

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN



INFORME FINAL DE INVESTIGACIÓN

“EL SOFTWARE GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA
DIDÁCTICA EN EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN
LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA I DE LA FACULTAD
DE INGENIERÍA QUÍMICA DE LA UNAC”

AUTOR

SANTOS PANTALEÓN RODRIGUEZ CHUQUIMANGO

Callao, 2023

PERÚ

A la memoria de una gran amiga, Lic. Doris Judith Meléndez Gil por su participación en el trabajo de investigación como docente del grupo de control.

INDICE

TABLAS DE CONTENIDO	5
TABLA DE FIGURAS	7
RESUMEN	8
ABSTRACT	9
INTRODUCCIÓN	10
I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	11
1.1. Descripción de la realidad problemática.....	11
1.2. Formulación del problema.....	12
1.2.1. Problema general	13
1.2.2. Problemas específicos	13
1.3. Objetivos	13
1.3.1. Objetivo general	14
1.3.2. Objetivos específicos.....	14
1.4. Limitantes de la investigación	14
II. MARCO TEÓRICO.....	16
2.1. Antecedentes	16
2.1.1. Antecedentes internacionales.....	16
2.1.2. Antecedentes nacionales.....	19
2.2. Bases teóricas	20
2.2.1. El software GeoGebra	20
2.2.2. Aprendizaje de la Derivada.....	21
2.2.3. Uso de la derivada.....	21
2.3. Conceptual.....	23
2.3.1. Uso del Geogebra	23

2.3.2. Definición de la derivada en un punto.....	23
2.3.3. La derivada como pendiente de la recta tangente	24
2.3.4. La derivada como razón de cambio.....	25
2.3.5. Aplicaciones de la derivada.....	26
2.4. Definición de términos básicos.....	27
2.4.1. GeoGebra	27
2.4.2. Didáctica de la matemática.....	27
2.4.3. Diseño cuasiexperimental.....	28
III. HIPÓTESIS Y VARIABLES.....	29
3.1. Hipótesis	29
3.1.1. Hipótesis general.....	29
3.1.2. Hipótesis específicas.....	29
3.2. Definición conceptual de variables.....	29
3.2.1. Operacionalización de variable dependiente	30
IV. METODOLOGÍA DEL PROYECTO.....	31
4.1. Diseño metodológico.....	31
4.2. Método de investigación.	31
4.3. Población y muestra	31
4.4. Lugar de estudio y periodo desarrollado	31
4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información.....	31
4.5.1. Prueba piloto 1	32
4.5.2. Prueba piloto 2	33
4.6. Análisis y procesamiento de datos.....	34
4.7. Aspectos éticos en la investigación.....	34

V.	RESULTADOS	35
5.1.	Resultados descriptivos	35
5.1.1.	Resultados del pre test: hipótesis específica 1	35
5.1.2.	Resultados del pre test: hipótesis específica 2	36
5.1.3.	Resultados del pre test: hipótesis específica 3	37
5.1.4.	Resultados descriptivos del pos test hipótesis específica 1	39
5.1.5.	Resultados descriptivos del pos test hipótesis específica 2	40
5.1.6.	Resultados descriptivos hipótesis específica 3	41
5.2.	Resultados inferenciales	41
5.2.1.	Prueba de normalidad del pre y pos test	42
5.2.2.	Independencia entre la covariable y la variable grupos	43
5.2.3.	Homogeneidad de las pendientes de regresión	44
5.3.	Simulación de muestreo.....	46
5.3.1.	Simulación de muestreo para hipótesis específica 1	47
5.3.2.	Simulación de muestreo para hipótesis específica 2	48
5.3.3.	Simulación de muestreo para hipótesis específica 3	50
5.3.4.	Simulación de muestreo de la hipótesis general	52
VI.	DISCUSIÓN DE RESULTADOS	54
6.1.	Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados	54
6.2.	Contrastación de los resultados con otros estudios similares	54
6.3.	Responsabilidad ética de acuerdo a los reglamentos vigentes	55
VII.	CONCLUSIONES.....	56
VIII.	RECOMENDACIONES	57
IX.	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	58
X.	ANEXOS	62

Anexo 1: Matriz de Consistencia	62
Anexo 2. INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS	63
Anexo 3. Base de datos	66

TABLAS DE CONTENIDO

Tabla 1. Operacionalización de la Variable Dependiente	30
Tabla 2. Alfa de Cronbach de la prueba piloto 1	32
Tabla 3. Análisis de consistencia prueba piloto1	32
Tabla 4. Alfa de Cronbach de la prueba piloto 2	33
Tabla 5. Análisis de consistencia prueba piloto 2	33
Tabla 6. Capacidad de entender el significado geométrico de la derivada	35
Tabla 7. Capacidad de entender la derivada como razón de cambio	36
Tabla 8. Capacidad de aplicar la derivada en el gráfico de funciones	38
Tabla 9. Capacidad de entender el significado geométrico de la derivada	39
Tabla 10. Capacidad de entender la derivada como razón de cambio	40
Tabla 11. Capacidad de aplicar la derivada en el gráfico de funciones	41
Tabla 12. Prueba de normalidad de los datos	42
Tabla 13. Prueba de normalidad para los residuos	43
Tabla 14. ANOVA de un factor entre la covariable y la variable grupo	44
Tabla 15. Interacción entre el pre test y el pos test	45
Tabla 16. Interacción entre las variables pre1 y el pos1	45
Tabla 17. Interacción entre el pre2 y el pos2	46
Tabla 18. Interacción entre las variables pre3 y el pos3	46
Tabla 19. Comparación de medias para la hipótesis específica1	47
Tabla 20. Simulación de muestro para la hipótesis específica 1	48
Tabla 21. Medias marginales estimadas hipótesis específica 1	48
Tabla 22. Comparación de medias para la hipótesis específica 2	49
Tabla 23. Simulación de muestro para la hipótesis específica 2	49
Tabla 24. Medias marginales estimadas hipótesis específica 2	50
Tabla 25. Comparación de medias para la hipótesis específica 3	50

Tabla 26. Simulación de muestro para la hipótesis específica 3	51
Tabla 27. Medias marginales estimadas hipótesis específica 3	51
Tabla 28. Comparación de medias para la hipótesis general	52
Tabla 29. Simulación de muestreo hipótesis general	52
Tabla 30. Medias marginales estimadas hipótesis general	53

TABLA DE FIGURAS

Figura 1. La derivada como pendiente de la recta tangente	24
Figura 2. La derivada como pendiente de la recta tangente en un punto	25
Figura 3. Gráfica de una función y su derivada de primer orden	26
Figura 4. Gráfica de una función y su derivada de segundo orden	27
Figura 5. Frecuencia: Capacidad de entender el significado geométrico de la derivada	36
Figura 6. Frecuencia: capacidad de entender la derivada como razón de cambio	37
Figura 7. Frecuencia: Capacidad de aplicar la derivada en gráfico de funciones	38
Figura 8. Frecuencia: Capacidad de entender el significado geométrico de la derivada (Pos test)	36
Figura 9. Frecuencia: Capacidad de entender la derivada como razón de cambio (Pos test)	37
Figura 10. Frecuencia: Capacidad de aplicar la derivada en el gráfico de funciones (Pos test)	41

RESUMEN

El trabajo de investigación titulado El Software GeoGebra como herramienta didáctica en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC, tiene por objetivo mostrar la utilidad del Software GeoGebra como herramienta didáctica en el aprendizaje de la derivada, a fin de conseguir en los estudiantes de Matemática I de la Universidad Nacional del Callao un aprendizaje significativo medido en la capacidad de reconocer el significado geométrico de la derivada, así mismo, en la capacidad de comprensión del concepto de derivada como razón de cambio, y en la capacidad de usar la derivada en graficar funciones indicando máximos, mínimos y puntos de inflexión.

Se trata de una investigación de diseño cuasi experimental con un enfoque cuantitativo, teniéndose un grupo de control y un grupo experimental. El grupo experimental recibe el tratamiento de usar el software GeoGebra en el aprendizaje de la derivada, mientras que el grupo de control no. El instrumento de evaluación, el Pre test, fue aplicado antes del tratamiento. Luego se aplicó el pos test, para finalmente analizar los resultados.

Para el análisis descriptivo e inferencial de los datos usamos el software SPSS, al hacer el análisis de los resultados del pre y pos test, se observó una considerable cantidad de estudiantes que tienen un buen desempeño en el pre test, lo que nos llevó a considerar el pre test como una covariable, se hizo el análisis de covarianza (ANCOVA) a fin de determinar la incidencia de la covariable en el pos test. Los resultados descriptivos muestran que hay una relación positiva entre el uso del software GeoGebra y el aprendizaje de los estudiantes del curso de matemática I de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

Palabra Clave: GeoGebra, enseñanza de matemáticas, ANCOVA.

ABSTRACT

The research work entitled The GeoGebra Software as a didactic tool in the learning of the derivative in the students of mathematics I of the Faculty of Chemical Engineering of the UNAC, aims to show the utility of the GeoGebra Software as a didactic tool in the learning of the derivative, in order to achieve in the students of Mathematics I of the National University of Callao a significant learning measured in the ability to recognize the geometric meaning of the derivative, likewise, in the ability to understand the concept of derivative as a rate of change , and in the ability to use the derivative to graph functions indicating maximum, minimum, and inflection points.

It is a quasi-experimental research design with a quantitative approach, having a control group and an experimental group. The experimental group receives the treatment of using the GeoGebra software in learning the derivative, while the control group does not. The evaluation instrument, the Pretest, was applied before the treatment. Then the post test was applied, to finally analyze the results.

For the descriptive and inferential analysis of the data we use the SPSS software, when analyzing the results of the pre and post test, a considerable number of students who perform well in the pre test was observed, which led us to consider the pretest as a covariate, the analysis of covariance (ANCOVA) was performed in order to determine the incidence of the covariate in the posttest. The descriptive results show that there is a positive relationship between the use of the GeoGebra software and the learning of the students of the Mathematics I course of the Chemical Engineering Faculty of the UNAC.

Key Word: GeoGebra, mathematics teaching, ANCOVA.

INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación titulado El Software GeoGebra como herramienta didáctica en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC, tuvo por objetivo mostrar la utilidad del Software Geogebra como herramienta didáctica en el aprendizaje de la derivada, a fin de conseguir en los estudiantes de Matemática I de la Universidad Nacional del Callao un aprendizaje significativo medido en la capacidad de reconocer el significado geométrico de la derivada, así mismo, en la capacidad de comprensión del concepto de derivada como razón de cambio, y en la capacidad de graficar funciones indicando máximos, mínimos y puntos de inflexión.

Se trata de una investigación básica de diseño cuasi experimental con un enfoque cuantitativo, teniéndose un grupo de control y un grupo experimental. El grupo experimental recibe el tratamiento de usar el software Geogebra en el aprendizaje de la derivada, mientras que el grupo de control no. El instrumento de evaluación, el Pre test, fue aplicado antes del tratamiento. Luego se aplicó el pos test, para finalmente analizar los resultados.

Para el análisis descriptivo e inferencial de los datos usamos el software SPSS, al hacer el análisis de los resultados del pre test, se observó una considerable cantidad de estudiantes que están en el nivel de en progreso y alcanzado en cuanto al conocimiento de la derivada, lo que nos llevó a considerar el pre test como una covariable, se hizo el análisis de covarianza (ANCOVA) a fin de determinar la incidencia de la covariable en el pos test. Como no se cumplen todos los pre requisitos para aplicar el ANCOVA directamente, se hizo una simulación de muestreo para corregir el posible efecto de la covariable, se demostró que la covariable pre test tuvo incidencia significativa en los resultados del pos test. Los resultados descriptivos muestran que el uso del software Geogebra tienen una incidencia positiva en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la realidad problemática

El aprendizaje mediante el uso de herramientas didácticas se vuelve necesario y esencial aplicarlo en la metodología de enseñanza. Las diferentes herramientas tecnológicas que se pueden utilizar representan un sustento material de los paradigmas modernos asociados a la educación, consideradas por los docentes como herramientas didácticas, esto debido a sus características de multimedia, asincrónico e interactividad, lo cual favorece la motivación, atención, el trabajo en equipo y colaborativo, así como el aprendizaje autónomo y continuo (Granda et al., 2019).

Comúnmente se les conoce a las herramientas digitales como TIC. Las TIC tienen un gran potencial para desarrollar un nivel de inteligencia óptimo en los estudiantes, sin embargo, las TIC se consideran como una herramienta, no como una solución (Gutiérrez et al., 2012).

Por otro lado, el pensamiento computacional (CT) es una habilidad esencial para todos en un mundo cada vez más orientado a la informática, así pues, existen esfuerzos globales para fomentar el pensamiento computacional en la educación en diferentes áreas, donde una de ellas es las matemáticas. En más de una década, la investigación de pensamiento computacional está evolucionando y se enfoca en elementos específicos, los cuales permiten tener una mejora continua en el aprendizaje (Borkulo et al., 2021). Así pues, la tecnología informática se está utilizando cada vez más como recurso de enseñanza y aprendizaje, y la importancia de las herramientas informáticas ha sido reconocida durante mucho tiempo por los sistemas educativos en muchos países (Gökçe & Güner, 2022).

En el presente trabajo de investigación se propone el uso de la herramienta GeoGebra que es una de las fuentes de tecnología más comunes (Gökçe & Güner, 2022). La literatura muestra que el uso de las herramientas TIC como software, internet, video y multimedia y otras herramientas como GeoGebra respalda el cambio del paradigma tradicional de enseñanza a la nueva enseñanza y

aprendizaje (Mukagihana et al., 2021a; Safdar et al., 2011). El software GeoGebra como herramienta TIC se utiliza para mejorar las formas teóricas y prácticas de enseñar y aprender aritmética, álgebra, cálculo y geometría, lo que resulta en un mejor desempeño y comprensión conceptual de los estudiantes de matemáticas (Keong et al., 2005). Por esto, luego de una observación de diferentes investigaciones, se tiene que, la efectividad de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas es asertiva pues GeoGebra contribuye a mejorar la comprensión de los estudiantes sobre los conceptos matemáticos y mejora el interés de los estudiantes por aprender matemáticas (Uwurukundo et al. 2020).

En la presente investigación se busca analizar cómo el uso del GeoGebra permite mejorar el aprendizaje respecto de la derivada como razón de cambio, como pendiente de la recta tangente a la curva en un punto y el uso de la derivada en gráfica de funciones. Para esto se aplicará un diseño cuasiexperimental, ante esto se tiene que, “los diseños cuasiexperimentales son esquemas de investigación no aleatorias. Dado la no aleatorización, no es posible establecer de forma exacta la equivalencia inicial de los grupos, como ocurre en los diseños experimentales” (Bono, n.d.). Así también, se tiene que, “los cuasiexperimentos son como experimentos de asignación aleatoria en todos los aspectos, excepto en que no se puede presumir que los diversos grupos de tratamiento sean inicialmente equivalentes dentro de los límites del error muestral” (Cook & Campbell, 1986, p. 142)

1.2. Formulación del problema

En la presente investigación se ha planteado el problema existente en lo que respecta a la enseñanza y aprendizaje de las derivadas utilizando el software GeoGebra. Para ello se han analizado diferentes investigaciones mediante artículos arbitrados e indexados en revistas de alto impacto científico a nivel nacional e internacional y se ha llegado a establecer el análisis donde se mide la relación que puede existir entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao.

Así también, se tiene que, en un mundo gobernado por la virtualidad y la mejora tecnológica, es necesario poder afrontar las nuevas formas de enseñanza y aprendizaje, las cuales vienen dadas por el uso de plataformas digitales dotadas de algoritmos los cuales permiten llegar a un procedimiento más eficiente en cuanto a la solución de problemas asociados a las derivadas y al uso del GeoGebra para dicha solución. En base a esto, se identifica la oportunidad para realizar la presente investigación y determinar la relación entre el uso del GeoGebra y el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de Matemática I.

1.2.1. Problema general

¿Cuál es la relación del uso del GeoGebra como herramienta didáctica con el aprendizaje de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC?

1.2.2. Problemas específicos

- 1) ¿Cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de entender el significado geométrico de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC?
- 2) ¿Cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de entender la derivada como razón de cambio en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC?
- 3) ¿Cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de aplicar la derivada en gráfica de funciones en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC?

1.3. Objetivos

Los objetivos que se buscan con el presente trabajo están relacionados directamente con los problemas generales y específicos, los cuales vienen a ser los siguientes:

1.3.1. Objetivo general

Determinar cuál es la relación del uso del GeoGebra como herramienta didáctica con el aprendizaje de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.

1.3.2. Objetivos específicos

- 1) Establecer cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de entender el significado geométrico de la derivada de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.
- 2) Establecer cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de entender la derivada como razón de cambio en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.
- 3) Establecer cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de aplicar la derivada en gráfica de funciones en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.

1.4. Limitantes de la investigación

Limitante teórica

Como limitante teórica se tiene la no muy abundante información sobre el tema en específico, pues se tienen investigaciones relacionadas al uso del GeoGebra con aplicaciones a áreas de la Matemática y otras ciencias, mas no se tiene información respecto del uso del GeoGebra y su impacto en el aprendizaje de la derivada, de ahí también el incentivo para realizar la presente investigación.

Limitante temporal

Como limitante temporal se tiene que la presente investigación será aplicada en un periodo de tiempo determinado, para esto, se tiene que, el periodo de aplicación será en el semestre académico 2022-A, analizando los resultados obtenidos del grupo experimental y contrastados con el grupo de control.

Limitante espacial

Dada la coyuntura actual respecto de la pandemia y la virtualidad obligada dentro de la enseñanza universitaria, se tiene que, a pesar de la facilidad de difundir un instrumento de investigación, se asume como una limitante espacial el poder aplicar la investigación solo a un grupo experimental que está compuesta por los alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao, esto, debido al acceso que se tiene al grupo experimental y de control.

II. MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

En el presente apartado se presentan los antecedentes de ámbito internacional y nacional que han aportado en la realización de la presente investigación.

2.1.1. Antecedentes internacionales

Bokulo, et al. (2021) en su investigación titulada Pensamiento computacional en el aula de matemáticas: fomentar el pensamiento algorítmico y las habilidades de generalización mediante el uso de software de matemáticas dinámicas, muestran que hay cada vez más llamados a los profesores de matemáticas para que fomenten las habilidades de pensamiento computacional (PC) en sus lecciones y las alineen con los currículos existentes y las políticas educativas nacionales. El pensamiento algorítmico y la generalización son dos elementos clave del pensamiento computacional que a menudo están sub representados en las lecciones de matemáticas tradicionales. Este estudio investigó cómo abordar los aspectos del pensamiento algorítmico y generalización en las lecciones de cálculo utilizando el software de matemáticas dinámicas GeoGebra. Se evaluó la intervención en un aula de 15 alumnos en los Países Bajos a través del análisis de los libros de trabajo de los alumnos, archivos, entrevistas y el libro de registro del profesor. Los hallazgos sugieren que la intervención fue vista favorablemente tanto por el docente como por los estudiantes, y que su experiencia de aprendizaje y enseñanza fue altamente satisfactoria. Los desafíos más comunes para completar con éxito el material diseñado incluyeron problemas relacionados con familiarizarse con GeoGebra, la sintaxis y el uso efectivo de instrucciones condicionales. Finalmente, se informa sobre la experiencia de aprendizaje y enseñanza y se discuten estrategias para abordar los aspectos del pensamiento algorítmico y generalización para los maestros que desean abordar dichos aspectos del pensamiento computacional en las lecciones de matemáticas.

Gökçe & Güner (2022) mediante su estudio titulado Dinámica del ecosistema GeoGebra en la educación matemática tuvieron como propósito investigar las

tendencias de los estudios relacionados con GeoGebra. Se enfocaron en los artículos publicados entre 2009 y 2021 y existentes en la base de datos Web of Science. El análisis bibliométrico de los artículos relacionados con GeoGebra expuso una estructura de cuatro clusters según el grado de relación entre los términos que reflejan los artículos. Los grupos se identificaron como anatomía del alumno (el uso de GeoGebra para mejorar el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes), análisis de la enseñanza (el papel de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas), enfoque tecnológico (los problemas tecnológicos y de procedimiento) y extensión conceptual (los intentos que consideran la características de GeoGebra, temas matemáticos y habilidades). Este estudio ofreció evidencia para mostrar tendencias y prácticas en estudios relacionados con GeoGebra, así como para aclarar sus relaciones con otros conceptos. La investigación sobre la dinámica de GeoGebra ayudará a los investigadores, profesores, estudiantes y legisladores a comprender mejor las áreas que necesitan más investigación, así como a planificar estudios futuros.

Sangwin (2007) en su investigación titulada Una breve revisión de GeoGebra: matemáticas dinámicas plantea un análisis sobre el paquete GeoGebra, creación de Markus Hohenwarter, que une geometría, álgebra y cálculo. Por un lado, GeoGebra es un sistema de geometría dinámica en el que se trabaja con puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas. Por otra parte, se pueden introducir ecuaciones y coordenadas directamente. Las funciones pueden definirse algebraicamente y luego cambiarse dinámicamente. GeoGebra tiene un CAS (Computer Algebra System) simple en segundo plano que tiene la capacidad de manejar variables para números, vectores y puntos, encontrar derivadas e integrales de funciones y ofrece comandos como Root o Extremum. Estas dos vistas son características de GeoGebra: una expresión en la ventana de álgebra corresponde a un objeto en la ventana de geometría y viceversa. Aunque GeoGebra ha sido diseñado para la educación en las escuelas secundarias, ciertamente tiene usos en la educación superior para demostraciones en conferencias o para que los estudiantes lo utilicen en la exploración de funciones, gráficos, etc.

Sulije (2005) en su estudio titulado GeoGebra: El primer software de geometría dinámica en lengua croata plantea que, dicho software, al igual que otros programas de geometría dinámica, construye puntos, vectores, longitudes, direcciones, rayos, polígonos, cónicas y dibuja gráficos de funciones, sus extremos y puntos cero, tangentes y derivadas. Por otro lado, los parámetros, ecuaciones, coordenadas y comandos se pueden ingresar directamente y cuando los cambiamos, este cambio es seguido por todos los objetos geométricos construidos dependientes con sus propiedades definidas y descripciones algebraicas. Estos dos enfoques son características de GeoGebra: una expresión en una ventana de álgebra corresponde a un objeto en una ventana de geometría y viceversa. La idea del autor era combinar las capacidades de las calculadoras gráficas, el software de geometría dinámica y los programas para álgebras como Maple y Derivatives.

Sagesse, et al. (2021) en su investigación titulada Efecto del software GeoGebra en el rendimiento de estudiantes de secundaria en geometría 3-D implementan el software GeoGebra en las escuelas secundarias de Ruanda para verificar su efectividad durante la enseñanza y el aprendizaje de conceptos de geometría. Utilizaron el diseño cuasiexperimental y se seleccionaron intencionalmente cuatro escuelas. Dos escuelas eran de la Provincia del Norte, mientras que las otras dos fueron seleccionadas de la ciudad de Kigali. Se diseñó una prueba basada en geometría compuesta por 15 preguntas abiertas para evaluar el efecto de la enseñanza antes y después de aprender geometría. El estudio se realizó desde diciembre de 2020 hasta junio de 2021 con 87 estudiantes. Dos escuelas fueron asignadas como control y las otras dos como grupos experimentales. Cada grupo comprendía una escuela de Kigali y otra de la Provincia del Norte. Se analizaron los datos usando SPSS y se calculó el análisis de varianza multivariado. Se encontró que los estudiantes que aprendieron con GeoGebra superaron a los que aprendieron sin GeoGebra ($M=77.68\%$ y $SD=14.13$ versus $M=56.78\%$ y $SD=15.77$, con $p<.001$ y $d=.254$). También se encontró que la cantidad de estudiantes que pudieron realizar cada una de las 15 preguntas aumentó drásticamente debido al potencial de GeoGebra. El estudio recomienda el uso de GeoGebra en todas las actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

2.1.2. Antecedentes nacionales

Córdova (2020) en su investigación titulada Aplicación del GeoGebra y su influencia en los métodos de solución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de secundaria se buscó determinar la influencia del uso del GeoGebra en el entendimiento de métodos de resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales en el proceso de aprendizaje. Para esto desarrollaron un estudio con los alumnos de 5to grado de educación secundaria de la Institución “Leoncio Prado” bajo un enfoque del tipo cuantitativo basados en un diseño cuasiexperimental. Los resultados mostraron que el promedio de puntuación en el grupo experimental fue de 15.64 y en el grupo de control de 13.25, mostrando una relación directa y significativa entre el uso del GeoGebra y el aprendizaje y resolución de problemas de sistema de ecuaciones lineales.

Díaz, et al. (2018) en su trabajo titulado Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima evaluaron los efectos del uso del software GeoGebra en la enseñanza de la geometría con estudiantes del nivel secundario en el desarrollo de las capacidades para el razonamiento y demostración, la comunicación matemática y la resolución de problemas. El problema de estudio se planteó basados en la creciente demanda por el uso de programas digitales orientados a la mejora continua de los estudiantes, así también, el estudio se planteó mediante el método cuasiexperimental, teniendo un grupo de control y un grupo experimental. Los resultados sugieren que el uso del software GeoGebra tuvo efectos positivos, fortaleciendo las capacidades de los estudiantes, mejorando los resultados de forma significativa y elevándolos a niveles altos.

Flores (2017) en su investigación titulada Efectos del programa GeoGebra en las capacidades del área de Matemática de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Rafael Belaunde Diez Canseco – Callao, 2016 presentó como propósito el poder demostrar que los efectos del uso del programa GeoGebra influye en las capacidades del área de Matemática en los estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa Rafael

Belaunde Diez Canseco. Para esto, empleó el método hipotético deductivo de diseño cuasiexperimental, longitudinal. Se concluyó en que los efectos del programa GeoGebra influye en las capacidades de los alumnos en el área de las Matemáticas.

Catunta (2015) en su trabajo titulado Aplicación de una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la visualización en el contenido de ecuación de la recta propuso una alternativa interactiva para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la ecuación de la recta en una muestra compuesta por estudiantes de quinto grado de secundaria de la institución educativa Miguel Cortés, para esto se aplicó una metodología basada en estrategias que involucraron el uso del GeoGebra para desarrollar la capacidad de visualización en el área de las matemáticas. Así también, el estudio se ajustó al paradigma socio crítico, la metodología aplicada fue cualitativa y la línea de investigación fueron las prácticas de enseñanza mediante la investigación-acción.

Guevara (2021) en su investigación titulada GeoGebra en el desarrollo de competencias matemáticas, en estudiantes de la Institución Educativa Santa Edelmira, Víctor Larco 2021 presentó un estudio que tuvo como propósito el poder demostrar la manera en que el software GeoGebra influye en el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del quinto año de secundaria de la Institución. Se aplicó un diseño de investigación cuasiexperimental usando un grupo de control y uno experimental, el resultado fue que se evidencia una influencia altamente significativa del software GeoGebra en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes, evidenciando así la importancia del uso del software para la mejora continua en el aprendizaje de los beneficiarios.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. El software GeoGebra

GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas que se usa para lecciones de geometría, álgebra, estadística y cálculo en la educación primaria, secundaria y superior y se puede descargar o usar en línea de forma gratuita en geogebra.org

(Van Borkulo et al., 2021; Sangwin, 2007). Además, se cree que la difusión de GeoGebra se ve favorecida por el hecho de que se ha traducido a varios idiomas. Así pues, se tiene que, la creciente popularidad de GeoGebra se basa en su extensa estructura matemática, interfaz que une geometría, álgebra y dibujos dinámicos (Sulje, 2005).

Diversos autores consideran el software GeoGebra como un programa de gran ayuda para el aprendizaje de las matemáticas. Ante esto se tiene que, la posibilidad de usar el software GeoGebra da la oportunidad de que los estudiantes puedan reacomodar sus saberes e incorporen conceptos nuevos para resolver problemas (López, 2010). Así también, se tiene que, GeoGebra es un programa de software de matemáticas educativas que conceptualiza y utiliza matemáticas dinámicas y se usa con frecuencia como una herramienta de aprendizaje y enseñanza desde la escuela secundaria hasta el nivel terciario (postsecundario) (Hohenwater, 2007).

2.2.2. Aprendizaje de la Derivada

El aprendizaje de la derivada como concepto matemático debe llevarse a cabo con la ayuda de los diferentes registros de representación semiótica en que deben ser presentados los conceptos matemáticos: Lenguaje natural, lenguaje algebraico, lenguaje gráfico. El software matemático Geogebra permite dicha presentación con la creación de deslizadores que permiten una presentación dinámica del concepto.

2.2.3. Uso de la derivada

En esta investigación se plantea el uso del GeoGebra como herramienta dinámica para la enseñanza y aprendizaje de la derivada.

La derivada de una función es la razón de cambio de una variable, de forma gráfica es la tangente a la curva en un punto. Así la velocidad de un móvil es la distancia recorrida respecto al tiempo; en el caso del hombre si la meta es que cambie el peso, ésta es la única variable que cambia, no así las otras consideradas (si por bajar de peso hace dieta hecho que incide en su peso, no así en su talle), en consecuencia, ésta es una derivada. (Castañeta et al., 2014, p. 68)

El uso de la derivada se aplica para diferentes campos tanto en las matemáticas como en otras ciencias, dentro de las cuales se tienen las ciencias económicas, administrativas, entre otras, así como en las aulas de Ingeniería como la de Ingeniería Química que representa la muestra objetivo de la presente investigación.

Así también, se utiliza la derivada para otras aplicaciones, tales como el cálculo de máximos y mínimos, ante esto se tiene que, el problema fundamental relacionado al uso de funciones para modelar problemas consiste en poder calcular los valores de una variable independiente para los cuales, la función toma un valor que puede considerarse como máximo o mínimo de dicha función en un determinado contexto. En este caso, este problema de optimización puede ser resuelto mediante el uso de la derivada de la función.

En el presente trabajo se usa el software para el aprendizaje de la derivada como razón de cambio, para esto se busca realizar un análisis en cuanto a la habilidad que pueda generar el estudiante, con la intención de buscar el proceso cognitivo donde dicho estudiante pueda relacionar los cambios con el concepto empírico de la derivada de una función, teniendo en cuenta que el objeto de estudio está asociado al concepto de la derivada, a la razón de cambio y a cómo el estudiante interpreta el resultado bajo un contexto lógico (González et al., 2016).

Así también, el uso de la derivada se verá en el estudio de la derivada como pendiente de la recta tangente a la curva en un punto, pues en el caso de análisis de funciones continuas en un punto, o en un intervalo, se puede usar el concepto de recta tangente para poder estudiar el comportamiento de la función (Barrios, 2017); así como otras aplicaciones que se le puede dar mediante la derivada como pendiente de la recta tangente.

Otra aplicación que se busca analizar e investigar en el presente trabajo es la derivada en gráfica de funciones, ante esto se tiene que, el concepto de derivada se crea como un concepto dinámico o de movimiento, sin embargo, desde un punto de vista analítico, la derivada de una función nos permite obtener las propiedades fundamentales de esa función, para esto se puede analizar el comportamiento de la función mediante gráficas utilizando la derivada para ello.

2.3. Conceptual

2.3.1. Uso del Geogebra

GeoGebra se presentó por primera vez en el currículo escolar, pero luego se amplió para incluir disciplinas como geometría, álgebra y cálculo a nivel universitario. GeoGebra es un programa de software diseñado tanto para la enseñanza como para el aprendizaje, cuyo primer y principal objetivo es hacer que los conceptos matemáticos sean más claros y fáciles de comprender para los estudiantes. Está diseñado para permitir la enseñanza proactiva y, por lo tanto, puede utilizarse para centrarse en la resolución de problemas y ayudar con el desarrollo de experimentos matemáticos y la introducción de conceptos tanto en entornos de clase presenciales como remotos. Con este programa, los alumnos pueden crear sus propios problemas de muestra y luego resolver dichos problemas utilizando esquemas matemáticos e investigaciones vitales. De esta manera, se le brinda al estudiante una vía adecuada para una exploración adecuada, flexible y respaldada. Esto da como resultado un aprendizaje de los estudiantes que no se basa en información entregada con cuchara, sino en la independencia del alumno cuando utiliza y perfecciona sus habilidades matemáticas (Ziatdinov & Valles, 2022).

2.3.2. Definición de la derivada en un punto

La derivada de f en x viene dada por

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Siempre que este límite exista.

El proceso de hallar la derivada de una función se llama derivación. Una función es derivable en x si su derivada en x existe, y derivable en un intervalo abierto $\langle a, b \rangle$ si es derivable en todos y cada uno de los puntos de ese intervalo.

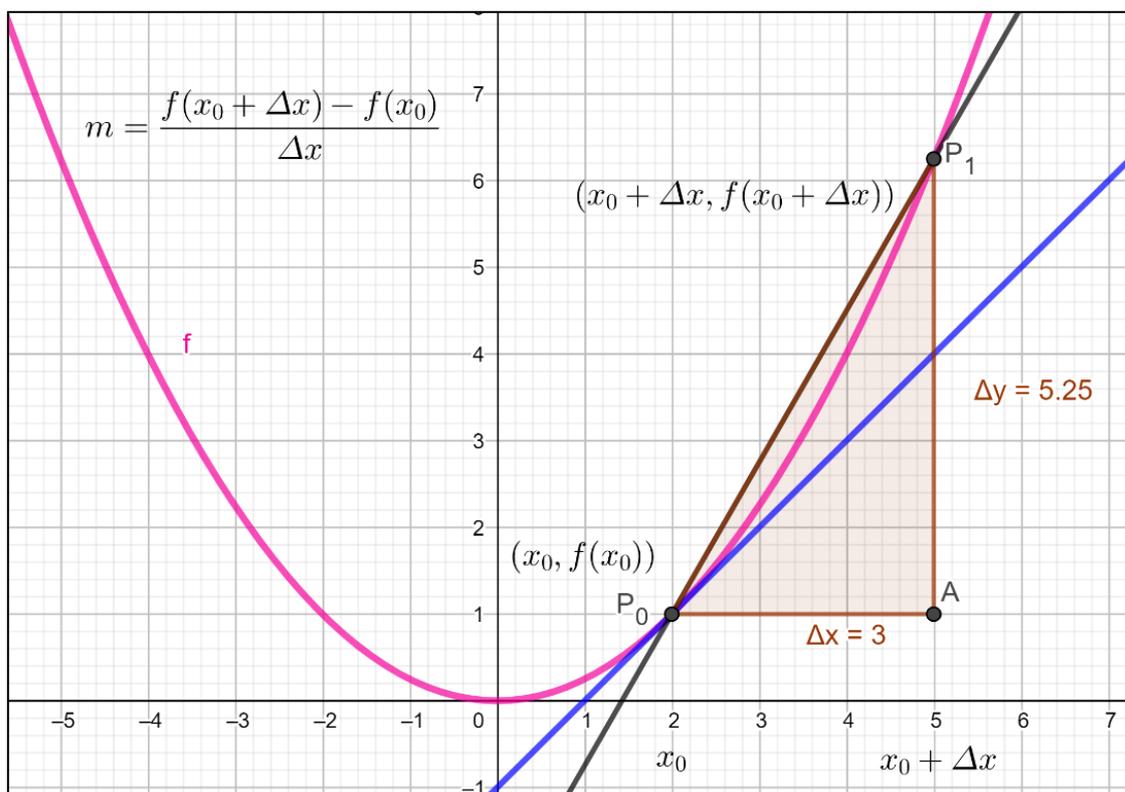
2.3.3. La derivada como pendiente de la recta tangente

En la definición de derivada de una función f en x_0 . El cociente $\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ representa la pendiente de la recta secante a la gráfica de la función f que pasa por los puntos $(x_0, f(x_0))$ y $(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$, donde $\Delta x = x_0 + \Delta x - x_0$.

Cuando el $\Delta x \rightarrow 0$ se tiene la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(x_0, f(x_0))$, como se muestra en las figuras 1 y 2.

Figura 1

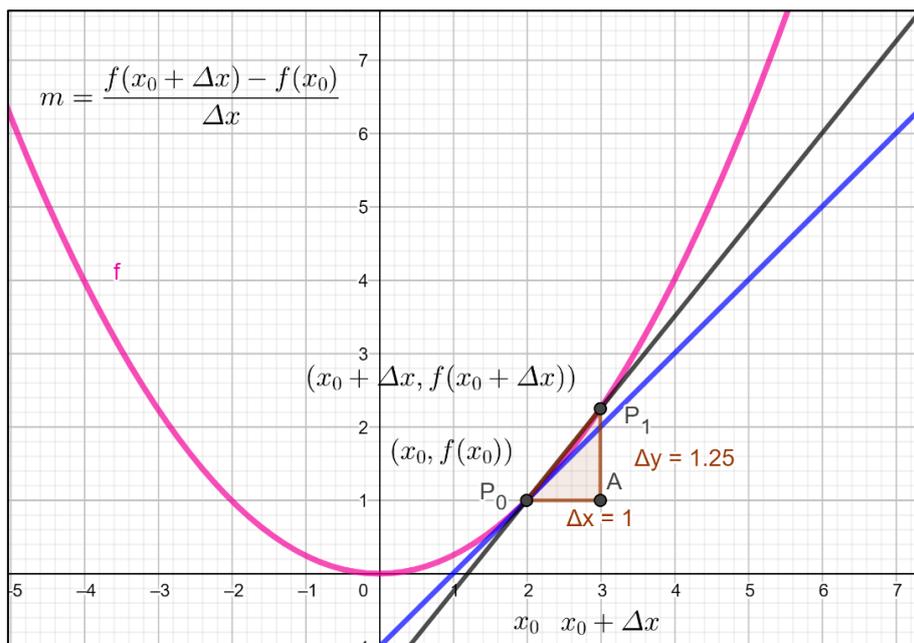
La derivada como pendiente de la recta tangente



Visualización cuando $\Delta x = 3$, la línea de color negro representa la recta secante, la de color azul a la recta tangente en P_0 .

Figura 2

La derivada como pendiente de la recta tangente en un punto



Visualización cuando $\Delta x = 1$, se observa que la recta secante va tendiendo a la recta tangente en el punto P_0 .

2.3.4. La derivada como razón de cambio

La derivada sirve para determinar el ritmo de cambio de una variable con respecto a otra, lo que le confiere utilidad en una amplia variedad de situaciones, por ejemplo, los ritmos de crecimiento de poblaciones, los ritmos de producción, los de flujo de un líquido, la velocidad y la aceleración. (Larson, et tal, 1999, p.124)

Similarmente, se puede observar en las figuras 1 y 2 que al cambiar la variable independiente x , es decir variamos el incremento de x , Δx ; este cambio, produce un cambio en la variable y , este cambio puede medirse por el cociente

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Cuando el $\Delta x \rightarrow 0$, se tiene la razón de cambio de f en x_0 , es decir

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

2.3.5. Aplicaciones de la derivada

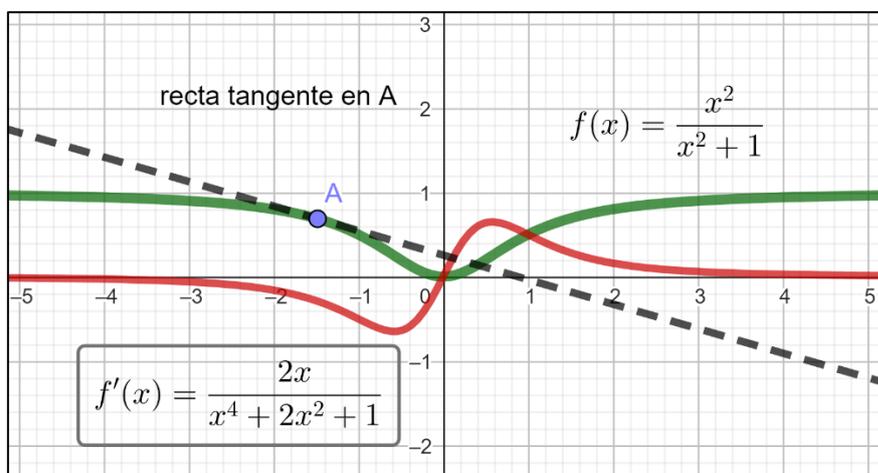
La aplicación de la derivada se enfoca en diferentes áreas o conceptos, tales como el Teorema de Rolle y del Valor Medio.

Este teorema es, gráficamente, muy intuitivo. Viene a decir que, si una gráfica es tal que no tiene saltos ni cosas raras (continua) y, además es suave en su dibujo y no tiene puntos angulosos (derivable) y si partimos de una determinada altura y terminamos en esa misma altura, entonces es necesario que pasemos por al menos un punto donde la tangente es horizontal (Cotrina, s.f., p. 02).

Así mismo, se usa la derivada para graficar funciones reales, indicando sus puntos extremos como máximos, mínimos y puntos de inflexión. Así, por ejemplo, si queremos graficar la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$, ingresamos la función en el Geogebra y obtenemos la gráfica de inmediato (figura 3), luego podemos usar los comandos del Geogebra para visualizar los máximos, mínimos y puntos de inflexión en caso que existan (figura 4).

Figura 3

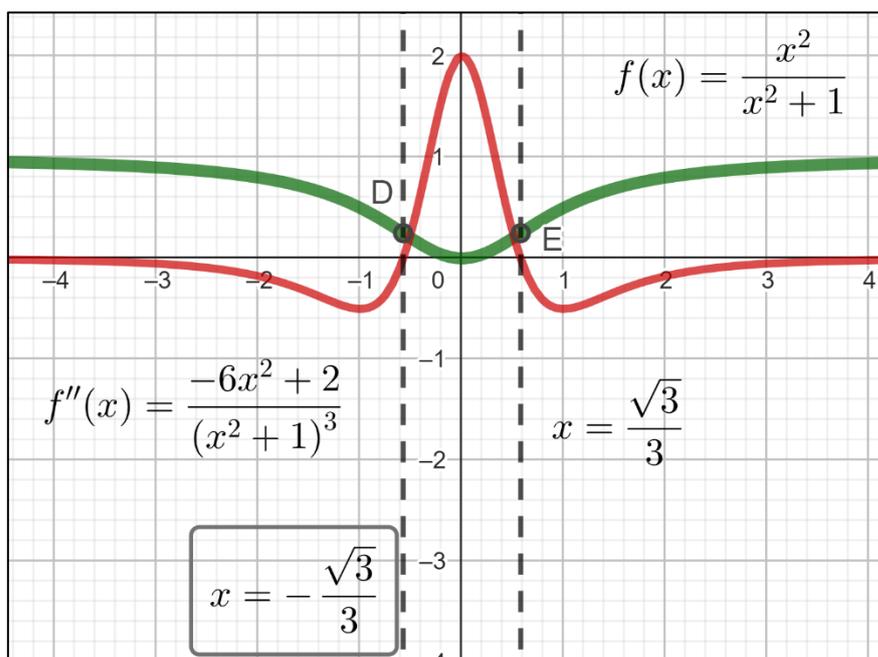
Gráfica de una función y su derivada de primer orden



La curva verde representa la gráfica de la función, la curva roja a su derivada y la línea punteada a la recta tangente en A. En (0,0) se tiene un mínimo global.

Figura 4

Gráfica de una función y su derivada de segundo orden



La curva verde representa la gráfica de la función, la curva de color rojo a su derivada de segundo orden. En $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ se tiene puntos de inflexión.

2.4. Definición de términos básicos

2.4.1. GeoGebra

Software matemático cuyo nombre indica Geometría y Algebra, dos áreas de la matemática de enorme impacto en las ciencias e ingeniería. Es un software gratuito al alcance de docentes y estudiantes.

2.4.2. Didáctica de la matemática

Se refiere al procedimiento mediante el cual el docente y el estudiante interactúan en la adquisición del Saber. Este se puede representar en un triángulo donde un primer vértice representa al Saber, un segundo vértice representa al estudiante y un tercer y último vértice representa al Docente (D'Amore, 2017).

2.4.3. Diseño cuasiexperimental

Los diseños cuasiexperimentales juegan un papel primordial en los contextos de investigación aplicada. Normalmente, el objetivo de estos diseños consiste en comprobar el efecto de determinados tratamientos terapéuticos o programas de intervención social o educativa. En este sentido, el cuasiexperimento, como modelo de investigación derivado del paradigma experimental, se caracteriza por el estudio de la variable de tratamiento en contextos donde el investigador no puede asignar las unidades de análisis a los distintos niveles de la(s) variable(s) de interés. (Balluerca, 2002)

III. HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis

3.1.1. Hipótesis general

El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.

3.1.2. Hipótesis específicas

- 1) El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada como pendiente de la recta tangente a la curva en un punto en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.
- 2) El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada como razón de cambio en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.
- 3) El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada en gráfica de funciones en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.

3.2. Definición conceptual de variables

En este apartado se definen las variables que intervienen en la realización de la investigación. Para esto, consideramos las siguientes variables y las definiciones de las mismas:

- GeoGebra
GeoGebra es una aplicación interactiva de geometría, álgebra, estadística y cálculo disponible como recurso en línea y como aplicación nativa en sistemas Windows, macOS y Linux. El sitio web de GeoGebra incluye varios servicios, como una calculadora y un trazador de gráficos, pero la opción más utilizada es la denominada GeoGebra Classic, que reúne esas herramientas

individuales, así también, es posible encontrar módulos para el trazado bidimensional y tridimensional, una barra de entrada y el módulo CAS (Computer Algebra System), entre otros (Gayoso et al., 2021).

- Aprendizaje de las Derivada de una función real: El aprendizaje de la derivada será medida a través de las siguientes capacidades
 - ✓ Capacidad de entender la derivada como pendiente de la recta tangente a la curva en un punto.
 - ✓ Capacidad de entender la derivada como razón de cambio
 - ✓ Capacidad de aplicar la derivada en gráfica de funciones

3.2.1. Operacionalización de variable dependiente

Tabla 1

Operacionalización de la Variable Dependiente

VARIABLE DEPENDIENTE	DIMENSIONES	INDICADOR	METODO
Aprendizaje de las Derivada de una función real	Capacidad de entender la derivada como razón de cambio	El estudiante resuelve problemas sobre razón de cambio de manera óptima	Reactivos del pretest y pos test
	Capacidad de entender el significado geométrico de la derivada	El estudiante resuelve problemas sobre el significado geométrico de la derivada de manera óptima	Reactivos del pre test y pos test
	Capacidad de aplicar la derivada para el gráfico de funciones	El estudiante grafica funciones indicando máximos, mínimos y puntos de inflexión.	Reactivos del pre test y pos test

Fuente: Elaboración propia

IV. METODOLOGÍA DEL PROYECTO

4.1. Diseño metodológico

Es una investigación básica, de diseño cuasi experimental con un enfoque cuantitativo.

4.2. Método de investigación.

Siguiendo el diseño cuasiexperimental se aplicó un pre test y un post test, donde, el objetivo es evaluar el efecto del cambio metodológico llevado a cambio en la asignatura (Rodríguez, et al., 2017) que en este caso se aplicó en la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao para los alumnos del curso de Matemática I, siendo ellos mismos la muestra objetiva bajo la condición de grupo experimental para aplicar el pre test y el post test, donde una vez obtenidos los resultados fueron contrastados con el grupo de control que fue una muestra similar a la del grupo experimental los cuales no fueron sometidos a la influencia de la variable independiente.

4.3. Población y muestra

La población estuvo compuesta por los estudiantes de matemática I del semestre 2022-A de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao. La muestra lo constituye el Grupo control (02Q) y el Grupo experimental (03Q).

4.4. Lugar de estudio y periodo desarrollado

Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao

4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información

Se hizo uso de un Pre test y un Pos test para la recolección de datos, se hizo la validación del instrumento de recolección de datos a través de la prueba piloto.

4.5.1. Prueba piloto 1

Sea aplicó la prueba piloto a un grupo de 30 estudiantes del grupo 02Q de matemática I, se hizo el análisis de la consistencia interna del instrumento obteniéndose un alfa de Cronbach de 0.783, el cual muestra un grado de aceptación bueno.

Tabla 2

Alfa de Cronbach de la prueba piloto 1

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados	N de elementos
.783	.782	10

Tabla 3

Análisis de consistencia prueba piloto 2

	Media de escala si el elemento se ha suprimido	Varianza de escala si el elemento se ha suprimido	Correlación total de elementos corregida	Correlación múltiple al cuadrado	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
P1	10.70	13.390	.228	.258	.786
P2	10.87	12.257	.394	.444	.771
P3	11.20	11.821	.465	.337	.763
P4	11.07	11.168	.522	.697	.755
P5	11.10	11.748	.496	.465	.759
P6	11.00	11.172	.612	.579	.743
P7	11.13	12.051	.387	.629	.773
P8	11.43	11.840	.373	.401	.777
P9	11.53	12.051	.507	.619	.759
P10	11.57	11.840	.539	.429	.755

Tabla generada en SPSS, se nota que la correlación no varía significativamente si se elimina alguno de los reactivos.

4.5.2. Prueba piloto 2

Sea aplicó la prueba piloto a un grupo de 30 estudiantes del grupo 03Q de matemática I, se hizo el análisis de la consistencia interna del instrumento obteniéndose un alfa de Cronbach de 0.778, el cual muestra un grado de aceptación bueno.

Tabla 4

Alfa de Cronbach de la prueba piloto 2

Alfa de Cronbach	N de elementos
.778	10

Tabla 5

Análisis de consistencia prueba piloto 1

	Media de escala si el elemento se ha suprimido	Varianza de escala si el elemento se ha suprimido	Correlación total de elementos corregida	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
P1	12.17	14.006	.231	.781
P2	12.60	12.179	.302	.786
P3	12.47	12.878	.323	.774
P4	12.53	13.775	.118	.797
P5	12.73	11.306	.566	.742
P6	12.67	10.644	.700	.721
P7	12.57	10.944	.672	.727
P8	12.67	11.540	.546	.746
P9	13.00	11.655	.641	.736
P10	12.90	13.266	.401	.767

Tabla generada en SPSS, se observa que, si se elimina alguno de los reactivos, la correlación no varía significativamente.

4.6. Análisis y procesamiento de datos.

Se ha usado el software SPSS para el análisis y procesamiento de datos, aplicando un análisis de covarianza (ANCOVA), considerando a los resultados del pre test como covariable, a fin de mostrar la relación que existe entre la variable dependiente pre test y la covariable.

4.7. Aspectos éticos en la investigación

Se ha desarrollado la investigación respetando las normas éticas correspondientes, los datos son fidedignos y son resultado del pre test y pos test aplicado a los estudiantes de matemática I de los grupos horarios 02Q Y 03 Q del semestre 2022-A de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao.

V. RESULTADOS

5.1. Resultados descriptivos

Se inicia el procesamiento de los datos, se tiene un total de 40 estudiantes participantes, 20 estudiantes del grupo control y 20 estudiantes del grupo experimental. Se hizo la tabla de frecuencias para cada hipótesis específica

5.1.1. Resultados del pre test: hipótesis específica 1

Los resultados del pre test con respecto a la capacidad de entender el significado geométrico de la derivada, se observa en la tabla 6 que el 25% en el grupo de control está en inicio, mientras que en el grupo experimental se tiene un 10% en este nivel. Como 50% está en progreso y 32% está en el nivel de alcanzado, debemos considerar a la variable pretest como una covariable. Para analizar su influencia en los resultados del experimento.

Tabla 6

Capacidad de entender el significado geométrico de la derivada

		GRUPOS		Total
		CONTROL	EXPERIMENTAL	
PRE1	EN INICIO	25.0%	10.0%	17.5%
	EN PROGRESO	50.0%	50.0%	50.0%
	ALCANZADO	25.0%	40.0%	32.5%
Total		100.0%	100.0%	100.0%

En la tabla 6 se ha considerado la siguiente valoración de un total de 06 puntos

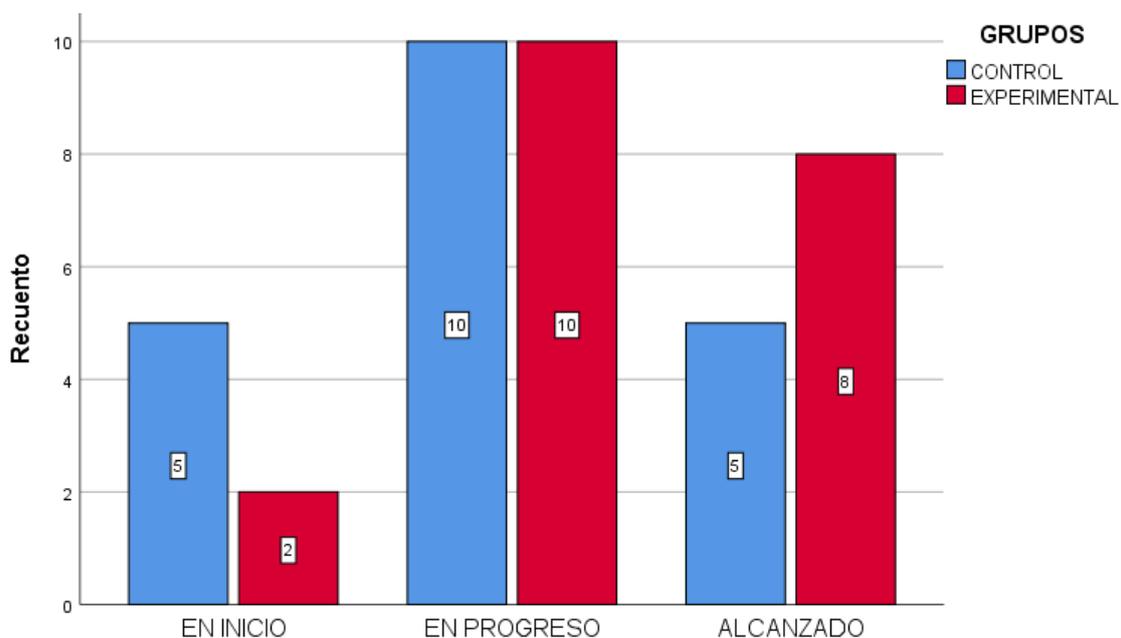
En inicio: De 0 a 2

En Progreso: De 2 a 4

Alcanzado: De 4 a 6

Figura 5

Frecuencia: Capacidad de entender el significado geométrico de la derivada



5.1.2. Resultados del pre test: hipótesis específica 2

Según la tabla 7 el 42.5% de estudiantes se encuentran en el nivel de inicio con respecto a la capacidad de entender la derivada como razón de cambio.

Tabla 7

Capacidad de entender la derivada como razón de cambio

		GRUPOS		Total
		CONTROL	EXPERIMENTAL	
PRE2	EN INICIO	55.0%	30.0%	42.5%
	EN PROGRESO	25.0%	25.0%	25.0%
	ALCANZADO	20.0%	45.0%	32.5%
Total		100.0%	100.0%	100.0%

En la tabla 7 se ha considerado la siguiente valoración de un total de 06 puntos

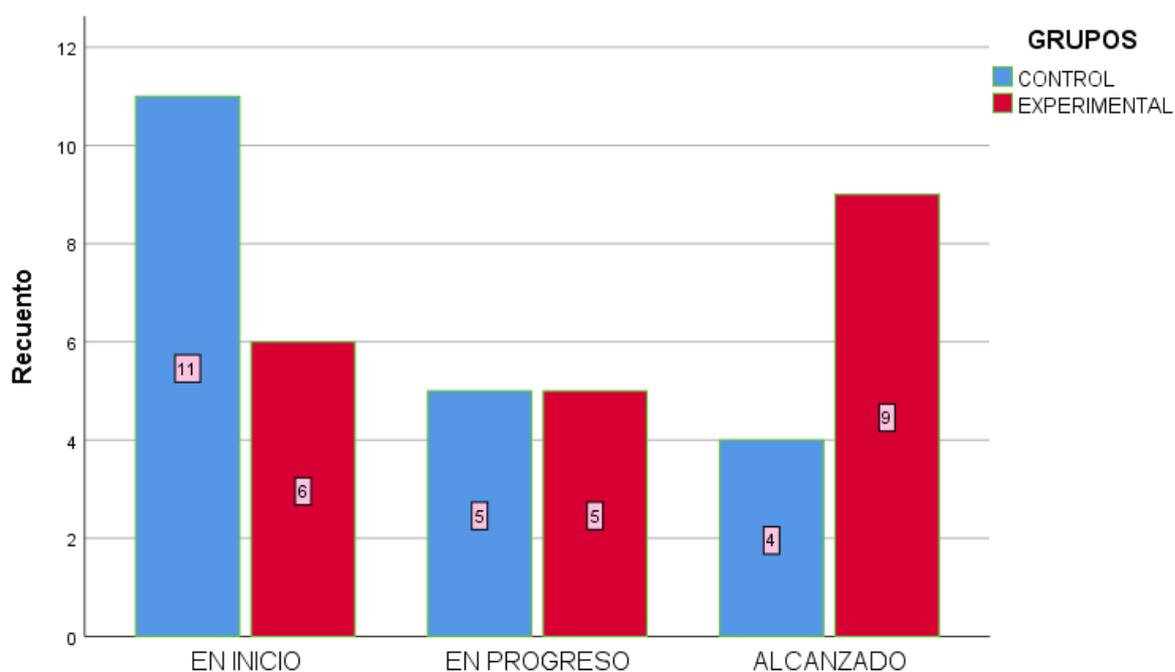
En inicio: De 0 a 2

En Progreso: De 2 a 4

Alcanzado: De 4 a 6

Figura 6

Frecuencia: Capacidad de entender la derivada como razón de cambio



5.1.3. Resultados del pre test: hipótesis específica 3

En la tabla 8 se muestra los resultados con respecto a la capacidad de aplicar la derivada en el gráfico de funciones.

Para esta capacidad se ha considerado la siguiente valoración de 08 puntos

En Inicio: 02 puntos

En progreso: 06 puntos

Alcanzado 08 puntos

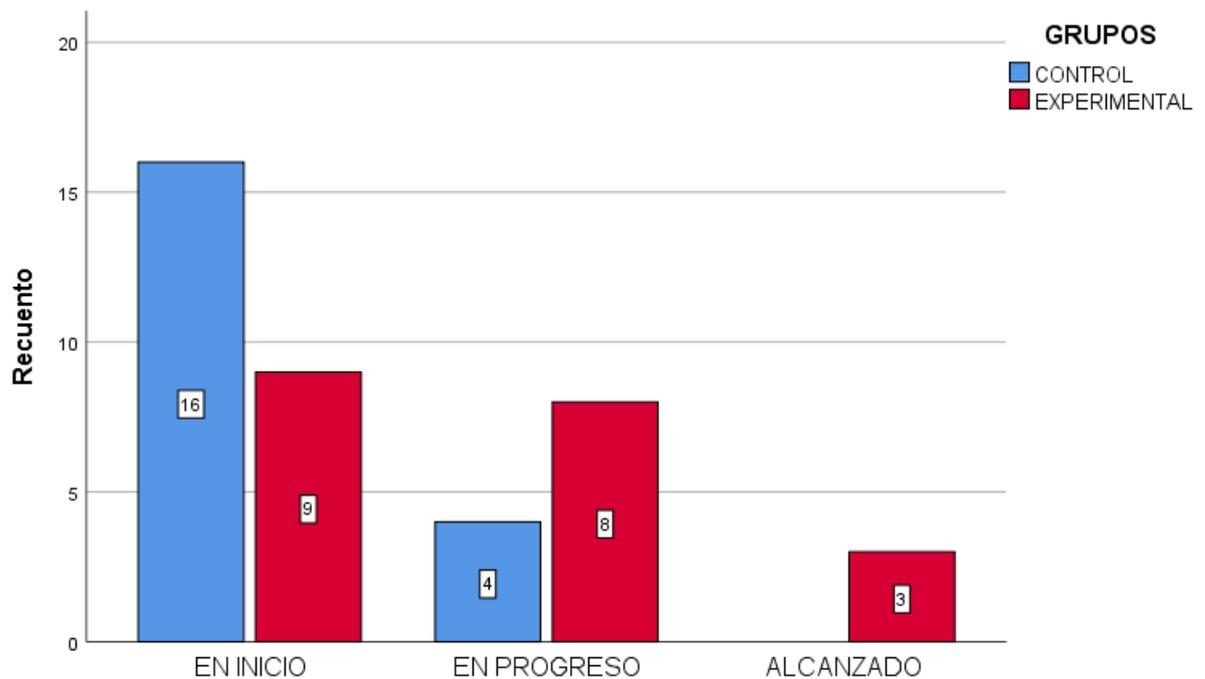
Tabla 8

Capacidad de aplicar la derivada en el gráfico de funciones

		GRUPOS		Total
		CONTROL	EXPERIMENTAL	
PRE3	EN INICIO	80.0%	45.0%	62.5%
	EN PROGRESO	20.0%	40.0%	30.0%
	ALCANZADO		15.0%	7.5%
Total		100.0%	100.0%	100.0%

Figura 7

Frecuencia: Capacidad de aplicar la derivada en el gráfico de funciones



5.1.4. Resultados descriptivos del pos test hipótesis específica 1

En la tabla 4 se muestra los resultados para la hipótesis específica 1, capacidad de entender el significado geométrico de la derivada. En el grupo experimental se observa que el 50% de estudiantes está en el nivel de alcanzado a diferencia del grupo experimental que tiene un 30 % en este nivel.

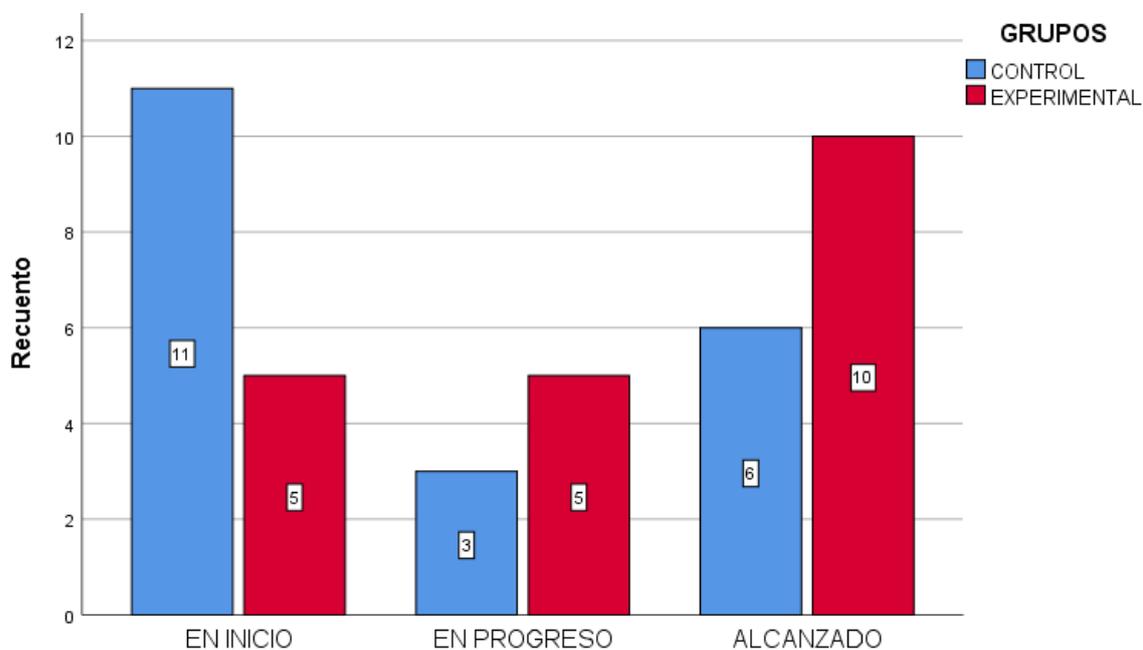
Tabla 9

Porcentajes para la capacidad de entender el significado geométrico de la derivada

		GRUPOS		
		CONTROL	EXPERIMENTAL	Total
POS1	EN INICIO	55.0%	25.0%	40.0%
	EN PROGRESO	15.0%	25.0%	20.0%
	ALCANZADO	30.0%	50.0%	40.0%
Total		100.0%	100.0%	100.0%

Figura 8

Frecuencia: Capacidad de entender el significado geométrico de la derivada (Pos test)



5.1.5. Resultados descriptivos del pos test hipótesis específica 2

En la tabla 10 se muestra los resultados para la hipótesis específica 2, capacidad de entender la derivada como razón de cambio. En el grupo experimental se observa que el 50% de estudiantes está en el nivel de alcanzado a diferencia del grupo experimental que tiene un 75 % en este nivel. En esta capacidad se observa un mejor desempeño del grupo de control.

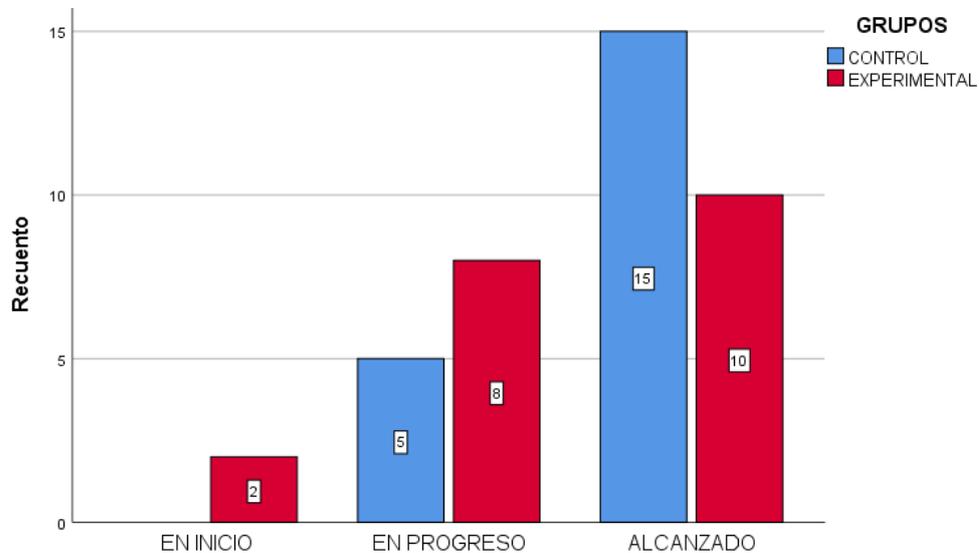
Tabla 10

Porcentajes para la capacidad de entender la derivada como razón de cambio

POS2		GRUPOS		Total
		CONTROL	EXPERIMENTAL	
	EN INICIO		10.0%	5.0%
	EN PROGRESO	25.0%	40.0%	32.5%
	ALCANZADO	75.0%	50.0%	62.5%
Total		100.0%	100.0%	100.0%

Figura 9

Frecuencia: Capacidad de entender la derivada como razón de cambio (Pos test)



5.1.6. Resultados descriptivos hipótesis específica 3

En la tabla 11 se muestran los resultados del pos test correspondiente a la hipótesis específica 3, capacidad de aplicar la derivada en el gráfico de funciones.

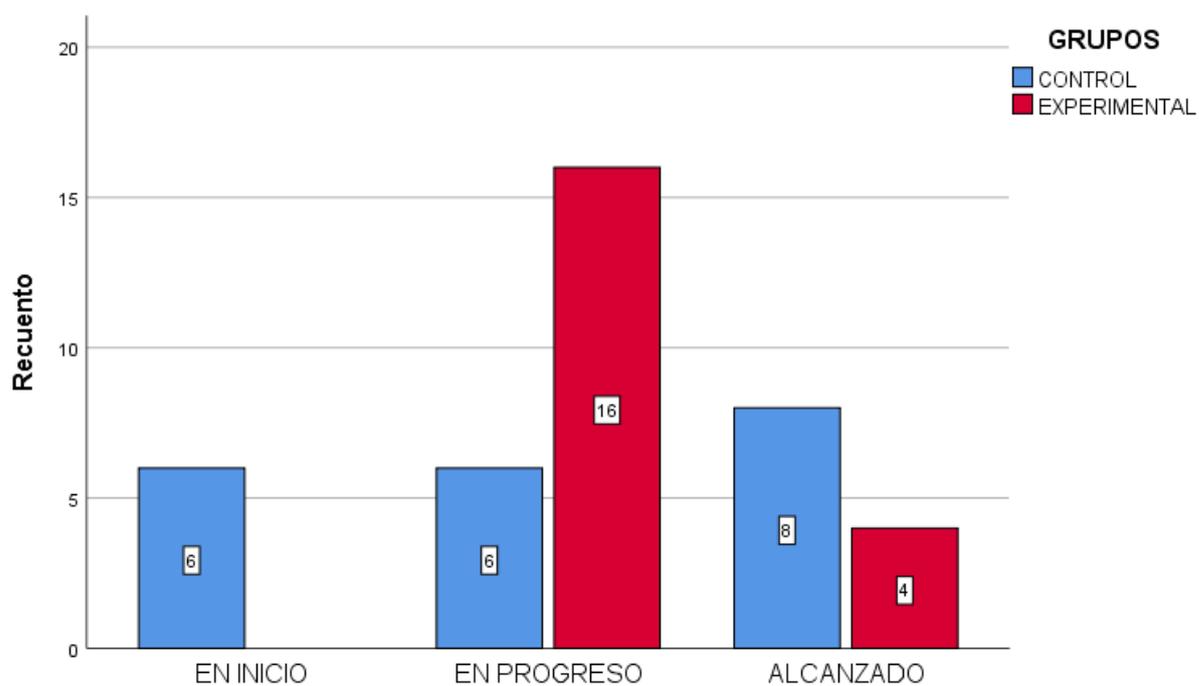
Tabla 11

Capacidad de aplicar la derivada en el gráfico de funciones (pos test)

		GRUPOS		Total
		CONTROL	EXPERIMENTAL	
POS3	EN INICIO	30.0%	0.0%	15.0%
	EN PROGRESO	30.0%	80.0%	55.0%
	ALCANZADO	40.0%	20.0%	30.0%
Total		100.0%	100.0%	100.0%

Figura 10

Frecuencia: Capacidad de uso de la derivada en el gráfico de funciones (Pos test)



5.2. Resultados inferenciales

A fin de analizar nuestra hipótesis estadística haremos un análisis de Covariancia, el cual tiene algunos supuestos: la normalidad de los datos, homogeneidad de varianzas y la homogeneidad de las pendientes de regresión de la covariable con la variable de análisis.

5.2.1. Prueba de normalidad del pre y pos test

Analizamos si los datos siguen una distribución normal para luego hacer la prueba de hipótesis correspondiente.

Tabla 12

Prueba de normalidad de los datos

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
PRETEST	.136	40	.062	.959	40	.151
POSTEST	.116	40	.187	.951	40	.085

En la tabla 12 se observa que los datos no siguen una distribución normal. El p-valor es mayor que 0.05.

Prueba de normalidad para los residuos

La tabla 13 muestra los resultados de la prueba de Shapiro-Wilk, para los residuos donde se observa que los datos siguen una distribución normal para el pos test, pues, la significancia es $p = 0.450 > 0.05$ y para la hipótesis específica 3 del grupo experimental en donde la significancia es $0.09 > 0.05$. en los otros casos la significancia es menor a 0.05, por lo que estos datos no siguen una distribución normal.

Tabla 13

Prueba de normalidad para los residuos de las hipótesis específicas y general

GRUPOS	Shapiro-Wilk			
	Estadístico	gl	Sig.	
CONTROL	Residuo para POS1	.858	20	.007
	Residuo para POS2	.648	20	.000
	Residuo para POS3	.892	20	.030
	Residuo para POSTEST	.955	20	.450
EXPERIMENTAL	Residuo para POS1	.837	20	.003
	Residuo para POS2	.811	20	.001
	Residuo para POS3	.919	20	.093
	Residuo para POSTEST	.953	20	.423

5.2.2. Independencia entre la covariable y la variable grupos

Para analizar si se cumple este supuesto hacemos un ANOVA entre la covariable y la variable independiente grupos. Los resultados se muestran en la tabla 14, donde para las variables pre 1 y pre 2 se tiene una significancia mayor a 0.05, lo cual indica que es no significativo, para las otras variables pre3 y pretest se tiene una significancia menor a 0.05, lo cual indica que es significativo, esto dice que no se cumple el supuesto de independencia.

Tabla 14

ANOVA de un factor entre la covariable y la variable grupo

		ANOVA				
		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
PRE1	Entre grupos	6.400	1	6.400	2.007	.165
	Dentro de grupos	121.200	38	3.189		
	Total	127.600	39			
PRE2	Entre grupos	12.100	1	12.100	2.557	.118
	Dentro de grupos	179.800	38	4.732		
	Total	191.900	39			
PRE3	Entre grupos	36.100	1	36.100	7.803	.008
	Dentro de grupos	175.800	38	4.626		
	Total	211.900	39			
PRETEST	Entre grupos	152.100	1	152.100	7.191	.011
	Dentro de grupos	803.800	38	21.153		
	Total	955.900	39			

5.2.3. Homogeneidad de las pendientes de regresión

Para analizar la homogeneidad de las pendientes de regresión hacemos una interacción entre la variable independiente y la covariable para las hipótesis específicas y las covariable respectiva. Los resultados se muestran en las tablas 15, 16, 17 y 18 en donde se observa que la significancia es mayor a 0.05, concluyéndose la homogeneidad de las pendientes de regresión en cada caso.

Tabla 15

Interacción entre el pre test y el pos test

Pruebas de efectos inter-sujetos						
Variable dependiente: POSTEST						
Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	
Modelo corregido	166.682 ^a	3	55.561	4.897	.006	
Intersección	661.175	1	661.175	58.279	.000	
GRUPO	1.459	1	1.459	.129	.722	
PRETEST	153.820	1	153.820	13.558	.001	
GRUPO * PRETEST	7.635	1	7.635	.673	.417	
Error	408.418	36	11.345			
Total	8812.000	40				
Total corregido	575.100	39				

a. R al cuadrado = .290 (R al cuadrado ajustada = .231)

Tabla 16

Interacción entre las variables pre1 y el pos1

Pruebas de efectos inter-sujetos						
Variable dependiente: POS1						
Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	
Modelo corregido	21.096 ^a	3	7.032	1.783	.168	
Intersección	74.070	1	74.070	18.778	.000	
GRUPO	13.028	1	13.028	3.303	.077	
PRE1	.652	1	.652	.165	.687	
GRUPO * PRE1	6.936	1	6.936	1.758	.193	
Error	142.004	36	3.945			
Total	756.000	40				
Total corregido	163.100	39				

a. R al cuadrado = .129 (R al cuadrado ajustada = .057)

Tabla 17

Interacción entre el pre2 y el pos2

Pruebas de efectos inter-sujetos					
Variable dependiente: POS2					
Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	10.283 ^a	3	3.428	1.773	.170
Intersección	262.569	1	262.569	135.779	.000
GRUPO	.219	1	.219	.113	.738
PRE2	.576	1	.576	.298	.589
GRUPO * PRE2	1.733	1	1.733	.896	.350
Error	69.617	36	1.934		
Total	1100.000	40			
Total corregido	79.900	39			

a. R al cuadrado = .129 (R al cuadrado ajustada = .056)

Tabla 18

Interacción entre las variables pre3 y el pos3

Pruebas de efectos inter-sujetos					
Variable dependiente: POS3					
Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	26.146 ^a	3	8.715	1.696	.185
Intersección	331.640	1	331.640	64.551	.000
GRUPO	.134	1	.134	.026	.873
PRE3	24.677	1	24.677	4.803	.035
GRUPO * PRE3	.468	1	.468	.091	.765
Error	184.954	36	5.138		
Total	1356.000	40			
Total corregido	211.100	39			

a. R al cuadrado = .124 (R al cuadrado ajustada = .051)

Puesto que no se cumplen todos los supuestos de ANCOVA, haremos el análisis de las hipótesis estadísticas con una simulación de muestreo.

5.3. Simulación de muestreo

5.3.1. Simulación de muestreo para hipótesis específica 1

Nuestro procedimiento consiste en mostrar la comparación de medias entre el grupo control y experimental antes de hacer la simulación de muestreo, luego se tendrá las medias marginales luego de quitar el efecto de la covariable.

En la tabla 19 se muestra las medias del grupo control y experimental antes de quitar el efecto de la covariable pre1, en donde se observa que la media del grupo experimental es mayor que la del grupo control.

Tabla 19

Comparación de medias para la hipótesis específica 1

Variable dependiente: POS1

GRUPOS	Media	Desv. Desviación	N
CONTROL	3.30	2.080	20
EXPERIMENTAL	4.40	1.903	20
Total	3.85	2.045	40

En la tabla 20 se muestra que la significancia es $0.168 > 0.05$ lo cual significa que el modelo es no significativo. La significancia para la covariable pre1 es $0.687 > 0.05$, lo cual indica que dicha covariable es no significativa, es decir, no está asociada al resultado de la variable dependiente pos1 al nivel global, el valor de eta parcial al cuadrado es de 0.005, indicando que el efecto no es considerable. Además, La significancia para la variable Grupo es $0.077 > 0.05$, por lo que se decide no rechazar la hipótesis nula, es decir, no hay diferencia significativa entre el grupo de control y el grupo experimental con relación a la hipótesis específica 1: entendimiento de la derivada como pendiente de la recta tangente.

Tabla 20

Simulación de muestro para la hipótesis específica 1

Pruebas de efectos inter-sujetos						
Variable dependiente: POS1						
Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
Modelo corregido	21.096 ^a	3	7.032	1.783	.168	.129
Intersección	74.070	1	74.070	18.778	.000	.343
GRUPO	13.028	1	13.028	3.303	.077	.084
PRE1	.652	1	.652	.165	.687	.005
GRUPO * PRE1	6.936	1	6.936	1.758	.193	.047
Error	142.004	36	3.945			
Total	756.000	40				
Total corregido	163.100	39				

a. R al cuadrado = .129 (R al cuadrado ajustada = .057)

Tabla 21

Medias marginales estimadas hipótesis específica 1

Variable dependiente: POS1				
GRUPOS	Media	Desv. Error	Intervalo de confianza al 95%	
			Límite inferior	Límite superior
CONTROL	3.428 ^a	.454	2.508	4.348
EXPERIMENTAL	4.468 ^a	.459	3.537	5.399

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: PRE1 = 4.10.

5.3.2. Simulación de muestreo para hipótesis específica 2

En la tabla 22 se muestra las medias del grupo control y experimental antes de quitar el efecto de la covariable pre2, en donde se observa que la media del grupo control es mayor que la del grupo experimental.

Tabla 22

Comparación de medias para la hipótesis específica 2

Variable dependiente: POS2

GRUPOS	Media	Desv. Desviación	N
CONTROL	5.50	.889	20
EXPERIMENTAL	4.60	1.729	20
Total	5.05	1.431	40

Tabla 23

Simulación de muestro para la hipótesis específica 2

Pruebas de efectos inter-sujetos

Variable dependiente: POS2

Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
Modelo corregido	10.283 ^a	3	3.428	1.773	.170	.129
Intersección	262.569	1	262.569	135.779	.000	.790
GRUPO	.219	1	.219	.113	.738	.003
PRE2	.576	1	.576	.298	.589	.008
GRUPO * PRE2	1.733	1	1.733	.896	.350	.024
Error	69.617	36	1.934			
Total	1100.000	40				
Total corregido	79.900	39				

a. R al cuadrado = .129 (R al cuadrado ajustada = .056)

En la tabla 23 se muestra que la significancia es $0.170 > 0.05$ lo cual indica que el modelo es no significativo. La significancia para la covariable pre2 es $0.589 > 0.05$, lo cual indica que dicha covariable es no significativa, es decir, no está asociada al resultado de la variable dependiente pos2 al nivel global, el valor de eta parcial al cuadrado es de 0.008, indicando que el efecto no es considerable. Además, La significancia para la variable Grupo es $0.738 > 0.05$, por lo que se decide no rechazar la hipótesis nula, es decir, no hay diferencia significativa entre el grupo de

control y el grupo experimental con relación a la hipótesis específica 2: entendimiento de la derivada como razón de cambio.

Tabla 24

Medias marginales estimadas hipótesis específica 2

Variable dependiente: POS2

GRUPOS	Media	Desv. Error	Intervalo de confianza al 95%	
			Límite inferior	Límite superior
CONTROL	5.585 ^a	.322	4.932	6.238
EXPERIMENTAL	4.623 ^a	.321	3.973	5.273

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: PRE2 = 3.45.

5.3.3. Simulación de muestreo para hipótesis específica 3

En la tabla 25 se muestra las medias del grupo control y experimental antes de quitar el efecto de la covariable pre3, en donde se observa que la media del grupo control es mayor que la del grupo experimental.

Tabla 25

Comparación de medias para la hipótesis específica 3

Variable dependiente: POS3

GRUPOS	Media	Desv. Desviación	N
CONTROL	5.20	2.931	20
EXPERIMENTAL	5.50	1.573	20
Total	5.35	2.327	40

En la tabla 26 se muestra que la significancia del modelo corregido es $0.185 > 0.05$ lo cual indica que el modelo es no significativo. La significancia para la covariable pre3 es $0.035 < 0.05$, lo cual indica que dicha covariable es significativa, es decir,

si está asociada al resultado de la variable dependiente pos3 al nivel global, el valor de eta parcial al cuadrado es de 0.118, indicando que el efecto es considerable. Además, La significancia para la variable Grupo es $0.873 > 0.05$, por lo que se decide no rechazar la hipótesis nula, es decir, no hay diferencia significativa entre el grupo de control y el grupo experimental con relación a la hipótesis específica 3: Uso de la derivada en el gráfico de funciones.

Tabla 26

Simulación de muestro para la hipótesis específica 3

Pruebas de efectos inter-sujetos						
Variable dependiente: POS3						
Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
Modelo corregido	26.146 ^a	3	8.715	1.696	.185	.124
Intersección	331.640	1	331.640	64.551	.000	.642
GRUPO	.134	1	.134	.026	.873	.001
PRE3	24.677	1	24.677	4.803	.035	.118
GRUPO * PRE3	.468	1	.468	.091	.765	.003
Error	184.954	36	5.138			
Total	1356.000	40				
Total corregido	211.100	39				

a. R al cuadrado = .124 (R al cuadrado ajustada = .051)

Tabla 27

Medias marginales estimadas hipótesis específica 3

Variable dependiente: POS3				
Intervalo de confianza al 95%				
GRUPOS	Media	Desv. Error	Límite inferior	Límite superior
CONTROL	5.622 ^a	.575	4.456	6.788
EXPERIMENTAL	5.180 ^a	.546	4.073	6.287

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: PRE3 = 2.45.

5.3.4. Simulación de muestreo de la hipótesis general

En la tabla 28 se muestra las medias del grupo control y experimental antes de quitar el efecto de la covariable pretest, en donde se observa que la media del grupo control es menor que la del grupo experimental.

Tabla 28

Comparación de medias para la hipótesis general

Variable dependiente: POSTEST			
GRUPOS	Media	Desv. Desviación	N
CONTROL	14.00	4.634	20
EXPERIMENTAL	14.70	2.922	20
Total	14.35	3.840	40

Tabla 29

Simulación de muestreo hipótesis general

Pruebas de efectos inter-sujetos						
Variable dependiente: POSTEST						
Origen	Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado
Modelo corregido	166.682 ^a	3	55.561	4.897	.006	.290
Intersección	661.175	1	661.175	58.279	.000	.618
GRUPO	1.459	1	1.459	.129	.722	.004
PRETEST	153.820	1	153.820	13.558	.001	.274
GRUPO * PRETEST	7.635	1	7.635	.673	.417	.018
Error	408.418	36	11.345			
Total	8812.000	40				
Total corregido	575.100	39				

a. R al cuadrado = .290 (R al cuadrado ajustada = .231)

En la tabla 29 se muestra que la significancia para el modelo corregido es $0.006 < 0.05$ lo cual indica que el modelo es significativo. La significancia para la covariable

pretest es $0.001 < 0.05$, lo cual indica que dicha covariable es significativa, es decir, si está asociada al resultado de la variable dependiente pos test al nivel global, el valor de eta parcial al cuadrado es de 0.274, indicando que el efecto es considerable. Además, La significancia para la variable Grupo es $0.722 > 0.05$, por lo que se decide no rechazar la hipótesis nula, es decir, no hay diferencia significativa entre el grupo de control y el grupo experimental con relación a la hipótesis general. En la tabla 30 se muestran las medias marginales estimadas luego que se ha quitado el efecto de la covariable pre test.

Tabla 30

Medias marginales estimadas hipótesis general

Variable dependiente: POSTEST

Intervalo de confianza al 95%

GRUPOS	Media	Desv. Error	Límite inferior	Límite superior
CONTROL	15.043 ^a	.821	13.378	16.708
EXPERIMENTAL	14.037 ^a	.822	12.371	15.703

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: PRETEST = 10.05.

VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados

Los resultados descriptivos expuestos en el capítulo anterior muestran que hay una incidencia positiva del uso del software Geogebra como herramienta didáctica en la enseñanza de la derivada en los estudiantes de matemática I de la facultad de ingeniería química de la UNAC. La comparación de medias en la tabla 28 muestra que la media del grupo experimental (14.70) es mayor que la media del grupo control (14), observándose así un mejor desempeño del grupo experimental que recibió la enseñanza de la derivada con el uso del software Geogebra. Sin embargo, esto no es suficiente para asegurar la hipótesis propuesta.

Al observar que un buen porcentaje de estudiantes en el pre test evidencian un buen desempeño en cuanto al aprendizaje de la derivada, asumimos que esto puede incidir en los resultados del pos test, y por ende en nuestra hipótesis de investigación. En tal sentido, consideramos los resultados del pre test como una covariable, para realizar un análisis de covarianza (ANCOVA). Luego de analizar si se cumplen los supuestos del ANCOVA como son: Normalidad de datos, Homogeneidad de las pendientes de regresión y Independencia de la covariable con respecto a la variable Grupo, al observar que no se cumplen todos los supuestos, se hizo una simulación de muestreo para quitar el efecto de la covariable. Los resultados muestran que el modelo es significativo y que la covariable ha tenido una influencia significativa en los resultados del pos test. Aunque los resultados descriptivos muestran que hay una influencia positiva en los resultados del pos test, esta diferencia no es significativa.

6.2. Contrastación de los resultados con otros estudios similares

Los resultados descriptivos coinciden con otros estudios similares como por ejemplo: Córdova (2020) en su investigación titulada Aplicación del GeoGebra y su influencia en los métodos de solución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de secundaria se buscó determinar la influencia del uso del GeoGebra en el entendimiento de métodos de resolución de problemas de sistemas

de ecuaciones lineales en el proceso de aprendizaje. Para esto desarrollaron un estudio con los alumnos de 5to grado de educación secundaria de la Institución “Leoncio Prado” bajo un enfoque del tipo cuantitativo basados en un diseño cuasiexperimental. Los resultados mostraron que el promedio de puntuación en el grupo experimental fue de 15.64 y en el grupo de control de 13.25, mostrando una relación directa y significativa entre el uso del GeoGebra y el aprendizaje y resolución de problemas de sistema de ecuaciones lineales. En este caso el tema de estudio de matemáticas es diferente, pero el enfoque de la investigación es el mismo.

6.3. Responsabilidad ética de acuerdo a los reglamentos vigentes

Los datos analizados son verídicos, corresponden a los estudiantes de matemática I del grupo de control (02Q) y del grupo experimental (03Q) matriculados en el semestre 2022-A. los datos no han sido adulterados ni ajustados para tener una diferencia significativa en favor de la hipótesis de investigación.

VII. CONCLUSIONES

- 1) Con respecto a la hipótesis específica 1, capacidad de entender la derivada como pendiente de la recta tangente: El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada como pendiente de la recta tangente a la curva en un punto en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC. Se concluye que el uso del software Geogebra como herramienta didáctica se relaciona de manera positiva con el aprendizaje de la derivada como pendiente de la recta tangente a la curva en un punto. La simulación de muestreo muestra que la diferencia en este caso no es significativa.
- 2) Con respecto a la hipótesis específica 2, capacidad de entender la derivada como pendiente de la recta tangente: El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada como razón de cambio en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC. Se concluye que el uso del software Geogebra como herramienta didáctica se relaciona de manera positiva con el aprendizaje de la derivada como razón de cambio. La simulación de muestreo en este caso también es no significativa.
- 3) Con respecto a la hipótesis específica 3: El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada en gráfica de funciones en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC. Los resultados descriptivos muestran que la relación es positiva, aunque la simulación de muestreo, nos dice que esta diferencia no es significativa.
- 4) Finalmente, con respecto a la hipótesis general: El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC. El la simulación de muestreo nos dice que el modelo es significativo y no rechazamos la hipótesis nula

VIII. RECOMENDACIONES

- 1) Desde el punto de vista metodológico los resultados descriptivos nos permiten recomendar el uso del software Geogebra como herramienta didáctica en la enseñanza de tópicos de matemática, no solamente por ser un software gratuito, sino porque está a disposición de estudiantes y docentes, es amigable y portable, es decir se puede trabajar en un dispositivo móvil.
- 2) Desde el punto de vista académico recomendamos seguir investigando en el tema de uso del software GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje considerando una o más covariables que pueden incidir en el proceso de enseñanza aprendizaje de determinado tema. El análisis de la covarianza (ANCOVA) permite eliminar los efectos de las covariables en la variable de análisis.

IX. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Barrios, J. (2017). Fundamentos matemáticos. Derivación de funciones de una y varias variables. OPEN EDUCATION CONSORTIUM. The Global Network Open Education. Universidad de La Laguna.
- Bono, R. (n.d.). Diseños cuasi-experimentales y longitudinales. *Departamento de Metodología de Las Ciencias Del Comportamiento. Facultad de Psicología. Universidad de Barcelona.*
- Borkulo, S., Chytas, C., Drijvers, P., Barendsen, E., & Tolboom, J. (2021). Computational Thinking in the Mathematics Classroom: Fostering Algorithmic Thinking and Generalization Skills Using Dynamic Mathematics Software. *ACM International Conference Proceeding Series*.
<https://doi.org/10.1145/3481312.3481319>
- Castañeta, H., Nogales, J., Zota, & Virginia. (2014). Introducción a la termodinámica con derivadas parciales. *Revista CON-CIENCIA*, 2(1), 67–82.
http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2310-02652014000100009&lng=es&nrm=iso&tlng=es
http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S2310-02652014000100009&lng=es&nrm=iso&tlng=es
- Catunta, Y. (2015). Aplicación de una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la visualización en el contenido de ecuación de la recta. Tesis para optar el grado de maestro. Universidad de Piura.
- Cook, T.D. y Campbell, D.T. (1979). *Quasi-experimentation. Design and analysis issues for field settings*. Chicago, IL: Rand McNally.
- Cordova, A. (2020). Aplicación del GeoGebra y su influencia en los métodos de solución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de secundaria. Tesis para optar el grado académico de maestra en educación. Universidad San Martín de Porres.

- Cotrina, J. (s.f.). Aplicaciones de la derivada. Teoría. Tema 2. IES Santiago Ramón y Cajal. Matemáticas II.
- Díaz, L., Rodríguez, J. y Lingán, S. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios en una institución educativa en Lima. Propósitos y Representaciones. Revista de Psicología Educativa. Vol. 6, Núm. 2.
- Flores, M. (2017). Efectos del programa GeoGebra en las capacidades del área de Matemática de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Rafael Belaunde Diez Canseco – Callao, 2016. Tesis para optar el grado académico de Doctor en educación. Universidad Cesar Vallejo.
- Gayoso, V., Hernández, L., Martín, A., & Queiruga, A. (2021). Using free mathematical software in engineering classes. *Axioms*, 10(4), 1–18. <https://doi.org/10.3390/axioms10040253>
- Gökçe, S., & Güner, P. (2022). Dynamics of GeoGebra ecosystem in mathematics education. *Education and Information Technologies*, 0123456789. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10836-1>
- González, J. L., Chávez, O. R., José, E., Ochoa, L., & Barrón, J. V. (2016). Comprensión del concepto de la derivada como razón de cambio. *CULCyT*, 0(51). <http://erevistas.uacj.mx/ojs/index.php/culcyt/article/view/934/870>
- Granda, L., Espinoza, E., & Mayon, S. (2019). LAS TIC COMO HERRAMIENTAS DIDÁCTICAS DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE. *CONRADO Revista Pedagógica de La Universidad de Cienfuegos*, 1990–8644, 3–4.
- Guevara, R. (2021). Geogebra en el desarrollo de competencias matemáticas, en estudiantes de la institución educativa santa edelmira, Víctor Larco 2021. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 5(4), 5168-5183. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i4.683.

- Gutiérrez, B., Andrea, P., Manuel, J., & Andrade, J. M. (2012). Herramientas digitales para la construcción de conocimiento. *Sistemas & Telemática*, 10(1692–5238), 115–124.
- Hohenwarter, M.; Preiner, J. Dynamic Mathematics with GeoGebra. *JOMA* 2007, 7, 1448.
- Keong, C. C., Horani, S., & Daniel, J. (2005). A Study on the Use of ICT in Mathematics Teaching. *Malaysian Online Journal of Instructional Technology (MOJIT)*, 2(3), 43–51. file:///C:/Users/dirgha12/Downloads/A_Study_on_the_Use_of_ICT_in_Mathematics_Teaching.pdf
- López, A. (2010). Propuesta para la enseñanza del concepto de integral, un acercamiento visual con GeoGebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 94, 1351–1358. <http://funes.uniandes.edu.co/4808/>
- Mukagihana, J., Nsanganwimana, F., & Aurah, C. M. (2021a). Effect of instructional methods on pre-service science teachers learning outcomes: a meta-analysis. *Education and Information Technologies*, 0123456789. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10696-9>
- Rodríguez-Conde, M. J., García-Peñalvo, F. J., García-Holgado, A. (2017). Pretest y postest para evaluar la implementación de una metodología activa en la docencia de Ingeniería del Software (Technical Report GRIAL-TR-2017-007). Retrieved from Salamanca, Spain: Grupo GRIAL <https://repositorio.grial.eu/handle/grial/1026>. doi:10.5281/zenodo.1034822
- Safdar, A., Yousuf, M. I., Parveen, Q., & Behlol, M. G. (2011). Effectiveness of Information and Communication Technology (ICT) in Teaching Mathematics at Secondary Level. *International Journal of Academic Research*, 3(5), 67–72.
- Suljic, P. (2005). GeoGebra Prvi softver dinamicne geometrije na hrvatskom jeziku. *Matematika i Racunalo*, 123–130.

Uwurukundo, M. S., Maniraho, J. F., & Tusiime, M. (2020). GeoGebra integration and effectiveness in the teaching and learning of mathematics in secondary schools: A review of literature. In *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences* (Vol. 16, Issue 1)

Ziatdinov, R., & Valles, J. R. (2022). Synthesis of Modeling, Visualization, and Programming in GeoGebra as an Effective Approach for Teaching and Learning STEM Topics. *Mathematics*, 10(3).
<https://doi.org/10.3390/math10030398>

X. ANEXOS

Anexo 1: Matriz de Consistencia

EL SOFTWARE GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA I DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA DE LA UNAC

Formulación del problema	Objetivo general	Hipótesis	Variables e indicadores	Metodología
¿Cuál es la relación del uso del GeoGebra como herramienta didáctica con el aprendizaje de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC?	Determinar cuál es la relación del uso del GeoGebra como herramienta didáctica con el aprendizaje de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.	El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.	Variable Independiente: Uso del software GeoGebra como herramienta didáctica. Variable dependiente: Aprendizaje de las Derivada de una función real. Indicadores: Capacidad de reconocer el significado geométrico de la derivada. Capacidad de reconocer la derivada como razón de cambio. Capacidad de usar la derivada en gráfica de funciones.	Investigación básica de diseño cuasi experimental de tipo cuantitativo. Instrumento de recolección de datos: Pre test y Pos test. Análisis de datos: Análisis de Covarianza (ANCOVA)
Problemas específicos	Objetivos específicos	Hipótesis específicas		
1) ¿Cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de entender el significado geométrico de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC? 2) ¿Cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de entender la derivada como razón de cambio en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC? 3) ¿Cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de aplicar la derivada en gráfica de funciones en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC?	1) Establecer cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de entender el significado geométrico de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC. 2) Establecer cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de entender la derivada como razón de cambio en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC. 3) Establecer cuál es la relación entre el uso del GeoGebra como herramienta didáctica y la capacidad de aplicar la derivada en gráfica de funciones en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.	5) El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con la capacidad de entender el significado geométrico de la derivada en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC. 6) El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada como razón de cambio en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC. 7) El uso del GeoGebra como herramienta didáctica se relaciona de forma positiva y significativa con el aprendizaje de la derivada en gráfica de funciones en alumnos de Matemática I de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.		

Anexo 2. INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

LA DERIVADA

Significado geométrico de la derivada

1. Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = 4 + x^2$ en el punto $(-1, 5)$.
 - A) $2x - y + 7 = 0$
 - B) $2x + y - 3 = 0$
 - C) $2x - y + 3 = 0$
 - D) $2x - y - 3 = 0$
2. Hallar la pendiente de la curva $y = 5x^2$ en el punto que corresponde a $x = -1$.
 - A) -10
 - B) 10
 - C) 5
 - D) 0
3. Hallar una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \sqrt{x}$ de pendiente $\frac{1}{4}$.
 - A) $x - 4y - 4 = 0$
 - B) $x - 4y + 4 = 0$
 - C) $x - 4y - 8 = 0$
 - D) $x - 4y - 12 = 0$

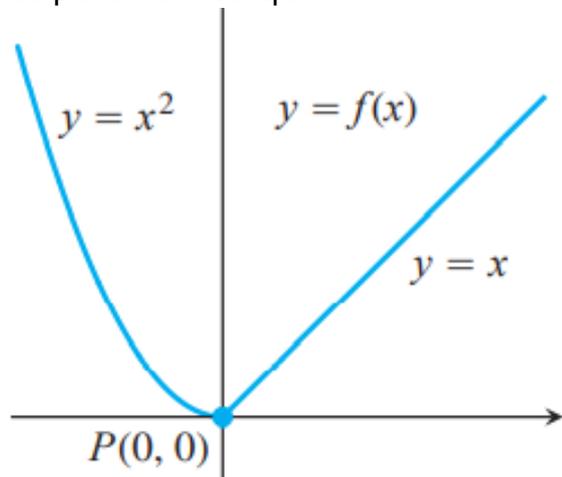
Razón de cambio

4. Un objeto es lanzado de la cúspide de una torre de 100 m de altura. La altura del objeto después de t segundos es $f(t) = 100 - 5t^2$. ¿A qué velocidad cae el objeto después de 2 segundos de ser lanzado?
 - A) 20 m/s
 - B) -20 m/s
 - C) 80 m/s
 - D) -80 m/s
5. ¿Cuál es la razón de cambio del área de un círculo ($A = \pi r^2$) con respecto al radio cuando el radio es $r = 3$?
 - A) 6π
 - B) 9π
 - C) 0
 - D) 3π

6. ¿Cuál es la razón de cambio del volumen de una esfera ($V = (4/3)\pi r^3$) con respecto al radio cuando el radio es $r = 2$?
- A) 16π
 - B) $\frac{32}{3}\pi$
 - C) 0
 - D) $4\pi r^2$

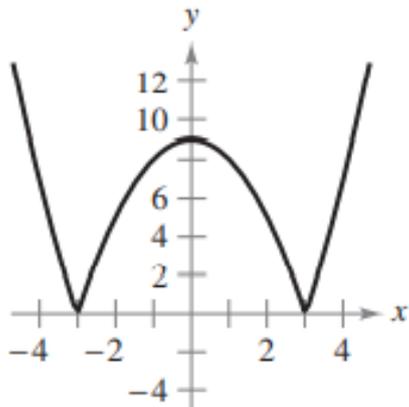
Gráfica de funciones

7. ¿En qué puntos la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 3x$ tiene tangentes horizontales?
- A) En los puntos donde $f(x) = 0$
 - B) En los puntos donde $f'(x) = 0$
 - C) En los puntos donde $f'(x) < 0$
 - D) En los puntos donde $f'(x) > 0$
8. Del gráfico adjunto se puede afirmar que



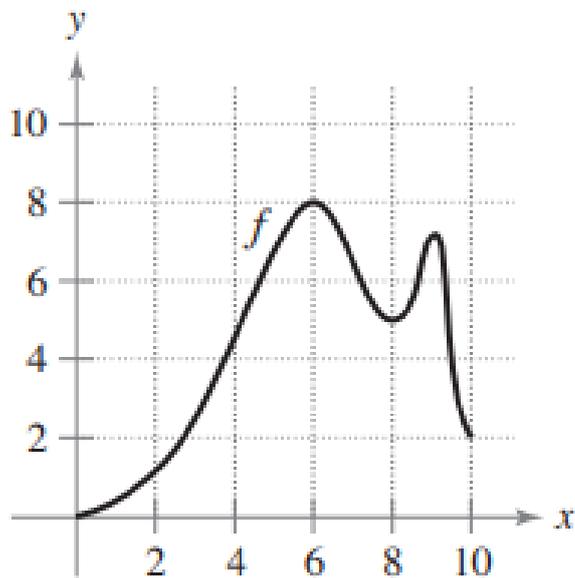
- A) La función f es derivable en $x = 0$
- B) La función f no es derivable en $x = 0$
- C) La función f no es continua en $x = 0$
- D) Las derivadas laterales no existen en $x = 0$

9) Del gráfico de la función $f(x)$ se puede afirmar que



- A) La función f no es derivable en $x=-3$
- B) La función f no es derivable en $x=3$
- C) La función f no es derivable en $x=0$
- D) La función es derivable en $x=0$

10) Del siguiente gráfico de la función f marque las afirmaciones correctas



- A) La función f alcanza un máximo absoluto en $x=6$
- B) La función f alcanza un máximo relativo en $x=9$
- C) La función f alcanza un mínimo relativo en $x=8$
- D) La función f alcanza un máximo relativo en $x=6$

Anexo 3. Base de datos

Grupo Control

PRE TEST	POSTEST	PRE1	PRE2	PRE3	POS1	POS2	POS3
6.0	20	4	2	0	6	6	8
8.00	14	4	2	2	2	6	6
12.00	18	6	6	0	6	6	6
0.00	14	0	0	0	4	6	4
16.00	20	6	6	4	6	6	8
4.00	14	2	2	0	4	4	6
6.00	16	4	2	0	2	6	6
0.00	4	0	0	0	0	4	0
6.00	8	0	2	4	2	4	2
14.00	16	6	6	2	2	6	8
12.00	16	4	6	2	2	6	8
8.00	10	4	4	0	2	6	2
14.00	16	6	4	4	2	6	8
2.00	8	2	0	0	0	4	4
14.00	18	4	4	6	6	6	8
8.00	10	6	2	0	2	6	2
8.00	10	4	2	2	2	6	2
10.00	10	4	4	2	6	4	0
8.00	20	4	4	0	6	6	8
6.00	18	4	0	2	4	6	8

Grupo experimental

PRE TEST	POSTEST	PRE1	PRE2	PRE3	POS1	POS2	POS3
14.00	16	4	6	4	6	6	4
8.00	14	0	6	2	4	4	6
14.00	18	6	6	2	6	6	6
20.00	14	6	6	8	4	2	8
12.00	8	4	4	4	2	4	2
6.00	10	4	0	0	6	2	2
20.00	20	6	6	8	6	6	8
20.00	20	6	6	8	6	6	8
8.00	2	4	2	2	0	2	0
14.00	18	4	6	4	6	6	6
16.00	16	6	6	4	6	4	6
10.00	12	4	4	2	2	6	4
6.00	6	2	0	4	2	2	2
8.00	6	4	4	0	2	0	4
6.00	12	6	0	0	0	6	6
10.00	10	4	2	4	2	4	4
14.00	12	6	4	4	2	4	6
10.00	14	6	2	2	2	4	8
14.00	12	4	6	4	6	2	4
10.00	18	4	4	2	6	6	6