UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN

INFORME FINAL

"5000 AÑOS DE HISTORIA DE LA MATEMÁTICA"

Lic. ABSALÓN CASTILLO VALDIVIESO

(Período de ejecución: 01.04.2011 al 31.03.2013)

Resolución N° 372-2011-R modificado por Resolución Rectoral N° 661-2011-R

Callao – Perú
2013

Índice general

1. RESUMEN

El propósitio de la presente obra pretende exponer una versión hitórica de conjuntos sobre los orígenes de los acontecimientos de la Matemática, su desarrollo e influencias a través de los siglos de la existencia humana, asi como su apreciación sobre las ciencias conexas. Se inicia con la Matemática de la antiguedad que es descrita minuciosamente desde las ideas primigeneas que tuvo el hombre cuando aprendía a contar y medir, realizando sus primeras aplicaciones a la vida cotidiana, es decir, partimos de una pse-historia de la Matemática cuando no existía la escritura en los pueblos pre- históricos. Esto nos ha permitido ubicar al conocimiento matemático en el transcurrir del tiempo, tomandò un cuenta las edades de la historia de la humanidad, haciendo una clasificación detallada y tipificándola de acuerdo al descubrimiento e invención de ideas habidas en el fortuito desarrollo de los hechos, históricos nacionales y mundiales. Como resultado de ésta labor tenemos la fecha, el tiempo, el lugar y el acontecer histórico de cuando nace por primera vez la idea matemática, originando muchas veces un cambio radical en la evolución del pensamiento matemático practicado por el hombre. Una vez obtenida las primeras ideas analizamos los resultados y en consecuencia, asi como su trascendencia e influencias sobre otras ideas matemáticas contemporáneas de su época.

Concluimos que mediante ésta narrativa histórica de la Matemática clasificada por etapas, llegamos a conocer cada descubrimiento realizado por el hombre en el campo de la Matemática.

2. INTRODUCCIÓN

La presente obra pretende exponer bajo una visión de conjunto los descubrimientos de han hecho histria en la Matemátematica y su incidencia e implicancias sobre las Ciencias Afines. La Matemática tuvo un duro comienzo hace aproximadamente 50 siglos en las civilizadiones del Medio Oriente. La Matemática de la antigüedad es analizada y conceptuada históricamente y descrita minuciosamente con el fin de poder explicar de un modo más extenso el interesante y destacado período del Cálculo Infinitesimal con su performance en la Tecnología e Ingeniería de nuestros días. Desde un inicio el hombre realizaba anotaciones de Cálculo con números que estuvieron acompañados con un marco místico-religioso. Precisamente el número surgió como consecuencia de la necesidad práctica de contar objetos, con la ayuda de medios disponibles: dedos, piedras, árboles. La evolución de los conceptos e dieas matemáticas es tratada en la obra siguiendo su desarrollo histórico. Ciertamente, la Matemática es tan antigua como la propia humanidad, en efecto, en los diseños pre-históricos de cerámica, tejidos y en las pinturas rupestres se pueden encontrar evidencias del sentido geométrico y del interés en figuras geométricas.

Las primeras referencias de matemática avanzada y organizada data del tercer milenio A. C. en Babilonia y Egipto. Esta matemática estaba dominada por la aritmética con algún interés en medidas y cálculos geométricos sin mención con los conceptos de axioma y demostración. Los primeros escritos egipcios hacia el año 1800 A.C. muestran un sistema de numeración decimal con distintos símbolos para las potencias de 10, similar al sistema usado por los romanos, los egipcios fueron capaces de resolver problemas aritméticos con fracciones y también algebraicos. En el área de Geometría hallaron las reglas correctas para calcular áreas de triángulos, rectángulos y trapecios y volúmenes sólidos como las pirámides. Lo mismo podemos decir de los mayas que fueron muy sabios en matemática y astronomía. Cuando asoma la escritura como producto de la cultura urbana el conocimiento matemático aún vago y nebuloso comienza adquirir consistencia.

La cultura griega (Siglo V A.C.) hace el mayor aporte en la organización y sistematización de las ideas matemaática introduciendo los conceptos de postulado, axioma, hipótesis, teorema, corolario y demostración como método. Los griegos recogen los conocimientos de los babilonios, egipcios y de las culturas de la Mesopotamia y la procesaron para establecer la matemática griega que hay conecciones con el descubrimiento de los números irracinales se separala Matemática como rama independiente de la Ciencia y de la Filosofía a pesar de no ser aceptado los métodos infinitesimales, aún asi la matemática de los griegos representa un sistema científico de mucho valor. Con la aparición de los romanos y la extensión de sus reinos (Siglo III A. C.) se debilita y mengua el conocimiento matemático. Con la conjunción de los estados diádocos al Imperio Romano (Grecia, Siria, Egipto) antes de establecer la era cristiana el interés por la matemática como teoría está por desaparecer y a pesar de los enormes intentos realizados por los neopitagóricos y los neoplatónicos no recobra su original disciplina. La joven Iglesia de los cristianos no acepta la matemática teórica pues la considera como una ciencia prácticamente pagana en razón de su fusión con la Filosofía y sólo quiere aceptar los métodos prácticos necesarios. Con la caída del Imperio Romano (476 A. C.) y la invasión de los pueblos bárbaros las obras importantes de la matemática griega sin traducción al latín quedan al desamparo, lo que se hace necesario empezar todo nuevamente partiendo de los conceptos antiguos. Sim embargo la región del Imperio Romano que estaba en el este se mantiene todavía por un buen tiempo, lo que permite que esto se traslade hacia Mesopotamia, Persia e India resultando trabajos propios que conducen al cálculo con cifras y al desarrollo de la Trigonometría.

A partir del 600 d. c. se consolidan los califatos y los musulmanes toman conocimiento de la matemática griega y de los indios y lo continúan con gran habilidad (Siglo XII) y lo propagan al mundo occidental, que por ése tiempo finalizas las traducciones latinas de las obras matemáticas griegas. Los debates respecto a lo infinito y lo continuo con las representaciones simbólicas y numérica hacen revivir el estudio de los fundamentos de la Matemática lo que trae como consecuencia el mayor interés por la traducción de obras y la reproducción de textos originales griego. Todo esto permite realizar un estudio cuantitativo de la naturaleza y formular una idea mejor del mundo considerando una base de tipo matemática con carácter de naturaleza. Esto ocasiona un resultado que no se esperaba, lo que e que todas las investigaciones de la naturaleza contengan un gran incremento de los conocimientos de la Matemática. A partir de ello y a través de los siglos con el uso de los infinitesimales la Matemática alcanza una gran solidez en sus fundamentos y ya en el siglo XIX todo lo descubierto hasta entonces se ordena y se unifica con presición, terminando en una moderna investigación científica y en consecuencia en la evolución de la misma.

Finalmente en el siglo XX y en el actual constituyen épocas de gran gestación de las ideas actuales sobre las Matemática que tiene como característica esmerado cuidado que se coloca en sus fundamentos.

Ahora tal vez por primera vez, se lleva el intento de analizar e interpretar desde sus orígenes la evolución de la Matemática como una unidad histórica a través de los tiempos transcurridos, no sólo desde una perspertiva biográfica sino también presentar un contenido de problemas que han estado presentes en las culturas de cada época. Por otra parte el presente trabajo beneficiará al sector de profesionales de las Ciencias Básicas quienes investigan y hacen docencia, y podrán servirse de semblanzas, reseñas de lugares y conocimientos de culturas que desarrollaron la Matemática

3. MARCO TEÓRICO

El desarrollo de la obra ha tenido los siguientes soportes teórico e informativo contemplados en los tratados que siguen:

Una semblanza sobre el desarrollo de los conocimientos de la Matemática desde las culturas establecida en la Mesopotamia (3000 A. C.) hasta la aparición de las nuevas geometrías y nuevas algebras está dada por Cajori(1922). De otro lado, Hofmann (1960) hace una narrativa histórica de la Matemática desde los comienzos de la Edad de Piedra hasta los periodos escolásticos e ilustración. Así mismo Babini (1967) en un programa de monografías científicas de la OEA ha desarrollado un trabajo sobre historia de las ideas modernas en Matemática que comprende solamente desde el siglo XIX hasta el nacimiento de las nuevas estructuras. También Helgott [](2001) presenta en su obra el desarrollo de la historia y pedagogía de la Matemática, abordando hechos y descubrimientos hasta el siglo XX. También el autor Bell (1948) presenta en su obra sobre la vida de grandes matemáticos desde los griegos hasta el siglo de oro XIX destacando las investigaciones célebres realizadas en su tiempo. Dentro del marco de estas obras se ha podido realizar los fundamentos del presente trabajo, las mismas que nos han permitido hacer una separación de las etapas de la humanidad con el surgimiento de las ideas de la Matemática.

4. MATERIALES Y MÉTODOS

Materiales

El presente trabajo de investigación por su naturaleza, no ha considerado experimentos en gabinetes o laboratorio alguno. Empero, se ha tomado en cuenta para su desarrollo, el uso de textos, papers, artículos, softwares y algunas vivas experiencias personales en lectura en historia de la Matemática tornándose en el interés del trabajo. De otro lado, se ha utilizado material técnico en el diseño y también la impresión de los informes trimestrales. La información adquirida ha sido procesada usando un compilador de textos Latex y un editor de textos Kile, sobre la plataforma GNU/Linux de distribución Ubuntu 11.04 de conformidad con las normas vigentes.

Métodos

Una vez llevado a cabo la recolección de datos informativos que son necesarios para nuestra investigación los métodos para la realización del trabajo son: Análisis-Interpretación- Síntesis.

El método del análisis lo que hace es escudriñar y separar la historia en etapas lo que permite comprender mejor las ideas matemática desde sus orígenes. El método de la investigación hace posible establecer los nexos de los descubrimientos acontecidos a lo largo de la historia de la Ciencia Matemática.

El método de la Interpretación permite resumir los diferentes acontecimientos producidos al nacer las ideas en Matemática y colocarlo en el curso de la historia. Concluimos pues que estos métodos utilizados nos han permitido que el trabajo de investigación pueda tener orden, línea en el tiempo y conclusiones en las distintas etapas que tuvo el desarrollo del conocimiento de la Matemática.

1. Pre-Historia de la Matemática: 9000-3000A.C.

Cuando la escritura todavía no hace su aparición en el escenario de la historia de la humanidad sucede que existe una etapa en que ocurren acontecimientos en el vivir del hombre desde cuando se establece por primera vez en la tierra a tratar de satisfacer sus primeras necesidades.

1.1. La cultura en la Edad de Piedra

La labor de los arqueólogos y antropólogos que a la fecha no ha permitido que se hallen descubierto muchos detalles respecto de la cultura en la Edad de Piedra, sin embargo nos encontramos siempre con los primeros conocimientos de la Matemática que son peculiares. Debido a que ésta época tenía muchos cambios donde los habitantes eran nómadas, caminaban de un lugar a otro sin tener destino fijo, se dedicaban a la recolección de sus alimentos y cuando esto terminaba se trasladaban a otro lugar, posteriormente el hombre decide establecerse en un determinado lugar y cuando lo hace comienza la etapa de vida en que edificar sus casas, templos, sepulturas, hace adornos en armas y utensilios, en objetos de uso como la cerámica y los tejidos, revelando entonces un sentido de las formas y una familiaridad en el trabajo de sus manos con propiedades de las figuras geométricas sin tener un destino fijo, se dedicaban a la recolección de sus alimentos y cuando esta se terminaba se trasladaban a otro lugar;

posteriormente el hombre decide establecerse en un determinado lugar y cuando lo hace comienza una etapa de vida en que edifica suss casas, templos,sepultura, hace adornos en armas y utensilios, en objetos de uso como la cerámica y los tejidos, revelando entonces un sentido de las formas y una familiaridad en el trabajo de sus manos con propriedades de las figuras geométricas.

Si bien la Historia comienza con la escritura sin embargo, existen numerosas conjeturas acerca del quehacer humano en la Pre-historia. Se exponen ellos relacionados con conceptos matemáticos, basados en los registros disponibles más antiguos. Entre las primeras actividades del hombre pre-históricas se pueden nombrar la conservación del fuego, la creación de trampas, la construcción de casas y tiendas, también la determinación de distancias con sus cuerpos y sus pasos, el grabado de escenas en sus cavernas, la observación del movimiento de los astros y las direcciones en el espacio. En éstas actividades pre-históricas éstan prefigurado los conceptos de: números, medidas y orden. Tal es el caso del trueque, que llegó a ser la base del comercio durante un largo período que no es otra cosa que la idea de correspondencia o función, que es uno de los conceptos básicos de la Matemática. El paso de la etapa paleolítica a la neolitica los procesos se van afirmando, esto es, se tienen nuevas técnicas agrícolas y pastoriles, la cerámica, la carpintería, la textilería, la minería, la metalurgia, el trueque de bienes u objetos, la navegación, el transporte, las normas que rigen la naciente organización familiar, social y econnómica, todos ellos exigen una precisión cada vez mayor en el contar, en el medir y en el orden. Para lograr esto, es necesario que se formalice y se desarrolle la llamada Aritmética.

1.2. Orígenes del pensamiento

El hombre pre-histórico con su capacidad de observador de las cosas a su alrrededor rápidamente procesa ideal y pensamientos para dar explicación a ciertas interrogantes, elabora pensamientos primarios respecto de cantidad, de medida y de orden. Esto se percibe cuando el hombre deja ver un afinado sentir de las propiedades simétricas de los cuerpos en la ornamenta de superficies con adornos simétricos, que están ordenados ya sea en líneas abiertas continuas o bien en círculos cerrados. Los números más sencillos son manejados como propiedades y en ocasiones son usados en relación directa con los objetos contados, de forma que a cantidades iguales correspondian signos diferentes, esto es, los númeos concretos.

1.3. El origen y desarrollo del número

En la mente y en la acción del hombre pre-hisórico no están ausentes los números más simples y la ordenación de ellos, de alguna manera ése hombre se hallaba con el concepto básico de la Matemática denominada número. En el transcurrir del tiempo pre-históricoo hubo en el hombre la necesidad de desarrollar una forma para poder contar sus posesiones para determinar lo que tenían y lo que daba. Asi tenemos que las tribus tenían que contar cuántas cosas tenían cuántas cosas compraban, necesitaban comunicar cuántos animales habían en una manada o cuántos eran en la tribu enemiga. Es posible que el principio bastón con usar los términos -mucho-poco y afirmaban: tengo poca comida, tengo mucha comida, pero necesitaban concretarlo más y saber realmente qué cantidad de casas tenían. Asi es como surgió la necesidad de invertir el número.

Entre los conjuntos sobre la aparición del número se encuentran los que afirman que apareció en base a la necesidad de establecer una jerarquía entre los integrantes de la tribu en los rituales religiosos o en otras actividades comunitarias, es decir, los número como ordinales. Otras teorías afirman que el número apareció ante la necesidad de establecer la relación entre las fuerzas propias y la de los vecinos, estos, los números como cardinales. En realidad no se conoce con certeza cuando comenzó a utilizar el número como símbolo para representar la cantidad de objetos en una colección, la idea de número, como muchas ideas matemáticas, fué evolucionando poco a poco. Es difícil saber como fué que se llegó a la idea de número y el símbolo que la representa, asi como es dificil explicar la manera en que un niño pequeño aprende las primeras palabras a pronunciarla.

La palabra cálculo deriva del vocablo latín calculus que significa contar con piedras (he alli la denominación de cÍculos a las piedras en los riñones) los más natural para el hombre primitivo fue poner en correspondencia cada unidad de lo que quería cortar con una piedra. Hay numerosas variaciones de éste modo de operar: los ábacos, los cuenta ganados(cuerda con nudos, otros, los quipus), el rosario, etc. Este material de cálculo permite realizar operaciones sin tener que poner mucha atención en ellas, ya que el cálculo, en algunas ocasiones, no es el verdadero objetivo del hombre antiguo.

Es natural que el individuo para contar haya acudido a lo que tenía más cerca a él, que es su propio cuerpo, en especial los dedos de las manos y eventualmente de los pies. Aún hablamos de digitos el día de hoy (del latín digitus, que significa dedo) para referirnos a las cifras del 1 al 9. El cálculo digital se extendió hasta convertirse en un cálculo corporal usando además de manos y pies, otras partes del cuerpo. Una vez utilizados los dedos de las manos y de los pies para representar los números, se continuaba con la muñeca, el codo, la axila, el hombro, la rodilla, etc., y sólo bastaba hacer memoria del lugar del cuerpo al que se había llegado en una cuenta calculada para volver nuevamente reproducirla. Una vez agotadas las partes del cuerpo humano, entonces el primitivo recurrió a los objetos de la naturaleza: hojas secas, piedras, árboles. Esta idea le permitió al hombre pre-histórico realizar cálculos con números mayores, pero pensando de que contar con piedras representa un mecanismo frágil y afímero para guardar la información, y en vista de esto, el hombre de ésa época a veces registró un número haciendo incisiones en palos o en trozos de huesos.

El tiempo de la aparición de la humanidad no se sabe exactamente, sinembargo se sabe que hay un tiempo de miles de años de haber transcurrido la vida humana y que en ése período pre-histórico acontecieron los hechos descritos anteriormente. La humanidad aparece, según una teoría, en Africa Central, y otra teoría (Sagradas Escrituras) en la región de Mosopotamia entre los ríos Tigris y Eufrates.
Mucho tiempo despues de éstos procesos ocurridos el hombre se hizo fisiológicamente capaz de emitir palabras al hablar, sin embargo las palabras que expresar ideas numéricas aparecieron muy lentamente y es muy probable que los signos para representar los númemros hayan precedido a las palabras para representarlas, simplemente

porque es mucho más fácil cortar muescas en un palo que establecer una frase modulada para identificar un número. En la caverna de Blombos (Sudáfrica) se hallan varias piezas del paleolítico de 70,000 años de antigüedad que se muestran en las figuras.

(a) Huesos con marcas

(b) Piezas con marcas geométricas

Figura 1.1: Piezas del paleolítico

Existe un primer documento matemático del hombre que data de hace 30,000 A.C. que aparece en República Checa (1996) y consiste en un hueso de lobo joven con 55 incisiones bastante profundad distribuidas en dos series, la primera con 25 y la segunda con 30 y en cada serie las muescas están distribuidas en grupos de 5 probablemente por el número de dedos de una mano. Desde el punto de vista matemático resulta inconveniente que el llamado Hombre de Cromagnon y sus descendientes hubiera tenido cuatro o seis dedos en cada mano en lugar de cinco. Otro registro entá en el Museo de Historia Natural en Bruselas (Bélgica), es el hueso Isshango que puede observarse en la figura:

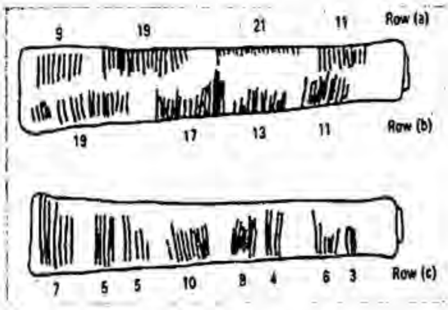


Figura 1.2: Hueso Ishango de 3 filas de incisiones

Podemos ver que tiene 3 filas de incisiones y una de las columnas tiene 11, 13, 17, 19 incisiones. Este hueso data de aproximadamente 6,500 años y se conjetura que podría ser el registro más antiguo de núnmeros primos, por la forma representativa de la incisiones.

Es asi pues como surge la idea de número, que hoy en la actualidad constituye el concepto matemático que ha revolucionado la Ciencia y la Tecnología.

1.4. Primeras Formas Geométricas

El dibujo y el diseño realizados por el hombre del neoltico revela un interés en las relaciones espaciales que fueran los que prepararon el camino hacia el surgimiento de al Geometría (latín; geo: tierra, metrum: medida). La alfarería y los tejidos, muestran en sus dibujo ejemplos de congruencias y simetrías que en buena cuenta constituyen la geometría elemental. El desarrollo de la Geometría puede haberse visto tal vez estimulada en las necesidades prácticas de la construcción y de la agrimensura, asi como del diseño y orden.

Los trabajos más antiguos de la Geometría descubiertos en la India son los Sulvasutras o reglas de la cuerda, que vienen a ser relaciones muy sencillas que probablemente se usaban en la constitución de altares y templos. Ahora bien para que las construcciones se consoliden previamente se debía desarrollar matrigonometría elemental y obtener teoremas geométricos, como es el caso del Teorema de Pitágoras.

El hombre primitivo ha dejado restos escritos descifrables en los que encontraron el manejo en forma de reglas para problemas prácticos como por ejemplo: delimitación de terrenos, construcción de almacenes, muros de contención para ríos, etc. Se observa que existen instrucciones precisas para formular el rectángulo, el triángulo y el prisma rectangular, para las otras formas se hace uso de la aproximación, en donde las reglas o indicaciones vienen después. En la etapa pre-histórica el uso de medidas, monedas y pesos determinó la unidad y sus subunidades, Esto preparó el terreno para la concepción de llamado quebrado o fracción, por cierto lo más sencillo de los cuales consiguieron un uso individual. tiempo después vemos las llamadas proporciones.

2. La Matemática en las primeras culturas de la civilización 3000-200 A.C.

La civilización se origina, según descubrimientos arqueológicos, en la región de Mesopotamia (lugar entre dos ríos) que es atravesada por los ríos Éufrates y Tigris. Posteriormente aparecen otras civilizaciones menores que resultan la consecuencia de las grandes culturas: babilonia, egipcia y china.

2.1. Evolución del Pensamiento Matemático

Es adecuado llegar a concluir que la Matemática surgió en forma original como parte de la vida diaria del hombre civilizado, y si resulta válido el principio de la supervivencia de los más aptos, entonces es probable que la supervivencia de la raza humana se encuentre relacionada con el hecho de que el hombre haya desarrollado los conceptos matemáticos.

La evolución de las ideas matemáticas desde sus orígenes en la Pre-historia hasta la aparición de las culturas de la Mesopotamia ha tenido como fruto el haber logrado el nivel de vida en la que el hombre de la civilización pueda desarrollarse recordando que sín la Matemática no hubiera alcanzado el bienestar que siempre lo ha buscado desde el primer hombre en la tierra.

La filosofía de ésta primera Matemática se encuentra en una fase de inicio, comprendiendo los primeros conocimientos abarcados como un conjunto de pensamientos de molde filosófico.

2.2. La Cultura Babilónica

Babilonia es un pueblo del medio oriente que surge en la región central de la Mesopotamia (2000 A.C.) entre los ríos bíblicos del Eufrates y del Tigris, se desarrolla cronológicamente desde el segundo milenio hasta el siglo II A.C. Los babilonio desarrollaron la Matemática en miles de tablillas de arcilla, 500 de ellas contienen manifestaciones numéricas que nos han permitido descubrir desde su sistema de numeración en base 60 a sus conocimientos sobre el teorema de Pitágoras. de las observaciones acerca de las posiciones de los planetas se conserva en la actualidad un vestigio muy popular: el horóscopo. Los babilonios eran excelentes astrólogos y llegaron a establecer las 12 constelaciones del zodiaco, dividiendo cada uno de ellos en 30 partes iguales. Es decir dividieron el círculo zodiacal en $12 \times 30 = 360$ partes. Es asicomo hemos heredado la división de la circuferencia en 360 grados y cada grado en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos. hoy en día, nuestra manera de contar el tiempo lo hacemos basado en éstas ideas. Por otro lado poseían un algoritmo para calcular raíces cuadradas, operaban con fracciones, resolvían ecuaciones de primer y segundo grado e incluso algunas ecuaciones de orden cúbico $n^3 + n^2 = a$.

El sistema babilónico de numeración utilizaba tablillas con varias muescas o marcas en forma de cuñas (cuneiforme). Una cuña sencilla representaba al 1 y una marca en forma de flecha representaba al 10. Los números menores a 59 estaban formados por estos símbolos utilizando un proceso aditivo. El número 60 estaba representado con el mismo símbolo qe el 1 y a partir de esto, el valor de un símbolo venía dado por su posición en el número completo. Asi tenemos por ejemplo un compuesto por el 2, seguido del 27 y terminado en 10 consistía en la representación

$$2 \times 60^2 + 27 \times 60 + 10$$

Este sistema llamado sexagesimal, que es la base 60, era muy utilizado por los babilonios como ahora las naciones usan el sistema decimal que es la base 10. A travéz de los años ellos fueron más sofisticados en sus conocimientos en Matemática que les permitió determinar las raíces positivas de una ecuación de segundo grado, compilaron una gran cantidad de tablas que expresaban la multiplicación y la división, también tablas de cuadrados de números y tablas de interés compuesto. además calcularon no sólo la suma de progresiones aritméticas y de geométricas siono también de sucesiones de cuadrados. Ellos llegaron a obtener fórmulas para una buena aproximación de sus cálculos.

Un sistema de numeración es un sistema de signos o símbolos usados para expresar los número. Las primeras formas de notación numérica eran grupos de líneas, rectas verticales u horizontales, cada una d ellas representando al número 1, un trabajo realizado por los babilonios pero que era engorroso para tratar con grandes número, sin embargo con el pasar del tiempo se empezó a usar un símbolo especial el número 11 con dos símbolos unitarios, y el 99 con 18 símbolos en ves de 99. Es el año 2000 A.C. que se descubren éstas ventajas de un sistema posicional, en el cual les permite escribir a los babilonios cualquier número con sólo dos símbolos en la base 60:

T	:	1
<	:	10

Notación cuneiforme

Asi tenemos:

24 : <<TTT T

93 : 60 + 30 + 3 : T<<<TTT

Aunque no contaban con el cero y al coma para operar con decimales, sinembargo, también representaban fracciones de denominador 60 y sus equivalentes.
Por ejemplo:

$$321 \quad 3/4 \quad : \quad 5 \times 60 + 21 + 45/60$$

que se escribe como,

TTT	<			<	<		TTT
						T	
TT		<			<	<	TT

Representación cuneiforme del 321

Existe un dispositivo de cálculo más antiguo que data de aproximadamente 1,900 A.C. En efecto, los babilonios confeccionan una tablilla que ahora se llama **Plimpton** que se encuentra en la Universidad de Columbia, Estados Unidos, la cual contiene una lista de ternas pitagóricas primitivas, lo que muestra la atención que le dieron a éstas ternas las primeras civilizaciones que llegaron a tener escritura.

Es claro que a medida que las nuevas sociedades en las civilizaciones evolucionan surgen nuevas necesidades, una de ellas consiste en la de realizar cálculos de modo rápido y eficiente, lo que llevará al hombre elaborar un dispositivo como el **ábaco** y el **quipu de los Incas.**

La tablilla Plimpton tiene 4 columnas de núeros distribuídos en 15 filas, se puede deducir que los babilonios conocían el hecho de que si p y q son dos números entero, entonces los número:

$$b = p^2 - q^2 \qquad c = 2pq \qquad a = p^2 + q^2$$

donde a, b, c son las medidas de un triángulo rectángulo. En la 2^{da} y 3^{da} columnas aparecen los valores de b y a en sistema sexagesimal. En la 1^{ra} columna el cociente a^2/c^2.

Figura 2.1: Tablilla Plimpton con ternas pitagóricas

La civilización babilónica viene de las civilizaciones sumeria y acadios, heredando el sistema numeral con las ideas de los sumerios y acadios, de los sistemas numerales de éstos predecesores provenía la base 60, sín embargo ni el sistema sumerio ni el acadio eran posicionales y éste avance fué su mayor logro en el desarrollo de los sistemas numéricos y por tanto de la Matemática.

Figura 2.2: Los 50 símbolos delsistema babilónico

El número separado por comas $1, 57, 46, 40$ representa el número sexagesimal

$$1 \times 60^3 + 57 \times 60^2 + 46 \times 60 + 40$$

que en notación decimal consiste en 424000. El numeral babilónicos es:

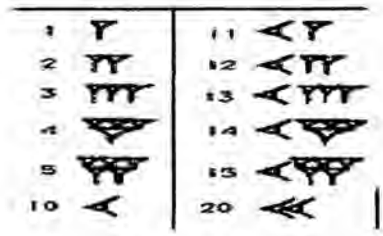


Figura 2.3: El número babilónico

el número babilónico de 2, 27 al cuadrado es

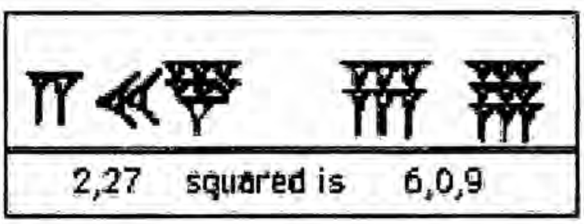


Figura 2.4: El cuadrado de 2.27

2.3. La cultura egipcia

El pueblo egipcio asentó en las orillas del rio Nilo aproximadamente 3100 A.C., es la edad de bronce antiguo con las dinastías faraónicas I y II. Egipto extendió su reino por toda la región nor-oriental del Africa, gobernado por medio de veinte dinastías y entrando en decadencia a partir del 900 A.C. desapareciendo a comienzos de la era cristiana. Por cerca de 3000 años los egipcios desarrollaron ciencia elaborando la escritura jeroglífica, cuyos signos al principio representan palabras consonanticas y más tarde sólo letras y son empleados como complemento fonético. Se escriben sólo las consonantes como la lengua permita. De otro lado, la introducción de un calendario con la división del año en doce meses de 360 días y el establecimiento de cinco días festivos y la construcció de edificios colosales como las pirámides (2900 A.C.) nos dejan pensar de una buena predisposición en la Matemática. Muy a nuestro pesar nuestros conocimientos sobre matemática se circunscriben a unas pocas colecciones de muestras. Ellos son: El papiro de Moscú, el rollo de cuero y sobre todo el papio de Rhind, escrito por el sacerdote Ahrme.

El sistema de numeración de los textos jeroglíficos se presenta en forma decimal sobre bases lineales. Cuando el reino de Egipto alcanzó su mayor auge en los textos aparen signos de números hasta 10^2, los cuales desaparecen con la decadencia.

De nuestras primera enseñanza sobre la Matemática conocemos que ella ha nacio en Grecia con Pitágoras, Euclides, Arquímides, etc. sin embargo estos sabios aprendieron de los sacerdotes egipcios. Herodoto, el llamado "Padre de la história" afirma que solo dedicaban su tiempo a especulaciones matemáticas que consistía en la suma y síntesis de las enseñanzas sobre el hombre y la naturaleza. Para los egipcios los números son los dioses, las ideas divinas, lumninoso y puro de todo cuánato nace, vive y muere. Los números eran seres puros, que eran reflejos de los dioses que ellos creían, como el orden, la verdad y la justicia, que luego se convierten en relaciones, en razones. Porfirio, un neoplatónico afirmaba que los números son los jeroglíficos con que la naturaleza expresa sus operaciones y su quinta esencia. A continuación escribimos un cuadro de equivalencias:

Codo medida	maat
Caos	Set
Inteligencia	Thot
Cero	No-Número, abismo, indefinido, donde nacen y mueren los universos
Uno	Atúm, nacido por si mismo, no-cosa, ser del todo
Dos	Shu, viento del espíritu
Tres	Tefnut, el espacio
Cuatro	Geb, la tierra, tiempo, cruz
Cinco	Nut, el cielo
Seis	Osiris, ojo, espítu
Siete	Isis, luna, virgen
Ocho	Set, doble cuadrado
Nueve	Neftis, centinela de murallas, cierra el círculo de números o dioses
Diez	Horus

2.3.1. El papiro de Rhind

Llamado también **Papiro de Almes** fué encontrado en las ruinas de Tebas, comprado por el anticuario escocés Henry Rhind en 1858 en una tienda en la cuidad de Luxer a orillas del Nilo; en la actualidad se halla en el museo británico de Londres. Este papiro comienza con la frase " Cálculo exacto para entrar en el conocimiento de todas las cosas existentes y de todo los oscuros secretos y misterios". Mide 6m. de largo 33 de ancho y representa la mejor fuente de información sobre matemática egipcia conocida. Está escrito en hierático y consta de 87 problemas y sus resoluciones, nos ofrece información sobre asuntos de aritmética básica, fracciones, cálculos de áreas, volúmenes, progresiones, repartos proporcionales, regla de tres, ecuaciones lineales y trigonometía básica. No se conoce la razón del papiro, algunos piensan que es un material pedagógico o que consiste en un cuaderno de notas, más para los investigadores constituye una herramienta para el estudio de la Matemática antigua. Cada problema en el papiro es resuelto usando una tabla de descomposición de $n/10$ para $n = 1, 2, 3.., 9$ el cual facilita los cálculos y otra tabla en la que se expresa todas las fracciones del numerador 2 y denominadores impar 5 y 101. Los egipcios considera tan grande la Mateática que sus misterios fueron confiados a una clase de priviligiada hereditaria de escribanos. A continuación un gráfico del papiro.

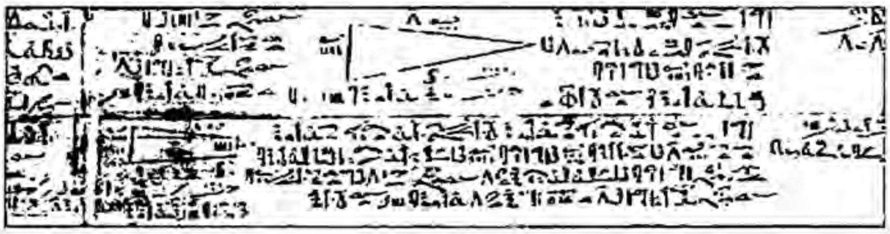


Figura 2.5: El papiro de Rhind

2.3.2. El papiro de Moscú

También conocido como **papiro de Golenischev** es casi tan largo como el papiro de Rhind con siete centímetros de ancho. Ha sido escrito por un escribano de la dinastía XII (1890 A.C.) y fué comprado en Egipto en 1893, conservándose en la actualidad en Moscú. Consiste en una colección de 25 problemas resueltos que corresponden a asuntos cotidianos semejantes a los del papiro de Rhind. Se destaca en el papiro de Moscú dos problemas geométricos que llaman la atención, en uno de ellos se trata de hallar el área de la superficie de una cesta semiesférica de diámetro 4 1/2, la cual es calculada resultando sorprendente para la época. El otro papiro nos presenta algunos problemas geométricos que tienen soluciones mediante el uso de herramientas que para ése tiempo resultaban insólitos. A continuación un gráfico del papiro.

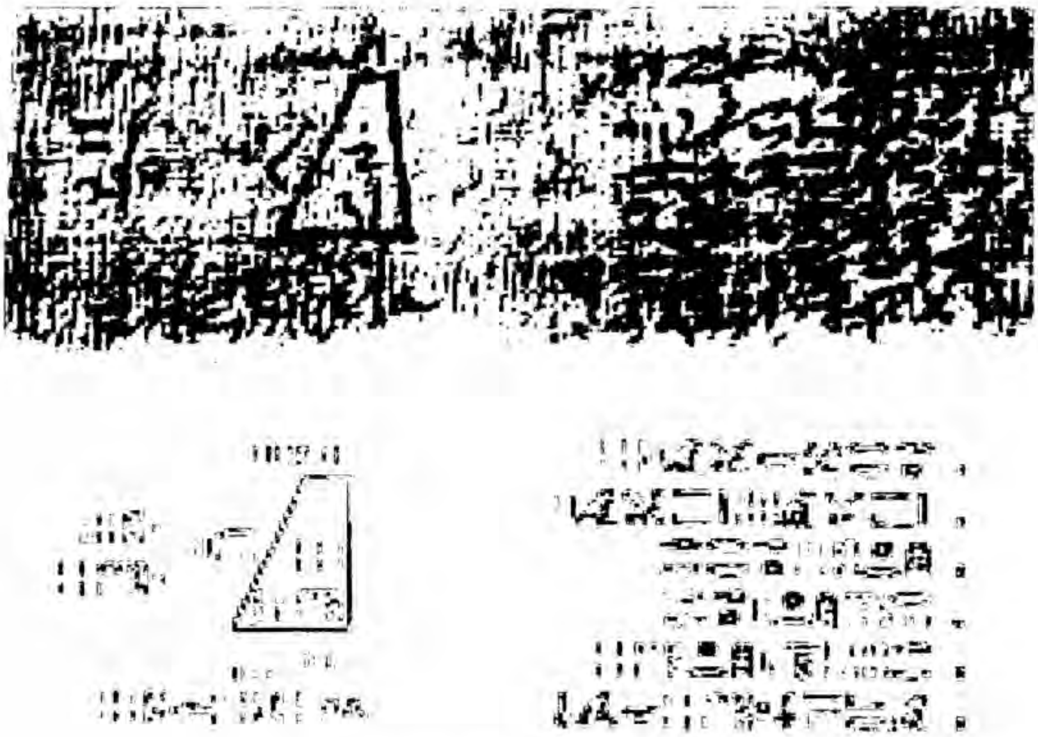


Figura 2.6: El papiro de Moscú

En el antiguo Egipto se usaron dos tipos de numeración. Uno, escrito en jeroglíficos (sistema decimal) con signos distintos para 10,100,1000, etc empleando en el periódo antes de las dinastías. El segundo, era el sistema hierática, escrito con un nuevo tipo de cifras que tomaba un número a un símbolo. Poco tiempo después en el periódo romano la numeración jeroglífica fué modificada para las fracciones egipcias.

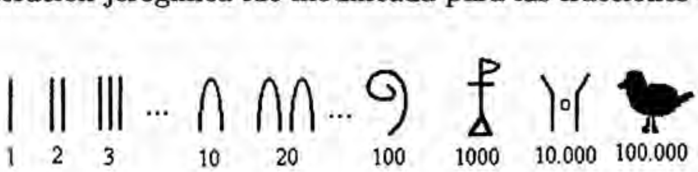


Figura 2.7: Sistema de numeración egipcia

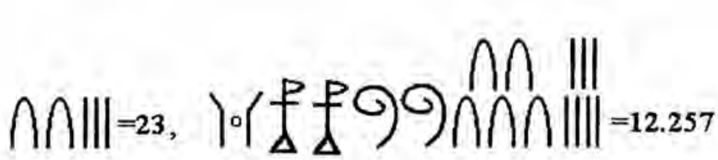


Figura 2.8: Jeroglíficos y numeración actual

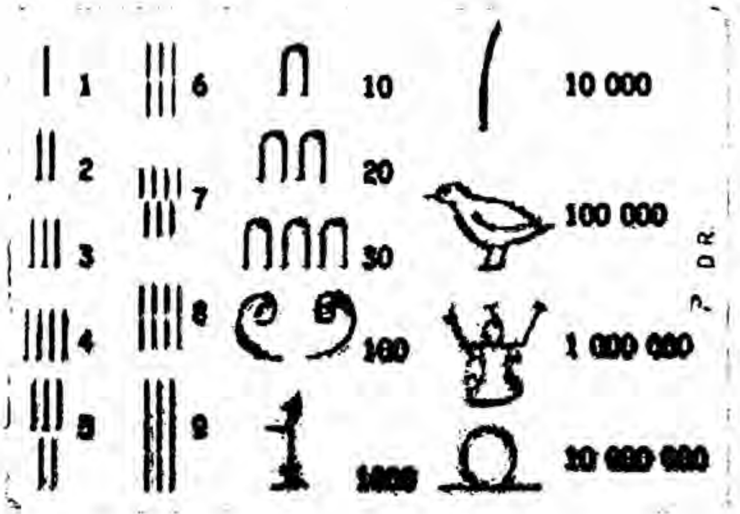


Figura 2.9: Jeroglíficos y potencias de 10

Ilustramos algunas operaciones con jeroglíficos:

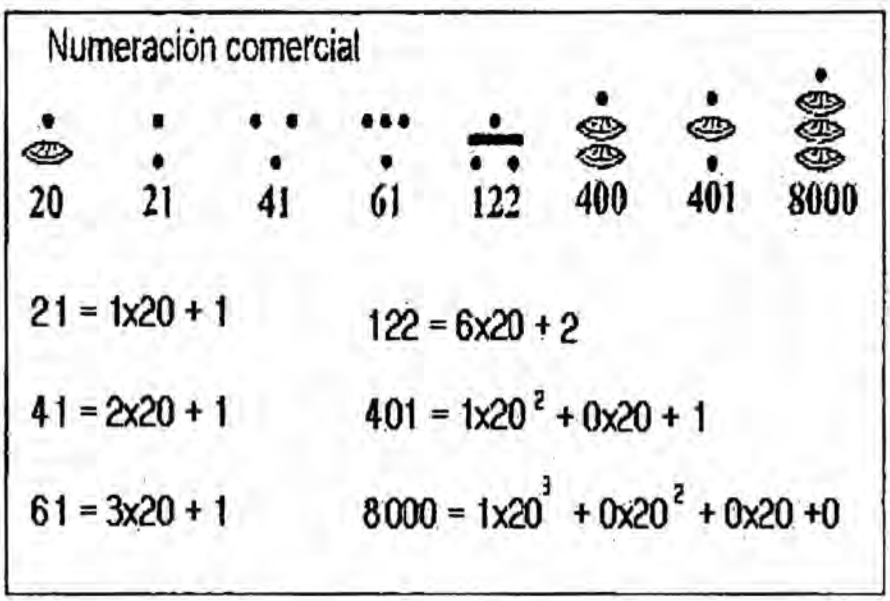


Figura 2.10: Multiplicación con jeroglíficos

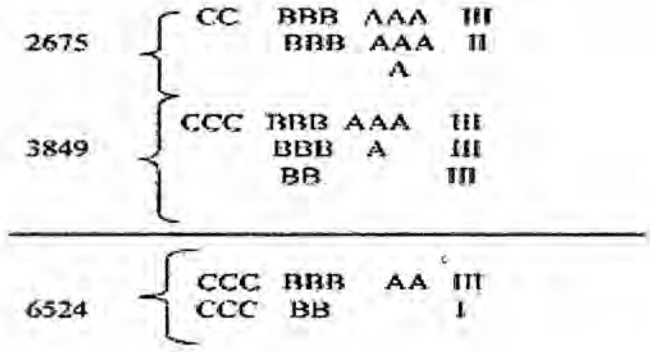


Figura 2.11: División con Jeroglíficos

Cuando el cociente no es exacto, se introducía las fracciones. El jeroglífico que indicaba una fracción era una foca y significaba un poste. A continuación algunas representaciones:

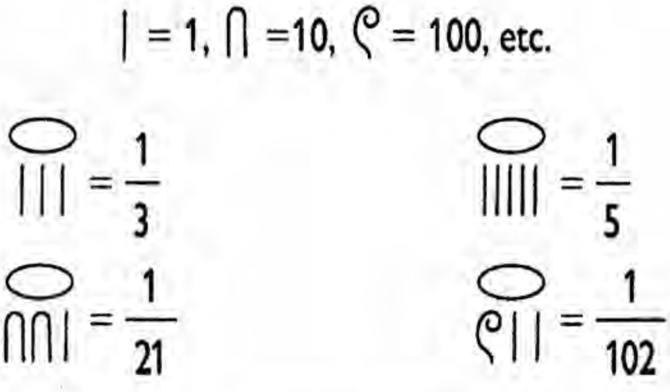


Figura 2.12: Jeroglíficos y fracciones

Finalmente fracciones para medidas de capacidad

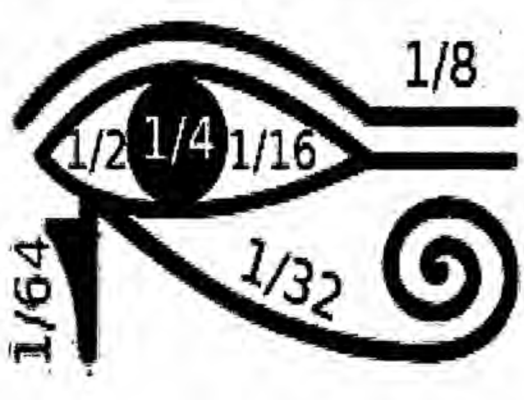


Figura 2.13: El ojo del torus, los primeros números racionales

2.4. La matemática en las culturas india, china y maya

Son muy pocos los documentos matemáticos que hay en posesión, pese a tener constancia del alto nivel cultural de la civilización hindú. Existe una gran falta de continuidad en la tradición matemática hindú y también no existe ningún tipo de formalismo teórico. Los primeros indicios datan de los siglos *VIII VII* A. C. que fundamentalmente eran aplicaciones geométricas para la constrrucción de edificios religiosos y también hay evidencias que desde tiempos remotos usaban los hindúes un sistema de numeración posicional y decimal. La contribución más evidente de la matemática hindú es el que se convirtió en nuestros numéros del occidente. La numeración hindú tuvo un largo proceso de formación, desde los números de la escritura Kharosti, parecidos a los números romanos (siglo *IV* A. C.) pasando por los números de la escritura brahni...., una mezcla de segmentos y curvas (siglo *I* D. C.) para llegar al sistema gwlior. Nótese la similitud con nuestros números actuales, lo que podemos concluir que el aporte es valioso para los cálculos de hoy.

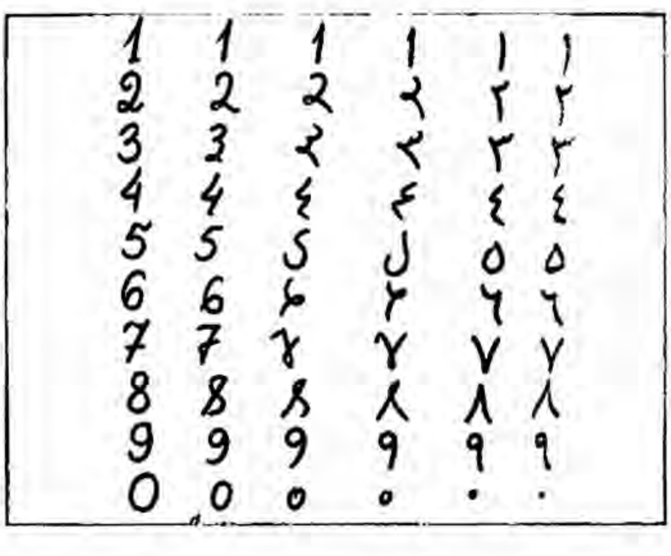


Figura 2.14: La evolución del número hindú

La cultura matemática china recientemente ha salido a la luz, basada en el testimonio de antiguos inscripciones, manuscritos e incluso libros impresos. Desde el siglo $XIII$ A.C. los chinos poseían un sistema de numeración decimal parecido al actual. Existe algún paralelismo con las matemáticas griegas, árabes y occidentales. En el siglo III A. C. los chinos elaboraron una original demostración del teorema de Pitágoras, también calcularon el número π con una buena aproximación y resolvieron sobre el tablero de damas las ecuaciones de primer grado, pero el cero no apareción sino hasta el siglo VIII D. C. En los XII y XIII el álgebra chibna alcanzó un gran esplendor, pero años después por la invasión de los manchúes se perdió el deseo de la investigación y la actividadd intelectual.

La civilización china es comparable, respecto del tiempo, con las civilizaciones egipcias y mesopotánica, teniendo ellas similitudes en álgebra y aritmética. Los chinos hicieron un primer trabajo matemático llamado **Chou Pei**, (horas solares) alrededor de 1200 A. C. que está compuesta por nueve libros. Son pergaminos en el cual están formuladas 246 problemas concretos, a semejanza de los egipcios y babilónicos y a diferencia de los griegos cuyos trabajos eran expositivos, sistemáticos y ordenados de manera lógica. Estos problemas contienen cuestiones de agricultura, ingeniería, impuestos, cálculo, resolución de ecuaciones y propiedades de triángulo. El sistema de numeración es el decimal jeroglífico. Las operaciones tienen reglas habituales, destacando el hecho de que las fracciones se reducen a denominador común. Supieron de la existencia de números negativos, aunque nunca los aceptaron como una solución de una ecuación.

La contribución algebraica más importante es sin lugar a dudas las reglas para la resolución de ecuaciones lineales. Para todos los sistemas los chinos establecen un método de resolución semejante al que hoy conocemos como el método de Gauss, expresando incluso los coeficientes en forma matricial, convirtiéndolos en ceros de modo escalonado. Este algortimo en la China Antigua se mantiene hasta el siglo XIV. Con la elaboración del método del elemento celeste (es el método de Horner) finaliza el desarrollo del álgebra en China en plena edad media. Este método consiste en hallar raíces enteras y racionales y, también decimales para ecuaciones de cuarto grado.

Nada se puede decir que la Geometría haya sido el punto sólido de la cultura

China, solo está limitada a la resolución de problemas sobre distancia y semejanza de cuerpos geométricos. Los signos usados en la actualidad que se derivan de los originales son los siguientes

Figura 2.15: La numeración China

La cultura maya asentó en América Central, en la región comprendida por el sur de México, Honduras, Guatemala, Belice y el Salvador alrededor del siglo III A. C. Los mayas fueron sabios en Matemática y Astronomía. En efecto, desarrollaron un sistema de numeración usando tres símbolos y de base 20. Como la base del sistema numérico es 10, entonces se anotaron en potencias de 20 los números más grandes para el cálculo; resultando un sistema definido de base 20 (sistema vigesimal). Los primeros mayas usaban el cero alrededor del año 36 A. C., parecen haber estado considerando el cero siglos antes que en el viejo continente de Europa. Las inscripciones, los muestran en ocasiones calculando sumas de hasta ciento de millas.

En la numeración maya las cantidades son agrupados de 20 en 20, de alli que en cada nivel puede colocarse cualquier número del 1 al 19. Al llegar al 20 se pone un punto en el siguiente nivel, de ésta manera en el primer nivel se escriben las unidades, en el segundo nivel se tienen los grupos de 20 (veintenas) en el tercer nivel se tienen los grupos de 20 por 20, en el cuarto nivel están los grupos de 20 por 20 por 20. Los tres símbolos básicos eran el punto, que es el 1, la raya que el el 5 y el caracol cuyo valor es cero. Los maya idearon un sistema de base 20 con el 5 como base auxiliar.

Figura 2.16: Representación del cero

Figura 2.17: La numeración Maya

3. La matemática en la antigua Grecia: 800 A.C - 600 D. C.

Resulta inevitable referirse a Grecia, a Grecia, a la matemática griega, cuando se pretende mirar la Historia de la Matemática. La aportación de importantes matemáticos y filósofos griegos como Thales, Pitágoras, Euclides, Arquímides, etc ha sido trascendental en el desarrollo de la Matemática. Podemos afirmar que éste periodo las matemática griegas alcanzan su madurez como ciencia, cosa que con otras ciencias ocurriría cientos de años más adelante. En el período helenístico la Matemática adquiere un cuerpo y una reflexión importante, tiene una estructura que permanecerá a lo largo de la historia, pues los descubrimientos de los griegos se siguen estudiando en los cursos de Matemática.

3.1. Principios del pensamiento griego

Aun cuando la Matemática había avanzado en las culturas anteriores como la babilónica, egipcia, india y china, hasta los griegos, la preocupación era muy práctica: medir, construir y contar. Los griegos lo que hacen ahora es reflexionar sobre la naturaleza de los números, de la naturaleza de los llamados objetos matemáticos, convirtieron la Matemática en una ciencia racional y estructurada.

El pensamiento griego de la Matemática ha contribuido mucho para el avance de ésta ciencia en el período comprendido entre la Pre-historia y el Renacimiento. Nada se conoce sobre los más antiguos conocimientos de los grigos, pero si alcanza la influencia de los egipcios, a través de la cultura cretense-micénica y de los primeros asiáticos. Las cifras herodianas (unidades escalonadas en décadas: I $|, \Delta$, H, X, M) son las primeras letras de las palabras correspondiendo a los números y sirven como signos de las divisiones de la tabla de cálculo.

El origen de la civilización griega se establece unos 2800 años a la fecha, en una regióm que llegó a ocupar el Asia Menor, la Grecia moderna, la parte sur de la península italiana, las islas del Mesopotáneo y una parte del norte del África. Hace unos 8 siglos A. C. los griegos adaptaron el alfabeto fenicio y tuvieron a su disposición los papiros, con lo que lograron aumentar sus potencialidades en ciencia y en cultura. En suma, la influencia de éstas civilizaciones en los pueblos griegos debe tonarse cono un punto de partida en la comprensión de los nuevos resultados en el conocimiento y en la Mateática en particular. La historia de la civilización griega se divide en dos etapas diferentes, una entre 600 y 300 A.C. y entre 300 y 600 D.C. La primera etapa es la llamada clásica y la segunda llamada helenística o alejandrina. También es posible dividir el primer período: una sub-etapa antes del apoyo de Atenas, durante su apoyo, y una etapa posterior. Todo ello se considera como Antigüedad Clásica para Grecia que es un período de catorce siglos.

3.2. Thales de Mileto y Pitágoras y la Primera Teoría de Números

Existió unas escuelas de pensamientos en la antigua Grecia en donde varios filósofos presocráticos son parte de ésta visión de la realidad. La primera referencia que suele ponerse es la de Thales de Mileto un ingeniero y comerciante que alrededor del siglo VI A.C. se orientó hacia la ciencia y muy en especial a la Matemática. Nació alrededor de 624 A.C. en Mileto, Asia Menor, lo que es ahora Turquía, parece ser el primer filósofo matemático y científico griego conocido. Fué maestro de Anasimandro y además el primer filósofo natural en la escuela de pensamiento de Mileto. Por los trabajos realizados se le considera uno de los Siete Sabios de Grecia. Se le atribuye el cálculo de las alturas de las pirámides a través de la comparación de sus sombras con la sombra de un palo de conocida altura al mismo tiempo, esto es, los triángulos semejantes. De otra parte, Pitágoras nacido en la isla de Samar en el año 580 A. C. y muerto en 500 A. C. fundó su escuela en el sur de Italia, formando después los llamados pitagóricos que fué un grupo de intelectuales que hicieron etudios profundos de la teoría de números.

De acuerdo con la tradición neopitagórica Thales de Mileto y Pitágoras de Samos tuvieron un importante conocimiento matemático no sistemático. De los trabajos de éstos dos matemáticos encontramos junto a especulaciones numéricas también los primeros principios de una teoría científica de los números, en el cual los números enteros se diferencian en pares e impares, aparecen los números primos, los números compuestos, los números cuadrados son reconocidos como suma de impares consecutivos, y los números triángulos como suma de enteros consecutivos. La unidad todavía no tiene el valor de un número, pero sí constituye una fuente de origen de todos los números, que provienen de la repetición de la unidad. La Matemática como ciencia se inicia con Anaxágoras de Klazomene (500 A.C. - 428 A.C.) quien afirmó que en lo inferior a lo pequeño no existe un mínimo sino solamente algo más pequeño. Demócrito un teórico de la música afirmó que existe la armonía de un intervalo de tono con las longitudes de las cuerdas que están en una relación de números enteros, en el monocordio de los trastes; asi pues hace pensar que los números enteros pueden considerarse como medida de todos las cosas.

3.3. Platón y la sisstematización de la Matemática

A partir del teorema de Pitágoras sobre triángulos rectángulos se obtienen éstos con lados de longitudes que son números enteros, esto es: n, $\frac{n^2-1}{2}$, $\frac{n^2+1}{2}$ (impar), ahora bien, con estos lados es imposible racionalizar de éste modo cualquier triángulo rectángulo, Hipaso de Metaponte descubre que en los resultados de los lados existen los llamados irracionales, quien a su vez encontró también la construcción del polígono de doce lados.

Platón (427 A.C. - 347 A.C.) manifiesta que Teodoro de Cirene le había probado la irracionalidad de $\sqrt{3}$ hasta $\sqrt{17}$ usado solamente resultados geométricos en las que no es posible representar una fracción de números dado por medio de números más pequeños. Cuando se sabe de la existencia de segmentos irracionalmente relacionados se rompen los simientos de una artimética universal. Platón como filósofo participa en todo el desarrollo a partir de su primer viaje a Italia y Sicilia, transmite las dificultades que poseen los números irracionales a otro filósofos llamado Theaeteto quien ha hecho investigaciones de las irracionalidades compuestas de segundo grado. En realidad Plat

on en el fondo no es un matemático y lo que se le atribuye la representación de triángulos rectágulos cuyos lados son enteros: $2n, n^2 - 1, n^2 + 1$ para n par no tiene importancia para los fundamentos de la Matemática. Platón conoce lo incompleto del sistema matemático de su tiempo y hace esfuerzos por una sistematización severa y naturalmente lógica, que lo lleva finalmente a la exposición de definiciones y axiomas, de conclusiones directos e indirectos y advierte el cuidado en las construcciones geométricas. Impuso restricciones a los instrumentos de construcción de la regla y compás.

3.4. Aristóteles de Estágira y la rectificación de una curva

Aristóteles nacido en Estíra en el 384 A. C. es una ciudad griega, fué el más distinguido discípulo que tuvo la escuela de Platón, que después se convirtió en el más importante crítico de la doctrina platónica tando en las formas como en las ideas en relación con la Matemática. A igual que Sócrates y Platón ocurre que Aristóteles llegó a afirmar la importancia del razonamiento correcto en la obtención del verdadero conocimiento. Sin embargo a diferencia de sus predecesores reemplazó la dialéctica con una lógica silogística, que es la lógica que obtiene conclusiones a partir de portulados asumidos. Pronto esto se convirtió en el corazón del método deductivo desarrollado acertadamente por Aristóteles. La ciencia de Aristóteles era cualitativa, enraizada en el sentido común y donde la presencia de la Mateática era muy reducida, todo esto le permitió fundar su propia escuela denominada Liceo.

Para Aristóteles los números y las formas geométricas también son propiedades de los objetos realesy se accede a ellos a través de la abstracción y la generalización, esto significa que la Matemática refiere conceptos abstractos derivados de propiedades de los objetos del nundo físico. Resulta interesante de ver cómo él posee una visión de la llamada "definición" de hoy día, y lo considera como un conjunto de palabras que debe darse en términos de algo previo a lo que se quiere definir. Por eso mismo, afirma la necesidad de la existencia de términos indefinidos y asimismo expresa que una forma para mostrar la existencia de un ente sería la construcción con regla y compás. Es el método que asumía Euclides y el mundo griego.

Uno de los principales logros de Aritstóteles está en la Lógica, él sistematizó las reglas para el razonamiento lógico correcto, como la ley del tercio excluído, la ley de la contradicción y otras leyes lógicas. Enfatizaba la deducción en la prueba matemática, esto es, el establecimiento de la verdad de las proposiciones matemáticas, contrario a lo que afirma Platón ya que la prueba es secundaria. La observación aristotélica de que lo recto no se deja comprar con lo curvilíneo se desarrolla entre sus seguidores al punto de alcanzar las proposiciones de un dogma que se reconoce válido hasta el siglo XVII en el que se afirma que la rectificación de las curvas en general es algo imposible.

3.5. Euclides de Alejandría y la primera Geometría

Euclides fue uno de los grandes pensadores de la matemaática griega en el período clásico, educado en la lógica aristotélica y en la enseñanza ideológica de Platón. Con Euclides, el conocimiento griego desarrollado antes, encuentra un final brillante y sorprendente, iniciándose con él un período nuevo para la investigación de la Matemática.

Nació en Alejandría (norte de África) en el año 365 A.C. y falleció en Atenas en el año 300 A. C., escribió la obra magistral .Elementos.en el año 325 A.C., el cual es un material de geometría que no es elemental, sino es una materia de enseñanza para intelectuales en el conocimiento de Geometría. La obra comprende trece libros clasificados en tres tomos:

Libros I, II, III, IV, V, VI	:	Planimetría
Libros VII, VIII, IX	:	Teoría elemental de los números
Libro X	:	Teoría de los irracionales
Libros XI, XII, XII	:	Estereometría

La obra "Elementosçontiene fundamentos que son tratados en una forma puramente teórica, sin considerar cálculos o aplicaciones prácticas. Al inicio encontramos definiciones, axiomas y postulados, desarrolla un conjunto de principios y construcciones, sin mencionar relación alguna entre ellos. El texto es un conjunto de manuscritos que fueron terminados en el sigloe VII D.C. y que ciertamente con el pasar del tiempo el texto ha sufrido modificaciones en relación al original. A continuación destacamos una semblanza de cada libro componente, en efecto:

Libro I: Definiciones: El punto es algo que no tiene partes.

Postulados: 1^{er}, 2^{do}, 3^{er} postulados de existencia y de construcciones con regla y compás. 4^{to} postulado, es la igualdad de ángulos rectos. El 5^{to} postulado es el de las paralelas.

Teoremas: El Teorema de Pitágoras.

Libro II: Contiene transformaciones algebraicas mediante métodos geométricos, esto resuelve la ecuación de 2^{do} grado, como $x^2 = a(a-x)$. Extensión del Teorema de Pitágoras.

Libro III: Teoría del círculo. Teorema de los ángulos inscritos en la circunferencia. Teorema de la cuerda, de la secante, de la tangente.

Libro IV: Polígonos regulares inscritos y circunscritos a la circunferencia. Pentadecágono.

Libro V: Proporciones y magnitudes.

Libro VI: Teoría de la semejanza.

Libros VII/IX: Elementos de la teoría Pitagórica de los números. El algoritmo de Euclides, MCD, MCM. Descomposición en factores primos. Cálculos de segundo grado a potencias y raíces. Progresión geométrica de términos limitados. Existencia de infinitos números primos. Teoría Pitagórica de lo par y lo impar. Ley de formación de números pares perfectos.

Libro X: Obras preliminares de Theactato.

Libro XI: Posición recíproca de rectas y planos. Principios de los ángulos triedros. Teoría de los paralelepípedos.

Libro XII: Determinación de volúmenes y áreas.

Libro XIII: División en media y extrema razón. Cuerpos regulares. Existencia de cuerpos regulares.

En conclusión, los "Elementos", aún cuando tenga situaciones no perfectas, constituye una obra de alto nivel que ha desplazado a las obras anteriores y ha sido complementada con nuevas investigaciones.

3.6. Arquímedes de Siracusa y la Teoría de los métodos

El sabio Arquímedes, nació en Siracusa (Sicilia) en el 287 A.C., ya en la adultez se dedicó a la ciencia y estudió en Alenadría al lado de los seguidores de Euclides. No hay legado alguno sobre las investigaciones de sus trabajos en Matemática, existiendo solamente escritos que contienen Matemática y Mecánica. Se le atribuye el método de la criba para el cálculo de los números primos y, una construcción de tipo mecánico para la aplicación de las medias geométricas. Cuando había desarrolado material sobre la palanca, Arquímedes determinón un método mecánico y geométrico para calcular la cuadratura de la parábola (usó series geométricas infinitas $\frac{1}{4} + (\frac{1}{4})^2 + (\frac{1}{4})^3 + \dots$, y también para el cálculo del centro de gravedad del triángulo, de la pirámide, de la parábola y del paraboloide de revolución. Determina una relación entre el volumen de la esfera y el área de la superficie de ella, así como con las magnitudes de un cilindro circunscrito. El cálculo más importante que hizo Arquímedes es la aproximación circular

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$$

utilizando polígonos inscritos y circunscritos de 96 lados. Elabora la espiral

$$\frac{r}{a} = \frac{\varphi}{a} = \frac{t}{T}$$

realizando una construcción mecánica, también exhibió algunos principios sobre las secciones cónicas, entre ellos la cuadratura de la elipse. Arquímedes es autor del escrito denominado Teoría de los Métodos, el cual fue encontrado en 1906. En él se encuentran teoremas importantes que consisten en la aplicación de procedimientos mecánicos auxiliares (método del desgaste) que sólo se diferencia en algunos aspectos del cálculo integral moderno.

Arquímedes fue considerado, en el tiempo que vivió, el mayor matemático de la antigüedad, sin tener un sucesor inmediato; sus trabajos fueron recogidos y desarrollados por los árabes que luego se convirtió en el moderno análisis, en el período del barroco.

3.7. Apolonio de Pérgamo y las cónicas

Nació en Pérgamos, ciudad griega, en el año 262 A.C. y falleció en el año 190 A.C. Estudió en la Escuela de Alejandría. Más tarde se convertiría en profesor de ese centro. Su obra principal, llamada La Cónica, fue iniciada en Alejandría y finalizada en Pérgamo. Está compuesta de ocho libros, donde los cuatro primeros están en lengua griega, los tres siguientes en lengua árabe, y el último tiene algunas referencias del matemático Pappo. En esta obra se toman por primera vez las secciones cónicas como secciones de un mismo cono circular en posición vertical o inclinada, y aparecen los nombres de elipse, parábola e hipérbola. Apolonio desarrolló un conjunto de principios que se aproximan bastante a la Teoría de la evolución de las cónicas.

3.8. El ocaso del helenismo y el período de los romanos

La cultura griega, como sabemos, tuvo dos períodos: el clásico y el helenismo. Debido a causas políticas, entra en un tiempo de decadencia y va hasta el año 600 D.C. Cuando hace su aparición en la escena política, los romanos al conquistar reinos en el 150 A.C., los griegos tienen dificultades para desarrollar la Ciencia, la Filosofía y la Matemática. Existen pocas mentes brillantes que destacan en la investigación de estos campos, citaremos a algunos personajes célebres:

Aristarco (270 A.C.) Determina la relación entre cuerda y arco en un mismo círculo que aumenta al disminuir el arco. Teoremas de sumas de funciones angulares pueden obtenerse con el uso de la premisa de Arquímedes.

Hiparco (180 A.C.) Realiza observaciones astronómicas con cálculos matemáticos en Rodas y Alejandría. Cálculos de tablas de cuerdas usando matemática babilónica con el sistema sexagesinal. Ecuaciones de segundo grado.

Herón de Alejandría (100 D.C) Establece una relación entre la matemática egipcia con los trabajos de Arquímedes. Cálcuos de superficies y cuerpos sólidos, determinando la fórmula de Herón. Descripción del método sobre la media aritmética-geométrica para aproximar una raíz cuadrada y una raíz cúbica. Ecuaciones cuadráticas con la existencia de soluciones dobles. Los trabajos matemáticos de los agrimensores romanos contienen la obra de Herón.

Menelao de Alenadría (100 D.C.) Principios de Trigonometría. Triángulos esféricos cortados por un círculo máximo usando la regla de 6 datos.

Claudio Ptolomeo de Alejandría (85-165 D.C.) Dueño de las obras de cálculos matemáticos:

Almagesto o el sistema geocéntrico.

Analemma o proyección ortográfica.

Planisferio o proyección estereográfica.

Tetrabiblos astrológico.

Con respecto a la cultura romana, no existen obras originales en matemática. El sistema numérico con las decenas I, X, C y V, L, D es de origen antiguo en los tiempos que surgen los romanos a orillas del Tiber, en la región de Lacio, en la península itálica. Por otra parte, el calendario y la escritura de números contiene la notación posicional. Los romanos calcularon los quebrados a partir de la moneda en doce partes usando subdivisiones duodecimales con predominio griego. Este sistema tan antiguo soporta los embates en forma tenaz y lo resiste hasta la invasión de los bárbaros en las fronteras. Así, los romanos se ocupan sólo de menesteres económicos y de intereses. En el campo de la Geometría hubo gran ausencia de conocimientos y esto fue, en extremo, que hubo la necesidad del apoyo intelectual de las escuelas alejandrinas (30 A.C.) en el reinado de Augusto César.

3.9. Los períodos Neopitagórico y Neoplatónico

En el período comprendido entre 150 y 600 D.C., en la etapa de los últimos emperadores itálicos cuando el Impreio Romano es dirigidao por una casta de emperadores de excelencia, se inicia el resurgimiento de la cultura griega con la formación del círuclo neopitagórico (100-200 D.C.) formado por intelectuales cuya primera labor fue la de desarrollar la leyenda de Pitágoras. Entre ellos tenemos:

Apolonio de Tiana (100 D.C.) Principios de la ciencia griega.

Nicómano de Gerasa (100 D.C,) Teoría de los números superiores e inferiores de los números asociados y de los números poligonales. Representación de los números cúbicos como suma de números impares.

Sexto Empírico (150 D.C.) Determinación de una línea mediante el movimiento de un punto.

Diofanto de Alejandría (250 D.C.) Método egipcio-babilónico para la resolución de ecuaciones lineales. Principios algebraicos.

El otro círculo denominado neoplatónico (250-650 D.C.) reune la herencia de los grandes matemáticos griegos:

Pappo de Alejandría (320 D.C.) Autor de la obra Collectiones, la cual recoge los escritos de Euclides, Arquímedes y Apolonio. Laboró en el manejo de máximos y mínimos. Generalización del Teorema de Pitágoras.

Teón de Alejandría (370 D.C.) Neoplatónico que continua la obra de Almagesta. Reedición de los Elementos de Euclides.

Hipatia (hija de Teón, 370-495 D.C.) Comentario de las obras de Apolonio y Diofanto.

Sereno de Antinoe (400 D. C.) Secciones planas del cilindro y del cono.

Domnino (450 D.C.) Comentario de la obra de Nicómano.

Simplicio (520 D.C.) Comentario de la obra de Aristóteles.

Damasquio (520 D.C.) Estudio sobre cuerpos regulares.

En el año 415 D.C. se desata la persecución de los paganos, considerados herejes, por parte de la Iglesia Cristiana de esa época. Una de las víctimas fue la célebre matemática Hipatia, y como consecuencia de esto se extingue la escuela matemática de los alejandrinos.

4. El pensamiento matemático en la edad media: 600-1400 D.C.

La Edad Media es una etapa en la historia de la humanidad que dejó profundas huellas en el quehacer matemático, que surge del derrumbamiento del Imperio Romano por la invasión de los bárbaros. A pesar de los desfavorables de las circunstancias, muchos manuscritos originales se salvaron, colocándose a buen recaudo. De India, Siria y África del norte vienen a Occidente nuevos conocimientos matemáticos que, al iniciarse el Renacimiento, conducen a un gran interés por la Matemática, y el en Barroco, una total transformación, que origina la Matemática Moderna.

4.1. La matemática de los indios, musulmanes y chinos

Los trabajos de los matemáticos indios, desde 500 a 1200 D.C., tuvieron gran incidencia en la investigación desarrollada por los neopitagóricos. La más importante obra hindú es el haber inventado el sistema decima posicional de los números, allá por el siglo VII D.C. Este sistema deja de lado a las cifras lineales de Karosthi y de Brahmi, con signos individuales para unidades, decenas y centenas. A ciencia cierta, no podemos conocer en qué fecha apareció el cero, considerado como el signo del vacío, desapareciendo de este modo el sistema lineal y observándose el paso al sistema de posición. A través, de los siglos subsiguientes se lleva a cabo la algebrización del Sistema de los cálculos que sale a la palestra en las operaciones con cero y números negativos, en la introducción de signos, en el cálculo sistemático de operaciones con paréntesis, en la resolución de ecuaciones de primer y tercer grado, y en la teoría de ecuaciones. La ecuación lineal es resuelta por medio de la regula falsi, respecto a las ecuaciones de segundo grado que ya se viene estudiando en el siglo IX se reconoce el doble de las soluciones, y se admite aquellas soluciones negativas. En este tiempo se llega a saber que no se puede calcular la raíz cuadrada de un número negativo. Los indios, en este perído, plantean el método de comparación para dos incógnitas en dos ecuaciones lineales. En el cálculo de raices de polinomios consideran los trabajos de Euclides; a continuación algunos célebres matemáticos hindúes:

Aryabhata (476 D.C) Solución de ecuaciones usando fracciones en cadena.

Brahmagupta (598 D.C.) Solución de la ecuación $x^2 - py^2 = 1$ en forma entera, usando las ecuaciones auxiliares $u^2 = pv^2 = -1, \pm 2, \pm 4$.

BhasKara (1114-1185 D.C.) Sustituye la ecuación auxiliar $u^2pv^2 = q$ mediante un parámetro t.

Halayudha (X D.C.) Conocimiento del triángulo de Pascal.

Narayana (XIV D.C.) Suma de números figurados.

En el terreno de la Geometría no hicieron mérito que sea destacable, es asi como la matemática hindú llega a caracterizarse por no aceptar los métodos geométricos para la resolución de problemas algebraicos, asi como el método demostrativo de la ciencia griega. Los indios no tuvieron el interés de desarrollar métodos de la teoría de números.

La cultura musulmana, desarrollada del 750 al 1300 D.C. recibe de los indios el sistema de posición, conocimientos algebraicos y aspectos trigonométricos. los sirios, mesopotamios e iranies son los musulmanes que han aportado mucho e la cultura espiritual islámica, principalmente en el Algebra y en Geometría, gracias al impulso de los primos califas Abásidas a partir del año 750 D. C. Los sabios musulmanes que forjaron éste conocimiento basaron sus ideas en los trabajos finales de la cultura helenística de los griegos desarrollados en la Filosofía , Ciencias Naturales y Medicina, quienes por cierto no soportaron la presión e intolerancia de los bizantinos. Asi podemos citar la buena traducción de los escritos del filósofo Aristóteles al idioma árabe, entre otros. Con estos conocimientos adquiridos los musulmanes del Este de la región de Arabia impulsan la Matemática. A partir del 800 d. C. con los recientes filósofos Al Kindi (800-874 d.C.), Al Farabi (870-951 d.C.) Avicena (980-1037 d.C.) y Al-Gocel (1059-111 d. C.) con sus trabajos auténticos en Algebra y Trigonometría. En la Astronomá con mucha influencia matemática los discípulos de los matemáticos indios y de los griegos (citamos la obra de Tetrabiblios de Ptolomeo se traduce de manera brillante en el año 780 d.C. el árabe). Se pueden notar en los escritos de ésos años un trabajo puramente matemático en los cuales se ausentan los número sino que se observan tan sólo palabras en el razonamiento.

En pleno siglo IX se traducen al árabe las obras más importantes de la matemática griega como son: Euclides por Al Hajjaj, la obra de Apolonio por Al Hinsi, los escritos de Arquímides y Menelao por Ishaq y Tabit, luego a los trabajos de Diofanto, Herón, Autolyco, Teodosio e Hipsicles por el filósofo Questa Luqa. El célebre Al-Joarismi en su obra "Colección de Problemas para Comerciantes" realiza una forma de algebrizar los conceptos geométricos formulados por Herón y Euclides. De otro lado Al Mahani en sus obras reproduce los problemas cúbicos de Arquḿides a través de los senos en un triángulo rectágulo esférico. En un tratado escrito por Abul Wafa se observan algunos comentarios que hace Diofanto respecto a la teoría de los irracionales de Euclides. El sabio árabe Al Haitam que vivió de 965 a.C. a 1039 d.C. cuando investigaba el cubo de los cuerpos de revolución de la parábola encuentra la fórmula:

$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^n+3n-1)}{2,3,5}$$

que se aplicaba en muchos cálculos algebraicos de la época. Otro sabio árabe importante que trabajó en el área de las ecuaciones es Al Hajjami quien nos dejó una clasificaci on ordenada de las ecuaciones cúbicas cuyas soluciones usan las secciones cónicas, y consideró que no era posible una solución de tipo algebraico.

Ahora bien, conocemos que los indios desarrollaron un conocimiento muy profundo de la Teoría de Números, peso que los musulmanes desconocían completamente. Al Hogendi elaboró pruebas que demostraban la irrosubilidad de la ecuación $x^3+y^3=z^3$. El pensamiento matemático musulmán hace grandes evoluciones y progresos en la Trigonometría, podemos citar a Al Habar (770 d.C- 870 d.C) quien introduce la función trigonométrica tangente por primera vez y asimismo elabora tablas numéricas de senos, tangente, cotangente y cosecante. Abul Wafa perfecciona éstas tablas sexagesimales obteniendo 8 decimales en éstas funciones, sin embargo At Tusi (1201-1274) escribe un tratado completo de trigonometría del triángulo plano o esférico, haciendo uso del triángulo polar. Este trabajo permitió que Ulug Begs (1393-1449) elaborara, bajo los métodos de Al Kasi, las funciones trigonométricas con una aproximación de 17 decimales. En Geometría no pocos trabajos desarrollaron los sabios musulmanes, podemos destacar a Abul Wofa por haber realizado construcciones geométricas con el compás de abertura constante, también mencionaremos a Al Haitam por su cuadratura de las lúnulas y por el problema de hallar puntos en una circunferencia que tengan distancias extremas a dos lados. Al Karabi hace un estudio respecto a la protuberancia esférica, el cual contiene defectos formales que son útiles. Es At Tusi quien efectúa fuertes críticas al postulado de las parábolas de Euclides.

Hasta aqui podemos decir que el pensamiento matemático de los árabes de la región oriental que someramente se ha mencionado en forma cronológica, ha llegado hasta el occidente en forma fragmentada y por etapas. Los árabes en el oeste desarrollan sus conocimientos en Matemática gracias a la protección de los califas omegas de Córdoba en el período comprendido entre 756 y 1031 d.C. En primer lugar se difunden los cálculos en tablillas y más tarde algunos resultados de Trigonometría y Astronomía, también se da a conocer los clásicos trabajos de los griegos en lengua árabe, y la Trigonometría ptolomeica de cuerdas. La Filosofía no tiene arraigo. pero podemos citar a Avempace (1106- 1138), Abubacer (1100-1185) y Averroes, quienes hicieron una cuidadosa crítica a la filosofía de Aristóteles, lo que permitió un gran avance en el pensamiento matemático.

En el occidente cristiano el conocimiento filosófico y matemático se propaga gracias a la labor desarrollada por los judíos españoles reunidos en la escuela de Traductores de Toledo, citamos a los más célebres Juan de Sevilla, Doménico Gundisalvo y Gerardo de Cremona en torno al año 1150. En conclusión, de la matemática musulmana se conoce poco ya que existe muchos escritos extraviciados y otro tanto no se publican a tiempo. Finalmente, de las continuas guerras en la extensión de islam cae el califato de Bagdad en el año 1258, lo que origina que el caudal científico de los árabes del Este disminuya en mucho, limitándose ellos a escribir sólo algunas enciclopedias de poco valor, entre los años 1547 y 1622.

Terminamos ésta sección estudiando la cultura china en sus orígenes y luego reseñar la evolución del pensamiento matemático chino. En efecto, China es uno de los países que posee la más antigua civilizaci

on en el mundo y se remonta a 4,000 años atrás. En el siglo XXI a.C. aparece la primera dinastía llamada Xia con la cual termina la sociedad primitiva, vienen otras dinastías por más de 20 siglos, las cuales realizaron un gran desarrollo como son: técnicas del bronce, uso de instrumentos de hierro, producción de utensilios, seda y tejido, técnicas de producción de acero, obras hidráulicas. En el período comprendido entre 475 y 221 hubo una gran prosperidad académica, asi tenemos la aparición de los célebres pensadores como Confusio, Lao Zi, Mencio y San Wu. Debido a cálculos matemáticos las comunicaciones por agua y tierra registraron un gran desarrollo y se establecieron contactos económicos y culturales con Japon, Corea, India, Persia y los países árabes. La fabricación del papel, la imprenta, la brújula y la pólvora- los cuatro grandes inventos de China- registraron durante las dinastías Song (960-1279) y Yuan (1271- 1368), un gran desarrollo y fueron llevados a otras partes de mundo, constriuyendo al bienestar de la civilización. La dinastía Qing (1644- 1911) fundada por la etnia manchú, fué la última dinastía feudal de China y con ella se cierra una etapa de 4 millones, en los cuales el pensamiento matemático chino evolucionó en gran manera favoreciendo a las sociedades del mundo. Aunque la civilización china es cronológicamente comparable a las civilizaciones egipcias y mesopotámica, los escritos existentes son bastante menos fiable. La primera obra matemática la constituye el Chou Pei (Horas solares), escrito en el 1200 a.C., y la más importante es "La Matemática de los nueve libros" escrita en pergaminos que contiene temas formulados en 246 problemas concretos a semejanza de los egipcios y babilonios, y a diferencia de los griegos cuyos tratados eran expositivos, sistemáticos, y ordenados de manera lógica. Los problemas consisten en un conjunto de cuestiones sobre agricultura, ingeniería, cálculos y resolución de ecuacionesy, propiedades de triángulo rectángulos. El sistema de numeración es el decimal geroglífico. Dieron por sentando la existencia de números negativos pero no los aceptaron como solución de una ecuación. La contribución algebraica más importante es, sin duda, el perfeccionamiento alcanzado en la regla de resolución de sistemas de ecuaciones el método de resolución es muy similar al que hoy conocemos como el método de Gauss, expresando los coeficientes en forma matricial, transformándolos en ceros de manera escalonada. Otra invención es el tablero de cálculo que consiste en una colección de palillos de bambú de dos colores para los números positivos y los números negativos, que podría ser considerado el prototipo del ábaco.

Los algoritmos de la Matemática china se orientan y se mantienen hasta el siglo XIV d. C. en razón del auge económico en China. EL desarrollo del Algebra culmina en la Edad Media con el llamado "Métodos del elemento celeste" de Chou Shi Hie que consiste en hallar raíces no sólo enteros sino también racionales, e incluso raíces con aproximaciones decimales, en las ecuaciones de tipo $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ (Es el método de Horner del siglo XIX). En la teoría de las progresiones los chinos realizaron un trabajo sólido en la rama de la Combinatoria, y construyeron el llamado "Espejo precioso" (es el triángulo de Pascal de siglos más tarde).

La Geometría era un área de escasos trabajos en Chiina pues se limitaron a la resolución de problemas sobre distancias y semejanzas de cuerpos geométricos. Es a mediados de XIV d.C. que en China comienza un receso y un estancamiento, para encontrar posteriormente una continuación muy interesante con los japoneses en los siglos XVI y XVII.

4.2. La edad media cristiana

Esta etapa se inicia en el año 200 d.C. en que las comunidades cristianas primeras, su mayor interés era la propagación del Evangelio, la expansión de su fe en Cristo, la libertad de confesión y la renovación moral de hombre. Esta labor las hace prácticamente adversarios de los que pertenecían a distintas culturas paganas, creyentes de muchos dioses. Asi tenemos que el matemático Tertuliano (160-222) como un cristiano converso observa en la Filosofía la fuente principal de todoa la herejía y se opone a la ciencia mundana ocmo un conjunto de conocimientos banales ante Dios. En realidad, el cambio es radical y tan es asi que se produce un viraje hacia un conocimiento libre de mitos y leyendas, vence la convicción de que la humanidad aún con sus defectos y fallos debe ser conquistado para el Evangelio, el cual salva el alma del hombre y le hace saber que la eternidad existe y es real.

De hoy en adelante la creencia tiene un fundamento y explicación cient
ifica de modo que la Filosofía es considerada como una gran cantidad de verdad se abandona las cosas que hacen daño y se convierte en un emporio de verdades matemáticas. En ésta actividad científica tenemos a los célebres: Orígenes (185-254) quien desarrolla un Teología orientada hacia Platón, Eusebio de Cesarea (265-339), Gregorio de Nyssa (335-395) y Agustín de Hipona (354-430), todos ellos poseen conocimientos matemáticos basados en los conocimientos teológicos. El ambiente científico es otro y se considera a un hombre docto cuando ha realizado un estudio completo en las siete artes liberales clasificados en: El cuadrivium: Aritmética, Geometría, Astronomía y Música

El Trivium: Gramática, Retórica y Dialéctica.
Del ejercicio de éstos artes se obtienen resueltos importantes en la Matemática, alrededor del año 544 d. C. el sabio Casiodora (480-575) nos da una nueva exposición de las artes liberales de modo que su trabajo se extiende por varios siglos y es autor del cálculo efectuado para la fechas de la Pascua de Resurección, en el año 562 d. C. Podemos afirmar que la contraversia entre la Aritmética mística de Platón y el Ra-

cionalismo de Aristóteles produjo un enorme impulso en la evolución y desarrollo del pensamiento matemática en la Edad Media. Esta oposición junto con la influencia del mundo árabe determinón una gran transaformación que culminó en la creación del área importante de la Matemática, el cual es el Algebra. En los nacientes escuelas catecúmenes creadas por los cristianos en Alejandría se empieza a cultivar el pensamiento de Platón, quien era considerado como uno de los elegidos de Dios, ya que a través de su verbo se contribuyó a preparar el ambiente propicio para el dasarrollo pleno del cristianismo de modo que San Agustin le llama un cristiano per cristiano. Platón, un genial filósofo griego, influenció en la Edad Media de los cristianos pues atribuía al número una triple dimensión: matemática, filosofica y mística, de alli que en la filosofía cristiana el número está presente en el origen de la Creación, asi tenemos que decir el Creador ha obrado según el número y la medida. Para éste efecto se tienen las compartaciones:

El 2: Dos Tablas de la Ley, Dos Testamento.

El 3: Siendo primo no se descompone y es la divinidad $3 = 1 + 1 + 1$, es la Santa Trinidad.

$$3 = 2 + 1,$$

el 2 se descompone y es la dualidad del hombre, el alma y cuerpom el 1 ligado el cielo, es la unión de lo terrestre con los celeste.

El 6: El universo se hizo en 6 dias.

El 4: cuatro vientos en la tierra.

El 7: siete planetas, siete espŕitus.

El 10: los 10 mandamiento.

El 14: La edad del hombre en capacidad para procrear, éste número significa la generación . Cristo viene al mundo después de 3 veces, 14 generaciones. El matrimonio no se celebra antes de los 14 años de edad.

En el siglo XII por medio de loas traducciones árabes al latín el mundo cristiano occidental se contacta con las ideas de Aristóteles sino también con Euclides y Arquimides y algunos matemáticos árabes como Al-Khwarismi; este hecho y con la aparición de las universidades originan la gran resolución aritmética de la Edad Media. En ésta etapa se tienen los destacados matemáticos, Leonardo de Pisa (1170-1240) o Fibonacci y su obra "El Abaco", Fray Luca Paccioli (1445-1514) y su obra "Suma Aritmética", Al Khwasizmi con su obra "Ciencia de Reducción y Confrontación".

4.3. Una forma de Renacimiento y sus influencias

El cultivo de las ciencias y las artes se ve consolidada progresivamente por influencia del emperador de Francia llamado Carlomagno (742-814) quien invitó al sabio inglés Alcuino de la ciudad de York, Inglaterra, para encargarle la dirección de los colegios y la reorganización de la enseñza que se había extinguido en todo el reino. Para fines de didáctica ordenón que se escriban sus compendios sobre las asignaturas que componen el Trivium, impulsó las ciencias, en particular la Matemática en los colegios de Fermieres y Corbie, en Alemania los de Fulda, de Reicheman y Saint Gall.

El trabajo realizado por Alcuino y sus sucesores a los estudios matemáticos, provocó el aumento del interés por el concimiento y el desarrollo de la escritura llamada carolingia que influyó en la escritura a mano del Renacimiento impulsado más tarde por Italia. La labor de éste sabio determinó que se escribiera textos elementales de Aritmética, Geometría y Astronomía. Los libros fueron en formato de pregunta-respuesta. Alcuino llegó a decir que la creación del mundo había necesitado seis días porque el seis era un número perfecto (número igual a la suma de sus divisores, excepto el mismo).

Las implicancias de éste peródo carolingio determninaron una forma de renacer las ideas matemáticas que estaban muertas al conocimiento del hombre, originando un despegue de ellas en los colegios y universidades.

4.4. Los períodos de la Escolástica

El término escolástica proviene del latín "Scholasticus" y se aplicaba a los que se ejercitaban en la enseñanza en las escuelas monarcales; la Escolástica se desarrolla entre los siglos XI y XIV, la enseñanza en éste tiempo permitió que las ciencias y las artes se enriquecieran en la región europea.

En el siglo XII surgen nuevos conocimientos a los doctos o entendidos de la región occidental y ellos afluyen en cantidades cada vez mayores. La causa de éstas se debe a la traducción de originales griegos reaparecidos y también de la traducción de textos árabes realizados en España. Contribuyeron en éste proceso Anselmo de Canterbury (1033-1109), Pedro Abelardo (1079-1142) quienes usan sus investigaciones teoógicas-filosóficas. Este es el llamado método escolástico que consiste en comenzar con la enumeración de la sentencias de los Padres de la Iglesia, haciendo de todos ellas objeto de análisis y discusión, se estudia el pro y contra de la opiniones aisladas y se asigna la opinión final, basándose fundamentalmente en la razón. Tiempo después éste procedimiento se convierte junto con la lógica de Aristóteles en la llamada Lógica Moderna (1175) que contiene concepciones generales matemáticas. En los círculos escolásticos son introducidoso por Thierry de Chartres, entre 1136 y 1141, los trabajos de Lógica del sabio y Aristóteles, como son: Predicamentos, Peri hermanaias, Analytica priora y posteriora, los tópicos y los Sphistici elenchi. Thierry Tradujo obras matemáticas de la antiguedad y escribión su gran obra de la enseñanza llamada Heptatenchon que contiene en latín los tópicos de los 45 mejores escrito antiguos. Gran influencia ejercen los escritos de Gilberto de la Porréz (1080-1154) en particular el Sex Principia, en los círculos escolásticos y son usados además en la Universidad de París.

Debido al arraigo de la enseñanza en los claustros monacales el período de la Escolástica se ha divido en dos etapas:
La Alta Escolástica, desarrollaba entre los siglos XI y XII que es una etapa que se caracteriza por las cruzadas, el resurgimiento de la ciudades y por un centralismo del poder papal. La figura más descollante fué en efecto, Anselmo de Canterbury, considerado el primer escolástico con sus obras Monologion y Preslogion que tendrá una gran repercusión en los conocimientos matemáticos. En éstas obras se realiza una demostración de la existencia a partir de las ideas que tenemos de Él. Esta prueba posteriormente fué duramente criticada por Tomás de Aquino y reelaborada por Des-

cartes en su obra Meditaciones Metafísicas. Citamos otros escolásticos como Bernardo Silvestre y Juan de Salisbury influencias por las ideas de Platón, por el Estoicismo y las ciencias árabes y judía, quienes originan las tendencias místicas de la epoca. Por otro lado, Hugo de San Víctor realiza una conciliación ente misticismo y escolasticismo.

El pensamiento matemático de éstos siglos evoluciona y se desarrolla gracias a la expansión del dominio árabe desde sus inicios en el siglo VI por el oeste de Asia y el norte de Africa, gracias también a los contactos con los restos de la herencia del conocimiento griego en Persia y Egipto y, los intercambios con la India y la China. Como sabemos a finales del siglo VII el emperador Carlo Magno ordena la creación de escuelas destinadas a enseñar los rudimentos de Lectura, Aritmética y Geometría; se abren escuelas anexas a la parroquias, iglesias y catedrales en las ciudades más importantes de Europa, gestaádose una revolución en la educación, pero el nivel de las materias enseñadas era elemental. A partir del siglo XI corre la época del Feudalismom crecen las ciudades y se desarrollan las relaciones monetarias mercantiles. Es asi que en el siglo XII se marca un encuentro con el saber antiguo y, se estrechan las relaciones entre el occidente y el oriente por el avance de las ciencias y las artes. La cultura greco-latina conservada por los árabes es transmitido a Europa causando gran impacto en el conocimiento matemático. En éste contexto histórico se funda las primeras universidades eurpeas con el propósito de servir de instrumento para la expansión de los nuevos conocimientos de la Matemática y transmitir la herencia cultura a las nuevas generaciones en el Trivium: Teología, Derecho y Medicina que llega a dominar por completo los currículos universitarios, la Medicina surge como una disciplina que demanda el desarrollo de estudios experimentales.

En el siglo XIII surge en forma inesperada un contrapunto conceptual las doctrinas neoplatónicos-agustinianos y el aristotelismo, que tenía como seguidores a sabios judíos y musulmanes como son los casos presentados entre Avicena, Avencebrolm Averroes y Moisés Maimónides. Una sugerencia interesante la da Doménico Gundisalvo en 1150 cuando exige una ampliación del plan de estudios y la introducción de los escritos de Aristóteles en el curso de enseñanza de las Artes Lieberales. Finalizando el siglo XII se desarrollan los colegios catedráticos y conventuales, obteniendo el carácter de ser un universidad. En 1200 se forma la Universidad de París cuando se reúnen el Colegio de la Catedral de Notre Dane, el Colegio del Convento de Saint Denis y el colegio del Convento de Sta. Geneviense....., Esta Universidad contiene cuatro facultades en latín:: Artistae, Thalogi, Decretistae y Medici. Por ése tiempo surgen las Universidades de Oxford y Cambridge con las mismas estructuras. Sucede que el estudiante de éstas unversidades ingresa con 10 años de edad a la Facultad de los Artistas en la cual permanece seis años, si aprueba el examen final entonces puede ingresar a la otra facultad. En aquel tiempo la Facultad que más demanda tenía era la de Teología, en la cual el estudiante se formaba en cursos durante ocho años y termina con un examen solemne como resultado de adquirir conocimientos recibe una licencia de segundo orden par enseñar como Baccalaurens y después de haber mostrado sus capacidades recibe el Magisterium (Licencia para enseñar en una Facultad) y el Doctorado (Licencia para enseñar en cualquier Universidad). La Matemática es una disciplina independiente dentro de la Facultad de los Artistas y abarca las disciplinas del Quadrivium. La dirección espiritual de las universidades está a cargo de dos órdenes: Franciscana y Dominica, en las cuales se encuentran los pensadores e investigadores más importantes del siglo XIII. En Oxford con Roberto Bacon, de la orden de los dominicos , Adam de Marxh, de los franciscanos; en Paris, tenemos a Rolando de Cremana, de los dominicos, quien obtienen la primera cátedra en 1220. Los franciscanos obtienen en 1231 una cátedra con ALejandro de Hales (1175-1245). A los futuros sacerdotes de éstas órdenes les está permitido estudiar el Studium Generale. En Oxford se desarrolla toda la Matemática y3 también la Biología, en la universidad de París destaca la Filosofía y Teología. Roberto Grousseteste, profesor de Oxford (1175-1253) traduce del griego los escritos de Aristóteles y de las neoplatónicosm los cuales van a redundar en el desarrollo de las ideas matemáticas en ése tiempo, es un pensador que se enfrenta con las autoridades eclesiásticas y científicas con tino. En la segunda mitad del siglo XIII los dominicos determinan su inclinación hacia el aristotelimo, entre ellos está Alberto Magno (1208-1280) quien tuvo la idea de que los conocimientos existentes de los griegos, árabes y judíos se hagan accesibles a sus

contemporáneos; éste dominico hace destacar la necesidad y la importancia del experimento científico, la observación hacia los fenómenos físicos le induce a abandonar el sistema aristrotélica. Asimimismo realizó acertados comentarios de los trabajos de Euclides y uno de sus discípulos Tomás de Aquino (1225-1247) que toma distancia de la tendencia neoplatónica que sustenta que la base del Cristianismo radica en el corazón del hombre.
De otra parte la enseñza de la Matemática en la Facultad de los Artistas se limita al cálculo elemental y Geometría, usan los textos de Cálculos elemental y Geometría, usan los textos de Cálculos de Juan de Sacrobosco y el Poema de Enseñza de Alejandro de Villedien.
Como vemos la alta escolástica, dominada por las controversias filosofícas entre el neoplatonismo y el aristotelismo tiene muy poco interés en la Matemática. Esta ciencia es cultivada únicamente de manera incidental.

La baja escolástica se desarrolla en el siglo XIV por la controversia entre los discípulos de Santo Tomás de Aquino y sus adversarios, los cuales ahora siguen los trabajos del franciscano Juan Escoto. Esta nueva orientación florece en los colegios de Oxford, París y Vicena, despertando el interés por la Matemática y las Ciencias Naturales. En éste período encontramos el desarrollo de una Geometría como una visión de conjunto, una referencia a la cuadratura del círculo de Arquímides y un extracto sobre isoperímetros, también encotramos un estudio sobre el volumen de los cuerpos regulares; todos ellos debido al profesor de Oxford Tomás Bradwardine (1290-1349), quien tenía a su alcance todos los conocimientos filosóficos y teológicos de ése momento, su Aritmética es una teoría de números en esencia. Por el arduo trabajo intelectual todavía pertencen Tomás Bradwardine y Nicolás de Oresme a la escolástica pero ya a una etapa tardía, para dar paso a una nueva etapa del pensamientos matemático. Sucede que la Guerra de Sucesión entre Francia e Inglaterra (1338-1453) origina la ausencia de intelectuales en los colegios y universidades e impiden que las ideas de los dos últimos matemáticos de la escolástica tengan una difusión merecida, asimismo finaliza la tradición científica el término de la baja escolástica.

4.5. Finalización de la Edad Media

A partir del año 1300 existe un cambio profundo en las ideologías y tiene una orientación paulatina, sometidas aun largo proceso de transformación que comprende varias generaciones; éste es el comienzo del fin de la Edad Media. En efecto, las primeras manifestaciones están en el arte relieve y la pintura naturalista. El hombre de ésta época comienza a sentirse con personalidad u aspira a la libertad de pensamiento de opinión y de creencia. La Teocracia de la Edad Media que afirma que el Papa es el representante de Dios en la Tierra, después del Traslado del Curia a Asignon (1309) y el gran cisma (1378-1417), resulta ser una ficción. El poder que tenía la Edad Media finaliza con el ocaso trágico de los Hohenstanfen. Los estados del occidente ya no están determinados por el Papa y el emperador sino por monarquías nacionales que se heredan y se desarrollan por la diplomacia y la política, orientadas por Nicolás Maquiavelo (1469-1527).

La lengua escolástica del occidente había sido el latín como lengua universal, ahora es desplazada por las lenguas nacionales, considerándose más tarde como una lengua culta. Los sistemas filosóficos de la Edad Media están inactivos, ya no funcionan, no ofrecen nada atractivo en sus doctrinas estudiadas al detalle, más el saber tradicional se mantiene principalmente en Italia. Aqui es donde surge no solamentes el renacimiento de las artes, sino también en de la Literatura; respecto a las polémicas sobre el pensamiento de Aristóteles, de Plantón y de Euclides son cada vez más frecuentes en las aulas universitarias. La lucha de opiniones aisladas de las escuelas pierde terreno a causa de la nueva orientación filosófico-naturalista, la cual se empeña en hacer una prueba de los fenómenos mediante observaciones y experimentos para obtener las leyes que rigen a la naturaleza. Por éste motivo la Matemática como ciencia se separa de la Folosofía, uniéndose con la Ciencias Naturales; desde ahora los conocimientos y pensamientos matemáticos determinan la forma de trabajos de los investigadores de la naturaleza. Este proceso de transformación se acelera por la invención de la imprenta por. J. Gutemberg en 1450.

La Biblia es la primera gran obra que se imprime en el mundo, después segun los escrito científicos y desde 1474 se imprimen los calendarios, obras de Astronomiía y también textos griegos. De ésta manera, las ideas nuevas encuentran más rápidamente acceso a la opinión pública, lo que hace que las circunstancias sean favorables al desarrollo del conocimiento matemático de los tiempos del Renacimiento y del Barroco.

5. La matemática en el renacimiento 1400-1500 d.C.

Ante la gravedad de la caída de la corrientes filosóficas que venían de siglos atrás, surge un renacer en el pensamiento y conocimiento del hombre que, justamente desea independizarse, tener sus propias ideas, dejando de lado en forma definitiva la supremacía del papado y del imperio, para alcanzar objetivos que sean propios con resultados interesantes.

5.1. Transición de la Edad Media a la Edad Moderna

En el campo de la Matemática se realiza la orientación en forma ordenada de la Edad Media a la Edad Moderna, sobre todo por las consideraciones de opiniones puramente prácticos. El interés histórico-científico ya no está en el docto o en el profesor de la universidad, sino en el maestro de Cálculo allá en las ciudades de Italia y Alemania, y del sur de Francia. El cálculo con cifras indo-arábigos es usado por los comerciantes de Venecia y Génova. En el pueblo más apartado que no sabe leer ni escribir y tampoco conoce las cifras de un número se conserva el cálculo mediante tablillas hasta el siglo XVII. Aprenden éste cálculo de las enseñanzas dadas por los abacistas. Por el contrario los algoritmos defienden el cálculo por cifras, los cuales han sido tomados en los escritos de los escolásticos.

Es característico del final de la Edad Media, del Renacimiento y de los principios del Barroco, la fe puesta en la Astrología, en efecto, el conocimiento de las estrellas se desarrolla mediante observaciones astronómicas y cálculos trigonométricos. Las Tablas planetarias de los españoles y árabes del occidente, que se usan desde el siglo XIII, como son: las Toledanas y las Alfonsinas, éstos ya no son sufientes, por lo que se necesitan tablas auxiliares trigonométricas exactas que sean más amplias. El profesor Juan Von Gmunden (1380-1442) se propone hacer tablas nuevas con cálculos nuevos.

5.2. Manifestación del Humanismo

El Humanismo surge entre los años 1300 y 1580 aproximadamente y su manifestación determina el cambio radical de los tiempos, en el que lo típico es reemplazado por lo invidual, las ideas que se habían discutido en el sentido alegórico ahora lo hacen empleando una reproducción realista del motivo. Los hombres aspiran a tener libertades, quieren ir más allá de lo clásicamente establecido. El hombre se independiza desde lo individual hasta las estructuras del Estado en una nación determinada; se integra a movimientos literarios, científicos y astísticos con el fin de encontrarse con la realidad, considera que las ideas matemáticas deben corresponder a una sola idea y construir una sola ciencia matemática. El hombre busca y encuentra sus motivos en la Edad Antigua y precisamente en obras maestras, hasta entonces desconocida, de los grandes poetas, oradores, historiadores y filośofos griegos y romanos, cuyos escritos se estudian hasta enteder el latín tardío y degenerado, asi también el griego clásico y sobre todo saber hablarlos, que es lo que el hombre se había propuesto hacerlo siempre. Hay un renacer en el pensamiento del hombre, su carácter es más humanista y se vuelve al estudio de los conocimientos de la Matemática con miras a indivilizuarlos hasta lograr nuevos objetivos en la Aritmética, Geometría y Trigonometría.

5.3. Las ideas matemáticas más importantes del Renacimiento

EL significado más importante de la caída de Constantinopla en 1453, para la historia de la Matemática, es el beneficio que Italia tuvo con las traducciones de los manuscritos de los textos griegos. De aqui, el resto de Europa tiene contacto con los textos antiguos, los primeros libros impresos datan de 1447 y aunque a fines de siglo habían más de 30,000 ediciones, pocas de éstas eran de Matemática. Al principio, la geometría griega fué menos significativa que las ediciones de las truducciones latinas medievales de los textos algebraicos y aritméticos árabes. Los tratados latinos en la época medieval sobre geometría elemental y en teoría de proporciones no presentaron dificultades comparables con los trabajos de Arquímides y Apolonio. A continuación citamos algunas mentes célebres de la época del Renacimiento con las más importantes ideas matemáticas:

Nicolás de Oresme

Un genio matemático y economista, considerado el pensador más original del siglo XIV, fué también un teólogo y obispo de Lisieux, fundador y divulgador de las ciencias modernas. Oresme introdujo un método para representar gráficamente las velocidades en el movimiento uniformemente acelerado. Asimismo demostró que las razones propuestas por la Física aristotélica contra el movimiento del planeta Tierra no eran válidos y afirmó que es la Tierra la que se mueve y no los cuerpos celestes. En realidad, el argumento de Oresme a favor del movimiento terrestre es más explícito que el dado siglos después por Nocolás Copérnico y los cálculos matemáticos se basaban en un conjunto de ecuaciones.

Nicolás de Cusa (1401-1464)

Afirmó que cualquier cosa medible puede representarse por una línea. Llegó a ser un cardenal, pero como matemático creyó que promediando polígonos inscritos y circunscritos había llegado a una cuadratura. Se plantea una imagen del mundo como la imagen de Dios. Se Dios es unitario e infinito a la vez entonces el mundo también es infinito. De la lógica aristotélica, deduce que el universo es infinito, no tiene fín, lo que implica que no existe centro del universo, por lo que la Tierra no es el centro del universo, tampoco existe un punto de referencia, todo es relativo y no hay lugar de privilegio en el universo. Tampoco está quieto el mundo físico, sino que todo está en movimiento, incluído el Sol.

Johann Müler Königsberg (Regiomontano, 1436-1476)

Fué un prolífico astrónomo y matemático alemán, un niño prodigio. Desde los 3 años de edad tuvo una habilidad sorprendente para la Matemática. Asi decimos que a los 9 años de edad ingresó en la Universidad de Leipzig para estudiar dialéctica. La obra escrita de Regiomontano consiste en temas de Matemática centradas en Trigonometría y Astronomía, inventa instrumentos útiles para la observación y medida del tiempo (relojes solares). Regiomontano organizó su obra de una forma muy similar a Los Elementos de Euclides, la llamó de Triángulis Omnímodio y se compone de 5 libros, el primero comprende definiciones básicas: cantidad, radio, igualdad, círculos, arcos, cuerdas y la función seno, proporciona axiomas que sostienen a 56 teoremas enunciados en su obra. En el segundo libro establece la Ley del Seno y la utiliza en la resolución de triángulos, determina el área de un triángulo mediante dos lados y el ángulo que los sustenta. Los libros III, IV, y V consisten en trigonometría esférica que servirá de fundamento de la Astronomía.

Lucas Pacioli (1445-1514)

Célebre franciscano, un matemático nacido en Italia, Borgo. Considerado el pionero del Cálculo de Probabilidades en investigador en el área de Contabilidad, fué colaborador de Leonardo da Vinci en los estudios llamada Divina Proporción. Publicón en Venecia (1494) una verdadera enciclopedia de Ciencias Matemáticas titulada Summa di arithmetica, geometrica, proportione, et proportionalita redactada en latín medieval y contiene; aritmética y algebra que son usados por los mercaderes para realizar comparaciones y cambios de las monedas, pesos y medidas en los estados finales.

Johannes Werner (1468-1522)

Un clérigo nacido en Nuremberg, Alemania, es muy conocido por sus trabajos de refinar y añadir las capacidades teóricas de la proyección geográfica en forma de corazón que hoy en día se conoce como proyección werner. Su única obra fué Nova Translatio Ptolemaei (1514), utilizada en la construcción de mapas mundiales y continentales de los siglos XVI hasta XVII.

Francisco Maurolico (1494-1575)

Geómetra italiano de origen griego, un monje benedictino y erudito, destacó en el estudio de la Geometría y de la Optica, tradujo al latín las obras de Euclides, Arquímides y Pitágoras. Elaboró un tratado sobre curvas de secciones planas del cono y aplicó el método de inducción. Se destaca la obra Libro de Aritmética 155...

Nicolo Fontana Tartaglia (1500-1557)

Matemático italiano apodado Tartaglia (el tartamudo) desde niño, cuando fué herido en la toma de su ciudad natal por los invasores. Legó a ser una brillante matemática y esencialmente autodidacta, descubrió un método para resolver las ecuaciones de tercer grado. En 1535 estando en Venecia le proponen un duelo matemático que Tartaglia acepta y que consiste en el cálculo de las raíces de tercer grado. Para el efecto Tartaglia desarrolla la fórmula general para resolver ésta ecuaciones lo que le permitió ganar el duelo. El éxito de Tartaglia llega a oídos de Gerolomo Cardano a quien gustosamente le comunica su fórmula, pero con la condición de no publicarlo le dijo. Sin embargo, tiempo después la fórmula es publicada en su obra Ars Magna (1570), a pesar de que Cardano- Tartaglia. Además también elaboró una fórmula par el cálculo del volúmen del tetradro en función de las longitudes de sus lados, llamada fórmulas de Tartaglia, que es una generalización de la fórmula de Herón.

Gerolamo Cardano (1501-1576)

Fué un célebre matemático italiano del Renacimiento, médico y astrólogo. Hoy es más conocido por sus trabajos sobre Algebra. En 1539 publica su obra "Practica arihmetica et mensurandi sigulares". Publicó trabajos sobre solucines de las ecuaciones de 3er y

4to gradom con los cuales tuvo problemasserios con Tartaglia. En realidad, el cálculo de las raíces de las ecuaciones cúbicas nos e debe ni a Cardano ni a Tartaglia sino a Scipione del Ferro (1515), asimismo la ecuación de cuarto es resuelto mediante una fórmula elaborada por Ludovico Ferrari, usando unos números que hoy en día se llama complejos. Otros trabajos de Cardano comprenden los juegos de azar (1560) y constituye el primer tratado serio de Probabilidad. También elaboró la llamada reja de Cardano que permite realizar cálculos matemáticos en Criptografía (1550).

5.4. Del Renacimiento al Barroco

El desarrollo histórico de las ideas matemáticas siempre ha estado sujeto a acontecimientos producidos en Europa y Asia, con hechos de tilde político, social y cultural. A éste respecto, al Renacimiento se extingue guardando un respeto por las ideas importantes surgidos en la tradición antigua, pero con una actitud crítica. Se vienen nuevas ideas para la evolución de la Matemática a lo largo de las próximas edades ahora se intenta por un lado adquirir una comprensión más profunda de las cosas y, por otro, desarrollar en forma inteligente e independiente los conocimientos nuevos adquiridos. Este desarrollo se realiza en una época en la cual se enfrenta ideologías opuestas, Reforma, agitaciones sociales y contrareformas; poco a pcoc se abandonan el Renacimiento para dar paso a un período de brillantes en las Ciencias y en las Artes. La divulgación de invetos, y descubrimientos grandiosos extiende los horizontes de modo inesperado. El arte de la imprenta hace posible llevar las nuevas ideas hasta el pueblo, es un instrumento eficaz para los que propician los movimientos reformadores con un sentido humanista. La vida intelectual se hace más fecunda y variada en la época del Barroco, el cálculo práctico es un gran partem ausnto de la enseñanza de los profesores de cálculo pen la escuelas municipales en las cuales se enseña también Latín.

La enseñanza está formada por una instrucción oral y desarolla el estudio mecánico y memorístico, en éste tiempo los libros de cálculo son colecciones de reglas, ejemplos y problemas. Los libros de Matemática se imprimen en ediciones alemanas, holandeses, franceses, italianos e ingleses. La tradición escolástica se mantiene más tiempo en España por la presencia de centros monarcales, los escritos en latíb son todavía de estilo escolástico, los mejores de ellos combinan la ciencia, las doctrinas y teorías antiguas con los progresos técnicos de la enseñanzas moderna.

Estos progresos se refieren en primer lugar a las ecuaciones sencillas. Ya empiezan a designarse las incógnitas (en latín res, en italiano cosa, en aleman cos) y sus potencias y raíces primeras con signos individuales; poco a poco se usan abreviaturas para los símbolos operativos y finalmente se introducen los signos algebraicos como + y -. Este desarrollo se inicia en el norte de Italia permitiendo cambios en los escritos musulmanes, escritos algebraicos italianos, alemanes y franceses. Con éstos nuevos símbolos la mejor obra es la Arithmetica Integra (1544) de M. Stifel (1487-1567) que posee un talento en el Algebra, con una superstición en los números. Sostiene que los números negativos son menores que cero, lo que da un sentido perfecto a éstos números. Admite también coeficientes negativos para las ecuaciones, reduce a un las ocho fórmulas usadas par la ecuación cuadrática con sus 24 reglas de resolución, pero no acepta raíces negativas de ecuaciones. Stifel hace un estudi de la teoría de los irracionales del Libro X de los Elementos de Euclides $\sqrt{a+\sqrt{b}}$ y extiende a éstos a expresiones como $\sqrt[n]{a+\sqrt[n]{b}}$, Hace cálculos de raíces numéricas hasta de séptimo grado y también de expresiones algebraicas, realiza el cálculo de potenciación y radicación de los elementos de una progresión geométrica multiplicando y dividiendo los exponentes, lo que le permite estudiar mejor a las ecuaciones exponenciales. Podemos citar a estos célebres del Barroco en el comienzo como Scipion del Ferro, Gerardo Mercater, Rhotiens, entre otros.

Al final del Renacimiento los estudiantes de Matemática disponen de un nuevo y rico material científico, el cual les impulsa a continuar, ampliar y profundizar los resultados ya alcanzados, pero todavía falta la persona brillante que sea capaz de abarcar y relacionarlo todo. Esta persona es el genial Francisco Viéte, quien se convierte en pregonero de una nueva época que es el Barroco.

6. La Matemática en el Barroco 1500-1700 d. C.

Durante 200 años aproximadamente se manifestó el periodo del Barroco, en el cual aparecieron un conjunto de mentes geniales en Matemática que tuvieron liderazgo en la época en que vivieron y lograron profundizar los conceptos, teoremas y algoritmos en Algebra, Aritmética, Geometría y Trigonometría. Quedó atrás el tiempo de las traducciones de griego, del árabe y del latín a las leguas nacionales, ahora la atención se centra en el rigor del análisis y estudio de las Ciencias y las Artes, aparecen más símbolos matemáticos universales para la elaboración de ecuaciones generales.

6.1. Francisco Viéte y el canon matemático

Fue un célebre matemático francés (1540-1603) a quien se le considera uno de los principales precursores del Algebra. Es el primero en representar los parámetros de una ecuación con letras. Viéte fue conocido en su época como un subdito fiel y consejero del Rey de Francia Enrique III y también de Enrique IV.

Entre 1564 y 1568 investiga en Astronomía y Trigonometría, y redacta un texto que quedará inédito, llamado Armónicos Celestes y en 1571 publica su gran obra de Trigonometría llamada el Canon Matemático en el que presenta numerosas fórmulas relacionadas con senos y cosenos. Emplea de modo poco usual para la época los números decimales y consiste de las primeras tablas trigonométricas elaboradas desde que lo hicieron los árabes en el siglo X. Es cierto que los matemáticos del Renacimiento y del Barroco se sentían continuadores de la Matemática griega que fundamentalmente consiste en Geometría. En la época de Viéte el Algebra había derivado de la Aritmética y se percibe solo un conjunto de reglas. algunos matemáticos usaban razanamientos geométricos para justificar los métodos algebraicos. De éste modo la Geometría parecía ser un instrumento para resolver cuestiones algebraicas, pero el uso del Algebra para resolver cuestiones algebraicas, pero el uso del Algebra para resolver problemas geométricos parecía mucho más problemático, sin embargo asi lo propuso Viéte. En el 1591 Viéte publica una teoría matemática llamada Logística especiosa (Specis: símbolo) o el arte del cálculo sobre símbolos. Esta teoría comprende tres etapas: anotación de las magnitudes con símbolos adecualdos, resumen del problema en forma de ecuación, el análisis y discusión de la ecuación y en la etapa final se tiene el análisis rético que consiste en una construcción geométrica que expone la solución. Entre los problemas que Viéte aborda con éste método son: $ax^2 + bx = c, \;\; x^3 + ax = b$. Este método tuvo una poca duración y Viéte no era el primero que proponía la notación de cantidades desconocidad con letras, en realidad su álgebra planteada se olvidó pronto apartada por la Geometría Cartesiana sin embargo fué el primero que introdujo la notación para los datos de un problema matemático y además, sospechó la relación entre las raíces y los coeficientes de un polinomio; no dudó en afirmar que el Algebra resuelve todos los problmas de la Matemática. De ésta manera, la Logística Especiosa consiste en que las magnitudes conocidad se designan por consonantes y las desconocidad por vocales. La aproximación buena de

$$\sqrt[3]{2} \approx \sqrt[4]{2} + \frac{1}{20}\sqrt{2}$$

y de otras semejanzas realizadad por Viéte, nos muestra el uso de la aproximación aunque torpe, para resolver ecuaciones con decimales.

6.2. El legado de Viéte en el discipulado

A partir de las obras magistrales de Viéte que son : El canon Matemático y la Logística Especiosa existe un conjunto de obras importantes como legado a sus seguidores. Ellos son:

1. La Isagoge (1591)m en donde las potencias de magnitudes conocidad y desconocidas se expresan por palabras.

2. Las Notae Priores (1631), en el cual se construyen y transforman espresiones algebraicas.

3. La Recognitio Aequationum (1615), en donde se explica cada ecuación como propiedad entre términos de un progresión geométrica.

4. La Emendatio Aequationum (1615), en el cual se eliminan fracciones y raíces y se sacan factores reconcibles.

5. La Canonica Recensio (1591), el cual contien la versión geométrica de las operaciones elementales y la solución de las ecuaciones $x^4 + -a^2x^2 = + - 6^4$ mediante compás y regla.

6. Pseudomesolabium (1595), el cual Viéte examina las cuerdas que cortan el diámetro en cuatro segmentos que forman una progresión geométrica.
   En Viéte se apoyan varias investigaciones de célebres matemáticos europeos sobre segmentos en un cuadrilátero y en un triángulo. Viéte adquirió fama al impugnar a A. Van Romen (1561-1615) quien en su obra Ideas Matemáticas había hecho un resumen de los más importantes matemáticos que entonces existían, sin nombrar a ningún francés, ni siquiera a Viéte.

7. Responsum (1595), en el que Viéte hizo un resumen de los métodos de resolución de las ecuaciones, corrigiendo y añadiendo entre el problema y las ecuaciones generales a trisección y división en cinco partes iguales de un águlo.

Los últimos años de Viéte están llenos de ataques infructuosos contra la reforma calendaria de Gregorio XIII, papa de Roma y sus consejero Clavius, en realidad el punto de vista de Viéte es falsa. Una pequeña colección de las obras de Viéte se publicó en 1615. M. Mersenne (1588-1648) se esforzó, durante muchos años en hacer una edición lo más completa posible de los escritos de viéte.

6.3. El surgimiento de nuevos conocimientos en la Matemática

Los contemporáneos de Francisco Viéte y sus discípulos entre 1550 y 1650 dan la primacía en el campo de la Matemática a los de la escuela holandesa que, desde 1580 había comenzado a florecer bastante. La persona que destaca un éste círculo es el ingeniero militar S. Stevin (1548-1620) de Brujas quien elabora las tablas de los valores $(1+q)^{\pm n}$ y $\sum_k (1+q)^{\pm k}$, por otro lado escribe un texto de nombre Problemas Geométricos (1583) en los cuales se estudian cuerpos geométricos irregulares; el escrito De Thiende (1585) comprende el cálculo decimal de números. Entre los amigos de Stevin figuran R. Snell, Ludolfo von Ceulen, A. Voan Romen, el príncipe Maurici de Orange en el áres de la Matemática Pura. Es Stevin un hombre práctico, bien instruído en los método de cálculo y de construcción, el interés de sus contemporáneos en cuestiones de aplicaciones relacionados con asuntos náuticos, militares y geográficos se hacen por sus mejoras en la Trigonometría. Al final del siglo XVI, ha sido el trbajo de más éxito y trascendencia en el campo de las matemáticas prácticas, el invento de los logaritmos por Burgi (1588) y Naper (1594) y la introducció de logaritmos cartesianos segÂº'u una proposición de Briggs (1615).

6.4. Grandes descubrimientos de la Matemática del Barroco

En ésta sección corresponden mencionar los descubrimientos siguientes en el período del Barroco:

1. Los logaritmos, como resultado de los trabajos en Algebra del genio Viéte. En efecto, las tablas de Bürgi se publican en circunstancias exteriores desfavora-

bles y no fueron conocidas. Mas suerte tiene J. Neper (1550-1617) que tiene su fuente en Euclides y Arquímides. En sus obras Descripto y Constructio se menciona la forma como inventa Neper a los logaritmos quien parte de un construcción mecánica. Al calcular los logaritmos Neper coordina los términos de una suceción aritmética $x_n = n(1+0{,}51-)$ con los de una progresión geométrica $y_n = \frac{(1-r)^n}{r}$ con $r = 10^{-7}$, de donde se deducen la base $e = 2{,}71828\ldots$. Las tablas de Neper contienen logaritmos de siete decimales de las funciones seno y coseno de minuto en minuto, las cuales fueron acogidos con gran interés en el continente. Bürgi y Neper usan con frecuencia para calcular sus tablas, exclusivamente método racionales.

2. Edmundo Guntor (1561-1626) construye en 1620 una escala logarítmica.
3. Guillermo Oughtred (1574-1660)usa escalas no logaritmica y son rectilíneos y circulares (1622).
4. Ricardo Delamain en 1632 mejora las escalas circulares.
5. Edmundo Wingate (1593-1656) y Seth Partridge en 1622 emplean ya un regla de cálculo con rejilla incluida.
6. Blaise Pascal (1623-1662) inventa la primera máquina conocida de sumar y restar.
7. Guillermo Leibniz (1646-1716) diseñó la primera máquina cilíndrica y escalonada que sirve para las cuatro operaciones del cálculo.

7. El descubrimiento del cálculo infinitesimal y su trascendencia histórica: 1625-1695 d. C.

A éstas alturas del desarrollo histórico de la Matemática, en plena brillantez del Barroco el concepto del ser humano y la tarea educativa, que varía bajo la influencia de los ideales humanísticos formativos, conducen a un cultivo de las lenguas antiguas y tienden su expresión en la carta llamada De formandis studiis de R. Agrícola (1443-1485), en los escritos De rationes studii de Erasmo (1467-1536) y en la conferencia de ingreso De corrigendis adolescentice studiis (1518) de Melanchthon (1497-1565)

7.1. Rene Descartes y el discurso del Método

Descartes nació en París, Francia (1596-1650), era hijo de una noble familia de Normandía, su padre Joaquin Descartes era consejero en el Parlamento briton, en Rennes. Al nacer el niño débil pierde a su madre, y fue tomado por los jesuitas de la Flecha, donde encontró una formación científica basada en los textos de Clavius de Geometría Práctica y Algebra. No estuvo de acuerdo con la vida militar y la de ejercer cargos públicos, conoce en Ulm al hábil maestro de Cálculo liada Foulhaber con quien sostiene conversaciones de tipo algebraico. En aquel tiempo hace su primer descubrimiento matemático sobre el teorema de Euler de los poliedros, recorre

Hungría, Alemania e Italia en 1625 y a vuelta a París se relaciona con el sabio Mersenne, quien se opone con éxito a la Filosofía de Natural de Aristóteles. En Â°'este cículo encuentra un vivo interés por sus nuevas concepciones y obtiene nuevas ideas sobre Geometría y Algebra, en 1644 la reina Cristina de Suecia invita a Descartes para que le enseñe la filosofía que practica e investiga, luego desea fundar una academia de ciencias pero fallece antes de ejecutar sus planes. Descartes recibe la fuerte influencia de los filósofos franceses Ramé y Montaigne, lo que trajo como consecuencia su abandono en la filosofía natural tradicional, que en su opinión es infructuosa por perderse en clasificaciones sin sentido e interpretaciones inexactas. su meta es hallar un método de investigación que conduzca mediante conclusiones propias, de lo complejo a lo sencillo, y de la hopótesis a la evidencia y la claridad. Lo que se propone Descartes es una Matemática sistemática y severa, partiendo unicamente de nociones y conceptos más agudos y mediante conclusiones correctas. Considera que el lenguaje usado debe ser sencillo, claro y preciso, las denominaciones uniformes que tengan acceso a la memoria. El objetivo principal que se propone Descartes es la unificación, ya iniciada por Viéte, de la Geometría con el Algebra. Para ello, se propone sustituir lo usado por Viéte y sus sucesores por un simbolismo puro cuidadosamente ideado al punto que hasta hoy se ha podido conservar casi íntegro. Descartes agrega a la Matemática todo lo que admite ordenación y medida. En su obra La Geometría (1637) considera, luego de haber introducido un segmento unidad, cada segmento como un número, es la transformación de la Geometría en Aritmética. El concepto de número, limitado al principio a los números naturales y luego extendido a fracciones, números negativos e irracionales abarca ahora todo el campo de los números algebraicos.

Descartes conoce que todos los problemas geométricos de tipo lineal y cuadrático pueden resolverse con regla y compás, vistos como problemas del plano. Los problemas de tercer y cuarto grado los llama problemas del espacio y los resuelve gráficamente por medio una única parábola, que corta a una circunferencia construída en un plano. Descartes resuelve gráficamente ecuaciones de grado mayor mediante curvas algebraicas, para esto toma ecuaciones de grados $2n-1$ y $2n$ como tipos de problemas del mismo grado n, lo que obtiene teoremas de ecuaciones generales de grado

n. Otro trabajo importante es la investigación que hace Descartes sobre los lugares geométricos muy complicados, usa ordenadas negativos pero jamás usa abscisas negativas. Resuelve el problema de las normales a las curvas algebraicas sin el empleo de operaciones infinitesimales, esto es, la aproximación. Descartes llega a afirmar que él ha resuelto todas las cuestiones principales de la Matemática de precisión y que sus métodos de tangentes y normales son los más sencillas. Sin duda, Fermat y él constituyen los inventores de la Geometría sobre ejes de coordenadas, los dos hicieron la labor de escribir un método para curvas algebraicas no rectificables. Descartes elabora generalizaciones no conocidad todavía y su obra Geometría viene a ser la única obra matemática del gran filósofo y llama bastante la atención y muchos los estudian con interés; en ésta obra se desarrollan los métodos importantes de la Geometría y su narrativa es, practicamente un verdadero discurso, fué la base común del desarrollo de las ciencias matemáticas en la culminación del período del Barroco. Con el tiempo viene el interés de la nueva generación por los métodos infinitesimales más prometedoras, los problemas difíciles de tipo algebraico no se resuelven sino al principio del siglo XIX partiendo de nuevos criterios.

7.2. Blaise Pascal y la teoría de la Probabilidad

Pascal nación en Clermont, Francia (1623-1662), fué un matemático, físico, teólogo y filósofo. Sus contribuciones a las Ciencias Naturales y Aplicadas incluyen la invención y construcción de calculadoras mecánicas, realiza estudia precursores de la teoría matemática de la Probabilidades, elabora fórmulas para eventos y combinaciones para problemas de juegos de azar. Antes de Pascal casi nada se investiga sobre combinaciones y permutaciones, con él se inicia un verdadero análisis de las combinaciones. En 1654, presionado por Antonio Gombard, le plantea el problema matemático de dividir una apuesta luego de una interrupción anticipada de un juego de azar; Pascal se comunica con Fermat y envía una aproximación al cálculo de probabilidades. Años más tarde, Pascal formuló la hoy llamada Apuesta de Pascal, una reflexión filosófica sobre la creencia de Dios. Esto se esquematiza asi: Si Dios no existe, nada pierde uno en creer en Él, mientras que si existe, lo perderá todo por no creer.

7.3. Primeras investigaciones del concepto infinitesimal

Fermat, Roberval y Torricelli realizaron estudios sobre los primeros conceptos de lo infinitesimal. En particular Fermat es quien elabora métodos generales extensos. Pierre de Fermat (1601-1665) nacido en el sur de Francia, pertenece a una familia burguesa y es educado en el colegio superior de los franciscanos de su ciudad de Beaumont en donde adquiere conocimientos amplios en Matemática y Literatura. De sus hallazgos matemáticos se tiene una buena aproximación sobre los métodos planteados, poca información pero muy sólida, Fermat en verdad, no nos ha dejado una obra completa con la cual podemos realizar un análisis mas detallado del Algebra y de la Geometría. Fermat quiere unir los métodos matemáticos antiguos con los nuevos de sus contemporáneos y obtener un máximo de exactitud y generalidad. En 1629 determina ya $\int_0^1 t^p dt$ como área de una superficie y también descubre el área $\int_0^a y dy$ de la parábola $\frac{y}{b} = (\frac{x}{a})^p$. De otro lado, Fermat encuentra la regla para determinar valores extremos escribiendo $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ el coeficiente de la potencia de menor grado para h igual a 0, resultará un valor de x, para el cual $f(x)$ alcanzará un valor extremo. Mas trade (1643) ya se habla de límites para $h \to 0$ y sabe la clase del valor extremo según el signo del término h^2. Estos problemas demuestran la superioridad de Fermat sobre sus competidores, que trabajan con tablas.

Apenas Fermat recibe la obra Geometría del filósofo Descartes (1637) le envía por Mersenne copias de las reglas sobre valores extremos y de la introducción a los lugares geométricos, para asegurar la independencia de sus métodos.
Evangelista Torricelli (1608-1647) cuano niño mostró gran interés por la Matemática siendo alumno del colegio de jesuitas de Faenga. Desde muy joven se inicia en la Filosofía Natural ayudado por el abad Castelli. Destaca en Geometríam en el estudio de la esfera y la cuadratura de la parábola, lo que nos dice que Torricelli dominaba los métodos de Arquímides, a todo esto se combina con la técnica de los infinitésimos de Cavalieri. Durante su estancia un Arcetri donde Torricelli, siguiendo instrucciones

se Galileo, se encarga de escribir los últimos apéndices de los Discorsi (centros de gravedad), hace trabajos sobre temas que contiene la fórmula del centro de gravedad:

$$\epsilon = (a - \epsilon) = \int_0^a xydx : \int_0^a (a - x)ydx$$

En 1641, Torricelli, ya ciego, verfica mediante integración parcial la curvatura de

$$\int_a^\infty \pi y^2 dx = \int_0^b 2\pi y(x - a)dy = ab^2\pi$$

del volumen de revolución engendrado por la hipébola $xy = ab$

7.4. Descubrimiento del Cálculo infinitesimal (1637-1677)

En la finalización del Barroco se obtienen la obra magistral con el descubrimento del Cálculo Infinitesimal, mérito exclusivo de Guillermo Leibniz (1616-1716) nacido en Leipeiz, Alemana. Siendo niño queda huérfano de pagre y madre, determinando su inclinaciómn por la Filosofía y la Matemática. También estudío Derecho y lo ejerce aceptando cargos públicos del Estado, asi como cargos diplomáticos. Esatando en París por primera vez se enfrasca en la Matemática y sobre todo, en problemas con infinitesimales. Después de haber estado en Londres y estudiado la logartimostenica de Mercater, luego de la controversia con Isaac Newton sobre los infinitesimales, Leibniz calcula la integral verificando la división e integrando la progresión así obtenida.

Por otra parte, en Inglaterra, Isaac Newton (1643-1727) descubre el cálculo con infinitesimales al resolver el problema de la caída de cuerpos, pues no se convencía que un cuerpo caiga por su propio peso, tal como lo afirmaban los griegos. De ésta manera, encuentra la fuerza del cuadrado inverso mediante métodos infinitesimales.

8. Período final del Barroco matemático: 1695-1790 d.C

En ésta etapa el nivel de los conocimientos matemáticos no es todavía muy significativo y el promedio consiste en unas cosas aprendidas de memoria por el sistema de la repetición. En constraste con esto, existen matemáticos que se proponen en desarrollar las ideas de Viéte y Descartes.

8.1. Extensión de los nuevos métodos

Isaac Newton, matemático, físico y filósofo se aparta desde 1676 de todas las controversias públicas. La causa son los adversarios de su teoría de los colores respecto a lo que Newton informó a la Real Society de en 1672. Los esfuerzos que realiza Collins para imprimir la obra El Análisis de en razón de Newton 1669 fracasa en razón de la crisis comercial que afecta a los editores londinenses desde el gran incendio de 1666. De otro lado, Leibniz publica un resumen de sus ideas básicas, entre ellas está la sucesión de 5/4 en los que hace indicaciones de la convergencia de la series alternas del método de sumas de sucesiones por medio del esquema de diferencias y publica asimismo su triángulo armónico y la tesis de W. Tschirnhaus (1651-1701) en la que afirma que la integral de una función algebraica es también algebraica si lo es una sola integral determinada de dicha función es rebatida, es rebatida y discutida por el $y^4 - 6a^2y^2 + 4x^2y^2 + a^4 = 0$, calculando la integral $\int_0^a y\,dx$ mediante la cuadratura de la lúnula de Hipócrates linitada por semicircunferencia y un cuadrante, es asi como se amplía los nuevos métodos planteados. Newton redacta en 1793 su obra maestra Principia en la cual expresa las ideas acerca de la procedencia de las magnitudes, infinitesimales que son diferentes, esto no es ninguna conseción sino una exacerbación del conflicto de Leibniz y Newton.

El asunto de las líneas tangentes a curvas planas es analizado por el matemático suizo Fatro de Duillier (1664-1753) y se opone tenazmente. Fatro calificó a Newton y a Leibniz de segundo, influido por Newton como el inventor del análisis superior. Con ésta afirmación se tiene la fase decisiva de la controversia por la autoría. El último trabajo de Fatro es el tratamiento de los problemas braquiestocromos (1699). Poco después Jacobo Bernulli (1655-1705) profesor de Matemática en la Basilea, Suiza, publica un análisis usando el Cálculo Diferencial. Aqui se emplea, por primera vez, impresa, la denominación integral, introducida por Juan Bernulli (1667-1748) hermano menor de Jacobo. Jacobo Bernulli se instruye en Matemática Aplicada, asimismo lee los libros escritos por Descartes, estudia con cuidado la obra Geometría, los escritos de Wallas y Barrow. Entabla correspondencia con Leibniz, de la cual obtiene mucha información sobre infinitesimales.

8.2. Controversia en los principios del Cálculo Infinitesimal

La autoría de los orígenes del cálculo diferencial e integral constituyó una disputa encarnizada entre Newton y Leibniz, la denominada controversia sobre la prioridad de haber descubierto los métodos del análisis superior. En efecto, Newton y Leibniz sostienen correspondencias en la que existen cartas llena de faltas y observaciones que tienen en el sentido de las ideas de matemática las mismas que se usarán más tarde en la disputa sobre la prioridad como material de comprobación contra Leibniz, sin considerar los originales. Los escritos originales existen todavía lo que confirma las disputas habidas entre éstos célebres filósofos. A todo esto Newton se aparta intencionadamente desde 1676 de todas las controversias públicas; él considera que no es fructífero y que prefiere dedicarse a otras áreas del conocimiento como es la teoría de los colores en lo que también Newton tuvo adversarios. Es asi como el descubrimiento del cálculo infinitesimal determinó marcadas controversias entre éstos pensadores matemáticos, que por cierto, no afectó el desarrollo del cálculo y sus implicamcias.

8.3. El cálculo infinitesimal impulsa otras áreas de la Mateática

Newton se ocupa detenidamente de los movimientos de los cuerpos celestes, desde 1684 sus conferencias en la Universidad de Cambridge contienen sus ideas de la teoria de gravitación. El manuscrito de ésta obra profunda cuyos resultados se han descubierto por el cálculo de fluxión, pero están comprobados a la manera de Isaac Barrow (1930-1677), es impreso en 1687 con el título de Principios Matemáticos de Filosofía Natural. Alli se encuentra la tesis de que no hay óvalo cuya cuadratura se realizada.

En 1685 se edita el texto titulado Algebra del filósofo y matemático Juan Wallis (1616-1703) con los extractos de las nociones infinitesimales de las cartas de Newton del año 1676, esto es, las ecuaciones algebraicas adquieren fundamentos por los métodos infinitesimales aplicados. Poco después Jacobo Bernulli (1655-1705) profesor de matemática en Basilea, Suiza, publica un análisis usando el cálculo diferencial. Aqui se emplea por primera vez, impresas, la denominación de integral, introducido por Juan Bernulli (1667-1748) hermano menor de Jacobo. Estudia Jacobo la obra Geometría de Descartes y el Algebra de Wallis lo que le permite impulsar la ciencia de la mecánica de los cuerpos sólidos y líquidos con demostraciones matemáticas que contienen infinitesimales. La primera disertación de Jacobo Bernulli sobre la teoría de sucesiones (1689) nos permite tener una gran facilidad para descubrir ideas en otras áreas osea, contiene la llamada desigualdad de Bernulli:

$$(1+x)^n > 1+nx, \text{ para } x>0,\ n \text{ entero },n>1$$

Además contiene sucesiones armónicas y fórmulas de sumas para números recíprocos, además del desarrollo:

$$\frac{1}{(1-x)^2}, \frac{1}{(1-x)^3}, \frac{1}{(1-x)^4}$$

Sin conocer la serie binómica de Newton (1585). Es notable destacar el problema del interés compuesto continuo (función de e). De otro lado presenta la ecuación de la espiral logaritmica en forma diferencial.

De Juan Bernulli podemos decir que obtuvo su licenciatura en medicina e introduce a los ingenieros notables de Suiza en el cálculo diferencial, conoce a G. F. de L'Hospital (1661-1704) y lo inicia en el estudio del análisis superior, él con Huygens estudian los primeros trabajos de análisis superior. Lo más notable de L'Hospital es la solución al problema de la cuadratura de la superficie de una semiesfera. Publicó la solución de uno de los problemas de tangentes como si fuera suyo, pero, en realidad le pertenece a Juan Bernulli, resultando asi la idea de una ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{a}{y-x}$$

8.4. Origen del período de la Ilustración (1700-1790)

El matemático de más talento y sapiencia entre los seguidores de Newton es Rogerio Cotes (1682-1716) quien redacta la 2^{da} edición de la obra Principia Matemática de Newton desde 1709. En su obra Geometría hace una nuevo resumen de célebres escritos ingleses, de los cuales son los trabajos de Edmundo Hulley (1656-1742) que consisten:

$$ln(1+x) = \frac{\lim_n[(1+x)^n - 1]}{n}$$

y los de Moivre que consiste en la ecuación funcional de la definición de los logaritmos. Hace un análisis crítico de los trabajos de Leibniz sobre integración de funciones racionales lo que lo lleva a descubrir el teorema de su nombre. Otro de los amigos de Newton es William Jones (1675-1714) quien fué un autodidacta en ideas matemática y escribe tratados en los que menciona el cálculo de π hasta con cien decimales mediante la expresión $\frac{\pi}{4} = 4 - arctg\frac{1}{5} - arctg\frac{1}{239}$. En 1711 Jones publica el Análisis de Newton. Los primeros ensayos de Newton en 1676 dan como resultado la fórmula de interpolación de Newton. Finalmente mencionaremos a Brook Taylor (1685-1731) quien emplea el método de Newton en su obra Métodos de los incrementos (1715) mediante un proceso de límites poco rígidos para obtener la famosa serie de Taylor.

La Ilustración también llega a Italia y los sabios italianos se acogen a las ideas nuevas con gran interés. En 1703, Guido Grandi (1671-1742) escribe un trabajo orientado en el sentido del cálculo infinitesimal de Leibniz y en 1707 el matemático Gabriel Monfredi (1681-1761) hace un resumen de los trabajos propalados en varias revistas de los partidarios de Leibniz sobre ecuaciones diferenciales. De otro lado, Jacobo Riccati (1676-1751) rivaliza con célebres matemáticos contemporáneos en trabajos sobre problemas infinitesimales de segundo orden (1722). Se cree que los trabajos de Riccati sobre casos especiales de ecuaciones diferenciales que se resuelve en forma elemental estáb inspirados en los trabajos de la familia Bernoulli dado en la ecuación $y' = x^2+y^2$.

El peródo de la Ilustración tuvo su origen y su mantenimiento en personas cuyas aficiones importantes eran resultados de la coordinación de tendencias funtamentales, éstas aficiones fueron relevantes en el desarrollo de las nuevas ideas matemáticas y originaron nuevas áreas en la Ciencia Matemática y otras ciencias. En Inglaterra la Ilustración se inicia en los trabajos de John Locke (1632-1704) quien aún cuando sostenía reuniones con Newton no se aficiona a las ciencias exactas de la época.

Los escritos sobre entendimiento humano (1690) origina gran impresión lo que determina que Leibzig se ocupe dignamente del mismo en su trabajo sobre la misma materia (1707). En ésta época el principal representante del espiritualismo,es el obispo anglicano Jorge Berkeley (1685-1753) el cual en 1710 ya realiza críticas filosóficas contra los métodos infinitesimales y origina en 1734 una discusión violenta y ácida al oponerse a los defensores de las nuevas matemáticas infinitesimales.
niegan la prueba de las verdades del Cristianismo.

La época de la Ilustración empieza en Francia con mentes notables como Pedro Bayle (1647-1706), Pedro Luis Manpertuis (1698-1759), Francisco María Arouet (Voltaire, 1699-1778) y Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783) quienes hacen de la mecánica de Newton, y con ell las ideas del empirismo inglés, sean discutidad en las aulas y círculos cultos y científicos, asimismo soportan con repugnancia las medidas del Régimen antiguo que ha reducido a Francia a la miseria con las guerras, su frivolidad, su despilfarro y la corrupción de la Corte se enfrentan ellos al régimen autoritario del Estado y de la Iglesia, y exigen cada día más libertades para organizar su vida en forma independiente. Los resultados de las investigaciones teóricas y experimentales sirven de base a una ideología que induce a oponerse a la religión. Ellos se constituyen en portavoces de una nueva corriente llamdos los enciclopedistas. En la gran obra La Enciclopedia trabajan los mejores especialistas franceses desde 1751.

En Alemania el período de La Ilustración se abre paso con la fundación de la famosa universidad prusiana de Halle (1694) que se esfuerza por modificar la enseñanza matemática en las universidades, investigan en ellas en particular en el campo de la Matemática, los célebres como Cristian Thomasius (1655-1728), Cristian Wolf (1679-1754) que tienen la influencia filosófica de Leibniz.

De los numerosos libros de cálculo que se emplean en La Ilustración mencionamos los libros de iniciación en la Matemática de Clausberg (1732), la Caille (1741), Bezont (1770), Bonnycastle (1780) y Le maine (179.. . En éste período de ilustres mentes la enseñanza elemental de la Geometría se practica en las escuelas tradicionales con arreglo a los métodos de Euclides como por ejemplo: estudio de figura limitadas por arcos de círculos con cuadratura, giro de polígonos regulares, prueba del área de un cuadrilátero inscrito, se establece la relación $d^2 = r(2-2g)$ para los triángulos y cuadriláteros, puntos y rectas notables en el triángulo entre otros. La trigonometría antes era solo una ciencia auxiliar, ahora se convierte en disciplina matemática independiente. La geometría de Euler, su trigonometría esférica considerado los círculos como geodésicas y la determinación trigonométrica de los cuerpos regulares sustituyen a los buenos textos ya existentes.

El Algebra forma parte integrante de la enseñanza de la matemática en las escuelas superiores, los progresos científicos se publican en escritos sueltos que tienen poca difusión. Consiste en problemas de integración, de la descomposición práctica de fracciones parciales, de la prueba de la regla de los signos de Descartes, de problemas de eliminación y por tanto, de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales mediante determinantes. En cuanto a la resolución de ecuaciones de grado mayor, los matemáticos establecen en primer lugar las ecuaciones de tercer y cuarto grado, las fórmulas de Newton para calcular las sumas de las potencias de las soluciones de ecuaciones son usadas por Euler para obtener resultados que esperaban 80 años. Muchos asuntos que aqui se mencionan son de tipo elemental pero que sirven para resolver problemas complejos realizados por especialistas de esos tiempos.

8.5. Aparición de brillantes matemáticos en Europa

Los ilustres pensadores de la Matemática de la época de la Ilustración fueron influenciados por Juan Bernulli y su escuela que ven en Euler a su gran conductor. Es asi como se tiene la influencia de Leonard Euler (1707-1783) quien siendo un niño todavía, se interesa por complicados problemas matemáticos. El inteligente joven recibe las enseñanzas de su padre Pablo Euler (1670-1745) un prestigioso pastor rural. Euler ingresa en 1720 a la Universidad de Basilea y asiste a los cursos que dictan Daniel y Nicolás Bernulii, por ser muy joven no es admitido como aspirante a la cátedra de Física que estaba vacante en Basilea. Sus primeros trabajos científicos están influidos plenamente por las ideas de Bernulli, en la Academia de Petersburgo hace prevalecer las investigaciones de sumas de series.

Otras personalidades notables es Cristian Goldbach (1690-1764) quien transforma series y las compara miembro a miembro, es autor de la hipótesis conocido como la Teoría de Números, lllama su atención a cerca de los logros de Fermat en el contenido de ésta obra. Goldbach sostenía correspondencia con Euler y se informa que él había investigado la serie armónica el cual le condujo a determinar la constante de ... osea e con el valor $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-ln(n-1)$ asi como varios métodos para aproximar π mediante progresiones.

Otro brillante matemático es Claudio Clairaut (1713-1765), estudió con 9 años varias obras de cálculo infinitesimal y con 10 años de edad las secciones cónicas de L'Hospital (1707) y la obra el Análisis. En 1726 presenta a la Academia de Ciencias de París un esduio sobre curvas de cuarto orden y otro sobre curvas y superficies en el espacio. En 1723, en centros de investigación se publican los teoremas de Clairaut sobre líneas en superficies que poseen ciertas propiedades extremas y sobre líneas geodésicas en superficies de revolución. En 1734 entabla amistad con Maupertuis, quien había sido discípulo de Juan Bernulli, y viaja a Basilea en compañía de Clairaut para hablar sobre una expedición a Laponia (1736-1737). De éste encuentro se concluye que la tierra es un elipsoide, según opinión de los seguidores de Newton y contra la de los seguidores de Descartes. En 1739 Clairaut demuestra el axioma en el que

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}=\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

Para el factor de integración en una ecuación diferencial no exacta. Finalmente sus tratados sobre Algebra y Geometría (1741-1746) tienen buena acogida en los círculos científicos.

También citamos a Juan Enrique Lambert (1728-1777), nacido en Mulhansen, Alemania, hace numerosos inventos prácticos e investiga sobre la Lógica en el Algebra. Lambert escribe sobre construcciones realizadas con regla y una circunferenca fija. En 1761 publica un tratado respecto a Cosmología con temas semejantes a la Hipótesis de Kant. Realiza investigaciones en relación a lo infinitamente pequeño por una fracción pura en oposición abierta a Euler. En 1768 demuestra mediante el desarrollo de fracciones continuas quen e^x y $tg\,x$ son irracionales aún siendo x un número racional, asimismo supone que a la geometría de la esfera corresponde una geometría análoga en una esfera imaginaria. En 1769 Lambert da a las funciones hiperbólicas la misma importancia que a las trigonométricas y las usa para cantidades imaginarias y calcula una tabla de funciones hiperbólicas. Aporta a la teoría de ecuaciones en 1768 al dudar seriamente de que puedan resolverse mediante algoritmos las ecuaciones de grado superior. Desde 1762 Lambert usa una gran minuciosidad al investigar problemas infinitesimales pero, no fué comprendido por us contemporáneos.

Mencionaremos a José Luis Lagrange (1736-1813) hijo de un empleado de Turín, de origen Francés, se dedica a la Matemática y lee las obras recientemente publicadas de Juan Bernulli (1742), Jacobo Bernulli (1744), Newton (1744), la correspondencia de Leibniz con Juan Bernulli (1745) y los escritos originales de Leibniz y de Euler. Investiga sobre valores extremos de funciones de varias variables, ecuaciones diferenciales lineales y el problema de una cuerda que vibra en forma transversal. Realiza trabajos sobre la teoría de las variaciones y hace un estudio sobre el principio del mínimo efecto. Además escribe sobre el desarrollo en series con el propósito de integrar ecuaciones diferenciales generales lineales. Lagrange propone métodos de aproximación para resolver escuaciones diferenciales e ideas sobre ecuaciones simultáneas y ecuaciones diferenciales totales. Al investigar las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior imagina la ecuación diferencial reducida y para resolverla usa la variación de constantes. Cuando analiza la ecuación diferencial de Euler, sucede que Lagrange evita el factor integrante.

No es posible dejar de lado a otro notable y brillante matemático nacido en Beaune, Francia (1746-1818) llamado Gaspar Monge, dotado de una facultad intuitiva extraordinaria, funda la Geometría Proyectiva, provee nuevos fundamentos a la Geometría del espacio y a la Geometría Diferencial y lograr conectar los métodos analíticos y geométricos al estudiar las ecuaciones diferenciales. Educado por los frailes de su ciudad natal, de muy joven trabaja como profesor de Física en el Instituto de Lyon; en la Escuela Militar de Mégieres no lo admiten como aspirante a oficial por la humildad de su origen, sion lo admiten como maestro de obras. Poco después lo nombran profesor de matemáticas y alli enseña con certeza la Geometría Descriptiva, cuyos métodos los desarrolla en forma genial, continuando los trabajos de los célebres matemáticos francese Francisco Derand (1586-1644), Maturino Jousse (1607-1650) y de Amadeo Franciso Frégier (1682-1773). Desde 1768 Monge investiga problemas planteados en el cálculo de variaciones en el sentido de Euler y Lagrange, desde 1771 trata con problemas de la Geometría del espacio y elabora las coordenadas métricas y curvilíneas, asimismo desarrolla los fundamentos de la Geometría Diferencial de las curvilíneas en el espacio y de las superficies desarrolladas y evolutas ligadas a ellas. Entre los años 1771- 1772 Monge presenta a la Academia de Ciencias de París dos tratados sobre ecuaciones diferenciales parciales lineales de primer orden, las cuales para su solución usa las funciones arbitrarias (funciones discontinuas) que están en relación con el cálculo de superficies. Desde 1772 Monge es miembro de la Academia de Ciencias de París e introduce los métodos analíticos e infinitesimales. Durante mucho tiempo escribe tratados suyos matemáticos y los entrega a la Academia. Estos escritos reducen las ecuaciones diferenciales lineales a sistemas simultáneos y las ecuaciones diferenciales no lineales a lineales, también trata a las ecuaciones diferenciales parciales de orden superior y hace estudios sobre soluciones singulares de ecuaciones diferenciales y sobre el haz de rectas de la ecuación $y - pz = f(p)$.

Gaspar Monge participa en la Revolución Francesa (1789-1799) contra el antiguo régimen impuesto en Francia por los monarcas Luises,éste régimen es el conjunto de costumbres e instituciones políticas y económicas existentes en Francia y en Europa hasta fines del siglo XVII y contra ésta forma de vida se gesta éste movimiento político francés para cambiar las estructuras del Estado. En efecto, el final de éste siglo fué una época de transatornos en muchas partes del hemisferio occidental, cambios que se atribuyen directamente al ...... de las ideas conocidas como la Ilustración tal como lo hemos expuesto en la sección anterior; éstas ideas llevaron a un rechazo de la autoridad y a una afirmación de Los Derechos Humanos expresados en la famosa declaración de Juan Jacobo Rousseau (1712-1779) de que el hombre nace libre pero que en todas partes está encadenado. La Revolución Francesa se ubica dentro del ciclo de transformaciones políticas y económicas que marcaron el fin de la Edad Media y el comienzo de la Edad Contemporánea . También son de Monge las transformaciones geométricas (1790) que consisten en los polares de un punto en el espacio respecto a dos rectas y de la relación de los poláres recíprocos respecto a un parabolide de revolución. En tanto que los descubrimientos científicos de Monge corresponde todavia a los tiempos del antiguo régimen y sus publicaciones se actualizan en plena Revolución Francesa, la obra genial de Laplace y de Legendre pertenece en poca proporción a los últimos años del Rococó, un movimiento artístico de 1730 a 1760. Finalmente señalamos a dos notables matemáticos franceses que en ésta época cambiaron los fundamentos de las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales. En efencto, Pedro Simón de Laplace (1749-1827) nacido en Normandía, Francia pertenece a una rica familia, fué profesor de Napoleón Bonaparte en la Academia Militar de París. En el campo de la Matemática Laplace trabaja fundamentalmente en los problemas de Probabilidades , discute las opiniones de Daniel Bernulli y las objeciones de D'Alambert a los conceptos que en ese momento se tenía, sobre todo las de Tomás Bayes (-...1763). Laplace contribuye con el estudio que hace de las ecuaciones diferenciales parciales, trata la ecuación de Lagrange $\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = 0$ por medio de las funciones esféricas, su obra maestra en Mecánica Celeste, que es el resultado de investigaciones astronómicas realizadas durante muchos años, desde 1773. En ésta obra se desarrollan las funciones mediante los polinomios, llamados polinomios de Legendre. De otro lado, Adrián María Legendre (1752-1833) nación en París, Francia, es educado en el Colegio Nazarino. Recomendado por D'Alambert, enseña en la Academia Militar de París junto a Pedro Laplace y es admintido como miembro en la Academia de Ciencias de París en 1783, encargándosele la misión de hacer investigaciones con las geodésicas. Legendre investiga en 1784 los polinomios de su nombre y los emplea para respetar funciones, descubre el teorema de la reciprocidad de las rectas cuadráticas, resuelve ecuaciones diferenciales parciales usando la transformación integral de su nombre, e investiga en las líneas geodésicas sobre superficies de revolución de segundo orden. En su obra Elementos de Geometría, Legendre, empleando razonamiento algebraicos, se esfuerza por volver a los métodos de Euclides. La teoría de números de Legendre (1798) contiene la hipótesis de que entre los números naturales hasta n exista

$$\frac{n}{\ln n - 1,08366}$$

números primos.

9. Autonomía y unidad de la Matemática. El siglo de oro 1800-1899 d.c.

La Revolución Francesa extingue el antiguo régimen, pero no las tendencias racionalistas de las ideas en el campo de las ciencias matemáticas, los cuales se acrecientan durante la revolución y en la época napoleónica. Se manifiesta en el concepto de P. S, Laplace, quien piensa que todos los acontecimientos del universo se originan en forma mecánica. De éste modo se crean, desde los comienzos, teorías nuevas cada vez más amplias y generales. En éste sentido, La Revolución Francesa significa, también en las matemáticas, el comienzo de una nueva era.

A los esfuerzos de Lagrange, Monge, Laplace y Legendre, de sus colaboradores y discípulos en la investigación y enseñanza, se debe el hecho de que el número de personas crezca en Francia primero, luego en toda Europa. La transformación social que origina la Revolución Francesa, el crecimiento de la industrialización y de las Ciencias Técnicas, unido a las nuevas ideas en la educación dan lugar a una reforma total del sistema pedagógico. Los profesores universitarios obtienen una completa libertad de enseñanza y facilidades, hasta entonces desconocidas por muchos intelectuales, para ejercer las actividades científicas.

En la Ciencia Matemáticaa se produce un cambio completo de conceptos, desde ahora, todos se proponen en investigar y proceder lo más rigurosamente en las demostraciones y en la aplicación de los métoodos algoritmicos. Se evita las reflexiones intuitivas y se emplean conclusiones lógicas bien fundadas.

9.1. Negación de los postulados de Euclides

A comienzos del siglo XIX la Matemática experimenta un notable cambio tanto en sustento y en sus conceptos como en su simbolismo. Sin embargo tal revolución de ideas, que se extiende a las aulas de enseñanza secundaria no fué un acto de generación expontánea, de ninguna manera sino que tuvo un largo proceso de gestación, durante el cual se vislumbra las semillas cuyos frutos constituyen los resultados que vemos y conocemos en la actualidad.

A comienzos de éste siglo la variedad de ideas de la Matemática jusstifica el hecho de que se le llame "matemáticas" que todavía subsiste a la fecha, aunque por tradición nada más, la Aritmética y el Algebra estaban separadas y utilizaban reglas de operaciones que habían sido tenidos por leyes intocables, eran como verdades absolutas; lo mismo podemos decir de los fundamentos de la Geometría Clásica, esto es, la geometría griega, que sigue incólume. Sólo un progreso se había registrado en los anales de la investigación en los últimos tiempos de aquél intervalo de más de veinte siglos, que es el nacimiento y desarrollo de la futura Geometría Proyectiva, lo cual se fortalece por medio de los métodos de la Geometría Descriptiva de Gaspar Monge de fines del siglo XVIII; ésta geometría se teoriza con Gerard Desargues (1593-1662) y se concreta a inicios del siglo XIX con las investigaciones que hace Jean Víctor Poncelet (1788-1867) quien, al diferenciar las propiedades proyectivas de las propiedades métricas en las figuras geométricas, establece las bases sólidas de la Geometría Proyectiva, su sistematización se logra en la segunda mitad del ése siglo, de modo que a comienzos del mismo, la Geometría por antonomasia es la geometría de Euclides con aportes de Arquímides, Apolonio y de Pappus de Alejandría (siglo III). No había duda que ésta geometría estudiaba las propiedades de las figuras geometrícas en forma cristalina, sin embargo por la concepción matemática griega éstas figuras estaban vinculados con el mundo exterior platónico, manteniéndolos sujetas al mundo sensorial y visible, en el cual las figuras eran imágenes. Este vínculo de la Geometría con la tangible era parte de lso intelectuales de la época y contribuyó a la estabilidad de la Geometría elemental a inicios del siglo XIX. De otro lado, se presentaban dificultades para continuar los trabajos de los geómetras griegos; también las tendencias de los matemáticos de la época se orientaban hacia los métodos analíticos desarrollados mediante las coordenadas y el cálculo infinitesimal que resultaban cómodos para resolver los problemas de la geometría tradicional.

Más éste estado de casos cambió a lo largo del siglo XIX cuando desde las áreas distintas de la Matemática se recurre a la autonomía como la unidad de ella misma. La historia de la transformación de las ideas matemáticas se inicia con la aparición de las llamadas geometrías no euclideanas hacia los años 30 del siglo XIX. Estas nuevas geometrías tienen el mérito de utilizar el Método Axiomático de Hilbert, cuyo origen está en la obra los Elementos de Euclides; en efecto, éste método le dio a la construcción euclidea el factor principal de la influencia que la obra de Euclides ejerció a lo largo de los siglos. Asimismo Euclides dispuso de un recurso valioso que es la lógica de Aritóteles para dar la solidez a su geometría, la cual pudo resistir las críticas de muchos siglos. Es en ésta virtud de ésta Lógica que Euclides en sus Elementos crea y aplica lo que hoy se llama Método Axiomático, que Aristóteles defendió como el mejor a seguir en toda la ciencia deductiva.
Para dar un buen enfoque de las Geometrías No-Euclídeas es indispensable acudir al texto original de Euclides, se debe recurrir a los postulados que se enuncia en el primer libro de los Elementos asi como las nociones comunes. Se pueden considerar equivalentes las nociones comunes a los actuales axiomas de convergencia: igualdad, desigualdad y operaciones entre cantidades, pero los postulados deben ser analizados con cuidado. Se toman los cinco postulados, tras de los cuales establecen la existencia y unicidad de la recta, esto es, del segmento prolongado que pasa por dos puntos dados y un cuarto postulado defina la existencia de una circunferencia sabiendo el centro y el radio. Con éstos cuatro postulados, la recta y la circuferencia se definen como

objetos que cobran vida en la geometría euclidea. Euclides afirma que es innecesario postular los vículos de la circuferencia con la recta o con otra circunferenca; por lo tanto, solo queda por establecer la relación de dos rectas, ya que en éste caso, los segmentos al prolongarse en forma indefinida, escapa a la forma de una figura. Es aqui que Euclides fiel al método que desarrolla, fija éste comportamiento mediante un postulado, el famoso postulado de las paralelas o el quinto postulado, cuyo enunciado es confirmado 22 siglos más tarde por los creadores de la geometría no euclideana. El quinto postulado expresa: " Si una recta, al cortar a otrass dos forma ángulos internos de un mismo lado menores que los rectos, éstas rectas prolongadas indefinidamente, se cortan del lado que están los ángulos menores que dos rectos"

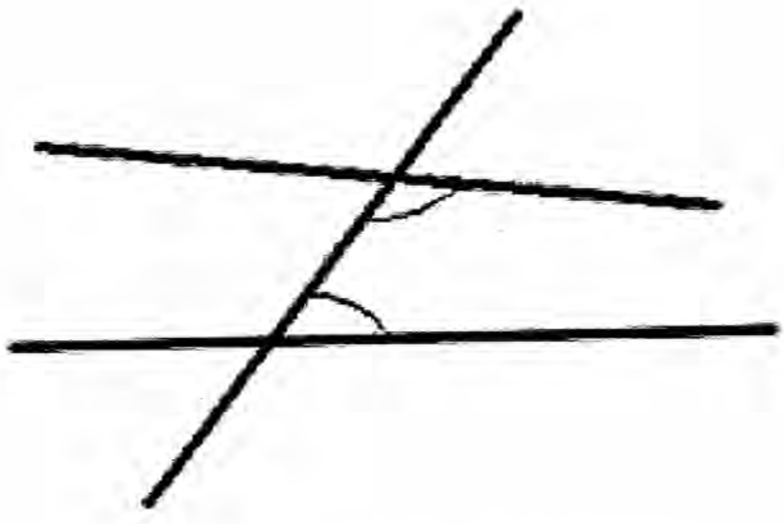


Figura 9.1: bosquejo sobre el quinto postulado

De éste postulado se derivan las propiedades de la geometría euclídea, como son: existencia y unicidad de la paralela a una recta desde un punto exterior a ésta; la suma constante de los ángulos de un triángulo, clasificación de triángulo y de cuadriláteros, teoría de la semejanza de figuras, etc. Ahora bien, si para Euclides la solución correcta fue agregar un nuevo postulado a los anteriores, para los matemáticos de ahora resultaba inconcebible admitir una verdad no demostrada y que para ellos, estaba incluida en los postulados anteriores. Es asi como a través de los siglos se han hecho investigaciones para deducir el quinto postulado de los demás postulados, y

éstos esfuerzos desplegados resultaron un fracaso. En el siglo XVIII que se renuevan los esfuerzos para adoptar un nuevo método, con el fin de demostrar el postulado de las paralelas. En efecto, se parte de la hipótesis de su falsedad, esto es, se introduce una prueba por reducción al absurdo. El primero en aplicarlo fué el fraile Gerolamo Sscchiri (1677-1733) quien en el año de su muerte dio a conocer su obra titulada "Euclides Vindicado"; pero éste trabajo es rechazado por la hipótesis del ángulo agudo que no es válido frente al ángulo recto, de ésta manera el quinto postulado de Euclides está vigente todavía. Estos intentos infructuosos van a originar un cambio de actitud en algunos matemáticos frente al problema. Veamos, por el método usado por Saccheri se llega ....a una contraria condición, esto es, se puede prescindir del quinto postulado en la construcción geométrica sin hallar contradicción alguna. El primero en tener ésta idea fue Carlos Federico Gauss (1777-1855) pero no lo publicó directamente sino, que se deduce de sus apuntes y correspondencia. Pero en 1831 determina escribir una obra llamada "Geometría No-Euclideana" convencido del rigor de sus fundamentos, pero después abandona éste propósito. En ése año, llegan a resultados semejantes dos matemáticos de países que hasta entonces poco habían contribuido al avance de la Matemática, ellos son: James Bolyai (1802-1860) nacido en Hungría y Nicolai Lobachevski quienes revelan que la solución al problema milenario estaba en nada, a decir verdad. Los escritos de Bolyai son unas 26 páginas nada más que apareció en 1832 y en ellos expresa un universo originada de la nada y expone una llamada Geometría Absoluta, en el cual manifiesta de que sus descubrimientos se refieren a propiedades independientes del quinto postulado de Euclides y válidos por tanto en un tratado geométrico mucho más general donde tiene cabida la geometría euclideana como caso particular.
Los trabajos que hace Lobachevski al respecto resulta similar a la de Bolyai. Al final de sus días escribe una obra llamada Pangeometría, que es una expresión más completa de su creación, éste trabajo expone un razgo de lao que sería la geometría del futuro, pues consiste en una estudio analítico sin figuras, compuesto de un conjunto de teoremas y de fórmulas, es una geometría que él llama imaginaria.

Las geometrías no-euclideanas de Gauss, Bolyai y Lobachevski se llamaron a partir de Félix Klein (1849-1921) hiperbólicas, y en ella se expresa que por un punto exterior a una recta, pasa un haz de rectas que no la cortan, haz que está limitada por dos restas especiales que son las dos paralelas a la primera trazadas por ése punto. Estas geometrías se completan con la geometría elíptica y esférica que corresponde a la hipótesis del ángulo agudo de Saccheri, y surgió de las ideas expuestas en el tema "Sobre la hipótesis en que se funda la Geometría" del matemático célebre alemán Bernardo Riemann (1826-1866). En ésta geometría elíptica se afirma que por un punto exterior a una recta no pasan rectas que no la corten, de modo que la geometría de Euclides queda entonces ubicada entre la hiperbólica y la elíptica y por eso se llama parabólica y en ella ocurre que por un punto exterior a una recta existe una sola recta que no la corta, que es su paralela.

En la etapa final del desarrollo de las geometrías no euclideanas, hacia 1870 se difunden los trabajos de Gauss, Lobachevski y Riemann, las cuales se vinculan con la geometría proyectiva, poniendo fin para siempre a cualquier polémica respecto a su validez lógica, ya que tan sólo un supuesta contradicción ocurrida en los fundamentos de las geometrías no-euclideanas llevaría consigo igual contradicción en los fundamentos de la geometría de Euclides, geometría jamás puesto en duda a través de los siglos hasta los tiempos actuales.

Finalmente, concluímos que las geometrías no-euclideanas tuvieron la virtud de socavar los fundamentos de la geometría euclideana y de facilitar una nueva concepción de la geometría en la que se alcanza cualquier referencia intuitiva al espacio físico y sólo queda por recurrir a la abstracción geométrica; la influencia y repercusión que éstas nuevas geometrías han tenido sobre las ideas del Análisis y Algebra han de conducir a la Matemática de hoy, que es la actual ciencia tal cual la conocemos en las aulas universitarias, en los eventos científicos y en las investigaciones.

9.2. Aritmetización de los fundamentos del Análisis

Los llamados métodos infinitesimales no eran entonces sino un conjunto de reglas de algorítmos que justificaban el nombre de "cálculo", asi tenemos cálculo diferencial, cálculo integral, cálculo variacional, cálculo de probabilidades, etc, los cuales mostraban un desequilibrio en sus partes pues la diferenciación era la operación inversa a la integración y la integral definida dejaba de ser como tal al convertirse en una aplicación de la integral indefinida.

Es cierto que el siglo XVIII fué el siglo de los métodos infinitesimales que habia determinado como la mejor obra los escritos llamados Principia de Isaac Newton, publicado en 1687. Constituyó al siglo del auge y brillantez del cálculo infinitesimal, sistematizado en los tratados de Euler y aplicado con certeza por Lagrange en su obra Mecánica Analítica y por Laplace con su escrito Mecánica Celeste. Sin embargo, los métodos infinitesimales carecían sus fundamentos del verdadero rigor que exige toda ciencia exacta; Jean D'Alembert fué el que más se acercó a una definición precisa de límite y derivada de una función, aún cuando sus alumnos tenían dudas por las dificultades lógicas del cálculo infinitesimal. Más tarde éstas dudas se disipaban cuando se aplicaban éstos métodos a varias ramas de la Física e Ingeniería.

Es necesario pues que la derivada e integral de una función sea estudiada mediante conceptos y demostraciones abstractas, discutidas con todo el rigor. En tanto que los creadores de las geometrías no-euclideanas celebraban la independencia de la geometría del mundo exterior, ocurria algo semejante en otro campo de la Ciencia Matemática, era el nacimiento del análisis infinitesimal. En efecto, la noción de infinitesimal acompañó a la Matemática desde sus orígenes, por ejemplo, la necesidad de proteger el número irracional, revelado en la presencia de cantidades inconmensurable determinó la geometrización de la matemática griega de ésa época. Por esto, ante el fracaso de representar con números enteros las cantidades inconmesurables, los griegos hicieron en triple proceso:

Admisión de un principio, es el axioma de continuidad.

Definición de proporcionalidad, es la cortadura de Dedekind.

Aplicación de un método, es el método de exhaución o desgaste.

Estos procesos tenían por finalidad común la resolucón de problemas de áreas, volúmenes, centro de gravedad de figuras planas y sólidas, que hoy pertenece al caálculo infinitesimal. Los griegos no realizan avances a través de dichos procesos, la uúnica excepción el método de exhaución de Arquímides, donde se logra resultados de tipo infinitesimal. Lamentablemente éste método no se conoció hasta comienzos de éste siglo cuando ya no tenía sino un valor histórico. Este desarrollo seguía sin fundamento riguroso conceptual alguno y sólo el éxito de las aplicaciones daba a la Ciencia Matemática cierta seguridad y garantía, aún reconociendo lo endeble de los fundamentos del cálculo infinitesimal. Esta situación cambia en la primera mitad del siglo XIX cuando el análisis infinitesimal en forma incontenible profundiza sus principio y mediante definiciones acertadas encuentra una base firme y rigurosa en los conceptos aritméticos, eliminando de ésta manera de su seno todo concepto vago e inútil de metafísica, mediante ésta aritmetización del análisis infinitesimal. Sin embargo no faltaban las críticas a los métodos infinitesimales, una de las críticas y que tuvo consecuencias fué la del filósofo y obispo inglés George Berkeley (1685-1753). Estos incisivas críticas continuaron a lo largo del siglo XIX, son los mismos matemáticos los que se lanzan al ataque iniciando una revisión de los princípios del análisis infinitesimal, mediante un proceso del cual fue precursor Bernard Bolzano (1789-1857), Niels Henrik Abel (1802-1829), Carl Gustavo Jacob Jacobi (1801-1851), Karl Weierstrass (1815-1897), entre otros célebres pensadores. Bolzano en sus críticas se adelantó a los analistas rigurosos de éste siglo, a saber: fuciones continuas, criterio de convergencia y en la existencia de funciones continuas sin derivar, más por la poca difusión de sus escritos, la influencia de sus ideas fué escasa.

Asi que, gracias a Cauchy el análisis infinitesimal adquiere bases sólidas, con Cauchy se precisan los conceptos de función, límite y de continuidad en la forma actual como los conocemos, con él se vuelve a tomar el concepto tradicional de integral como suma y no como operación inversa, pero ahora con sentido crítico. Introdujo también el rigor en el estudio de los senos fijando criterios de convergencia y eliminando las series divergentes. Cauchy fué un matemático prolífico, basta recordar su teoría de funciones de variable compleja, donde aparece la integral que lleva su nombre y es justo reconocer a Cauchy como el iniciador del proceso que pasó del cálculo infinitesimal del siglo XVIII al análisis infinitesimal de hoy.

Podemos citar los trabajos de Abel sobre las series divergentes, quien afirma que son, en general, una invención diabólica y es vergonzoso que se pretenda fundar sobre ellas demostración alguna. Abel también se ocupó de integrales y de teoría de funciones.

El proceso de la aritmetización del Análisis culmina a mediados del siglo XIX con la obra de Weierstrass, llamado "el maestro de maestros". A él se deben una nueva teoría de las funciones elípticas, el teorema de la aproximación uniforme de una función por polinomios y la teoría de funciones analíticas complejas. Si agregamos a las obras de rigor de los analístas de la primera mitad del siglo XIX las teorías que en la segunda mitad sentaron las bases del número real y los comienzos del Análisis Funcional del término del siglo XIX se llega a tener el Análisis Clásico que da paso hacia el análisis actual.

9.3. Evaristo Galois y la Teoría de Grupos

El Algebra que a través de los siglos solamente consistió en algoritmos y métodos de radicales para la solución de ecuaciones de 3^er y 4^to grado, ahora en éste siglo aparece la actividad creadora de Evaristo Galois (1811-1832) para realizar un cambio radical en los fundamentos del Algebra. Su actividad científica de tan sólo un lustro exceso de vida sirvió para crear los llamados grupos. Fué un ardiente revolucionario en los años 30 del siglo XIX, a los 16 años como mamtemático no ingresó a la Escuela Politécnica de París. Otra decepción tiene cuando una memoria presentada a la Academia de Ciencias de París se extravía, y también cuando por segunda vez no ingresa a la Escuela Politécnica.

En los años 1829 y 1830 da a conocer sus trabajos sobre funciones continuas, cuestiones de análisis infinitesimal, teorías de de ecuaciones, teoría de números. Presenta a la Academia una memoria para ganar el gran premio de Matemática, más ocurre que se pierde en el envío. Propone el dictado de un curso de Algebra Superior que comprende la teoría de ecuaciones resolubles por radicales y la teoría de números imaginarios, sin embargo éste curso no tiene participantes, no hubo interés en éstas materias. Estos sínsabores tal vez, determinaron que Galois ingresara al Ejécito Francés que a su vez escribe una memoria, era la última de sus trabajos, ahora es llamada Teoría de Galois, y lo remite a la Academia de Ciencias de PArís. Estuvo un año en la cárcel, cuando sale en libertad, muere en un duelo de caballeros por un asunto de honor ocasionada por una dama coqueta. Antes del duelo entregó a un amigo unas notas escritas en forma apresurada a manera de un testamento póstumo, le solicita que haga saber sus descrubrimientos, si en caso fallece, a Gauss o a Jacobi a fin de que emitan una opinión con respecto a sus teoremas y afirmó: .Espero que más tarde alguien lo encuentre provechoso descifrar todo este lío". Hoy en día es te lío se llama Teoría de Grupos.

Al pasar los años, ya en 1846, se dió a conocer los escritos de Galois gracias a Joseph Liouville (1809-1882) y los publicó Jules Tannery (1848-1910) en el a4no 1908. De los trabajos póstumos de Galois asoma y se perfila la genial idea de cuerpo o campo que pronto fue desarrollado en forma inteligente por Riemann y Richard Dedekind (1831-1916). En estos apuntes aparecen originalmente las propiedades más importantes de la Teoría de Grupos.

Se sabe que la noción de grupo estaba esbozada en los trabajos de Lagrange y Alexandre Vandermonde (1736-1796) en el siglo XVIII y en las investigaciones de Gauss, Abel, Ruffini y Cauchy en el siglo XIX en forma implícita en los problemas de teoría de ecuaciones, teoría de números y de transformaciones geométricas, sin embargo es Galois quien presenta las ideas cabales, claras y precisas de grupos, subgrupos y de isomorfismo de grupos.

A partir de la fecha, en 1846, la teoría de grupos encuentra numerosas aplicaciones, como la teoría de los cuaternios, efectuado por Arthut Cayley (1821-1899) en 1854 y William Hamilton (1805-1865) realizando la aplicación de los grupos a los poliedros regulares. Cuando Camille Jordan (1838-1922) publica en 1870 su trabajo titulado Tratado de las sustituciones (un estudio de sustitutos) se convierte en un factor con poder unificador de diversas áreas de la Matemática, así mismo; en los trabajos realizados por Ernest Steintz (1871-1928) en 1910, se pone de manifiesto la noción de grupo unificando más áreas hasta entrar en la etapa del Álgebra Moderna. Hubieron dos matemáticos célebres: Félix Klein (1849-1925) y Marius Sophus Lie (18842-1899), quienes hicieron la gran tarea de elaborar el hilo unificador y sistematizador de la Teoría de Grupos.

El poder unificador que adquieren los grupos ocasiona que ellos penetren las capas de las Geometría No-Euclidianas y la Geometría Proyectiva; así lo manifiesta el trabajo de Klein llamado Sistematización y jerarquía de todas las geometrías existentes, considerando que cada geometría es una subgeometría de otra.

De otra parte, en tanto que Klein trabaja con grupos discontinuos y los investiga, sucede que Marius Lie realiza investigaciones sobre grupos contnuos de transformaciones en 1872, y los clasifica y aplica en la integración de las ecuaciones diferenciales parciales.

Finalmente, la Teoría de Grupos de Galois llega a su fin hacia 1880 cuando aparece en el escenario la teoría de los grupos abstractos presentada y expuesta magistralmente por Cayley en 1854, que otorga a los trabajos iniciados por Galois el carácter de una estructura algebraica.

9.4. Surgimiento de las Nuevas Algebras

La Abstracción en el Álgebra determinaron que sus fundamentos abrieran sus puertas para un mayor criterio, dando como resultado el origen de nuevos objetos matemáticos que manifestaron el principio básico de la ley de composición interna que, en realidad, haresultado ser una noción de las más primitivas de la Matemática actual. Si se busca en los antiguos sistemas de numeración aditiva y multiplicativa en el período babilónico veremos que había existido un álgebra babilónica pues las ecuaciones de primer y segundo grado revelan una gran pericia algebraica de las relaciones entre dos números.

De otra parte, la ecuación de segundo grado aparece resuelta en la obra los Elementos de Euclides, y si agregamos el clásico escrito de Al Khwarizmi del siglo IX, el cual registra el nombre y origen oficial del Álgebra, notamos qe la ecuación de segundo grado aparece resuelta mediante un modelo aritmético de los babilónicos.

Desde el tiempo en que aparecen los trabajo de los árabes hasta el siglo XVIII el Álgebra consistía sólo en la tería de las ecuaciones y el cálculo de sus raíces teniendo como punto culminante la resolución de las ecuaciones de tercer y de cuarto efectuada por matemáticos italianos del siglo XVI y el uso de las letras y del simbolismo en los siglos XvI y XVII.

Como bien sabemos que el Cálculo Infinitesimal alcanza un crecimiento descollante y ante los numerosos fracasos al intentar resolver la ecuación de quinto grado mediante radicales solubles, ocurrió que las investigaciones en Álgebra se detuvieran, ocasionando un vacío en el desarrollo de las ideas algebraicas pero llegado el siglo XIX el Álgebra se encuentra en, lo que es hoy, su problema fundamental: el estudio de las estructuras algebraicas. En efecto, el estudio de las formas y la teoría de los invariantes, así como la teoría de grupos extendiéndose a la teoría de cuerpos y anillos ocasionan que las extensiones del concepto de número originen el nacimiento de la idea abstracta de ley de composición, cuya aplicación a los nuevos objetos extiende el espectro del campo del Álgebra. Uno de estos objetos nuevos es el vector, que si bien era usado por los físicos e ingenieros en la composición de fuerzas y en velocidades de partículas, sin embargo no tuvo arraigo entre los inevstigadores matemáticos. En tal sentido, con estos objetos matemáticos trabajaron Gauss, Augusto Möbius (1790-

1868) y Giusto Bellavites (1803-1880), quienes caracterizaron en forma algebraica al vector. Mientras que por un lado, el vector y su sucesor, el llamado tensor, con la ayuda de los conceptos del Análisis Matemático encuentra aplicaciones en la Física; por el otro, los vectores constribuyeron al surgimiento y desarrollo de las nuevas álgebras.

Finalmente, contribuyeron en el progreso del Álgebra Abstracta los matemáticos:

- William Hamilton (1805-1865), su trabajo de los cuaterniones.
- Herman Grassmann (1809-1877), hombre de ciencia original, teólogo y lingüista.
- George Frobenius (1849-1917), existencia de cuerpos no conmutativos en $\mathbb{R}$.
- Arthut Cayley y James Sylvester (1814-1897), creadores de la teoría de los invariantes.
- Benjamin Peirce (1809-1880), creación de las álgebras lineales asociativas.

9.5. Los ojos de las Ciencias Exactas: La Lógica y la Matemática

Una ciencia cuando utiliza y desarrola los fundamentos del cálculo infinitesimal en su esencia suele llamarse ciencia exacta, en la cual las soluciones en el cálculo efectuado tiene errores casi nulos. La Lógica y la Matemática, en éste caso, consisten en materias que inspeccionan el conocimiento humano.

El poder adquirido por Álgebra, debido a sus temas creativos, determina que irrumpa un campo casi nada investigado que es la Lógica. En los primeros capítulos de este trabajo de historia de la Matemática se noa de manera implícita la presencia de la Lógica en las cultuas babilónicas, egipcia e india, cuando sus planteamientos de problemas tienen un encadenamiento deductivo que tornan transparente a sus soluciones. Aún así, el proceso lógico permanece oculto y no se muestra sino hasta la época de los griegos en la que se evidencia en el más preclaro de sus investigaciones, que es la *demostración*. Así, tenemos el método de la exhaución de Arquímedes en el cual se expone las verdades primigeneas del cálculo infinitesimal.

La Lógica, en este orden de cosas, se formaliza por obra de Aristóteles, luego que el conocimiento griego se descolló en los sistemas filosóficos, doctrinas médicas y sobre todo en el saber matemático. Los principios lógicos los elabora Parménides y muy en especial Zenón de Elea (490-430) a quien se le considera el fundador de la Lógica. Mas, la Lógica Formal es creada por Aristóteles, que por cierto, permanecerá paralizada hasta casi nuestros tiempos debido a que él lo consideraba un mero instrumento que no tenía jerarquía investigadora por sí mismo. Aún así, cuando las leyes del silogismo aristotélico permanecían sin novedades, ocurría que el razonamiento matemático seguía desarrollándose y originando nuevos temas.

En el siglo XVII, cuando el Álgebra se desarrolla en forma descollante, se inicia una analogía entre la deducción algebraica y las reglas silogísticas, pues las letras huecas podían llenarse con proposiciones. En este sentido, Leibniz, como filósofo y precursor de la Lógica Matemática, expresa estas ideas en forma concreta en sus trabajos investigativos; sin embargo, las ideas de Leibniz, que poseen muchos conceptos de la Lógica Simbólica de hoy, no encontraron eco influyente, pues quedaron inéditas hasta este siglo. Estas ideas se mantienen en el transcurso del siglo XVIII y hasta la mitad del siglo XIX; los trabajos de Enmanuel Kant hicieron que se estancara en sus fundamentos lo que agrava a esta disciplina.

Los cambios comienzan a darse a mediados del XIX, cuando en 1854, George Boole (1815-1864) presenta su obra llamada "Las leyes del pensamiento" que hacen de él como el auténtico fundador de la Lógica Simbólica. Con las ideas de Boole se desarrollan y se extienden los fundamentos de la Lógica con los filósofos y matemáticos:

- George Peacock (1791-1858), promueve la abstracción en la Lógica.
- Bertrand Russell (1872-1963), premio nobel 1950, artífice de la Lógica Ma-

temática.

- Ernst Schröder (1841-1902), su obra "Álgebra de la Lógica".
- Charles Peirce (1839-1914), hijo de B. Pierce, fundador del pragmatismo.
- Friedrich Frege (1848-1925), su trabajo sobre Lógica de los Fundamentos.
- Giuseppe Peano (1858-1932), autor de los formularios matemáticos.
- Augusto de Morgan (1806-1871), quien afirma que los ojos de las ciencias exactas son la Lógica y la Matemática. Razones no le faltaban.

Ellos ponen en evidencia las conexiones de la Lógica con la Matemática formando una corriente que desembocó en la obra de Russell y de Alfred Whitehead (1861-1947).

9.6. David Hilbert y el método axiomático

Euclides en la cultura hlénica establece, en sus trabajos de geometría, el método axiomático lo inicia y lo desarrolla a través de axiomas, postulados y teoremas. Al pasar las distintas etapas de la historia de la humanidad, las demostraciones y pruebas matemáticas ponen de manifiesto el razonamiento lógico; como consecuencia del análisis lógico de los fundamentos de la Matemática fue la crítica y actualización del método axiomático. Este método tenía debilidades lógicas, lo que urgía una revisión en las áreas de la Matemática y se empieza con la obra "Lecciones Lógica, Geometría Moderna"de Moritz Pasch (1843-1931). En esta dirección axiomática siguen los trabajos de Dedekind que, en 1888, expuso un sistema completo de axiomas para fundamentar la Aritmética; también se tienen los trabajos de peano, quien en 1889 presenta un ensayo sobre "Los principios de la Geometría expuestos lógicamente".

La exposición axiomática de la Aritmética de Peano se funda en nueve postulados que definen implícitamente la igualdad y tres conceptos primitivos: cero (o uno), número y sucesivo. El último postulado que propone Peano es el principio de inducción completa que resulta esencial en la definición de número natural. Un discípulo de Peano, llamado Mario Pieri (1860-1904), continua la obra de su maestro con el llamado movimiento como concepto original de la geometría euclidiana. Pero el auténtico sistematizador del pensamiento axiomático es David Hilbert (1862-1943) con su trabajo ”Fundamentos de la Geometría.escrito en 1899, con el cual le da un carácter riguroso al tradicional método euclídeo y lo convierte en un método de mayor alcance. Hilbert es famoso por el discurso pronunciado en el Congreso de Par'is de 1900 respecto de los problemas de la Matemática de ése entonces. En este discurso, Hilbert expuso los 23 problemas matemáticos que esperaban solución, a partir de éstos, la Matemática del siglo XX surge del análisis de cada problema, los cuales han sido resueltos en su mayoría, logrando la unidad de la Matemática y el impulso de la investigación matemática.

Hilbert emite sus apreciaciones de los conceptos: punto y plano, dándole una exacta y completa descripción por medio de veinte axiomas fundando, de este modo, la geometría euclidiana. Estos axiomas se agrupan en: axiomas de enlace, de orden, de paralelismos de congruencia y de continuidad. Hilbert establece la compatibilidad de ellos y afirma que no se contradicen, y que un axioma no es consecuencia de los anteriores, para ello construye geometrías artifiales cuyos elementos son números o funciones de tal manera que a las relaciones geométricas definidas por los axiomas correspondan relaciones homólogas entre esos números o funciones.

Concluímos que la investigación realizada por David Hilbert exige la importancia de los 23 problemas y promueve la exigencia de la pureza de los métodos demostrativos, la cual debe ser un principio capital.

9.7. George Cantor y la crisis de los fundamentos de la Matemática

El creador de la Teoría de Conjuntos es George Cantor (1845-1918), nacido en Rusia y se formó en Matemática en Berlín y Gotinga, en Alemania. El primer aporte de Cantor es una teoría elaborada sobre los números reales racionales que expuso en 1872, el mismo año en que surgen teorías similares de Weierstrass, de Charles Méray (1835-1911) y de Dedekind, éste último dió a conocer el llamado "Método de las cortaduras". Son estos estudios respecto del número real y de las series trigonométricas, los que llevaron a Cantor a elaborar la Teoría de Conjuntos, la cual desarrolla en un conjunto de memorias en la década de 1874-1884. Est tería abre nuevos campos de investigación y encuentra aplicaciones en Topología y en las ramas de Análisis Clásico, lo que determinó asentarse firmemente a fines del siglo XIX y recibir su consagración en el Congreso de Matemática de Zurich (1897).

Mientras ocurría esto y el método axiomático se difundía por el continente europeo, la determinación de los conjuntos paradójicos a princpios del siglo XIX, originó una gran polémica acerca de los fundamentos de la Matemática, llamándose a éste hecho "la crisis de los fundamentos". En ésta gravedad de ideas intervinieron matemáticos, lógicos y lingüistas. Algunas de esas paradojas consisten en el uso indebido del concepto "todos.en forma explícita o implícita. En todas estas paradojas los conceptos lógicos están encubiertos por palabras, las cuestiones que originaron las paradojas desataron una gran polémica que finalizó en 1930, estableciéndose tres tendencias: logística, formalista e intuicionista. La polémica respecto de los fundamentos de la Matemática llegó a ser beneficiosa y saludable para los logísticos, esto es, aquellos que predican al Logicismo, pues en la discusión que ocasionón se hicieron notables progresos en la Lógica Matemática.

10. El Algebra, el Análisis y la Geometría en el tiempo actual: 1900-1999 D.C.

Las geometrías no euclideanas, el método axiomático y la lógica formal, ingresando al siglo XX, han logrado unificar a la Matemática, originándose tres áreas bien definidas y muy conectadas: Algebra, Análisi y Geometría, y sus consecuencias notables: Análisis algebraico, Análisis lineal, Geometría algebraica, Análisis geométrico, Análisi numérico, Algebra numérica, entre otros.

10.1. El Grupo Nicolás Bourbaki

La Academia de Ciencias de París publicó al finalde los años 30 del siglo XX una nota extensa firmada por Nicolás Bourbaki, de quien se dijo era miembro de la Real Academia de Poldevia, pero que resultó ser una falsedad. Sucede que Nicolás Bourbaki es un grupo de jóvenes y brillantes matemáticos franceses que habían estudiado en la famosa Escuela Normal Superior, donde se hicieron amigos y eran profesores universitarios al interior de Francia.

10.2. La Geometría fractal de Mandelbrot

Mandelbrot nació en 1924 en Varsovia, Polonia y luego nacionalizado francés, desarrolló la geometría de los fractales, como un área independiente de la Matemática. Desde 1958 es miembro investigador de IBM en Nueva York. La geometría fractal se distinque por una aproximación más abstracta a la dimensión de la que caracteriza a la geometría convencional. Esta geometría tiene muchas aplicaciones en diferentes áreas de la ciencia y de la tecnología, así mismo posee la siguiente característica: *En la geometría convencional la dimensión de un objeto tiene un valor entero. En la geometría fractal los objetos pueden tener dimensioenes no enteras. Por ejemplo, el conjunto de Mandelbrot tiene un borde infinitamente detallado, y su dimensión está entre uno y dos.*

10.3. La integración abstracta de Lebesgue

Conocida es la integración de Riemann que considera funciones continuas y sumas superiores y sumas inferiores, cuando el dominio de integración es un conjunto numérico o un recinto numérico. Ahora bien, cuando consideramos conjuntos abstractos como dominio para integrar, debemos tener una clase especial de funciones; esto es, en suma la integral de Lebesgue. Henri León Lebesgue fue un matemático francés nacido en beauvais. Fue profesor en las universidades de Rennez y Poitiers, también en el Colegio de París. Así mismo, fue miembro de la Academia de Ciencias de Francia y de la Real Sociedad de Londres. Se dedicó al estudio de los conjuntos de Cantor y en particular al problema de la medición de un conjunto; como consecuencia de este estudio, Cantor desarrolló una nueva y más amplia noción de integral que luego constituyó su tesis doctoral en 1912. Para realizar esto, partió de la definición de integral de Riemann, válida para funciones continuas solamente, llegando a una noción más amplia utilizable para el cálculo de integral de funciones discontinuas, que es precisamente la integral de Lebesgue. Esta teoría que al comienzo fue considerada, por los hombres de ciencia, como una curiosidad matemática resultó más tarde tener una extensa difusión y el reconocimiento de todos los contemporáneos de Lebesgue.

La investigación actual en la Matemática requiere de las ideas de Lebesgue como son: conjuntos medibles, funciones medibles y el álgebra de estas funciones; con ellas el Análisis resuelve muchos problemas con funciones que no se habían resuelto bajo el concepto de continuidad.

10.4. La nueva disciplina: La Filosofía Matemática

Cuando nos proponemos profundizar en el contenido de un tema o concepto de la Matemática, de inmediato se evidencia el componente filosófico que le caracteriza a la Filosofía. En efecto, la Matemática no sólo es un instrumento de cálculo, pues en su uso como método de razonamiento y creación surge de manera espontánea el discurso filosófico. Cuando se establece un concepto matemático aparece en forma consciente la reflexión de cuánto hay de relación con el objeto definido. De la Filosofía en la Matemática trataremos en forma breve en lo que sigue.

Iniciamos haciendo referencia a una corriente filosófica que desde su comienzo al final del siglo XX hasta nuestros días ha constituido una corriente de mayor aceptación, es la Fenomenología de la cual fue su impulsor Edmundo Husserl quien ha escrito la obra Filosofía de la Aritmética con la cual estudia a la teoría de conjuntos y la teoría de números a partir de algunos fenómenos. La Fenomenología busca captar los objetos dados directamente a la conciencia por la experiencia; de otra parte, la Matemática es una ciencia pero no es clasificable como ciencia natural, esto es, Física, Química, Biología ni como aquellas que comprenden a la Economía, Sociología y otras análogas. La Matemática no tiene como temas ni objetos y ni fenómenos que existan en lo que llamamos realidad, aunque los métodos matemáticos sean imprescindibles para el estudio de esos objetos y fenómenos.

Los objeots de estudio directo de la Matemática no existen en la naturaleza, los crean los matemáticos, de allí que no se clasifica entre las ciencias naturales, lo que determina su no inclusión en los Premios Nobel.

La Matemática trata sistemas con objetos como puntos, rectas, planos, rectángulos, pero en la naturaleza no existen ni puntos, ni rectas, ni planos de los que estudia la Matemática. Estos son entes ideales creados por la mente humana para que se ajusten al estudio teórico de los temas que, de lo entendido como una realidad, hacen y desarrollan quienes investigan las ciencias naturales. Es evidente que los entens matemáticos son abstracciones de objeots en forma de triángulos y de otras figuras, ya sea de objetos reales que tengan esas formas o de sus representaciones por medio de dibujos, maquetas y otros. De cierto el matemático necesita la abstracción, como por ejemplo, imaginar que las rectas no tienen ancho, o que los puntos no tienen dimensiones para poder establecer, mediante ecuaciones, los procedimientos de cálculo y deducción que los especialistas usan en la práctica.

Podemos mencionar que en el pasado hubo una polémica ocurrida en la Edad Media respecto de la existencia real de los conceptos generales (ideas de Platón) como el triángulo matemático. Conocemos que no se otorga el Premio Noble en Matemática, sin embargo algunos matemáticos han sido premiados con el Noble por sus contribuciones a otras disciplinas; citamos a John Forbes Nash (A beautiful mind) que lo obtuvo en Economía. El organismo encargado de premiar sólo lo hace por resultados científicos directos plenamente comprobados y verificados en el gabinete. A continuación nos referimos a algunos filósofos matemáticos que destacaron en esta nueva disciplina:

- Henri Poincaré, planteó la atracción gravitatoria de tres cuerpos, esto es, echó las bases de la Teoría del Caos. A él se le debe el desarrollo de la Topología, en la cual propuso su célebre conjetura, resuelta en 2006 por Grigori Perelman. Como filósofo matemático es el propulsor de la corriente positivista del convencionalismo, según el cual, los objetos matemáticos solo son convenciones o acuerdos en la comunidad científica que permiten realizar razonamientos lógicos que son aceptables.

- Bertrand Russell, quien hizo grandes aportes a la Lógica Matemática, plasmó en su voluminosa obra escrita "Principios de la Matemática.ªlgunos trabajos sobre

Filosofía en la Matemática, centrándose en la especulación acerca de la relación entre la realidad objetiva y la interpretación misma. El interés científico-filosófico de Russell se desplazó también a la Física, tal como lo señala en su obra. El ABC de los átomos.

5. RESULTADOS

1. Se ha logrado establecer una correlación de hechos y descubrimientos a través de los tiempos y etapas, en los cuales la Matemática ha tenido entendimientos en la medida en que el hombre ha evolucionado en los conceptos y abstracciones. Es asi que, en la Pre-historia, entre 9,000 y 3,000 AC se establece una cultura en la Edad de Piedra, para luego plantear cuestionamientos y avanzar en el desarrollo del número, como primer objeto matemático, y terminar con las primeras formas geométricas.
2. Se ha cumplido el objetivo de interpretar históricamente la Matemática desde sus orígenes en la evolución de los fundamentos hasta la axiomatización y abstracción de las ideas matemáticas del presente siglo.
3. Con la división de las etapas y culturas en que vivió el hombre se ha logrado dar una clara visión de la trascendencia de los métodos demostrativos planteados por Platón y Aristóteles hasta hacer de la Matemática una ciencia disciplinada y veraz.
4. Se ha logrado presentar la evolución de la Matemática simbólica de los conceptos de la Matemática, comenzando con la notación del número en piedra hasta alcanzar la actual notación abstracta pero ordenada y enriquecida de las ecuaciones matemáticas.
5. Se ha podido cumplir el objetivo de separar la Matemática de la Filosofía griega, presentando hechos históricos que originaron nuevas ideas y conceptos que hicieron de ella una auténtica ciencia de los números.

6. DISCUSIÓN

En razón de no utilizar laboratorio o gabinete para algún experimento y por la misma naturaleza del trabajo de investigación, no se tienen resultados experimentales.

Existen un buen número de tratados en el mundo que han realizado un estudio sobre los hechos históricos más importantes de la (Matemática; todos ellos presentan una narrativa histórica en cada descubrimiento realiza sin embargo la narrativa hecha contiene muchos acontecimientos que no son propiamente de Matemática, lo que hace desviar la atención y seguimiento de las ideas descubiertas. Así tenemos que en la obra de Cajori (1922) contiene acontecimientos históricos ajenos al nacimiento de las ideas de la Aritmética y la Geometría, el proyecto desarrollado está desprovisto de estas narrativas. De otro lado, Babini (1967) cuando presenta las ideas modernas de la Matemática considera hasta mediados del siglo XX, el actual trabajo desarrolla una historia que va hasta principios del siglo XXI.

El autor Hofmann (1960) en su tratado escrito desarrolla la historia de la Matemática con poco enfoque de las culturas antiguas de hace 3,000 AC, asimismo su narrativa lo hace hasta el período de la Ilustración, faltándole los hechos ocurridos de los siglos XVIII, XIX y XX. Este proyecto contiene estos hechos que faltan.

7. REFERENCIALES

La siguiente relación bibliográfica comprende un conjunto de tratados que han determinado la elaboración del proyecto de investigación, ellos han influido fuertemente en la preparación de los temas de investigación en cada período histórico de la Matemática. No hubo el uso de artículos ya que no ha sido necesario para el escrito de las etapas.

Bibliografía

[1] J. Babini. *Historia de las ideas modernas en Matemática.* Editorial Departamento de Asuntos Científicos OEA, Washington D. C., primera edition, 1967.

[2] E. T. Bell. *Los grandes matemáticos.* Editorial Losada, Buenos Aires, primera edition, 1948.

[3] R. Benazic. *Tópicos de Historia de la Matemática.* Editorial Sociedad Matemática Peruana, Lima, primera edition, 2004.

[4] N. Bourbaki. *Elements de Historia des Mathematiques.* Editorial Hermann, París, tercera edition, 1960.

[5] F. Cajori. *History of Mathematics.* Editorial Mc Millan, New York, second edition, 1919.

[6] M. Helfgott. *Historia y Pedagogía de la Matemática.* Editorial IMCA, Lima, primera edition, 2004.

[7] J. E. Hoffman. *Historia de la Matemática,* volume I, II, III. Editorial UTEHA, México, primera edition, 1960.

[8] F. Le Lionnais. *Las grandes corrientes del pensamiento matemático.* Editorial EUDEBA, Buenos Aires, primera edition, 1962.

[9] H. Reinchenbanch. *La Filosofía Científica.* Fondo de Cultura Económica, México, primera edition, 1953.

[10] J. Rey Pastor and J. Babini. *Historia de la Matemática.* Editorial Espasa-Calpe, Buenos Aires, primera edition, 1951.

[11] Bell E. T. *Historia de las Matemáticas.* Editorial Fondo de Cultura Económica, México, segunda edition, 1995.

[12] R. Taton. *Historia general de las ciencias.* Editorial Presses Universitaires, París, segunda edition, 1964.

Orígenes y Desarrollo de la Matemática

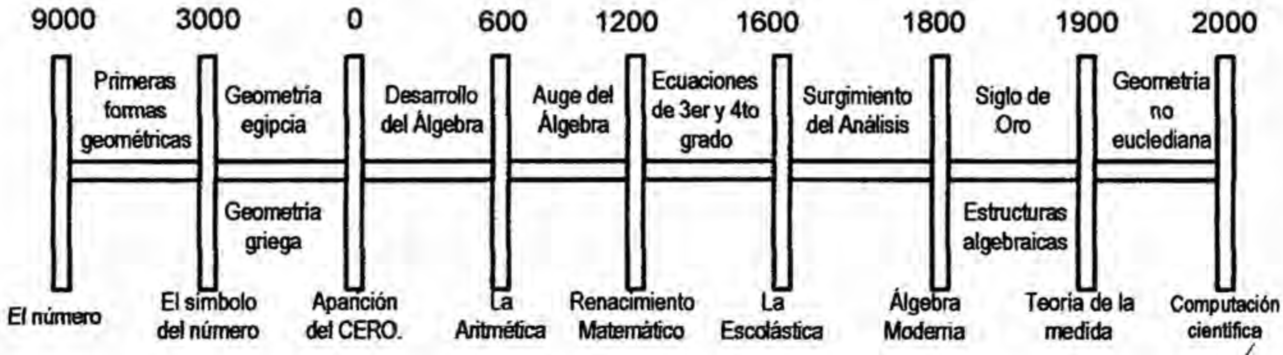
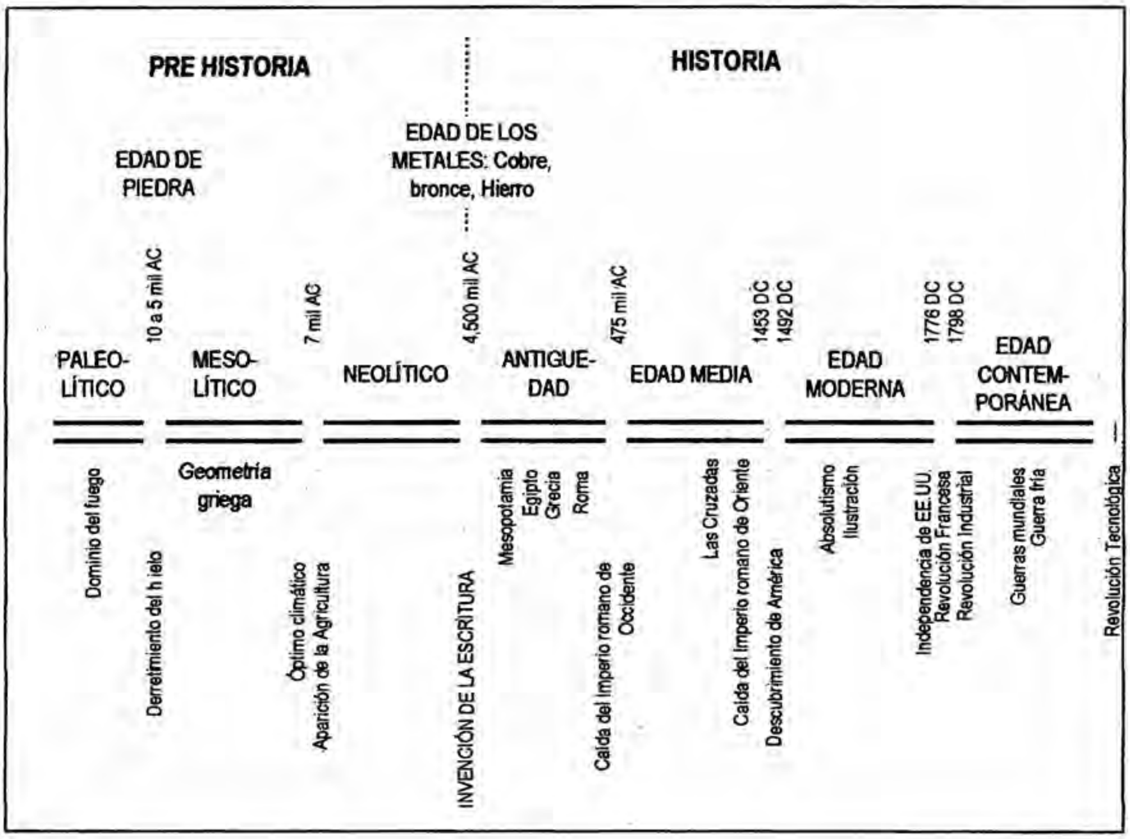


Figura 01: Sinopsis de las ideas matemáticas

8. APÉNDICES



PRE HISTORIA
HISTORIA
EDAD DE PIEDRA
EDAD DE LOS METALES: Cobre, bronce, Hierro
10 a 5 mil AC
7 mil AC
4,500 mil AC
475 mil AC
1453 DC
1492 DC
1776 DC
1798 DC
PALEO-LÍTICO
MESO-LÍTICO
NEOLÍTICO
ANTIGUE-DAD
EDAD MEDIA
EDAD MODERNA
EDAD CONTEM-PORÁNEA
Dominio del fuego
Derretimiento del hielo
Geometría griega
Óptimo climático
Aparición de la Agricultura
INVENCIÓN DE LA ESCRITURA
Mesopotamia
Egipto
Grecia
Roma
Caída del Imperio romano de Occidente
Las Cruzadas
Caída del Imperio romano de Oriente
Descubrimiento de América
Absolutismo
Ilustración
Independencia de EE.UU.
Revolución Francesa
Revolución Industrial
Guerras mundiales
Guerra fría
Revolución Tecnológica

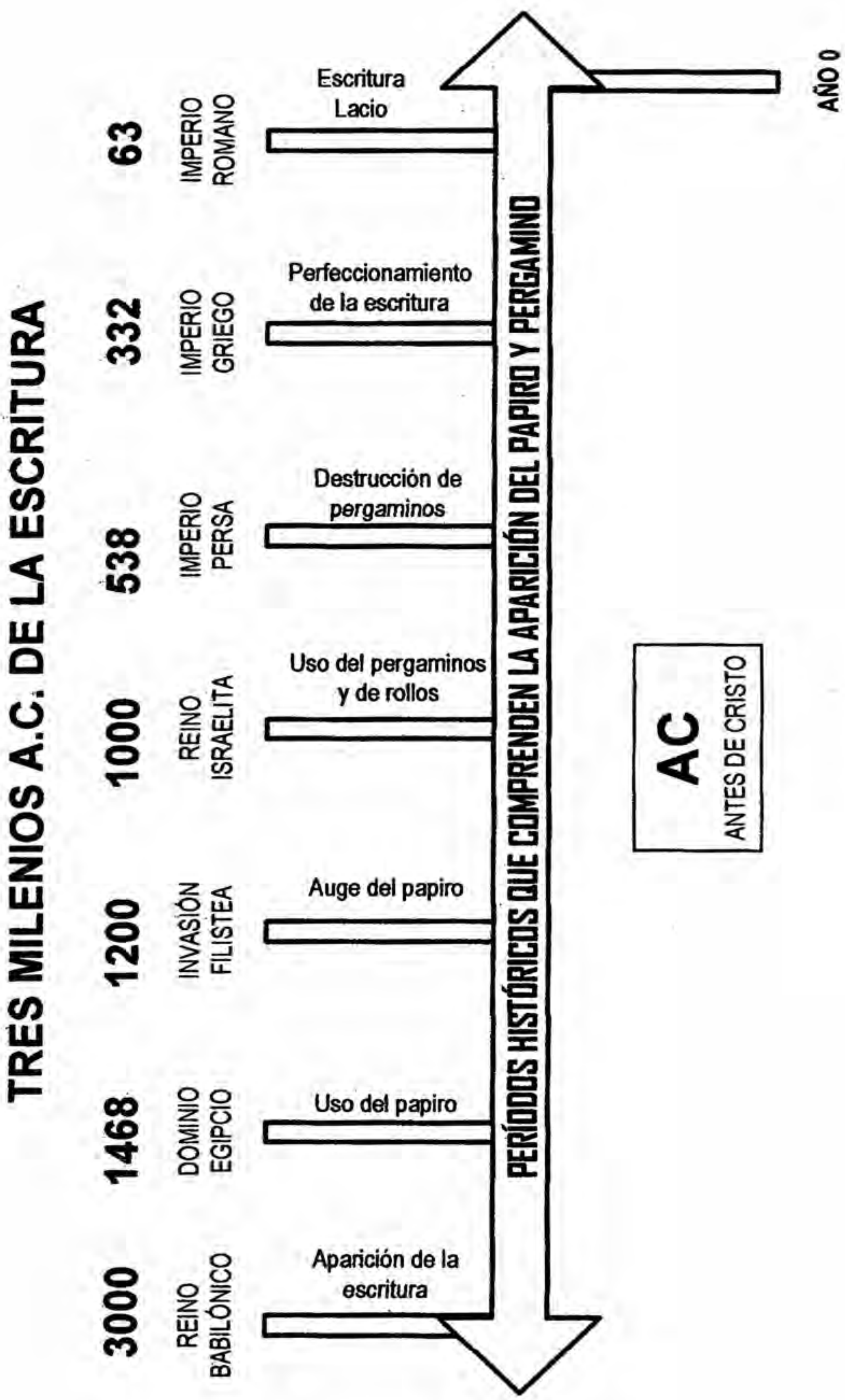


Figura 2: Origen y desarrollo de la Escritura

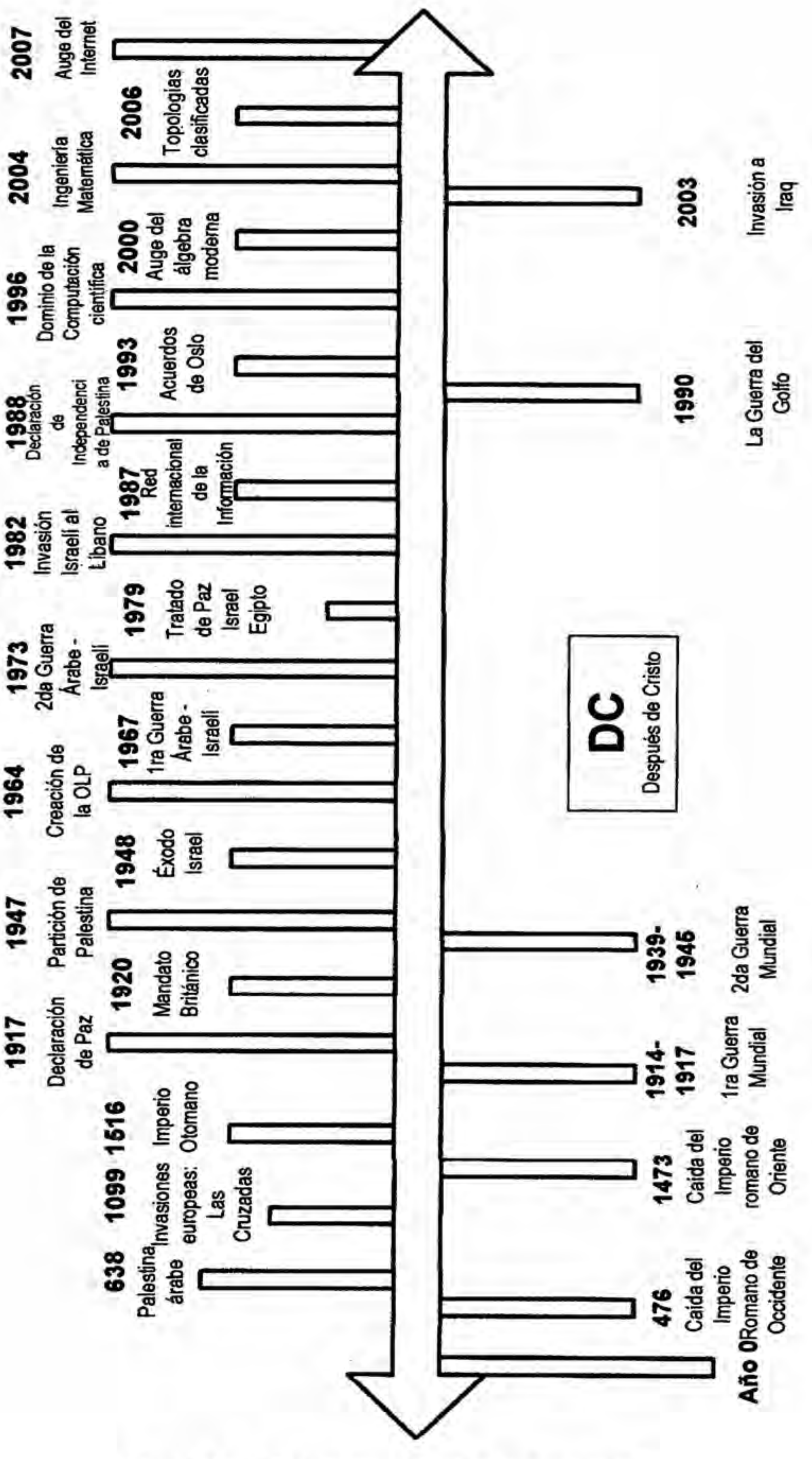


Figura 3: Dos millones de avance de las ideas matemáticas

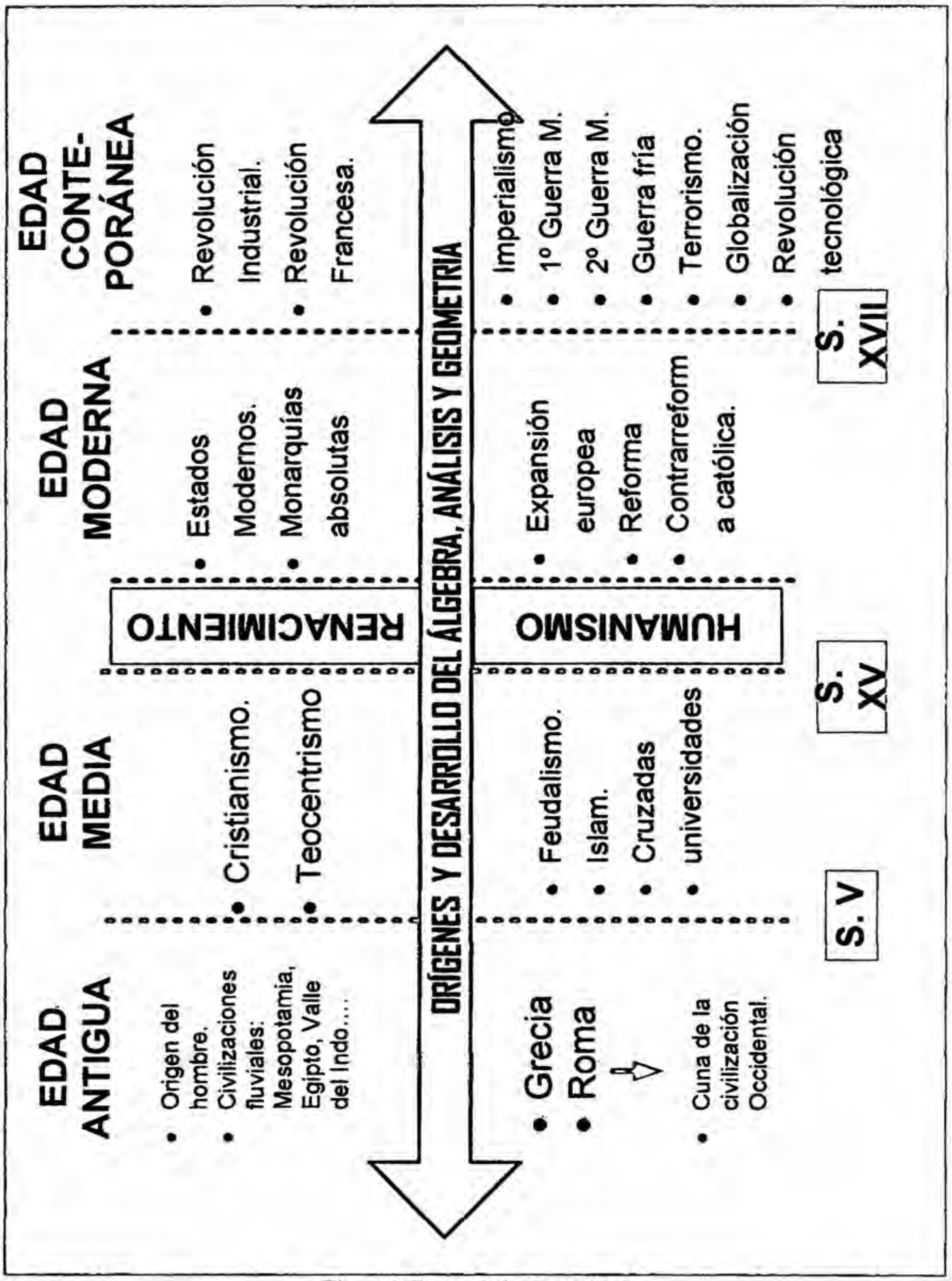


Figura 4: Etapas de la Humanidad