

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y DE ENERGÍA

DIC 2017

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE

INGENIERÍA MECÁNICA Y DE ENERGÍA



INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACION

**“SISTEMA DE PROPULSIÓN
MAGNETOHIDRODINÁMICA Y
DETERMINACIÓN DEL EMPUJE”**

AUTOR: NELSON ALBERTO DIAZ LEIVA

**(PERIODO DE EJECUCIÓN: Del 01 de Octubre del 2015 al 30 de
Setiembre del 2017)**

(Resolución de aprobación N^o 718-2015-R)

Callao, 2017

I. INDICE	
I. INDICE.....	1
II. RESUMEN	3
ABSTRACT	4
III. INTRODUCCIÓN	5
IV. MARCO TEÓRICO	7
4.1. Antecedentes relacionados con la investigación.	7
4.2. Movimiento de una carga puntual en un campo electromagnético cruzados perpendicularmente.	10
4.2.1. Ecuaciones del movimiento	10
4.3. La Magnetohidrodinámica (MHD)	16
4.3.1. Sistemas especiales de propulsión eléctrica	16
4.4. Introducción histórica a la MHD	18
4.5. Principio de funcionamiento de los motores magnetohidrodinámicos MHD 23	
4.5.1. Definición y presentación	24
4.5.2. Fluidos transportables por la MHD	24
4.6. Ecuaciones generales	26
4.6.1. Las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial	26
4.6.2. La ley de Ohm para medios en movimiento	28
4.6.3. Ecuaciones constitutivas	29
4.6.4. Las transformaciones de Lorentz	29
4.6.5. Continuidad del fluido	29
4.6.6. Ecuaciones del movimiento del fluido	30
4.6.7. Ecuación de la energía	30
4.6.8. Velocidad del fluido y empuje del propulsor	30
4.6.9. Ecuaciones que gobiernan el propulsor	38
4.6.10. Solución analítica para el propulsor	41
V. MATERIALES Y METODOS	43
5.1. Materiales	43

5.2.	Metodos.....	46
5.2.1.	Determinación del campo magnético.	46
5.2.2.	Determinación del campo Eléctrico.....	46
5.2.3.	Determinación del empuje.....	46
5.3.	Proceso experimental de recolección de datos.	47
VI.	RESULTADOS	49
6.1.	Del electroimán y el campo magnético.	49
6.2.	De la determinación de la velocidad del flujo de fluido.....	50
VII.	DISCUSIÓN	59
VIII.	REFERENCIALES	61
IX.	APÉNDICES	63
X.	ANEXO	64
10.2.	Matriz de consistencia.....	66

II. RESUMEN

El presente trabajo muestra la construcción de un sistema de propulsión magnetohidrodinámico en condiciones estáticas utilizando como fuente de campo magnético un electroimán en forma de C que produce un campo magnético constante de 17,6 mT y el campo eléctrico lo generamos utilizando un arreglo de placas planas paralelas de acero inoxidable sometida a una diferencia de potencial entre 5,00 V- 48,0 V, ambas fuentes alimentados con corriente continua, la sustancia de trabajo utilizada fue agua de mar que al interactuar con los campos eléctrico y magnético se manifiesta la fuerza de Lorentz en los iones de agua de mar generando movimiento de fluido lo que produce un empuje magnetohidrodinámico .

Este empuje magnetohidrodinámico se determinó a través de la medición experimental de la velocidad del flujo de fluido que circula entre las placas conductoras utilizando software para análisis de video, para diferentes valores de diferencia de potencial entre las placas conductoras, manteniendo el valor de campo magnético constante obteniéndose valores de empuje entre 1,09 hasta 6,55 mN.

El sistema de propulsión magnetohidrodinámico representa un equipo potencial para futuras investigaciones y aplicaciones de propulsión para naves marinas de uso civil así como militar.

Palabras clave: Magnetohidrodinámica, fuerza de Lorentz, propulsión, empuje, velocidad de flujo.

ABSTRACT

The present work shows the construction of a system of propulsion magnetohydrodynamic in static conditions using as source of magnetic field an electromagnet in the shape of C that produces a magnetic constant field of 17,6 mT and the electrical field we generate it using an arrangement of flat parallel plates of stainless steel submitted to a potential difference between 5,00 V - 48,0 V, both sources function on direct current, the substance of work used was a water of sea that on having interacted with the fields electrically and magnetic the force of Lorentz demonstrates in the water ions of sea generating movement of fluid what produces a thrust magnetohydrodynamic.

This thrust magnetohydrodynamic decided across the experimental measurement of the speed of the flow of fluid that circulates between the conductive plates using software for analysis of video, for different values of potential difference between the conductive plates, supporting the value of magnetic constant field values of thrust being obtained between 1,09 up to 6,55 mN

The system of propulsion magnetohydrodynamic represents a potential equipment for future investigations and applications of propulsion for marine ships of civil as well as military use

Key words: Magnetohydrodynamic, forces of Lorentz, propulsion, thrust, rate of flow.

III. INTRODUCCIÓN

La magnetohidrodinámica (MHD) tiene entre sus interacciones a la fuerza de Lorentz que se manifiestan en el movimiento de fluidos conductores, los fenómenos de este tipo no son muy comunes en la vida diaria pero permiten explicar el campo magnético global terrestre que tiene su origen en el núcleo líquido en movimiento de la tierra que se comporta como un gigantesco anillo conductor de corriente.

Encontramos en la literatura estudios de la física teórica (1) y análisis numérico (2) del comportamiento de fluidos conductores afectadas por las fuerzas magnetohidrodinámicas, en donde se establecen diferentes formas de aplicación de la magnetohidrodinámica (3) como la de obtener electricidad a través de generadores MHD que utilizan como fluido, gases, líquidos conductores, plasma o la combinación de estos. También en un sistema propulsor de naves como submarinos y barcos gracias al empuje generado por el movimiento de las cargas del agua de mar inmerso en un campo electromagnético.

La propulsión MHD es una propuesta aplicable en agua de mar para impulsar submarinos de carga de alta velocidad (4), donde la propulsión silenciosa es muy útil en submarinos militares (5, 6) o en barcos de alta velocidad que funcionan sin generar vibración mecánica o cavitación en las hélices, si la hélice gira muy rápido, se forma un área de baja presión frente a las aspas de la hélice, causando vaporización. Esto no solo reduce la eficiencia del buque sino que puede destruir a la hélice.

La fuerza de empuje MHD que propulsa el barco puede ser generada de varios modos. El más simple, denominado sistema conductivo que trabaja con campos eléctricos y magnéticos estacionarios. Propuesto por (7) y posteriormente por (8), también se podría utilizar campos magnéticos estacionarios y corrientes variables en el tiempo o Corrientes estacionarias y magnetos en movimiento (9). Este sistema denominado inductivo es

convenientes porque no usa electrodos y evita la electrolisis del fluido. Ambos sistemas conductivo e inductivo pueden ser usados dentro de un conducto (el sistema interno), o dentro del fluido circundante (el sistema externo), así forman en total cuatro tipos diferentes de propulsores MHD (10).

No se conoce información de cómo se puede determinar experimentalmente el empuje o fuerza generada por un sistema propulsor MHD en el movimiento de naves marítimas. En ese sentido, se ha construido un sistema básico de propulsión MHD en condiciones estáticas que consiste de una bandeja con un par de placas planas paralelas de acero inoxidable que actúan como fuente de campo eléctrico, estas placas están inmersas dentro de agua de mar, el campo magnético perpendicular al campo eléctrico es proporcionado por un electroimán con núcleo de hierro laminado en forma de C, ambos son alimentados con corriente continua, este sistema nos permitirá demostrar la acción de la fuerza de Lorentz actuando sobre el fluido conductor que es el agua de mar así como la determinación del empuje.

La determinación del empuje se realizó utilizando análisis de video con el software Vernier para la determinación de la velocidad de movimiento del fluido conductor y a partir de este valor experimental se calculó el empuje producido para diferentes valores de voltaje entre las placas de acero inoxidable, manteniendo constante el campo magnético producido por el electroimán.

La ventaja de este sistema de propulsión MHD es que al no requerir de partes móviles como ejes y hélices, es de fácil mantenimiento y silencioso por lo que no puede ser detectado por los sistemas de radar de tipo submarino. También no tiene limitante en la velocidad alcanzada por la nave por lo que resultaría interesante en la construcción de naves de uso militar y civil. Finalmente, es un sistema que no produciría contaminación apreciable.

IV. MARCO TEÓRICO

4.1. Antecedentes relacionados con la investigación.

Cuando se habla de magnetohidrodinámica (MHD), posiblemente la imagen que a uno le viene a la cabeza sea los plasmas calientes termonucleares con temperaturas del orden de 3000 – 5000 grados centígrados que pueden ser artificiales como un tokamak (cámara toroidal con bobinas magnéticas) es un aparato cuyo objetivo es obtener la fusión de partículas de plasma para producir una energía en relación con la equivalencia de Einstein $E = mc^2$, o natural como las llamaradas solares que producen copiosas cantidades de radiación en las líneas espectrales α de hidrogeno así como generadores de electricidad y sistemas de propulsión para naves.

Las aplicaciones de la MHD abarcan un gran abanico de disciplinas. Involucra tanto a plasmas como a fluidos conductores neutros (por ejemplo, metales líquidos). Hoy en día aparecen efectos interesantes en problemas que van desde la dinámica de la onda de choque de un avión de combate, a métodos metalúrgicos o de crecimiento de cristales con calentamiento por inducción. No obstante, el interés no proviene solamente de sus aplicaciones, sino que también hay un gran número de problemas de ciencia básica que siguen sin ser resueltos.

Aunque escribir sus ecuaciones básicas tanto del electromagnetismo como de la dinámica de fluidos en situaciones ideales es relativamente simple, es un problema tremendamente complejo debido fundamentalmente a dos motivos:

- Involucrar fluidos muy poco viscosos como metales líquidos o plasmas en donde los flujos son con frecuencia altamente turbulentos.

- Por las condiciones de contorno del campo magnético y electricidad debido a que cambian las condiciones de movimiento debido a la fuerza de Lorentz.

Cualquier enfoque ya sea puramente teórico de análisis numérico o experimental resulta muy laborioso, y en la mayor parte de casos también muy costoso. En gran parte de configuraciones intentar resolver el problema completo ya sea teórico o numéricamente es inabordable, lo cual hace crucial la realización de experimentos. Trabajos en los ámbitos mencionados se encuentra últimamente en abundancia en la literatura científica tales como:

- a) Rasul ALIZADEH, Alireza DARVISH BAHAMBARI, Komeil RAHMDEL Mixed convection of newtonian fluid between vertical parallel plates channel with MHD effect and variation in Brinkman number. (Octubre 2014, Iran)**

Presentan un trabajo dedicado a estudiar el flujo laminar con un enfoque térmico e hidrodinámico desarrollado por convección mixta de MHD de fluidos Newtonianos entre un canal de dos planos paralelos verticales y también investigaron la influencia de los diferentes parámetros que gobiernan sobre un amplio rango de caracteres de flujo. Las fronteras consideradas son isotermas con igual temperatura. Las ecuaciones que gobiernan el fenómeno son resueltas numéricamente. Los resultados gráficos proporcionan información sobre velocidad adimensional, temperatura, temperatura media línea central de gradiente de presiones y número local de Nusselt.

- b) Xiao-Dong Niu · Hiroshi Yamaguchi · Xiao-Jiang Ye · Yuhiro Iwamoto Characteristics of a MHD power generator using a low-melting-point Gallium alloy.(Diciembre 2012, Berlin Alemania)**

Presentan una investigación experimental de un generador de potencia magneto hidrodinámica usando una aleación de Galio con un bajo punto de fusión con alto número de Reynolds. Encontraron que la potencia de salida se incrementa aumentando al flujo el número de Reynolds. Considerando una distribución no uniforme del campo magnético en el canal de prueba, la evaluación teórica da una predicción más aproximada con los datos experimentales. Encontraron que el generador proporciona una eficiencia de $8.3 \times 10^{-4} \%$ y una potencia eléctrica de salida de 1.5 mW.

c) David Cébron and Jean-François Sigrist, Analytical and numerical study of validation test-cases for multi-physic problems: application to magneto-hydro-dynamic. (Julio 2008, Montagne Francia)

Presentan un trabajo relacionado con la simulación numérica de problemas magnetohidrodinámicos (MHD) con herramientas industriales. Los fenómenos MHD recibieron la atención desde hace unos veinte a treinta años como una posible alternativa en aplicaciones de propulsión; el MHD impulsó naves que ya han sido diseñados para este propósito. Sin embargo tales sistemas de propulsión tienen una eficiencia baja e investigaciones fundamentales en el área cada vez más han recibido mucho menos atención durante las décadas pasadas. La simulación numérica de problemas de MHD proporciona interesantes soluciones en el campo de control del flujo turbulento. El desarrollo reciente de técnicas numéricas eficientes para aplicaciones de multifísica proporciona herramientas prometedoras a los ingenieros para este propósito. Presentan algunos casos de ensayos elementales en flujo laminar analizando los términos con campo magnético forzado; exponen ecuaciones de problemas acoplados, derivan soluciones

analíticas en cada caso y las comparan con soluciones numéricas obtenidas con una herramienta numérica para aplicaciones de multifísica. Su trabajo puede ser visto como una validación de herramientas numéricas (basado en el método de elementos finitos) para propósitos académicos así como para industriales.

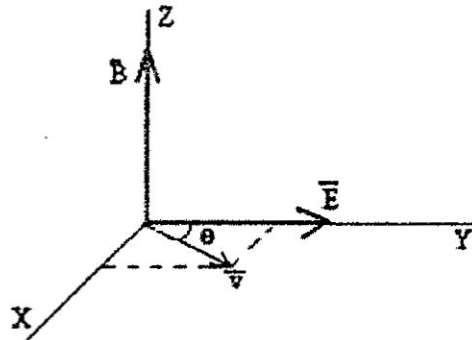
4.2. Movimiento de una carga puntual en un campo electromagnético cruzados perpendicularmente.

En esta parte del trabajo se analiza el comportamiento de una partícula con carga eléctrica que se mueve en el interior de un campo magnético y eléctrico uniformes para nuestro caso la partícula sería un ion en el agua de mar.

4.2.1. Ecuaciones del movimiento

Supongamos que el campo magnético B tiene la dirección (11) del eje "Z", el campo eléctrico " E " la dirección del eje "Y", y el vector velocidad v está en el plano XY. La partícula cargada parte de la posición inicial (x_0, y_0) con velocidad inicial (v_{0x}, v_{0y}) .

Figura.4.1: Sistema de referencia donde se muestran los campos eléctrico E , magnético B y la velocidad de la carga.



Fuente: Elaboración propia.

La fuerza que ejerce el campo eléctrico " E " sobre una carga " q " es:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} \quad (4.1)$$

La fuerza que ejerce el campo magnético " B " sobre una partícula de carga " q " cuya velocidad es " v ", es:

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.2)$$

La ecuación del movimiento es:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.3)$$

Las componentes de "E", "B" y "v" son; (0, 0, B), (0, E, 0), (v_{0x}, v_{0y}, 0).

$$m \left(\frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} \right) = q \cdot E \vec{j} + q \cdot \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{q \cdot B}{m} \cdot v_y \quad (4.5)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{q \cdot B}{m} - \frac{q \cdot B}{m} \cdot v_x \quad (4.6)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0 \quad (4.7)$$

La velocidad a lo largo del eje "z" es constante e igual a la velocidad inicial: v_z = v_{0z} = 0.

a. Movimiento oscilante

Se denomina frecuencia de giro¹ "ω" al cociente $\omega = q \cdot B / m$, que es la velocidad angular de un partícula de carga q, masa m en un campo magnético uniforme B.

Despejando v_y en la ecuación (4.5) e introduciéndola en la ecuación (4.6) segunda. Obtenemos la ecuación diferencial de segundo orden.

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} + \omega^2 v_x = \frac{q^2 \cdot E \cdot B}{m^2} \quad (4.8)$$

La solución de esta ecuación diferencial (4.8) es una solución armónica de la forma:

$$v_x = C \cdot \text{Cos}(\omega \cdot t) + D \cdot \text{Sen}(\omega \cdot t) + C_0 \quad (4.9)$$

¹ También denominada frecuencia del ciclotrón

Introduciendo v_x de la ecuación (4.9) en la ecuación diferencial de segundo orden (4.8) determinamos la constante "C₀" de la solución particular.

$$v_x = C \cdot \cos(\omega \cdot t) + D \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + \frac{E}{B} \quad (4.10)$$

Calculamos la componente v_y de la velocidad de la partícula:

$$v_y = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{dv_x}{dt} = -C \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + D \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (4.11)$$

Las constantes "C" y "D" se determinan a partir de las condiciones iniciales. En el instante $t = 0$, las componentes de la velocidad de la partícula son (v_{0x} , v_{0y}).

$$v_x = \left(v_{0x} - \frac{E}{B}\right) \cdot \cos(\omega \cdot t) + v_{0y} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + \frac{E}{B} \quad (4.12)$$

$$v_y = -\left(v_{0x} - \frac{E}{B}\right) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + v_{0y} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (4.13)$$

Para simplificar y generalizar las expresiones de las componentes de la velocidad, se considera un término denominado velocidad de deriva, donde E está en V/m y B en Teslas:

$$v_d = \frac{E}{B} \quad (4.14)$$

Cuyo significado tiene que ver con la velocidad media de la partícula cargada que se mueve en el vacío. Las expresiones de v_x y v_y quedarán como sigue:

$$v_x = (v_{0x} - v_d) \cdot \cos(\omega \cdot t) + v_{0y} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + v_d \quad (4.15)$$

$$v_y = -(v_{0x} - v_d) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + v_{0y} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (4.16)$$

Sabiendo que en el instante $t = 0$, la posición de la partícula es (x_0 , y_0), calculamos la coordenada "x" integrando la expresión (4.15) de la velocidad v_x en función del tiempo.

Hacemos lo mismo para la ordenada "y" de la ecuación (4.16):

$$x = x_0 + \frac{1}{\omega} \{(v_{0x} - v_d) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + v_{0y} \cdot (1 - \text{cos}(\omega \cdot t))\} + v_d t \quad (4.17)$$

$$y = y_0 + \frac{1}{\omega} \{(v_{0x} - v_d) \cdot (\text{cos}(\omega \cdot t) - 1) + v_{0y} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)\} \quad (4.18)$$

Podemos escribir de forma alternativa las ecuaciones (4.17) y (4.18) de la forma:

$$\begin{aligned} x - x_0 - \frac{v_{0y}}{\omega} - v_d t &= \frac{1}{\omega} \{(v_{0x} - v_d) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + v_{0y} \cdot \text{cos}(\omega \cdot t)\} \\ y - y_0 - \frac{1}{\omega} \cdot (v_{0x} - v_d) &= \frac{1}{\omega} \{(v_{0x} - v_d) \cdot (\text{cos}(\omega \cdot t) - 1) + v_{0y} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)\} \end{aligned}$$

Elevando al cuadrado y sumando:

$$\left(x - x_0 - \frac{v_{0y}}{\omega} - v_d t\right)^2 + \left(y - y_0 - \frac{1}{\omega} \cdot (v_{0x} - v_d)\right)^2 = \frac{1}{\omega^2} \{(v_{0x} - v_d)^2 + v_{0y}^2\}$$

Se trata de la ecuación de una circunferencia centrada en el punto (a, b) y tiene radio R_c

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R_c^2 \quad (4.19)$$

Finalmente se obtienen las ecuaciones finales para las constantes a , b y R_c :

$$a = x_0 + \frac{v_{0y}}{\omega} + v_d \cdot t \quad (4.20)$$

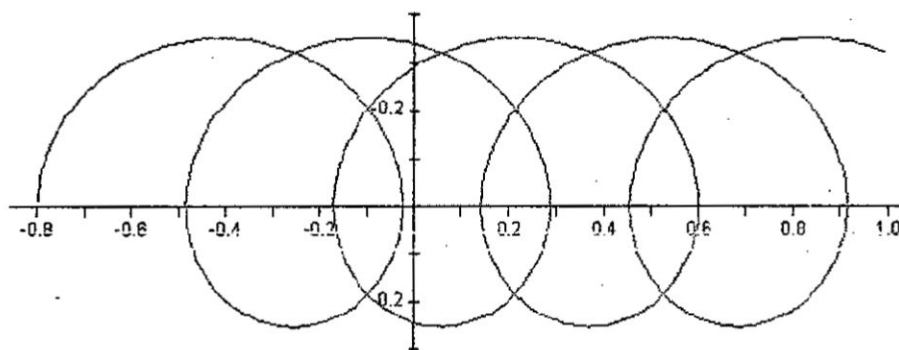
$$b = y_0 - \frac{v_{0x}}{\omega} + \frac{v_d}{\omega} \quad (4.21)$$

$$R_c = \frac{\sqrt{(v_{0x} - v_d)^2 + v_{0y}^2}}{\omega} \quad (4.22)$$

En dónde " a " sería la traslación en la dirección " x ", y " b " sería la traslación en la dirección " y ", en todo momento². El centro de la circunferencia se mueve a lo largo del eje " X " con velocidad v_d dada por la ecuación (4.14)

² Recordemos que " a " y " b " es la posición del centro de la circunferencia cuando esta se encuentra desplazada del origen 0,0.

Figura 4.2: Representación en el plano del movimiento oscilante de una partícula cargada dentro de un campo eléctrico y magnético



Fuente: I. LI. Martínez, "Nuevo sistema de propulsión naval", Tesis Doctoral, Servicio editorial de la Universidad del País Vasco, 2011.

b. Movimiento circular

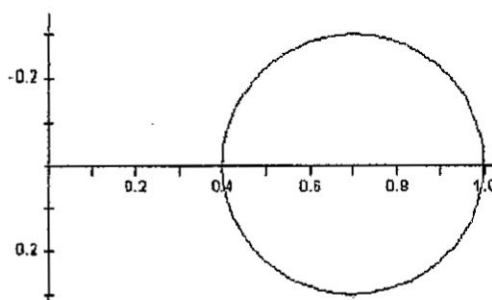
Cuando el campo eléctrico es nulo $E = 0$, $v_d = 0$, la partícula describe una circunferencia en el campo magnético, cuyo centro (a, b) y radio son:

$$a = x_0 + \frac{v_{0y}}{\omega}$$

$$b = y_0 - \frac{v_{0x}}{\omega}$$

$$R_c = \frac{v_0}{\omega}$$

Figura 4.3: Representación del movimiento circular de una partícula cargada

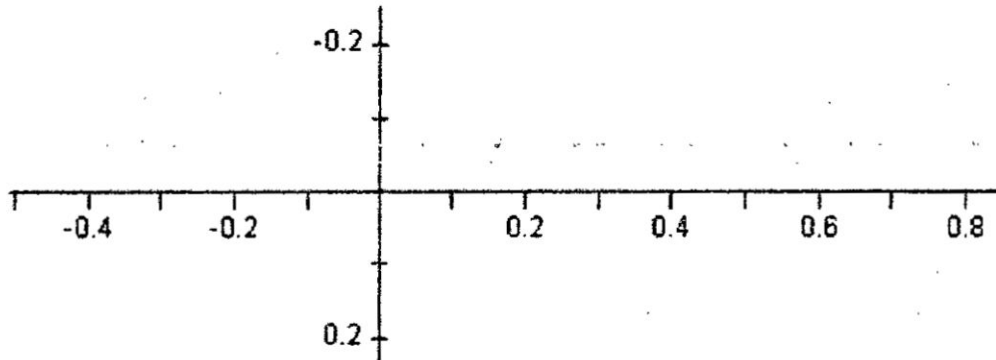


Fuente: I. LI. Martínez, "Nuevo sistema de propulsión naval", Tesis Doctoral, Servicio editorial de la Universidad del País Vasco, 2011.

c. Movimiento rectilíneo

Si $v_{0y} = 0$, y $v_{0x} = v_d = E/B$, $x = x_0 + v_d \cdot t$, e $y = y_0$, la partícula se mueve a lo largo del eje "X" con velocidad constante igual al cociente entre la intensidad del campo eléctrico "E" y la intensidad del campo magnético "B".

Figura 4.4: Representación del movimiento rectilíneo de una partícula cargada



Fuente: I. Ll. Martínez, "Nuevo sistema de propulsión naval", Tesis Doctoral, Servicio editorial de la Universidad del País Vasco, 2011.

d. Partícula que parte del reposo

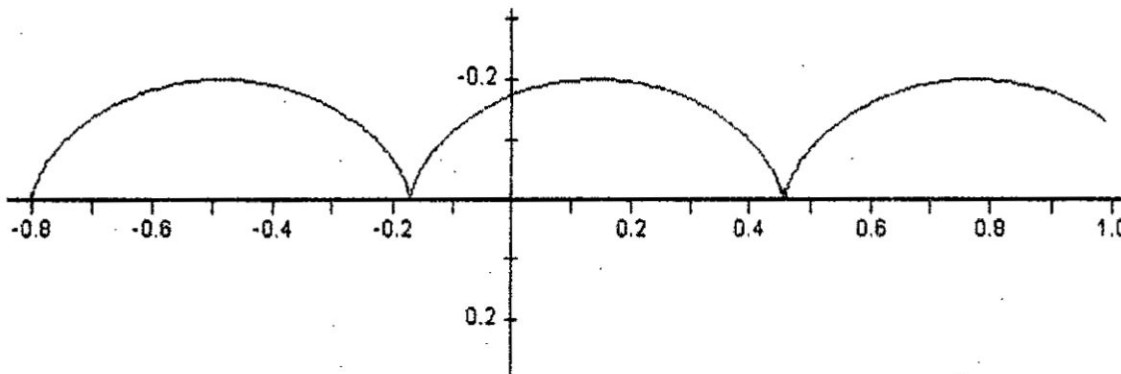
Si las condiciones iniciales del fenómeno son: $v_{0x} = v_{0y} = 0$ desde el origen ($x_0 = 0, y_0 = 0$), entonces:

$$x = \frac{v_d}{\omega} \cdot (\omega \cdot t - \text{sen}(\omega \cdot t)) \quad (4.23)$$

$$y = \frac{v_d}{\omega} \cdot (1 - \text{cos}(\omega \cdot t)) \quad (4.24)$$

Estas son las ecuaciones paramétricas de una cicloide generada por un punto de la circunferencia de un disco de radio $R = v_d / \omega = E / (\omega \cdot B)$ que rueda sin deslizar, girando alrededor de su eje con velocidad angular " ω " y cuyo centro se mueve con velocidad constante $v = R \cdot \omega = E/B$.

Figura 4.5: Representación de una partícula cargada con un movimiento



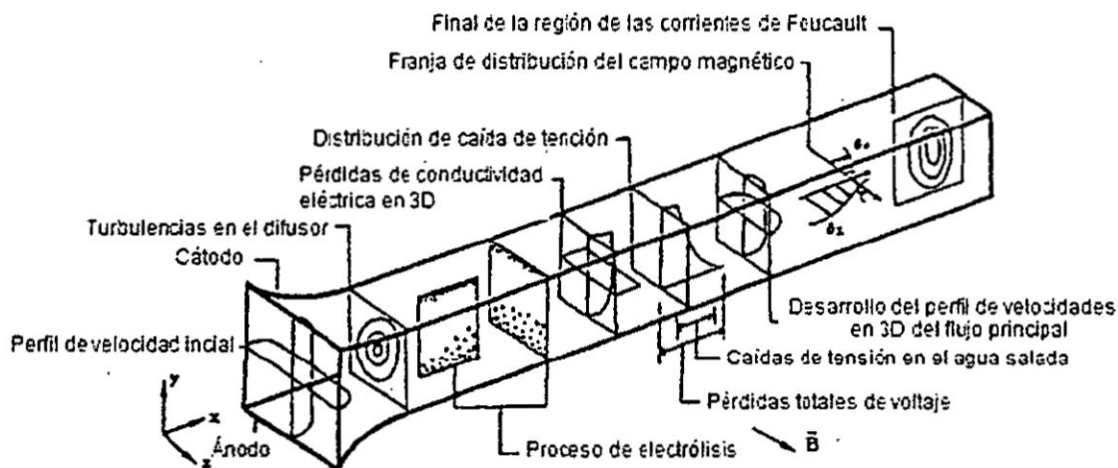
Fuente: I. Ll. Martínez, "Nuevo sistema de propulsión naval", Tesis Doctoral, Servicio editorial de la Universidad del País Vasco, 2011.

Para acabar de comprender como se comporta una partícula cargada eléctricamente en un propulsor MHD, debemos comprender como se produce una electrolisis de una solución de agua marina bajo la influencia de un campo magnético.

Esto no es una tarea ni fácil ni inmediata de resolver. Pero en lo citado anteriormente, se muestra la existencia de una complejidad del movimiento.

Como se puede observar en la figura inferior no es una buena suposición la igualdad $v_z = 0$ además que se presenta una serie de fenómenos relacionados con la viscosidad, perfil de velocidades en el movimiento del fluido conductor, así como vorticidad o turbulencia.

Figura 4.6: Representación artística del comportamiento de las distintas variables que intervienen en la MHD.



Fuente: Gamow, G. y Cleveland, J. M. "Physics: Foundations and Frontiers". Prentice-hall, Inc. New Jersey, 1960.

4.3. La Magnetohidrodinámica (MHD)

4.3.1. Sistemas especiales de propulsión eléctrica

Los principales sistemas actualmente en desarrollo, con diferencias fundamentales sobre los sistemas convencionales, se basan en:

Sistemas de propulsión

- a) Magnetohidrodinámica (MHD – IMHD)
- b) Electrohidrodinámica (EHD)

Sistemas de transporte y generación de energía eléctrica:

- a) La superconductividad
- b) Las células de combustible

La superconductividad y las células de combustible no son la base de sistemas propulsivos, en sí mismos, sino que son componentes o principios físicos que colaboran con dichos sistemas para que sean viables o para que su eficacia se incremente. Así por ejemplo, la superconductividad permite disminuir el tamaño y temperatura de los conductores, a elevadas intensidades, y las células lo que generan es energía eléctrica exclusivamente, (con una generación de calor residual que puede ser aprovechada para otras necesidades, o que hay que eliminar) que puede ser utilizada en un motor eléctrico convencional o no, de propulsión, etc.

Por consiguiente hay que distinguir bien entre los sistemas propulsores, como puede ser el conjunto convencional hélice-línea de ejes-chumacera- motor, o los sistemas que propulsan por sí mismos (que no llevan hélice, por ejemplo una rueda de paletas) y los elementos o sistemas que aportan energía a los anteriores (para la alimentación de su motor) o una máquina transformadora de electricidad en energía mecánica (motora).

Es decir, por un lado están los métodos o sistemas de propulsión y por otro los sistemas que aportan energía o que facilitan que se puedan obtener sistemas de empacho³ reducido. (Existen motores eléctricos propulsores convencionales que usan bobinados superconductores con el único objeto de reducir su empacho, y que no cambian la naturaleza del sistema propulsor).

³ El término empacho se refiere a un concepto relacionado con el peso y las dimensiones.

La MHD ofrece ciertas ventajas sobre las hélices y mecanismos convencionales. Por ejemplo la ausencia de líneas de ejes, arbotantes, hélices, reductoras, vibraciones, sistemas de lubricación, mecanismos, etc.

Este tipo de propulsión podría ser un posible sustituto de las hélices convencionales limitadas por el fenómeno de la cavitación.

La MHD, en usos marinos, tiene como principal limitación la conductividad máxima del agua de mar, al incrementar la conductividad del fluido, mejora sustancialmente la eficiencia.

4.4. **Introducción histórica a la MHD**

Las leyes del magnetismo y flujo de fluidos son casi una innovación del siglo veinte. Casi por los finales de los 1930 y comienzo de los 1940 el MHD estaba en pañales. Las razones probablemente es que fue poco incentivado por la ingeniería del siglo XIX para capitalizar las posibles oportunidades del MHD. Así mientras hubo unos pocos experimentos aislados del siglo XIX por físicos tales como Faraday (trato de medir el voltaje a través del río Támesis inducido por el movimiento a través del campo magnético terrestre), el asunto languideció hasta finales del siglo. Las cosas comenzaron a cambiar cuando los astrofísicos reportaron la presencia de campos magnéticos y plasmas son omnipresentes en el universo. Esto culminó en 1942 con el descubrimiento de las ondas Alfvén, un fenómeno que es peculiar al MHD e importante en la astrofísica. (Una línea de campo magnético puede transmitir ondas transversales de inercia, justo como una cuerda arrancada y se cree que son las responsables de que la corona solar esté mucho más caliente que la propia superficie del sol). Por estos mismos tiempos los geofísicos empiezan a sospechar que el campo magnético terrestre fue generado por la acción dinamo del metal líquido dentro del núcleo terrestre, una primera hipótesis planteada en 1919 por Larmor en el contexto del campo magnético del sol. Un periodo de intensa investigación y continúa hasta nuestros días. Físicos de Plasma, por otro lado, adquieren interés

en MHD por los años 1950 se aceleró por la búsqueda de controlar la fusión termonuclear. Ellos estuvieron particularmente interesados en la estabilidad, o la falta de estabilidad de plasmas confinados por un campo magnético, y como resultado se hicieron grandes avances en la teoría de estabilidad.

El desarrollo en ingeniería de MHD fue lento y no avanzó realmente hasta los años 1960. Así hubo algunos trabajos pioneros por el ingeniero J. Hartmann, quien inventó en 1918 la bomba electromagnética. Hartmann también se comprometió en una sistemática investigación teórica y experimental del flujo de mercurio en un campo magnético homogéneo. En la introducción de su artículo de 1937 describe sus investigaciones que observó: "La invención (su bomba), como se veía, no muy ingeniosa, el principio utilizado fue tomado directamente de un aparato muy conocido para medir campos magnéticos intensos. Ninguno de los dispositivos representan una bomba particularmente efectivos, la eficiencia es extremadamente baja debido principalmente a la gran resistividad del mercurio y aún más a la resistencia de contacto entre los electrodos y el mercurio. A pesar del presente documento se prestó un considerable interés con el transcurso del tiempo sobre el aparato. En primer lugar por un buen número de aplicaciones prácticas en casos donde la eficiencia es de pequeños momentos y entonces, durante los últimos años debido a su naturaleza inspiradora. De hecho el estudio de la bomba reveló al autor que él considero un nuevo campo de investigación, la de un flujo de conductor líquido dentro de un campo magnético, un campo que lo considero como dinámica del mercurio.

El nombre en adelante no pego, pero podemos considerar a Hartman como el padre del metal líquido MHD, y en verdad el término flujo de Hartmann es ahora usado para describir flujos en ductos en la presencia de campos magnéticos. A pesar de las primeras investigaciones de Hartmann, fue solo a comienzos de los 1960 el MHD comienza a ser explotado por la ingeniería. El impulso para cambiar viene grandemente

como consecuencia de tres innovaciones tecnológicas: (i) el uso de bombeo de sodio líquido en reactores de neutrones rápidos como un refrigerante (ii) la fusión termonuclear controlada requiere que plasma caliente sea confinado lejos de la superficie de material por fuerzas magnéticas; y (iii) la generación de potencia MHD, en la cual gas ionizado es impulsado a través de un campo magnético ofrecía una perspectiva de mejora de eficiencia de una estación de potencia. Esta última innovación resultó algo impracticable y su fracaso fue ampliamente publicitado en la comunidad científica. Así, como el interés en generación de potencia declinó, investigaciones en MHD metalúrgica disminuyeron. Dos décadas más tarde, se usaron campos magnéticos rutinariamente para calor, bombas, para remover y levitar metales líquidos en la industria metalúrgica. El punto clave es que la fuerza de Lorentz facilita un medio no intrusivo de controlar el flujo de metales. Con una contante presión comercial para producir más barato, mejor y materiales más consistentes, el MHD proporciona un único medio de ejercer gran control sobre procesos de fundición y refinado.

El 18 de julio de 1958 Warren A. Rice patentó un sistema denominado "*Propulsion System*" utilizando un campo eléctrico y un flujo magnético para crear un empuje en el agua de mar ionizada que lograba propulsar un buque. La patente fue aceptada el 22 de agosto de 1961 y constituyó la primera aplicación de la MHD a la propulsión de buques. La idea de Rice fue seguida por *Stewart Way de Westinghouse* al frente de un grupo de investigadores recién graduados de la Universidad de California en Santa Bárbara. Este grupo logró desarrollar y probar en 1966 el primer vehículo propulsado mediante tecnología MHD, un submarino de unos 400 kg de desplazamiento, 3 metros de eslora y 0,46 m de diámetro, que alcanzó, en el Canal de Experiencias de Santa Bárbara, los 0,4 m/s de velocidad.

Para que la propulsión MHD sea práctico, los investigadores tendrían que desarrollar magnetos que son mucho más ligeros y más potente que los imanes corrientes. Las bobinas del Yamato⁴ generaron un campo magnético máximo de 4,0 Teslas con lo que alcanzo una velocidad máxima de 4,11 m/s. Se piensa que se pueden lograr ampos magnéticos de 30 Teslas en los próximos años.

A continuación se presenta un listado cronológico con las principales publicaciones y trabajos teórico-prácticos que han permitido el desarrollo de la MHD:

- 1687: Newton (1642-1727) publica "*Principia mathematica Philosophiae Naturalis*"
- 1757: Euler (1701-1783) publica "*Memoires de l'academie des sciences de Berlin*"
- 1800: Volta (1745-1827) escribe una carta a la Royal Society, titulada "*Batería o pila Voltaica*". Estudió la electricidad en la atmosfera e ideo experimentos como la ignición de gases mediante un arco eléctrico.
- 1827: Navier (1785-1836) ingeniero francés, de forma independiente al matemático británico G.B Stokes, incluyó los efectos de la viscosidad en forma de ecuaciones matemáticas.
- 1845: Stokes (1819-1903) perfecciona las ecuaciones básicas para fluidos viscosos incompresibles y ese año publica "*On the theories of the internal friction of fluids in motion*".
- 1822-1826: Ampère (1775-1836) relaciona la electricidad y el magnetismo. En 1822 publica "*Colección de observaciones sobre electrodinámica*" y en 1826 publica "*Teoría de los fenómenos electrodinámicos*".
- 1827: Ohm (1789-1854) escribe "*Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet*". 1831: En ese año, Faraday (1791-1867)

⁴ Yamato: El Yamato 1 es un buque experimental cuya construcción finalizó en Kōbe (Japón) en 1991.

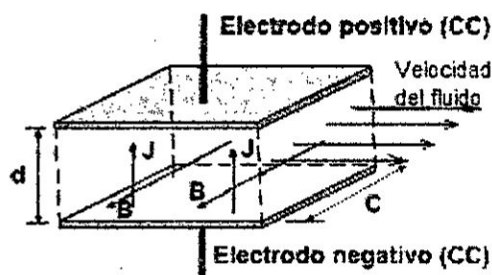
- descubrió la ley de la inducción electromagnética y ese mismo año demostró la inducción de una corriente eléctrica a partir de otra.
- 1831-1832: Faraday (1791-1867) describe "el disco-dinamo".
 - 1861: Anyos Jedlik (1800-1895) quizás construyó antes que Siemens una dinamo auto-excitada.
 - 1866: Siemens (1816-1892) crea la dinamo auto-excitada.
 - 1873: Maxwell publica su obra más importante "*Treatise on Electricity and Magnetism*", en dónde por primera con cuatro ecuaciones diferenciales se describe la naturaleza de los campos electromagnéticos.
 - 1919: Larmor (1857-1942), describe la "*Acción dinamo del Sol y la Tierra*".
 - 1936 - 1937: Nacimiento oficial del concepto de fluido incompresible Magnetohidrodinámico.
 - 1937: Hartmann (1865-1936) estabilizó el efecto de los campos magnéticos impuestos.
 - 1942: Alfvén (1908-1995) fue el primero en introducir el término "*magnetohidrodinámica*". Fue uno de los primeros en reconocer que el plasma es probablemente el estado de la materia más frecuente en el universo. Descubridor de las ondas electromagnéticas especiales denominadas "Alfven".
 - 1946-1947: Elsasser (1904-1991) fue el padre de la dinamo magnética terrestre.
 - (1927-1983) Shercli estudia la estructura de los flujos bajo la acción de un campo magnético.
 - 1958: Warren A. Rice patentó un sistema denominado "*Propulsion System*".
 - 1963: Demostración de la acción de la dínamo Lowes y Wilkinson en un sólido homogéneo con rotación de cilindros.
 - 1971: Kulikovskii (1933-) y su "*characteristic surfaces*".

- 1992: El 27 de enero de 1992, "Mitsubishi Heavy Industries" probó en Kobe (Japón) un buque con propulsores MHD, llamado YAMATO 1.
- 1996 – 1998: Se construye y se prueba el barco experimental HEMS – 1 de propulsión MHD en un canal de experiencias hidrodinámicas en China.

4.5. Principio de funcionamiento de los motores magnetohidrodinámicos MHD

Cuándo en un conductor transporta una corriente en el interior de una región dónde hay un campo magnético, este efectúa sobre el conductor una fuerza que es igual a la suma de las fuerzas magnéticas sobre las partículas cargadas. Los motores magnetohidrodinámicos⁵ clásicos trabajan con campos eléctricos y magnéticos constantes en el tiempo (CC).

Figura 4.7: Principio de funcionamiento de los motores magnetohidrodinámicos



Fuente: Elaboración propia.

El potencial de los electrodos supone un valor fijo y no despreciable que reduce notablemente el rendimiento eléctrico. Introducir corrientes circulares en el seno del agua evitaría la caída de tensión entre los electrodos. Con ello, aumentaría drásticamente el rendimiento. También se ahorrarían los problemas tecnológicos planteados por los electrodos.

⁵ El nombre más apropiado para el fenómeno es magnetofluidomecánica pero magnetohidrodinámica se acepta como tal.

Establecer corrientes circulares en el seno del agua es una opción técnicamente posible, pero de la que no se conoce mucha literatura y no se sabe con certeza si existen antecedentes de realizaciones prácticas.

4.5.1. Definición y presentación

La magnetohidrodinámica (MHD) cubre todos los dominios donde un fluido conductor de la electricidad, el campo magnético B y el campo de la velocidad están acoplados. Este acoplamiento es debido a la interacción entre dos disciplinas que son el electromagnetismo y la hidrodinámica.

Los fluidos potencialmente utilizables son numerosos. Se puede citar por ejemplo los electrolitos convencionales, los plasmas (gas de partículas ionizadas) y los metales de naturaleza líquida o metales fundidos. Los parámetros físicos (intensidad de la inducción magnética y del campo eléctrico, la velocidad de circulación del fluido, la presión, la masa volumétrica, etc.) que intervienen dentro de estas técnicas pueden variar en varios órdenes de magnitud según las aplicaciones.

4.5.2. Fluidos transportables por la MHD

Sólo es posible impulsar fluidos que presenten un carácter más o menos conductor, es decir: metales fundidos, ferro-fluidos, soluciones conductoras, plasma y otros fluidos.

Tabla 4.1: Tabla de conductividades eléctricas típicas

Tipo de Material		Conductividad σ ($\Omega^{-1}m^{-1}$)	Tipo de Material		Conductividad σ ($\Omega^{-1}m^{-1}$)
Líquido	Agua destilada	10^{-4}	Metales	Líquidos	10^6 a 10^7
	Electrolitos débiles	10^{-2} a 10^{-4}		Acero (1500°C)	$0.7 \cdot 10^6$
	Electrolitos fuertes	10^{-2} a 10^2		Mercurio (20°C)	10^6
	Agua+25% de NaCl (20°C)	21.6		Aluminio (700°C)	$5 \cdot 10^6$
	Agua de mar	5.0		Sodio (400°C)	$6 \cdot 10^6$
	Ácido sulfúrico	73.6		Metales sólidos	10^6 a 10^8
	Vidrio fundido (1400°C)	10 a 10^2		Acero (20°C)	10^6
Plasma	Fríos	10^3	Sodio (20°C)	10^7	
	Calientes	10^6	Cobre (20°C)	$6 \cdot 10^6$	

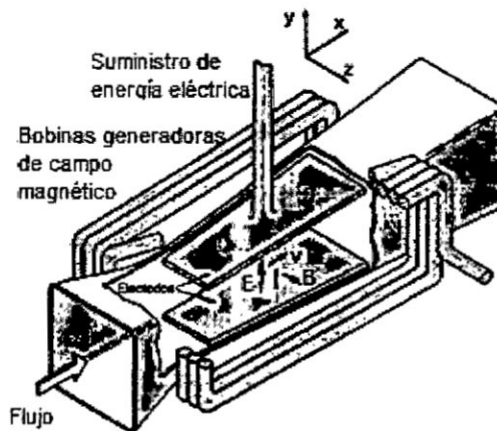
Fuente: HAYT, W. "Teoría electromagnética", 5ta Edición. McGraw-Hill. USA, 1991.

Esta condición obedece al hecho de que el campo eléctrico actúa sobre las cargas eléctricas al interior de la sustancia poniéndolas en movimiento, estas cargas al estar en movimiento son afectadas por el campo magnético moviéndolas en dirección perpendicular al plano que forman la velocidad del flujo de fluido y el campo magnético, interacción que se conoce como fuerza de Lorentz.

La observación detenida de esta tabla da una idea de las posibilidades tecnológicas de los diferentes plasmas debido a su alta conductividad. A la inversa, si hacemos circular un fluido conductor dentro de un campo magnético se generan unas corrientes eléctricas que pueden ser recogidas entre dos electrodos.

La siguiente figura 4.8 puede representar un sistema de conversión de energía. Existen algunas realizaciones prácticas de tecnología muy compleja. Lo ideal, sería evitar los electrodos puesto que son las únicas piezas que sufren desgaste o corrosión electrolítica.

Figura 4.8: Ejemplo de un propulsor MHD donde se muestran las bobinas fuente de campo magnético y los electrodos que generan el campo



Fuente: INGLIS, J. W. "Physics: an ebb and flow of ideas". John Wiley & Sons, Inc. New York, 1970

4.6. Ecuaciones generales

Las ecuaciones generales que a continuación se presentan (Hughes et al. 1971; Massagués 2001) conciernen a la descripción matemática de fluidos no magnéticos conductores de la electricidad (por ejemplo, metal líquido, agua de mar, etc.). Las ecuaciones básicas de la magnetohidrodinámica o MHD son las ecuaciones de la electrodinámica (EHD) para medios que se mueven y las ecuaciones de la dinámica de los fluidos. Por conveniencia, aquí se escriben las ecuaciones básicas en forma vectorial, en el sistema de unidades MKSR⁶. Las formas detalladas de las ecuaciones no se escriben aquí, pero puede consultarse en la bibliografía.

En la MHD generalmente desaparecen los efectos de la teoría de la relatividad y se supone que la fuerza másica tiene la forma simple $(\rho \cdot E + J \times B)$. Con base en estas hipótesis las ecuaciones toman las formas que se indica a continuación. El símbolo ρ se utiliza para designar la densidad de carga y ρ_m para densidad de fluido.

4.6.1. Las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial

Maxwell resumió todas las leyes físicas de la electricidad y el magnetismo en cuatro ecuaciones que, en su honor, se conocen por el nombre de ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones relacionan los campos magnéticos y eléctricos con sus fuentes: las cargas eléctricas, las corrientes eléctricas y las variaciones de los mismos campos.

a. Primera ecuación de Maxwell

Es el teorema de Gauss aplicado al campo eléctrico: el flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica interior. Su evidencia experimental es la ley de Coulomb.

$$\nabla \cdot D = \rho \qquad \nabla \cdot D' = \rho' \qquad (4.25)$$

En dónde:

⁶ En la teoría electromagnética se usan varios sistemas de unidades. Los dos sistemas empleados mas comúnmente son los sistemas MKS y CGS, los cuales pueden ser o no racionalizados. Si son racionalizados se designan por MKSR y CGSR. El sistema MKS de unidades es un sistema de unidades que expresa las medidas utilizando como unidades fundamentales metro, kilogramo, ampere y segundo.

$$D = \epsilon_0 \cdot E + P \quad (4.26)$$

En el vacío $P = 0$; ρ es la densidad de carga. ϵ_0 es la constante dieléctrica en el vacío.

b. Segunda ecuación de Maxwell

Teorema de Gauss aplicado al campo magnético: El flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada es cero. El número de líneas de inducción entrante es igual al número de líneas saliente. La evidencia experimental se basa en el hecho experimental que las líneas de inducción magnética no convergen en ningún punto ni divergen de ningún punto. Es decir, no existen monopolos magnéticos.

$$\nabla \cdot B = \rho \quad \nabla \cdot B' = 0 \quad (4.27)$$

c. Tercera ecuación de Maxwell

Es la ley de Faraday-Lenz de la inducción electromagnética. Un campo magnético variable genera un campo eléctrico a su alrededor. La evidencia experimental de esta ecuación es el fenómeno de la inducción electromagnética.

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \nabla \times E' = \frac{\partial B'}{\partial t} \quad (4.28)$$

d. Cuarta ecuación de Maxwell

Es el teorema de Ampere generalizado por Maxwell. Un campo magnético puede ser producido por una corriente eléctrica o campo eléctrico variable. La evidencia experimental de esta ley la tenemos en las experiencias realizadas por Oersted, Ampere y otros científicos.

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad \nabla \times H' = J' + \frac{\partial D'}{\partial t} \quad (4.29)$$

Estas ecuaciones son válidas para cualquier sistema de referencia, cuando los campos y las coordenadas se miden en un sistema en particular. La comilla se utiliza para designar las magnitudes medidas en un sistema cuando el fluido está en reposo. Se supone que el fluido tiene una velocidad V (local) con respecto al sistema de referencia, por

ejemplo del laboratorio. Las cantidades sin comilla se refieren a los valores medidos en el sistema de referencia del laboratorio.

La ecuación $\nabla \cdot D = \rho$ no es particularmente útil y puede traer dificultades, a menos que se observe cuidadosamente la transformación de Lorentz apropiada entre ρ y ρ' . Como en los conductores, la densidad de carga ρ' será cero en un sistema en reposo y será una pequeña cantidad de carga inducida en el sistema en el laboratorio. Esta carga inducida puede despreciarse en las ecuaciones de corriente, en la ley de Ohm, etc., pero debe conservarse en la ecuación $\nabla \cdot D = \rho$. Si es posible, es mejor evitar el uso de esta ecuación y en cambio usar la ecuación de la conservación de la corriente.

$$\nabla \cdot J + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.30)$$

Sin embargo, se debe utilizar la ecuación $\nabla \cdot D = \rho$ si se calcula la densidad de carga del campo D . La densidad de carga en el sistema de referencia del laboratorio también se puede hallar transformando ρ' . Las ecuaciones anteriores no son independientes de las ecuaciones de Maxwell y su uso se hace redundante e innecesaria la ecuación $\nabla \cdot D = \rho$ en la mayor parte de problemas de MHD.

4.6.2. La ley de Ohm para medios en movimiento

Cuándo “ c ” sea mucho menor que la velocidad de la luz, la ley de Ohm será válida tanto en unidades MKSR como en unidades Gaussianas⁷.

$$J = \sigma \cdot (E + V \times B) + \rho \cdot V = \sigma \cdot E' \quad (4.31)$$

En conductores gaseosos pueden existir cargas espaciales en situaciones que varían con el tiempo, tales como ondas de movimiento, pero en conductores metálicos este término puede ser despreciable comparado con la corriente de conducción, y la ley de Ohm puede escribirse en la forma:

⁷ El Sistema Cegesimal de Unidades (sistema Gaussiano), también llamado sistema CGS, es un sistema de unidades basado en el centímetro, el gramo y el segundo. Su nombre es el acrónimo de estas tres unidades

$$J = \sigma \cdot (E + V \times B) = \sigma \cdot E' \quad (4.32)$$

4.6.3. Ecuaciones constitutivas

En un sistema en reposo (para un medio lineal).

$$D' = \epsilon \cdot E' = \epsilon_0 \cdot E' + P' \quad (4.33)$$

$$B'' = \mu \cdot H' = \mu_0 \cdot (H' + M') \quad (4.34)$$

En general para cualquier sistema:

$$D = \epsilon_0 \cdot E + P \quad (4.35)$$

$$B = \mu_0 \cdot (H + M) \quad (4.36)$$

Los campos deben transformarse a las condiciones de referencia del laboratorio a fin de obtener las ecuaciones en dicho sistema. Sin embargo, si el medio material tiene las propiedades del espacio libre, las ecuaciones constitutivas toman la forma que sigue a continuación, en cualquier sistema:

$$D = \epsilon_0 \cdot E \quad (4.37)$$

$$B = \mu_0 \cdot H \quad (4.38)$$

4.6.4. Las transformaciones de Lorentz

En la MHD usualmente se puede hacer la aproximación de la velocidad lenta (comparada con la velocidad de la luz), de modo que las transformaciones de Lorentz se convierten en:

$$E' = E + V \times B \quad D' = D + \frac{V \times H}{c^2} \quad (4.39)$$

$$B' = B \quad H' = H \quad (4.40)$$

$$J' = J - \rho \cdot V \quad \rho' = \rho - \frac{V \cdot J}{c^2} \quad (4.41)$$

En la mayor parte de los trabajos MHD se puede considerar que el campo magnético y el campo de inducción son iguales en cualquier sistema.

4.6.5. Continuidad del fluido

La ecuación de continuidad del fluido es un invariable y es entonces,

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \cdot v) = 0 \quad (4.42)$$

4.6.6. Ecuaciones del movimiento del fluido

Estas ecuaciones tienen en cuenta las fuerzas másicas electromagnéticas apropiadas inducidas. En forma vectorial tenemos:

$$\rho_m \cdot \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{v^2}{2} \right) - v \times (\nabla \times v) \right] = -\nabla P + \rho_m v \cdot \nabla^2 v + \left(\xi + \frac{1}{3} \cdot \rho_m v \right) \cdot \nabla (\nabla v) + (\rho \cdot E + J \times B) \quad (4.43)$$

4.6.7. Ecuación de la energía

La forma exacta de la ecuación de la energía es indeterminada, pero en la mayor parte de problemas MHD (por lo menos cuando no hay cambios de ϵ o μ con la temperatura) es válida la ecuación usual de la energía para fluidos si se incluye la disipación de Joule. Dicha disipación es $J' \cdot E'$. (Obsérvese que esta cantidad es un producto de los valores del sistema de referencia en reposo).

$$\rho_m \cdot \frac{\partial D_e}{\partial t} + P \cdot \nabla \cdot v = \Phi + E' \cdot J' + \nabla \cdot (k \cdot \nabla T) \quad (4.44)$$

Aquí, "k" es la conductividad térmica, D_e es la energía interna específica y Φ es la función de disipación mecánica. A partir de la ley de Ohm, la disipación eléctrica puede expresarse mediante:

$$E' \cdot J' = \frac{J'^2}{\sigma} = \sigma \cdot |E + v \times B|^2 \quad (4.45)$$

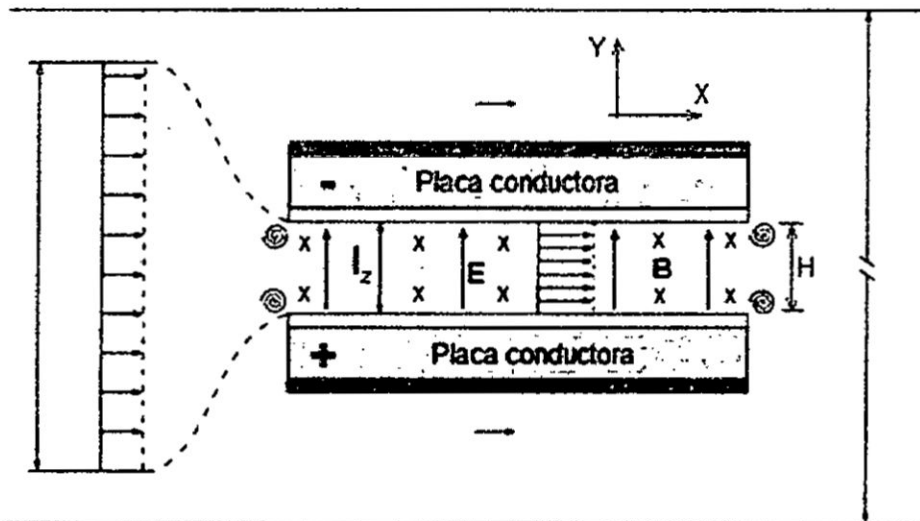
Además de las ecuaciones anteriores, pueden ser necesarias otras ecuaciones adicionales tales como las ecuaciones de estado, las variaciones de la viscosidad con la temperatura, etc. Estas ecuaciones no son afectadas esencialmente por los campos electromagnéticos para la aproximación de la MHD.

4.6.8. Velocidad del fluido y empuje del propulsor

El sistema de propulsión (12) magnetohidrodinámica combina circuitos eléctricos y magnéticos, la corriente eléctrica a lo largo del eje y con el

campo magnético en la dirección del eje z generan una fuerza de Lorentz en la dirección x. Esta fuerza genera un flujo que impulsa el propulsor, por lo que puede mover una nave en la dirección opuesta por conservación del momento lineal, con una velocidad $-u_{\infty}e_x$. En una estructura moviéndose con el propulsor a $-u_{\infty}e_x$ la velocidad de flujo medio en el propulsor es denotado como u_d . Una representación esquemática del propulsor y las diferentes velocidades de fluido y áreas de sección transversal usadas para este estudio se muestra en la figura 4.9. Note que, contraria a la representación en la figura 4.9, la presente

Figura 4.9. Esquema de una vista de planta del propulsor y el perfil de velocidades tomadas en cuenta en este estudio. Se utilizan cuatro vórtices para representar las pérdidas en los bordes a la entrada y salida del propulsor



Fuente: David Cebron et al, Experimental and theoretical study of magnetohydrodynamic ship models, Plos/one, Quimper, Francia ,June 2017.

Estructura teórica es desarrollada para cualquier clase de perfil de velocidades al interior del propulsor. Sin embargo, conforme se detalla en el Anexo 10.1, un perfil uniforme es una aproximación correcta para esta configuración.

El área de sección transversal en el propulsor es constante, igual a $S_d = Hl_z$. Ya que consideramos que el fluido es incompresible, la conservación

de volumen implica que la velocidad media u_d en esta sección es constante. Lejos del propulsor, la velocidad media del fluido es u_∞ . Usando la conservación de volumen, donde S_∞ es la sección transversal del fluido esquematizado en el propulsor está dado por:

$$\frac{u_\infty}{u_d} = \frac{S_\infty}{S_d} = \lambda \quad (4.46)$$

Donde λ es la razón de velocidades (o la razón de las áreas de sección transversal).

En estado estacionario, la conservación del momento para el sistema completo, se reduce al balance entre la fuerza de arrastre F_D de la nave y el empuje promedio del propulsor F . La fuerza de arrastre F_D está dado por:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho S_W C_d(u_\infty) u_\infty^2 \quad (4.47)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, S_W es la sección transversal usada para la nave de arrastre, y $C_d(u_\infty)$ es el coeficiente total de arrastre de la nave. Para estimar $C_d(u_\infty)$, es costumbre escribir la como la suma de la fricción superficial, forma de arrastre y de la onda formando los coeficientes de arrastre

$$C_d(u_\infty) = C_d^s + C_d^f + C_d^w \quad (4.48)$$

Observe que C_d^s está relacionada con la fuerza creada por la fricción entre el fluido y la superficie sobre la cual está fluyendo. La fuerza de arrastre de fricción superficial F_D^s es usualmente estimada considerando la fuerza de arrastre generado por un fluido que se mueve sobre un costado de la placa plana (paralelo al flujo), la cual nos lleva a la ley de Blasius

$$F_D^s = \frac{1}{2} \rho S_{wet} \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}} u_\infty^2 \quad (4.49)$$

Donde S_{wet} es el área de la superficie total de la placa en contacto con el fluido, y $Re_L = u_\infty \frac{L}{\nu}$ el número de Reynolds en función de la longitud de la placa. Note que la fórmula (4.49) es típicamente válida para $Re_L < 5,0 \times 10^5$. Excepto para la superficie interna mojada del sistema de

propulsión donde la fricción de la superficie es considerada como la principal pérdida, para que una nave puede ser considerada como una suma de placas planas de longitud L_i lo que nos lleva al coeficiente total de fricción superficial de arrastre en (4.47):

$$C_d^s = \frac{1,328}{S_w} \sum \frac{L_i \delta_i^*}{\sqrt{u_\infty \frac{L}{v}}} = \frac{1,328 \sqrt{v}}{S_w \sqrt{u_\infty}} \sum \delta_i^* \sqrt{L_i} \quad (4.50)$$

Donde $\delta_i^* = \delta_i \cos \theta_i$ es el ángulo entre el plano de las placas y el eje x, y L_i (respecto a δ_i) es la longitud de cada placa a lo largo de x (respectivamente en la dirección perpendicular a x).

El coeficiente C_d^f , relacionado con la formación de una estela depende de la forma exacta del casco y es típicamente de orden 1,0.

El tercer coeficiente C_d^w , relacionado con la generación de ondas de gravedad, es usualmente más difícil de estimar y depende del número de Fruede $F_r = \frac{u_\infty}{\sqrt{gh}}$, donde h es la profundidad del agua. En aguas de poca profundidad, se ha mostrado que (9) $C_d^w = 0$ correspondiendo a nuestro régimen experimental $F_r < 1$.

El empuje medio es dado por (8):

$$F = \dot{m}(\beta_d u_d - \beta_\infty u_\infty) \quad (4.51)$$

Tal que la ecuación de balance final $F = F_D$ es:

$$\dot{m}(\beta_d u_d - \beta_\infty u_\infty) = \frac{1}{2} \rho S_w C_d(u_\infty) u_\infty^2 \quad (4.52)$$

Donde $\dot{m} = \rho S_d C u_d = \rho S_\infty u_\infty$ es el flujo de masa de agua a través del propulsor (conservación de la masa). Note que la velocidad u_∞ no es la velocidad de entrada, porque la presión de entrada no es a priori igual a la presión ambiente.

En la ecuación (4.52), β_d (y por lo tanto β_∞) son los coeficientes de momentum, o factor de corrección de momentum de flujo en el propulsor (flujo de salida). Para un perfil de flujo dado u a través de la sección S, este coeficiente es definido por $\beta = \frac{1}{S} \int_S \left[\frac{u}{\bar{u}} \right]^2 d\tau$, donde \bar{u} es el flujo medio. Este factor de corrección es usado para tomar en cuenta el perfil

de velocidades no uniformes cuando integramos la ecuación de momentum. Valores típicos son, $\beta_d = 4/3$ (y respectivamente $\beta_\infty = 6/5$) para un flujo de Poiseville en un ducto cilíndrico (en un plano 2D), y $\beta_d = 1,0$ para un perfil de velocidades uniformes. Por lo tanto, el campo magnético modificaría ligeramente el perfil de velocidades en el propulsor, llevando a diferentes valores de β . Para cuantificar este efecto, uno puede considerar un flujo usual de Hartmann entre dos planos. Esta muestra que el campo magnético hace un flujo más cerrado para un perfil de velocidades uniformes, y así β está más cerca a uno. En cualquier caso, β se mantiene más cerca de 1, podemos considerar $\beta_d \approx \beta_\infty = 1$ es decir para flujos uniformes, cuando comparamos con los resultados experimentales.

Reemplazando (4.46) en (4.52) obtenemos:

$$\frac{S_w C_d (\lambda u_d)}{2S_d} \lambda^2 + \beta_\infty \lambda - \beta_d = 0 \quad (4.53)$$

Ecuación que se ha resuelto numéricamente para $C_d(\lambda u_d)$ arbitrario. Para que los cálculos analíticos sean tratables. Se debe asumir una constante C_d en la ecuación (4.53) da lo que nos lleva a:

$$\lambda = \frac{u_\infty}{u_d} = \frac{S_d}{S_\infty} = \frac{S_d}{S_w C_d} \left[\sqrt{\beta_\infty^2 + \frac{2\beta_d S_w C_d}{S_d}} - \beta_\infty \right] \quad (4.54)$$

La cual relaciona la velocidad de una nave u_∞ , y la velocidad media de flujo de salida del propulsor u_d (en la estructura del propulsor) en el límite $\beta_\infty^2 \ll \frac{2\beta_d S_w C_d}{S_d}$ la ecuación (4.54) muestra que $\lambda \approx \sqrt{\frac{2\beta_d S_d}{S_w C_d}}$. Por otro lado en el límite cuando $\beta_\infty^2 \gg \frac{2\beta_d S_w C_d}{S_d}$, λ tiende a cero (como $\lambda \approx \frac{\beta_d}{\beta_\infty}$ según el siguiente orden)

Para cerrar el sistema, es necesario otra ecuación que relaciona u_∞ con u_d . Usando la ecuación de Navier – Stokes:

$$u \cdot \nabla u = -\nabla p + \nu \nabla^2 u + j \times b, \quad (4.55)$$

Donde ν es la viscosidad cinemática, u es la velocidad del campo, y p la presión, j densidad de corriente y b el campo magnético se puede derivar

una ecuación de Bernoulli generalizada promediada cuando se promedia sobre la sección S_d del propulsor. Esta ecuación equilibra la ganancia de flujo de energía cinética a través del propulsor con el trabajo total promedio de la fuerza de Lorentz y la pérdida principal χ . Esto puede ser expresado como:

$$\frac{IBH \overline{\text{Sen}\theta_2}}{S_d} = \alpha_d \frac{1}{2} \rho u_d^2 - \alpha_\infty \frac{1}{2} \rho u_\infty^2 + \chi \quad (4.56)$$

Donde $\overline{\text{Sen}\theta_2}$ es el seno del ángulo entre j y b en el volumen promedio y los coeficientes de energía α_d (por lo tanto α_∞) o el factor de corrección de energía cinética, del flujo en el propulsor (en relación al flujo de salida). Para un perfil de flujo dado u a través de la sección S , este coeficiente es definido por $\alpha = \frac{1}{S} \int_S \left[\frac{u}{\bar{u}} \right]^3 d\tau$ donde \bar{u} es la velocidad media de flujo. Así como para el factor de corrección del momentum β , α se usa y se toma en cuenta para perfiles de velocidades no uniformes cuando integramos la ecuación del momentum. En la configuración estudiada aquí, α se mantiene cerca de 1 y sería aproximado a uno para el resto del estudio.

La pérdida principal total χ en el propulsor consiste en una pérdida principal lineal Λ_1 correspondiente a la fricción viscosa del fluido sobre las paredes del propulsor, y dos pérdidas principales singulares, Λ_2 y Λ_3 debido al ingreso y salida respectivamente en el propulsor. Por lo que tenemos:

$$\chi = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 \quad (4.57)$$

La pérdida principal lineal, es debida a la velocidad relativa u_d del fluido con respecto a la pared, está dado por la ecuación de Darcy Weisbach :

$$\Lambda_1 = f_D \frac{L_x}{D_h} \cdot \frac{1}{2} \rho u_d^2 \quad (4.58)$$

Donde f_D es el factor de fricción de Darcy, y D_h el diámetro hidráulico del propulsor. Para un tubo, D_h es simplemente el diámetro interno, pero para ductos no circulares D_h es más bien dado por el estimado $D_h = \frac{4A}{P}$ con A el área de la sección transversal del ducto, y P el perímetro de la

sección transversal del ducto. Para un ducto rectangular la fórmula de Huebscher da a una valoración aún más exacta

$$D_h = 1,3 \left[\frac{A^5}{\left(\frac{P}{2}\right)^2} \right]^{\frac{1}{8}} \quad (4.59)$$

La cual difiere de la ecuación $D_h = \frac{4A}{P}$ en un 10 %

Varias expresiones existen en la literatura para estimar el factor de fricción de Darcy f_D , dependiendo del número de Reynolds $R_e = \frac{u_d D_h}{\nu}$. Para $R_e < 2300$, f_D es también estimado por la ley de Hagen-Poiseuille dando $f_D = \frac{64}{R_e}$, mientras Blasius estima $f_D = \frac{0,3164}{R_e^{1/4}}$ es una buena aproximación para $4000 < R_e < 10^5$ en tuberías suaves. Existen muchas otras fórmulas, especialmente para tomar en cuenta la rugosidad de la tubería. En cualquier caso, es importante notar que la velocidad del fluido se requiere para calcular f_D el cual introduce un suplementario no lineal en el sistema. Note también que la disipación, y por lo tanto f_D es modificado por el campo magnético. Por lo tanto el número de Harman H_a esta alrededor de 1 en nuestro experimento, y la dependencia de f_D con el campo magnético puede así ser despreciado en primer orden.

Los excesos de los coeficientes principales o coeficientes principales singulares de pérdida para entrada y salida de tuberías, son usados para estimar las pérdidas principales singulares $\Lambda_2 + \Lambda_3$. Estos valores han sido obtenidos para un fluido en reposo que entra en un tubo, o una salida de tubo en un tanque de fluido en reposo. Para usar estos valores, tenemos que considerar la velocidad media del fluido en el sistema de referencia inercial, donde el fluido que rodea al propulsor está en reposo. En el sistema de referencia inercial, la velocidad media del flujo en el propulsor es $u_d - u_\infty$. Dado que el coeficiente de pérdida principal

singular para un ingreso/ reingreso (tubo sobresaliente en un tanque) es 0,78 y para una salida de tubo es 1, así tenemos

$$\Lambda_2 + \Lambda_3 = \frac{\xi}{2} \rho (u_d - u_{\infty})^2 = \frac{\xi}{2} \rho (1 - \lambda)^2 u_d^2 \quad (4.60)$$

Donde $\xi = 1,78$ es la suma de los coeficientes de pérdidas singulares. Note que la presencia de otras pérdidas principales singulares simplemente modificaría la ecuación (4.60). Aquí nuevamente, ξ es a priori modificado por la presencia de un campo magnético, un efecto que aquí es despreciado debido a los valores moderados del número de Harman H_a alcanzado en este experimento.

Uno puede preguntarse si pudieran haber reducido las pérdidas principales asociada a la entrada y la salida del propulsor usando una geometría diferente en estas zonas. Cuando un fluido sale de un tubo a un cuerpo mucho más grande del mismo fluido, la velocidad se reduce a cero y toda la energía cinética es disipada, así las pérdidas en el sistema son de la velocidad principal, independientemente de la geometría de salida.

Así, los coeficientes de pérdida a la entrada pueden ser muy pequeñas usando una apropiada geometría de perímetro de entrada, el cual da un límite inferior $\xi \geq 1$. Note que el arrastre de la nave puede ser significativamente incrementado por una geometría diferente de entrada reduciendo el interés total de tal modificación. Uno puede preguntarse si la electrólisis puede modificar el flujo o el arrastre de la nave vía la generación de burbujas. Según (13), el diámetro de burbuja promedio es de 1 - 100 μ m y la fracción de volumen de gas es 10^{-4} - 10^{-3} para la electrólisis de agua de mar en condiciones cercanas de nuestro sistema experimental. Según (14), no esperamos ninguna influencia de las burbujas sobre el arrastre así como sobre el flujo que es confirmado por la buena aproximación entre nuestra teoría y nuestros resultados experimentales.

4.6.9. Ecuaciones que gobiernan el propulsor

Como se mostró en la sección anterior, el propulsor dinámico puede ser descrito de la manera siguiente, el voltaje impuesto genera una corriente eléctrica, dado por (12) la ecuación

$$\ln I = \frac{V}{A_0} - \text{Lambert}W\left(\frac{R}{A_0} e^{\frac{V}{A_0}}\right) \quad (4.61)$$

Con LambertW como la función de Lambert, el voltaje $V = U_0 - E_0 - ku_d BH$ donde $V > 0$, $A_0 = 0,30$, $E_0 = 1,23V$.

, el cual genera un flujo gobernado por la ecuación (4.56), induciendo una corriente eléctrica opuesta por un término de retroalimentación en (4.61). Aquí, el campo magnético generado por esta corriente eléctrica inducida es despreciado. La validez de esta aproximación puede ser estimada usando el número de Reynolds magnético $R_m = \frac{udH}{v_m}$ con $v_m = (\sigma\mu)^{-1}$ la difusividad magnética y μ la permeabilidad magnética del fluido. Cuando $R_m \ll 1$, el campo inducido es despreciable comparado con el campo impuesto y las incógnitas corriente I y velocidad u_d que son dadas por las ecuaciones (4.61), (4.53) y (4.56). Así las tres incógnitas λ , u_d y I son gobernadas por:

$$\beta_d = \frac{S_w C_d (\lambda u_d)}{2S_d} \lambda^2 + \beta_\infty \lambda \quad (4.62)$$

$$U_0 = E_0 + A_0 \ln I + RI + ku_d BH \quad (4.63)$$

$$IBH = \kappa [1 + q(u_d)] u_d^2 \quad (4.64)$$

Donde

$$\kappa = \frac{1}{2S \text{sen} \theta_2} \rho S_d [\alpha_d - \lambda^2 \alpha_\infty + \xi (1 - \lambda)^2] \quad (4.65)$$

$$q(u_d) = f_D \frac{\rho S_d L_x}{2\kappa S \text{sen} \theta_2 D_h} \quad (4.66)$$

Permitiendo el cálculo de u_∞ y S_∞ usando la ecuación (4.46). Para un propulsor estático, $u_\infty = 0$ así $\lambda = 0$ y el problema es gobernado solo por las ecuaciones (4.63) y (4.64). Note también que la velocidad de ingreso (y presión) no se incluyen en estas ecuaciones, pero pueden ser

calculados a posteriori usando la conservación del volumen y ecuación de Bernoulli.

Siguiendo (4.56), es de interés estimar como varía la eficiencia eléctrica del propulsor $\eta = \frac{P_m}{P_e}$. Donde $P_m = IBHu_d$ es la potencia mecánica impartida sobre el fluido y $P_e = U_0I$ la potencia eléctrica dada por la fuente. En la literatura se encuentra un factor de carga:

$$K = \frac{U_0 - E_0}{ku_dBH} \quad (4.67)$$

Se introduce a menudo (15), el cual es la razón entre el voltaje efectivo impuesto al fluido y el voltaje inducido por el flujo. Usando el factor de carga K , la eficiencia η puede convenientemente ser escrito como

$$\eta = \frac{BH u_d}{U_0} = \frac{1}{k(K + K_0)} \quad (4.68)$$

Donde $K_0 = \frac{E_0}{ku_dBH}$ es usualmente despreciado en la literatura ($E_0 \ll U_0$).

Puesto que $K > 1$ para un propulsor, una buena eficiencia se da para $K \geq 1$ (16) considerando (12) la más simple ecuación:

$$U_0 = E_0 + RI + ku_dBH \quad (4.69)$$

, K se reduce a $K = 1 + \frac{RI}{(ku_dBH)}$, lo cual da:

$$\eta = \left[k(1 + K_0) + \frac{RI}{u_dBH} \right]^{-1} \quad (4.70)$$

Es decir

$$\eta = \left[k(1 + K_0) + \frac{\kappa[1 + \rho(u_d)]u_d}{B^2} \left(\frac{r_l}{H^2} + \frac{1}{\sigma v} \right) \right]^{-1} \quad (4.71)$$

Con $v = l_x l_z H$ el volumen de agua en el propulsor. Bajo la asunción usual de la literatura ($K_0 = 0, k = 0, \rho = 0, r_l = 0$), la ecuación (4.71) se reduce a

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{\kappa u_d}{\sigma v B^2}} \quad (4.72)$$

La cual muestra que la eficiencia se aproxima a 1 cuando vB^2 se incrementa (15) maximizando η mediante el campo magnético más alto posible en el volumen más grande disponible es actualmente común para las cuatro familias de propulsores MHD.

Por lo tanto, las ecuaciones (4.72) y (4.70) también dan P_e como (6)

$$P_e = [1 - k(1 + K_0)\eta] \frac{U_0^2}{R} \quad (4.73)$$

Mostrando que P_e se aproxima a cero cuando el segundo término de la ecuación (4.71) es minimizado. Así al maximizar la η nos lleva a la desaparición del empuje. Como se señala en (17), más que η , deberíamos optimizar $P_m = \eta P_e$, despreciando K_0 , el valor de η para el cual se maximiza P_m es $\eta = \frac{1}{2k}$, el cual corresponde a un factor de carga de $K = 2$. Con $k = 1$, se esperaría que el 50% de la potencia eléctrica es consumido en calor de Joule.

Considerando velocidades típicas y tamaños de naves comúnmente utilizadas, es interesante estimar como un propulsor MHD puede competir con un método de propulsión usual. Puesto que la eficiencia se incrementa con B , ecuación (4.72), uno puede determinar el campo magnético típico requerido para obtener una eficiencia aceptable para estas naves. Usando la longitud típica de una nave L y velocidad u_d la ecuación (4.72) da:

$$B = \sqrt{\frac{\eta \rho}{1-\eta} \frac{\rho}{2\sigma\tau}} \quad (4.74)$$

Con $\kappa \sim \frac{\rho L^2}{2}$, $v \sim L^3$ y donde $\tau = \frac{L}{u_d}$ es el tiempo típico correspondiente al tiempo requerido para mover la nave una distancia igual a su longitud. Note que el campo requerido por la ecuación (4.74) depende solo de la escala del tiempo típico, y no de la longitud de la nave. Considerando una nave de longitud $L = 10,0$ m viajando en agua de mar donde $\rho = 10^3 \text{ Kg/m}^3$ y $\sigma = 5,0 \text{ Sm}^{-1}$, a una velocidad $u_d = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, con un tiempo típico de $\tau = 1,0\text{s}$, la ecuación (4.74) da un campo magnético $B = 10$ T, por lo tanto un propulsor MHD común no puede competir con un método de propulsión común. Por el contrario, una intensidad de campo magnético máximo esta típicamente entre 0,1 -1,0 T, usando los mismos

valores típicos en la ecuación (4.72) mostramos que podemos esperar una eficiencia de $\eta \approx 0,01 - 1,0\%$.

4.6.10. Solución analítica para el propulsor

Las ecuaciones (4.62) – (4.66) pueden ser solucionadas numéricamente pero soluciones analíticas son mucho más difíciles de obtener. Para hacer progresos analíticos, se considera la ecuación eléctrica simplificada (4.69), el factor de fricción de Darcy se supone igual a $f_D = \frac{64}{Re}$, el cual corresponde a flujo laminar en el propulsor ($Re < 2300$), y C_d se asume que es una constante. Esta última hipótesis nos permite solucionar la ecuación (4.62), resolviendo la ecuación (4.64) para λ . Note también que esta última hipótesis no es necesaria para obtener una solución analítica para el propulsor estático puesto que la ecuación (4.61) es irrelevante en este caso particular. Conforme se muestra en el Anexo 10.1, una solución analítica del sistema de ecuaciones (4.46)-(4.64) pueden obtenerse bajo estas asunciones.

Basados en los argumentos de orden de magnitud, se pueden obtener resultados sobre las diferentes soluciones. Así por ejemplo, K siendo adimensional implica que un campo típico $B_{tip} = \frac{(U_0 - E_0)}{ku_d H}$ existe para el propulsor. Asumiendo un balance entre $U_0 - E_0$ y los otros términos de la ecuación (4.69) da $I \sim \frac{(U_0 - E_0)}{R}$ y entonces $U_0 - E_0 \sim \frac{ku_d^3 \kappa R}{U_0 - E_0}$, permitiendo la evaluación de la velocidad típica de flujo u_d en el propulsor. Puesto que $K > 1$ da un propulsor y $K < 1$ un generador eléctrico, por esto se espera que las soluciones cambien para $K \sim 1$ es decir cuando $B \sim B_{tip}$

$$\text{con } B_{tip} = \frac{\left[\frac{(U_0 - E_0) \kappa R}{k^2} \right]^{1/3}}{H}$$

Por ejemplo, cuando $B \ll B_{tip}$ las soluciones pueden ser reducidas a (para $f_D = 0$)

$$I_{B \rightarrow 0} = \frac{U_0 - E_0}{R} \quad (4.30)$$

$$u_{d,B \rightarrow 0} = \sqrt{\frac{(U_0 - E_0)BH}{\kappa R}} \quad (4.31)$$

Mostrando que u_d se incrementa con B. Este límite corresponde a el límite entre el voltaje ku_dBH inducido por el flujo es despreciable comparado con $(U_0 - E_0)$. La solución analítica también muestra que u_d decrece con B para $B \gg B_{tip}$, lo cual muestra que la existencia de un campo optimo B_{opt} para u_d (el cual es así limitado cuando B es variable). Este optimo es actualmente obtenido cuando $K=2$, con el campo óptimo $B_{opt} = 2^{-1/3}B_{tip} \approx B_{tip}$ el cual sería esperado. Este optimo es el mismo como se obtuvo en la sección anterior para P_m , y la eficiencia $\eta = \frac{1}{2k}$ es recuperado para $E_0 = 0$.

Como se muestra en el Anexo 10.1, la solución analítica también predice que la eficiencia es maximizada para un cierto voltaje U_0 . Buscando B y U_0 los cuales simultáneamente maximizan u_d y η respectivamente, obtenemos $U_0 = 3E_0$ y $B = \frac{[E_0 \kappa R]^{1/3}}{H}$ con una eficiencia de $\eta = \frac{1}{3k}$.

V. MATERIALES Y METODOS

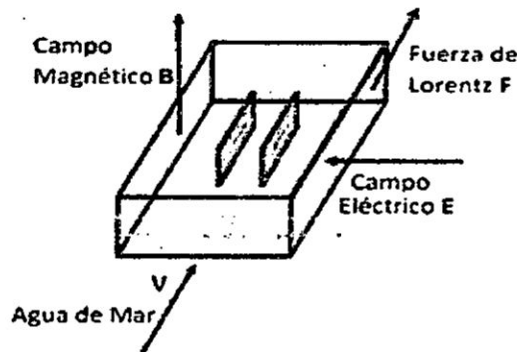
En la construcción del sistema de propulsión magnetohidrodinámica necesitamos elaborar dispositivos electromecánicos, magnetostáticos así como hidráulicos. Para la determinación del empuje del sistema magnetohidrodinámico vamos a instalar y poner en funcionamiento los dispositivos mencionados para registrar a través de un video el movimiento del fluido utilizando partículas en movimiento registrados en una cámara digital, que describimos a continuación con mayor detalle.

5.1. Materiales.

Sistema electrohidráulico: Este sistema está constituido por dos partes que han sido construido con las características y materiales que a continuación se detalla.

- a) **Bandeja hidráulica:** Constituido por una bandeja de acrílico con dimensiones 10,0 cm de ancho por 30,0 cm de largo y 5,00 cm de altura, esta bandeja alojara el agua de mar para que se produzca la interacción magnetohidrodinámica que tiene como efecto el movimiento del fluido en este caso agua de mar con dirección perpendicular al plano formado por los campos eléctrico E y magnético B . La bandeja cuenta con un sumidero con llave de paso para producir el desagüe de la masa de agua ya tratada.
- b) **Placas conductoras:** Son dos placas de acero inoxidable desmagnetizados AISI 304 fijas a la bandeja hidráulica a través de cuatro soportes con dimensiones de 4,00cm de altura , 11,0 cm de largo y 3mm de espesor, la separación entre placa y placa es de 4,00 cm, tiene conexiones para salida de cable eléctrico a través de los cuales se conectara a una fuente de voltaje de corriente continua, se eligió este material porque de ella se desprenden rápidamente los electrones de su superficie, estas placas conectadas a una diferencia de potencial generan un campo eléctrico estable al interior de ellas

Figura 5.1. Bandeja hidráulica donde se aprecia como estarán dispuestas las placas conductoras y la orientación de los campos que van a interactuar con el agua de mar.



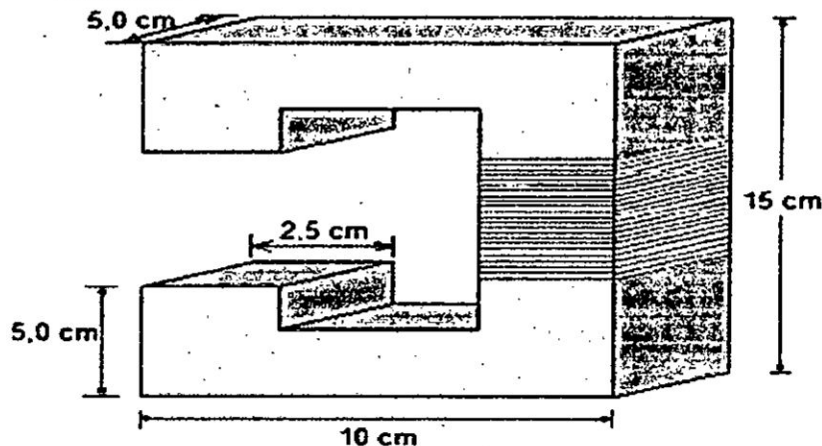
Fuente: Elaborado por el autor

- c) que permitió el movimiento de los iones que tiene el agua de mar debido a la fuerza eléctrica que se aplica a cada una de ellas.

Sistema magnetostático: Constituido por un electroimán y las fuentes de alimentación de corriente continua

- a) **Electroimán:** Construido con núcleo de hierro laminado en forma de C conforme se muestra en la figura 4.2; de 15,0 cm de alto, 12,5 cm de ancho y 5,00 cm de espesor que tiene un embobinado de 1200 vueltas de alambre de cobre de 1 mm de diámetro este elemento sirve como fuente de campo magnético que interaccionara con los iones en movimiento para así producir la fuerza de Lorentz que mueve al fluido y genera el flujo de empuje para el sistema magnetohidrodinámico.

Figura 5.2. Electroimán en forma de C, utilizada como fuente de campo magnético.



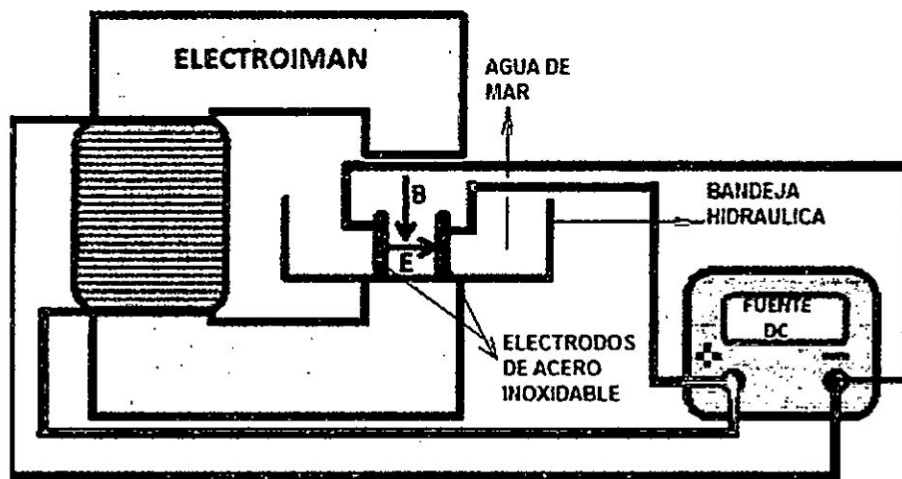
Fuente: Elaborado por estudiantes FIME-UNAC.

b) Fuente de alimentación eléctrica:

Se trabajó con dos fuentes de voltaje continuo que regulan intensidad de corriente y voltaje de 0 a 30 voltios y otra fuente construida que consta de un transformador reductor de 220 voltios a una salida con toma central de 24,0 Voltios y 48,0 voltios y un circuito rectificador de onda completa y un filtro para obtener una salida de corriente continua.

La conexión eléctrica para los sistemas descritos que conformaran el sistema de propulsión MHD lo mostramos en la figura 5.3 con un esquema con una vista frontal de los equipos construidos para la determinación del empuje de este sistema de propulsión donde mostramos la dirección de los campos eléctricos y magnéticos así como el nivel del agua de mar que es la sustancia de trabajo.

Figura 5.3: Conexión eléctrica del Sistema de propulsión Magnetohidrodinámico.



Fuente: Elaborado por el autor.

Sistema de registro de video: Compuesto de un soporte universal, una pinza de sujeción y una cámara digital de alta definición de celular LG que permitió el registro del movimiento de partículas suspendidas (hojas secas

de té o pedazos diminutos de tecnopor) las cuales al flotar y adquirir carga se movían junto con el fluido y nos sirvieron como referencias para la determinación de la velocidad del fluido con ayuda de un software de procesamiento de videos.

5.2. **Metodos.**

5.2.1. **Determinación del campo magnético.**

El campo magnético B del electroimán en el prototipo construido lo determinamos directamente haciendo uso de un sensor de campo magnético previamente calibrado en Teslas, con ayuda de una interface y el software Data Studio, este sensor será colocado entre los dos terminales del núcleo de hierro en forma de C del electroimán, previamente a alimentado con la fuente de voltaje de corriente continua.

5.2.2. **Determinación del campo Eléctrico.**

El campo eléctrico E lo determinamos indirectamente haciendo uso de la ecuación:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \quad (5.1)$$

Donde la diferencia de potencial ΔV es el suministrado por la fuente de voltaje de corriente continua y medida con un voltímetro, d representa la separación en metros entre las placas conductoras de acero inoxidable, obteniendo el resultado del campo eléctrico E en V/m

5.2.3. **Determinación del empuje**

La obtención del empuje lo hacemos indirectamente, a través de la determinación experimental de la velocidad del fluido considerando esta con movimiento constante.

Utilizamos para esto el software Vernier que permite procesar los videos en formato mov. Al registrar el video con ayuda de una cámara digital

establecemos una escala apropiada de un objeto en la imagen congelada del sistema propulsor para nuestro caso fue la longitud de la placa conductora, luego insertamos un origen de coordenadas y comenzamos a pasar el video cuadro por cuadro marcando las partículas de referencia conforme transcurre el tiempo en el registro de video y el software nos presenta los datos de posición en función del tiempo y a través de un ajuste de curva lineal obtenemos la velocidad del fluido.

Esta velocidad nos permite determinar el flujo másico \dot{m} en kg/s producido por la fuerza de Lorentz midiendo la sección transversal S en metros cuadrados por donde pasa el flujo de agua salada utilizando la siguiente expresión:

$$\dot{m} = \rho u_d S \quad (5.2)$$

Por lo que finalmente determinamos el empuje F producido en Newton utilizando la siguiente expresión (12):

$$F = \dot{m}(\beta_d u_d - \beta_\infty u_\infty) \quad (5.3)$$

Para nuestro caso $\beta_d = 1$ por considerar flujo constante, u_d es la velocidad del fluido al interior del propulsor la cual vamos a determinar y $u_\infty = 0$ es la velocidad del sistema propulsor que en este caso está en condiciones estáticas. Quedando la ecuación (5.3) como:

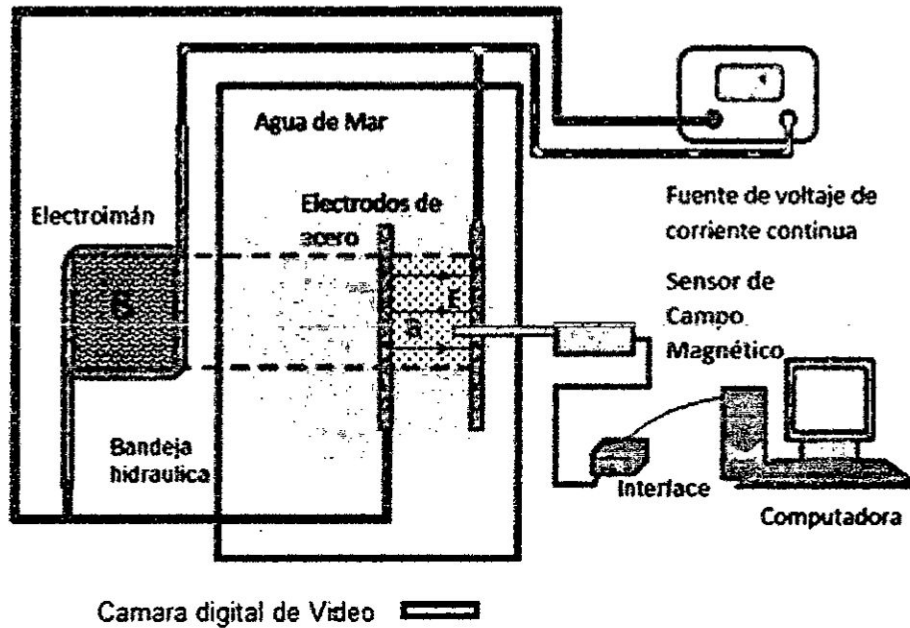
$$F = \dot{m} u_d \quad (5.4)$$

5.3. Proceso experimental de recolección de datos.

En la figura 5.4 mostramos la configuración experimental utilizada para la determinación del empuje generado por el sistema de propulsión magnetohidrodinámico trabajando en condiciones estáticas, conformada por el sistema electrohidráulico de la fuente hidráulica y las placas conductoras de acero inoxidable no magnéticas y el sistema magnetostático ambas alimentadas con intensidad de corriente continua, el sistema computarizado Pasco conformado por el sensor de campo magnético, interface, PC además de una cámara digital para la

determinación de la velocidad del flujo considerado constante utilizando procesamiento de video facilitado con el software de laboratorio de Física Vernier que con la ayuda de esta la determinamos el empuje producido por el sistema de propulsión magnetohidrodinámico propuesto en el presente trabajo.

Figura 5.4: Esquema experimental para la determinación del empuje magnetohidrodinámico.



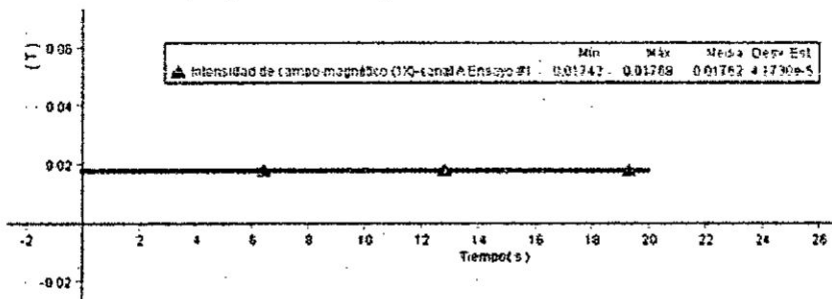
Fuente: Elaborado por el autor.

VI. RESULTADOS

6.1. Del electroimán y el campo magnético.

Activamos el electroimán en forma de C con núcleo de hierro laminado con una intensidad de corriente eléctrica de 3,50 A y un voltaje de 17,5 Voltios suministrada por una fuente regulable de 0-30 V C.C; el campo magnético lo obtuvimos utilizando un sensor de campo magnético graduado en Teslas con ayuda del sistema computarizado data Studio el cual nos arrojó un campo magnético de 17,6 mT con una desviación estándar de $4,17 \times 10^{-5}$ conforme se muestra en la figura 6.1

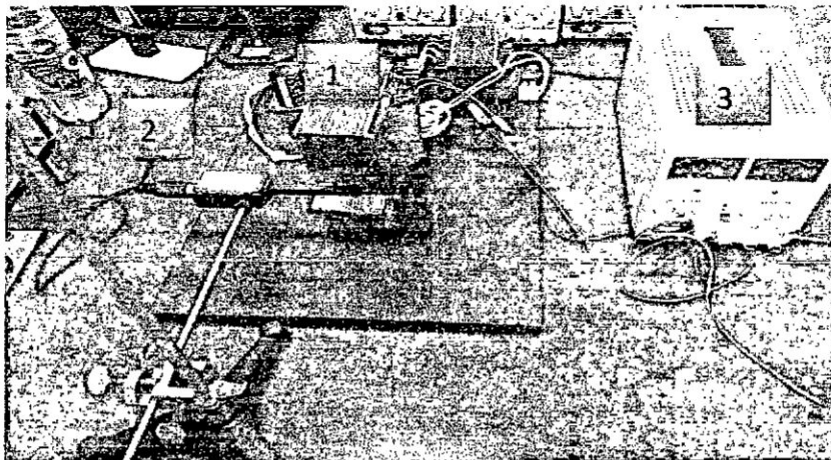
Figura 6.1. Datos experimentales del campo magnético proporcionado por el electroimán en forma de C.



Fuente: Elaborado por el autor

La disposición del equipo experimental lo mostramos en la figura 6.2.

Figura 6.1. Esquema experimental para la determinación del campo magnético del electroimán en forma de C donde apreciamos: (1) Electroimán, (2) Sensor de campo Magnético y (3) fuente regulable de corriente continua.



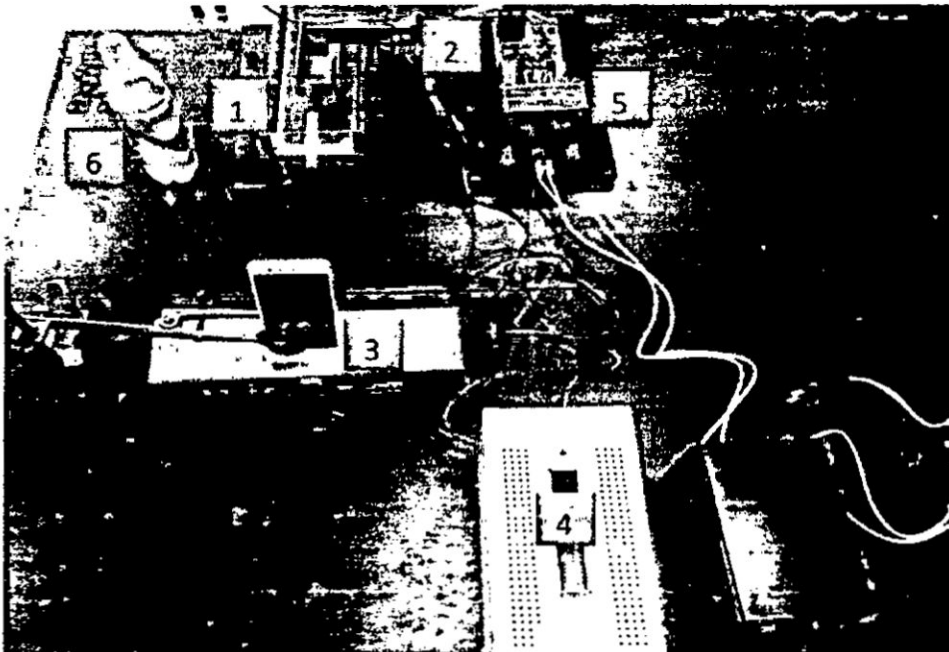
Fuente: Elaborado por el autor

6.2. De la determinación de la velocidad del flujo de fluido

En la figura 6.3 mostramos la disposición de los equipos experimentales para la determinación de la velocidad del flujo de fluido utilizando como sustancia de trabajo el agua de mar a través del procesamiento de video.

Conectados los sistemas como muestra la figura 6.3 llenamos la bandeja hidráulica con agua de mar; (obtenida de la playa la Punta en el Callao) hasta una altura de 2,50 cm, luego simultáneamente encendimos la fuente de voltaje de alimentación de campo magnético, la fuente de alimentación de las placas conductoras inicialmente a un voltaje de 5,0 V y encendimos la cámara de video digital grabando por un lapso de tiempo de 20 segundos. Repetimos esta secuencia para voltajes de 10, 15, 20, 25, 30 y 48 Voltios aplicadas a las placas conductoras.

Figura 6.3 Disposición del equipo experimental para la determinación de la velocidad de flujo de fluido (1) Bandeja hidráulica, (2) Electroimán, (3) Cámara de video digital, (4) Fuente de voltaje DC 0-30 V para el electroimán, (5) Fuente de Voltaje para las placas conductoras, (6) Agua de mar.

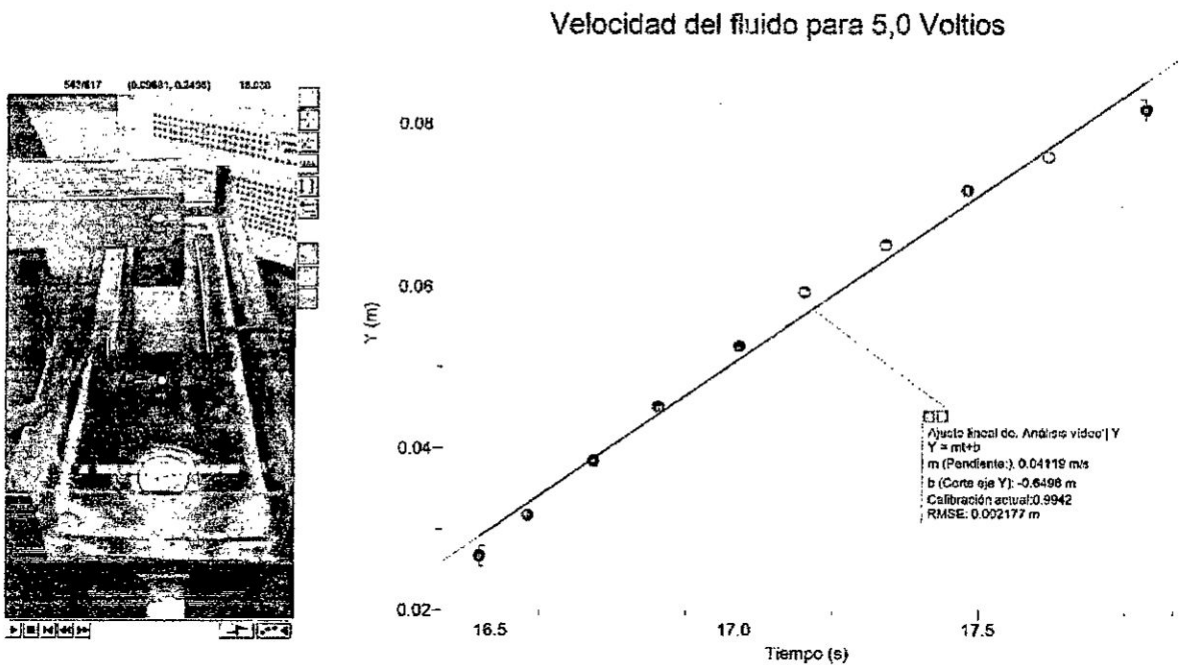


Fuente: Elaborado por el autor

Obteniendo los resultados que a continuación detallamos:

Para una diferencia de potencial entre las placas conductoras de acero inoxidable no magnético de 5,0 Voltios con un campo magnético constante de 16,7 mT producido por el electroimán. Obtuvimos:

Figura 6.4. Grafica de registro de la posición y en función del tiempo en la figura de la izquierda utilizando el procesamiento de video para determinar la velocidad constante del flujo de fluido teniendo como diferencia de potencial entre las placas 5,0 Voltios y en la figura derecha el ajuste lineal para obtener la velocidad.



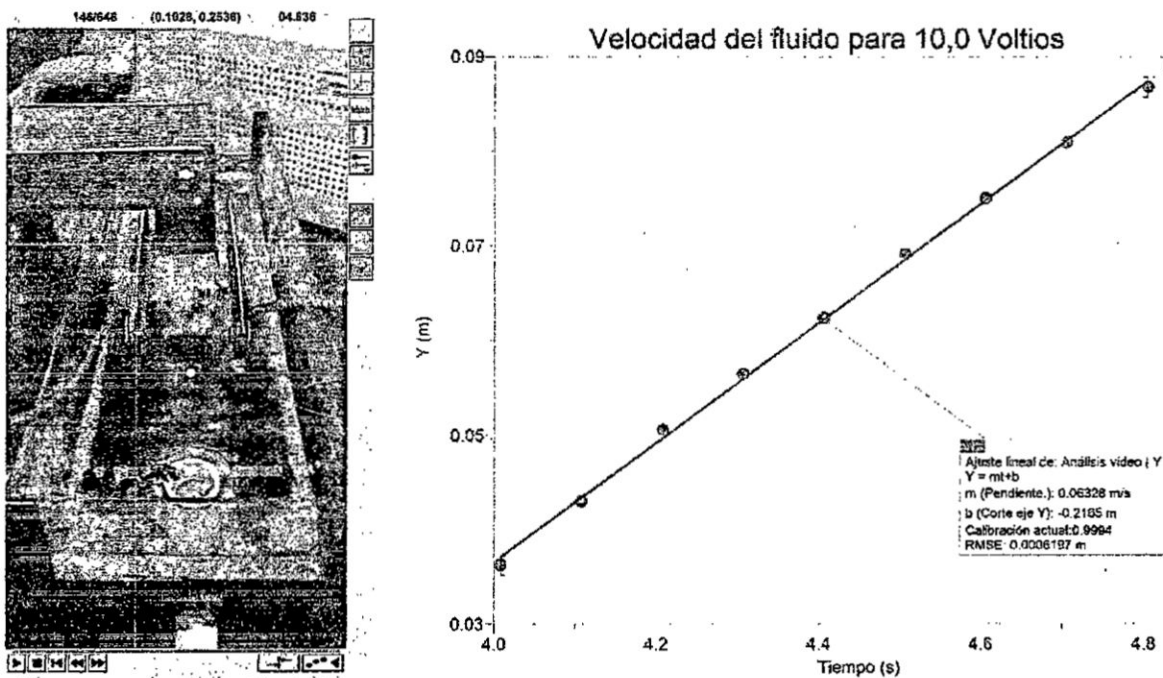
Fuente: Elaborado por el autor

Donde de la gráfica observamos que la velocidad de flujo de fluido es de 0,0412 m/s, considerando la densidad del agua de mar $\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$ la superficie transversal del propulsor $S = 6,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ por lo que obtenemos un empuje dado por:

$$F = \dot{m}u_d = \rho S u_d^2 = 1,09 \text{ (mN)}$$

Para una diferencia de potencial entre las placas conductoras de acero inoxidable no magnético de 10 Voltios con un campo magnético constante de 16,7 mT producido por el electroimán. Obtuvimos:

Figura 6.5. Grafica de registro de la posición y en función del tiempo en la figura de la izquierda utilizando el procesamiento de video para determinar la velocidad constante del flujo de fluido teniendo como diferencia de potencial entre las placas 10 Voltios y en la figura derecha el ajuste lineal para obtener la velocidad.



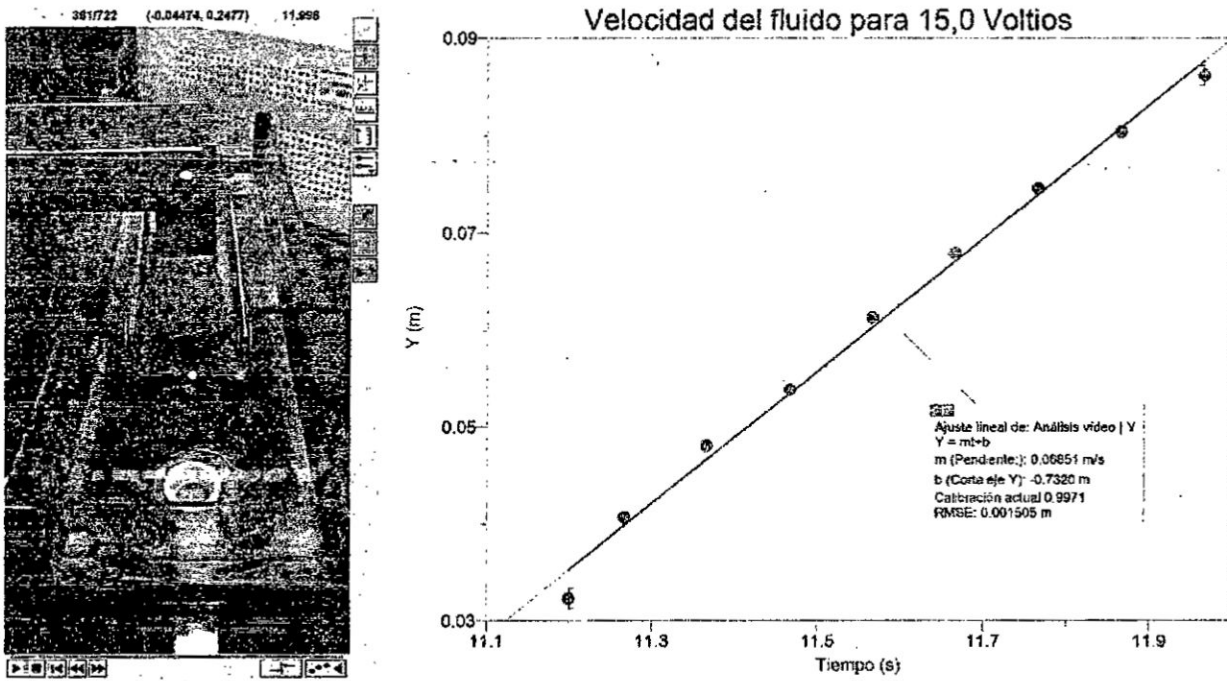
Fuente: Elaborado por el autor

Donde de la gráfica observamos que la velocidad de flujo de fluido es de 0,0633 m/s, considerando la densidad del agua de mar $\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$ la superficie transversal del propulsor $S = 6,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ por lo que obtenemos un empuje dado por:

$$F = \dot{m}u_d = \rho S u_d^2 = 2,57 \text{ (mN)}$$

Para una diferencia de potencial entre las placas conductoras de acero inoxidable no magnético de 15 Voltios con un campo magnético constante de 16,7 mT producido por el electroimán. Obtuvimos:

Figura 6.6. Grafica de registro de la posición y en función del tiempo en la figura de la izquierda utilizando el procesamiento de video para determinar la velocidad constante del flujo de fluido teniendo como diferencia de potencial entre las placas 15 Voltios y en la figura derecha el ajuste lineal para obtener la velocidad.



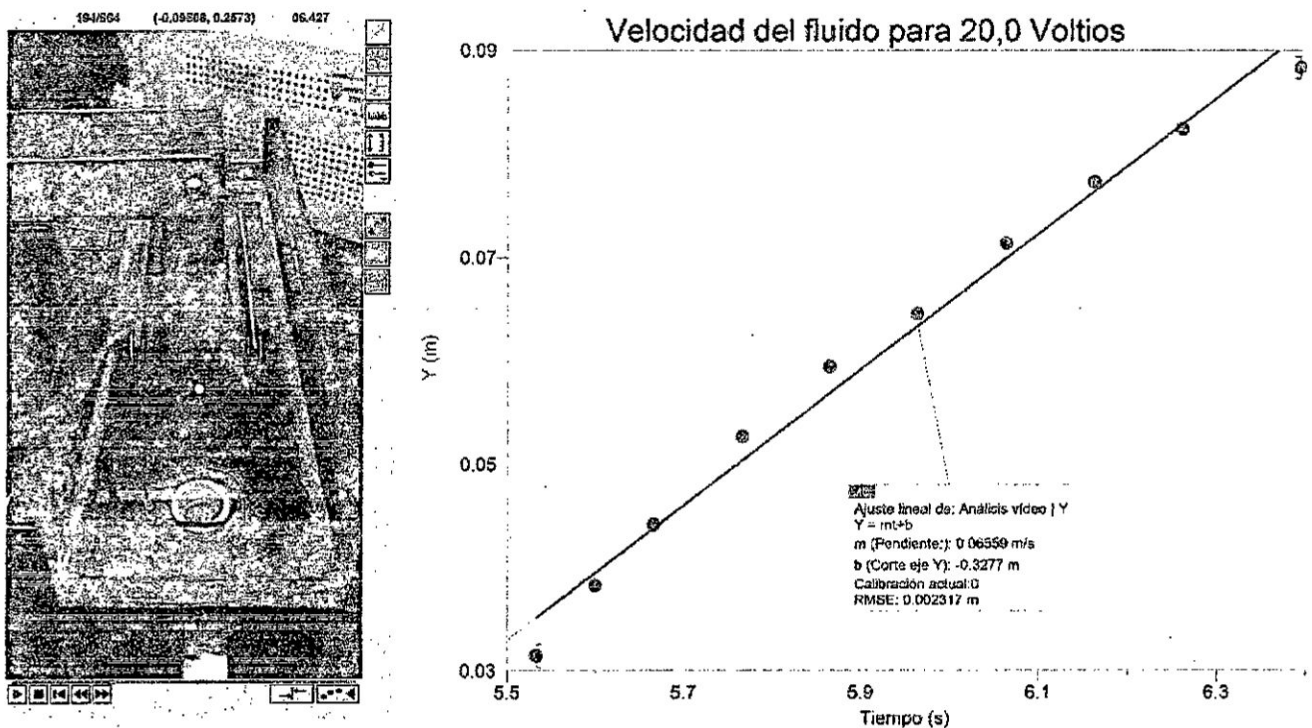
Fuente: Elaborado por el autor

Donde de la gráfica observamos que la velocidad de flujo de fluido es de 0,0685 m/s, considerando la densidad del agua de mar $\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$ la superficie transversal del propulsor $S = 6,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ por lo que obtenemos un empuje dado por:

$$F = \dot{m}u_d = \rho S u_d^2 = 3,01 \text{ (mN)}$$

Para una diferencia de potencial entre las placas conductoras de acero inoxidable no magnético de 20 Voltios con un campo magnético constante de 16,7 mT producido por el electroimán. Obtuvimos:

Figura 6.7. Grafica de registro de la posición y en función del tiempo en la figura de la izquierda utilizando el procesamiento de video para determinar la velocidad constante del flujo de fluido teniendo como diferencia de potencial entre las placas 20 Voltios y en la figura derecha el ajuste lineal para obtener la velocidad.



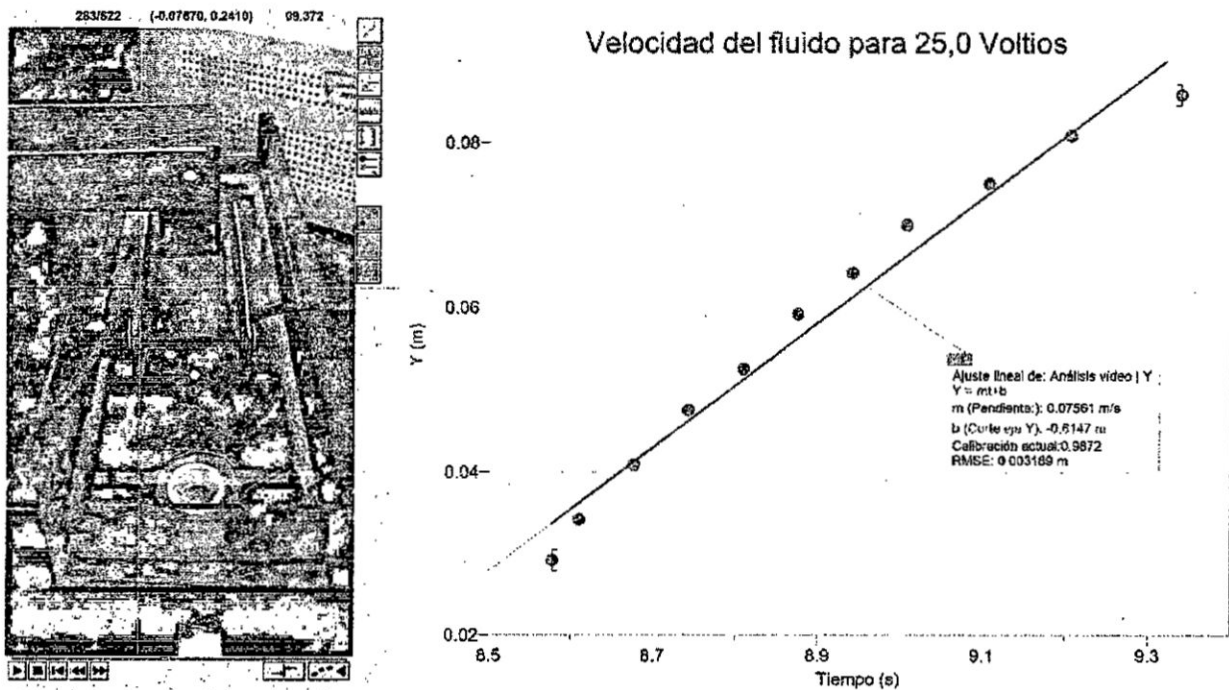
Fuente: Elaborado por el autor

Donde de la gráfica observamos que la velocidad de flujo de fluido es de 0,0656 m/s, considerando la densidad del agua de mar $\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$ la superficie transversal del propulsor $S = 6,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ por lo que obtenemos un empuje dado por:

$$F = \dot{m}u_a = \rho S u_a^2 = 2,76 \text{ (mN)}$$

Para una diferencia de potencial entre las placas conductoras de acero inoxidable no magnético de 25 Voltios con un campo magnético constante de 16,7 mT producido por el electroimán. Obtuvimos:

Figura 6.8. Grafica de registro de la posición y en función del tiempo en la figura de la izquierda utilizando el procesamiento de video para determinar la velocidad constante del flujo de fluido teniendo como diferencia de potencial entre las placas 25 Voltios y en la figura derecha el ajuste lineal para obtener la velocidad.



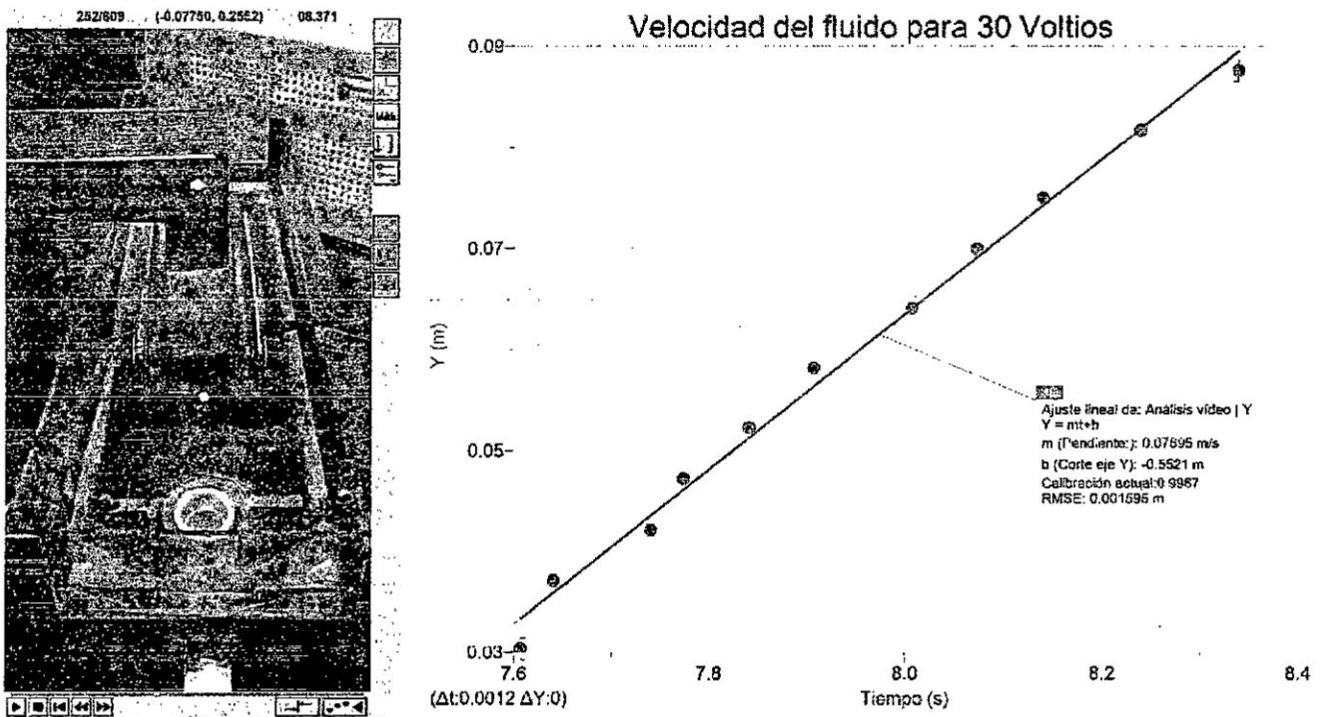
Fuente: Elaborado por el autor

Donde de la gráfica observamos que la velocidad de flujo de fluido es de 0,0756 m/s, considerando la densidad del agua de mar $\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$ la superficie transversal del propulsor $S = 6,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ por lo que obtenemos un empuje dado por:

$$F = \dot{m}u_d = \rho S u_d^2 = 3,67 \text{ (mN)}$$

Para una diferencia de potencial entre las placas conductoras de acero inoxidable no magnético de 30 Voltios con un campo magnético constante de 16,7 mT producido por el electroimán. Obtuvimos:

Figura 6.9. Grafica de registro de la posición y en función del tiempo en la figura de la izquierda utilizando el procesamiento de video para determinar la velocidad constante del flujo de fluido teniendo como diferencia de potencial entre las placas 30 Voltios y en la figura derecha el ajuste lineal para obtener la velocidad.



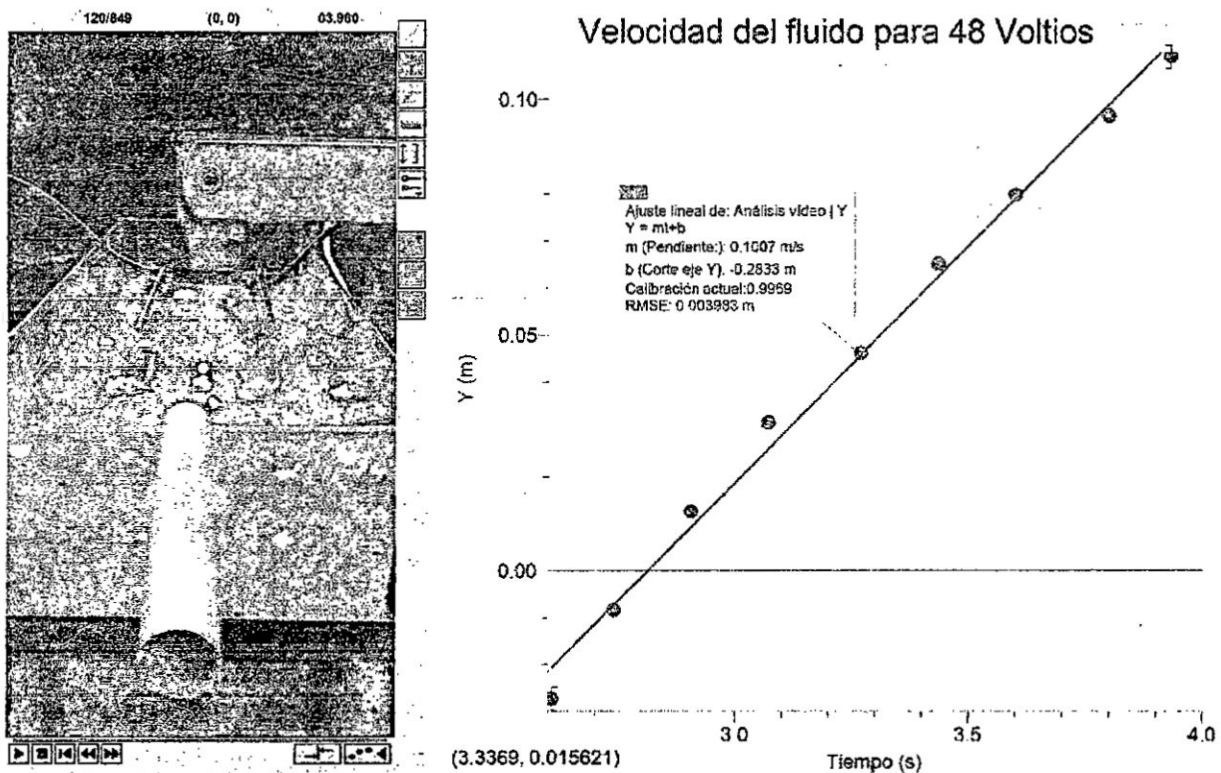
Fuente: Elaborado por el autor

Donde de la gráfica observamos que la velocidad de flujo de fluido es de 0,0770 m/s, considerando la densidad del agua de mar $\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$ la superficie transversal del propulsor $S = 6,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ por lo que obtenemos un empuje dado por:

$$F = \dot{m}u_d = \rho S u_d^2 = 3,81 \text{ (mN)}$$

Para una diferencia de potencial entre las placas conductoras de acero inoxidable no magnético de 48 Voltios con un campo magnético constante de 16,7 mT producido por el electroimán. Obtuvimos

Figura 6.10. Grafica de registro de la posición y en función del tiempo en la figura de la izquierda utilizando el procesamiento de video para determinar la velocidad constante del flujo de fluido teniendo como diferencia de potencial entre las placas 48 Voltios y en la figura derecha el ajuste lineal para obtener la velocidad.



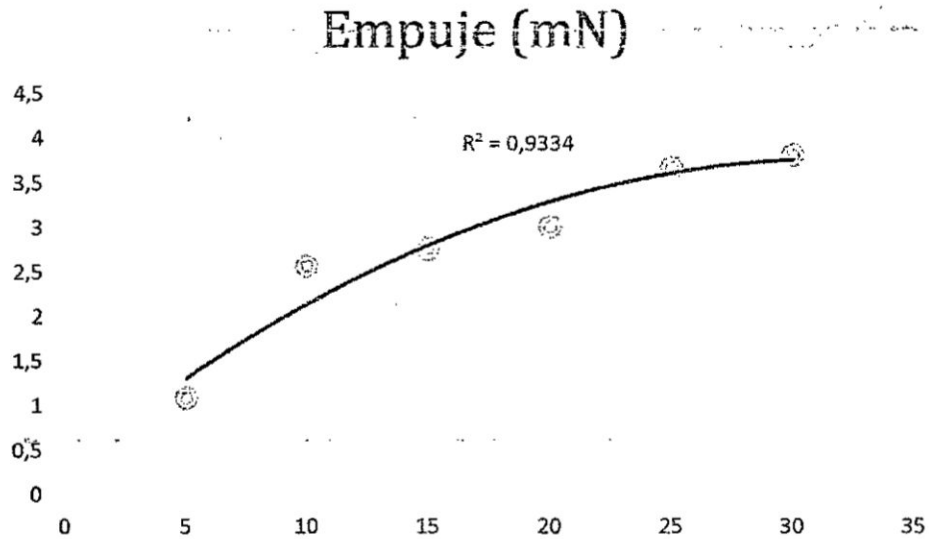
Fuente: Elaborado por el autor

Donde de la gráfica observamos que la velocidad de flujo de fluido es de 0,101 m/s, considerando la densidad del agua de mar $\rho = 1027 \text{ kg/m}^3$ la superficie transversal del propulsor $S = 6,25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ por lo que obtenemos un empuje dado por:

$$F = \rho u_d^2 S = 6.55 \text{ (mN)}$$

Estos resultados lo podemos resumir presentando una gráfica de fuerza de empuje en función del voltaje para un campo magnético constante de 17,6 mT.

Figura 6.11. Gráfico de relación del voltaje aplicado a las placas y el empuje generado por el propulsor en condiciones



Fuente: Elaborado por el autor

Vemos en la figura 6.11 que la dependencia entre el voltaje y el empuje obtenido obedece a una relación cuadrática que se eligió este ajuste por presentar un mayor valor de R^2 con respecto a la tendencia lineal.

VII. DISCUSIÓN

El sistema de propulsión magnetohidrodinámica construido nos muestra con claridad la interacción del agua de mar con la fuerza de Lorentz produciendo el movimiento del flujo de fluido, este movimiento del fluido lo cuantificamos determinando experimentalmente la velocidad a través de la grabación de un video el cual lo analizamos utilizando un software adecuado y obtenemos la velocidad.

Las placas de acero utilizadas en este sistema propulsor trabajaron satisfactoriamente y constituyen un elemento esencial para la generación del campo eléctrico que pondrá en movimiento los iones de agua de mar por hidrólisis que al interactuar con el campo magnético genera el movimiento del flujo de fluido.

La fuente de campo magnético limita la obtención de campos más intensos por la histéresis que presentan las placas de acero laminado en estos, trabajar con materiales superconductores sería ideal pero por los costos y poca o ninguna disponibilidad en el mercado nacional es por ahora irrealizable, la propuesta factible sería de trabajar con imanes permanentes como los de Neodimio que en la práctica producen campos magnéticos más intensos.

Bajo condiciones ideales que es una buena aproximación al fenómeno estudiado podemos determinar el empuje, este parámetro nos ayuda a cuantificar la fuerza útil que disponemos para producir el movimiento de modelos de naves en agua de mar.

Los resultados obtenidos nos alientan a plantear y trabajar ya en modelos de naves marinas como barcos o submarinos con propulsión magnetohidrodinámica que es una alternativa a los sistemas de propulsión convencionales.

La magnetohidrodinámica es una parte central de la física que gobierna muchas observaciones astrofísicas o geofísicas tales como flujos de capas estelares, en los núcleos líquidos de planetas, fenómenos que no

se observan directamente en la vida diaria, por lo que este trabajo contribuye humildemente con la familiarización y asimilación de estos fenómenos.

Podemos concluir finalmente en relación a este trabajo experimental que:

- Se construyó un sistema propulsor magnetohidrodinámico que muestra el trabajo que realiza la fuerza de Lorentz sobre el fluido conductor como el agua de mar.
- Se determinó la propulsión generada por el propulsor MHD a través de la determinación experimental de la velocidad del flujo de fluido a través del análisis de video, donde obtuvimos empujes desde 1,09 hasta 6,55 mN

VIII. REFERENCIALES

1. *Mixed Convection of Newtonian fluid between vertical parallel plates channel with MHD effect and variation in Brinkman number.* Rasul Alizadeh, Alireza Darvish Bahambari, Komeil Rahmdel. Quchan : Faculty of Engineering - Hunedoara, University POLITEHNICA Timisoara, 2014. Vol. VII, págs. 103-108. 2067 – 3809.
2. *Analytical and numerical study of validation test-cases for multi-physic problems: application to magneto-hydro-dynamic.* Sigrist, David Cébron and Jean-François. 9, Montagne : s.n., 2009, Int. Jnl. of Multiphysics, Vol. 3, págs. 81-99.
3. *Characteristics of a MHD power generator using a low-melting-point Gallium alloy.* Iwamoto, Xiao-Dong Niu · Hiroshi Yamaguchi · Xiao-Jiang Ye · Yuhiro. 96, Berlin : Springer-Verlag, 2012, Electric Engineering, págs. 37-43.
4. *Electromagnetic propulsion for cargo submarines.* S, Way. 2, 1968, Vol. 2, págs. 49-57.
5. *Magnetohydrodynamics submarine propulsion system.* Swallow DW, Sadovnik I, Gibbs JS, Guroi H, Nguyen LV, Van Den B, et al. 3, 1991, Naval Engineers Journal, Vol. 103, págs. 141-157.
6. *Studies of helical magnetohydrodynamic seawater flow in fields up to twelve teslas.* Lin TF, Gilbert JB. 6, 1995, Journal of Propulsion and Power, Vol. 11, págs. 1349-1355.
7. *The prospects for magnetohydrodynamic ship propulsion.* OM, Phillips. 1962, Journal of Ship Research, Vol. 43, págs. 43-51.
8. *Motion of a sphere in an infinite conductive fluid, produced by a variable magnetic dipole located within the sphere.* Khonichev VI, Yakovlev VI. 6, 1978, Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, Vol. 19.
9. *Fundamental studies of superconducting electromagnetic ship thruster driven by the alternating magnetic field.* Saji Y, Iwata A, Sato M. 7, 1988, Review of Kobe University of Mercantile Marine, Part II, Vol. 36.
10. *Propulsion magnetohydrodynamique en eau de mer.* D, Convert. 1995.
11. *R., Vidal Josep. Estudio sobre sistemas de propulsión naval no convencionales: Perspectivas y aplicaciones náuticas basadas en magnetohidrodinámica y electrohidrodinámica.* Universidad Politecnica de Cartagena. Cartagena : s.n.
12. *Experimental and theoretical study of magnetohydrodynamic ship models.* David Cebron, Sylvain Viroulet, Jeremie Vidal, Jean-Paul Masson, Philippe Viroulet. [ed.] Massachusetts Institute of Technology Ming Dao. Qimper : s.n., 30 de June de 2017, Journal, pone.

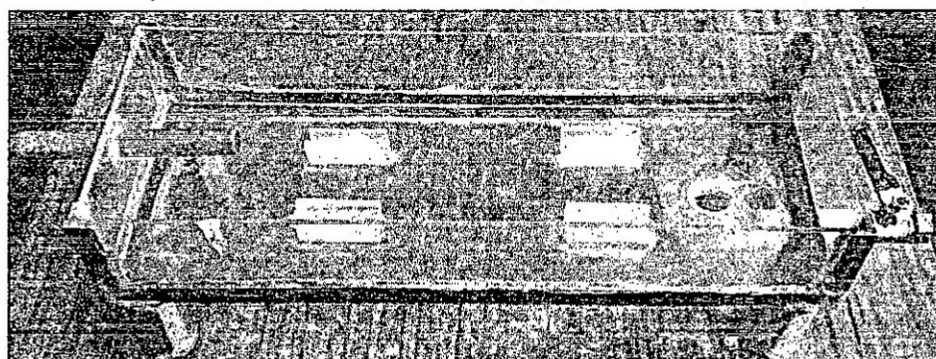
13. *Experimental analysis of couplings between electrolysis and hydrodynamics in the context of MHD in seawater.* **Boissonneau P, Thibault J.** 18, 1999, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 32, pág. 2387.
14. *Drag reduction in bubbly Taylor-Couette.* **Detlef, Van den Berg Thomas H and Luther Stefan and Lathrop Daniel P and Lohse.** 4, 2005, *Physical review letters*, Vol. 94. 044501.
15. **Weier T, Shatrov V, Gerbeth G.** *Flow control and propulsion in poor conductors. In: Magnetohydrodynamics.* s.l. : Springer, 2007. págs. 295-312.
16. *Magnetohydrodynamics propulsion: a global approach of an inner DC thruster. Energy conversion and management.* **P, Boissonneau.** 17, 1999, Vol. 40, págs. 1783-1802.
17. *Analyses of magnetohydrodynamic propulsion with seawater for underwater vehicles.* **Lin TF, Gilbert JB, Roy GD.** 6, 1991, Vol. 7, págs. 1081-1083.
19. *Shallow-water flows past slender bodies.* **E., Tuck.** 01, 1966, *Journal of fluid mechanics*, Vol. 26, págs. 81-85.

IX. APÉNDICES

Tabla 9.1. Valores de voltaje entre las placas conductoras y el empuje obtenido por el movimiento del flujo de fluido

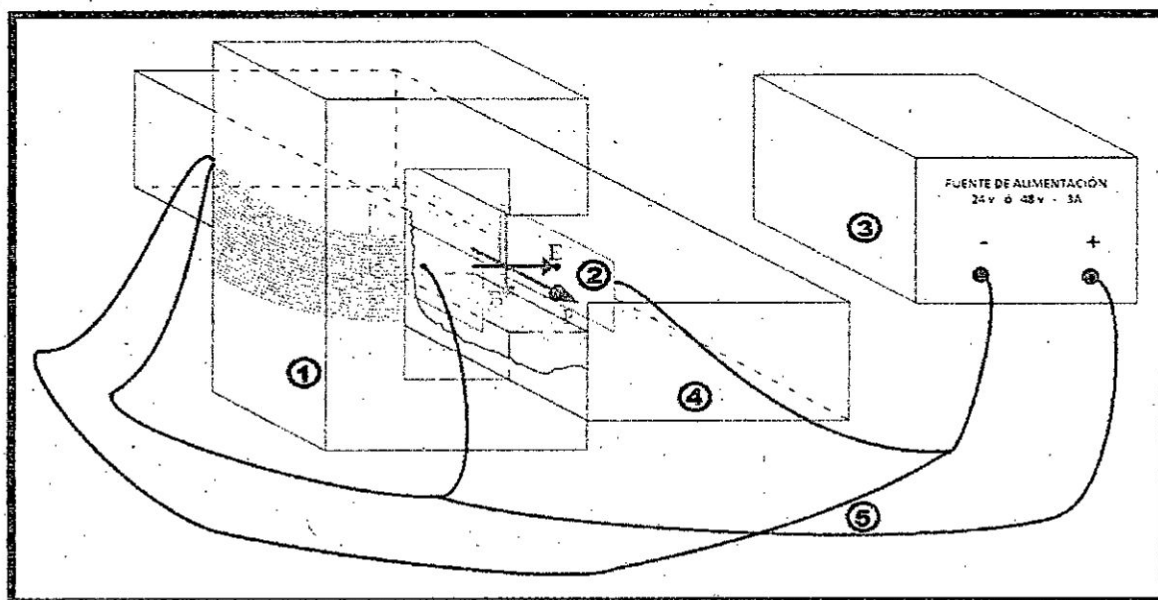
Voltaje (V)	Empuje (mN)
5	1,09
10	2,57
15	2,76
20	3,01
25	3,67
30	3,81

Figura 9.1 Bandeja hidráulica donde se aprecia: (1) Soporte para las placas conductoras, (2) sistema de drenaje



Fuente: Elaborado por el autor

Figura 9.2. Esquema de la disposición experimental para la determinación del empuje magnetohidrodinámico.



Fuente: Elaborado por el autor

X. ANEXO

10.1. α y β para los flujos de Harman

Los coeficientes (α, β) para un perfil u de flujo arbitrario a través de una sección S son definidos por $\alpha = \frac{1}{S} \int_S \left[\frac{u}{\bar{u}} \right]^3 d\tau$ y $\beta = \frac{1}{S} \int_S \left[\frac{u}{\bar{u}} \right]^2 d\tau$, con \bar{u} la velocidad media de flujo. Por ejemplo, un flujo de poiseville en un cilindro da $(\alpha = 2$ y $\beta = 4/3)$, y para un flujo tipo pistón $\alpha \approx \beta \approx 1$.

Para investigar el efecto de un campo magnético sobre (α, β) de una manera simple, consideremos un flujo plano de Poiseville en presencia de un campo magnético. Este flujo de Hartmann supuesto es así el flujo entre dos placas paralelos separados por una distancia W , con un campo magnético B uniforme perpendicular a los planos. La velocidad es entonces (15):

$$\frac{u}{\bar{u}} = H_a \frac{\text{Cosh}(H_a) - \text{Cosh}(H_a Z)}{H_a \text{Cosh}(H_a) - \text{Senh}(H_a)} \quad (10.1)$$

Donde $Z = \frac{z}{(W/2)}$, usando un eje Oz , perpendicular a los planos, con

un origen localizado a una distancia $W/2$ desde los planos. El número de Harman H_a esta dado por

$$H_a = \frac{WB \left(\frac{\sigma}{\eta} \right)^{\frac{1}{2}}}{2}$$

Donde σ es la conductividad eléctrica del fluido, y η la viscosidad dinámica del fluido. Usando la ecuación (10.1) de las velocidades en

$\beta = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[\frac{u}{\bar{u}} \right]^2 dZ$, nos da:

$$\beta = \frac{H_a \text{ Senh}(2H_a) - 8\text{Cosh}(H_a)\text{Senh}(H_a) + Q}{4 H_a^2 \text{Cosh}^2(H_a) - H_a \text{Senh}(2H_a) + \text{Senh}^2(H_a)}$$

Con $Q = 2H_a[1 + 2\text{Cosh}^2 H_a]$. Similarmente, $\alpha = \frac{NH_a^2}{12D}$ se obtiene

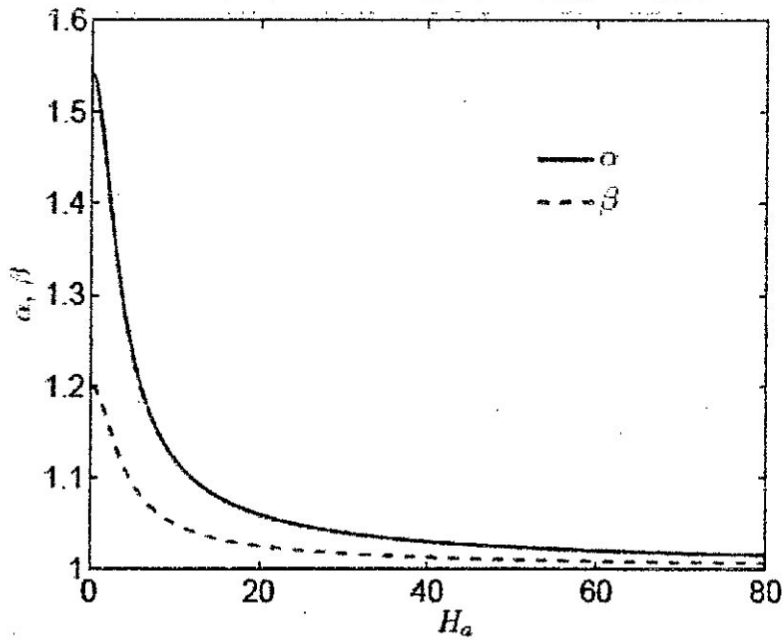
de $\alpha = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[\frac{u}{\bar{u}} \right]^3 dZ$, con $N = 3H_a \text{Cosh}(3H_a) - \text{Senh}(3H_a) +$

$$\text{Cosh}(Ha)[27Ha + 9 \text{ Senh}(2Ha)] - \text{Senh}(Ha)[27 + 18 \text{ Cosh}(2Ha)]$$

y

$$D = H_a \text{Cosh}(H_a)[H_a^2 \text{Cosh}^2(H_a) + 3 \text{Senh}^2(H_a)] - \text{Senh}(H_a)[\text{Senh}^2(H_a) + 3H_a^2 \text{Cosh}^2(H_a)]$$

Figura 10.1 Evolución de los coeficientes α y β con H_a



Fuente: Hartmann J, Lazarus F. Hg dynamics. Levin & Munksgaard; 1937.

La evolución de α y β como una función de H_a está representada en la figura 9.1. Valores típicos de $\alpha = 54/35$ and $\beta = 6/5$ para flujo plano de poiseville son registrados para $H_a = 0$.

Ambos coeficientes tienden a 1 en el límite cuando $H_a \gg 1$, donde el flujo tiende a un perfil de flujo uniforme