de masa intermedia y la evolución de estos objetos en la GNM.

La importancia del trabajo es conocer los diferentes grupos de las nebulosas planetarias que corresponden a edades distintas relacionadas a la tasa de formación de estrellas en la GNM y su dependencia con la metalicidad. Esto servirá como modelo para otros sistemas de galaxias pobres en metales.

## **1.5. Delimitantes**

**1.5.1. Teórico.-** El trabajo está basado en las teorías de la Mecánica Celeste, donde se aborda el tema de nebulosas planetarias en la GNM, centrándose en los métodos estadísticos que permiten establecer las órbitas más probables de las nebulosas planetarias. Asimismo, se cuenta con dos coordenadas de posición y una coordenada de velocidad, para su estudio cinemático. La limitante de este trabajo radica en la falta de información sobre esta temática específica para el cálculo de las órbitas de las nebulosas planetarias.

**1.5.2. Temporal.-** El presente trabajo tuvo como limitante temporal la paralización de las actividades académicas en la universidad, debido a la pandemia del Covid-19, por lo que no se realizó el trabajo de acuerdo con el cronograma propuesto.

**1.5.3. Espacial.-** Debido a la pandemia, no se pudo utilizar las instalaciones de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao y de otras universidades, así como no se podían realizar las coordinaciones con los asesores.

## II MARCO TEÓRICO

### 2.1. Antecedentes

#### 2.1.1. Internacionales

El estudio de poblaciones estelares se ha realizado usando métodos que usan sus características cinemáticas.

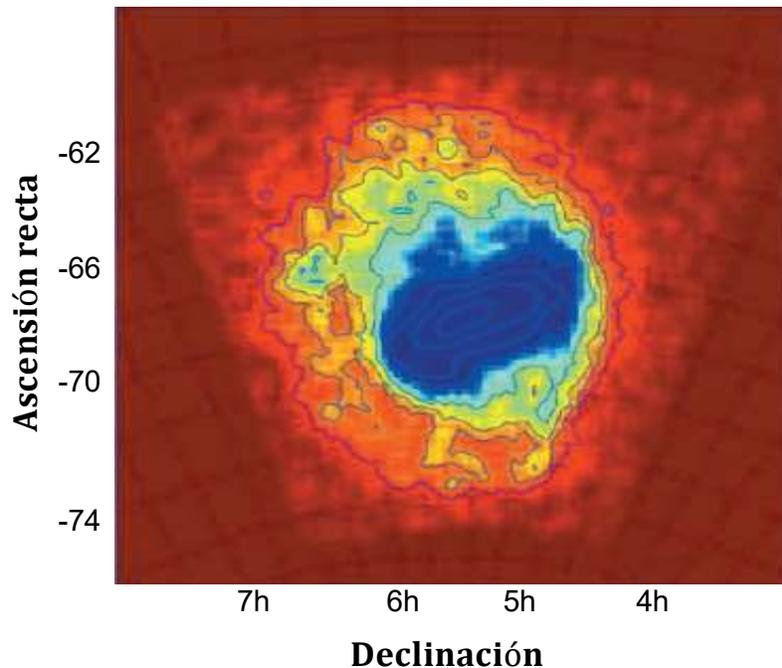
Por ejemplo, se puede identificar órbitas distintas por la aplicación de un método analítico de distribución de velocidades, teniendo en cuenta al parámetro de anisotropía ( $\eta = s_R/s_{\perp}$ ) de las direcciones radial ( $s_R$ ) y transversal ( $s_{\perp}$ ); el mismo que ha sido usado en cúmulos de galaxias por Ramírez y De Souza (1998).

Merritt (1987) examinan las condiciones de contorno que el conjunto observado de posiciones y velocidades permite ubicar la distribución de materia oscura en el cúmulo de Coma, bajo la suposición de que el cúmulo es esférico y está en equilibrio. El resultado es que el perfil de velocidades de un modelo de órbita circular o radial, tiene su máximo alrededor del promedio, más que el caso de un modelo isotrópico.

En el caso específico de las Nubes de Magallanes, entre los principales avances tenemos a Egan et al. (2001) y Cioni et al. (2000, 2008); usando el “survey” 2MASS en infrarrojo, mostraron que las estrellas de la Rama Asintótica Gigante (RAG) pueden separarse en dos grupos: a) las estrellas de baja masa que ocupan todo el volumen proyectado de la GNM; y b) las de mayor masa (población más joven) que puebla preferiblemente la región de la barra de la GNM. (ver figura 2.1)

**Figura N° 2.1**

*Distribución de las estrellas de la RAG a lo largo de la GNM*



Fuente: Cioni et al. (2008)

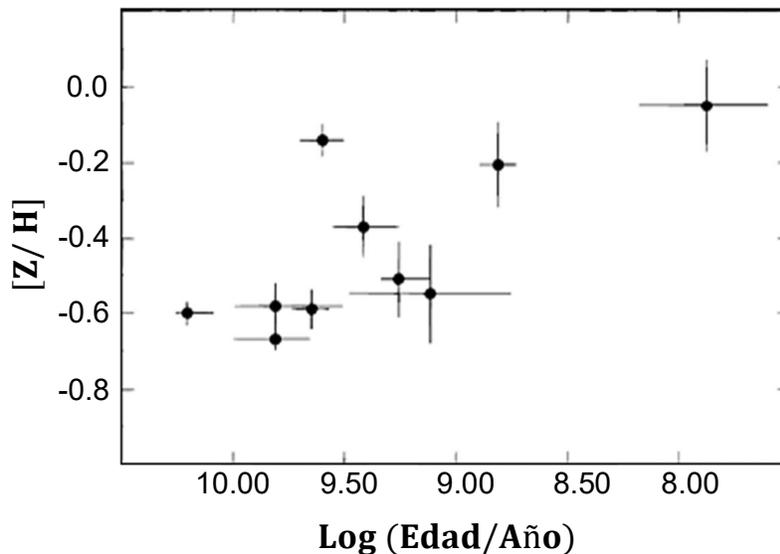
Leisy y Dennefeld (1996, 2006), muestran que los ciclos de abundancias químicas de Carbono-Nitrógeno (CN) y de Oxígeno-Nitrógeno (ON) son más efectivos con metalicidades iniciales más bajas y son siempre completas para nebulosas de tipo I. Se confirma la dificultad de separar nebulosas de tipo I (I) y nebulosas de No tipo I (n) en el diagrama clásico de He-N/O, un problema reforzado por la variedad de composiciones iniciales para las estrellas progenitoras. Ellas presentan variaciones observadas de oxígeno, vía depleción mediante el ciclo ON en las estrellas progenitoras más masivas, o producción de oxígeno en otros objetos. Algunos objetos con abundancias iniciales muy bajas son detectados, pero en promedio, la distribución espacial de las abundancias de nebulosas planetarias

(NPs) es consistente con la historia de formación de estrellas como derivado de las estrellas de campo en ambas nubes.

Usando datos de espectroscopía óptica y ultravioleta (UV) del telescopio espacial Hubble, Dopita et al. (1987) modeló el espectro de algunas nebulosas planetarias de la GNM e interpretó la dispersión en las abundancias de los elementos del proceso -  $\alpha$ , como siendo debido a diferencias en la masa de los núcleos de NPs, la misma que está directamente relacionada a la masa inicial de la estrella precursora. Obteniendo una relación edad – metalicidad para las NPs en la GNM. (ver figura 2.2)

### Figura N° 2.2

*Distribución de las nebulosas planetarias en relación a su evolución y metalicidad*



*Nota:* Esta figura  $[Z/H]$  se representa a la metalicidad de cada nebulosa planetaria en función al hidrogeno, y al logaritmo (Edad / Año) como la evolución en el tiempo de las nebulosas planetarias desde el presente hacia el pasado. Y, cada punto dentro de la figura representa a cada nebulosa planetaria.

Fuente: Dopita et al. (1997)

Sin embargo, cabe precisar que los datos para las estrellas centrales fueron derivados a través del modelamiento del espectro de sus nebulosas y no por observación directa de las estrellas centrales (Stanghellini et al. 2003).

### **2.2.2. Nacionales**

Meléndez et al. (2002), en su trabajo “Chemical abundances in 12 red giants of the Large Magellanic Cloud from high-resolution infrared spectroscopy” a través del estudio de estrellas gigantes rojas observadas en la GNM, encontró que la pendiente del gráfico  $[O/Fe]$  versus  $[Fe/H]$ , es menor en 0.2 dex<sup>1</sup> en la GNM en relación a la Galaxia Vía Láctea, así como también una menor relación entre supernovas de tipo II y tipo Ia. De manera similar,

Carlos Reyes (1999) en su trabajo “Chemical abundances and physical parameters of H II regions in the Magellanic Clouds” encontró que la razón de abundancias C/O observada en nebulosas planetarias de la GNM, está correlacionada con el resultado del proceso de quema del carbón en la estrella progenitora, y está de acuerdo con los obtenidos previamente en modelos de estrellas AGB.

Pereyra et al. (2015), en su trabajo “A new optical polarization catalog for the Small Magellanic Cloud: The magnetic field structure” usando datos de polarimetría estudiaron la estructura del campo magnético en la Pequeña Nube de Magallanes (PNM), sus resultados sugieren la existencia de un campo magnético ordenado con el puente de Magallanes en dirección a la Barra de la GNM en la región Noreste; llegando a la conclusión que su campo magnético

---

<sup>1</sup> Dex: Variación logarítmica

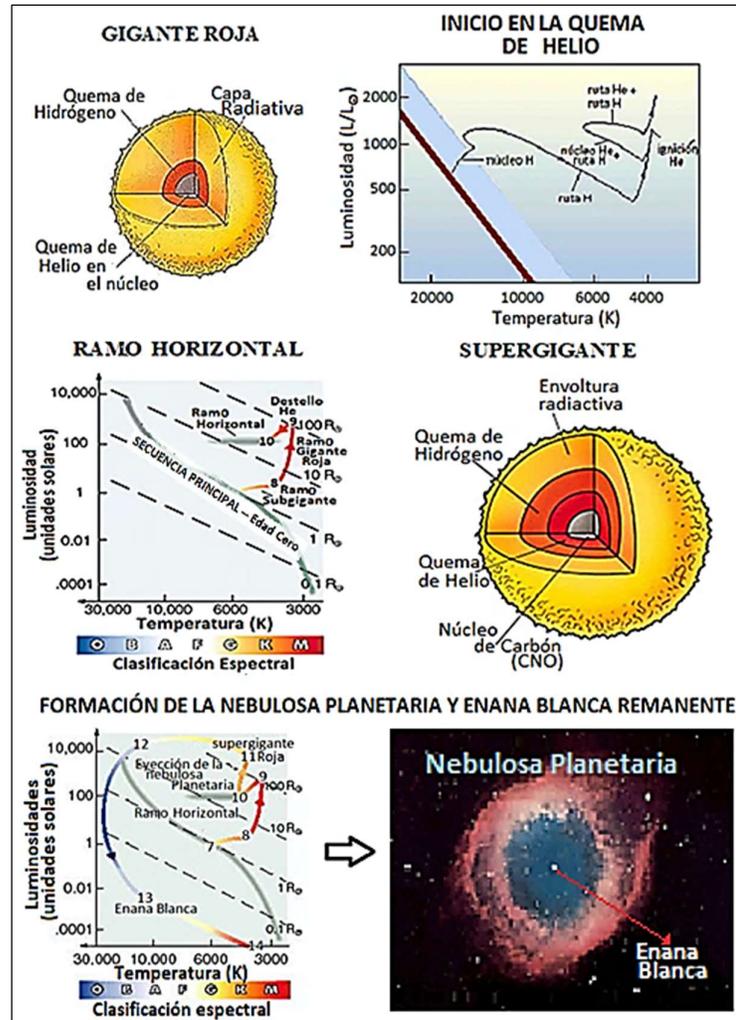
turbulento hallado, es más fuerte que las observaciones de campos estimados en galaxias espirales e irregulares.

## **2.2. Bases teóricas**

La formación de una estrella se inicia con el colapso gravitacional de una nube de gas, y nace como tal cuando inicia la quema de hidrógeno en su núcleo, donde transcurre la mayor parte de su vida en una fase llamada secuencia principal. Sin embargo, al agotarse el hidrógeno en su núcleo central, la estrella se enfría y sus capas externas se expanden. Esta fase es llamada de gigante roja y su núcleo se contrae, aumentando la temperatura hasta que se produce la ignición del helio. Inmediatamente después, comienza su fase de ramo horizontal, donde el núcleo quema en dos capas (Helio: capa interna e Hidrógeno: capa externa) para producir en su núcleo elementos más pesados (carbono, nitrógeno y oxígeno). Posteriormente, cuando el helio se agota en el núcleo central, la estrella pasa a la fase de supergigante y se dilata cada vez más volviéndose inestable. Asimismo, el núcleo remanente se mantiene a una luminosidad constante y alcanza temperaturas en torno a 100 000 K. Finalmente, cuando la capa de hidrógeno se ha consumido, la estrella se enfría y pierde sus capas externas formando una nebulosa planetaria; cuya duración es de aproximadamente 10 000 años. Además, el núcleo remanente deja de producir reacciones nucleares y es llamado una enana blanca. (ver figura 2.3)

**Figura N°2.3**

*Secuencia evolutiva de una estrella de masa intermedia*



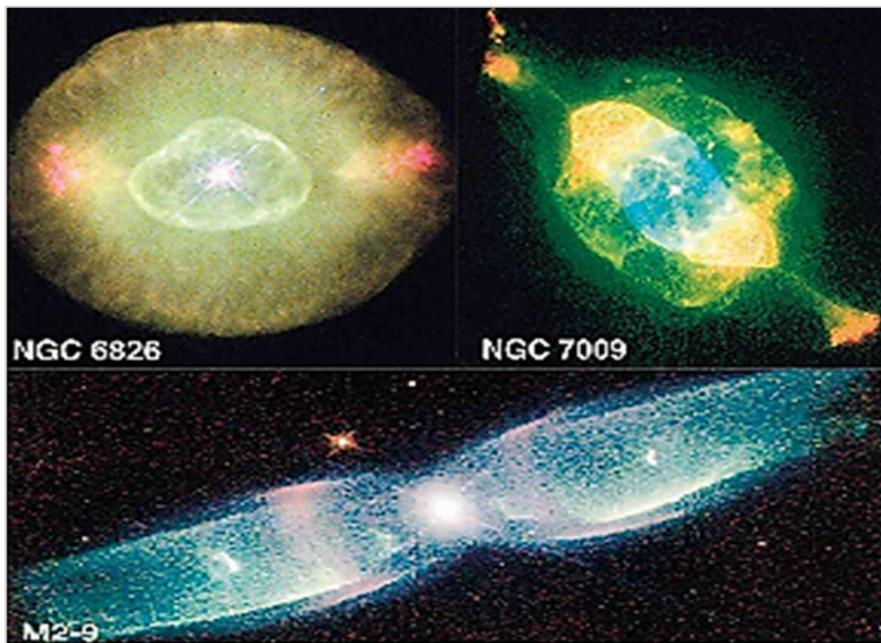
Nota: Podemos observar que la estrella de masa intermedia comienza su evolución siendo una gigante roja, luego, en su interior se realiza la quema de helio, seguidamente, pasa por la rama horizontal, después se convierte en una supergigante (aquí se realiza la quema de carbono y helio). A partir de allí la estrella toma dos caminos; por un lado se convierte en enana blanca y por el otro, pasa nuevamente por la rama horizontal y se convierte en nebulosa planetaria.

Fuente: NASA/ESA, 2016, W. Chantreau, 2019 y Cesar's Booklet

Por tanto, una NP es una nebulosa de emisión que consiste en una envoltura brillante de plasma (gas ionizado) en expansión y que es expulsada durante la fase del ramo asintótico de las gigantes y que atraviesan las estrellas gigantes rojas (masa intermedia entre 0.8 y 8 masas solares [ $M_{\odot}$ ]) en su última fase de evolución. (ver figura 2.4)

### Figura N°2.4

*Algunos tipos de nebulosas planetarias*

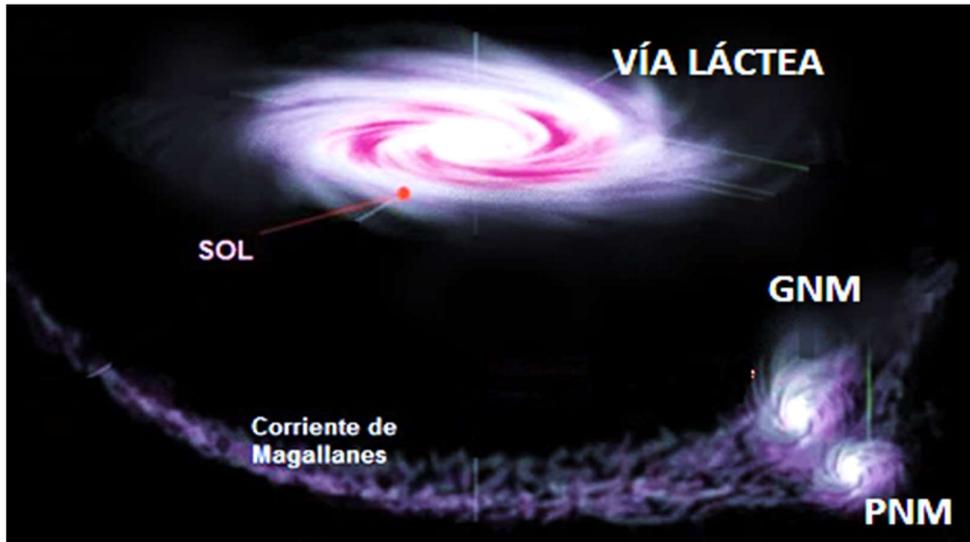


Fuente: NASA/ESA, 2016

Las NPs en las Nubes de Magallanes (NM) poseen baja extinción interestelar y están prácticamente a la misma distancia (GNM: 50 kpc, PNM: 60 kpc). Además, su baja metalicidad (abundancia de elementos pesados) las hace importantes para comprender su efecto en la evolución estelar y entender las Poblaciones estelares en otras galaxias distantes. (ver la figura 2.5)

## Figura N°2.5

### La Vía Láctea y sus galaxias satélites



Fuente: NRAO/AUI/NSF, 2013

### 2.3. Marco conceptual

- **Distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico**

Para un cúmulo con simetría radial, la distribución de velocidades a través de la línea de vista puede ser derivada de la distribución de velocidades espaciales adoptada (Ramírez & De Souza. 2008). Luego, para la distribución de NPs en la GNM, supondremos que el parámetro de anisotropía  $\eta$  tiene un valor fijo y que consecuentemente la probabilidad de encontrar un objeto en una dada posición y velocidad está determinada por la expresión<sup>2</sup>:

$$dN = nR^2 \sin\theta dR d\theta d\phi \frac{1}{(2\pi)^{3/2} s_R s_{\perp}^2} e^{-v_R^2/2 s_R^2 - (v_{\phi}^2 + v_{\theta}^2)/2 s_{\perp}^2} dv_R dv_{\phi} dv_{\theta} \quad (2.1)$$

<sup>2</sup> Se describen a  $s_R$  y  $s_{\perp}$  como componentes radial y normal, respectivamente.

donde R (radio de la esfera),  $\rho$ (densidad). Además  $N^3$  depende de los parámetros R,  $\theta$ ,  $\phi$ ;  $v_R, v_\theta, v_\phi$ .

$$dN = \rho R^2 \sin\theta dR d\theta d\phi \frac{1}{(2\pi)^2 s_R s_\perp^2} e^{-v_R^2/2 s_R^2 - (v_\phi^2 + v_\theta^2)/2 s_\perp^2} dv_R dv_\phi dv_\theta$$

Luego, ordenamos e integramos la parte radial R y la parte azimutal  $\phi$ .

$$dN = R^2 dR d\phi \rho \sin\theta d\theta \frac{1}{(2\pi)^3 s_R s_\perp^2} e^{-v_R^2/2 s_R^2 - (v_\phi^2 + v_\theta^2)/2 s_\perp^2} dv_R dv_\phi dv_\theta$$

$$\int_0^R R^2 dR = \frac{R^3}{3}; \int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi \Rightarrow \left( \int_0^R R^2 dR \right) \left( \int_0^{2\pi} d\phi \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right) \approx \frac{1}{2} V$$

Seguidamente, multiplicamos el término anterior por  $\rho$  porque la densidad es esféricamente simétrica ( $\rho V/2 = m/2 \approx N/2$ ). Donde m es la masa de una esfera con una cantidad de objetos N.

$$dN(\theta; v_R, v_\theta, v_\phi) = \frac{N}{2} \sin\theta d\theta \frac{1}{(2\pi)^2 s_R s_\perp^2} e^{-v_R^2/2 s_R^2 - (v_\phi^2 + v_\theta^2)/2 s_\perp^2} dv_R dv_\phi dv_\theta$$

Seguidamente, utilizaremos coordenadas cilíndricas en la ecuación de arriba para la velocidad observada denotadas por  $v_r, v_z, v_\phi$ , donde  $v_z$  se dirige a lo largo de la línea de visión. Mientras que la componente transversal  $v_\phi$  es independiente de  $\theta$ , que al integrarse se toma en cuenta:

$$\int e^{-v_\phi^2/2 s_\perp^2} dv_\phi \approx s_\perp \sqrt{2\pi}; \quad dv_R \approx dv_r; \quad dv_\theta \approx dv_z$$

, y se obtiene:

$$dN(\theta; v_r, v_z) = \frac{N}{2} \frac{1}{2\pi s_R s_\perp} e^{-v_R^2/2 s_R^2 - v_\theta^2/2 s_\perp^2} \sin\theta d\theta dv_r dv_z$$

---

<sup>3</sup> En el artículo de Ramírez y De Souza (2008), N representa el número de cúmulo de galaxias; pero al ser adaptado a esta tesis, representa el número de nebulosas planetarias.

Asimismo, en la expresión anterior se puede usar las transformaciones

$$v_R = v_r \text{ sen}\theta + v_z \text{ cos}\theta ; v_\theta = v_r \text{ cos}\theta - v_z \text{ sen}\theta ; p = v_r/s_R ; q = v_z/s_R$$

Luego, completando cuadrados y derivando los parámetros  $p, q$ , obtenemos:

$$\frac{v_R^2}{2s_R^2} = \frac{1}{2} (p \text{ sen}\theta + q \text{ cos}\theta)^2 ; \frac{v_z^2}{2s_R^2} = \frac{1}{2} (p \text{ cos}\theta - q \text{ sen}\theta)^2$$

$$s_R dp = dv_r ; s_R dq = dv_z$$

Además, usando estas relaciones, podemos expresar la distribución de velocidad observada a lo largo de la línea de visión en la forma:

$$\frac{dN(q)}{dq} = \frac{N}{2} \int_0^\pi \text{sen}\theta \int_{-\infty}^\infty \frac{\eta}{2\pi} e^{-(p \text{ sen}\theta + q \text{ cos}\theta)^2/2 - \eta^2(p \text{ cos}\theta - q \text{ sen}\theta)^2/2} dp d\theta \quad (2.2)$$

Por otro lado, se analizan los términos que forman parte de la exponencial de la ecuación (2.2),

$$(p \text{ sen}\theta + q \text{ cos}\theta)^2 = p^2 (\text{sen}\theta)^2 + 2pq \text{ sen}\theta \text{ cos}\theta + q^2 (\text{cos}\theta)^2 \quad (2.3)$$

$$(p \text{ cos}\theta - q \text{ sen}\theta)^2 = p^2 (\text{cos}\theta)^2 + 2pq \text{ sen}\theta \text{ cos}\theta + q^2 (\text{sen}\theta)^2 \quad (2.4)$$

multiplicamos (2.3) por  $\eta^2$ , sumamos (2.3) + (2.4), lo multiplicamos por (-1),

$$-\eta^2(p^2(\text{cos}\theta)^2 + 2pq \text{ sen}\theta \text{ cos}\theta + q^2(\text{sen}\theta)^2) \quad (2.5)$$

nuevamente, multiplicamos (2.5) por (1/2)

$$-\left(\frac{1}{2}\right) \left[ \begin{array}{l} (p^2(\text{sen}\theta)^2 + 2pq \text{ sen}\theta \text{ cos}\theta + q^2(\text{cos}\theta)^2) \\ +\eta^2(p^2(\text{cos}\theta)^2 - 2pq \text{ sen}\theta \text{ cos}\theta + q^2(\text{sen}\theta)^2) \end{array} \right] \quad (2.6)$$

y analizamos solo los términos que contienen algún  $p$ .

$$\left(-\frac{1}{2}\right) [1 - (\cos\theta)^2 + \eta^2(\cos\theta)^2] \left\{ \left[ p + \frac{2pq(1-\eta^2)\sin\theta\cos\theta}{(1-(\cos\theta)^2 + \eta^2(\cos\theta)^2)} \right]^2 - \left[ \frac{q(1-\eta^2)\sin\theta\cos\theta}{(1-(\cos\theta)^2 + \eta^2(\cos\theta)^2)} \right]^2 \right\} \quad (2.7)$$

Realizando un cambio de variable  $\omega = \cos\theta$ , y usando los términos que contienen algún p, lo integramos

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{(-1/2) [1 - \omega^2 + \eta^2\omega^2] \left[ p + \frac{2pq(1-\eta^2)\sin\theta\cos\theta}{(1-\omega^2 + \eta^2\omega^2)} \right]^2\right\} dp$$

y nuevamente integramos respecto a p

$$I_1 = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{1 - \omega^2 + \eta^2\omega^2}} \quad (2.8)$$

Por otro lado, sumamos solo los términos con q de (2.6) y (2.7); factorizamos  $q^2$ ;

$$I_2 = -(1/2)[q^2\omega^2 + \eta^2q^2(1 - \omega^2)] + (1/2)q^2 \left[ \frac{(1 - \eta^2)^2 (\omega^2 - \omega^4)}{(1 - \omega^2 + \eta^2\omega^2)} \right]$$

$$I_2 = -\frac{1}{2} \left( \eta^2 + \frac{\eta^2(\omega^2 - \eta^2\omega^2)}{(1 - \omega^2 + \eta^2\omega^2)} \right) q^2 = -\frac{1}{2} \frac{\eta^2 q^2}{(1 - \omega^2 + \eta^2\omega^2)} \quad (2.9)$$

realizamos un cambio de variable  $\omega = \cos\theta \rightarrow d\omega = -\sin\theta d\theta$ , reemplazando (2.8) y (2.9) en (2.2). Entonces, la ecuación queda de la forma:

$$\frac{dN(q)}{dq} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \frac{\frac{N}{2}\eta}{\sqrt{1 - \omega^2 + \eta^2\omega^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\eta^2 q^2}{(1 - \omega^2 + \eta^2\omega^2)}} d\omega$$

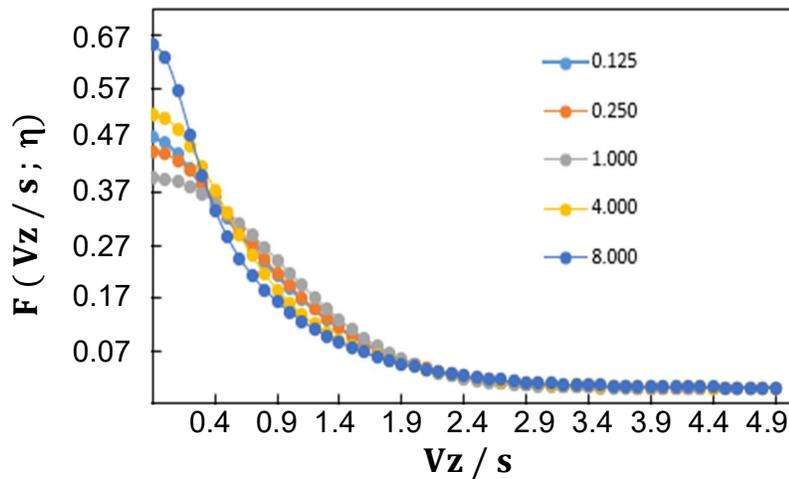
Dado que la dispersión media de la velocidad esperada se puede expresar en la forma  $s = N = [(s_R^2 + 2s_{\perp}^2)/3]^{1/2}$ , se definió  $w = v_z/s$ .<sup>4</sup> Finalmente, obtenemos la distribución de densidad de velocidad de la línea de visión en la forma:

$$F(w; \eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \frac{1}{\theta(\omega, \eta)} e^{-w^2/2\theta(\omega, \eta)^2} d\omega, \quad (2.10)$$

donde:  $F(w; \eta) = dN(q)/dq$  y  $\theta(\omega, \eta) = [3(1 - \omega^2 + \eta^2\omega^2)/(2 + \eta^2)]^{1/2}$  representa una corrección de la dispersión de la velocidad debido a la presencia del campo anisotrópico. En cambio, si  $\eta = 1$  representa la forma gaussiana esperada para un campo isotrópico. Por tanto, la distribución de velocidades para diferentes valores de anisotropía se muestra mejor en la figura 2.6.

### Figura N°2.6

*Distribución de velocidad para diferentes valores de anisotropía*



Fuente: Elaboración propia

<sup>4</sup> "s" es la desviación estándar de una muestra y "w" representa a las puntuaciones z de una distribución normal (Aliaga, 2002).

Para la construcción de  $F(w; \eta)$  consideramos una distribución simétrica donde  $w \approx 0$  y la varianza representan el momento de segundo orden.

$$s^2_w = \int_{-\infty}^{\infty} w^2 F(w; \eta) dx \rightarrow s^2_w = \int_{-\infty}^{\infty} w^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \frac{1}{\Theta(\omega, \eta)} e^{-w^2/2\Theta(\omega, \eta)^2} d\omega dw \quad (2.11)$$

Invirtiendo el orden de integración, se observa que  $\Theta$  se elimina antes de realizar la segunda integración y permanece independiente del parámetro anisotrópico.

$$F(0; \eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \frac{1}{\Theta(\omega, \eta)} d\omega \quad (2.12)$$

Asimismo, al usar las técnicas de integración respectivas tenemos:

$$F(0; \eta) = \sqrt{\frac{2 + \eta^2}{6\pi(\eta^2 - 1)}} \ln(\sqrt{\eta^2 - 1} + \eta) \quad \eta^2 > 1$$

$$F(0; \eta) = \sqrt{\frac{2 + \eta^2}{6\pi(\eta^2 - 1)}} \sin^{-1}(\sqrt{1 - \eta^2}) \quad \eta^2 < 1$$

La curtosis ( $k$ ) está dado por la siguiente expresión<sup>5</sup>:

$$k = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} w^4 F(w; \eta) dw}{\sqrt{s^2_w}} - 3 \quad (2.13)$$

donde se calcula primero el momento de cuarto orden.

$$I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} w^4 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \frac{1}{\Theta(\omega, \eta)} e^{-w^2/2\Theta(\omega, \eta)^2} d\omega dw \quad (2.14)$$

y mediante técnicas de integración se obtiene:

---

<sup>5</sup> El momento de cuarto orden está representado por  $\int_{-\infty}^{\infty} w^4 F(w; \eta) dw$  y la desviación estándar es  $\sqrt{s^2_w}$

$$I_3 = 3 \int_0^1 \Theta(\omega, \eta)^4 d\omega = \frac{9}{5} \frac{(3\eta^4 + 4\eta^2 + 8)}{(\eta^2 + 2)^2} \quad (2.15)$$

Luego, para el cálculo de la varianza reescribimos la ecuación (2.11),

$$s^2_w = \int_{-\infty}^{\infty} w^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \frac{1}{\Theta(\omega, \eta)} e^{-w^2/2\Theta(\omega, \eta)^2} d\omega dw$$

Seguidamente, lo ordenamos e integramos con respecto a w, y se obtiene:

$$s^2_w = \int_0^1 \Theta(\omega, \eta)^2 d\omega = 1 \quad (2.16)$$

Posteriormente; se reemplaza (2.15) y (2.16) en (2.13), y la curtosis queda:

$$k = I_3 - 3 \Rightarrow k = \frac{12}{5} \left( \frac{\eta^2 - 1}{\eta^2 + 2} \right)^2 \quad (2.17)$$

Por otro lado, la desviación media ( $|w| = \langle |v - \bar{v}|/s \rangle$ ) se denota:

$$|w| = \frac{\text{Momento de primer orden}}{\text{Desviación Estándar}} \rightarrow |w| = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} w F(w; \eta) dw}{\sqrt{s^2_w}} \quad (2.18)$$

donde se calcula primero, el momento de primer orden.

$$I_5 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \frac{1}{\Theta(\omega, \eta)} \int_0^{\infty} w e^{-w^2/2\Theta(\omega, \eta)^2} dw d\omega \quad (2.19)$$

y mediante técnicas de integración, obtenemos:

$$\int_0^{\infty} w e^{-w^2/2\Theta(\omega, \eta)^2} dw = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta(\omega, \eta)^2 \Rightarrow I_5 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 \Theta(\omega, \eta) d\omega \quad (2.20)$$

$$I_5 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{\sqrt{3} \left( \ln \left( \left| \sqrt{(\eta^2 - 1)\omega^2 + 1} + \sqrt{(\eta^2 - 1)\omega} \right| + \sqrt{(\eta^2 - 1)\omega} \sqrt{(\eta^2 - 1)\omega^2 + 1} \right) \right)}{2\sqrt{(\eta^2 - 1)}\sqrt{(\eta^2 + 2)}} \right) \Big|_0^1 \quad (2.21)$$

Luego, vemos que para  $\eta > 1$ , la ecuación (2.18) se convierte:

$$|w| = \sqrt{\frac{6}{\pi(\eta^2 + 2)}} \left( \frac{\eta}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - \eta^2}} \ln(\sqrt{\eta^2 - 1} + \eta) \right); \eta > 1 \quad (2.22)$$

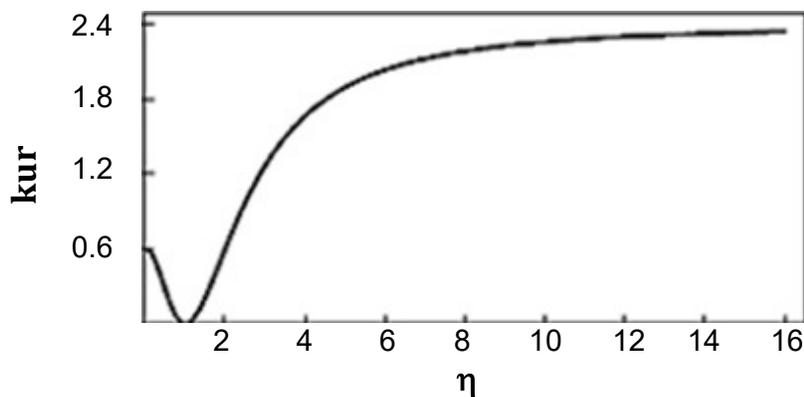
Sin embargo, si  $\eta < 1$ , la ecuación (2.18) toma la forma:

$$|w| = \sqrt{\frac{6}{\pi(\eta^2 + 2)}} \left( \frac{\eta}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - \eta^2}} \sin^{-1} \sqrt{1 - \eta^2} \right), \quad \eta < 1 \quad (2.23)$$

Analizando las figuras 2.7 hasta 2.9, en  $\eta = 1$  se produce una indeterminación al estimar los valores para los parámetros cinemáticos ( $k$ ,  $|w|$ ,  $F_0$ ). Sin embargo, para  $\eta = 0$ , no podemos distinguir entre un modelo puramente circular y otro radial ligeramente más alto que el caso isotrópico ( $\eta = 1$ ). Asimismo, para  $\eta \leq 2$ , "kur" y  $|w|$  se reduce la indeterminación en  $\eta = 1$ . Además, para  $F_0$  en  $\eta \leq 4$  no se puede precisar un modelo de órbita circular.

### Figura N°2.7

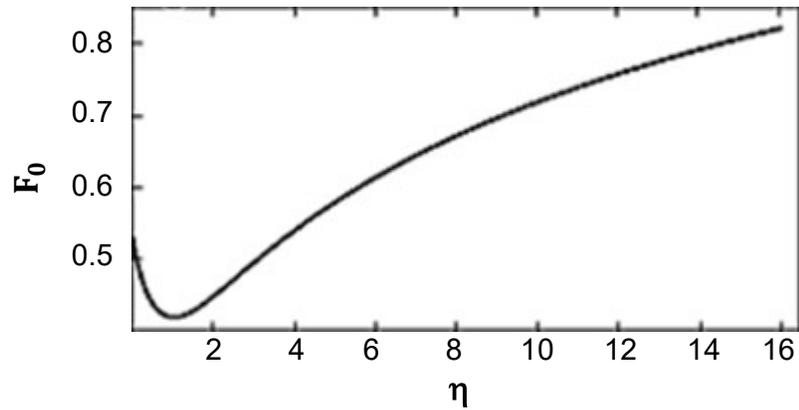
Comportamiento de la curtosis (kur)



Fuente: Elaboración propia

**Figura N°2.8**

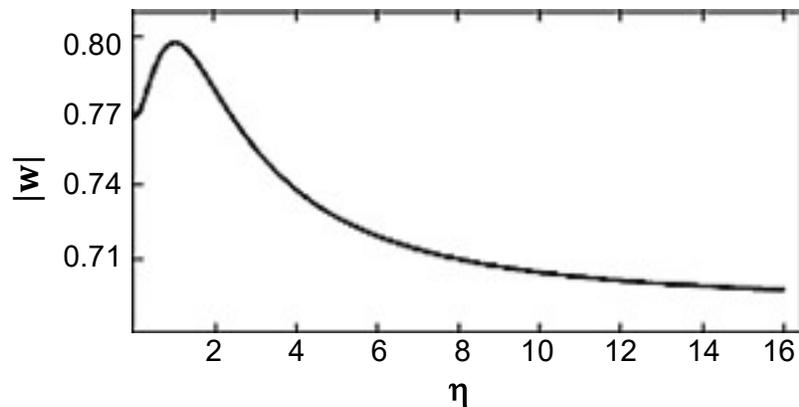
*Comportamiento del valor máximo central ( $F_0$ )*



Fuente: Elaboración propia

**Figura N°2.9**

*Comportamiento del módulo de la velocidad normalizada ( $|w|$ )*



Fuente: Elaboración propia

Verificando la tabla 2.1, los valores límite de  $F_0$ ,  $k$  y  $|w|$ , fueron calculados analíticamente en las ecuaciones (2.12), (2.17) y (2.21). Por consiguiente, cuando  $\eta \in [0,1)$  presenta órbitas circulares; en cambio, si  $\eta \gg 1$ , presenta órbitas radiales (elíptica).

**Tabla N°2.1**

*Valores límites teóricos de los parámetros cinemáticos*

<b>PARÁMETROS</b>	<b><math>\eta \ll 1</math></b>	<b><math>\eta = 1</math></b>	<b><math>\eta \gg 1</math></b>
<b>F<sub>0</sub></b>	0.511	0.399	0.23ln (2 $\eta$ )
<b>k</b>	0.6	0	2.4
<b> w </b>	0.767	0.798	0.69

Fuente: Elaboración Propia

#### **2.4. Definición de términos básicos**

- a. Clasificación química de las nebulosas.-** Los de tipo I, definido como:  $(\text{He}/\text{H}) > 0.125$  y  $(\text{N}/\text{O}) \geq 0.5$ ; los no-tipo I no satisfacen las condiciones anteriores. También, hay otro llamado tipo i donde se cumple al menos una de las condiciones de los del tipo I.
- b. Coordenadas ecuatoriales.-** Coordenadas de posición (ascensión recta y declinación) de un objeto en la esfera celeste respecto al ecuador celeste y al equinoccio vernal<sup>6</sup>.
- c. Composición química.-** Se define como la abundancia de He, C, N, O, Ne, Ar, S, etc, presente en cada nebulosa. La abundancia de helio puede verse afectada en estrellas de mayor masa debido a la nucleosíntesis en el interior estelar. Por otro lado, el indicador de la metalicidad representa la abundancia de elementos pesados como son los elementos- $\alpha$  (Ne, S, y Ar), que generalmente no sufren cambio significativo en el procesamiento de la nucleosíntesis en el interior estelar para estrellas de masa intermedia (Abundancia relativa media geométrica de Neón, Azufre y Argón).
- d. Tiempo de expansión de la nebulosa.-** Tiempo de vida de la nebulosa medido en función de su tamaño actual y la velocidad de expansión considerada libre (Cociente de radio externo y velocidad

---

<sup>6</sup> Una explicación más detallada lo podemos ver en Smart (1977).

de expansión). Dónde el radio externo constituye el radio de la estructura externa de la nebulosa planetaria y la velocidad de expansión es la velocidad con la que se expande la nebulosa planetaria.

- e. **Velocidad GNM.-** Velocidad promedio del centro de masa de las NPs de la GNM.
- f. **Velocidad radial normalizada.-** Velocidad radial (medida a través del modelamiento del perfil de línea en su espectro de emisión) de la nebulosa corregida para el alejamiento de la galaxia GNM y relativa a su dispersión.
- g. **Composición física.-** Es una propiedad de cada nebulosa planetaria, la cual incluye temperatura de la estrella central (temperatura superficial de la estrella remanente), tamaño de la nebulosa (dimensión lineal de la nebulosa obtenida por modelaje de espectro nebuloso o medida en forma directa), densidad nebuloso (densidad numérica obtenida a partir de las líneas prohibidas de [SII] y/o [OII]), flujo de energía nebuloso (energía emitida por unidad de área, por unidad de tiempo, por intervalo de longitud de onda, usualmente medida en la línea de hidrógeno).

### III. HIPÓTESIS Y VARIABLES

#### 3.1. Hipótesis

##### 3.1.1. Hipótesis general

Usando las coordenadas de posición de las nebulosas y el método de distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico se asignan los tipos de órbitas de las nebulosas planetarias en la GNM.

##### 3.1.2. Hipótesis específicas

- a. Usando el método de distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico se puede predecir la cantidad de nebulosas que poseen órbitas circulares, radiales o una combinación de ambas.
- b. Usando la base de datos de los parámetros físicos y abundancias químicas presentes en las nebulosas de la GNM, se relacionan con el tipo de órbitas de estas nebulosas.

##### 3.1.1. Operacionalización de variable

###### a. Definición conceptual

- **Variable independiente: caracterización de la población**

Entre las poblaciones de objetos en la GNM se incluyen nebulosas y estrellas centrales en RAG (Ramo Asintótico Gigante), es decir, estrellas que dieron origen a las nebulosas planetarias.

- **Variable dependiente: órbitas de las nebulosas planetarias**

Las nebulosas planetarias tienden a presentar órbitas circulares cuando su parámetro de anisotropía de una nebulosa es mayor que 0 y menor que 1 ( $\eta \in [0,1)$ ); y su velocidad normalizada  $|w|$  está en el intervalo de  $[0.8 - 0.76]$ . Por otro lado, presentan órbitas radiales, cuando su parámetro de anisotropía de una

nebulosa es mucho mayor a 1 ( $\eta > 1$ ) y su velocidad normalizada  $|w|$  está en el intervalo de  $[0.8 - 0.69]$ . Sin embargo, una misma nebulosa planetaria cumple con ambas características (radial y circular) a la vez.

**b. Definición operacional de variables**

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍNDICE	TÉCNICA ESTADÍSTICA
<b>Independiente</b>  Población de nebulosas planetarias	Parámetros físicos	Velocidad radial	$v_{\text{rad}}$ ó $v_{\text{LSR}}$ (km/s)	Prueba K-S Correlación lineal
		Temperatura efectiva	$T_{\text{eff}}$ (K)	Prueba K-S
		Densidad electrónica	$N_{e^-}$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	
		Flujo nebuloso	$F_{\text{H}\beta}$ ( $\text{Erg}/\text{cm}^2/\text{s}$ )	
	Radio nebuloso	$R_{\text{neb}}$ (Parsec)	Prueba K-S	
Abundancias químicas	Abundancia de He	He/H	Prueba K-S Correlación lineal	
<b>Dependiente</b>  Órbitas de las nebulosas planetarias	Tipo de órbita	Velocidad radial normalizada	$ w $	Correlación lineal
		Indicador de la metalicidad	$Z^*/H$	Prueba K-S Correlación lineal
		Tiempo de expansión	$t$ (años)	Correlación lineal
		Distancia radial	$R_{\text{rad}}$ (Parsec)	

## IV. METODOLOGÍA DEL PROYECTO

### 4.1. Diseño metodológico

Esta tesis es del tipo teórico es básica porque se basa en conceptos de la mecánica celeste, y documental, ya que se extrae información de la literatura científica. Por otro lado, es cuantitativa, ya utiliza métodos estadísticos como el método de distribución de velocidades y el método de bipeso de Beers (Beers et al, 1990) para analizar los datos recogidos de la literatura científica; y relacionar porque permite relacionar y comparar el tipo de órbita de las nebulosas planetarias a sus parámetros físicos y abundancias químicas.

Los pasos a seguir en la presente investigación, se detallan a continuación:

1. Recolección de datos a través de la literatura científica y la base de datos de la Universidad de Harvard.
2. Se realizó la proyección de las coordenadas ecuatoriales (ascensión recta y declinación) y se calculará de la distancia radial proyectada para cada nebulosa.
3. Cálculo de la velocidad radial normalizada ( $|w|$ ) a través del método de distribución de velocidad en un campo gaussiano isotrópico.
4. Con un conjunto de datos de velocidades de las nebulosas se determinó la velocidad del centro de masa de la GNM ( $v_{\text{GNM}}$ ). Para ello, se utilizará el factor de corrección de bipeso, dispersión de velocidad y velocidad normalizada para cada nebulosa.
5. Se determinó de la abundancia del helio y el indicador de la metalicidad de cada nebulosa planetaria.
6. Se determinó la forma orbital (órbitas circulares, radiales y una combinación de ambas) de las nebulosas planetarias, usando la relación de velocidad normalizada y parámetro de anisotropía.

7. Se utilizaron los parámetros físicos y las abundancias químicas de las nebulosas en la GNM estudiadas, para ver su posible asociación a sus formas orbitales.
8. Se analizó los resultados obtenidos a través de la estadística descriptiva (descripción de tablas y gráficos) y la estadística inferencial (aceptación o negación de la hipótesis del investigador); luego se contrastarán las hipótesis.

#### **4.2. Método de investigación**

**4.2.1. Método lógico:** Se realizó la revisión bibliográfica (planteamiento del problema y marco teórico) y la recolección de datos de NPs de la GNM (diseño metodológico).

**4.2.2. Método hipotético:** Se desarrolló el trabajo de investigación respondiendo al primer objetivo específico utilizando la estadística descriptiva (resultados descriptivos y contrastación de los resultados con otros similares).

**4.2.3. Método deductivo:** Se analizaron los resultados que responderán al segundo objetivo específico mediante la estadística inferencial (resultados inferenciales, y contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados).

#### **4.3. Población y muestra**

La población que se elegirá para este estudio comprende a todas las NPs de la GNM y de estas nebulosas son seleccionadas una muestra de 146 nebulosas planetarias.

#### **4.4. Lugar de estudio y periodo desarrollado**

Las actividades de investigación se realizaron en el Área de Astronomía y Astrofísica de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao por un periodo aproximado de 2 años.

#### **4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información**

Los datos serán seleccionados considerando las posibles relaciones entre las distintas variables y se obtendrán de la literatura científica.

Para obtener la mayor cantidad de datos de las nebulosas planetarias de la Gran Nube de Magallanes. Primero, éstos serán ordenados por sus coordenadas ecuatoriales absolutas (ascensión recta y declinación). Luego, se coleccionarán las variables físicas nebulares como radio nebuloso, densidad y temperatura electrónica, velocidad LSR (Local Standard Rest), flujo nebuloso en los niveles espectroscópicos de la línea H-beta, velocidad de expansión, masa nebulosa, presión, clasificación de Tipo I y no-Tipo I, clase de excitación y parámetro de extinción. Posteriormente, para las variables físicas estelares se extraerán datos únicamente de luminosidad y temperatura efectiva. Por otro lado, se recolectarán las variables de abundancias químicas como helio, carbono, nitrógeno, oxígeno, azufre, neón y argón.

Además de obtener resultados teóricos mediante la técnica de análisis documental, donde participa los valores de las coordenadas ecuatoriales, los parámetros físicos y el cálculo de la composición química del He, Ne, Ar, S, etc (en función al oxígeno e hidrógeno), se comparan los resultados obtenidos por métodos convencionales para contrastarlo con los valores recomendados en el catálogo de astronomía (VizieR).

Los instrumentos de recolección de datos que se utilizarán para ubicar a las nebulosas planetarias en la esfera celeste (coordenadas en grados sexagesimales) y proyectarlas en el plano, se dispondrán de materiales como tijeras, cinta adhesiva, papel calca, regla, etc.

Por otro lado, en la descripción de la Tabla 4.1, se muestran los datos obtenidos de la literatura. La primera columna tiene la identificación de las nebulosas planetarias según los catálogos de SMP: Sanduleak, Mc Connell & Philip (1978); MG: Morgan & Good (1992); Mo: Morgan (1994);

N: Henize (1956); y J: Jacoby (1980). Luego, la segunda y tercera columnas, son las coordenadas ecuatoriales absolutas de ascensión recta (en horas, minutos y segundos) y declinación (en grados, minutos y segundos sexagesimales), respectivamente. Seguidamente, la cuarta y quinta columnas muestran los parámetros estelares de temperatura y luminosidad, respectivamente, según Dopita & Meatheringham, (1990-1991); desde la sexta columna hasta la décima tercera columna se encuentran los parámetros físicos nebulares de velocidad (Local Standard Rest), logaritmo del flujo en la línea de H-beta, velocidad de expansión, densidad electrónica, radio nebuloso y radio externo, medido y modelado, (Dopita et al., 1988), masa nebulosa y presión del gas, (Dopita & Meatheringham, 1990). A su vez, desde las columnas décima cuarta hasta vigésima, se muestran las abundancias químicas relativas al hidrógeno de los elementos (X), como helio, carbono, nitrógeno, Neón, Azufre y Argón, en forma  $\log(X/H) + 12$ , (Ventura et al., 2015). Por otro lado, la vigésima primera columna, nos muestra la clasificación de la nebulosa en tipo I y no-tipo I, de acuerdo a Leisy & Dennefeld (1996). En tanto, la vigésima segunda columna nos muestra la clase de excitación, (Feast, 1968). Por último, la vigésima tercera columna, nos presenta al parámetro de extinción medido para la línea de H-beta, (Leisy & Dennefeld, 2006).<sup>7</sup>

---

<sup>7</sup> Por razones de espacio, la muestra se incluyó en la sección de anexos.

**Tabla N°4.1**

*Muestra de parámetros cinemáticos de las nebulosas planetarias de la Gran Nube de Magallanes*

N	COORDENADAS						PARÁMETROS FÍSICOS								ABUNDANCIAS QUÍMICAS							TIPO	EC	C(H $\beta$ )		
							ESTELARES		NEBULARES																	
	$\alpha$	$\delta$	T <sub>eff</sub>	L <sub>*</sub>	V <sub>LSR</sub>	Log F <sub>H<math>\beta</math></sub>	v <sub>exp</sub>	N <sub>e</sub> <sup>-</sup>	R <sub>neb</sub>	R <sub>out</sub>	M <sub>neb</sub>	P/10 <sup>4</sup>	He	Ne	Ar	S	C	N	O							
h	m	s	°	'	"	K	(L <sub><math>\odot</math></sub> )	km/s	erg/(cm <sup>2</sup> .s)	km/s	cm <sup>-3</sup>	pc	pc	(M <sub><math>\odot</math></sub> )	cm <sup>-3</sup> K											
SMP 01	4	38	35	-70	36	43	65000	7000	209.1	-12.46	17.2	2600	0.04	0.102	0.32	3700	10.95	7.44	5.94	7.32	8.4	7.47	8.34	i	3.5	0.38
SMP 02	4	40	60	-67	48	10	38000	1343	248.2	-13.18	9.9	5000	*	*	0.571	*	10.96	6.25	6	6.62	0	7.5	8.03	n	1.1	0.01
SMP 03	4	42	23	-66	13	14	95000	*	172	-12.48	20	4000	0.03	*	*	*	10.96	6.82	5.35	6.76	0	7.03	7.75	n	1.8	0.06
SMP 04	4	43	22	-71	30	12	11800	*	283	-13.52	37.9	5000	*	*	*	*	11.07	7.78	5.91	7.87	0	7.3	8.61	n	6.7	0.32
SMP 05	4	48	8.7	-67	26	9	43000	8775	271	-12.85	20.8	5000	0.12	0.185	0.23	1850	10.79	6.64	5.35	6.44	0	6.68	8	n	1.2	0.09
SMP 06	4	47	39	-72	28	18	28200	8250	249	-12.67	28.6	11800	0.19	0.055	0.05	16000	10.97	7.75	5.99	7.09	8.66	7.4	8.51	n	6.1	0.04
SMP 07	4	48	29	-69	8	30	19600	*	204.9	-13.12	44.7	1000	*	*	*	*	11.15	7.44	6.08	7.41	0	8.58	8.33	l	8.8	0
SMP 08	4	50	13	-69	33	57	11000	5575	277.1	-12.74	25.2	5000	0.09	0.09	0.1	5500	11.14	7.26	6.22	8.04	0	7.43	8.16	l	2.5	0.01
SMP 09	4	50	29	-68	13	30	14800	891	270.7	-13.38	22.9	3000	*	*	0.67	*	10.97	7.74	6.04	6.63	0	7.49	8.31	i	6.6	0.25
SMP 10	4	51	9.4	-68	48	6	17900	*	207	-13.15	47	2800	*	*	*	*	11	7.21	5.81	6	0	7.79	7.82	l	0	0.26
SMP 11	4	51	38	-67	5	16	25000	1660	249.4	-13.15	122	6200	0.21	*	*	*	10.78	6.74	4.99	6.06	0	7.1	7.18	i	5	1.06
SMP 13	5	0	0.2	-70	27	41	13600	10965	212.3	-12.82	46.1	5000	*	*	*	*	11.03	7.6	5.87	7.85	7.92	7.47	8.39	n	6.3	0
SMP 14	5	0	20	-70	58	53	21000	3389	236.9	-13.69	51.5	300	2.25	*	0.59	*	11.32	7.72	6.31	7.52	0	7.59	8.15	l	10	0.02
SMP 15	5	0	53	-70	13	42	13500	6790	188	-12.66	41.2	3800	0.1	0.1	0.14	6000	11.03	7.57	5.97	6.41	0	7.2	8.26	n	6.1	0.08
SMP 16	5	2	2.2	-69	48	53	19800	4074	237.5	-13.3	33	600	*	*	*	*	11	7.38	6	7.29	0	8.65	8.32	l	8.2	0.68
SMP 17	5	2	54	-69	21	0	13500	4467	252	-12.49	*	400	*	*	0.59	*	11.02	7.92	6.2	6.88	0	7.5	8.25	l	6	0.85
SMP 18	5	3	47	-70	7	0	16600	7080	228.7	-13.36	27.4	5000	*	*	*	*	11.08	7	5.56	8.3	0	7.5	7.87	l	0	0.2
SMP 19	5	3	49	-70	14	0	13900	8128	220.2	-12.73	28.6	2000	*	*	*	*	11.08	7.77	6.18	6.62	0	7.73	8.5	n	6.9	0.04
SMP 20	5	4	40	-69	21	40	20500	1190	273.1	-13.37	25.8	2200	0.112	0.112	0.1	1800	11.06	7.59	6.22	7.24	0	8.08	8.12	l	8.2	0.02
SMP 21	5	4	52	-68	39	8	25200	*	243.7	-12.76	49.1	2800	*	*	0.1	*	11.11	7.19	5.98	7.21	7.34	7.92	7.86	l	7.4	0.16

Fuente: Ver anexo C

#### **4.6. Análisis y procesamiento de datos**

Para el procesamiento y análisis de datos; se han usado los programas estadísticos SPSS y Excel y como datos, las coordenadas ecuatoriales ( $\alpha$ : ascensión recta y  $\delta$ : declinación), velocidad radial, parámetros físicos (temperatura efectiva, flujo nebuloso, densidad electrónica, velocidad de expansión, radio externo), abundancias químicas (He, Ne, Ar, S) y tipo de excitación; segundo, se elegirá la técnica estadística su respectivo objetivo; tercero, se elegirán los tipos de gráficos para cada prueba estadística; cuarto, con la construcción de la base de datos de cada parámetro en Excel, se ordena los datos de entrada al programa (SPSS: contrastación de hipótesis); quinto, con la entrada de datos, se mostrará la salida de datos (SPSS: p-valor, z-valor y tipo de distribución; Excel: colores con su respectivo intervalo).

En la contratación de hipótesis se utilizará la prueba de correlación lineal y la prueba de kolmogorov-Smirnoff (K-S). Para ello, en la prueba de correlación lineal, se utilizará el programa SPSS y Excel; donde el tipo de gráfico presente son los gráficos de dispersión y corresponden al segundo objetivo específico. Similarmente, en la prueba de K-S, se utiliza el programa estadístico SPSS y Excel, los tipos de gráficos presentes son los histogramas y pertenecen al primer objetivo específico.

##### **4.6.1. Técnicas previas a la tabulación de datos**

###### **a. Cálculo de la distancia radial proyectada**

La distribución de NPs en la GNM la vamos a asociar al centro de esta galaxia, cuya coordenada es  $\alpha_0 = 5\text{h } 20\text{m } 30.12$ , y  $\delta_0 = -69^\circ 36^{\text{m}}$ , y tomamos la distancia proyectada en el cielo de cada nebulosa respecto de este punto. Luego, se realiza la conversión de las coordenadas absolutas de posición a radianes. (König, A. 1962)

Las proyecciones de las coordenadas de posición, están dadas:

$$\text{proy}(\alpha) = \left( \frac{\text{sen}(\alpha_0 - \alpha)}{\tan \delta} \right) / \left( \sin \delta_0 + \frac{\cos \delta_0 \cos(\alpha_0 - \alpha)}{\tan \delta} \right) \quad (4.1)$$

$$\text{proy}(\delta) = \frac{\left( \cos \delta_0 - \frac{\text{sen} \delta_0 \cos(\alpha_0 - \alpha)}{\tan \delta} \right)}{\left( \sin \delta_0 + \frac{\cos \delta_0 \cos(\alpha_0 - \alpha)}{\tan \delta} \right)} \quad (4.2)$$

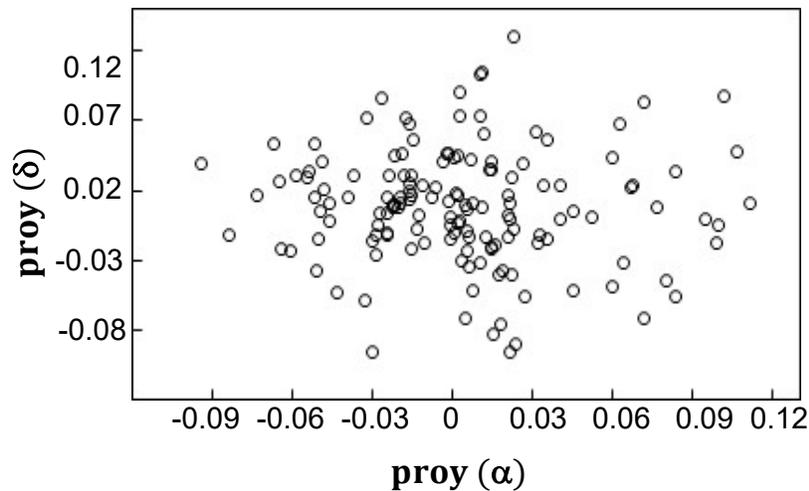
En consecuencia, de acuerdo a las ecuaciones (4.1) y (4.2), la distancia radial proyectada es:

$$d^2 = \text{proy}(\alpha)^2 + \text{proy}(\delta)^2 \quad (4.3)$$

En el mismo contexto, la figura 4.1 muestra las posiciones proyectadas de las coordenadas de posición de las NPs, medidas desde el centro de la GNM. (ver página 29)

#### Figura N°4.1

*Nebulosas planetarias proyectadas en la GNM*



#### b. Cálculo de la velocidad normalizada

Para usar el método de distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico es necesario calcular la velocidad normalizada de cada nebulosa.

Para ello, se calculó la velocidad de la GNM usando las velocidades de las nebulosas. La velocidad de la galaxia  $v_{\text{GNM}}$ , se calculó usando el estimador de bipeso (Beers et al., 1990).

$$v_{\text{GNM}} = M + \frac{\sum_{|w_i| < 1} (v_i - M)(1 - w_i^2)^2}{\sum_{|w_i| < 1} (1 - w_i^2)^2} \quad (4.4)$$

donde  $M$  es la mediana de la muestra,  $v_i$  es la velocidad de la nebulosa y

$$w_i = \frac{(v_i - M)}{6\text{MAD}} \quad (4.5)$$

la desviación media absoluta es:  $\text{MAD} = \text{mediana}(|v_i - M|)$ , visto desde la mediana de la muestra. De manera análoga se calcula la dispersión de los datos:

$$S_{\text{BI}} = n^{1/2} \frac{[\sum_{|w_i| < 1} (v_i - M)^2 (1 - w_i^2)^4]^{1/2}}{|\sum_{|w_i| < 1} (1 - w_i^2)(1 - 5w_i^2)|} \quad (4.6)$$

donde  $n$  es la cantidad de datos y

$$w_i = \frac{(v_i - M)}{9\text{MAD}} \quad (4.7)$$

Segundo, a cada velocidad de la nebulosa se descontó la velocidad de la galaxia GNM. Mientras que, los datos de  $S_{\text{BI}}$ , es el mismo que se calculó en (4.6).

Por último y bajo la ecuación (4.6), y la expresión estadística ( $|w| = (|v_z - \bar{v}_z|/s)$ ) se calculó la velocidad normalizada  $|w|$ ; siendo:

$$v_z = v_{\text{LSR}}, \bar{v}_z = \text{promedio}(v_{\text{LSR}}) \text{ y } s = S_{\text{BI}};$$

igualmente, calculados en (4.6).

### c. Cálculo de la abundancia de He y el indicador de metalicidad

La abundancia relativa de cualquier elemento también se puede expresar como:

$$\left(\frac{X}{H}\right) = 10^{(X)-12} \quad (4.8)$$

Las abundancias químicas relativas al hidrógeno normalizadas se escriben usando la siguiente expresión:

$$(X) = \log \left(\frac{X}{H}\right) + 12 \quad (4.9)$$

Asimismo, se usó un indicador de la metalicidad de la nebulosa, de la siguiente manera:

$$(Z^*) = ((\text{Ne}) + (\text{S}) + (\text{Ar}))/3 \quad (4.10)$$

En el caso de las abundancias químicas normalizadas a la del Sol, se realizó la siguiente corrección:

$$[X] = X^* - X_{\odot} \quad (4.11)$$

## 4.6.2. Procesamiento de los datos tabulados

### a. Cálculo del tiempo de expansión de la nebulosa

Por otro lado, definimos el tiempo de expansión de la nebulosa como el cociente del radio externo y su velocidad de expansión ( $R_{\text{out}}/v_{\text{exp}}$ ), con las unidades expresadas en años.

### b. Comparación de la velocidad normalizada con el parámetro $\eta$

Comparando la velocidad normalizada,  $|w|$ , de cada nebulosa y su asociación con el parámetro  $\eta$ , usando la figura 2.9 y la ecuación 2.21, se relacionó a las siguientes NPs con el respectivo tipo de órbita.

**Tabla N°4.2**

*Órbitas de las nebulosas planetarias seleccionadas*

<b>Nombre de la Nebulosa</b>	<b>Tipo de Órbita</b>	<b>Nombre de la Nebulosa</b>	<b>Tipo de Órbita</b>
SMP 05	Radial	SMP 38	Radial – Circular
SMP 18	Radial	SMP 42	Radial – Circular
SMP 20	Radial	SMP 67	Radial – Circular
SMP 25	Radial – Circular	SMP 73	Radial – Circular
SMP 29	Radial	MG 38	Radial

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 4.2, tenemos 5 nebulosas que presentan valores compatibles con contener una órbita radial (Radial); mientras que, las otras 5 nebulosas pueden tener órbita radial o una órbita circular (Radial - Circular).

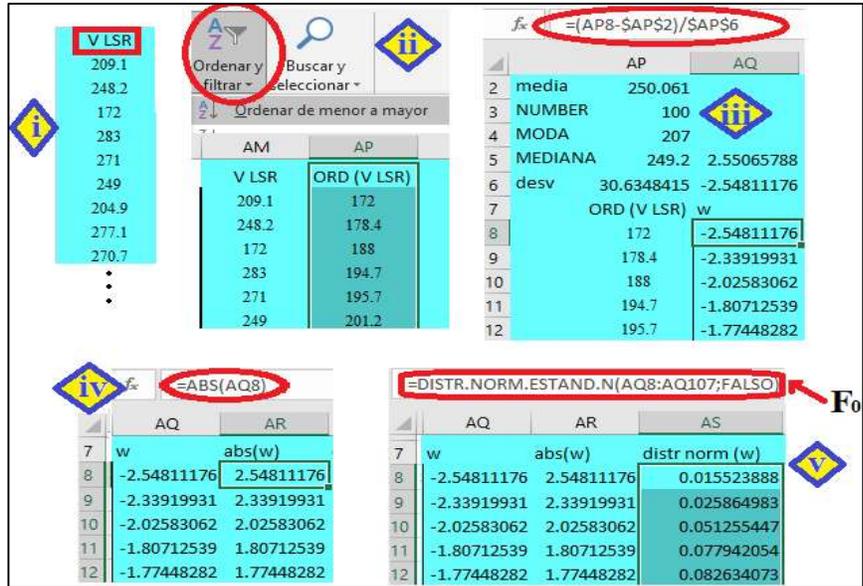
### **c. Distribución isotrópica de velocidades**

Con ayuda del programa Excel, se calculó la función de distribución ( $F_0$ ), de distribución isotrópica de velocidades en función de la velocidad a lo largo de la línea de vista normalizada a la dispersión de velocidades, de esta manera:

Se colocaron todos los valores de  $v_{LSR}$  de la muestra en la base de datos de Excel. Luego, estos valores se ordenaron de menor a mayor. Seguidamente, se determinó el valor de  $w$ ; donde:  $w = (v_z - \bar{v}_z)/s$ . Posteriormente, se tomó el valor absoluto de  $w$ . Finalmente, se calculó,  $F_0$ , la distribución normal estándar a los datos. (ver figura 4.2)

**Figura N°4.2**

*Esquema numerado para el cálculo de función de distribución*

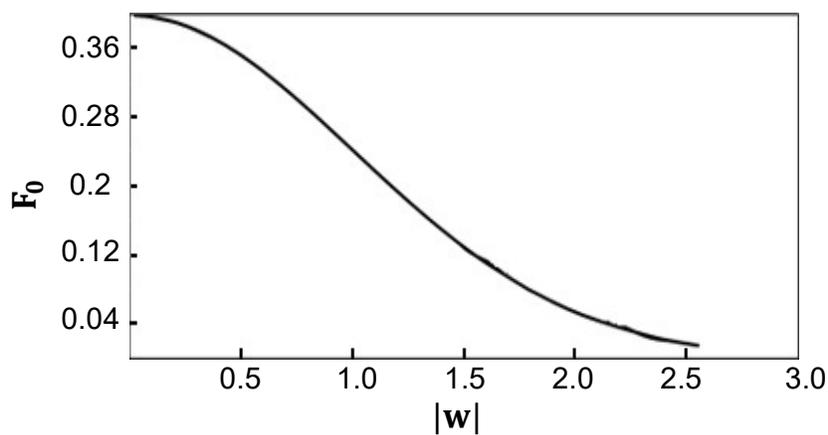


Fuente: Elaboración propia

El resultado de  $F_0$ , se muestra en el siguiente gráfico. (ver figura 4.3)

**Figura N°4.3**

*Función  $F_0$ , distribución isotrópica de velocidades*



#### d. Estimación de parámetros poblacionales

Para encontrar los parámetros poblacionales; como la desviación estándar ( $\sigma$ ), la media aritmética ( $\mu$ ) y el coeficiente de variación (C.V); se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$n = \frac{z^2 \sigma^2}{\text{Alfa}^2}; \quad z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma}; \quad \text{C.V} = \frac{\sigma}{|\mu|} \quad (4.12)$$

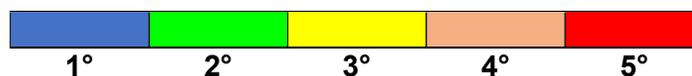
donde  $\bar{x}$ ,  $n$ ,  $z$  y Alfa, son el promedio de la muestra, tamaño de la muestra, valor asociado al nivel de confianza tomado como  $Z = 2.58$  y el error de estimación al 1% (Alfa = 0.01), respectivamente.

#### e. Diagrama COLOR-FRECUENCIA

Para graficar los parámetros físicos dentro de las proyecciones de coordenadas de posición. Se utilizó la asociación color-frecuencia de acuerdo a la cercanía de los datos respecto a su frecuencia. (ver figura 4.4)

#### Figura N°4.4

*Frecuencia de datos para el radio nebular*



Para ello, usaremos el parámetro físico del radio nebular. (ver figura 4.5)

**Figura N°4.5**

*Secuencia de datos para el radio nebulas*

N	$R_{\text{neb}}$ pc	Coordenadas	
		proy ( $\alpha$ )	proy ( $\delta$ )
SMP 01	0.04	-0.06050929	-0.02290312
SMP 03	0.03	-0.06699498	0.05392961
SMP 05	0.12	-0.05410415	0.03425177
SMP 06	0.19	-0.04312342	-0.05312193
SMP 08	0.09	-0.04604432	-0.00225918
SMP 11	0.21	-0.04901431	0.04102025
SMP 14	2.25	-0.02865104	-0.0253099
SMP 15	0.1	-0.02893462	-0.01213596
...	...	...	...

En la figura 4.5, se muestra una parte de los datos de  $R_{\text{neb}}$ , resaltado con un círculo rojo. Si nos centramos en la tabla de la figura, se observa que la columna 1 es el nombre de las nebulosas planetarias. Luego, las columnas 3 y 4, nos muestra los valores proyectados de ascensión recta y declinación, respectivamente.

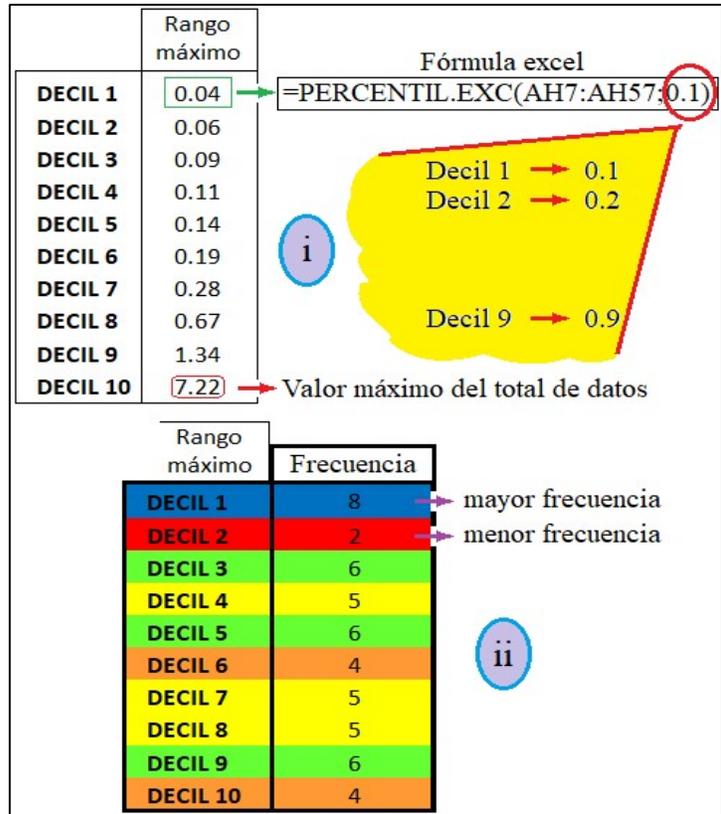
A continuación, para calcular la distribución de los parámetros físicos en función de su frecuencia, se siguen los siguientes pasos:

- Ordenando la información por deciles.

Considerando que un decil es cualquiera de los nueve valores que dividen a un grupo de datos ordenados en diez partes iguales. Por tanto, se extrajo todos los deciles de la muestra en la base de datos de Excel. Luego, estos valores se ordenaron de menor a mayor. Seguidamente, se calculó la frecuencia para cada uno de los datos. Después, se sombrea a cada frecuencia con un determinado color. (ver figura 4.6)

**Figura N° 4.6**

*Esquema para la frecuencia de datos del radio nebular por deciles*



- Con los datos ordenados y la frecuencia calculada, se sombrea aquellos valores de  $R_{neb}$  con igual frecuencia. (ver figura 4.7)

**Figura N°4.7**

*Datos del radio nebuloso por frecuencias*

N	$R_{neb}$ pc	Coordenadas	
		proy ( $\alpha$ )	proy ( $\delta$ )
SMP 01	0.04	-0.06050929	-0.02290312
SMP 03	0.03	-0.06699498	0.05392961
SMP 05	0.12	-0.05410415	0.03425177
SMP 06	0.19	-0.04312342	-0.05312193
SMP 08	0.09	-0.04604432	-0.00225918
SMP 11	0.21	-0.04901431	0.04102025
SMP 14	2.25	-0.02865104	-0.0253099
SMP 15	0.1	-0.02893462	-0.01213596
...	...	...	...

- Separar los datos que presentan un mismo color y ordenarlos por grupos (tomar como referencia figura 4.4). (ver figura 4.8)

**Figura N°4.8**

*Datos del radio nebuloso por grupos*

N	$R_{neb}$ pc	Coordenadas	
		proy ( $\alpha$ )	proy ( $\delta$ )
SMP 01	0.04	-0.06050929	-0.02290312
SMP 03	0.03	-0.06699498	0.05392961
...	...	...	...
SMP 23	0.063	-0.02369182	0.03147439
SMP 29	0.12	-0.01972048	0.01572174
...	...	...	...
SMP 22	0.45	-0.02259791	0.00863788
SMP 67	0.27	0.01461377	0.03556727
...	...	...	...
SMP 14	2.25	-0.02865104	-0.0253099
SMP 61	0.15	0.00505048	-0.07136688
...	...	...	...
SMP 63	0.058	0.0077435	0.0115554
SMP 82	0.05	0.02309315	-0.00721507

- De la tabla que se muestra en la figura 4.7, se identificó y sombreó las NPs seleccionadas. (ver figura 4.9)

**Figura N°4.9**

*Identificación y sombreado de las nebulosas seleccionadas del radio nebuloso*

N	$R_{neb}$ pc	Coordenadas	
		proy ( $\alpha$ )	proy ( $\delta$ )
SMP 01	0.04	-0.06050929	-0.02290312
SMP 03	0.03	-0.06699498	0.05392961
...	...	...	...
SMP 23	0.063	-0.02369182	0.03147439
SMP 29	0.12	-0.01972048	0.01572174
...	...	...	...
SMP 22	0.45	-0.02259791	0.00863788
SMP 67	0.27	0.01461377	0.03556727
...	...	...	...
SMP 14	2.25	-0.02865104	-0.0253099
SMP 61	0.15	0.00505048	-0.07136688
...	...	...	...
SMP 63	0.058	0.0077435	0.0115554
SMP 82	0.05	0.02309315	-0.00721507

Blanco  
radial

Gris  
radial o circular

- Finalmente, se grafica los datos de proyección en ascensión recta versus declinación de las NPs, ya agrupadas por color-frecuencia. Luego, se superpuso en el mismo gráfico los datos sombreados (gris y blanco) correspondientes a las NPs seleccionadas.

**f. Diagrama COLOR-CONCENTRACIÓN**

Para los parámetros físicos y el indicador de metalicidad; la muestra fue dividida en dos partes (mediana); donde la mayor concentración y menor concentración, representan a los valores mayores y menores a la mediana, respectivamente.

**4.7. Aspectos éticos en investigación**

Toda la información que se consideró en el presente trabajo tomada de fuentes externas, ha sido debidamente citada. Asimismo, los resultados y

conclusiones presentados, son producto de las investigaciones propias que se han obtenido.

Para el efecto, se ha considerado los criterios de rigor científico siguientes:

**La Veracidad:** Debido a que el investigador debe ser muy cuidadoso en la búsqueda de la verdad, donde también se garantiza que los resultados son certeros, y con ellos se puede controlar los factores, y así obtener los resultados con mayor precisión.

**La Aplicabilidad:** Señalamos que los resultados son muy rigurosos en la aplicación del presente estudio.

**La Consistencia:** En este apartado podemos decir que los resultados del estudio deben ser certeros, al aplicar la muestra para obtener resultados con características similares.

**La Neutralidad:** Se debe de mantener en todo el tiempo, es decir antes, durante y después de haber terminado el estudio, en tal sentido aquellos resultados son productos de un desarrollo impetuoso, más no de interés personal.

## **V. RESULTADOS**

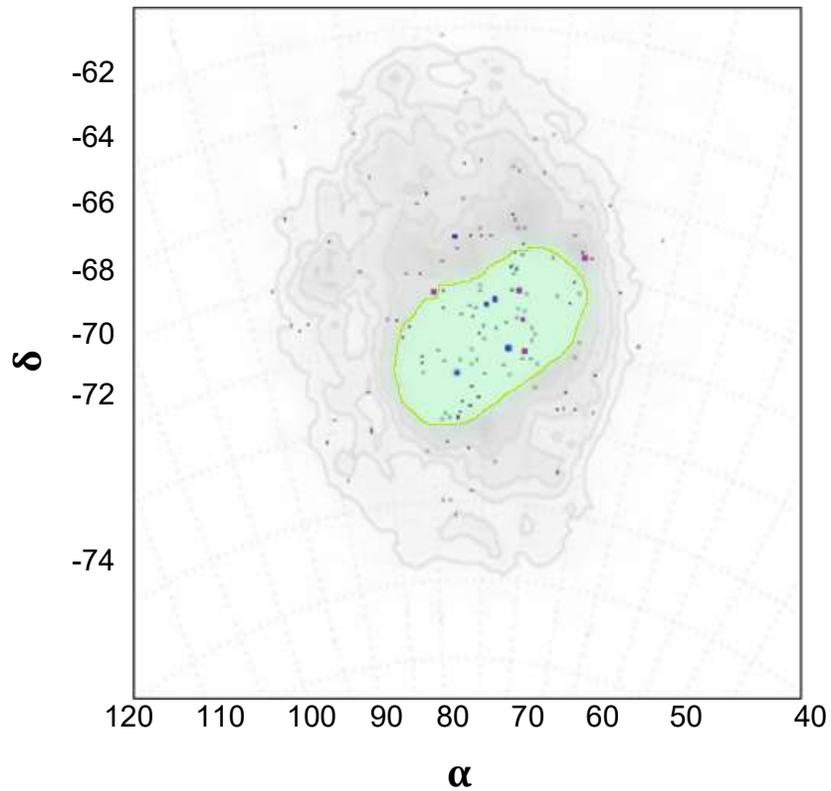
Después de aplicar la metodología a la muestra de datos de nebulosas planetarias de la GNM, hemos conseguido seleccionar un pequeño grupo de objetos para los cuales ha sido posible asociar un tipo de órbita alrededor del centro de la galaxia GNM. Ahora vamos a usar esta selección de objetos para compararlo con algunos parámetros físicos y abundancias químicas, separándolos en aquellos que están dentro de la barra de la galaxia y otros que están fuera de ella.

### **5.1. Resultados descriptivos**

En el caso de la figura 5.1; la barra de la GNM está representada por una región sombreada de color verde claro; las nebulosas aparecen de color negro y las NPs seleccionadas con color lila (5 radiales) y azul (5 radiales o circulares). También, en el gráfico se muestra sus coordenadas absolutas (ascensión recta y declinación), en grados sexagesimales

### Figura N°5.1

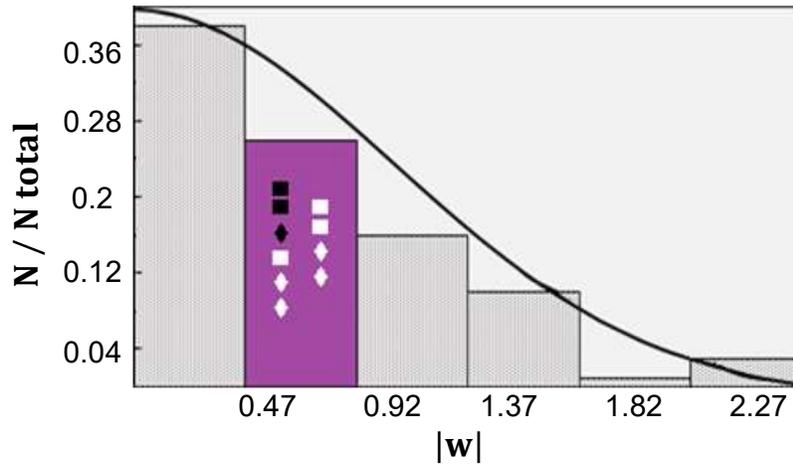
*Distribución de nebulosas planetarias en la GNM*



En la figura 5.2, se muestra la distribución de velocidades a lo largo de la línea de vista normalizada a la dispersión de velocidades. En tanto, la línea negra representa el ajuste de una distribución normal estándar ( $F_0$ ) y el área sombreada de color violeta representa la ubicación de las NPs seleccionadas con órbitas radiales o circulares. En la tabla 4.2, estos objetos se presentan en cuadrados (radiales), rombos (radiales o circulares), blancas (dentro de la barra) y negras (fuera de la barra).

**Figura N° 5.2**

*Distribución de velocidades a lo largo de la línea de vista normalizada a la dispersión de velocidades*

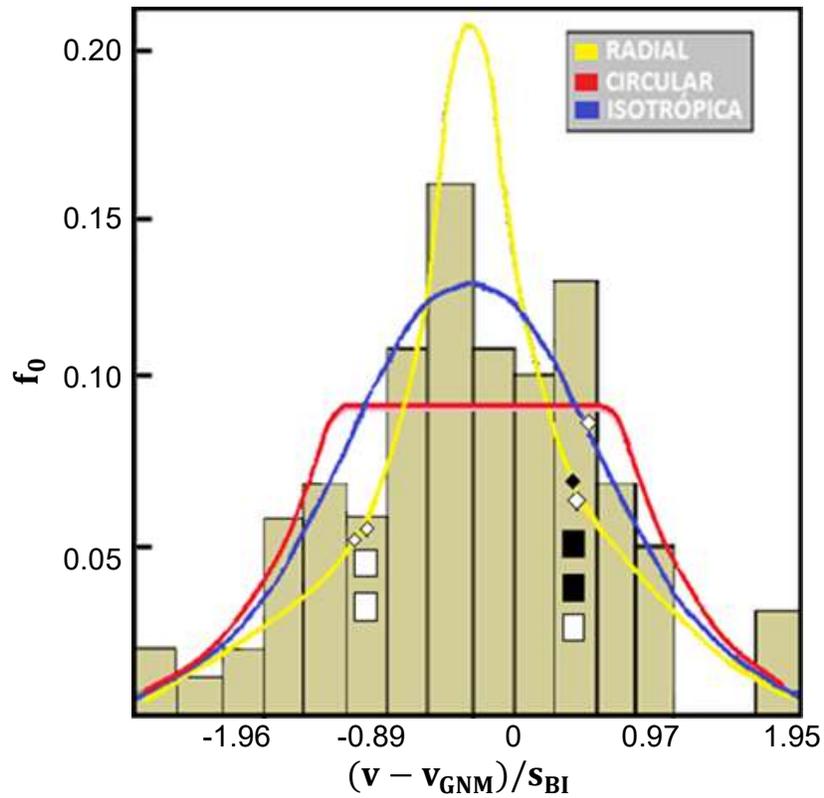


A diferencia de las figuras anteriores, en la figura 5.3, se muestra en un histograma a las nebulosas distribuidas en función a sus velocidades radiales ( $v_{LSR}$ ). En tanto, la líneas de colores (amarillo, turquesa y rojo) representan a los modelos de órbitas<sup>8</sup> para las NPs. Igualmente, la leyenda se muestra en la parte superior derecha del gráfico. Añadiendo a lo anterior, la función de distribución  $f_0 = N / N \text{ total}$ .

<sup>8</sup> Toma como referencia a los modelos para órbitas galácticas, descritos en Merrit, 1986.

**Figura N°5.3**

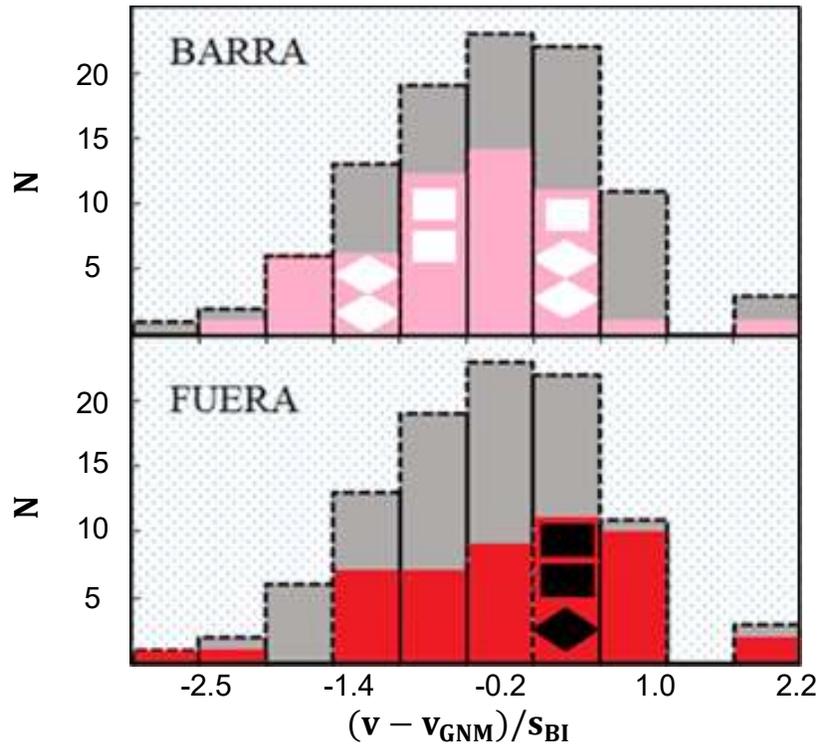
*Distribución de la velocidad LSR*



Los histogramas que se observan en la figura 5.4 son para los objetos que están dentro (sombreado rosado) y fuera (sombreado rojo) de la region de la barra. Sin embargo, la región sombreada de gris representa a la distribución de velocidades  $w_{GNM}$  para todas las nebulosas, que se superponen en cada uno de los gráficos. Además, las NPs seleccionadas están insertadas en éstos (color negro [radiales] y color blanco [radiales o circulares]).

**Figura N°5.4**

*Velocidad respecto del centro de la GNM normalizada a la dispersión de velocidades*



Por otro lado, en las tablas 5.1, 5.4 y 5.7; se muestran los indicadores muestrales (estadística descriptiva). Primero, tenemos la columna 1, donde se encuentran la categoría y el sistema (cardinal de datos); seguidamente, en las columnas entre 2 y 7, se tienen los parámetros muestrales propiamente dichos (Aliaga C., 2002).

**Tabla N°5.1**

*Indicadores muestrales para las velocidades y la distancia radial*

Sistema	Categoría	N	$\bar{x}$	Me	s	kur	C.A
Todas NPs	$v_{LSR}$	100	250.061	249.2	30.63	0.09	-0.06
	$ w $	100	0.786	0.678	0.613	0.671	1.01
	$w_{GNM}$	100	-1.98E-3	-0.03	1	0.092	-0.06
	$r_{Rad}$	146	2.508	2.23	1.5	-0.41	0.59
NPs dentro de la barra	$v_{LSR}$	52	244.185	245.9	27.48	0.66	0.22
	$ w $	52	-0.706	-0.58	0.57	1.01	1.15
	$w_{GNM}$	52	-0.194	-0.14	0.89	0.66	0.22
	$r_{Rad}$	68	1.274	1.23	0.6	-0.08	0.34
NPs fuera de la barra	$v_{LSR}$	48	256.427	260	32.82	0.22	-0.43
	$ w $	48	0.872	0.79	0.64	0.54	0.88
	$w_{GNM}$	48	0.206	0.32	1.07	0.22	-0.43
	$r_{Rad}$	78	3.584	3.49	1.17	-0.32	0.47

Y, las tablas de distribución normal de los parámetros se describen en las tablas 5.2, 5.5, 5.8 y 5.9; en la primera columna (Sistema) se hace referencia a todas las NPs de la GNM, dentro de la barra y fuera de ella; la segunda columna (Categoría) hace referencia a las variables implicadas ( $v_{LSR}$ ,  $T_{eff}$ ,  $N_{e^-}$ ,  $F_{H\beta}$  y  $R_{neb}$ ) en cada sistema y su valor numérico; y las columnas 3 y 4 hacen referencia a los pasos de la prueba de hipótesis (formulación de hipótesis, valor estadístico de prueba y p-valor) y su descripción respectiva con los datos obtenidos directamente del SPSS. (Para una explicación detallada de la prueba de hipótesis ver anexo D).

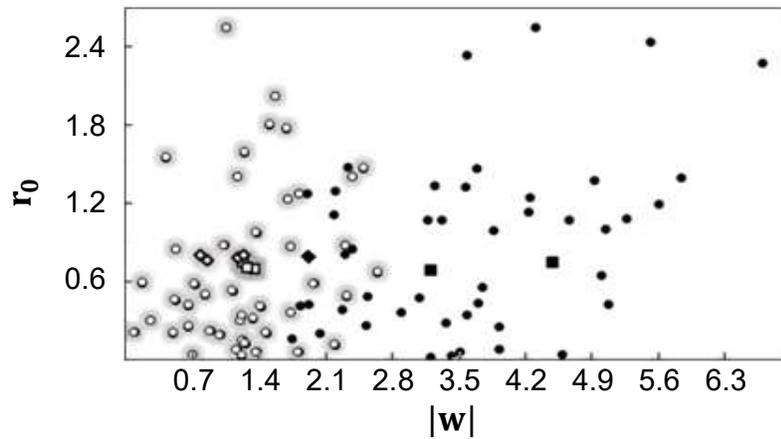
**Tabla N° 5.2***Distribución normal para la velocidad radial*

<b>Sistema</b>	<b>Categoría</b>	<b>Formulación de hipótesis</b>	<b>Descripción</b>
<b>Todas las NPs</b>	$v_{LSR}$ <b>N=100</b>	Formulación Valor estadístico p-valor	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal  z = 0.051  p-valor = 0.2
<b>NPs dentro de la barra</b>	$v_{LSR}$ <b>N=52</b>	Formulación Valor estadístico p-valor	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal  z = 0.077  p-valor = 0.2
<b>NPs fuera de la barra</b>	$v_{LSR}$ <b>N=48</b>	Formulación Valor estadístico p-valor	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal  z = 0.976  p-valor = 0.414

La distribución de velocidad radial de NPs alrededor del centro de la GNM, en función a su distancia proyectada en el cielo; se muestra en la figura 5.5. Para este caso, las NPs son representadas por círculos de color negro; y las NPs con órbitas radiales se muestran con cuadrados y las que poseen órbitas circulares o radiales con rombos. En la misma figura, las nebulosas fuera de la barra están coloreadas de negro ([2 radiales y 1 radial ó circular]) y las nebulosas dentro de la barra, sombreadas de gris ([3 radiales y 4 radiales ó circulares]).

**Figura N°5.5**

*Velocidad radial normalizada versus la distancia proyectada al centro de la GNM*



Para las tablas de correlación la descripción es como sigue; la primera columna (categoría) para las correlaciones bivariadas ( $|w|$  vs  $r_{\text{rad}}$ ,  $\log \tau$  vs  $[Z]$  y  $[\text{He}]$  vs  $[Z]$ ), la segunda columna hace referencia a la distribución normal y al tipo de correlación (directa o inversa); y las columnas 3 y 4 tienen la misma descripción que las tablas de distribución normal. (ver tablas 5.3 y 5.6)

**Tabla N°5.3**

*Primera correlación*

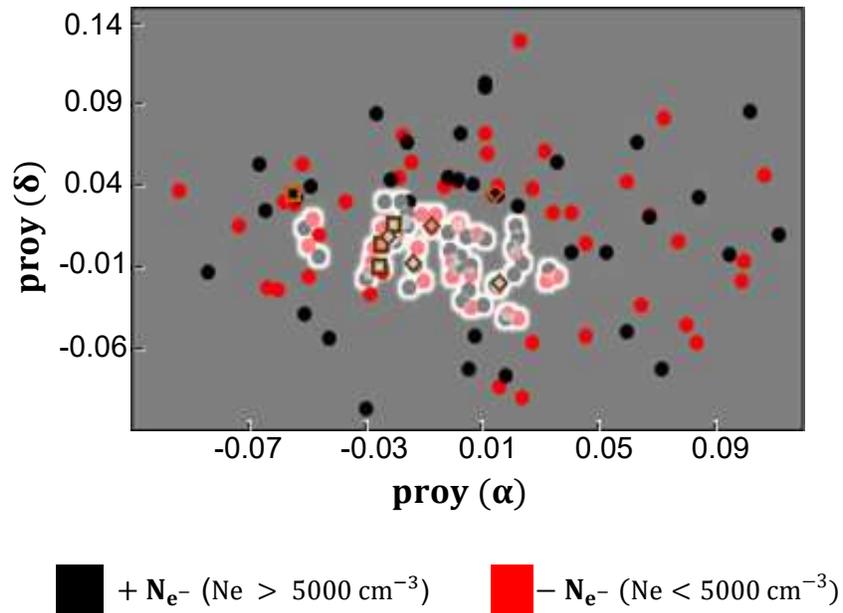
<b>Categoría</b>	<b>Prueba estadística</b>	<b>Formulación de Hipótesis</b>	<b>Descripción</b>
<b>Correlación entre la velocidad radial normalizada y la distancia radial</b>	Distribución normal $ w $ y $r_{Rad}$	Formulación  Valor estadístico  p-valor	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal  $z( w ) = 0.109$ $z(r_{Rad}) = 0.096$  p-valor ( $ w $ ) = 0.005 p-valor ( $r_{Rad}$ ) = 0.002
	Correlación directa	Formulación  Valor estadístico  p-valor	Ho: No existe significancia Ha: Existe significancia  $r = 0.306$ $\rho = 0.249$  p-valor( $r$ ) = 0.002 p-valor( $\rho$ ) = 0.012

Para los parámetros físicos; densidad electrónica, flujo nebular, temperatura efectiva e indicador de metalicidad. Se muestra la distribución de las NPs proyectadas en el cielo (ascensión recta y declinación), como diagramas COLOR – CONCENTRACIÓN. Las NPs seleccionadas aparecen con contorno de color marrón y representadas con cuadrados (radiales) y rombos (radiales o circulares). Mientras que los objetos dentro de la barra aparecen con contorno de color blanco (ver figuras 5.6 hasta 5.8 y 5.10).

En el caso del parámetro físico radio nebular de la nebulosa, éste se presentó en la distribución de las NPs proyectadas en el cielo, como diagramas COLOR – FRECUENCIA. Y, cada color representa los intervalos de valores del radio nebular en parséc. (ver figura 5.9)

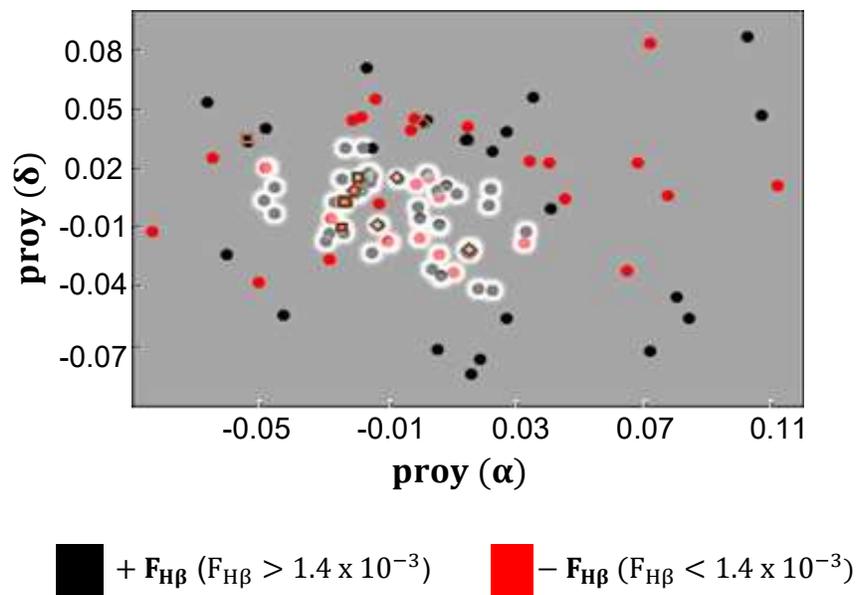
**Figura N°5.6**

*Dispersión de la densidad electrónica en la GNM*



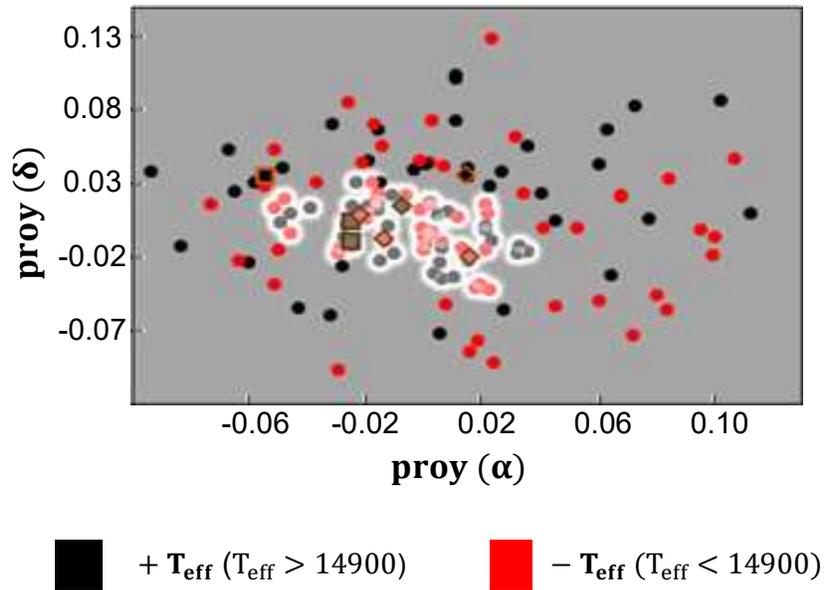
**Figura N°5.7**

*Dispersión del flujo nebuloso en la GNM*



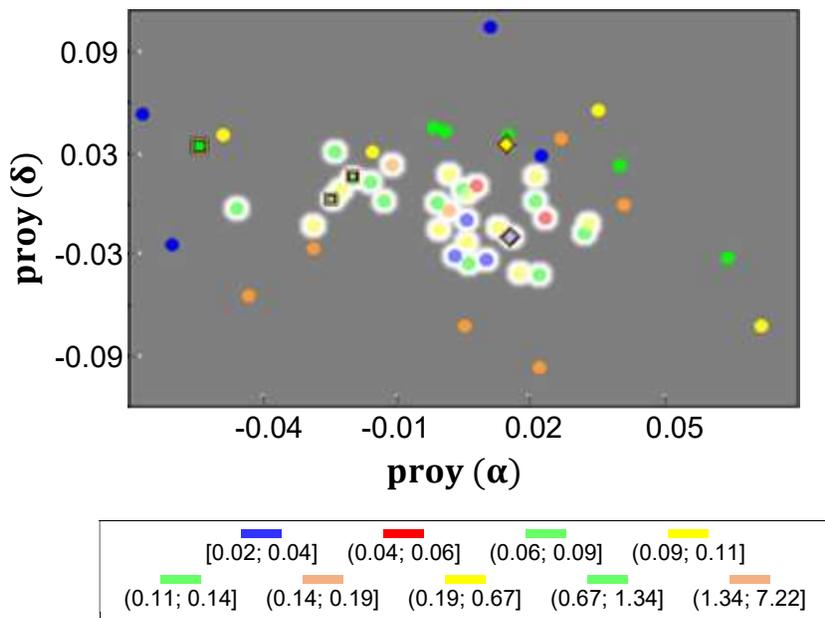
**Figura N°5.8**

*Dispersión de la temperatura efectiva en la GNM*



**Figura N°5.9**

*Dispersión del radio nebular en la GNM*



**Tabla N°5.4***Indicadores muestrales de los parámetros físicos*

<b>Sistema</b>	<b>Categoría</b>	<b>N</b>	$\bar{x}$	<b>Me</b>	<b>s</b>	<b>kur</b>	<b>C.A</b>
<b>Todas las NPs</b>	$T_{\text{eff}}$	142	25837.324	14850	27032.66	6.47	2.58
	$R_{\text{neb}}$	51	0.49	0.14	1.08	31.03	5.16
	$N_{e^-}$	137	4439.189	3800	6477.5	23.34	4.51
	$F_{\text{H}\beta}$	94	1.7E-13	1.41E-13	1.98E-13	42.04	5.46
<b>NPs dentro de la barra</b>	$T_{\text{eff}}$	67	26746.269	14900	27156.84	4.31	2.27
	$R_{\text{neb}}$	30	0.313	0.116	0.41	4.65	2.14
	$N_{e^-}$	61	4929	4169	7397.81	23.11	4.61
	$F_{\text{H}\beta}$	52	1.89E-13	1.56E-13	2.46E-13	31.2	5.03
<b>NPs fuera de la barra</b>	$T_{\text{eff}}$	75	25025.333	14700	27078.09	9.04	2.96
	$R_{\text{neb}}$	21	9.93E-03	0.013	0.05	-0.34	-0.56
	$N_{e^-}$	76	4046.053	3450	5652.34	20.12	4.07
	$F_{\text{H}\beta}$	42	1.46E-13	1.31E-13	1.11E-13	-1.1	0.52

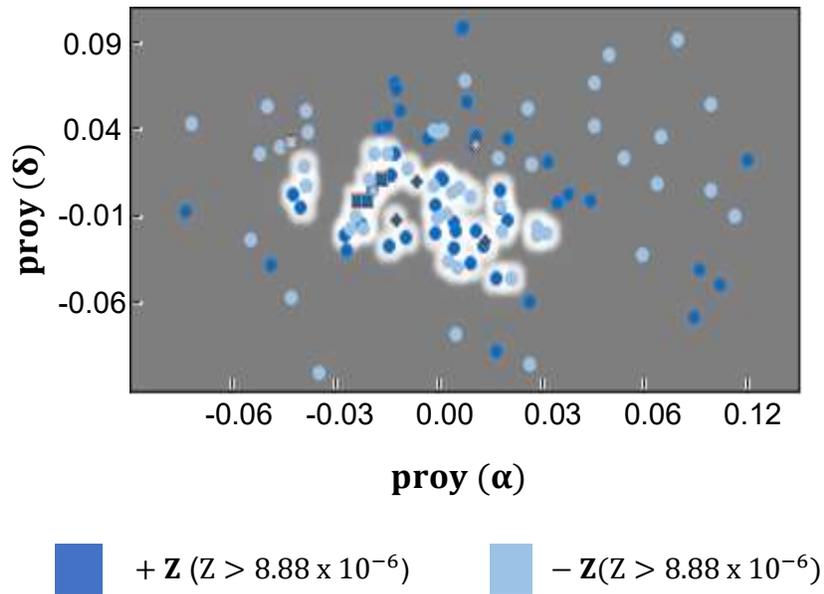
**Tabla N°5.5**

*Distribución normal para los parámetros físicos*

Sistema	Categoría	Formulación de Hipótesis	Descripción
<b>Todas las NPs</b>	$T_{eff}$ N= 142 $N_{e^-}$ N= 137 $F_{H\beta}$ N= 94 $R_{neb}$ N= 51	Formulación	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal
		Valor estadístico	$z(T_{eff}) = 0.346$ $z(N_{e^-}) = 0.334$ $z(F_{H\beta}) = 0.22$ $z(R_{neb}) = 0.332$
		p-valor	p-valor ( $T_{eff}$ ) = 4.73E-48 p-valor ( $N_{e^-}$ ) = 3.68 E-43 p-valor ( $F_{H\beta}$ ) = 3.95 E-12 p-valor ( $R_{neb}$ ) = 1.45 E-15
<b>NPs dentro de la barra</b>	$T_{eff}$ N= 67 $N_{e^-}$ N= 61 $F_{H\beta}$ N= 52 $R_{neb}$ N= 30	Formulación	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal
		Valor estadístico	$z(T_{eff}) = 0.352$ $z(N_{e^-}) = 0.382$ $z(F_{H\beta}) = 0.131$ $z(R_{neb}) = 0.701$
		p-valor	p-valor ( $T_{eff}$ ) = 3.04E-23 p-valor ( $N_{e^-}$ ) = 4.48 E-25 p-valor ( $F_{H\beta}$ ) = 0.025 p-valor ( $R_{neb}$ ) = 2 E-06
<b>NPs fuera de la barra</b>	$T_{eff}$ N= 75 $N_{e^-}$ N= 76 $F_{H\beta}$ N= 42	Formulación	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal
		Valor estadístico	$z(T_{eff}) = 0.346$ $z(N_{e^-}) = 0.288$ $z(F_{H\beta}) = 0.918$
		p-valor	p-valor ( $T_{eff}$ ) = 4.51E-25 p-valor ( $N_{e^-}$ ) = 2.5 E-17 p-valor ( $F_{H\beta}$ ) = 0.007

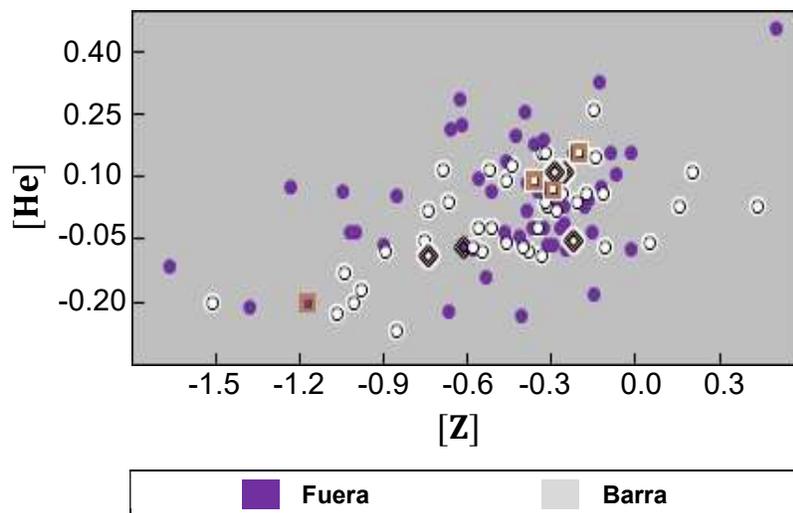
**Figura N°5.10**

*Distribución del indicador de metalicidad de nebulosas planetarias*



**Figura N°5.11**

*Abundancia en helio versus el indicador de la metalicidad normalizados al valor solar*

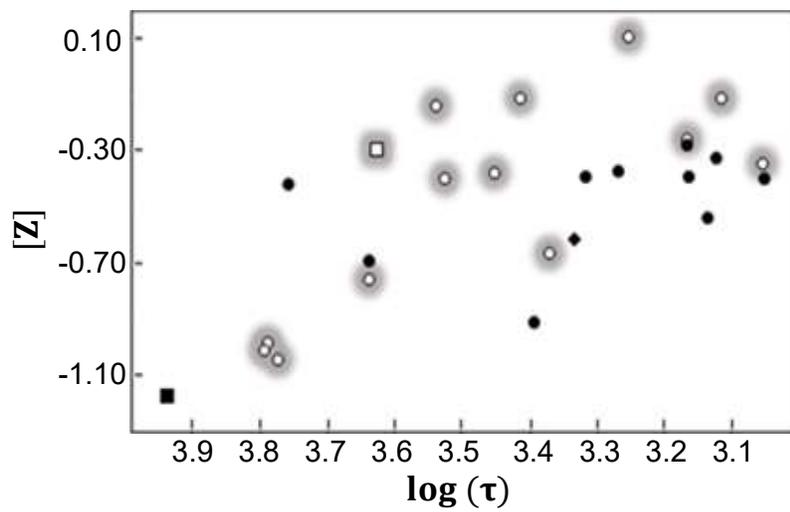


En la figura 5.11, se muestra la relación de los valores de  $[\text{He}]$  versus  $[Z]$ .

Para la figura 5.12, se muestra los valores de  $[Z]$  (indicador de metalicidad normalizado al valor solar) en función al logaritmo del tiempo de expansión para cada nebulosa. La explicación de los símbolos es similar al de la figura 5.6.

**Figura N°5.12**

*Indicador de la metalicidad normalizado al valor solar versus el tiempo de expansión de la nebulosa*



**Tabla N°5.6**

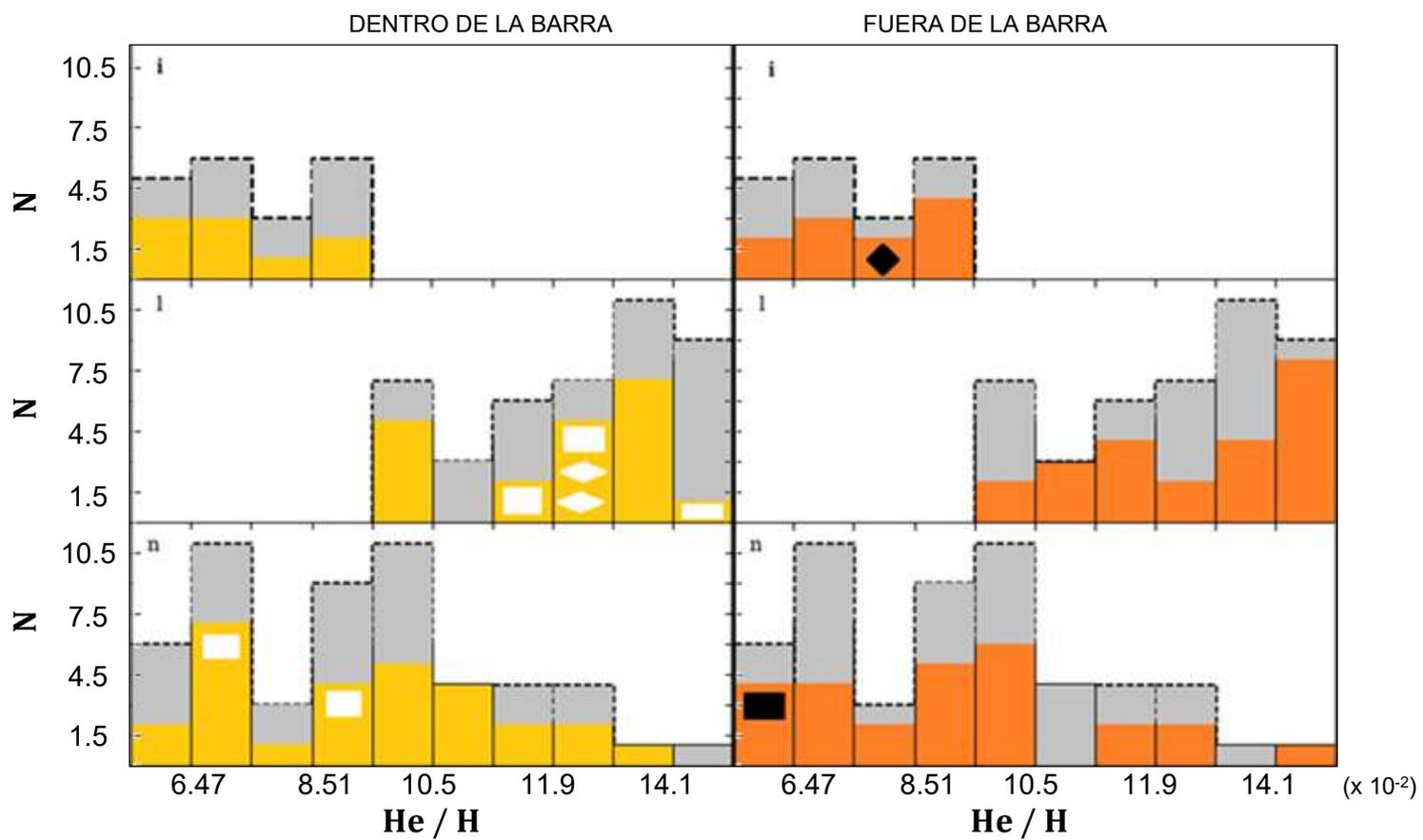
*Segunda correlación*

<b>Categoría</b>	<b>Prueba estadística</b>	<b>Formulación</b>	<b>Descripción</b>
<b>Correlación entre el tiempo de expansión y la metalicidad normalizada al valor solar</b>	<b>Correlación inversa</b>	Formulación de hipótesis  Valor estadístico de prueba  p-valor	Ho: No existe significancia Ha: Existe significancia  $r = 0.647$ $\rho = 0.585$  p-valor ( $r$ ) = 3.55E-04 p-valor ( $\rho$ ) = 0.002
	<b>Distribución normal <math>\text{Log}(\tau)</math> y <math>[Z]</math></b>	Formulación de hipótesis  Valor estadístico de prueba  p-valor	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal  $z(\text{Log}(\tau)) = 0.938$ $z[Z] = 0.942$  p-valor ( $\text{Log}(\tau)$ ) = 0.122 p-valor $[Z] = 0.147$
<b>Correlación entre la abundancia en Helio y la metalicidad normalizados al valor solar</b>	<b>Correlación directa</b>	Formulación de hipótesis  Valor estadístico de prueba  p-valor	Ho: No existe significancia Ha: Existe significancia  $r = 0.442$ $\rho = 0.533$  p-valor ( $r$ ) = 1 E-06 p-valor ( $\rho$ ) = 4.3 E-05
	<b>Distribución normal <math>[\text{He}]</math> vs <math>[Z]</math></b>	Formulación de hipótesis  Valor estadístico de prueba  p-valor	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal  $z[\text{He}] = 0.1$ $z[Z] = 0.187$  p-valor $[\text{He}] = 0.01$ p-valor $[Z] = 3.65\text{E}-10$

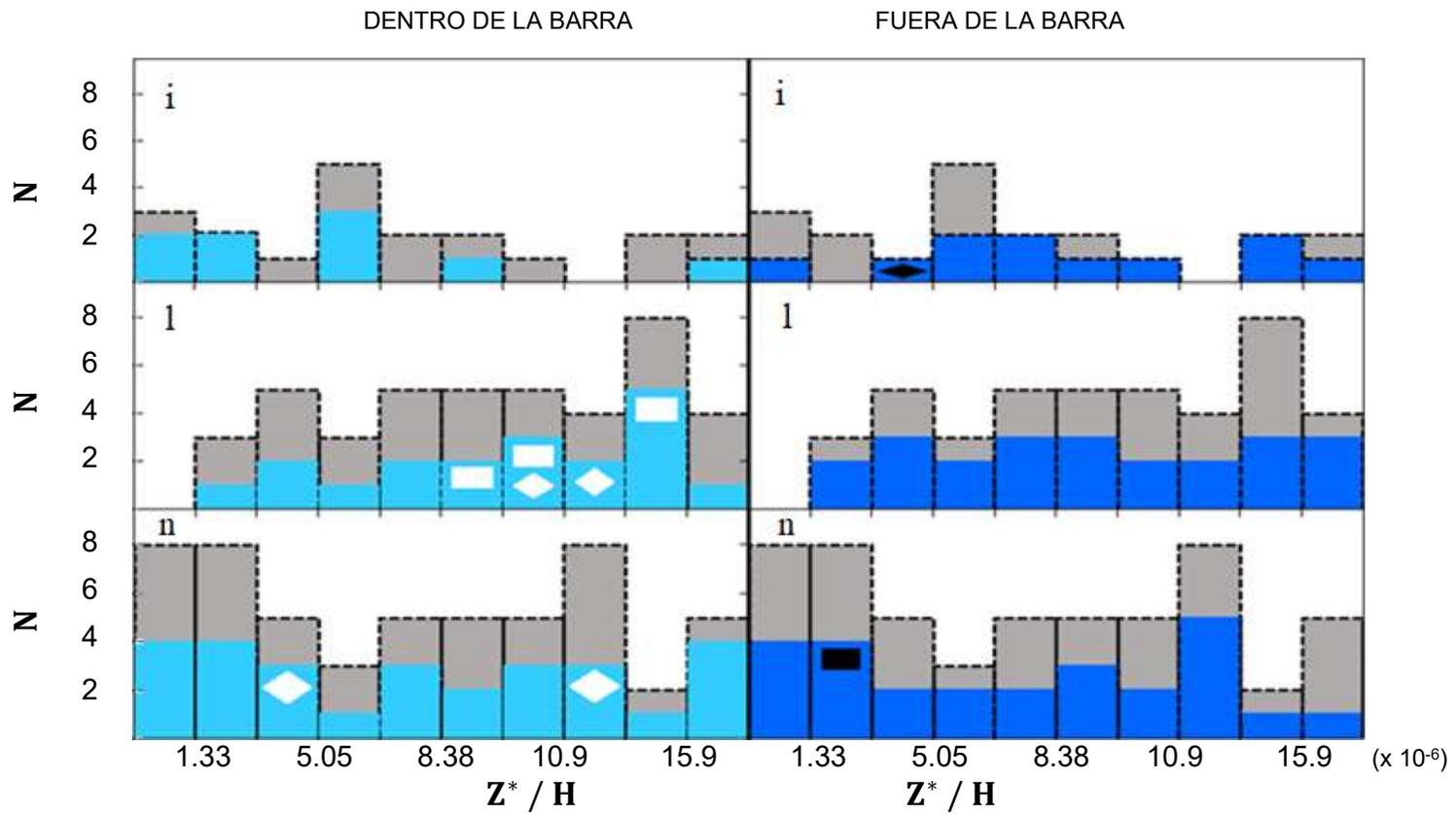
La abundancia helio y el indicador de metalicidad (relativo al hidrógeno) se presentan en histogramas (barras verticales), separados para nebulosas de Tipo I, no-Tipo I y Tipo i. (ver figuras 5.13 y 5.14). Las NPs seleccionadas se muestran en el intervalo correspondiente, la explicación de los símbolos es similar a las figuras anteriores.

**Figura N°5.13**

*Abundancia química del helio*



**Figura N°5.14**  
*Indicador de metalicidad*



**Tabla N°5.7***Indicadores muestrales para las abundancias químicas*

Sistema	Categoría	N	$\bar{x}$	Me	s	kur	C.A
Todas las NPs	Z*/H	110	1.003E-05	8.88E-06	9.04E-06	18.22	3.62
	He/H	117	0.105	0.102	0.035	5.41	1.19
NPs dentro de la barra	Z*/H	52	1.05E-05	9.36E-06	9.32E-06	11.01	2.82
	He/H	57	0.101	0.102	0.027	1.81	-0.36
NPs fuera de la barra	Z*/H	58	9.55E-06	8.44E-06	8.83E-06	28.49	4.57
	He/H	60	0.109	0.101	0.041	4.65	1.45

**Tabla N°5.8***Distribución normal para las abundancias químicas*

Sistema	Categoría	Formulación de Hipótesis	Descripción
Todas las NPs	Z*/H N=110 He/H N=117	Formulación	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal
		Valor estadístico	$z(Z^*/H) = 0.187$ $z(He/H) = 0.099$
		p-valor	p-valor (Z*/H) = 3.65E-10 p-valor (He/H) = 0.005
NPs dentro de la barra	Z*/H N=52 He/H N=57	Formulación	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal
		Valor estadístico	$z(Z^*/H) = 0.195$ $z(He/H) = 0.09$
		p-valor	p-valor (Z*/H) = 3,5 E-5 p-valor (He/H) = 0.2
NPs fuera de la barra	Z*/H N=58 He/H N=60	Formulación	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal
		Valor estadístico	$z(Z^*/H) = 0.186$ $z(He/H) = 0.145$
		p-valor	p-valor (Z*/H) = 3.2 E-5 p-valor (He/H) = 0.003

**Tabla N°5.9***Distribución normal para las abundancias químicas (l, n)*

Sistema	Categoría	Formulación de Hipótesis	Descripción
<b>He</b> <b>Todas las NPs</b>	Tipo l N= 43 Tipo n N= 54	Formulación  Valor estadístico  p-valor	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal  $z(l) = 0.787$ $z(n) = 0.078$  p-valor (l) = 2 E-06 p-valor (n) = 0.2
<b>Z</b> <b>Todas las NPs</b>	Tipo l N= 42 Tipo n N= 55	Formulación  Valor estadístico  p-valor	Ho: Distribución normal Ha: Distribución no normal  $z(l) = 0.254$ $z(n) = 0.207$  p-valor (l) = 2.61E-07 p-valor (n) = 1.5E-05

**5.2. Resultados inferenciales**

Con la información de las tablas 5.1 hasta la 5.9, se construyeron las tablas de 5.10 hasta la tabla 5.12.

La Tabla 5.10 contiene el parámetro (categoría) en la primera columna, luego en la segunda columna el orden de prioridad, en la tercera columna está la mediana respecto a la media muestral (el valor absoluto de la diferencia entre la Media y la Mediana muestral define la prioridad), en la cuarta columna la desviación estándar muestral, en la quinta columna la curtosis, siendo positiva si es leptocúrtica y negativa si es platicúrtica, en la sexta columna el coeficiente de asimetría, donde positiva es cuando el histograma está a la izquierda respecto a la curva normal y negativa en caso contrario, en la séptima columna es la diferencia entre la media poblacional y la media muestral.

**Tabla 5.10***Caracterización de los indicadores estadísticos*

Categoría	Orden	Parámetros estadísticos			
		$Me_{\bar{x}}$	s	Kur	C.A
w	1°	F	B	F (+)	F (+)
	2°	T	T	T (+)	T (+)
	3°	B	F	B (+)	B (+)
$w_{GNM}$	1°	T	B	T (+)	T (-)
	2°	B	T	F (+)	B (+)
	3°	F	F	B (+)	F (-)

Tabla 5.11 contiene el parámetro (categoría) en la primera columna, luego en la segunda columna la característica (sistema [T, B, F] y clasificación [tipo i, tipo l, tipo n]), en la tercera columna está la comparación entre el p-valor y el Alfa (0.01); luego, en la cuarta columna se define la toma de decisión (rechazar o aceptar la hipótesis nula); y la quinta columna es la etapa final de la prueba de hipótesis (conclusión), dónde la categoría estudiada presenta distribución normal o distribución no normal.

**Tabla 5.11**

*Toma de decisión para la distribución normal*

Categoría	Característica		Comparación	Decisión	Conclusión
	Sistema	Tipo			
<b>Velocidades</b>					
$v_{Rad}$	<b>T, B, F</b>		p-valor > Alfa	Se acepta Ho	Distribución normal
<b>Parámetros Físicos</b>					
$T_{eff}$	<b>T, B, F</b>		p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
$R_{neb}$	<b>T, B</b>		p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
$N_{e^-}$	<b>T, B, F</b>		p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
$F_{H\beta}$	<b>T, F</b>		p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
	<b>B</b>		p-valor > Alfa	Se acepta Ho	Distribución normal
<b>Abundancias Químicas</b>					
<b>He/H</b>	<b>B</b>	<b>i + l + n</b>	p-valor > Alfa	Se acepta Ho	Distribución normal
	<b>T, F</b>		p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
	<b>T</b>	<b>l</b>	p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
	<b>T, B, F</b>	<b>n</b>	p-valor > Alfa	Se acepta Ho	Distribución normal
<b>Z*/H</b>	<b>T, B, F</b>	<b>i + l + n</b>	p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
	<b>T</b>	<b>l</b>	p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
	<b>T</b>	<b>n</b>	p-valor < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal

Tabla 5.12 contiene la prueba estadística realizada (distribución normal y correlación [directa e inversa]) en la primera columna, en la segunda columna está la comparación entre el p-valor y el Alfa (0.01); luego, en la tercera columna se define la toma de decisión (rechazar o aceptar la hipótesis nula); y la quinta columna es la etapa final de la prueba de hipótesis (conclusión), donde la categoría estudiada, por un lado, presenta distribución normal o distribución no normal, y por el otro, si la prueba de Pearson o Spearman analizada presenta significación.

**Tabla 5.12**  
*Toma de decisión para la correlación*

<b>Prueba estadística</b>	<b>Comparación</b>	<b>Decisión</b>	<b>Conclusión</b>
<b> w  y r<sub>Rad</sub></b>			
Distribución normal	p-valor ( w ) < Alfa p-valor (r <sub>Rad</sub> ) < Alfa	Se rechaza Ho	Distribución no normal
Correlación directa	p-valor(r) < Alfa p-valor(rho) < Alfa	Se rechaza Ho Se acepta Ho	Pearson: Existe significación Spearman: No hay significación
<b>[Z] vs Log(τ)</b>			
Distribución normal	p-valor (Log(τ)) > Alfa p-valor (Z <sub>*</sub> ) > Alfa	Se acepta Ho	Distribución normal
Correlación inversa	p-valor(r) < Alfa p-valor(rho) < Alfa	Se rechaza Ho Se acepta Ho	Pearson: Existe significación Spearman: Existe significación
<b>[He] vs [Z]</b>			
Distribución normal	p-valor [He] > Alfa p-valor [Z] > Alfa	Se acepta Ho	Distribución normal Distribución no normal
Correlación directa	p-valor(r) > Alfa p-valor(rho) > Alfa	Se rechaza Ho	Pearson y Spearman: Existe significación

De la misma forma, en las tablas 5.13 hasta 5.15 (véase páginas 58 hasta 59); se muestran los indicadores poblacionales (estadística inferencial), donde en las columnas 3 y 4 se encuentran los parámetros poblacionales definidos en la ecuación 4.12.

**Tabla N° 5.13**

*Indicadores poblacionales para las velocidades y la distancia radial*

<b>Sistema</b>	<b>Categoría</b>	$\mu$	$\sigma$	<b>C.V</b>
<b>Todas NPs</b>	$v_{LSR}$	249.96	0.039	1.56E-04
	$ w $	0.7602	0.039	0.05
	$w_{GNM}$	-0.1026	0.039	0.3801
	$r_{Rad}$	2.387	0.047	0.019
<b>NPs dentro de la barra</b>	$v_{LSR}$	244.11	0.028	1.15E-04
	$ w $	-0.7782	0.028	0.0356
	$w_{GNM}$	-0.2662	0.028	0.1052
	$r_{Rad}$	1.1914	0.032	0.0269
<b>NPs fuera de la barra</b>	$v_{LSR}$	256.36	0.027	1.05E-04
	$ w $	0.8023	0.027	0.0337
	$w_{GNM}$	0.1363	0.027	0.1981
	$r_{Rad}$	3.4962	0.034	9.72E-03

**Tabla N° 5.14***Indicadores poblacionales para los parámetros físicos*

Sistema	Categoría	$\mu$	$\sigma$	C.V
<b>Todas las NPs</b>	$T_{\text{eff}}$	25837.205	0.046	1.78E-06
	$R_{\text{neb}}$	0.418	0.028	0.067
	$N_{\text{e}^-}$	4439.088	0.039	8.79E-06
	$F_{\text{H}\beta}$	-0.098	0.038	0.388
<b>NPs dentro de la barra</b>	$T_{\text{eff}}$	26746.243	0.032	1.19E-06
	$R_{\text{neb}}$	0.287	0.021	0.073
	$N_{\text{e}^-}$	4928.92	0.03	6.08E-06
	$F_{\text{H}\beta}$	-0.069	0.027	0.391
<b>NPs fuera de la barra</b>	$T_{\text{eff}}$	25025.247	0.033	1.32E-06
	$N_{\text{e}^-}$	4045.967	0.033	8.156
	$F_{\text{H}\beta}$	-0.0645	0.025	0.387

**Tabla N° 5.15***Indicadores poblacionales para las abundancias químicas*

Sistema	Categoría	$\mu$	$\sigma$	C.V
<b>Todas las NPs</b>	$Z^*/\text{H}$	-0.104	0.037	2.809
	$\text{He}/\text{H}$	-0.002	0.038	0.071
<b>NPs dentro de la barra</b>	$Z^*/\text{H}$	-0.072	0.025	2.809
	$\text{He}/\text{H}$	0.026	0.029	0.965
<b>NPs fuera de la barra</b>	$Z^*/\text{H}$	0.076	0.027	2.809
	$\text{He}/\text{H}$	0.031	0.026	1.151

## **VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

### **6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados**

#### **6.1.1. Contrastación con la hipótesis general**

En la figura 5.1, con el análisis de la aplicación del método distribución de velocidades en un campo isotrópico para las NPs, se observa que de las 10 NPs seleccionadas apenas tres aparecen claramente fuera de la barra de la GNM. Estos objetos son uno de color azul SMP67 (radial o circular) y otros dos de color lila SMP05, MG38 (radial). Sin embargo, los objetos de color lila están relativamente próximos de la barra y podría considerarse que pertenecen a ésta. Así, quedaría sólo el objeto de color azul claramente fuera de la barra.

Por otro lado, en la figura 5.3, se observa que las 10 NPs seleccionadas presentan una distribución isotrópica, lo cual me indica que la velocidad radial presenta una distribución normal (ver tabla 5.11). Además, una nebulosa que tiene  $|w|$  igual a 0.8 (ver tabla 2.1) se asocia a una órbita isotrópica y circular, por ello la colocamos en el borde de la línea azul. Igualmente, los objetos que están asociados a órbitas radiales o circulares los colocamos en el borde de la línea amarilla por ser el límite entre ambos tipos de órbitas; mientras que las NPs que están debajo de la línea amarilla presentan únicamente órbitas radiales. Cabe indicar que los valores de las velocidades de las NPs seleccionadas se encuentran alejados de los valores de la media muestral y la mediana. Además, si segregamos la muestra en dos grupos (dentro y fuera de la barra), vemos que sus valores también se encuentran lejos de su media y mediana de cada subgrupo (ver tabla 5.1).

#### **6.1.2. Contrastación con las hipótesis específicas**

La figura 5.2, me indica que la función de distribución ( $F_0$ ) obtenida directamente con los datos de Excel (línea negra) son muy cercanos a los

datos del histograma; y, los valores de las nebulosas seleccionadas se encuentran en el rango de [0.47; 0.92]; donde la media muestral y la mediana de todas las nebulosas se encuentran en el rango seleccionado (ver tabla 5.1). Además, en la tabla 5.10, la tercera columna me indica que al considerar a las nebulosas fuera de la barra produce, de acuerdo a la definición de orden, mayor prioridad que dentro de la barra; sin embargo, la cuarta columna indica que los valores poseen la menor dispersión con respecto a la media para las NPs de la barra; la quinta columna me indica (al ser positivo) que los datos están más concentrados con respecto a una distribución normal y es mayor fuera de la barra; la sexta columna indica que la distribución de los datos con respecto a la normal es más asimétrica dentro de la barra que los obtenidos fuera de la barra y considerando todos los datos.

La figura 5.4, muestra la segregación de las NPs en dos partes (Barra y Fuera) comparadas con todas las nebulosas. En cada una de ellas, se distinguen objetos con órbitas radiales y circulares, siendo menor fuera de la barra. Sin embargo, al segregar la muestra en dos grupos (dentro y fuera de la barra), vemos que sus valores en la barra se encuentran en el intervalo de [-1.4; -0.8] y [0.4; 1]; y fuera de la barra se encuentra en [0.4; 1]; todo ello, se encuentran lejos de su media y mediana de cada subgrupo (ver tabla 5.1). En consecuencia, en la tabla 5.10, la tercera columna me indica que al considerar todas las velocidades normalizadas GNM produce mayor prioridad que segregándolas en dos partes (B y F); sin embargo, la cuarta columna indica que los valores poseen la menor dispersión con respecto a la media para las NPs de la barra; la quinta columna, me indica (al ser positivo) que los datos están menos concentrados con respecto a una distribución normal y es mayor para todas las NPs que segregándolas en (B y F); la sexta columna indica que la distribución de los datos con respecto a la normal es más asimétrica fuera de la barra que los obtenidos en la barra y considerando todos los datos.

La figura 5.4, muestra que los datos cerca al origen pertenecen a la barra; mientras que los más alejados son las nebulosas fuera de la barra. En la tabla 5.12,  $|w|$  y  $r_{\text{rad}}$  no presentan distribución normal. Para Pearson no presenta significación, debido a que sus factores no presentan distribución normal. Para Spearman (rho) no presenta significación debido a su **p-valor > alfa = 0.01** (ver tabla 5.3). Pese a ello, existe correlación positiva muy baja para Pearson y Spearman de acuerdo a los valores mencionados en Elorza (2008).

En las figuras 5.6 hasta 5.8 y la quinta columna de la tabla 5.11, me indican que los parámetros físicos, tales como  $T_{\text{eff}}$ ,  $R_{\text{neb}}$ ,  $N_{\text{e-}}$  al ser analizados en conjunto, no presentan uniformidad (distribución normal); mientras que en la figura 5.9, solo existe uniformidad para los elementos del flujo nebuloso ( $F_{\text{H}\beta}$ ) en las nebulosas dentro de la barra. Por otro lado, en la figura 5.10, no existe uniformidad si consideramos todos los datos y al segregarlo dentro y fuera de la barra, debido a que no presenta distribución normal para la metalicidad (ver tabla 5.11).

En la figura 5.13 se puede contabilizar un total de 9 NPs; segregando en dos grupos, me indica que la mayor cantidad de NPs seleccionadas es de clasificación tipo I y se encuentra dentro de la barra (B); sin embargo, la media y la mediana de la barra (ver tabla 5.7) no se encuentra en el rango de las NPs seleccionadas. Igualmente sucede para el caso de la media y la mediana fuera de la barra (F). Por otro lado, se aprecian NPs con clasificación tipo i (1F radial o circular), tipo I (5B [3 radiales y 2 radiales o circulares]) y tipo n (2B radiales o circulares y 1F radial). En la tabla 5.11, la quinta columna me indica que la abundancia del Helio relativo al hidrógeno presenta distribución normal en la barra; sin embargo, no presenta distribución normal si consideramos todas las NPs y las que están fuera de la barra; para el tipo I, existe distribución normal si consideramos todas las NPs; y para el tipo n, existe distribución normal si consideramos todas las NPs y si las segregamos (B y F).

Y, en la figura 5.14 se puede contabilizar un total de 9 NPs; segregando en dos grupos, me indica que la mayor cantidad de NPs seleccionadas es de clasificación tipo I y se encuentra dentro de la barra; donde, la media y la mediana de la barra (B) se encuentra en el rango de 1NP seleccionada (1B radial). Mientras que en el caso de la media y la mediana fuera de la barra, no se encuentra en el rango de ninguna NP seleccionada. Por otro lado, se aprecian NPs con clasificación tipo i (1F radial o circular), tipo I (5B [3 radial y 2 radiales ó circulares]) y tipo n (2B radiales ó circulares y 1F radial). En el mismo contexto para la abundancia de Z relativo al hidrógeno, nos muestra la distribución no normal en todas las NPs y segregando (B y F). Si consideramos la clasificación Tipo I y Tipo n segregadas, no existe distribución normal si consideramos a todas las NPs.

El indicador de metalicidad normalizado al valor solar [Z] es graficado versus el logaritmo del tiempo de expansión de la nebulosa  $\log(\tau)$  en la figura 5.12. Se muestra una tendencia positiva con los datos del tiempo de expansión invertidos. Es decir, conforme disminuye el tiempo de expansión, la metalicidad aumenta. Esto es interpretado como que a medida que el tiempo de expansión es menor la nebulosa es más joven y más rica en metales. Se puede apreciar 2 NPs seleccionadas (1B radial y 1B radial ó circular). En la tabla 5.12, se aprecia que [Z] y  $\log(\tau)$  presentan distribución normal. Por otro lado, para Pearson y Spearman existe significación y una relación positiva moderada para una correlación inversa (ver tabla 5.12).

Para la correlación de [Z] versus [He], se aprecia con una relación directa normal para Spearman. (ver tabla 5.12 y figura 5.11)

## 6.2. Contrastación de los resultados con otros estudios similares

En la figura 5.1, nuestro estudio revela que la distribución de las NPs está concentrada en el centro de la Barra, de allí su concentración va

disminuyendo hacia afuera, similar a lo encontrado en la investigación de Cioni et al, (2000).

Según la figura 5.2, la distribución de los objetos presenta una curva normal de una cola (Aliaga, C.2002), similar a la que se muestra en la “distribución de velocidad a lo largo de la línea de vista normalizada a la dispersión de velocidades para diferentes valores de parámetros anisotrópicos” (Fig. 1, Ramírez et al., 1998); y el histograma se representó mejor con un diagrama de Pareto (Elorza H., 2008, p.34)

Se construye histogramas similares a la figura 3 de Ramírez (2008, p.697), pero con la diferencia que en nuestro trabajo los objetos fueron segregados en dentro y fuera de la barra. Se aprecia que la media de los valores para dentro y fuera de la barra son diferentes, y esta diferencia puede deberse a una diferencia en el tipo de órbita entre estos objetos. (ver figura 5.4)

En la figura 5.5, nuestro estudio separó las NPs en dos grupos, dentro (B: círculos blancos) y fuera de la barra (F: círculos negros) y se identifica con símbolos diferentes a las NPs seleccionadas. El valor de  $|w|$  de aproximadamente 0.8 es representativo de una distribución gaussiana y sirve como referencia para asociar un tipo de órbitas a las nebulosas. Nuestra interpretación es similar a la dada en Ramírez (1998, p. 703). Las NPs seleccionadas están próximas de la línea  $|w| = 0.8$ , la mayoría de los objetos de la barra tienen valores debajo de esta línea indicando que tienden a presentar órbitas más excéntricas, en contraste los objetos que presentan valores más altos, correspondiendo a órbitas más circulares o isotrópicas.

El rango de colores presentado (ver páginas 33 y 36) para los parámetros físicos (figuras 5.6 hasta 5.9), siguió el mismo orden de la figura 1 de Cioni. Y, a diferencia de la figura 2 de Cioni (2008, p.122), la distribución de estas abundancias solo es uniforme para las NPs dentro de la barra del flujo nebuloso (ver figura 5.6) porque presenta distribución normal (ver tabla 5.11).

La relación entre el indicador de metalicidad  $[Z]$  versus el logaritmo del tiempo de expansión de la nebulosa (ver figura 5.12), muestra que los objetos más jóvenes tienen mayor metalicidad comparados con los más viejos. Las nebulosas que se encuentran dentro de la barra (símbolos blancos), son sistemáticamente más metálicas que las que se encuentran fuera de ella (símbolos negros). Este resultado está de acuerdo con el obtenido por Dopita et al, (1997, ver figura 5b). Por tanto, al ser las nebulosas de la barra sistemáticamente más metálicas que las nebulosas de fuera de ésta, entonces los objetos del centro de la barra son más jóvenes que los que están fuera. Este resultado también está de acuerdo con el obtenido por Cioni et al. (2008, ver figura 2), donde los objetos en el centro de la barra son más metálicos que los que están fuera.

La figura 5.2 muestra la distribución de velocidades a lo largo de la línea de vista para todas las nebulosas de este estudio, siendo la velocidad promedio de  $250 \text{ km s}^{-1}$ . Las tres curvas adicionales son una adaptación de la distribución teórica derivada de modelos por Merrit (1987, ver figura 8) para galaxias del cúmulo de Coma. También, las NPs seleccionadas por el método de distribución de velocidades de Ramírez & de Souza (1998), son mostradas por símbolos en los intervalos correspondientes que indican el tipo de órbita asociada.

La curva de distribución para el modelo de órbita radial posee menor dispersión y un pico más alto, contrario a la correspondiente al modelo de órbita circular que es más achatada y con mayor dispersión. Aplicado a las distribuciones de velocidad del grupo de nebulosas en la barra, (ver figura 5.4), se observa que esta es más compatible con el modelo de órbita radial, mientras que la distribución de nebulosas fuera de la barra es más achatada en semejanza a la curva teórica de órbita circular.

### **6.3. Responsabilidad ética de acuerdo a los reglamentos vigentes**

Los resultados del presente trabajo son originales, que corresponden a la autora. En donde corresponda, siempre se ha respetado la autoría de los extractos considerados, los cuales fueron debidamente citados.

## CONCLUSIONES

### I. Conclusión general

Las curvas teóricas para distribución de velocidad (con distribución normal), según el tipo de órbita son compatibles con las NPs de la región de la barra y fuera de ella, así como las órbitas radiales y circulares las nebulosas dentro y fuera de la barra. Con las 10 NPs seleccionadas, se puede predecir que fuera de la barra predominan solo las órbitas radiales; mientras que dentro de la barra coexisten órbitas radiales o circulares. Además, los valores de los datos se encuentran más concentrados fuera de la barra, a pesar de que su dispersión es significativa dentro de la barra.

### II. Conclusiones específicas

- Usando la teoría de distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico se ha podido asociar órbitas a 10 NPs de la Gran Nube de Magallanes. Cinco de órbita radial, y las otras cinco entre circular y radial. (ver figura 5.2)
- Separando la muestra de nebulosas en dos grupos, uno que este dentro de la barra y el otro fuera de ella. Se observa que la velocidad respecto al centro de la GNM normalizada a la dispersión de velocidades, es ligeramente mayor el valor más probable para las nebulosas que están fuera de la barra. (ver figura 5.4)
- En cuanto a los parámetros físicos, solo existe uniformidad para las NPs dentro de la barra del flujo nebuloso (Ver figura 5.9 y tabla 5.11); pero se han encontrado NPs seleccionadas a lo largo de la GNM dentro y fuera de la barra.
- Existe una relación directa entre el indicador de la metalicidad y el tiempo de expansión de la nebulosa en forma decreciente, donde las nebulosas de la barra son más metálicas (ver figura 5.12); pero en el

caso del indicador de la metalicidad y la abundancia en Helio la relación es directa y creciente (ver figura 5.11 y tabla 5.12).

- En la figura 5.10 la distribución espacial de la metalicidad no está claramente radialmente decreciente, y una posible explicación es que la metalicidad no presenta una distribución normal (ver tabla 5.12).

## RECOMENDACIONES

- Invirtiendo la relación de la anisotropía orbital en función a la velocidad radial normalizada, se puede encontrar la forma orbital de cada nebulosa planetaria estudiada.
- Utilizar los valores poblaciones estimados para comparar la media muestral con la media poblacional estimada en las pruebas de normalidad de Kolmogorov – Smirnov, usando SPSS.
- Aplicar la metodología empleada para el estudio de las órbitas de nebulosas planetarias en galaxias lejanas.
- Para investigaciones futuras, cuando se cuente con un número apreciable de medidas de velocidades tangenciales, será posible estimar cuantitativamente la anisotropía para cada nebulosa planetaria en la Gran Nube de Magallanes.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aliaga, C. (2002). *Estadística para los negocios con Excel*. Lima: Ediciones e impresiones Gráficas América S.R.L.

Beers, T., et al. (1990). Measures of location and scale for velocities in clusters of galaxies – a robust approach. *The Astrophysical Journal*. 100 (July), pp.32- 46.

Bernard, J., et al. (2008). Neon and sulfur abundances of planetary nebulae in the Magellanic Clouds. *The Astrophysical Journal*. 672 (January 1), pp. 274-286.

Carlos Reyes, R. (1999). Chemical abundances and physical parameters of H II regions in the Magellanic Clouds. *IAU Symposium*. 190, pp. 282-286.

Carroll, B. W., y Ostlie, D. A. (2007). An Introduction to Modern Astrophysics. Pearson International Edition.

Chantereau, P. B. (2019). The loss of the intra-cluster medium in globular clusters. *MNRAS*, pp 1-11.

Cioni, M., et al. (2000). The morphology of the Magellanic Clouds revealed by stars of different age: results from the DENIS survey. *Astronomy & Astrophysics*. 358, pp. L9-L12.

Cioni, M., et al. (2008). The Magellanic Clouds as a Template for the Study of Stellar Populations and Galaxy Interactions. Astronomical Society of Australia. 25, pp. 121-128.

Dopita, M. (1988). The internal dynamics of the planetary nebulae in the Large Magellanic Cloud. *The Astrophysical Journal*. 327 (April 15), pp. 639-650.

Dopita, M. (1990). The evolutionary sequence of planetary nebulae. ***The Astrophysical Journal***. 357 (July 1), pp. 140-148.

Dopita, M., Meatheringham, S. (1991). Photoionization modeling of Magellanic Cloud planetary nebulae. I. ***The Astrophysical Journal***. 367 (January 20), pp. 115-125.

Dopita, M., et al. (1997). Hubble space telescope observations of planetary nebulae in the Magellanic clouds. V. Mass dependence of dredge-up and the chemical history of the large Magellanic cloud. ***The Astrophysical Journal***. 474 (January 1), pp. 188-204.

Egan, M., et al. (2001). MSX, 2Mass, and the large magellanic cloud: A combined near- and mid-infrared view. ***The Astrophysical Journal***. 122 (October), pp. 1844-1860.

Elorza, H. (2008). ***Estadística para las ciencias sociales, del comportamiento y de la salud***. 3rd edn. México, D.F: Cengage Learning Editors, S.A.

Evolución Estelar. (2018). CESAR's Booklet. Obtenido de: [https://cesar.esa.int/upload/201807/evolucion\\_estelar\\_booklet.pdf](https://cesar.esa.int/upload/201807/evolucion_estelar_booklet.pdf)

Feast, M. (1968). The kinematics of planetary nebulae in the Magellanic Cloud. ***Royal Astronomical Society***. 140, pp. 345-367.

García, C. (2010). ***Determinación de Masa para Cúmulos de RCS***. Lic. Tesis. Facultad de Física de la Pontificia Universidad de Chile.

Graff, D. (2000). The velocity structure of LMC Carbon stars: Young disk, old disk, and perhaps a separate population. ***The Astrophysical Journal***. 540 (September 1), pp. 211-216.

Hartwick, F., Cowley, A. (1988). The kinematics of a stellar population in the Large Magellanic Cloud: The CH stars. *The Astrophysical Journal*. 334 (November 1), pp. 135-143.

Henize, K. (1956). Catalogues of H $\alpha$ -Emission stars and nebulae in the Magellanic Clouds. *Astrophysical Journal Supplement series*. 2, pp. 315-357.

Herald, J., Bianchi, L. (2007). Central stars of planetary nebulae in the Magellanic Clouds: A detailed spectroscopic analysis. *The Astrophysical Journal*. 661 (June 1), pp. 845-862.

Jacoby, G. (1980). The luminosity function for planetary nebulae and the number of planetary nebulae in local group galaxies. *Astrophysical Journal Supplement series*. 42 (January), pp. 1-18.

König, A. (1962). *Astronomical Techniques. Stars and Stellar Systems*. The university of Chicago Press: Hiltner, W, pp. 461-486.

Leisy, P., Dennefeld, M. (1996). Planetary nebulae in the Magellanic Clouds. I. Carbon abundances and Type I PNe. *Astronomy & Astrophysics*. 116, pp. 95-116.

Leisy, P., Dennefeld, M. (2006). Planetary nebulae in the Magellanic Clouds. II. Abundances and element production. *Astronomy & Astrophysics*. 456, pp. 451-466.

Meatheringham, S. et al. (1988). The kinematics of the planetary nebulae in the Large Magellanic Cloud. *The Astrophysical Journal*. 327 (April 15), pp. 651-663.

Meatheringham, S., et al. (1988). Fluxes and ionized masses of Magellanic cloud planetary nebulae. *The Astrophysical Journal*. 329 (June 1), pp. 166-173.

Meatheringham, S., Dopita, M. (1991). Optical Spectroscopy of Magellanic Cloud planetary nebulae. I. ***The Astrophysical Journal Supplement series***. 75 (February), pp. 407-424.

Meatheringham, S., Dopita, M. (1991). Optical Spectroscopy of Magellanic Cloud planetary nebulae. II. ***The Astrophysical Journal Supplement series***. 76 (August), pp. 1085-1098.

Meléndez, J., Smith, V., Hinkle, K. (2002). Chemical abundances in 12 red giants of the Large Magellanic Cloud from high-resolution infrared spectroscopy. *The astronomical journal*, 3241-3254.

Merrit, D. (1987). The distribution of dark matter in the Coma cluster. ***The Astrophysical Journal***. 313 (February 1), pp. 121-135.

Morgan, D., Good, A. (1992). New planetary nebulae in the Large Magellanic Cloud. ***The Astrophysical Journal Supplement series***. 92, pp. 571-582.

NASA/ESA. (2016). Observing Planetary Nebulae. Insight Observatory.

Pereyra, A., Lobo Gomez, A, Magalhares, M. A., entre otros. (2015). A new optical polarization catalog for the Small Magellanic Cloud: The magnetic field structure. ***The astrophysical journal***, pp.1-19.

Ramírez, A., De Souza, R. (1998). Shape of the galactic orbits in clusters. ***The Astrophysical Journal***. 496 (April 1), pp. 693-705.

Sanduleak, N., et al. (1978). The planetary nebula systems of the Magellanic Clouds. ***Publications of the Astronomical Society of the Pacific***. 90 (December), pp. 621-635.

Smart, W., y Green, R. (1977). Spherical Astronomy. Cambridge: Cambridge University Press.

Stanghellini, L. (2003). Planetary Nebulae in the Magellanic Clouds: Probing Stellar Evolution and Populations. *IAU Symposium*. 209, pp. 567-573.

Torre, A. (2010). *Determinación de Masa para Cúmulos de RCS*. Perú: Talleres gráficos ISAGRAF SRL.

Vassiliadis, E., et al. (1992). The kinematics of planetary nebulae in the outer fields of the Large Magellanic Cloud. *The Astrophysical Journal*. 394 (August 1), pp. 489-493.

Ventura, P., et al. (2015). A test for asymptotic giant branch evolution theories: planetary nebulae in the Large Magellanic Cloud. *Royal Astronomical Society*. 452, pp. 3679-3688.

Villaver, E., et al. (2004). The low- and intermediate- mass stellar population in the small Magellanic Cloud: The central stars of planetary nebulae. *The Astrophysical Journal*. 614 (October 20), pp. 716-726.

Villaver, E., et al. (2007). The mass distribution of the central stars of planetary nebulae in the Large Magellanic Cloud. *The Astrophysical Journal*. 656 (February 20), pp. 831-840.

## Anexo N°1

### MATRIZ DE CONSISTENCIA

VARIABLES	PROBLEMA	HIPÓTESIS	OBJETIVOS	METODOLOGÍA
<p><b>Variable independiente</b> Población de nebulosas planetarias.</p> <p><b>Indicadores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Velocidad radial</li> <li>• Temperatura de la estrella central</li> <li>• Densidad nebular</li> <li>• Flujo de energía nebular</li> <li>• Tamaño de la nebulosa</li> <li>• Abundancia de He</li> </ul> <p><b>Variable dependiente</b> Órbitas de las nebulosas planetarias.</p> <p><b>Indicadores</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Indicador de la metalicidad.</li> <li>• Tiempo de expansión de la nebulosa.</li> <li>• Distancia proyectada al centro de la galaxia GNM.</li> </ul>	<p><b>Problema general</b> ¿Será posible asociar a las nebulosas planetarias de la GNM, algún tipo de órbita que sea radial o circular, haciendo uso de un método estadístico?</p> <p><b>Problemas específicos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Será posible predecir órbitas circulares, radiales o una combinación de ambas en nebulosas planetarias, usando el método de distribución de velocidades en un campo isotrópico gaussiano?</li> <li>• ¿Existirá alguna relación entre los parámetros físicos y las abundancias químicas con el tipo de órbitas presentes en la GNM?</li> </ul>	<p><b>Hipótesis general</b> Usando las coordenadas de posición de las nebulosas, como la ascensión recta y la declinación; asimismo, calculando la velocidad radial normalizada y usando el método de distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico puedo asignar los tipos de órbitas de las nebulosas planetarias en la GNM.</p> <p><b>Hipótesis específicas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usando el método de distribución de velocidades en un campo gaussiano isotrópico se puede predecir la cantidad de nebulosas que poseen órbitas circulares, radiales o una combinación de ambas.</li> <li>• Usando la base de datos de los parámetros físicos y abundancias químicas presentes en las nebulosas de la GNM se pueden relacionar a las órbitas posibles de las nebulosas; luego, discriminar las características de las diferentes poblaciones de las nebulosas.</li> </ul>	<p><b>Objetivo general</b> Identificar las órbitas de las nebulosas planetarias para caracterizar las poblaciones de éstas en la GNM.</p> <p><b>Objetivos específicos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar la cantidad de órbitas de cada nebulosa que sean, circulares, radiales o una combinación de ambas para caracterizar la población.</li> <li>• Relacionar y comparar los resultados de los parámetros físicos y las abundancias químicas a los valores de la velocidad radial normalizada.</li> </ul>	<p><b>Tipo de la investigación</b> Cuantitativa, documental, relacional y básica.</p> <p><b>Diseño de la investigación</b> Cuasiexperimental - correlacional</p> <p><b>Método</b> Lógico-hipotético-deductivo</p> <p><b>Población y muestra</b> <b>P:</b> Todas las nebulosas planetarias en la GNM <b>M:</b>146 nebulosas planetarias</p> <p><b>Técnicas estadísticas</b> Prueba K-S y correlación lineal.</p>

## Anexo N°2

### BASE DE DATOS

N (1)	COORDENADAS			PARÁMETROS FÍSICOS										ABUNDANCIAS QUÍMICAS							TIPO (21)	EC (22)	C (H $\beta$ ) (23)
				ESTELARES		NEBULARES																	
	$\alpha$ h m s (2)	$\delta$ ° ' '' (3)	T <sub>eff</sub> K (4)	L <sub>*</sub> (L <sub>⊙</sub> ) (5)	v <sub>LSR</sub> km/s (6)	Log F <sub>H<math>\beta</math></sub> erg/(cm <sup>2</sup> .s) (7)	v <sub>exp</sub> km/s (8)	N <sub>e</sub> <sup>-</sup> cm <sup>-3</sup> (9)	R <sub>neb</sub> pc (10)	R <sub>out</sub> pc (11)	M <sub>neb</sub> (M <sub>⊙</sub> ) (12)	P/10 <sup>4</sup> cm <sup>-3</sup> K (13)	He (14)	Ne (15)	Ar (16)	S (17)	C (18)	N (19)	O (20)				
SMP 01	4 38 35	-70 36 43	65000	7000	209.1	-12.46	17.2	2600	0.04	0.102	0.32	3700	10.95	7.44	5.94	7.32	8.4	7.47	8.34	i	3.5	0.38	
SMP 02	4 40 60	-67 48 10	38000	1343	248.2	-13.18	9.9	5000	*	*	0.571	*	10.96	6.25	6	6.62	0	7.5	8.03	n	1.1	0.01	
SMP 03	4 42 23	-66 13 14	95000	*	172	-12.48	20	4000	0.03	*	*	*	10.96	6.82	5.35	6.76	0	7.03	7.75	n	1.8	0.06	
SMP 04	4 43 22	-71 30 12	11800	*	283	-13.52	37.9	5000	*	*	*	*	11.07	7.78	5.91	7.87	0	7.3	8.61	n	6.7	0.32	
SMP 05	4 48 8.7	-67 26 9	43000	8775	271	-12.85	20.8	5000	0.12	0.185	0.23	1850	10.79	6.64	5.35	6.44	0	6.68	8	n	1.2	0.09	
SMP 06	4 47 39	-72 28 18	28200	8250	249	-12.67	28.6	11800	0.19	0.055	0.05	16000	10.97	7.75	5.99	7.09	8.66	7.4	8.51	n	6.1	0.04	
SMP 07	4 48 29	-69 8 30	19600	*	204.9	-13.12	44.7	1000	*	*	*	*	11.15	7.44	6.08	7.41	0	8.58	8.33	l	8.8	0	
SMP 08	4 50 13	-69 33 57	11000	5575	277.1	-12.74	25.2	5000	0.09	0.09	0.1	5500	11.14	7.26	6.22	8.04	0	7.43	8.16	l	2.5	0.01	
SMP 09	4 50 29	-68 13 30	14800	891	270.7	-13.38	22.9	3000	*	*	0.67	*	10.97	7.74	6.04	6.63	0	7.49	8.31	i	6.6	0.25	
SMP 10	4 51 9.4	-68 48 6	17900	*	207	-13.15	47	2800	*	*	*	*	11	7.21	5.81	6	0	7.79	7.82	l	0	0.26	
SMP 11	4 51 38	-67 5 16	25000	1660	249.4	-13.15	122	6200	0.21	*	*	*	10.78	6.74	4.99	6.06	0	7.1	7.18	i	5	1.06	
SMP 13	5 0 0.2	-70 27 41	13600	10965	212.3	-12.82	46.1	5000	*	*	*	*	11.03	7.6	5.87	7.85	7.92	7.47	8.39	n	6.3	0	
SMP 14	5 0 20	-70 58 53	21000	3389	236.9	-13.69	51.5	300	2.25	*	0.59	*	11.32	7.72	6.31	7.52	0	7.59	8.15	l	10	0.02	
SMP 15	5 0 53	-70 13 42	13500	6790	188	-12.66	41.2	3800	0.1	0.1	0.14	6000	11.03	7.57	5.97	6.41	0	7.2	8.26	n	6.1	0.08	
SMP 16	5 2 2.2	-69 48 53	19800	4074	237.5	-13.3	33	600	*	*	*	*	11	7.38	6	7.29	0	8.65	8.32	l	8.2	0.68	
SMP 17	5 2 54	-69 21 0	13500	4467	252	-12.49	*	400	*	*	0.59	*	11.02	7.92	6.2	6.88	0	7.5	8.25	l	6	0.85	
SMP 18	5 3 47	-70 7 0	16600	7080	228.7	-13.36	27.4	5000	*	*	*	*	11.08	7	5.56	8.3	0	7.5	7.87	l	0	0.2	
SMP 19	5 3 49	-70 14 0	13900	8128	220.2	-12.73	28.6	2000	*	*	*	*	11.08	7.77	6.18	6.62	0	7.73	8.5	n	6.9	0.04	
SMP 20	5 4 40	-69 21 40	20500	1190	273.1	-13.37	25.8	2200	0.112	0.112	0.1	1800	11.06	7.59	6.22	7.24	0	8.08	8.12	l	8.2	0.02	
SMP 21	5 4 52	-68 39 8	25200	*	243.7	-12.76	49.1	2800	*	*	0.1	*	11.11	7.19	5.98	7.21	7.34	7.92	7.86	l	7.4	0.16	
SMP 22	5 6 0	-69 4 0	122200	11220	249	-12.88	*	4169	0.45	*	0.17	*	*	*	*	*	*	*	*	*	n	7	0.17
SMP 23	5 6 9.5	-67 45 28	60000	3950	268	-12.68	21.6	5000	0.063	0.063	0.12	5200	10.91	7.31	5.98	7.51	0	7.2	8.3	n	0	0.02	
SMP 24	5 6 18	-68 59 31	12800	5012	254.7	-13.77	56.4	800	*	*	0.59	*	11.15	8.03	6.36	6.59	0	7.96	8.61	n	8.8	0.01	
SMP 25	5 6 24	-69 3 19	13000	4365	274	-13.2	*	16600	*	*	0.82	*	10.9	7.28	5.71	6.73	0	7.73	8.17	n	3.5	0.51	
SMP 26	5 7 31	-69 8 7	13600	2630	*	-12.44	*	5000	*	*	*	*	9.85	6.9	0	0	0	6.93	7.06	i	0	0	
SMP 27	5 7 55	-66 57 45	11100	5888	258.2	-13.4	33.3	5000	*	*	0.6	*	10.98	7.42	6.06	7.68	0	7.1	8.31	n	3.5	0.12	
SMP 28	5 8 12	-68 55 35	10000	*	233.7	-13.35	55	2000	*	*	*	*	*	*	*	*	0	8.04	*	*	n	6.5	*
SMP 29	5 8 4.4	-68 40 14	20000	*	228.2	-12.71	35.9	4100	0.12	*	0.1	*	11.15	7.22	6.27	7.88	7.49	8.26	8.05	l	8.2	0.01	
SMP 30	5 9 19	-66 53 42	15700	*	264.9	-13.45	40.9	400	*	*	*	*	11.15	7.78	6.19	7.29	0	8.55	8.24	l	8	39	

N (1)	COORDENADAS			PARÁMETROS FÍSICOS									ABUNDANCIAS QUÍMICAS						TIPO (21)	EC (22)	C (H $\beta$ ) (23)						
				ESTELARES		NEBULARES																					
	$\alpha$ h m s (2)	$\delta$ ° ' '' (3)	$T_{\text{eff}}$ K (4)	$L_*$ ( $L_{\odot}$ ) (5)	$v_{\text{LSR}}$ km/s (6)	$\text{Log } F_{\text{H}\beta}$ erg/(cm $^2$ .s) (7)	$v_{\text{exp}}$ km/s (8)	$N_e^-$ cm $^{-3}$ (9)	$R_{\text{neb}}$ pc (10)	$R_{\text{out}}$ pc (11)	$M_{\text{neb}}$ ( $M_{\odot}$ ) (12)	$P/10^4$ cm $^{-3}$ K (13)	He (14)	Ne (15)	Ar (16)	S (17)	C (18)	N (19)				O (20)					
SMP 31	5	9	20	-67	47	25	12800	*	248.1	-12.91	5.1	6600	*	*	0.05	*	10.79	5.58	5.56	6.27	0	7.03	7.29	i	0.4	0.79	
SMP 32	5	9	38	-70	49	13	16100	*	240.2	-12.8	42.3	3900	*	*	0.19	*	11.08	7.56	6.05	7.41	0	7.73	8.39	n	8.3	0.09	
SMP 33	5	10	14	-68	30	12	13400	*	253.9	-12.81	30.8	5600	*	*	*	*	10.9	8.21	5.9	6.83	0	7.84	8.91	n	6.5	0.63	
SMP 34	5	10	24	-68	50	0	80300	759	277	-11.76	*	*	0.68	*	*	*	*	*	*	*	8.13	*	*	*	7	0.16	
SMP 35	5	10	55	-65	29	24	13300	2404	295	-12.81	41.3	1500	*	*	0.59	*	10.97	7.48	6.08	7.38	0	7.88	8.37	i	5.3	0.04	
SMP 36	5	10	38	-68	36	12	15000	*	247.6	-12.72	34.6	5000	*	*	*	*	11	7.72	5.64	0	0	7.72	8.36	n	6.5	0.41	
SMP 37	5	11	8	-67	47	24	155000	3360	255.2	-12.85	39.2	5900	0.11	0.054	0.06	9250	10.93	7.62	6	7.36	0	7.95	8.52	i	6.8	0.03	
SMP 38	5	11	25	-70	1	18	13000	*	225.4	-12.62	34.5	8800	*	*	0.06	*	11.1	7.55	6.25	7.37	0	7.73	8.27	l	0	0.02	
SMP 40	5	12	16	-66	22	57	13900	1331	238.9	-13.34	54.5	800	*	*	0.13	*	11.02	7.84	5.98	7.56	0	8.14	8.56	l	7.5	0.16	
SMP 41	5	13	27	-70	33	34	15400	*	244.2	-13.33	51.7	1100	*	*	*	*	11.15	7.63	6.17	7.54	0	8.39	8.38	l	7.6	0.01	
SMP 42	5	15	47	-68	42	24	15100	*	273.4	-13.11	37.9	2500	*	*	*	*	11.1	7.12	5.8	8.15	0	7.88	8.03	l	0	0.05	
SMP 44	5	18	24	-67	16	59	16700	*	*	-13.59	*	900	*	*	*	*	11.04	8.01	6.08	6.89	0	8.3	8.47	l	7.5	0.13	
SMP 45	5	19	21	-66	58	13	16300	*	275	-13.17	36.8	1000	1.34	*	0.19	*	11	7.35	5.94	6.46	0	7.66	8.05	l	5.4	0.14	
SMP 46	5	19	29	-68	51	11	14900	*	258	-13.6	26.1	3900	*	*	0.02	*	10.91	7.54	5.98	6.78	0	8.07	8.28	i	6.1	0.01	
SMP 47	5	19	55	-69	31	5	14700	4090	256.6	-12.52	50.1	4800	0.076	0.076	0.2	5400	11.09	7.54	6.13	7.5	8.56	8.18	8.25	l	6.6	0.42	
SMP 48	5	20	10	-69	53	39	11300	*	240.8	-12.43	15.8	1900	*	*	*	*	10.92	7.14	5.88	7.18	0	7.71	8.24	i	3	0.25	
SMP 49	5	20	9	-70	25	38	13300	*	232.2	-13.35	38.1	1000	0.5	*	0.61	*	11.05	7.48	6.05	7.63	0	7.6	8.33	n	6	0.04	
SMP 50	5	20	52	-67	5	47	110000	2400	284.1	-12.71	35	3600	0.08	0.053	0.13	8400	11.01	7.35	5.84	7.59	0	6.7	8.22	n	5.4	0	
SMP 51	5	20	52	-70	9	35	12000	*	256.4	*	23.3	5000	*	*	*	*	11.01	7.25	0	6.2	0	7.48	8.32	n	4.5	0	
SMP 52	5	21	24	-68	35	39	125000	4990	256.9	-12.52	36.3	2900	0.097	0.097	0.34	3300	10.92	7.72	6.16	7.73	0	6.81	8.55	n	5.8	0.02	
SMP 53	5	21	33	-67	0	18	13700	*	261.8	-12.62	25	4800	*	*	*	*	10.93	7.61	5.86	7.26	6.7	7.75	8.23	i	2.7	0.37	
SMP 54	5	21	43	-68	39	27	11700	*	265.4	-13.51	42.3	400	*	*	*	*	11.1	8.08	6.63	7.84	8.14	8.61	8.74	l	9.3	0.11	
SMP 55	5	22	41	-71	19	11	39000	4360	194.7	-12.66	6	47400	0.038	0.038	0.02	18000	10.82	6.8	5.76	6.44	0	7.38	8.4	n	0.7	0.02	
SMP 56	5	23	31	-69	4	4	42000	1500	276.1	-13.13	10.3	5000	0.066	0.066	0.097	3000	10.79	6.51	5.78	6.63	0	6.78	7.93	n	0	0	
SMP 57	5	24	1	-69	14	0	*	*	297.7	-13.41	32.5	*	0.42	*	0.61	*	*	*	*	*	0	*	*	*	*	4.5	*
SMP 58	5	24	21	-70	5	0	12100	5790	264.2	-12.48	18.8	5000	0.022	0.022	0.02	76000	10.97	7.09	5.83	7.98	0	7.08	8.1	i	0	0	
SMP 59	5	24	30	-70	21	0	15000	*	*	*	*	200	*	*	*	*	11.05	8.09	6.2	7.12	0	8.49	8.52	l	8.6	1.04	
SMP 60	5	24	17	-70	54	0	19500	1600	207	-13.5	58.3	5000	0.108	0.108	0.158	1500	11	8.05	6.05	8.15	0	7.23	8.87	n	9.9	0	
SMP 61	5	24	37	-73	40	46	70000	3995	178.4	-12.48	29.3	36200	0.15	0.063	0.03	8000	11.08	7.76	6.26	6.76	0	7.52	8.53	n	0	0.03	
SMP 62	5	24	55	-71	32	55	45000	*	223.6	-12.31	34.6	3400	0.12	*	0.26	*	11.01	7.34	5.73	6.66	7.27	7.67	8.15	l	5.9	0.06	
SMP 63	5	25	26	-68	56	0	82000	4160	248.8	-12.48	16.7	2600	0.058	0.058	0.12	9000	10.92	7.53	5.94	7.28	8.8	7.2	8.39	n	4.1	0.26	

N (1)	COORDENADAS			PARÁMETROS FÍSICOS									ABUNDANCIAS QUÍMICAS						TIPO (21)	EC (22)	C (H $\beta$ ) (23)	
				ESTELARES		NEBULARES																
	$\alpha$ h m s (2)	$\delta$ ° ' '' (3)	T <sub>eff</sub> K (4)	L <sub>*</sub> (L <sub>⊙</sub> ) (5)	v <sub>LSR</sub> km/s (6)	Log F <sub>H<math>\beta</math></sub> erg/(cm <sup>2</sup> .s) (7)	v <sub>exp</sub> km/s (8)	N <sub>e</sub> <sup>-</sup> cm <sup>-3</sup> (9)	R <sub>neb</sub> pc (10)	R <sub>out</sub> pc (11)	M <sub>neb</sub> (M <sub>⊙</sub> ) (12)	P/10 <sup>4</sup> cm <sup>-3</sup> K (13)	He (14)	Ne (15)	Ar (16)	S (17)	C (18)	N (19)				O (20)
SMP 64	5 27 36	-69 8 56	12000	*	*	-12.7	*	5000	*	*	*	*	10.76	5.99	5.66	7.09	0	6.34	7.05	n	0.1	0.03
SMP 65	5 27 44	-71 25 56	60000	1215	195.7	-13.31	17.8	5000	0.024	0.024	0.012	14500	11.05	7.34	5.97	8.29	0	7.3	8.35	n	0	0.01
SMP 66	5 28 44	-67 33 18	13000	*	289.2	-12.95	23.1	3300	*	*	*	*	10.97	7.29	5.91	7.93	8.51	7.58	8.31	n	5.5	0.11
SMP 67	5 29 16	-67 32 53	55000	1940	274.1	-12.81	27.9	8100	0.27	0.062	0.14	3800	10.92	7.6	6.04	6.46	7.66	8.04	8.5	i	1.4	0.06
SMP 68	5 29 2.9	-70 19 25	12000	*	*	*	*	*	0.65	*	0.65	*	11.02	8.15	6.34	8.76	0	7.88	8.94	n	9.9	0
SMP 69	5 29 18	-67 13 30	17200	*	289.9	-13.17	44.3	200	1.32	*	*	*	11.06	8.1	5.95	6.85	8.32	8.74	8.63	l	9	0.29
SMP 71	5 30 33	-70 44 38	13000	*	201.2	-12.86	28	5000	*	*	*	*	11.04	7.85	0	6.61	0	8.03	8.63	n	6.7	0.15
SMP 72	5 30 48	-70 50 0	16000	*	*	-13.64	*	100	*	*	*	*	11.02	8.08	6.1	8.23	0	7.88	8.92	n	9.9	0.21
SMP 73	5 31 22	-70 40 46	11700	*	225.6	-12.54	25.9	4500	0.04	*	*	*	10.94	7.8	6.1	7.37	8.78	8.03	8.66	n	5.7	0.34
SMP 74	5 33 30	-71 52 28	12600	*	253.6	-12.66	35.1	4900	0.25	*	0.69	*	11.03	7.65	6.07	7.26	0	7.65	8.42	n	5.8	0.03
SMP 75	5 33 47	-68 36 44	12100	*	*	*	*	5000	0.28	*	*	*	10.96	7.56	0	0	0	7.44	8.29	n	4.2	0.25
SMP 76	5 33 56	-67 53 13	50000	8000	262.8	-12.53	29	5000	0.02	0.041	0.07	15000	11	7.27	5.78	7.3	0	7.33	8.15	n	0	0.07
SMP 77	5 34 6.3	-69 26 21	46000	2640	328.2	-12.78	12.9	4700	0.79	79	0.16	3600	10.86	7.48	5.46	5.89	9.12	7	8.27	n	1.7	0.94
SMP 78	5 34 21	-68 58 25	14200	*	240.7	-12.58	33.4	4200	*	*	0.2	*	11.01	7.56	6.04	7.49	8.51	7.77	8.39	l	6	0.06
SMP 79	5 33 32	-74 20 6	12900	*	215.1	-12.63	37.2	3100	*	*	*	*	11.03	7.47	5.93	7.67	0	8.02	8.34	l	5.3	0.28
SMP 80	5 34 42	-70 19 60	10600	*	*	*	*	36500	*	*	*	*	10.93	7.32	6.13	7.12	0	7.39	8.34	n	2.4	0.08
SMP 81	5 35 22	-73 55 24	14300	*	242.2	-12.61	32.6	11300	*	*	*	*	10.89	7.32	0	6.21	0	7.12	8.25	n	5.1	0.15
SMP 82	5 35 58	-69 58 17	16100	*	239.6	*	38.4	4900	0.05	*	0.8	*	11.25	7.56	6.21	7.72	0	8.59	8.16	l	7.6	0.47
SMP 83	5 36 21	-67 18 14	95000	2880	276.2	-12.65	82.9	2000	7.22	0.126	0.32	2880	11.08	7.45	6.24	7.42	7.49	7.65	8.23	l	7.8	0
SMP 84	5 36 45	-71 53 18	11900	*	235	-12.63	46.2	2900	0.14	*	0.67	*	10.97	7.17	5.79	7.3	0	7.43	8.15	n	3	0.2
SMP 85	5 40 31	-66 17 37	40000	6150	217	-12.42	11.3	31400	0.29	0.029	0.066	23000	10.93	6.83	5.73	6.67	8.47	7.49	8	n	1.6	0.42
SMP 86	5 41 22	-68 7 44	12500	*	*	-13.68	*	1200	*	*	*	*	11.19	7.4	5.99	7.27	0	8.66	8.01	l	7.9	0.59
SMP 87	5 41 6.2	-72 42 15	19200	4898	264.6	-12.91	37.4	2000	*	*	0.23	*	11.17	7.49	6.11	7.26	0	8.74	8.23	l	8.6	0.24
SMP 88	5 42 33	-70 29 24	23000	4660	211	-13.26	24.7	3400	0.14	0.111	0.575	6000	11.11	7.51	5.61	6.77	8.84	7.52	7.91	l	9.2	1.31
SMP 89	5 42 36	-70 9 35	99000	8560	261.2	-12.61	25.2	5500	0.11	0.113	0.16	5400	10.94	7.64	5.81	6.23	0	7.2	8.37	n	5	0
SMP 90	5 44 35	-70 21 40	19200	*	*	*	*	700	*	*	*	*	10.91	7.51	5.63	6.13	0	7.84	8.18	i	5.7	0.52
SMP 91	5 45 6	-68 6 51	17900	*	295.3	-13.55	45.3	700	1.32	*	*	*	11.18	7.77	6.02	7.16	0	8.48	8.27	l	8.9	0.46
SMP 92	5 47 4.7	-69 27 33	13000	*	256.4	-12.54	29.3	5300	0.17	*	0.09	*	10.92	7.83	6.16	7.2	8.21	7.79	8.62	n	6.1	0.31
SMP 93	5 49 36	-69 9 0	17100	*	*	-13.36	*	300	*	*	*	*	10.96	8.1	6.06	7.31	0	8.69	8.58	i	7.6	0.57
SMP 95	6 1 45	-67 56 6	13700	*	290.9	-13.47	31.2	1000	*	*	*	*	10.96	7.76	6.26	6.51	0	7.95	8.41	i	6	0.45
SMP 96	6 6 5.7	-71 4 17	25000	945	239.5	-13.34	60.9	1200	0.071	0.071	0.06	3000	11.25	7.52	6.15	7.09	0	8.2	8.04	l	9.6	0

N	COORDENADAS			PARÁMETROS FÍSICOS									ABUNDANCIAS QUÍMICAS						TIPO	EC	C (H $\beta$ )					
				ESTELARES		NEBULARES																				
	$\alpha$	$\delta$		T <sub>eff</sub>	L <sub>*</sub>	v <sub>LSR</sub>	Log F <sub>H<math>\beta</math></sub>	v <sub>exp</sub>	N <sub>e</sub> -	R <sub>neb</sub>	R <sub>out</sub>	M <sub>neb</sub>	P/10 <sup>4</sup>	He	Ne	Ar	S	C				N	O	(21)	(22)	(23)
h m s	° ' "	K	(L <sub><math>\odot</math></sub> )	km/s	erg/(cm <sup>2</sup> .s)	km/s	cm <sup>-3</sup>	pc	pc	(M <sub><math>\odot</math></sub> )	cm <sup>-3</sup> K	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)					
SMP 98	6	17	35	-73	12	35	12300	*	236.8	-12.52	24.4	7000	0.21	*	*	*	10.93	7.77	6.05	7.22	0	7.79	8.57	n	5.3	0.42
SMP 99	6	18	58	-71	35	50	12200	*	248.8	-12.54	25.3	3600	*	*	*	*	10.92	7.62	6.62	7.65	8.69	8.18	8.56	i	5.7	0.24
SMP 100	6	23	16	-72	7	48	14000	*	270.1	-12.86	46.4	3700	*	*	*	*	11.02	7.56	5.97	7.49	8.55	7.52	8.36	n	6.4	0.38
SMP 102	6	29	30	-68	3	6	17000	*	286.5	-13.22	41.2	5000	*	*	*	*	11	7.36	5.88	8.09	0	7.3	8.28	n	8.7	0.07
SMP 104	4	24	38	-69	42	22	16900	*	211.7	-13.27	36.2	5000	*	*	*	*	11.1	7.71	5.99	8.03	0	7.23	8.56	n	9.3	0.26
SMP 104a	4	25	32	-66	47	16	15900	*	*	*	*	3700	*	*	*	*	10.92	7.19	5.36	7.65	8.56	6.92	7.78	i	7.8	0.45
SMP 122	5	34	24	-69	34	28	15300	*	*	*	*	500	*	*	*	*	10.93	8.08	5.92	8.09	0	8.83	8.94	i	9.3	0.34
MG 01	4	47	23	-67	41	21	12000	*	*	*	*	100	*	*	*	*	*	*	*	0	*	*	*	*	*	0.03
MG 02	4	48	9.1	-68	33	40	12000	*	*	*	*	5000	*	*	*	*	*	*	*	0	*	*	*	*	*	0
MG 03	4	50	57	-66	19	53	13500	*	*	*	*	500	*	*	*	*	10.77	7.8	6.06	6.08	0	7.5	8.23	n	2.6	0.25
MG 06	4	55	6.5	-72	51	5	32400	5248	241.2	*	67.5	*	*	*	0.59	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
MG 07	4	54	8.4	-74	59	50	13300	*	219.3	*	32.1	7900	*	*	*	*	10.94	7.78	6.11	6.67	0	7.69	8.43	n	5.1	0
MG 08	4	55	49	-68	38	57	73100	21380	*	*	*	*	*	0.59	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0.13
MG 13	5	2	51	-65	27	10	109800	2818	247.4	*	32.8	*	*	*	0.59	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
MG 20	5	10	40	-68	10	22	12000	*	*	*	*	5000	*	*	*	*	*	*	*	0	*	*	*	*	*	0.36
MG 21	5	11	38	-65	42	44	17100	*	*	*	*	5000	*	*	*	*	11.15	7.12	5.95	8.6	0	7.81	8.05	l	10	0
MG 29	5	13	42	-68	15	16	15200	*	*	*	*	800	1.7	*	0.67	*	11.12	7.6	6.33	6.7	0	7.99	8.33	l	8.2	0.18
MG 31	5	16	29	-68	18	12	12000	*	*	*	*	1900	*	*	*	*	*	*	*	0	*	*	*	*	*	0.55
MG 35	5	19	33	-66	55	39	12000	*	*	*	*	5000	*	*	*	*	10.81	8.08	5.62	7.78	0	8.03	8.53	i	7.9	0.11
MG 37	5	21	47	-65	22	28	12000	*	236.7	*	22.1	5000	*	*	*	*	*	*	*	0	*	*	*	*	*	0
MG 38	5	21	47	-64	28	3	*	*	272.9	*	20.3	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
MG 39	5	22	13	-69	43	29	12000	*	*	*	*	5000	*	*	*	*	10.72	6.6	5.85	6.93	0	7.09	7.56	i	0.5	0.49
MG 44	5	25	56	-63	44	13	16300	*	*	*	*	5000	*	*	*	*	11.15	7.22	6.16	8.5	0	7.69	8.13	l	8.8	0.31
MG 45	5	26	6	-63	37	2	15100	*	283.4	*	34.3	5000	0.04	*	*	*	11.04	7.5	6.01	7.91	0	8.41	8.27	l	5.3	0.86
MG 46	5	26	21	-65	21	48	17700	*	267.2	*	34.6	100	*	*	*	*	11.13	7.56	6.3	6.7	0	8.46	8.1	l	9.1	0.24
MG 48	5	26	60	-66	7	6	*	*	*	*	*	1000	*	*	*	*	11.02	8.15	5.96	7.06	0	* 8.59	*	n	2.5	0.89
MG 63	5	34	10	-71	43	15	12000	*	*	*	*	600	*	*	*	*	*	*	*	0	*	*	*	*	*	0.07
MG 66	5	37	59	-65	58	50	12000	*	*	*	*	600	*	*	*	*	*	*	*	0	*	*	*	*	*	0.43
MG 70	5	39	48	-75	1	55	*	*	207.9	*	25.3	*	0.16	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0.19
MG 74	5	40	55	-74	41	18	12000	*	217.2	*	49.7	600	*	*	*	*	11.06	6.8	5.97	6.02	0	7.46	7.85	l	0.9	0
MG 83	5	54	39	-69	20	35	12000	*	*	*	*	5000	*	*	*	*	11.45	8.52	6.93	8	0	8.76	9.17	l	10	0.53



## Anexo N°3

### GLOSARIO

#### I. TÉRMINOS ESTADÍSTICOS

- **Asimetría**

Es la falta de simetría entre los datos de una distribución. (datos a la izquierda [+] y datos a la derecha [-]).

- **Curtosis**

Mide si los valores de la distribución están más o menos concentrados alrededor de los valores medios de la muestra. (leptocúrtica [kur > 0], mesocúrtica [kur = 0] y platicúrtica [kur < 0]).

- **Desviación estándar**

Indica cuán dispersos están los datos respecto del promedio.

- **Nivel de confianza**

Porcentaje de casos que una estimación sea afirmativa. Los niveles habituales son el 68.26%, 95% y 99%. Y, su estandarización:  $z_{68.26\%} = \pm 1$ ;  $z_{95\%} = \pm 1.96$  y  $z_{99\%} = \pm 2.58$ .

- **Nivel de significancia**

Margen de error de una estimación (Alfa); es decir, probabilidad de que el valor de la variable se encuentre fuera del intervalo de confianza (región de rechazo).

Por ejemplo:  $100\% - \text{Alfa} = 99\% \Rightarrow \text{Alfa} = 1\%$ .

- **Prueba de hipótesis**

Se utilizan cuando se quiere determinar, a través de una muestra, que la totalidad de la población posea una característica determinada.

- **P-valor**

Probabilidad que existe de rechazar la hipótesis del investigador.

Como criterio se tiene:

- ✓ Si, p-valor < 0.01: Se acepta la  $H_a$  (Hipótesis del investigador o alterna)
- ✓ Si, p-valor < 0.01: Se acepta la  $H_0$  (Hipótesis nula)

- **Pruebas no paramétricas (K-S y S-W)**

El valor de prueba se define:

<b>K-S:</b>	$D = \text{máx} F_n(x) - F_0(x) $	$F_n(x)$ : Función de distribución muestral $F_n(0)$ : Función teórica de la $H_0$
<b>S-W:</b>	$W = d^2/(nS^2)$	d: Suma de las diferencias corregidas S: varianza muestral n: Tamaño de la muestra

## II. SÍMBOLOS BÁSICOS

- **Símbolos astronómicos**

- ❖  $\alpha, \delta$  : Ascensión recta, declinación
- ❖  $R_{\text{neb}}$  : Radio nebular
- ❖  $r_{\text{Rad}}$  : Distancia radial
- ❖  $v_{\text{LSR}}$  : Velocidad LSR ( $V_z$ )

❖ $F_{H\beta}$	:	Flujo nebular
❖ $M_{neb}$	:	Masa nebular
❖ $L_*$	:	Luminosidad
❖ $\tau$	:	Tiempo de expansión
❖ $H, He$	:	Hidrógeno, helio
❖ $Ne, Ar, S$	:	Neón, argón, azufre
❖ $Z$	:	Indicador de metalicidad
❖ $v_{exp}$	:	Velocidad de expansión
❖ $I$	:	Nebulosa Tipo I
❖ $n$	:	Nebulosa no-Tipo I
❖ $i$	:	Nebulosa Tipo i
❖ $P/10^4$	:	Presión nebular
❖ $N_{e^-}$	:	Densidad electrónica
❖ $T_{eff}$	:	Temperatura efectiva
❖ $R_{out}$	:	Radio externo
❖ $EC$	:	Clase de excitación
❖ $c(H\beta)$	:	Parámetro de extinción
❖ $[Z], [He]$	:	Valores normalizados a valores solares

▪ **Símbolos estadísticos**

❖ $\bar{x}$	:	Media de la muestra
❖ $s$	:	Desviación estándar de la muestra

❖ $\mu$	: Media de la población
❖ $\sigma$	: Desviación estándar de la población
❖ <b>Me</b>	: Mediana de la muestra
❖ <b>Kur ó k</b>	: Curtosis de la muestra
❖ <b>C.A</b>	: Coeficiente de Asimetría de la muestra
❖ <b>C.V</b>	: Coeficiente de Variación poblacional
❖ <b>Test K-S</b>	: Kolmogorov-Smirnov
❖ <b>Test S-W</b>	: Shapiro Wick
❖ <b>Alfa</b>	: Nivel de significancia
❖ <b>Prueba z</b>	: Distribución normal

▪ **Símbolos estadísticos**

❖ <b>s</b>	: Dispersión de velocidades
❖ <b>v<sub>GNM</sub></b>	: Velocidad GNM
❖ <b>proy</b>	: Distancia proyectada
❖ <b>Sig</b>	: p-valor de prueba (spss)
❖ <b>N</b>	: Número de Objetos
❖ <b> w </b>	: Velocidad normalizada
❖ <b>w<sub>GNM</sub></b>	: Velocidad normalizada GNM
❖ <b>pc</b>	: Parsec (50 radianes)

## Anexo N°4

### PRUEBA DE HIPÓTESIS

#### PRUEBAS PARAMÉTRICAS

Para definir una prueba paramétrica, las variables deben estar en su forma numérica; y, por lo menos, los valores de las variables deben tender a una distribución normal. A continuación, estudiaremos las posibles relaciones entre variables. Tomemos como ejemplo a las variables: distancia radial y la velocidad radial normalizada. Para ello, vamos a formular los pasos para la prueba de hipótesis correspondiente:

#### 1. Formulación de Hipótesis

- $H_0$ : No existe relación significativa entre  $|w|$  y la  $r_{rad}$
- $H_a$ : Existe relación significativa entre  $|w|$  y la  $r_{rad}$

#### 2. Nivel de significancia (Alfa)

$$\text{Alfa} = 0.01$$

#### 3. Valor de prueba (r ó rho)

La correlación de Pearson ( $r$ ) es una prueba paramétrica; cuyas variables están en forma numérica y cada una presentan distribución normal. Para ello, evaluaremos los supuestos que corresponde a esta prueba. En el primer supuesto se verifica si las variables estén en su forma numérica. Para ello voy a mi base de datos del SPSS. (ver figura E.1)

### Figura E.1

Forma numérica de las variables relacionadas en SPSS

<b> w </b>	<b>Distancia radial</b>
1,3365958	3,2349371
,0607262	3,5019041
2,5472036	4,3002122
4,0710004	3,4670070

Una vez comprobado el primer supuesto, se evalúa los supuestos de normalidad (K-S [ $n \geq 50$ ] y S-W [ $n < 50$ ]) a cada variable.

Del mismo modo que el caso anterior, primero se formuló los pasos para la prueba de hipótesis para la variable  $|w|$ .

#### a. Hipótesis

- $H_0$ : Las puntuaciones de  $|w|$  tienen distribución normal.
- $H_a$ : Las puntuaciones de  $|w|$  difieren de la distribución normal.

#### b. Nivel de significancia

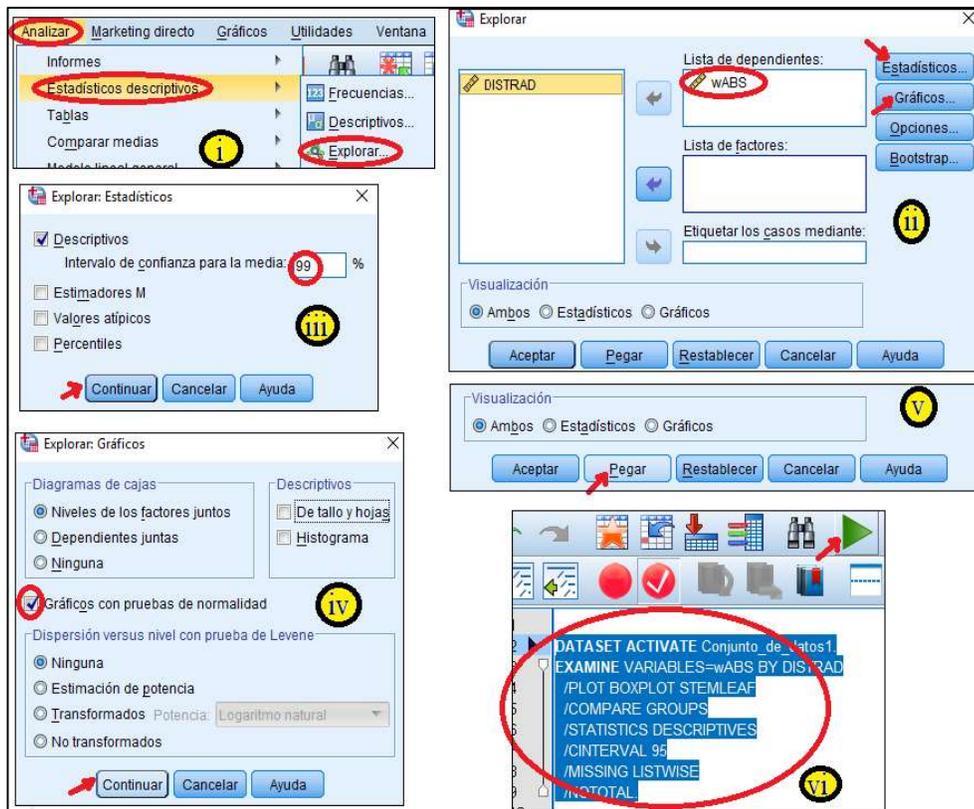
Alfa = 1%

#### c. Valor de la prueba (K-S ó S-W)

En el SPSS, vamos al menú analizar > estadísticos descriptivos > explorar. Luego, pasamos a las variables de interés del cuadrado blanco a la lista de variables dependientes. Seguidamente, se eligió la pestaña estadísticas y gráficos, respectivamente. Posteriormente, en la pestaña inferior, selecciono ambos y pegar. Por último, en la ventana de sintaxis, se seleccionó todo el texto y se ejecutó. (ver figura E.2)

**Figura E.2**

Pasos a seguir en las pruebas con normalidad



De esta manera, el SPSS me muestra estos resultados de manera automática y la prueba de K-S es la que cumple con el supuesto de normalidad (100 NPs).

**Figura E.3**

Pruebas con normalidad para la velocidad normalizada

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
wABS	,109	100	,005	,912	100	,000

Para la variable velocidad radial normalizada, el valor de K-S es 0.109 y el p valor (Sig.) es 0.005. (ver figura E.3)

**d. Comparación de p y Alfa**

$$p\text{-valor} = 0.05 < \alpha = 0.01$$

**e. Decisión**

Se rechaza  $H_0$

**f. Conclusión**

Al observar que se rechazó  $H_0$ , solo se cuenta con  $H_a$ .

“Las puntuaciones de  $|w|$  difiere de la distribución normal”

Siguiendo el mismo procedimiento que en el caso anterior, aplicamos la prueba de normalidad a la variable distancia radial. Para ello, los pasos a seguir son:

**a. Formulación de las hipótesis**

- $H_0$ : Las puntuaciones de distancia radial tienen distribución normal.
- $H_a$ : Las puntuaciones de distancia radial difieren de la distribución normal.

**b. Nivel de significancia**

$$\alpha = 1\%$$

**c. Valor de prueba**

$$K-S = 0.096 \quad \text{y} \quad p\text{ valor} = 0.002$$

**d. Comparación de p y alfa**

$$p\text{ valor} = 0.002 < \alpha = 0.01$$

**e. Decisión**

Rechazo  $H_0$

## f. Conclusión

“Las puntuaciones de la distancia radial difieren de la distribución normal”

Después de evaluar los supuestos de normalidad para ambas variables, vemos que ninguna de ellas cumple con los supuestos de normalidad; entonces, para este ejemplo no se aplica el coeficiente de correlación de Pearson y se reemplaza por el test de correlación de Spearman.

Para ello, en el SPSS, vamos al menú analizar > correlaciones > bivariadas. Luego, traslado las variables de interés al cuadrado de la izquierda. Seguidamente, selecciono el estadístico de Spearman; y click en el botón pegar. Automáticamente, en la ventana de sintaxis, seleccionamos la pestaña ejecutar. De este modo, el SPSS, nos presentó los resultados. Siendo la rho de Spearman 0.249 (valor positivo), el símbolo característico de este tipo de correlación entre la  $|w|$  y  $R_{rad}$ , donde una variable se cruza con ella misma; y un p-valor de 0.012. (ver figura E.5)

### Figura E.4

Prueba de Spearman para la velocidad radial normalizada y la distancia radial

			wABS	DISTRAD
Rho de Spearman	wABS	Coefficiente de correlación	1,000	,249*
		Sig. (bilateral)	.	,012
		N	100	100
	DISTRAD	Coefficiente de correlación	,249*	1,000
		Sig. (bilateral)	,012	.
		N	100	146

Por otro lado, el coeficiente de correlación lineal (Pérez H, 2008) para  $\rho=0.249$  se encuentra en el intervalo de (0.2, 0.4].

#### **4. Comparación p y alfa**

p valor=0.012 > Alfa = 0.01

#### **5. Decisión**

Acepto la hipótesis nula

#### **6. Conclusión**

“No existe relación significativa entre la velocidad radial normalizada y la distancia radial; a pesar de que exista relación baja y directa entre la velocidad radial normalizada y la distancia radial”.

Recalcando a lo anterior, para analizar si dos variables físicas poseen relación significativa; recurrimos a las pruebas estadísticas de bondad de ajuste (K-S ó S-W) que definen si las variables a relacionar poseen distribución normal (p-valor > 0.01); y a las pruebas de correlación (Pearson y Spearman) que presenta el grado de significación de las variables (p-valor < 0.01).

## Anexo N°5

### CÓDIGO PCA EN FORTRAN

```

PROGRAM COORD
CHARACTER ARQ1*5
CHARACTER NOME (900) *5
CHARACTER D4(900) *5,
TEMP2*5
INTEGER I, J, K, NUMEL
REAL *8 ALFAH (900), ALFAM
(900), ALFAS (900)
REAL *8 DELTAG (900), DELTAM
(900), DELTAS (900), AGE (900)
REAL *8 PI, L, R, D2(900), D3(900),
D5(900)
REAL *8 D6(900), D7(900), D8(900)
REAL *8 X1, Y1, X2(900), Y2(900),
D (900), DD (900)
REAL *8 E (900), N (900), TT (900)
REAL *8 A1(900), A2(900), A3(900),
B1(900), B2(900), B3(900)
PARAMETER (PI=3.141592654,
X1=1.39845379, Y1=-1.214749159)
PARAMETER(L=50)
PARAMETER(R=8.726E-4)
CALL GETARG (1, ARQ1)
OPEN (8, FILE=ARQ1, ERR=700)
READ(8,'(I5)', ERR=800, END=900)
NUMEL
IF (NUMEL.LE.900)
$THEN
DO 400, I=1, NUMEL
READ (8,50, ERR=800, END=900)
NOME(I), ALFAH(I), ALFAM(I),
ALFAS(I)
1, DELTAG(I), DELTAM(I),
DELTAS(I)
50 FORMAT (A4,2X, F2.0,2X,
F2.0,2X, F4.1,3X, F3.0,2X, F2.0,2X,
F2.0)
WRITE (*, *) ALFAH(I), ALFAM(I),
ALFAS(I)
WRITE (*, *) DELTAG(I),
DELTAM(I), DELTAS(I)
X2(I)=(ALFAH(I)+ALFAM(I)/60+ALF
AS(I)/3600) *15*PI/180
Y2(I)=(DELTAG(I)+DSIGN(DELTAM(I),
DELTAS(I))/60
1 +DSIGN(DELTAS(I),
DELTAG(I))/3600) *PI/180
TT(I)=SIN(Y1) +COS(Y1)
*COS(X2(I)-X1) /TAN(Y2(I))
E(I)=(SIN(X2(I)-X1) /TAN(Y2(I)))
/TT(I)
N(I)=(COS(Y1)-SIN(Y1)
*COS(X2(I)-X1) /TAN(Y2(I))) /TT(I)
D(I)=(E(I)**2+N(I)**2) **0.5
DD(I)=L*D(I)
WRITE (*, *) DD(I), I
D2(I)=X2(I)*180/(PI*15)
D3(I)=Y2(I)*180/PI
D4(I)=NOME(I)
D5(I)=AGE(I)
D6(I)=E(I)
D7(I)=N(I)
D8(I)=DD(I)
400 CONTINUE
DO 410, PAS=1, NUMEL-1
INDMIN = PAS
DO 420, J=PAS+1, NUMEL
IF (D2(J). LT. D2(INDMIN))
INDMIN=J
420 CONTINUE
IF (INDMIN.NE.PAS)
$ THEN
TEMP = D2(PAS)
D2(PAS)=D2(INDMIN)
D2(INDMIN)=TEMP
TEMP1 = D3(PAS)
D3(PAS)=D3(INDMIN)
D3(INDMIN)=TEMP1

```

```

TEMP2 = D4(PAS)
D4(PAS)=D4(INDMIN)
D4(INDMIN)=TEMP2
TEMP3 = D5(PAS)
D5(PAS)=D5(INDMIN)
D5(INDMIN)=TEMP3
TEMP4 = D6(PAS)
D6(PAS)=D6(INDMIN)
D6(INDMIN)=TEMP4
TEMP5 = D7(PAS)
D7(PAS)=D7(INDMIN)
D7(INDMIN)=TEMP5
TEMP6 = D8(PAS)
D8(PAS)=D8(INDMIN)
D8(INDMIN)=TEMP6
ENDIF
410 CONTINUE
DO 500, K=1, NUMEL
500 CONTINUE
DO 510, J=1, NUMEL
A1(J)=INT(D2(J))
A2(J)=((D2(J)-A1(J)) *60)
A3(J)=0
B1(J)=INT(D3(J))
B2(J)=ABS((D3(J)-B1(J)) *60)
B3(J)=0
510 CONTINUE
CLOSE (8)
write (6,'(4X)')
write (6,'(27("#")," COORD
version 95  ",27("#"))')

```

```

write (6,'(27("#")," 1995 R. CARLOS
REYES ",27("#"))')
write
(6,'(3X,"N",2X,"NAME",2X,"(h)",2X,"
(m)",4X,"(o)"
$,2X,"(
)",3X,"Age(yr)",3X,"X",8X,"Y",8X,
$"D(Kpc)",2X,"R")')
DO 600, K=1, NUMEL
WRITE (6,70) K, D4(K), A1(K),
A2(K), B1(K), B2(K), D5(K), D6(K),
D7(K), D8(K), R
70 FORMAT (I4, A4,4X, F3.0,2X,
F4.1,3X, F4.0,2X, F3.0,2X, F6.2,2X,
F7.3,
$2X, F7.3,2X, F7.3,2X, E9.3)
600 CONTINUE
ELSE
WRITE (6, *) 'NUMERO MUY
GRANDE DE ELEMENTOS'
ENDIF
GO TO 999
700 WRITE (6, *) 'COORD: error en
la abertura del archivo de datos...'
GO TO 999
800 WRITE (6, *) 'COORD: error en
la lectura del archivo de datos...'
GO TO 999
900 WRITE (6, *) 'COORD: fin del
archivo de datos...'
STOP
999 END

```