

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA**  
**UNIDAD DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE**  
**INGENIERÍA QUÍMICA**



INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN  
**“DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DE MODELO Y  
FLUJO DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS”**

**Autor: Luís Carrasco Venegas**

Estudiante de apoyo: Sandy Candiotti Velásquez

Período de ejecución: 01 de marzo del 2015 al 28 de febrero del 2017

Resolución: 156-2015-R

Callao, 30 de enero del 2017

## INDICE

<b>II</b>	<b>RESUMEN Y ABSTRACT</b>	
2.1	Resumen	5
2.2	Abstract	6
<b>III</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	7
<b>IV</b>	<b>MARCO TEÓRICO</b>	8
4.1	Clasificación de los materiales	8
4.2	Fluidos newtonianos	9
4.3	La viscosidad como propiedad reologica	11
4.4	Fluidos no newtonianos	14
4.5	Parámetros reológicos de los fluidos	18
4.6	Modelos de fluidos no newtonianos	21
4.6.1	Modelo de Ostwald de Waele-Nutting	21
4.6.2	Modelo de la Ley Potencial Truncada	22
4.6.3	Modelo de Sisko	22
4.6.4	Modelo de Eyring	23
4.6.5	Modelo de Ellis de Haven	23
4.6.6	Modelo de Reiner-Phillippoff	24
4.6.7	Modelo de Bingham	24
4.6.8	Modelo de Herschel-Bulkley	25
4.7	Alcohol polivinílico	26
4.7.1	Propiedades	28
4.7.2	Usos	28
4.8	Flujo de fluidos no newtonianos en régimen estacionario	29
4.8.1	Perfiles de velocidad y esfuerzos	29
4.8.2	Flujo volumétrico o caudal	30
4.8.3	Velocidad media	30

4.8.4	Fuerza de rozamiento en la pared	30
<b>V</b>	<b>MATERIALES Y MÉTODOS</b>	
5.1	Equipos, instrumentos, materiales, insumos, encuestas, formatos	31
5.2	Población y muestra	31
5.2.1	Población	31
5.2.2	Muestra	31
5.3	Técnicas, procedimientos e instrumentos de recolección de datos	32
5.4	Técnicas de análisis o los métodos estadísticos aplicados para la conversión de la información	32
<b>VI</b>	<b>RESULTADOS</b>	
6.1	Parámetros de los modelos de fluidos no newtonianos y parámetros reológicos	33
6.1.1	Datos reológicos del alcohol vinílico al 4% en agua y 20 °C	33
6.1.2	Datos reológicos del alcohol vinílico al 4% en agua y 35 °C	33
6.1.3	Datos reológicos del alcohol vinílico al 10% en agua y 20 °C	34
6.1.4	Datos reológicos del alcohol vinílico al 10% en agua y 35 °C	35
6.2	Parámetros de flujo no newtoniano	35
6.2.1	Perfil de esfuerzos (N/m <sup>2</sup> ) aplicado al modelo de Ellis de Haven	38
6.2.2	Perfil de velocidades (m/s) aplicado al modelo de Ellis de Haven	39
<b>VII</b>	<b>DISCUSIÓN</b>	40
<b>VIII</b>	<b>REFERENCIALES</b>	44
<b>IX</b>	<b>APÉNDICE</b>	46
9.1	Gráfico del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado al alcohol vinílico al 4% en agua y a 20 °C	46
9.2	Gráfico del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado al alcohol vinílico al 4% en agua y a 35 °C	46
9.3	Gráfico del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado al alcohol vinílico al 10% en agua y a 20 °C	47
9.4	Gráfico del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado al alcohol vinílico al 10% en agua y a 35 °C	47

<b>9.5</b>	Gráfico comparativo del esfuerzo de corte y velocidad de corte aplicado al alcohol vinílico al 4% y 10% y a 20 °C y 35 °C	48
<b>9.6</b>	Cálculo de los parámetros de los modelos de fluidos no newtonianos a partir de los datos experimentales	48
<b>9.6.1</b>	Cálculo de los parámetros del modelo de <b>Ferrys</b>	48
<b>9.6.2</b>	Cálculo de los parámetros del modelo de <b>Roberston-Stiff</b>	52
<b>9.6.3</b>	Cálculo de los parámetros del modelo de <b>Williamson</b>	55
<b>9.6.4</b>	Cálculo de los parámetros del modelo de <b>Sisko</b>	58
<b>9.6.5</b>	Cálculo de los parámetros del modelo de <b>Ellis de Haven</b>	61
<b>9.7</b>	Representación gráfica de los parámetros de flujo	67
<b>9.7.1</b>	Perfil de esfuerzo de corte de las soluciones de alcohol vinílico al 4% y 10% en agua a 20°C y 35 °C respectivamente	67
<b>9.7.2</b>	Perfil de velocidades de las soluciones de alcohol vinílico al 4% y 10% en agua a 20°C y 35 °C respectivamente	68
<b>9.7.3</b>	Comparación de los caudales para el flujo de alcohol polivinílico usando el modelo de Ellis de Haven	68
<b>9.7.4</b>	Programa de cálculo del perfil de esfuerzos y perfil de velocidades para el modelo de Ellis de Haven	69
<b>X</b>	<b>ANEXOS</b>	72
10.1	Definición de términos	72
10.2	Comportamiento de los fluidos no newtonianos	74
10.3	Dependencia de los fluidos no newtonianos con el tiempo	76
10.4	Modelos teóricos para fluidos no newtonianos independientes del tiempo	79
10.5	Modelos experimentales para fluidos no newtonianos independientes del tiempo	80
10.6	Otros modelos adicionales	83

## FIGURAS

Fig. 3.1.	Clasificación del comportamiento viscoso de los Fluidos y el comportamiento elástico de los sólidos	8
Fig. 4.2.	Esquema representativo del esfuerzo de corte ( $\tau$ ) y la velocidad de corte ( $\partial V_z / \partial x$ ) para un Fluido Newtoniano	9
Fig. 4.3.	Desarrollo del perfil de velocidad de régimen No Estacionario a régimen estacionario	10
Fig. 4.4.	Esquema de la aplicación de una fuerza tangencial a una porción de Fluido	11
Fig. 4.5.	Dependencia entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte y viscosidad para un Fluido Newtoniano	14
Fig. 4.6.	Clasificación de los Fluidos según su comportamiento Reológico	15
Fig. 4.7.	Reograma de un Fluido No Newtoniano	18
Fig. 4.8.	Representación gráfica de la viscosidad aparente	19
Fig. 4.9	Esquema para el cálculo de la viscosidad aparente y viscosidad diferencial	20
Fig. 4.10	Fórmula estructural del Alcohol Polivinílico	26

## TABLAS

Tabla 4.1	Viscosidad y contenido de acetato del PVA de acuerdo a su peso molecular	27
-----------	--	----

## II.- RESUMEN

Se ha estudiado la forma de encontrar los parámetros de los modelos reológicos, los reogramas y los parámetros de flujo de los fluidos no newtonianos mediante una solución de alcohol polivinílico al 4% y 10 % en peso en agua ambos a las temperaturas de 20 °C y 35 °C. Los datos experimentales de esfuerzo de corte y velocidad de corte reportado para esta solución se intentaron correlacionar con alrededor de 20 modelos de fluidos no newtonianos independientes del tiempo, obteniendo que solo 5 modelos lograron el propósito una buena correlación, cuya validez fue determinada a través de pruebas estadísticas como el índice de correlación cercana a la unidad y la varianza cercana a cero.

Estos modelos que satisfacen de manera apropiada los test estadísticos antes indicados son los siguientes modelos: Ferrys, Roberston-Stiff, Williamson, Sisko y Ellis de Haven.

Tanto de los gráficos obtenidos a partir de los datos observados o de los estimados, se ha determinado que a concentraciones bajas tal como del 4% de alcohol polivinílico en agua; esta tiene un comportamiento de un tipo de fluido no newtoniano denominado plástico real a las temperaturas de 20 °C y 35 °C; por otro lado, cuando la concentración es mayor tal como una solución al 10% de alcohol en agua, la tendencia es hacia un tipo de fluido, denominado plástico ideal, con un índice de fluencia bajo, que para los datos estimados a partir de los modelos, tiene la tendencia del comportamiento de un fluido newtoniano.

Cuando se analiza el comportamiento del fluido en todo el rango de velocidad de corte experimentado, la solución de alcohol polivinílico tanto al 4% como al 10% en peso, estas soluciones tiene un comportamiento no newtoniano en el rango de 10 (1/s) y 20 (1/s), mientras que en los extremos de este rango, el fluido se comporta como un fluido newtoniano para las temperaturas indicadas a 20 °C y 35 °C.

Los parámetros de flujo, han sido obtenidos mediante la aplicación del balance de cantidad de movimiento aplicado al flujo de un fluido no newtoniano en un tubo en régimen estacionario y para el cálculo de diversos equipos de transporte de fluido.

**Palabras claves:** *fluido no newtoniano, reología, reograma, parámetros de flujo*

## ABSTRACT

The method of finding the parameters of the rheological models, the rheograms and the flow parameters of the non-Newtonian fluids has been studied by means of a solution of 4% polyvinyl alcohol and 10% by weight in water both at temperatures of 20 ° C And 35 ° C. The experimental data of shear stress and shear rate reported for this solution were attempted to correlate with about 20 models of non-Newtonian fluids independent of time, obtaining that only 5 models achieved the purpose a good correlation, whose validity was determined through Statistical tests such as the correlation index close to unity and the near-zero variance.

These models that adequately satisfy the statistical tests indicated above are the following models: Ferrys, Roberston-Stiff, Williamson, Sisko and Ellis de Haven.

Both of the graphs obtained from the observed or estimated data have been determined to be at low concentrations such as 4% polyvinyl alcohol in water; It has a behavior of a type of non-Newtonian fluid called real plastic at temperatures of 20 ° C and 35 ° C; On the other hand, when the concentration is higher such as a 10% solution of alcohol in water, the trend is towards a type of fluid, called ideal plastic, with a low creep index, which for the data estimated from the Models, has the behavioral tendency of a Newtonian fluid.

When analyzing the behavior of the fluid over the entire range of shear rate experienced, the solution of polyvinyl alcohol at both 4% and 10% by weight, these solutions have a non-Newtonian behavior in the range of 10 (1 / s) And 20 (1 / s), while at the ends of this range, the fluid behaves as a Newtonian fluid for the temperatures indicated at 20 ° C and 35 ° C.

Flow parameters have been obtained by applying the amount of motion applied to the flow of a non-Newtonian fluid in a steady-state tube and for the calculation of various fluid transport equipment.

Keywords: non-Newtonian fluid, rheology, rheogram, flow parameters

### III.- INTRODUCCIÓN

Los fluidos en base al esfuerzo de corte y velocidad de corte aplicados se clasifican en newtonianos y no newtonianos. La mayoría de los fluidos conocidos, corresponden a los fluidos denominados no newtonianos. Durante el proceso experimental de un fluido en un reómetro, se obtiene el esfuerzo de corte y la velocidad de corte. Con estos datos es posible encontrar los parámetros de los modelos reológicos que mejor describen el comportamiento del fluido desde el punto de vista estadístico.

Con los modelos correlacionados adecuadamente, es posible encontrar otros parámetros reológicos como la viscosidad aparente, la viscosidad diferencial, el índice de consistencia, etc. Todos estos parámetros son utilizados para caracterizar el fluido desde el punto de vista reológico.

Asimismo, con el modelo asociado al fluido de estudio se obtienen los parámetros de flujo cuando el fluido fluye a través de un tubo de cierta longitud y radio; dichos parámetros son el perfil de velocidad, la velocidad máxima, la velocidad media, el caudal, la fuerza de rozamiento, la potencia necesaria para transportar el fluido desde un punto a otro. Se obtiene y resuelve un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales.

El cálculo de los parámetros de modelo y los parámetros de flujo es aplicado al alcohol polivinílico a diversas concentraciones y temperatura, para lo cual, previamente se sometió las muestras de este alcohol a pruebas reológicas en el reómetro marca Antón Paar ubicado en el Laboratorio de Investigación de la Facultad de Ingeniería Química.

Todos estos cálculos tienen además gran importancia académico, pues su implementación, permitirá a los estudiantes de nuestra facultad, completar las tesis en reología que vienen desarrollando en un número aproximado de 10 tesis.

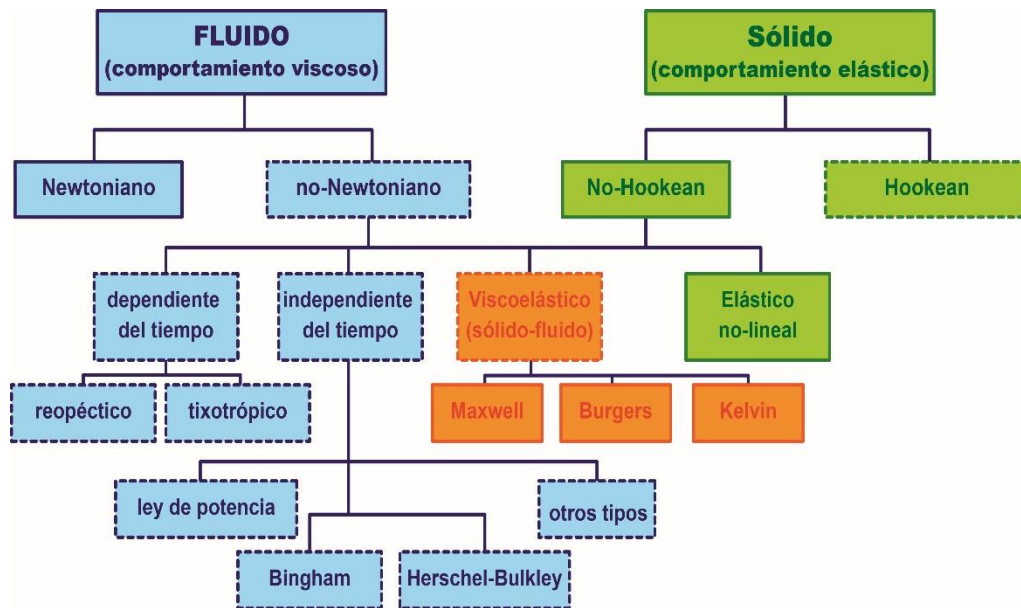


## IV.- MARCO TEÓRICO

### 4.1.- Clasificación de los materiales

Desde el punto de vista de sus propiedades mecánicas, los materiales se clasifican fundamentalmente en sólidos y fluidos tal como se muestra en la Figura 3.1. La **reología** (palabra introducida por Eugene Bingham en 1929) es la rama de la física de medios continuos que se dedica al estudio de la deformación y el flujo de la materia cuando se encuentra en forma de fluido.

**FIGURA 3.1**  
**CLASIFICACIÓN DEL COMPORTAMIENTO VISCOZO DE LOS FLUIDOS Y EL COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE LOS SÓLIDOS**



Fuente: <https://ialimentoslem1.wordpress.com/2013/12/09/b-clasificacion-de-comportamiento-reologico-de-los-materiales/>

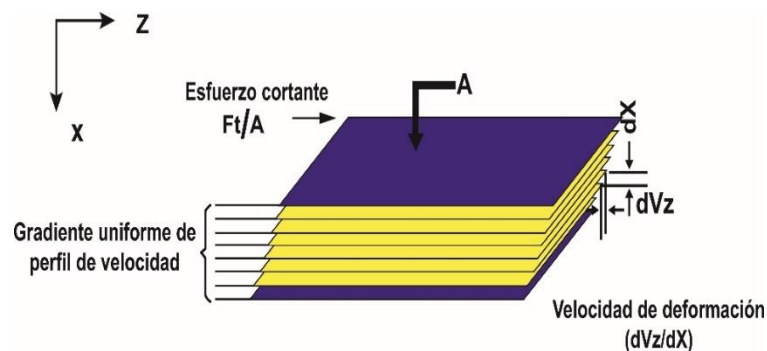
En base a la dependencia entre la velocidad de corte y esfuerzo de corte aplicado a un fluido, existen 3 tipos de fluidos (Ramírez; 2006):

- ✓ **Newtonianos** (proporcionalidad entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación).
- ✓ **No Newtonianos** (no hay proporcionalidad entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación).
- ✓ **Viscoelásticos** (se comportan como líquidos y sólidos, presentando propiedades de ambos).

#### 4.2.- Fluidos Newtonianos

Un fluido newtoniano es aquel fluido cuya relación entre la velocidad de corte (velocidad de cizallamiento:  $\dot{\gamma} = \frac{\partial v_z}{\partial x}$ ) y el esfuerzo de corte (esfuerzo cortante o densidad de flujo viscoso de transporte de cantidad de movimiento);  $\tau$ , es constante, tal como se observa en la Figura 4.2.

**FIGURA 4. 2**  
**ESQUEMA REPRESENTATIVO DEL ESFUERZO DE CORTE ( $\tau$ ) Y LA VELOCIDAD DE CORTE ( $\partial v_z / \partial x$ ) PARA UN FLUIDO NEWTONIANO.**



Fuente: Adaptado de

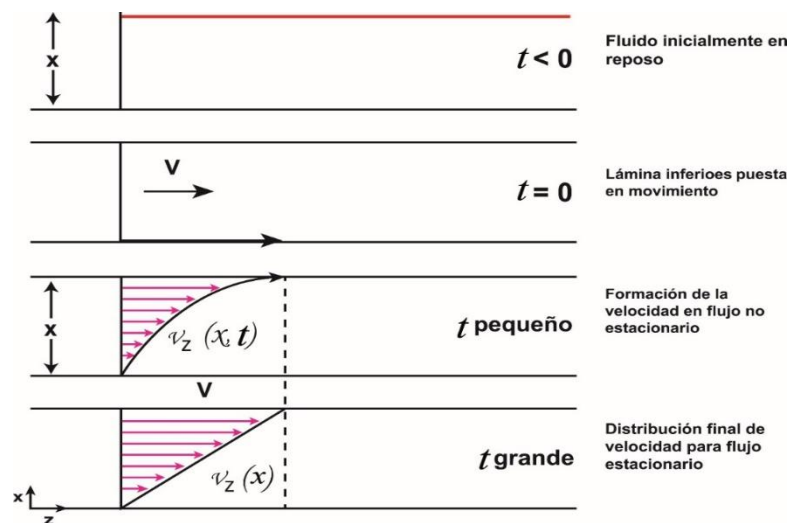
[https://www.google.com.pe/search?q=ley+de+viscosidad&hl=es&rlz=1T4AVNB\\_esPE607PE607&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj8yrSur-](https://www.google.com.pe/search?q=ley+de+viscosidad&hl=es&rlz=1T4AVNB_esPE607PE607&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj8yrSur-)

En la Figura 4.2, la constante de proporcionalidad entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte, se denomina viscosidad. A todos los fluidos que obedecen a esta tendencia, se les denomina fluidos newtonianos, cuya relación matemática es:

$$\tau = \frac{F}{A} = -\mu \times \frac{\partial V_z}{\partial x} = -\mu \times \dot{\gamma} \quad (4.1)$$

Hemos estudiado, en el ítem anterior, el efecto final de la fuerza aplicada sobre la placa plana, sin considerar el tiempo. Supongamos ahora que el sistema esta inicialmente en reposo, y al cabo del tiempo  $t = 0$ , la lámina inferior de la Figura 4.3 se pone en movimiento en la dirección  $z$ , con una velocidad  $V$ . A medida que transcurre el tiempo el fluido gana cantidad de movimiento, y finalmente se establece el perfil de velocidad en régimen estacionario. Una vez alcanzado dicho estado estacionario de movimiento, es preciso aplicar una fuerza constante  $F$  para conservar el movimiento de la lámina superior.

**FIGURA 4.3**  
**DESARROLLO DEL PERFIL DE VELOCIDAD DE RÉGIMEN NO ESTACIONARIO A RÉGIMEN ESTACIONARIO**



Fuente: Adaptado de <http://procesosbio.wikispaces.com/Ley+de+Newton>

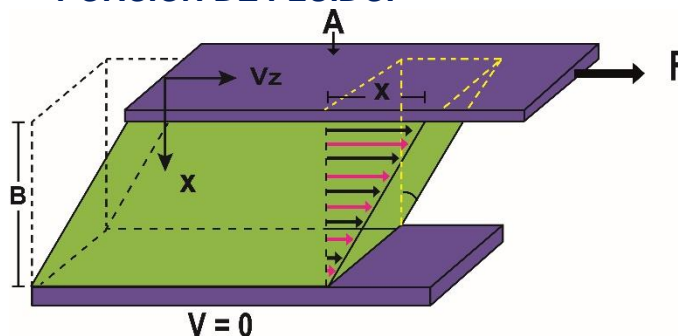
En el esquema final de la Figura 4.3 se observa el desarrollo del perfil de velocidad de una porción de fluido, desde el reposo, pasando por un régimen no estacionario, donde la velocidad está dada por  $V_z = f(t, x)$ , hasta el establecimiento del perfil estacionario donde la velocidad es solo función de la posición, dada por  $V_z = f(x)$ . Este último aspecto, también se observa en esta figura.

### 4.3.- La viscosidad como propiedad reologica

La viscosidad es una propiedad física de los materiales que consiste en la medida de la deformación del fluido cuando se aplica una fuerza tangencial por unidad de superficie.

En la Figura 4.4 se tiene un líquido entre dos placas separadas una distancia  $B$ . La placa superior se mueve a una velocidad constante  $V_z$  debido a la acción de una fuerza  $F$ .

**FIGURA 4.4**  
**ESQUEMA DE LA APLICACIÓN DE UNA FUERZA TANGENCIAL A UNA PORCIÓN DE FLUIDO.**



Fuente: Adaptado de  
[https://www.google.com.pe/search?q=ley+de+viscosidad&hl=es&rlz=1T4AVNB\\_esPE607PE607&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj8yrSur-](https://www.google.com.pe/search?q=ley+de+viscosidad&hl=es&rlz=1T4AVNB_esPE607PE607&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj8yrSur-)

En este caso, el esfuerzo de corte,  $\tau$  que ejerce la placa superior al líquido está definido por:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (4.2)$$

Dónde:

$A$ ; es el área de la placa superior en la cual se aplica la fuerza. Las unidades del esfuerzo en el Sistema Internacional (SI) son los *Pascales* o  $N/m^2$ .

Asimismo, la deformación que se genera en el fluido está expresada por:

$$\gamma = \frac{z}{B} \quad (4.3)$$

Dónde:

$z$  : es el desplazamiento del material

$B$  ; es el espaciamiento entre la placa superior y la inferior.

Note que este caso es idéntico a la deformación elástica por corte que sufre un material sólido, en cuyo caso, la deformación es finita y se mantiene constante hasta que se retira la fuerza o equivalentemente el esfuerzo. Sin embargo, para los fluidos no ocurre así, ya que esta deformación se incrementa paulatinamente hasta que se remueve la fuerza. Por ello, es que en los fluidos es más útil el concepto de rapidez de deformación, que representa a la variación de la deformación respecto del tiempo, esto es:

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial t} \quad (4.4)$$

Las unidades de la rapidez de deformación son  $s^{-1}$ .

Si la distancia  $B$  se mantiene constante, se tiene:

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{B} \times \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{V}{B} \quad (4.5)$$

Y en forma diferencial se tiene:

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial V_z}{\partial x} \quad (4.6)$$

Dónde:

$V_z$ ; es la velocidad del fluido como función de la posición.

En los sólidos, el módulo de corte es una propiedad característica del material que representa la resistencia a ser deformado y se expresa como la razón entre el esfuerzo de corte y la deformación unitaria. Para los fluidos, de manera similar, existe una propiedad característica que representa la resistencia a fluir, esta propiedad es la viscosidad  $\mu$  y se define como la razón entre el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación, es decir:

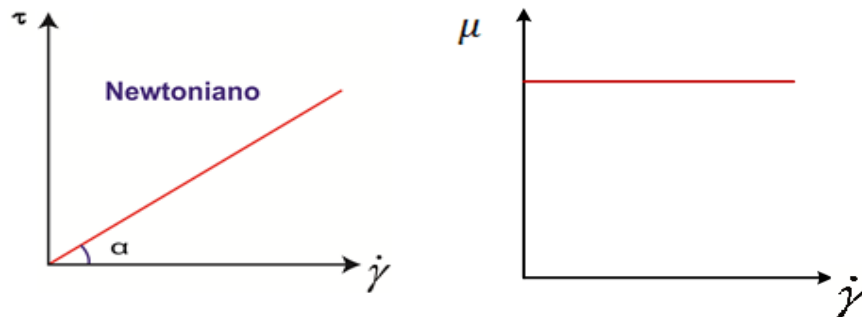
$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (4.7)$$

Las unidades de la viscosidad en el SI son  $Pa.s$ .

Así, para conocer el comportamiento viscoso de un fluido es necesario determinar el esfuerzo de corte y la rapidez de deformación. Estas cantidades dependen del área de contacto, de la fuerza necesaria para mover la placa superior a una velocidad constante  $V$  y del espaciamiento entre las placas; asimismo, estas características definirán el carácter newtoniano o no newtoniano de dicho fluido. (Mendez, Pérez, Paniagua; 2010).

En la Figura 4.5 se observa la dependencia lineal entre el esfuerzo de corte,  $\tau$  y la velocidad de cizallamiento  $\dot{\gamma}$ . Se observa claramente que la pendiente es constante, cuyo valor es la viscosidad del fluido newtoniano.

**FIGURA 4.5**  
**DEPENDENCIA ENTRE EL ESFUERZO DE CORTE Y LA VELOCIDAD DE CORTE Y VISCOSIDAD PARA UN FLUIDO NEWTONIANO**



Fuente: Elaboración propia

Ahora, cabría la pregunta: ¿qué fluidos se comportan como newtonianos? Todos los gases tienen este comportamiento. También lo tienen aquellos líquidos que tienen una fórmula química simple (agua, benceno, hexano etc.); así como las disoluciones diluidas de moléculas simples en agua o disolventes orgánicos (disoluciones de sales inorgánicas, disoluciones de azúcar en agua o disolventes orgánicos).

#### 4.4.- Fluidos no newtonianos

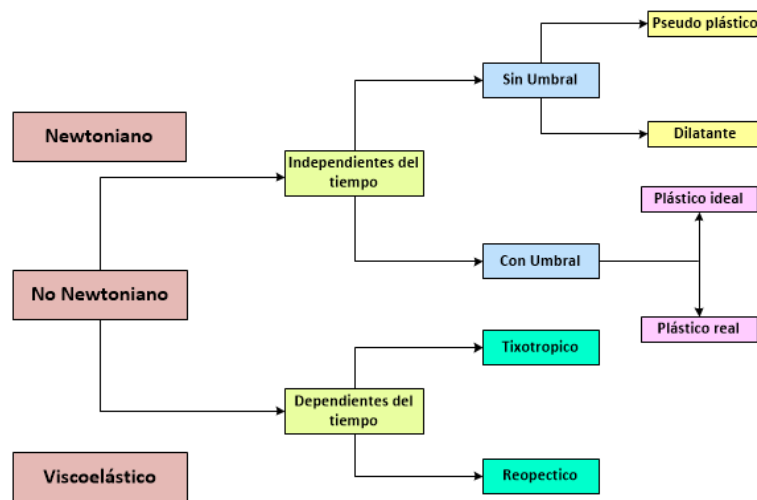
Los fluidos no newtonianos son aquellos fluidos que no obedecen la ley de viscosidad de Newton. Casos extremos serían los de un comportamiento *hookean* puro (correspondientes a materiales idealmente elásticos) y lo de un comportamiento puro newtoniano (materiales idealmente viscosos). El resto

de categorías o comportamientos son situados en partes intermedias, ya que la realidad es que todos los materiales muestran ambos comportamientos aunque uno de ellos es dominante (o el elástico o el viscoso).

Por ejemplo el agua es considerada como fluido newtoniano, aunque muestra cierto grado de elasticidad bajo ciertas condiciones, por ejemplo cuando un objeto impacta contra el agua. (Quintan; 2008).

Una clasificación general de los fluidos se da en la Figura 4.6. Los fluidos no newtonianos a su vez se clasifican en tres grandes grupos:

**FIGURA 4.6**  
**CLASIFICACIÓN DE LOS FLUIDOS SEGÚN SU COMPORTAMIENTO REOLÓGICO**



*Fuente: Adaptado de <https://ialimentoslem1.wordpress.com/2013/12/09/3-comportamiento-reologico-de-fluidos-a-clasificacion-de-fluidos-en-base-a-sus-relaciones-esfuerzo-deformacion/>*



a) Aquellos cuyas propiedades dependen del tiempo, denominados reopécticos y tixotrópicos.

b) Fluidos cuyas propiedades no dependen del tiempo, dentro de los cuales se encuentran los fluidos que siguen la ley de potencia, los de Bingham, los de Herschel-Bulkley y otros modelos.

c) Los materiales viscoelásticos que tienen propiedades de fluido y sólido, se aplican los modelos tales como: *Maxwell*, *Burgers* y *Kelvin*. Son ejemplos típicos de esta categoría: la nata de leche, la gelatina y los helados.

En base a la dependencia entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte, los fluidos no newtonianos se clasifican del siguiente modo:

a) La ecuación que relaciona  $\tau$  Vs.  $\dot{\gamma}$  no es lineal:  $\tau = \tau(\dot{\gamma})$

b)  $\tau$  es una función más o menos compleja de  $\dot{\gamma}$  y eventualmente del tiempo:

$$\tau = \tau(\dot{\gamma}, t)$$

c) El comportamiento reológico es el resultante de un sistema fluido (*newtoniano o no*) y un sistema elástico; fluidos viscoelásticos.

La complejidad aumenta de a) a c); además estos grupos son ideales, pues con frecuencia existen fluidos reales complejos que son combinaciones de varios modelos reológicos.

En los fluidos no-newtonianos, la temperatura es de enorme importancia, ya que a menudo pequeñas variaciones en la temperatura pueden variar notablemente el comportamiento reológico de un fluido de este tipo.

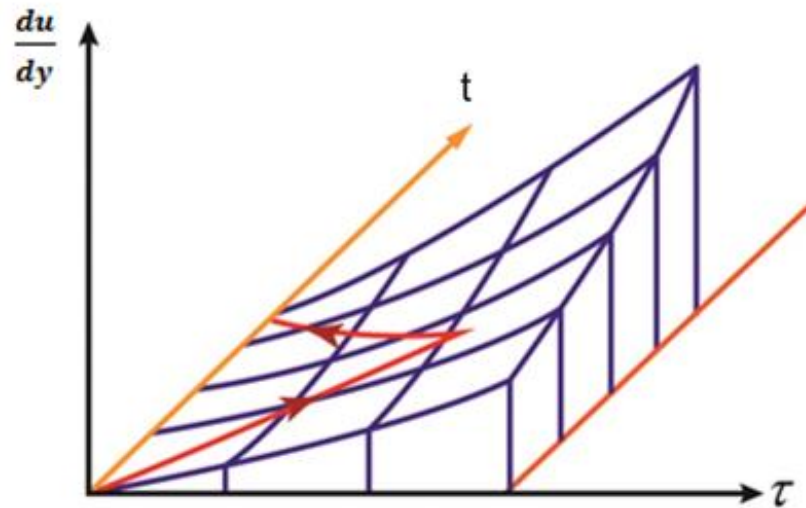
En los fluidos no newtonianos no puede hablarse de viscosidad por dos causas:

- En general, la consistencia (concepto análogo al de la viscosidad, y que relaciona el esfuerzo de corte con la tasa de deformación), depende de la presión tangencial, y por lo tanto, no es constante, si no que puede variar entre amplios límites. En oposición a la viscosidad, que siempre es constante a una temperatura dada.
- Por otra parte, la consistencia tiene unas dimensiones diferentes de la viscosidad, ya que no cumple:  $\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$  para fluidos newtonianos.

Por esta razón los fluidos no newtonianos se caracterizan por sus reogramas que son las representaciones gráficas de sus comportamientos, o bien de sus parámetros reológicos, que son las constantes de las ecuaciones que definen ese comportamiento reológico. Tanto los reogramas como los parámetros reológicos se obtienen a partir de datos experimentales. (Rojas; 1999).

En general, se traza primero el reograma, buscando un sistema de escalas que permita la linealización, y a partir de los datos gráficos, se calculan los parámetros reológicos. En muchos casos se utilizan solo los reogramas, tal como se muestra en la Figura 4.7.

**FIGURA 4.7**  
**REOGRAMA DE UN FLUIDO NO NEWTONIANO**



*Fuente: Elaboración propia*

Una técnica usada actualmente, consiste en conocer previamente el tipo de fluido que se está manejando, en base a la clasificación dada anteriormente y posteriormente usar la técnica estadística de regresión no lineal que permite obtener los parámetros del modelo planteado. Validar dichos parámetros a través de los índices de correlación; si este es muy cercano a la unidad, entonces el modelo propuesto corresponderá al fluido no newtoniano en cuestión (Carrasco; 2011).

#### **4.5.- Parámetros reológicos de los fluidos**

Hay fluidos para los que la relación entre el esfuerzo de cizalla y el gradiente de velocidad no es tan simple. Podemos dividir a los fluidos en dos grandes grupos.

Un primer grupo serían los fluidos en los que el esfuerzo es proporcional al gradiente de velocidades, son los llamados fluidos newtonianos. El segundo grupo son los que el esfuerzo ya no es proporcional al gradiente de velocidades y se denominan fluidos no newtonianos.

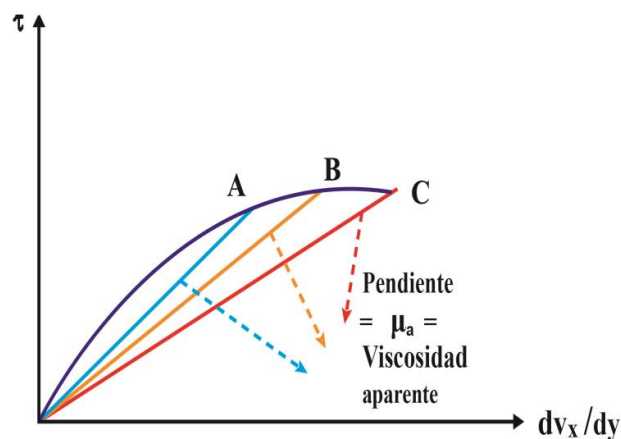
En los fluidos no newtonianos, se utiliza con frecuencia el concepto de viscosidad aparente, que es la viscosidad que tendría un fluido newtoniano cuya recta pasa por el mismo punto del reograma, o como el cociente entre el esfuerzo y el gradiente de velocidades tal como se indica en la Figura 4.8.

Dicha viscosidad aparente se expresa como:

$$\eta_a = \frac{\tau_{xz}}{\dot{\gamma}} \quad (4.8)$$

Gráficamente:

**FIGURA 4.8**  
**REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA VISCOSIDAD APARENTE**



Fuente: Adaptado de

<https://www.google.com.pe/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fimage.slidesharecdn.com%2Fpractica-02-160505030232%2F95%2Fpractica-02-6-638.jpg%3Fcb%3D1462417439&imgrefurl=http%3A%2F%2Fwww.slideshare.>

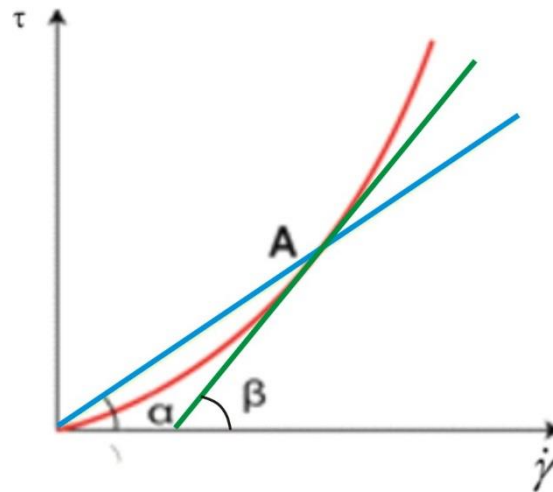
El fluido no newtoniano tiene en A, en B y en C una viscosidad aparente, cuyo valor es diferente en cada caso.

La viscosidad aparente es un concepto que se presta a muchos errores como puede deducirse de la figura anterior. No conviene, pues, usar ciertos aparatos para la medición de viscosidades en fluidos no-newtonianos.

En la Figura 4.9 se puede obtener el valor de la viscosidad aparente del fluido en A, mediante:  $\mu_{ap} = \tan \alpha$

Otro concepto utilizado es la viscosidad diferencial que viene dado por el ángulo que forma la tangente a la curva, en un punto dado, en el eje de las abscisas:  $\mu_{dif} = \tan \beta$  tal como se muestra en la Figura 4.9.

**FIGURA 4.9**  
**ESQUEMA PARA EL CÁLCULO DE LA VISCOSIDAD APARENTE Y VISCOSIDAD DIFERENCIAL**



Fuente: Adaptado de

<https://www.google.com.pe/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fimage.slidesharecdn.com%2Fpractica-02-160505030232%2F95%2Fpractica-02-6-638.jpg%3Fcb%3D1462417439&imgrefurl=http%3A%2F%2Fwww.>

## 4.6.- Modelos de fluidos no newtonianos

Se han propuesto en la bibliografía numerosas ecuaciones empíricas para expresar el comportamiento reológico de fluidos no newtonianos, sería deseable que tales funciones pudieran ser desarrolladas a partir de modelos matemáticos basados en la estructura molecular, pero en la actualidad las teorías moleculares no son capaces de describir satisfactoriamente el comportamiento real de materiales complejos, como suele ser habitual. Por ello, las fuentes más útiles de información reológicas son habitualmente los modelos empíricos. A continuación se indican algunos de los modelos más utilizados (Quintáns, 2008):

### 4.6.1.- Modelo de Ostwald de Waele-Nutting

Se representa por la relación que se muestra en la siguiente ecuación y a menudo recibe el nombre de “ley de la potencia”

$$\tau = K \times \dot{\gamma}^n \quad (4.9)$$

Es un modelo de dos parámetros:  $K$  = Índice de consistencia (*Pa.s*) y  $n$  = Índice de comportamiento. Para  $n = 1$ , el modelo representa el comportamiento newtoniano, con  $\eta = K$ . Por consiguiente, la desviación del valor de  $n$  de la unidad es una medida del grado de desviación del comportamiento newtoniano. Para  $n > 1$ , el modelo sigue un comportamiento dilatante, mientras que  $n < 1$  indica un comportamiento pseudoplástico.

Una de las objeciones a este modelo es que predice valores de viscosidad aparente infinitos para líquidos dilatantes a altas velocidades de cizalla y nulas para líquidos pseudoplásticos. Por contra, predice viscosidad límite a cizalla cero, nula para líquidos dilatantes e infinita para líquidos pseudoplásticos. Para evitar este inconveniente, se utiliza el modelo de la ley potencial truncada.

#### 4.6.2.- Modelo de la Ley Potencial Truncada

El fluido se comporta como newtoniano hasta un determinado valor de velocidad de cizalla ( $\gamma_1$ ), a partir del cual fluye de acuerdo con el modelo de Ostwald:

$$\gamma < \gamma_1 \Rightarrow \tau = \tau_1 \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma_1} \right) \quad (4.10)$$

$$\gamma > \gamma_1 \Rightarrow \tau = \tau_1 \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma_1} \right)^n \quad (4.11)$$

Es un modelo de tres parámetros  $\gamma_1$ ,  $\tau_1$  y  $n$ , y resuelve la inconsistencia del modelo de Ostwald a bajas velocidades de cizalla.

#### 4.6.3.- Modelo de Sisko

El modelo desarrollado por Sisko adopta una expresión como la que se muestra en la siguiente ecuación:

$$n_{ap} = K_s \cdot \gamma^{n_s-1} + n_\infty \quad (4.12)$$

Siendo, igual que en casos anteriores,  $n_{ap}$  la viscosidad aparente,  $\gamma$  el gradiente de velocidad aplicada,  $K_s$  el índice de consistencia,  $n_s$  el índice de comportamiento y  $n_\infty$  la viscosidad a gradiente infinito.

Este modelo puede ser aplicado en operaciones como el bombeo de alimentos líquidos y los procesos de mezcla que implican altos gradientes de velocidad. Este modelo se puede considerar como una generalización del modelo de la potencia y que a su vez tiene una cierta componente newtoniana, siendo un

modelo adecuado para sistemas en lo que bajo ciertas condiciones de operación pueda alcanzar un cierto comportamiento newtoniano.

#### 4.6.4.- Modelo de Eyring

La relación entre esfuerzo cortante y velocidad de deformación es de la siguiente forma:

$$\tau = n_0 \cdot \operatorname{arcsenh}\left(\frac{\gamma}{B}\right) \quad (4.13)$$

Es un modelo de dos parámetros  $n_0$  y  $B$  que predice el comportamiento pseudoplástico para valores finitos de  $\tau$ , y tiende asintóticamente a la ley de viscosidad de Newton cuando la velocidad de deformación tiende a cero, en cuyo caso  $\eta = n_0$ . Este modelo tiene una base teórica en la teoría cinética de los líquidos, desarrollada por Eyring et al.

#### 4.6.5.- Modelo de Ellis de Haven

Es un modelo de tres parámetros, descrito por la expresión mostrada en la siguiente ecuación. Si el parámetro  $\alpha$  es mayor que la unidad, el modelo tiende hacia comportamiento newtoniano para valores bajos de esfuerzo cortante, si es menor que la unidad, la convergencia hacia la ley de Newton se produce a altos valores de esfuerzo cortante. En ambos casos, el valor de viscosidad dinámica límite es  $\eta_0$ . El parámetro  $\tau_{1/2}$  es el valor del esfuerzo cortante para el que el valor de viscosidad dinámica sea justamente la mitad de  $n_0$ .



$$\tau_{1/2} = \left[ \frac{n_0}{1 + \left( \frac{\tau}{\tau_{1/2}} \right)^{\alpha-1}} \right] \cdot \dot{\gamma} \quad (4.14)$$

#### 4.6.6.- Modelo de Reiner - Philippoff

Es un modelo de tres parámetros que toma la forma mostrada en la siguiente ecuación:

$$\tau = \left[ n_{\infty} + \frac{n_0 - n_{\infty}}{1 + \left( \frac{\tau}{\tau_s} \right)^2} \right] \cdot \dot{\gamma} \quad (4.15)$$

Representa un comportamiento estructural con viscosidad límite a baja velocidad de cizalla  $n_0$  y a alta velocidad de cizalla  $n_{\infty}$ . El parámetro  $\tau_s$  representa el valor de esfuerzo cortante para el que la viscosidad aparente toma el valor medio entre  $n_0$  y  $n_{\infty}$ .

#### 4.6.7.- Modelo de Bingham

Estos fluidos son los más simples debido a que solo difieren de los newtonianos en cuanto a que la relación lineal no pasa por el origen. Esto se debe a que éstos cuerpos no se derraman bajo el efecto de su peso; necesitan que la presión sobrepase un umbral para que comience el flujo. Una vez que se ha sobrepasado este valor crítico, el fluido se comporta como newtoniano.

Esto se expresa por:

$$\sigma = K \cdot \gamma + \sigma_0 \quad (4.16)$$

Donde  $\sigma_0$  es el esfuerzo cortante límite, por encima del cual se produce el derramamiento newtoniano.

#### 4.6.8.- Modelo de Herschel-Bulkley

Este modelo fue desarrollado para suspensiones no tixotrópicas de partículas atrayentes.

Es una generalización del modelo de Bingham, aplicable a fluidos plásticos pseudoplásticos y plásticos dilatantes. Se basa en la expresión mostrada en la siguiente ecuación:

$$\tau \leq \tau_0 \Rightarrow \gamma = 0 \quad (4.17)$$

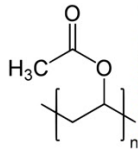
$$\tau > \tau_0 \Rightarrow \tau = \tau_0 + K \cdot \gamma^n \quad (4.18)$$

En este modelo,  $K$  es un índice de consistencia y  $n$  es el índice de comportamiento. Con  $n > 1$ , representa un comportamiento plástico dilatante, mientras que para  $n < 1$  representa un comportamiento plástico pseudoplástico. Para  $n = 1$ , el modelo es equivalente al modelo de Bingham con  $K = \eta_0$ .

#### 4.7.- Alcohol polivinílico

El alcohol polivinílico (PVA de sus siglas en inglés) es un polímero sintético soluble en agua (no debe confundirse con acetato de polivinilo, un pegamento de madera popular); se presenta en forma de gránulos o polvo blanco. Comercialmente se encuentra disponible en diferentes grados que difieren en peso molecular o en el contenido de acetato, tiene color estable hasta 140 °C. El PVA forma un coloide reversible en agua caliente, es insoluble en agua fría. En agua a 20 °C y con un contenido máximo de 10% de acetato se hincha, es soluble entre un 10% y un 38%, forma un gel fino entre 38% y 75% y contenidos mayores lo hacen insoluble.

**FIGURA 4.10**  
**FÓRMULA ESTRUCTURAL DEL ALCOHOL POLIVINÍLICO**



*Fuente: <http://polivinilicoslaily.blogspot.pe/2011/11/alcohol-polivinilico-pvohpva.html>*

Las viscosidades del PVA con diferentes contenidos de acetato en agua a 20 °C se muestran en la tabla 4.1.

**TABLA 4.1: VISCOSIDAD Y CONTENIDO DE ACETATO DEL PVA DE ACUERDO A SU PESO MOLECULAR**

Peso Molecular	Contenido de acetato	Viscosidad (poises)		
		Sol. al 4%	Sol. al 8 %	Sol. al 12 %
10 000	20	0.0165	0.026	0.045
15 000	20	0.024	0.054	0.125
33 000	5	0.048	0.180	0.65
33 000	20	0.045	0.160	0.52
135 000	5	0.260	5.5	28.0
135 000	30	0.300	ND	ND
400 000	1	0.500	16.0	40.0
400 000	40	0.700	ND	ND

*Fuente: HERNÁNDEZ B, Efrén. Caracterización del alcohol polivinílico usado en recubrimientos de base acuosa. Revista Mexicana. 2007.*

El PVA es un polímero hidrosoluble, útil en trastornos oculares que presentan deficiente flujo lagrimal. Contiene diferentes residuos de grupos acetatos, lo cual explica su viscosidad. Esta característica fisicoquímica da lugar a la formación de una capa protectora precorneal, posiblemente por arrastrar y extender el agua sobre la superficie ocular mediante el parpadeo. Estas propiedades pueden justificar que este agente sea incorporado a preparaciones oftálmicas para prolongar el tiempo de contacto de la superficie ocular con diversos medicamentos. También es útil en casos de queratitis neuroparalítica y en otras afecciones oculares en las que el flujo lagrimal está disminuido. También, se ha utilizado para proteger la córnea durante procedimientos de exploración del ángulo de la cámara anterior del ojo y para mantener convenientemente húmedos los lentes de contacto. Se utiliza en presentaciones comerciales como Liquifilm, Conjuntin y solución humectante de lentes de contacto (Hernández, Cruz, Robledo, Santoyo; 2007).

### **4.7.1 Propiedades**

El alcohol polivinílico se ha formado una excelente película, emulsionantes y propiedades adhesivas. También es resistente al aceite, grasas y disolventes. Es inodoro y no tóxico. Tiene alta resistencia al oxígeno y a los diferentes aromas, también posee gran flexibilidad. Sin embargo, estas propiedades dependen de la humedad. El agua, que actúa como un plastificante, reducirá su resistencia a la tracción, pero aumentan su elongación y resistencia al desgarro.

### **4.7.2 Usos**

Algunos otros usos de alcohol polivinílico incluyen:

- Adhesivo y el material espesante en las pinturas de látex, recubrimientos de papel, capa protectora, lacas, champús y colas.
- Textil agente de encolado
- Barrera de dióxido de carbono en el teraftalato de polietileno (PET)
- Fantasmas carótida para su uso como vasos sintéticos en pruebas de flujo Doppler
- Película efecto práctico y masilla de juegos para niños o limo cuando se combina con bórax
- Higiene femenina y productos de incontinencia para adultos, como una lámina de plástico biodegradable respaldo.
- Como una liberación del molde ya que los materiales, tales como epoxi no se adhieren a ella
- Como una película soluble en agua útiles para el embalaje.
- Como refuerzo de fibra en el hormigón

- Como surfactante para la formación de polímero encapsulado nanobeads
- Se utiliza con acetato de polivinilo para hacer pegamento Elmer
- Se utiliza en gotas para los ojos y la solución para lentes de contacto duros como lubricante
- Utilizados en protección guantes resistentes a químicos
- Utiliza como fijador para la recogida de muestras, especialmente las muestras de heces
- Cuando dopado con yodo, PVA se puede utilizar para polarizar la luz
- Como un agente de embolización en los procedimientos médicos

#### **4.8.- Flujo de fluidos no newtonianos en régimen estacionario**

Tanto los fluidos newtonianos como los no newtonianos cuando fluyen en determinadas configuraciones pueden ser aplicadas tanto en régimen estacionario como en régimen no estacionario. Una aplicación importante es el flujo en el interior de un tubo; en este caso debe calcularse los perfiles de velocidad, el perfil de esfuerzos, el caudal o flujo volumétrico, la velocidad media, la velocidad máxima, el esfuerzo máximo, etc.

##### **4.8.1.- Perfil de velocidad y esfuerzos**

Los perfiles de velocidad y esfuerzos se calculan en forma simultánea a partir de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y el modelo de fluido no newtoniano.

$$\frac{1}{r} \times \frac{d(r\tau_{rz})}{dr} = \frac{(P_0 - P_L)}{L} \quad (4.19)$$

En este caso, se ha elegido como ejemplo de cálculo al modelo de Ellis de Haven.

$$\tau_{rz} = \frac{B}{(1 + A \times \tau_{rz}^{\alpha-1})} \times \frac{dV_z}{dr} \quad (4.20)$$

#### 4.8.2.- Flujo volumétrico o caudal

El flujo volumétrico o caudal para el flujo de un fluido en un tubo se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^R r \times V_z(r) dr d\theta \quad (4.21)$$

Dado que el perfil de velocidad es una función tabular, el caudal se obtiene por integración numérica.

#### 4.8.3.- Velocidad media

La velocidad media se calcula por integración del perfil de velocidades mediante la siguiente ecuación:

$$\langle V \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^R r \times V_z(r) dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^R r dr d\theta} \quad (4.22)$$

#### 4.8.4.- Fuerza de rozamiento en la pared

La fuerza de rozamiento en la pared se obtiene mediante el conocimiento del esfuerzo de corte y el área tangencial, en este caso mediante:

$$F = \tau_{rz} \Big|_{r=R} \times 2\pi RL \quad (4.23)$$

## **V.- MATERIALES Y MÉTODOS**

### **5.1.- Equipos, instrumentos, materiales, insumos, encuestas, formatos**

- Reómetro para fluidos de viscosidad baja y media, marca Anton Para
- Vasos de precipitado
- Buretas
- Matraces
- Termómetro
- Densímetro
- Balanza
- Calentador
- Alcohol polivinílico sólido

### **5.2.- Población y muestra**

#### **5.2.1.- Población**

La población está compuesta por todos los polímeros sintéticos provenientes del monómero alcohol vinílico usados a nivel industrial.

#### **5.2.2.- Muestra**

La muestra es el polímero alcohol polivinílico, que en condiciones ambientales es un sólido blanquecino transparente. Para el estudio, se ha utilizado una muestra proporcionada por la empresa KLE Import. SAC, cuyo material se utiliza en la fabricación de pegamentos en la industria de papel, y es un producto masivo a nivel educativo en los niveles de educación primaria y secundaria.



### **5.3.- Técnicas, procedimientos e instrumentos de recolección de datos**

Se preparó soluciones viscosas de alcohol polivinílico mezclando el polímero sólido con agua caliente para obtener soluciones de alcohol polivinílico de 4 y 10 % en peso de alcohol vinílico.

Las diversas muestras se colocaron en la porta muestras del reómetro y se sometió a las pruebas respectivas en el reómetro antes indicado, obteniéndose los datos de esfuerzo de corte y velocidad de corte. Adicionalmente, el reómetro reporta los datos de viscosidad dinámica dividiendo el esfuerzo de corte entre la velocidad de corte.

Se repite el experimento para cada composición de la mezcla a 10 °C y 35 °C. El reómetro que se encuentra en el laboratorio de investigación de docentes de la FIQ, sugiere la correlación de los datos a algunos modelos que se encuentran en su librería; sin embargo, se requiere aplicar otras técnicas para encontrar los modelos respectivos asociados al alcohol polivinílico.

### **5.4.- Técnicas de análisis o los métodos estadísticos aplicados para la conversión de la información**

Se requiere el análisis de regresión no lineal para encontrar los parámetros asociados al modelo reológico al cual obedece el alcohol polivinílico.

Con el conocimiento de los modelos asociados al alcohol polivinílico y sus respectivos parámetros, se obtiene los reogramas respectivos y otros parámetros como la viscosidad aparente y la viscosidad diferencial.

Para encontrar los parámetros de flujo, se requiere la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias o ecuaciones diferenciales parciales, los cuales nos permiten encontrar los perfiles de velocidad, velocidad media, caudal, potencia para bombear el alcohol polivinílico a través de una tubería recta, etc.

## VI.- RESULTADOS

### 6.1.- Parámetros de los modelos de fluidos no newtonianos y parámetros reológicos

Luego de haber preparado las soluciones de alcohol vinílico al 4 y 10%, se han obtenido los datos de esfuerzo de corte y velocidad de corte a 10 °C y 35 °C respectivamente para cada una de las concentraciones en peso indicadas, las cuales se muestran a continuación.

#### 6.1.1: Datos reológicos del alcohol vinílico al 4% en agua y 20 °C

<i>N°</i>	<i>Velocidad de corte (1/s)</i>	<i>Esfuerzo de corte (Pa)</i>
1	4.63	1
2	12.8	1.5
3	23.3	1.99
4	36.7	2.49
5	52.6	2.99
6	70.8	3.49
7	91.4	3.98

*Fuente: Datos reportados del reómetro*

#### 6.1.2: Datos reológicos del alcohol vinílico al 4% en agua y 35 °C

<i>N°</i>	<i>Velocidad de corte (1/s)</i>	<i>Esfuerzo de corte (Pa)</i>
1	6.91	1
2	17.4	1.5
3	30.8	1.99
4	46.7	2.49
5	65.5	2.99
6	86.9	3.49

*Fuente: Datos reportados del reómetro*

6.1.3: Datos reológicos del alcohol vinílico al 10% en agua y 20 °C

N°	Velocidad de corte (1/s)	Esfuerzo de corte (Pa)
1	2.7	1
2	6.91	1.5
3	7.29	1.99
4	10.9	2.49
5	13.3	2.99
6	15.7	3.49
7	18.1	3.98
8	20.9	4.48
9	23.7	4.98
10	26.4	5.48
11	29	5.97
12	31.7	6.47
13	34.4	6.97
14	37.1	7.47
15	39.7	7.96
16	42.3	8.46
17	45	8.96
18	47.7	9.46
19	50.1	9.95
20	52.8	10.5
21	55.5	10.9
22	58.3	11.4
23	60.9	11.9
24	63.7	12.4
25	66.4	12.9
26	69.1	13.4
27	71.8	13.9
28	74.8	14.4
29	77.5	14.9
30	80.4	15.4
31	83.3	15.9
32	86	16.4
33	88.9	16.9
34	91.7	17.4
35	94.5	17.9
36	97.3	18.4

*Fuente: Datos reportados del reómetro*

#### 6.1.4: Datos reológicos del alcohol vinílico al 10% en agua y 35 °C

<i>N°</i>	<i>Velocidad de corte (1/s)</i>	<i>Esfuerzo de corte (Pa)</i>
1	4.5	1
2	7.01	1.5
3	10.4	1.99
4	13	2.49
5	16.7	2.99
6	19.9	3.49
7	23.3	3.98
8	26.9	4.48
9	30.7	4.98
10	34.3	5.48
11	37.3	5.97
12	40.8	6.47
13	44.9	6.97
14	48.6	7.47
15	52.7	7.96
16	55.8	8.46
17	59.8	8.96
18	64.3	9.46
19	67.7	9.95
20	71.5	10.5
21	76.1	10.9
22	79.4	11.4
23	83.3	11.9
24	87.6	12.4
25	90.8	12.9
26	95.2	13.4
27	98.9	13.9

*Fuente: Datos reportados del reómetro*

#### 6.2.- Parámetros de flujo no newtoniano

Se muestra el cálculo de los perfiles de velocidad y esfuerzos usando el modelo no newtoniano de Ellis de Haven, cuyos parámetros del modelo fueron

obtenidos previamente por regresión no lineal a partir de los datos experimentales reportados en el reómetro.

La ecuación de balance de cantidad de movimiento está dada por:

$$\frac{1}{r} \times \frac{d(r\tau_{rz})}{dr} = \frac{(P_0 - P_L)}{L} \quad (6.1)$$

Modelo de Ellis de Haven

$$\tau_{rz} = \frac{B}{(1 + A \times \tau_{rz}^{\alpha-1})} \times \frac{dV_z}{dr} \quad (6.2)$$

Desarrollando la ecuación (5.1) se tiene

$$\frac{d(\tau_{rz})}{dr} + \frac{1}{r} \times \tau_{rz} - \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0 \quad (6.3)$$

Reemplazando (5.2) en (5.3) se tiene:

$$\frac{d(\tau_{rz})}{dr} + \frac{1}{r} \times \frac{B}{(1 + A \times \tau_{rz}^{\alpha-1})} \times \left(-\frac{dV_z}{dr}\right) - \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0 \quad (6.4)$$

De la ecuación (5.2) se tiene:

$$\tau_{rz} - \frac{B}{(1 + A \times \tau_{rz}^{\alpha-1})} \times \left(-\frac{dV_z}{dr}\right) = 0 \quad (6.5)$$

Discretizando las ecuaciones (5.4) y (5.5) se tiene

$$\tau_i - \tau_{i-1} + \frac{1}{i} \times \frac{B}{(1 + A \times \tau_i^{\alpha-1})} \times \left(\frac{V_{i-1} - V_i}{\Delta r}\right) - \Delta r \times \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0 \quad (6.6)$$

$$\tau_i - \frac{B}{(1 + A \times \tau_i^{\alpha-1})} \times \left(\frac{V_{i-1} - V_i}{\Delta r}\right) \quad (6.7)$$

Las ecuaciones (6.6) y (6.7) conforman un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales, los cuales se resuelven con la ayuda de un software apropiado y, con las condiciones:  $r = 0 \quad \tau_{rz} = 0$  y en  $r = R \quad V_z = 0$ .

La expansión de las ecuaciones (6.6) y (6.7) conducen a:

$$i = 1 \quad \tau_1 - \tau_0 + \frac{1}{1} \times \frac{B}{(1 + A \times \tau_1^{\alpha-1})} \times \left( \frac{V_0 - V_1}{\Delta r} \right) - \Delta r \times \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0 \quad (6.6.1)$$

$$i = 2 \quad \tau_2 - \tau_1 + \frac{1}{2} \times \frac{B}{(1 + A \times \tau_2^{\alpha-1})} \times \left( \frac{V_1 - V_2}{\Delta r} \right) - \Delta r \times \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0 \quad (6.6.2)$$

$$i = 3 \quad \tau_3 - \tau_2 + \frac{1}{3} \times \frac{B}{(1 + A \times \tau_3^{\alpha-1})} \times \left( \frac{V_2 - V_3}{\Delta r} \right) - \Delta r \times \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0 \quad (6.6.3)$$

Y así sucesivamente hasta completar todo el radio

$$i = 10 \quad \tau_{10} - \tau_9 + \frac{1}{10} \times \frac{B}{(1 + A \times \tau_{10}^{\alpha-1})} \times \left( \frac{V_9 - V_{10}}{\Delta r} \right) - \Delta r \times \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0 \quad (6.6.10)$$

Asimismo:

$$\tau_1 - \frac{B}{(1 + A \times \tau_1^{\alpha-1})} \times \left( \frac{V_0 - V_1}{\Delta r} \right) \quad (6.7.1)$$

$$\tau_2 - \frac{B}{(1 + A \times \tau_2^{\alpha-1})} \times \left( \frac{V_1 - V_2}{\Delta r} \right) \quad (6.7.2)$$

$$\tau_3 - \frac{B}{(1 + A \times \tau_3^{\alpha-1})} \times \left( \frac{V_2 - V_3}{\Delta r} \right) \quad (6.7.3)$$

Y así sucesivamente

$$\tau_{10} - \frac{B}{(1 + A \times \tau_{10}^{\alpha-1})} \times \left( \frac{V_9 - V_{10}}{\Delta r} \right) \quad (6.7.10)$$

Como resultado inmediato se obtiene el perfil de esfuerzos y el perfil de velocidades, usando los parámetros del modelo de Ellis de Haven obtenidos en el Apéndice 6.2.5

También se usan los siguientes datos adicionales:

Longitud del tubo ( $L$ ) igual a 10 m.

Radio del tubo ( $R$ ) igual a 0.05 m

Densidad del fluido ( $\rho$ ): entre 0.88 y 0.925 g/cc

Caída de presión ( $P_0 - P_L$ ): 1200 N/m<sup>2</sup>.

Luego de ejecutar el programa, se obtiene los siguientes valores:

#### 6.2.1: Perfil de esfuerzos (N/m<sup>2</sup>) aplicado al modelo de Ellis de Haven

	Parámetros de flujo	4% y 20 °C	4% y 35 °C	10% y 20 °C	10% y 35 °C
0	Tau0	0	0	0	0
1	Tau1	0.2	0.2	0.2	0.2
2	Tau2	0.4	0.4	0.4	0.4
3	Tau3	0.6	0.6	0.6	0.6
4	Tau4	0.8	0.8	0.8	0.8
5	Tau5	1.0	1.0	1.0	1.0
6	Tau6	1.2	1.2	1.2	1.2
7	Tau7	1.4	1.4	1.4	1.4
8	Tau8	1.6	1.6	1.6	1.6
9	Tau9	1.8	1.8	1.8	1.8
10	Tau10	2.0	2.0	2.0	2.0

*Fuente: Obtenida a partir de la solución de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y el modelo reológico de Ellis*

6.2.2: Perfil de velocidades (m/s) aplicado al modelo de Ellis de Haven

	Parámetros de flujo	4% y 20 °C	4% y 35 °C	10% y 20 °C	10% y 35 °C
0	V0	0.4543819	0.6316744	0.3177358	0.3625721
1	V1	0.4531553	0.6299691	0.316878	0.3615933
2	V2	0.4483145	0.6232396	0.313493	0.3577306
3	V3	0.437507	0.6082151	0.3059357	0.3491068
4	V4	0.4183983	0.5816506	0.2925736	0.3338591
5	V5	0.3886669	0.5403184	0.2717832	0.310135
6	V6	0.3460006	0.4810044	0.241948	0.2760897
7	V7	0.2880954	0.4005056	0.2014566	0.2298845
8	V8	0.2126539	0.295628	0.1487026	0.1696862
9	V9	0.1173843	0.1631858	0.0820834	0.0936663
10	V10	0	0	0	0

*Fuente: Obtenida a partir de la solución de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y el modelo reológico de Ellis*



## VII.- DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados obtenidos en esta investigación, permiten obtener algunas interpretaciones de los fluidos newtonianos estudiadas a través de los reogramas obtenidos para el alcohol polivinílico.

- ✓ En base a los apéndices 9.1 y 9.2, se observa que el alcohol polivinílico al 4% en peso disuelto en agua, muestra el comportamiento de un plástico real tanto a 20 °C como a 35 °C, probablemente a la influencia del mayor volumen de agua que podría estar generando puentes de hidrogeno u otros tipos de atracción química.
- ✓ En base a los apéndices 9.3 y 9.4, se observa que el alcohol polivinílico al 10% en peso disuelto en agua, muestra el comportamiento de un plástico ideal tanto a 20 °C como a 35 °C; esto se debería probablemente a la menor interacción del agua con este polímero, tendiendo a ser newtoniano por encima del límite de fluencia, cuyo valor es muy bajo.
- ✓ Los datos experimentales esfuerzo de corte y velocidad de corte obtenidos en el reómetro, han correlacionado adecuadamente a los modelos de Ferrys ( Apéndice 9. 6.1), Roberston-Stiff (Apéndice 9.6.2), Williamson (Apéndice 9.6.3) , Sisko (Apéndice 9.6.4), y Ellis de Haven (Apéndice 9.6.5)
- ✓ El modelo de Ferrys predice un comportamiento casi lineal para la viscosidad aparente para la solución del alcohol polivinílico para las concentraciones en peso al 4% y 10% y temperaturas de 20 y 35 °C.
- ✓ Los modelos de Roberston-Stiff, Williamson, Sisko y Ellis de Haven predicen para las soluciones de alcohol polivinílico al 4 % y 10% en agua, un comportamiento de fluido newtoniano para valores de velocidad de corte inferiores de 10 (1/s) y superiores a 20 (1/s). Para valores de

velocidad de corte entre 10 y 20 (1/s), las soluciones de alcohol estudiadas tienen el comportamiento típico de un fluido no newtoniano

- ✓ El modelo de Ferrys predice la viscosidad diferencial o dinámica, de tal forma que no es posible establecer alguna relación. El mismo comportamiento poco usual ocurre con la predicción de la viscosidad diferencial con el modelo de Williamson.
- ✓ En base a las observaciones de los resultados gráficos observados, los modelos de Sisko y de Ellis de Haven son más consistentes en la predicción de los parámetros reológicos de la solución de alcohol polivinílico en agua. Esto ha motivado que los cálculos posteriores de los parámetros de flujo, sean realizados con el modelo de Ellis de Haven.
- ✓ Se ha calculado la energía de activación en función al esfuerzo de corte para el modelo de Ellis de Haven. En base al apéndice 9.6.5, i) la tendencia de la energía de activación es a disminuir a medida que se incrementa el esfuerzo de corte cuando el alcohol polivinílico se encuentra en una concentración de 4% en peso en solución acuosa; sin embargo, cuando la concentración de alcohol polivinílico en agua es del 10%, la tendencia de la energía de activación es a aumentar en forma proporcional al incremento de la velocidad de corte.
- ✓ El perfil de esfuerzos obtenido para cada concentración de alcohol polivinílico al 4% y 10% en agua a las temperaturas de 20 °C y 35°C, es el mismo; es decir solo tendrá variación respecto a factores externos como son la caída de presión y el radio y la longitud del tubo, tal como se observa en el apéndice 9.7.1
- ✓ Los perfiles de velocidad, en régimen estacionario tienen poca influencia con la temperatura para soluciones concentradas (10% en peso) y la influencia con la temperatura es mayor cuando las soluciones son diluidas (4% en peso), tal como se observa en el apéndice 9.7.2.

- ✓ En base al apéndice 9.7.3 se observa que el flujo volumétrico obtenido para las mismas condiciones externas y geométricas, el caudal es directamente proporcional a la concentración y temperatura; es decir para soluciones diluidas el flujo volumétrico observado es mayor que para soluciones concentradas. Respecto a la temperatura, se observa un incremento del flujo volumétrico, al incrementar la temperatura.

De acuerdo a los resultados encontrados se puede concluir lo siguiente:

- La solución acuosa de alcohol polivinílico tiene un comportamiento reológico que varía mucho con el porcentaje de dilución. La variación de sus propiedades reológicas con la temperatura, a una misma concentración no es muy marcada, pues los valores obtenidos difieren poco. A bajas concentraciones se comporta como un plástico real y a altas concentraciones se comporta como un plástico ideal.
- Los datos experimentales obtenidos del reómetro, se han intentado correlacionar con al menos 20 modelos de fluidos no newtonianos; sin embargo, solo los modelos de Ferrys, Roberston-Stiff, Williamson, Sisko y Ellis de Haven, han logrado superar exitosamente las pruebas estadísticas, cuyos valores de los indicadores se muestran en los apéndices 9.6.1, 9.6.2, 9.6.3, 9.6.4 y 9.6.5 respectivamente.
- Mediante una extrapolación de los datos experimentales de velocidad de corte y esfuerzo de corte, es posible obtener el esfuerzo umbral de fluencia.
- Finalmente, se ha sentado un precedente de la forma como se deben investigar el comportamiento reológico de los fluidos no newtonianos, usando como modelo de estudio a la solución de alcohol polivinílico; este mismo procedimiento puede ser aplicado a otros fluidos no newtonianos,

por lo que este trabajo se constituye en un aporte académico muy importante.

- Se requiere hacer mayores estudios reológicos a diferentes concentraciones acuosas y temperaturas de la solución de alcohol polivinílico

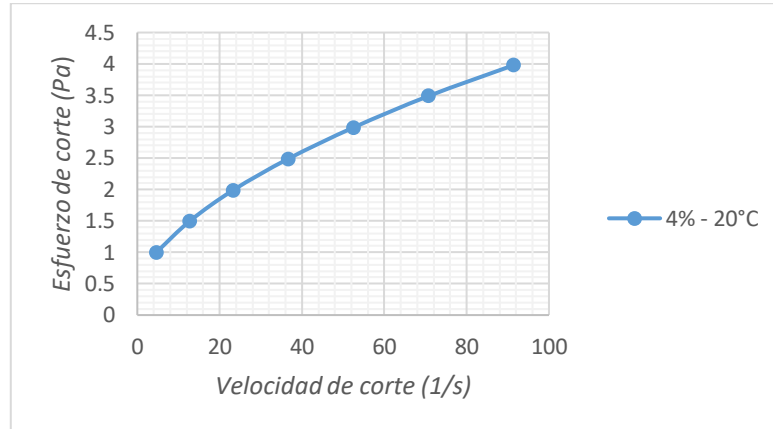
## VIII.- REFERENCIALES

1. Maestro Garriga, Alicia; Tesis doctoral: **Reología de espesantes celulósicos para pinturas al agua: Modelización y mecanismo de espesamiento asociativo**; Departamento de Ingeniería Química y Metalurgia, Facultad de Ingeniería Química; Barcelona, 2002.
2. Quintan Riveiro, Lourdes: Tesis Doctoral: **Reología de productos alimentarios**: *Departamento de Ingeniería Química Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Santiago de Compostela; Santiago de Compostela; 2008.*
3. Mendez-Sanchez, A; Pérez Trejo, L; Paniagua Mercado, A; **Determinación de la viscosidad de fluidos newtonianos y no newtonianos (una revisión del viscosímetro de Couette)**; *Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Asimilación Tecnológica-FESC, Universidad Nacional Autónoma de México, Cuautitlán, Edo. de México; 2010.*
4. Soler, M.; .Tesis Doctoral: **Hidrodinámica de los fluidos no newtonianos: Aplicación al derrame en un medio poroso**: Escuela Superior de Ingenieros Industriales de Barcelona, Universidad Politécnica de Barcelona; 1976.
5. Rojas, O; **Introducción a la Reología**; Escuela de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Mérida, Venezuela; 1999.
6. Carrasco Venegas, Luis; **Fenómenos de Transporte**; Editorial Macro; Segunda Edición; Lima Perú; 2011.
7. Gonzales Roldan, Simón; **Diseño de un equipo para la medida de la viscosidad en fluidos no newtonianos**; Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial; Universidad Politécnica de Cartagena; Tesis de Grado de del I.T.I: Ingeniería Mecánica; España; 2009.
8. Ramírez Navas, Juan; **Fundamentos de Reología de los Alimentos**; Edit. JSR e-books; Cali, Colombia; 2006.
9. Martínez Hernández, David; **Simulación Numérica del flujo cuasi estacionario de fluidos no newtonianos en tubos con elementos insertados dinámicos**; Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial; Universidad Politécnica de Cartagena, España; 2009.

10. López Chalarca, Liliana; Miranda Galvis; Lisbeth; ***Efecto de la viscosidad de una suspensión en la clasificación de hidrociclones***, Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín; Facultad Nacional de Mina; Medellín. 2009.
11. Mott, Robert L. **Mecánica de Fluidos**. México. Editorial Pearson Educación, S.A. Sexta Edición. 2006.
12. López Hernández, Oscar Javier; Pinto Rambaúth, Karem Tatiana. **Estudio reológico de los fluidos viscoelásticos surfactantes utilizados en operaciones de fracturamiento hidráulico**. Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ciencias Fisicoquímicas, Escuela de Ingeniería de Petróleos, Bucaramanga, 2011.
13. Hernández B, Efrén. **Caracterización del alcohol polivinílico usado en recubrimientos de base acuosa**. Revista Mexicana. 2007.
14. <http://polivinilicoslaily.blogspot.pe/2011/11/alcohol-polivinilico-pvohpva.html>
15. Laily, Polivinílicos, <http://polivinilicoslaily.blogspot.pe/2011/11/alcohol-polivinilico-pvohpva.html>. Consultada el 26 de enero del 2017.

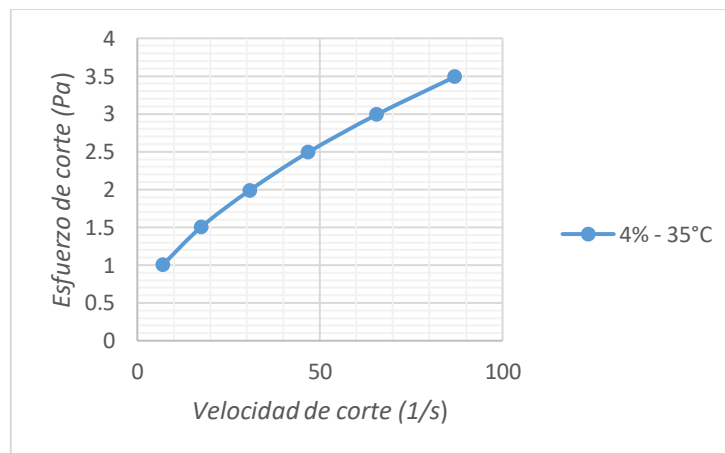
## IX.- APÉNDICES

9.1.- Grafico del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado al alcohol vinílico al 4% en agua y a 20 °C



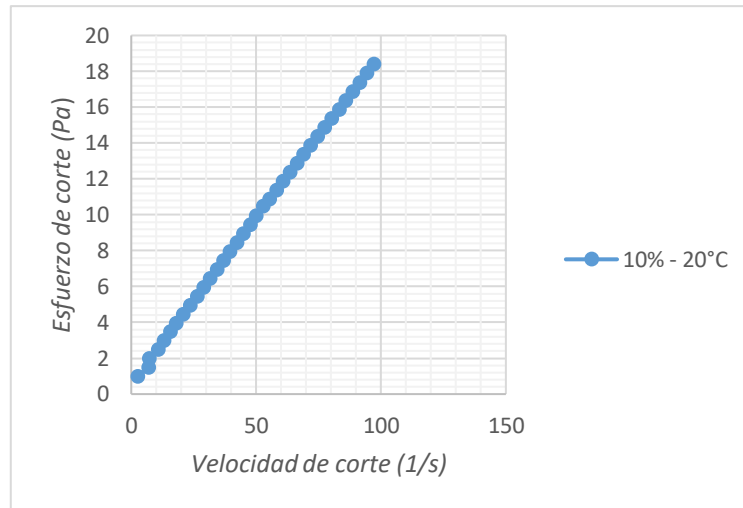
Fuente: Obtenida a partir de los datos de la Tabla 1

9.2.- Grafico del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado al alcohol vinílico al 4% en agua y a 35 °C



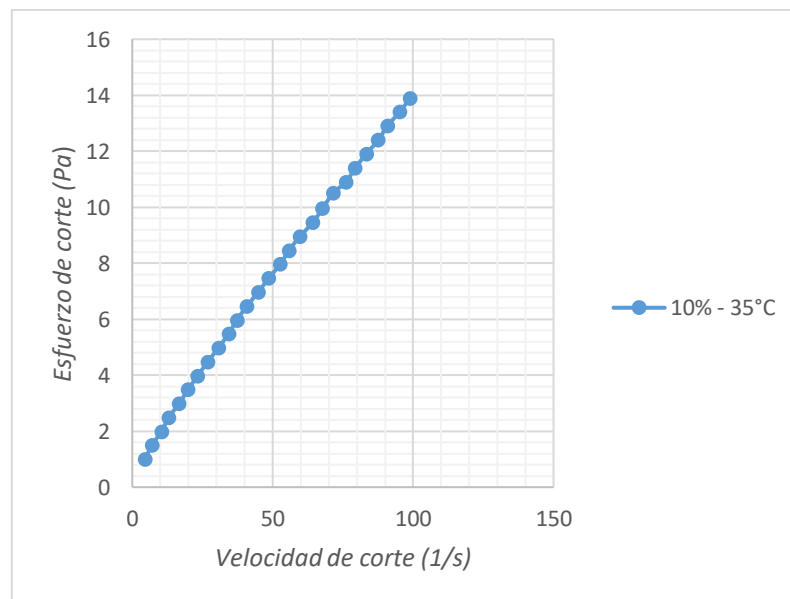
Fuente: Obtenida a partir de los datos de la Tabla 2

**9.3.-** Grafico del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado al alcohol vinílico al 10% en agua y a 20 °C



*Fuente: Obtenida a partir de los datos de la Tabla 3*

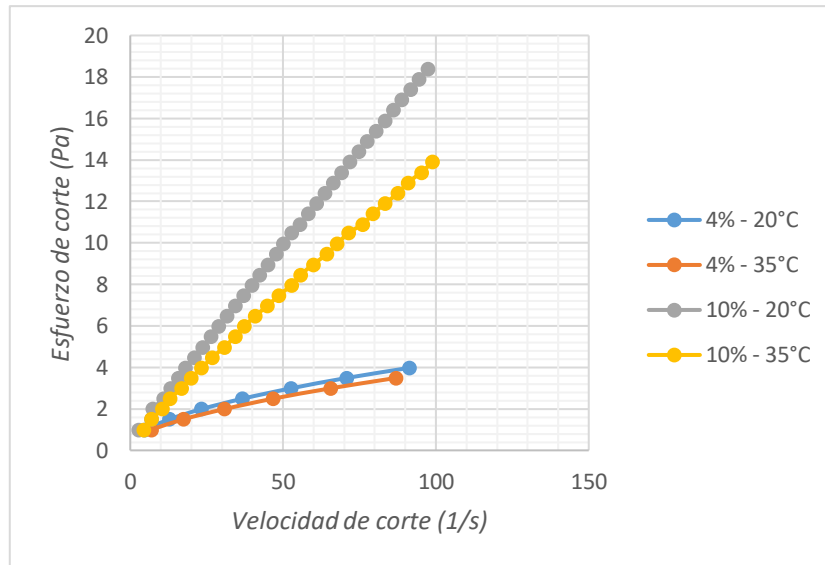
**9.4.-** Grafico del esfuerzo de corte (Pa) y velocidad de corte (1/s) aplicado al alcohol vinílico al 10% en agua y a 35 °C



*Fuente: Obtenida a partir de los datos de la Tabla 4*



**9.5.-** Grafico comparativo del esfuerzo de corte y velocidad de corte aplicado al alcohol vinílico al 4% y 10% y a 20°C y 35 °C



*Fuente: Obtenida a partir de los datos de la Tabla 1, 2, 3 y 4*

**9.6.-** Cálculo de los parámetros de los modelos de fluidos no newtonianos a partir de los datos experimentales

#### **9.6.1:** Cálculo de los parámetros del modelo de Ferrys

Dado que este modelo no es explícito en el esfuerzo de corte (variable dependiente), para la regresión se toma la forma alterna; es decir, se toma como variable dependiente la velocidad de corte y en el proceso de regresión, se toma como modelo la función alterna, en términos de las variables  $x$  e  $y$ .

Forma estándar	Forma alterna	Forma para la regresión
$\tau = \left( \frac{A}{1 + \frac{\tau}{G}} \right) \times \dot{\gamma}$	$\dot{\gamma} = \frac{1}{A} \left( \tau + \frac{\tau^2}{G} \right)$	$x = \frac{\left( y + \frac{y^2}{G} \right)}{A}$

Fuente: Obtenida a partir del anexo 10.5

	4%		10%	
	20°C	35°C	20°C	35°C
<b>A</b>	1,814528	0,5578544	0,2146649	0,1799377
<b>G</b>	0,0975657	0,2682272	129,1049	46,50479
<b>R<sup>2</sup></b>	0,9994324	0,9990083	0,9995421	0,9991723
<b>R<sup>2</sup>adj</b>	0,9993189	0,9987603	0,9995282	0,9991392
<b>Rmsd</b>	0,2638186	0,3540979	0,099161	0,1590876
<b>Varianza</b>	0,6820825	1,128468	0,3650092	0,7380067

Fuente: Obtenido a partir de la regresión de los datos de las Tablas 6.1.1, 6.1.2, 6.1.3 y 6.1.4.

a) Parámetros reológicos del alcohol polivinílico al 4% en agua a 20°C y 35°C

$\tau$	20°C			35°C		
	$\dot{\gamma}$	viscosidad aparente	viscosidad diferencial	$\dot{\gamma}$	viscosidad aparente	viscosidad diferencial
0.5	1.687698353	0.296261473	0.101828554	2.567059915	0.194775353	0.087033794
1	6.199685906	0.161298494	0.085085315	8.475657223	0.117984951	0.068259163
1.5	13.53596266	0.110815909	0.064939734	17.72579192	0.084622453	0.045666409
2	23.69652861	0.084400548	0.049950085	30.31746402	0.065968578	0.025196052
2.5	36.68138377	0.068154463	0.048956792	46.25067351	0.054053267	0.009420544
3	52.49052812	0.057153169	0.068164748	65.52542039	0.045783758	0.007517227
3.5	71.12396168	0.049209857	0.107414603	88.14170466	0.039708785	0.046308626
4	92.58168443	0.04320509	0.155643049			

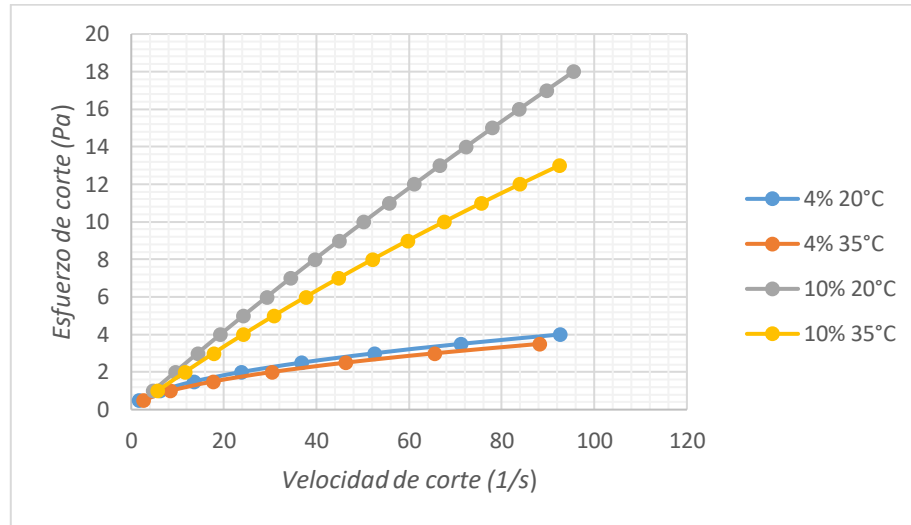
Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys anexo 9.6.1

**b) Parámetros reológicos del alcohol polivinílico al 10% en agua a 20°C y 35°C**

$\tau$	20°C			35°C		
	$\dot{\gamma}$	viscosidad aparente	viscosidad diferencial	$\dot{\gamma}$	viscosidad aparente	viscosidad diferencial
1	4.694505899	0.213014963	0.211848584	5.676982429	0.17614992	0.168254367
2	9.461176735	0.211390196	0.20918506	11.5929716	0.172518321	0.163822581
3	14.30001251	0.209790026	0.20661007	17.7479675	0.16903344	0.159424235
4	19.21101321	0.208213901	0.204123861	24.14197014	0.165686561	0.155078645
5	24.19417886	0.206661281	0.201726269	30.77497952	0.162469645	0.150804727
6	29.24950944	0.205131645	0.199416704	37.64699563	0.159375268	0.146620865
7	34.37700495	0.203624487	0.197194124	44.75801849	0.156396557	0.142544774
8	39.57666541	0.202139314	0.195057023	52.10804808	0.153527148	0.138593362
9	44.84849079	0.200675649	0.193003405	59.6970844	0.150761132	0.134782578
10	50.19248112	0.199233028	0.191030773	67.52512747	0.148093019	0.131127265
11	55.60863638	0.197811001	0.189136102	75.59217727	0.145517703	0.127641002
12	61.09695657	0.196409129	0.18731582	83.89823381	0.143030425	0.124335944
13	66.65744171	0.195026987	0.185565792	92.44329708	0.140626745	0.121222658
14	72.29009178	0.193664161	0.183881295			
15	77.99490678	0.19232025	0.182257			
16	83.77188672	0.190994863	0.180686948			
17	89.6210316	0.189687618	0.179164531			
18	95.54234141	0.188398146	0.177682469			

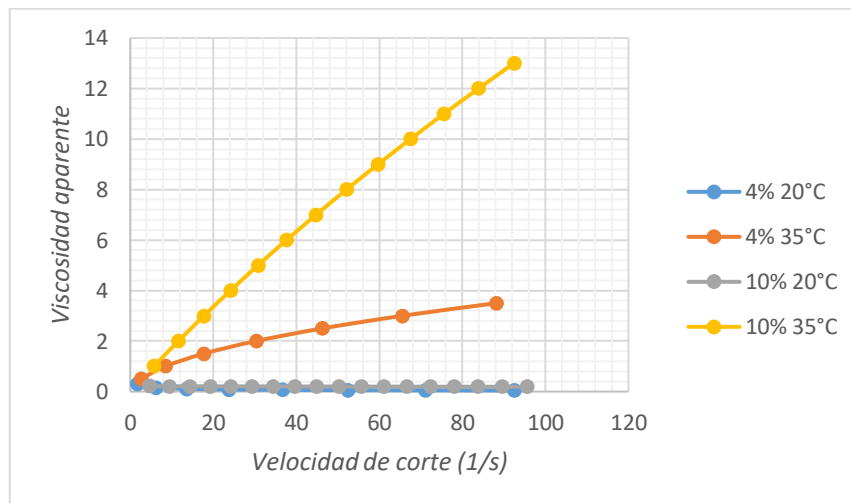
*Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys anexo 9.6.1*

c) Gráfico comparativo del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones



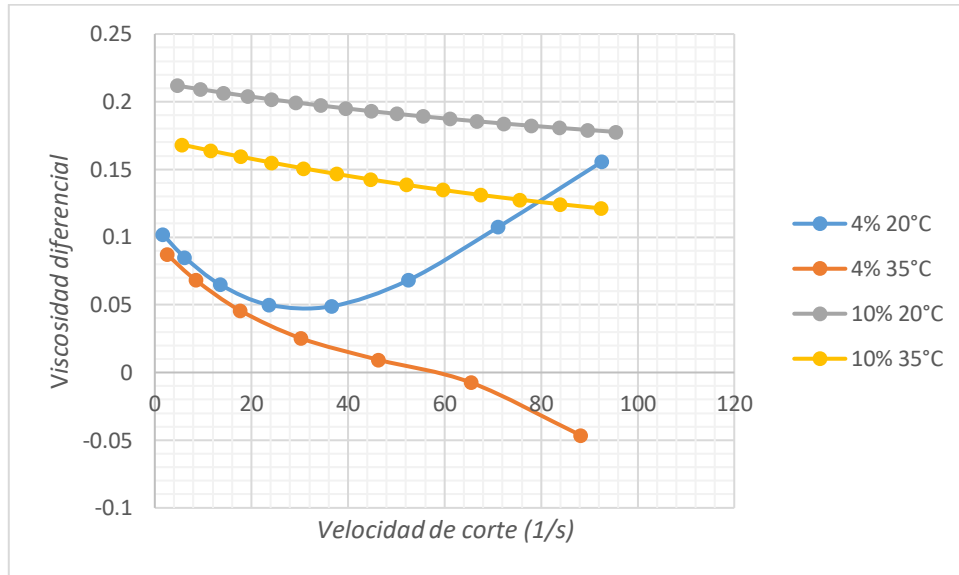
Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys anexo 9.6.1, a) y b)

d) Gráfico comparativo de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys anexo 9.6.1, a) y b)

e) Gráfico comparativo de la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys del apéndice 9.6.1, a) y b)

**Apéndice 9.6.2:** Cálculo de los parámetros del modelo de Roberston-Stiff

Forma estándar	Forma alterna	Forma para la regresión
$\tau = k \left( \overset{o}{\dot{\gamma}} + \gamma \right)^n$	$\dot{\gamma} = \frac{\tau^{1/n}}{k} - \gamma$	$y = A(B + x)^n$

Fuente: Obtenida a partir del anexo 10.6

	4%		10%	
	20°C	35°C	20°C	35°C
<b>A</b>	0,3456661	0,2605615	0,2286033	0,241323
<b>B</b>	2,555044	3,402895	1,535077	0,7949595
<b>n</b>	0,5380453	0,5763393	0,9555769	0,8798888
<b>R<sup>2</sup></b>	0,9999953	0,9999878	0,9999516	0,9998714
<b>R<sup>2</sup>adj</b>	0,9999929	0,9999797	0,9999486	0,9998607
<b>Rmsd</b>	0,0008182	0,0012103	0,0059389	0,0012103
<b>Varianza</b>	$8,2 \times 10^{-6}$	$1,758 \times 10^{-5}$	0,0013502	0,002158

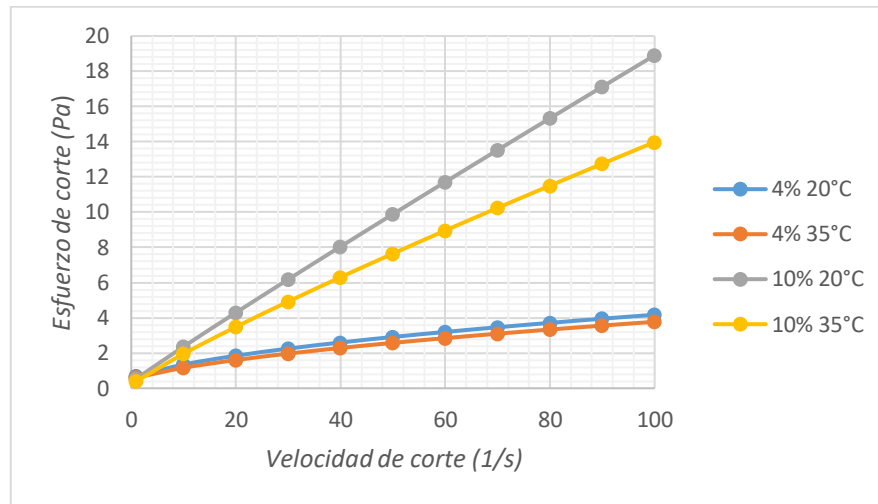
Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys del apéndice 9.6.2

a) Parámetros reológicos del alcohol polivinílico en agua a diversas condiciones

$\dot{\gamma}$	4% 20°C				4% 35°C			10% 20°C			10% 35°C				
	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL		$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL		
1	0.68396888	0.68396888	0.07442984		0.612240343	0.612240343	0.06232088		0.556066985	0.556066985	0.20200896		0.403774195	0.403774195	0.17382388
10	1.348561568	0.134856157	0.05924		1.162944815	0.116294481	0.04988		2.365509794	0.236550979	0.19566		1.957574579	0.195757458	0.15988
20	1.848260537	0.092413027	0.04712		1.603519034	0.080175952	0.03934		4.295427836	0.214771392	0.19008		3.485421197	0.17427106	0.14824
30	2.251717741	0.075057258	0.03908		1.968461441	0.065615381	0.03156		6.184367939	0.206145598	0.18582		4.923741878	0.164124729	0.13996
40	2.600795726	0.065019893	0.03416		2.289162516	0.0572229063	0.02582		8.046416392	0.20116041	0.18264		6.305990929	0.157649773	0.13432
50	2.913568834	0.058271377	0.0314		2.579726909	0.051594538	0.0214		9.888456446	0.197769129	0.1803		7.647705797	0.152954116	0.1306
60	3.199832875	0.053330548	0.02984		2.847977384	0.04746629	0.01758		11.71458384	0.195243064	0.17856		8.957850584	0.14929751	0.12808
70	3.4656145	0.049508779	0.02852		3.098803793	0.044268626	0.01364		13.52751609	0.19325023	0.17718		10.24224246	0.146317749	0.12604
80	3.714938958	0.046436737	0.02648		3.335511412	0.041693893	0.00886		15.32918741	0.191614843	0.17592		11.50495091	0.143811886	0.12376
90	3.950655103	0.043896168	0.02276		3.560461904	0.039560688	0.00252		17.12104413	0.190233824	0.17454		12.74897618	0.141655291	0.12052
100	4.174868164	0.041748682	0.0164		3.77541425	0.037754142	-0.0061		18.90420813	0.189042081	0.1728		13.97661783	0.139766178	0.1156

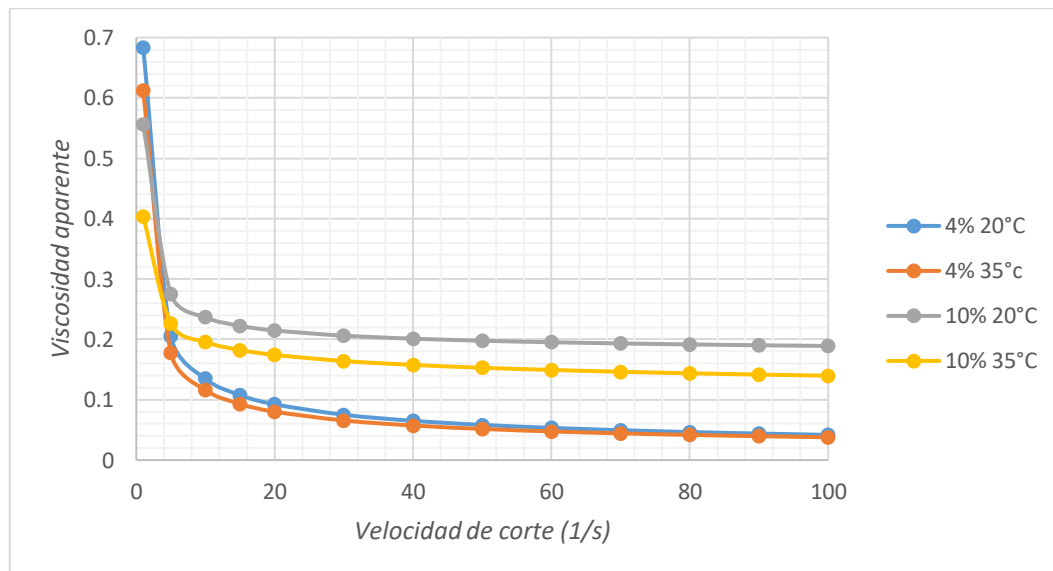
Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys apéndice 9.6.1, a) y b)

b) Gráfico comparativo del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones



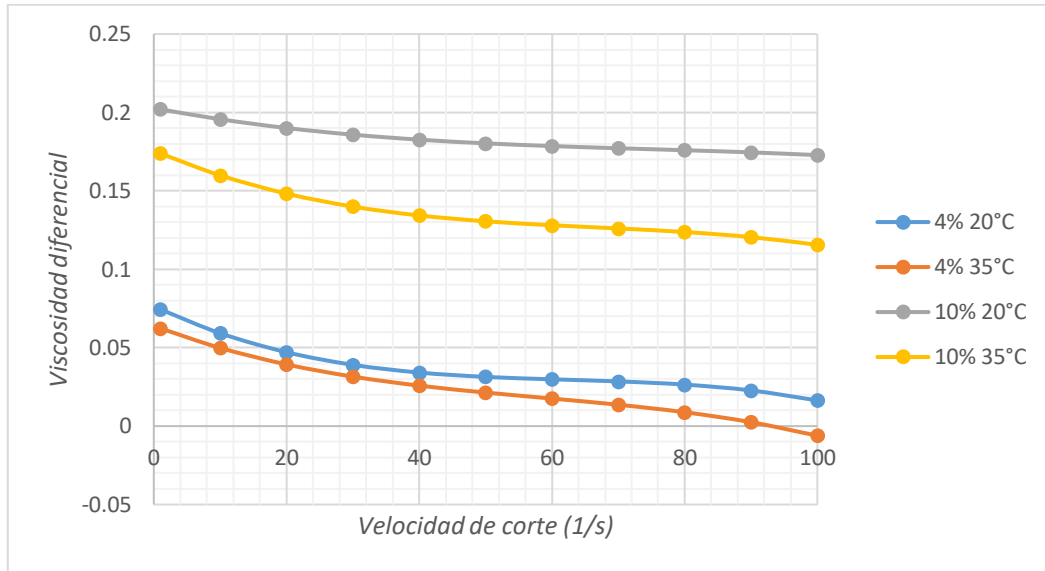
Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys anexo 9.6.2, a)

c) Gráfico comparativo de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys anexo 9.6.2, a)

d) Gráfico comparativo de la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del modelo de Ferrys anexo 9.6.2, a)

**Apéndice 9.6.3:** Cálculo de los parámetros del modelo de Williamson

Forma estándar	Forma alterna	Forma para la regresión
$\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\frac{A}{B + \frac{du}{dy}} + \mu_0}$	$\tau = \left[ \frac{A}{B + \frac{du}{dy}} + \mu_0 \right] \frac{du}{dy}$	$y = \frac{A \times x}{B + x} + C \times x$

Fuente: Obtenida a partir del anexo 10.5



	4%		10%	
	20°C	35°C	20°C	35°C
<b>A</b>	1,686754	1,473368	0,8709516	1,988509
<b>B</b>	4,774118	5,66799	4,921159	17,83442
<b>C</b>	0,0265271	0,024545	0,1813546	0,123343
<b>R<sup>2</sup></b>	0,9980099	0,999011	0,9998679	0,9998447
<b>R<sup>2</sup>adj</b>	0,9970148	0,9983517	0,9998596	0,9998312
<b>Rmsd</b>	0,016765	0,0109129	0,0098115	0,0090845
<b>Varianza</b>	0,003443	0,0014291	0,0036852	0,0024283

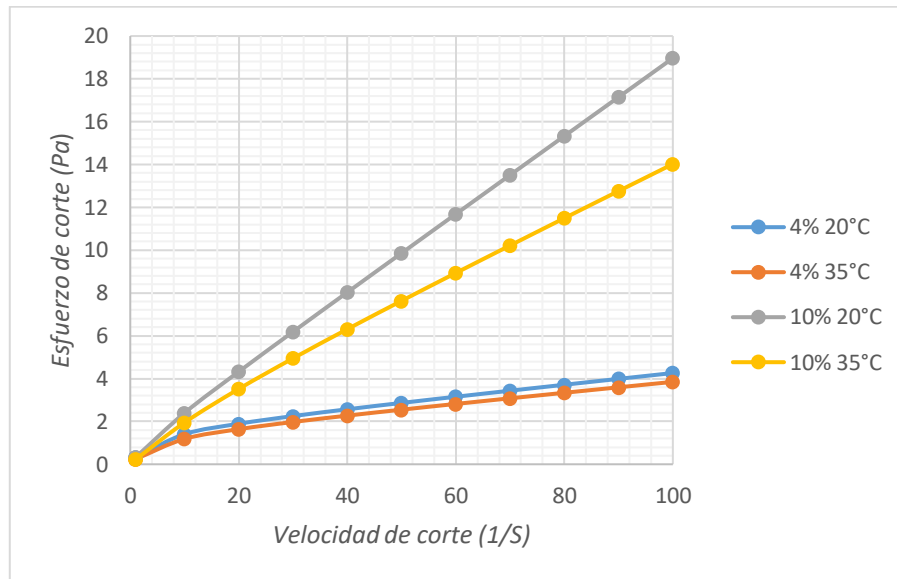
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.3

a) Parámetros reológicos del alcohol polivinílico en agua a diversas condiciones

$\dot{\gamma}$	4% 20°C			4% 35°C			10% 20°C			10% 35°C		
	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL
1	0.31865033	0.31865033	0.1020896	0.245506339	0.245506339	0.09105964	0.328446006	0.328446006	0.2205298	0.228921457	0.228921457	0.19305976
10	1.406966227	0.140696623	0.071	1.185818228	0.118581823	0.06244	2.397248379	0.239724838	0.2035	1.947836479	0.194783648	0.16996
20	1.8922486	0.09461243	0.0512	1.638919771	0.081945989	0.03992	4.326057566	0.216302878	0.1891	3.518023993	0.1759012	0.15428
30	2.250993545	0.075033118	0.0446	1.975585516	0.065852851	0.02508	6.188853373	0.206295112	0.1783	4.94741017	0.164913672	0.14772
40	2.567984929	0.064199623	0.0488	2.272303918	0.056807598	0.01576	8.02972196	0.200743049	0.1699	6.309031795	0.157725795	0.14884
50	2.86609134	0.057321827	0.0614	2.550602972	0.051012059	0.0098	9.860640798	0.197212816	0.1627	7.632857969	0.152657159	0.1562
60	3.154059316	0.052567655	0.08	2.81889744	0.046981624	0.00504	11.68620766	0.194770128	0.1555	8.933456329	0.148890939	0.16836
70	3.435956482	0.049085093	0.1022	3.081153828	0.044016483	-0.00068	13.50856558	0.192979508	0.1471	10.21876037	0.145982291	0.18388
80	3.713931184	0.04642414	0.1256	3.339486606	0.041743583	-0.00952	15.32884818	0.191610602	0.1363	11.49345996	0.14366825	0.20132
90	3.989225049	0.044324723	0.1478	3.595126158	0.039945846	-0.02364	17.14771138	0.190530126	0.1219	12.7605053	0.141783392	0.21924
100	4.262605681	0.042626057	0.1664	3.848837112	0.038488371	-0.0452	18.96556101	0.18965561	0.1027	14.02184512	0.140218451	0.2362

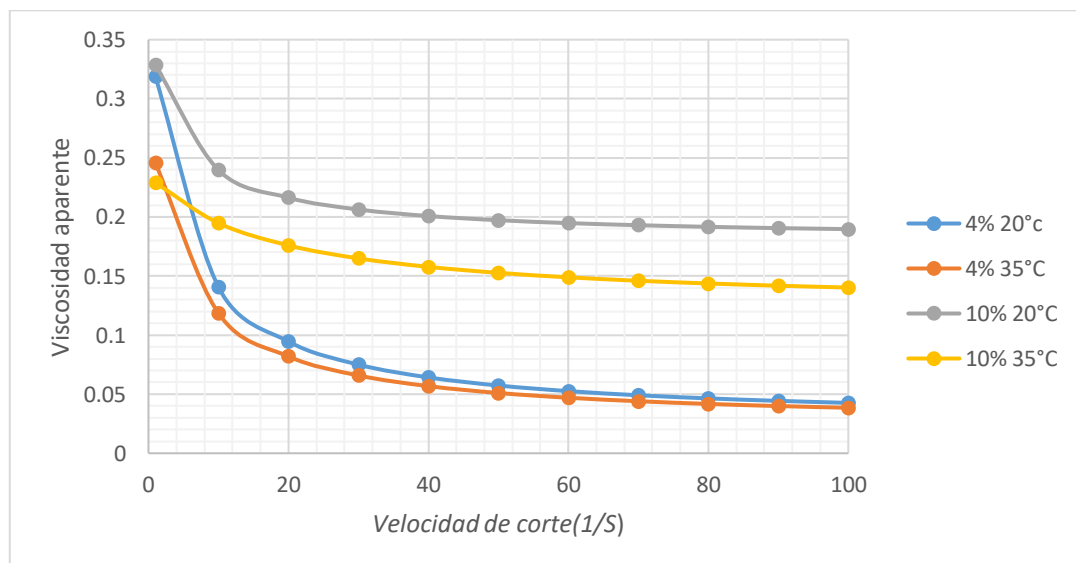
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.3

b) Gráfico comparativo del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones



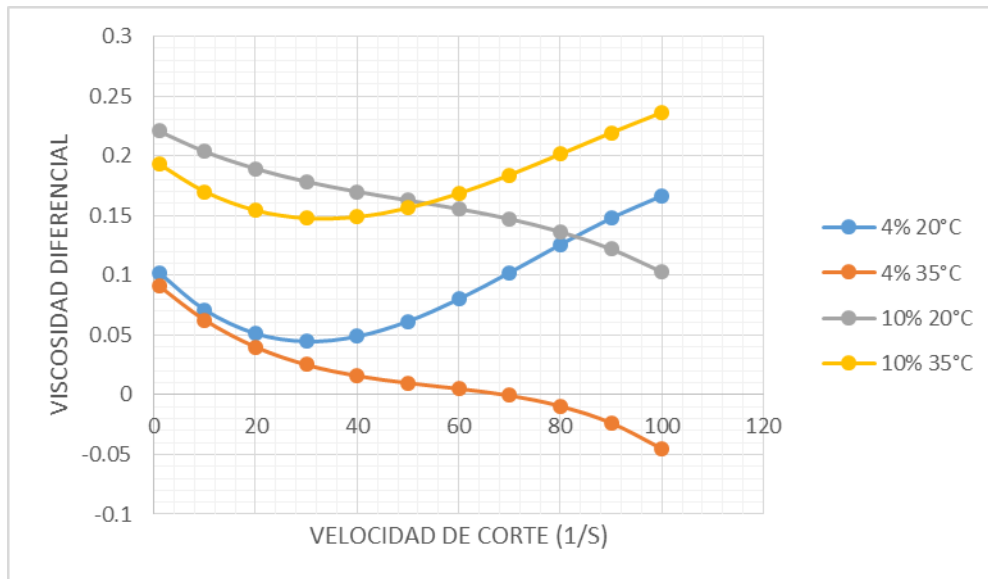
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.3, a)

c) Gráfico comparativo de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.3, a)

d) Gráfico comparativo de la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.3, a)

**Apéndice 9.6.4:** Cálculo de los parámetros del modelo de Sisko

Forma estándar	Forma alterna	Forma para la regresión
$\tau = A \cdot \frac{du}{dy} + B \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^n$ $0 < n < 1$	No presenta	$y = Ax + Bx^C$

Fuente: Obtenida a partir del anexo 10.5

	4%		10%	
	20°C	35°C	20°C	35°C
<b>A</b>	0,0118033	0,0125602	0,1735962	0,0873764
<b>B</b>	0,5149615	0,428546	0,2603309	0,2259649
<b>C</b>	0,3838787	0,3864991	0,3902933	0,6832515
<b>R<sup>2</sup></b>	0,999806	0,9998751	0,9999223	0,9998793
<b>R<sup>2</sup>adj</b>	0,999709	0,9997919	0,9999175	0,9998692
<b>Rmsd</b>	0,0052343	0,0038778	0,0075219	0,0081676
<b>Varianza</b>	0,0003356	0,0001804	0,0021659	0,0020263

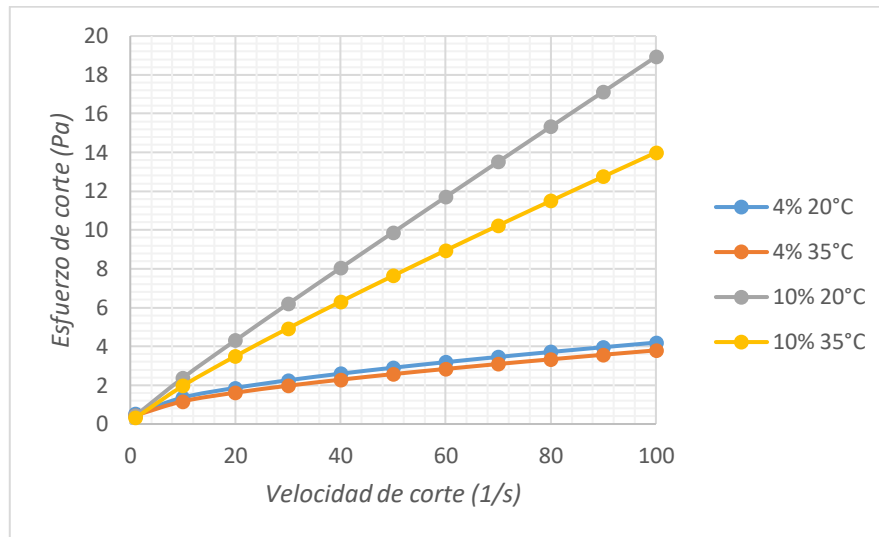
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.4

a) Parámetros reológicos del alcohol polivinílico en agua a diversas condiciones

$\dot{\gamma}$	4% 20°C			4% 35°C			10% 20°C			10% 35°C		
	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL	$\tau$	VISCOSIDAD APARENTE	VISCOSIDAD DIFERENCIAL
1	0.5267648	0.5267648	0.209486051	0.4411062	0.4411062	0.178192843	0.4339271	0.4339271	0.275201606	0.3133418	0.3133418	0.241767757
10	1.36442158	0.136442158	0.059649503	1.169111833	0.116911183	0.052891761	2.375430299	0.23754303	0.198554219	1.963432701	0.19634327	0.161828336
20	1.862410198	0.09312051	0.043019245	1.615298218	0.080764911	0.038921259	4.310049415	0.215502471	0.189951937	3.497270586	0.174863529	0.147152271
30	2.254346405	0.07514488	0.036118783	1.972330515	0.06574435	0.033115826	6.189715889	0.206323863	0.186369588	4.92957535	0.164319178	0.139947827
40	2.594259474	0.064856487	0.032169288	2.285575707	0.057139393	0.029790018	8.042345317	0.201058633	0.184314604	6.304717286	0.157617932	0.135369191
50	2.902086894	0.058041738	0.029553251	2.571793196	0.051435864	0.027585609	9.87826665	0.197565333	0.182951192	7.641232972	0.152824659	0.13209418
60	3.187726769	0.053128779	0.027667271	2.839309419	0.047321824	0.025995536	11.702617	0.195043617	0.181966983	8.949126702	0.149152112	0.129584906
70	3.456914483	0.049384493	0.026229919	3.092951784	0.044185025	0.024783167	13.51837713	0.193119673	0.181216081	10.23457876	0.146208268	0.12757352
80	3.713311919	0.046416399	0.025090531	3.335803867	0.041697548	0.023821759	15.32745231	0.191593154	0.180620291	11.50174664	0.143771833	0.125908823
90	3.959419341	0.043993548	0.024160451	3.569971894	0.039666354	0.023036704	17.13114466	0.190346052	0.180133555	12.7535973	0.141706637	0.124497774
100	4.197030263	0.041970303	0.02338377	3.79696723	0.037969672	0.022380938	18.93038899	0.18930389	0.179726806	13.9923423	0.139923423	0.123279391

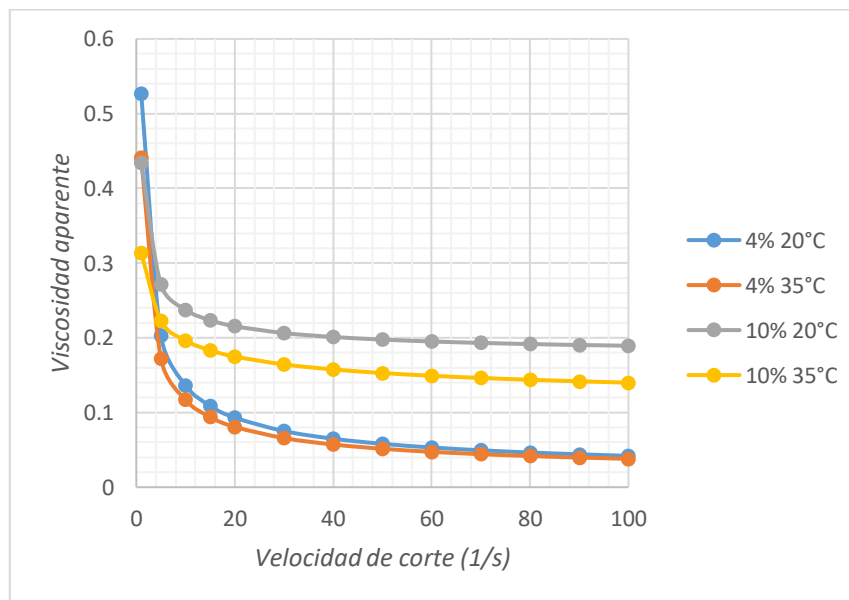
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.4

b) Gráfico comparativo del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones



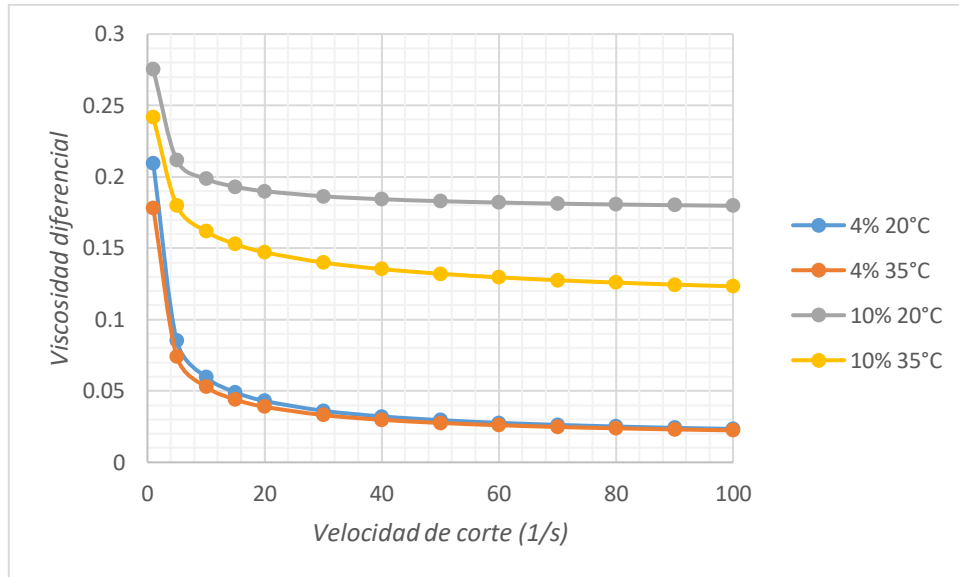
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.4, a)

c) Gráfico comparativo de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.4, a)

d) Gráfico comparativo de la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.4, a)

Apéndice 9.6.5: Cálculo de los parámetros del modelo de Ellis de Haven

Forma estándar	Forma alterna	Forma para la regresión
$\tau = \frac{\mu_0}{1 + C \times \tau^{n-1}} \frac{du}{dy}$ <p><math>n &gt; 1</math></p>	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_0} (1 + C \tau^{n-1})$	$x = (1 + A \times y^{n-1}) \frac{y}{B}$

Fuente: Obtenida a partir del anexo 10.5

	4%		10%	
	20°C	35°C	20°C	35°C
<b>A</b>	4040,987	4040,967	4040,975	4040,756
<b>B</b>	679,7489	488,9609	972,0802	851,825
<b>n</b>	1,981353	1,886354	1,083329	1,156423
<b>R<sup>2</sup></b>	0,9995681	0,9993935	0,9997804	0,9998258
<b>R<sup>2</sup>adj</b>	0,9993522	0,9989892	0,9997671	0,9998113
<b>Rmsd</b>	0,2301325	0,2769114	0,0690516	0,0729768
<b>Varianza</b>	0,6487721	0,9201594	0,1872571	0,1617565

*Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5*

a) Parámetros reológicos del alcohol polivinílico al 4% en agua a 20°C y 35°C

	20°C			35°C		
$\tau$	$\dot{\gamma}$	viscosidad aparente	viscosidad diferencial	$\dot{\gamma}$	viscosidad aparente	viscosidad diferencial
0.5	1.506275414	0.331944607	0.167574841	2.236457521	0.22356785	0.11854397
1	5.946294286	0.168171966	0.084887739	8.266442163	0.120971027	0.064137003
1.5	13.27730923	0.112974698	0.057023659	17.76055953	0.084456799	0.044776142
2	23.47686252	0.085190259	0.042998672	30.55754395	0.065450286	0.034698897
2.5	36.52937969	0.068438063	0.034542798	46.54945531	0.053706321	0.028472436
3	52.422911	0.057226887	0.028883936	65.65553516	0.045693025	0.024223996
3.5	71.14775858	0.049193398	0.024829075	87.81152247	0.039858095	0.02113051
4	92.69576238	0.043151919	0.021779701			

*Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5*

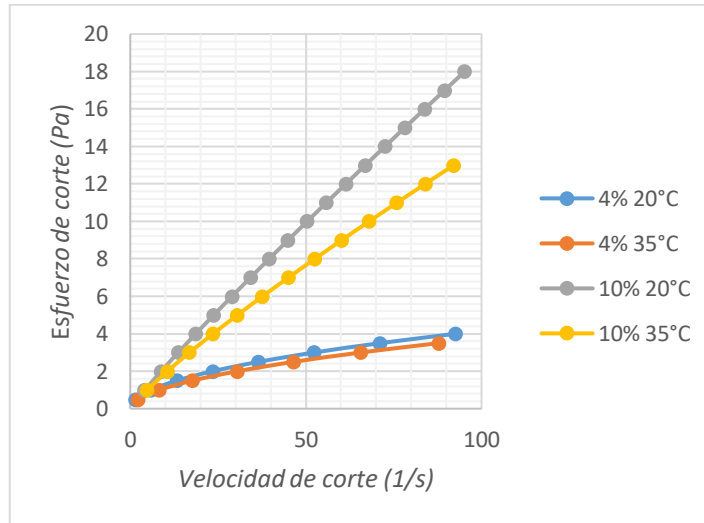
**b) Parámetros reológicos del alcohol polivinílico al 10% en agua a 20°C y 35°C**

$\tau$	20°C			35°C		
	$\dot{\gamma}$	viscosidad aparente	viscosidad diferencial	$\dot{\gamma}$	viscosidad aparente	viscosidad diferencial
1	4.15806741	0.240496342	0.222001736	4.744819652	0.210756166	0.182254435
2	8.810489131	0.227002153	0.209545051	10.57612754	0.189105133	0.163530829
3	13.66977663	0.219462255	0.202584871	16.90272541	0.17748617	0.153482915
4	18.66847541	0.214264953	0.197787178	23.57408163	0.169677872	0.14673043
5	23.77346669	0.210318506	0.194144167	30.51411535	0.163858593	0.141698026
6	28.96479368	0.207148032	0.191217467	37.6760573	0.159252332	0.137714625
7	34.22903511	0.204504742	0.188777418	45.02796519	0.155458946	0.134434185
8	39.55651329	0.202242294	0.186688929	52.54651339	0.152246067	0.131655759
9	44.93990316	0.200267454	0.184865934	60.21385621	0.149467258	0.129252709
10	50.37345819	0.198517242	0.183250297	68.01586255	0.147024527	0.127140293
11	55.85254425	0.196947161	0.181800939	75.94104235	0.14484921	0.125259133
12	61.37334153	0.195524632	0.18048779	83.97985424	0.142891413	0.123566078
13	66.93264486	0.194225105	0.179288185	92.12423813	0.141113786	0.122028832
14	72.5277247	0.193029632	0.178184633			
15	78.15622737	0.191923286	0.177163356			
16	83.81610151	0.190894109	0.176213313			
17	89.50554266	0.189932372	0.175325526			
18	95.22295069	0.189030059	0.174492593			

*Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5*

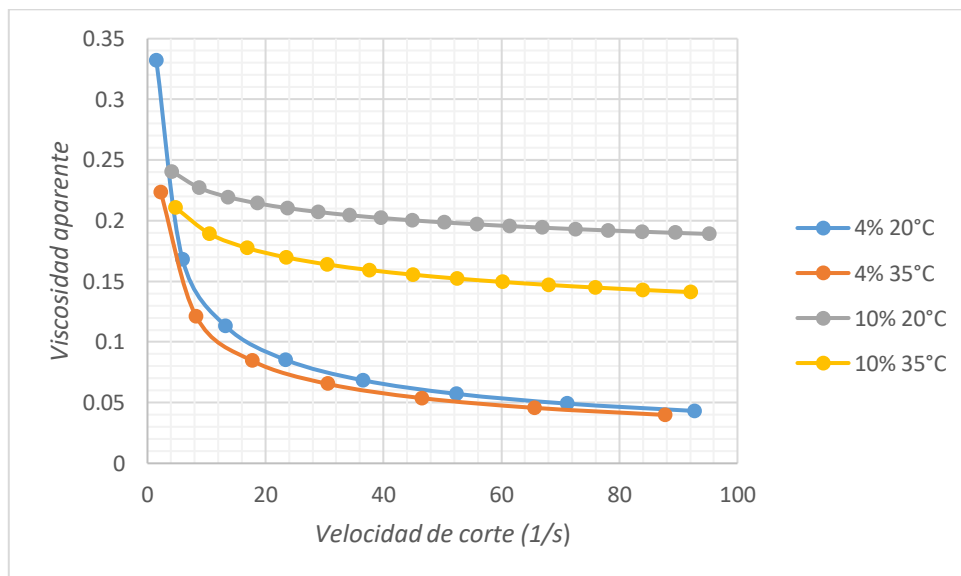


c) Gráfico comparativo del esfuerzo de corte y velocidad de corte a diversas condiciones



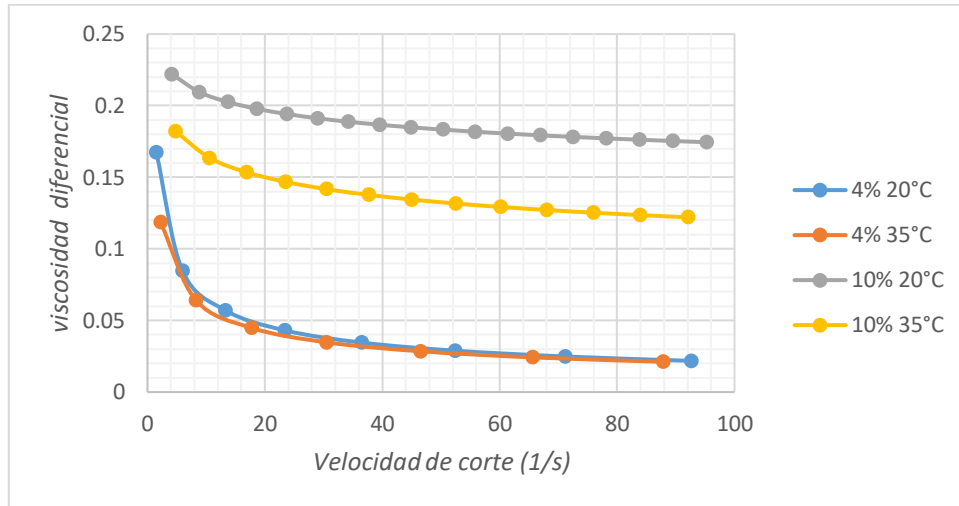
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5 a) y b)

d) Gráfico comparativo de la viscosidad aparente y velocidad de corte a diversas condiciones



Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5 a) y b)

- e) Gráfico comparativo de la viscosidad diferencial o dinámica y velocidad de corte a diversas condiciones



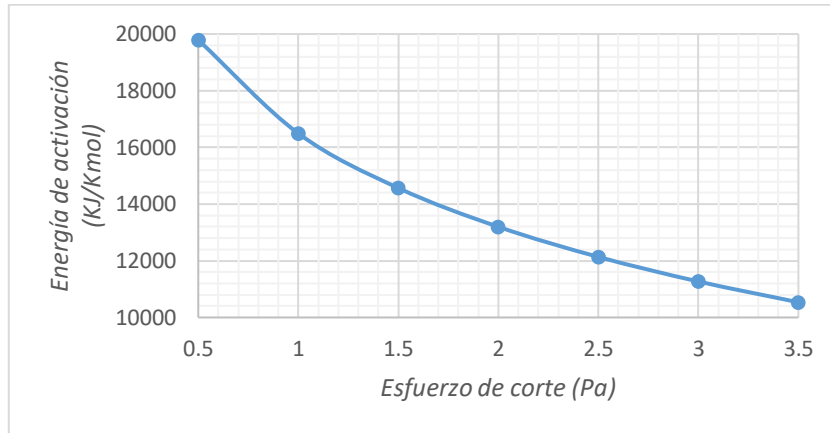
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5 a) y b)

- f) Cálculo de la energía de activación a diversos esfuerzos de corte del alcohol polivinílico al 4%

$\tau$	4% -20°C		4% -35°C		Energía de Activación
	$\dot{\gamma}$	Viscosidad Aparente	$\dot{\gamma}$	Viscosidad Aparente	
0.5	1.50627541	0.33194461	2.23645752	0.22356785	19791.1412
1	5.94629429	0.16817197	8.26644216	0.12097103	16495.5397
1.5	13.2773092	0.1129747	17.7605595	0.0844568	14567.1517
2	23.4768625	0.08519026	30.557544	0.06545029	13198.8071
2.5	36.5293797	0.06843806	46.5494553	0.05370632	12137.3901
3	52.422911	0.05722689	65.6555352	0.04569302	11270.1289
3.5	71.1477586	0.0491934	87.8115225	0.03985809	10536.8598

Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5 a) y b)

- g) Gráfico de la energía de activación y el esfuerzo de corte para el alcohol polivinílico al 4% en agua.



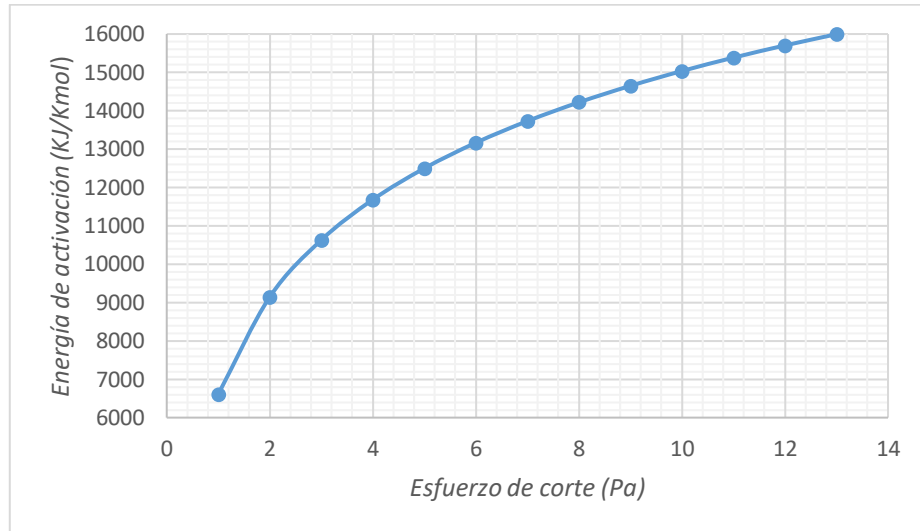
Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5 a) y b)

- h) Cálculo de la energía de activación a diversos esfuerzos de corte del alcohol polivinílico al 10%

$\tau$	10% -20°C		10% -35°C		Energía de Activación
	$\dot{\gamma}$	Viscosidad Aparente	$\dot{\gamma}$	Viscosidad Aparente	
1	4.15806741	0.24049634	4.74481965	0.21075617	6609.66365
2	8.81048913	0.22700215	10.5761275	0.18910513	9145.98199
3	13.6697766	0.21946225	16.9027254	0.17748617	10629.6764
4	18.6684754	0.21426495	23.5740816	0.16967787	11682.3921
5	23.7734667	0.21031851	30.5141153	0.16385859	12498.9514
6	28.9647937	0.20714803	37.6760573	0.15925233	13166.1349
7	34.2290351	0.20450474	45.0279652	0.15545895	13730.2345
8	39.5565133	0.20224229	52.5465134	0.15224607	14218.8827
9	44.9399032	0.20026745	60.2138562	0.14946726	14649.9032
10	50.3734582	0.19851724	68.0158626	0.14702453	15035.4658
11	55.8525442	0.19694716	75.9410424	0.14484921	15384.2509
12	61.3733415	0.19552463	83.9798542	0.14289141	15702.6679
13	66.9326449	0.19422511	92.1242381	0.14111379	15995.584

Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5 a) y b)

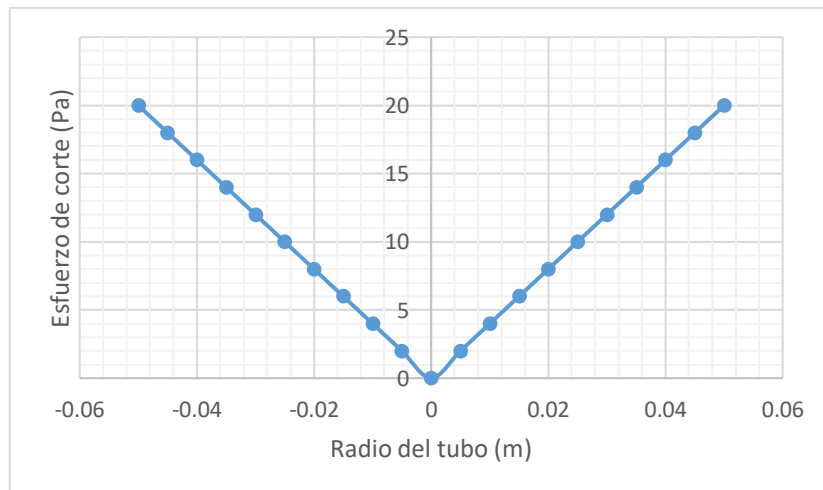
- i) Gráfico de la energía de activación y el esfuerzo de corte para el alcohol polivinílico al 10% en agua.



*Fuente: Obtenida a partir del apéndice 9.6.5 a) y b)*

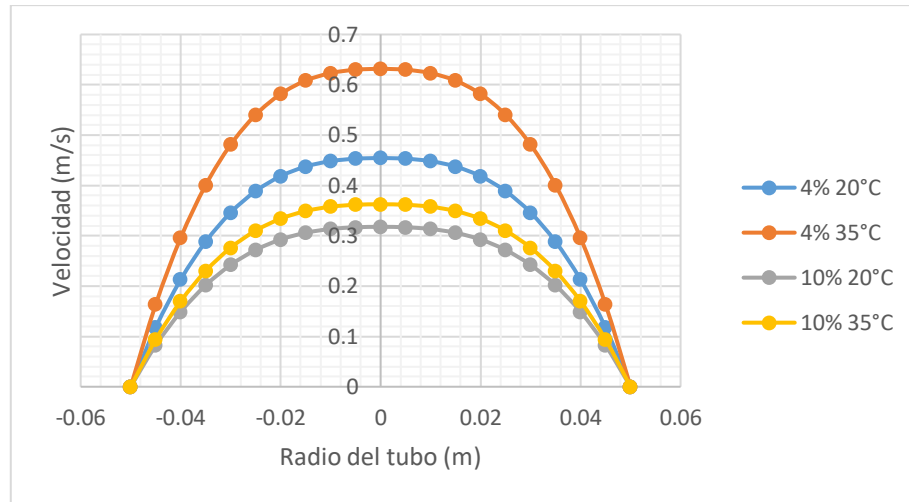
### APENDICE 9.7: Representación gráfica de los parámetros de flujo

9.7.1 Perfil de esfuerzo de corte de las soluciones de alcohol vinílico al 4% y 10% en agua a 20°C y 35 °C respectivamente.



*Fuente: Obtenido a partir de los datos de la Tabla 6.1*

9.7.2 Perfil de velocidades de las soluciones de alcohol vinílico al 4% y 10% en agua a 20°C y 35 °C respectivamente.



Fuente: Obtenido a partir de los datos de la Tabla 6.2.2

9.7.3 Comparación de los caudales para el flujo de alcohol polivinílico usando el modelo de Ellis de Haven.

Considerando los mismos valores de caída de presión de 1200 Pa, longitud  $L=15$  m, radio  $R=0.05$  m, se obtiene el siguiente cuadro de los parámetros del modelo de Ellis de Haven con el objetivo de comparar los caudales.

	4%		10%	
	20°C	35°C	20°C	35°C
<b>A</b>	4040,987	4040,967	4040,975	4040,756
<b>B</b>	679,7489	488,9609	972,0802	851,825
<b>n</b>	1,981353	1,886354	1,083329	1,156423
<b>Caudal (<math>m^3/s</math>)</b>	0.0020851	0.0027327	0.0009082	0.0010756
<b>Densidad (<math>Kg/m^3</math>)</b>	925	925	880	880

9.7.4. Programa de cálculo del perfil de esfuerzos y perfil de velocidades para el modelo de Ellis de Haven

*# Ecuaciones del balance de cantidad de movimiento*

$$f(\text{Tau}1) = \text{Tau}1 - \text{Tau}0 + (1/1) * (B / (1 + A * \text{Tau}1^{(n-1)})) * (-V1 + V0) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}2) = \text{Tau}2 - \text{Tau}1 + (1/2) * (B / (1 + A * \text{Tau}2^{(n-1)})) * (-V2 + V1) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}3) = \text{Tau}3 - \text{Tau}2 + (1/3) * (B / (1 + A * \text{Tau}3^{(n-1)})) * (-V3 + V2) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}4) = \text{Tau}4 - \text{Tau}3 + (1/4) * (B / (1 + A * \text{Tau}4^{(n-1)})) * (-V4 + V3) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}5) = \text{Tau}5 - \text{Tau}4 + (1/5) * (B / (1 + A * \text{Tau}5^{(n-1)})) * (-V5 + V4) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}6) = \text{Tau}6 - \text{Tau}5 + (1/6) * (B / (1 + A * \text{Tau}6^{(n-1)})) * (-V6 + V5) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}7) = \text{Tau}7 - \text{Tau}6 + (1/7) * (B / (1 + A * \text{Tau}7^{(n-1)})) * (-V7 + V6) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}8) = \text{Tau}8 - \text{Tau}7 + (1/8) * (B / (1 + A * \text{Tau}8^{(n-1)})) * (-V8 + V7) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}9) = \text{Tau}9 - \text{Tau}8 + (1/9) * (B / (1 + A * \text{Tau}9^{(n-1)})) * (-V9 + V8) / DR - DR * DP / L$$

$$f(\text{Tau}10) = \text{Tau}10 - \text{Tau}9 + (1/10) * (B / (1 + A * \text{Tau}10^{(n-1)})) * (-V10 + V9) / DR - DR * DP / L$$

*# Valores iniciales de prueba*

$$\text{Tau}1(0) = 20$$

$$\text{Tau}2(0) = 20$$

$$\text{Tau}3(0) = 20$$

$$\text{Tau}4(0) = 20$$

$$\text{Tau}5(0) = 20$$

$$\text{Tau}6(0) = 20$$

$$\text{Tau}7(0) = 20$$

$$\text{Tau}8(0) = 20$$

$$\text{Tau}9(0) = 20$$

$$\text{Tau}10(0) = 20$$

# Ecuaciones asociadas al modelo de Ellis de Haven

$$f(V_0) = \text{Tau1} - (B / (1 + A * \text{Tau1}^{(n-1)})) * (-V_1 + V_0) / DR$$

$$f(V_1) = \text{Tau2} - (B / (1 + A * \text{Tau2}^{(n-1)})) * (-V_2 + V_1) / DR$$

$$f(V_2) = \text{Tau3} - (B / (1 + A * \text{Tau3}^{(n-1)})) * (-V_3 + V_2) / DR$$

$$f(V_3) = \text{Tau4} - (B / (1 + A * \text{Tau4}^{(n-1)})) * (-V_4 + V_3) / DR$$

$$f(V_4) = \text{Tau5} - (B / (1 + A * \text{Tau5}^{(n-1)})) * (-V_5 + V_4) / DR$$

$$f(V_5) = \text{Tau6} - (B / (1 + A * \text{Tau6}^{(n-1)})) * (-V_6 + V_5) / DR$$

$$f(V_6) = \text{Tau7} - (B / (1 + A * \text{Tau7}^{(n-1)})) * (-V_7 + V_6) / DR$$

$$f(V_7) = \text{Tau8} - (B / (1 + A * \text{Tau8}^{(n-1)})) * (-V_8 + V_7) / DR$$

$$f(V_8) = \text{Tau9} - (B / (1 + A * \text{Tau9}^{(n-1)})) * (-V_9 + V_8) / DR$$

$$f(V_9) = \text{Tau10} - (B / (1 + A * \text{Tau10}^{(n-1)})) * (-V_{10} + V_9) / DR$$

# Valores iniciales de prueba

$$V_0(0) = 0.1$$

$$V_1(0) = 0.1$$

$$V_2(0) = 0.1$$

$$V_3(0) = 0.1$$

$$V_4(0) = 0.1$$

$$V_5(0) = 0.1$$

$$V_6(0) = 0.1$$

$$V_7(0) = 0.1$$

$$V_8(0) = 0.1$$

$$V_9(0) = 0.1$$

# Condiciones de frontera

$$V_{10} = 0$$

$$\text{Tau0} = 0$$

# Parámetros del modelo de Ellis obtenidos por regresión

$$B = 679.7489$$

$$A = 4040.987$$

$$n = 1.981353$$

$$R = 0.05 \text{ \# Radio del tubo en m.}$$

$$DR = R / 10 \text{ \# Incremento radial}$$

$$DP = 1200 \text{ \# Caída de presión en N/m}^2$$

$$L = 15 \text{ \# Longitud del tubo}$$

$$DENS = 850 \text{ \# Densidad del fluido}$$

$$D = 2 * R \text{ \# Diámetro del tubo, m}$$

# Viscosidad aparente

$$VISC\_A1 = B / (1 + A * Tau1 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A2 = B / (1 + A * Tau2 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A3 = B / (1 + A * Tau3 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A4 = B / (1 + A * Tau4 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A5 = B / (1 + A * Tau5 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A6 = B / (1 + A * Tau6 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A7 = B / (1 + A * Tau7 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A8 = B / (1 + A * Tau8 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A9 = B / (1 + A * Tau9 ^ (n - 1))$$

$$VISC\_A10 = B / (1 + A * Tau10 ^ (n - 1))$$

# Variables artificiales para el cálculo del caudal para su integración por Simpson 1/3 y 3/8

$$Y0 = 0 * DR * V0$$

$$Y1 = 1 * DR * V1$$

$$Y2 = 2 * DR * V2$$

$$Y3 = 3 * DR * V3$$

$$Y4 = 4 * DR * V4$$

$$Y5 = 5 * DR * V5$$

$$Y6 = 6 * DR * V6$$

$$Y7 = 7 * DR * V7$$

$$Y8 = 8 * DR * V8$$

$$Y9 = 9 * DR * V9$$

$$Y10 = 10 * DR * 0$$

$$I = (3 * DR / 8) * (Y0 + Y6 + 2 * (Y3) + 3 * (Y1 + Y2 + Y4 + Y5)) + (DR / 3) * (Y6 + Y10 + 2 * (Y8) + 4 * (Y7 + Y9))$$

$$Q = 2 * 3.1416 * I \text{ # caudal en m}^3/\text{s}$$



## X. – ANEXOS

### 10.1.- Definición de términos

#### ***La reología***

La reología es la ciencia que estudia la deformación y el flujo de materiales sometidos a fuerzas externas. En concreto analiza la relación existente entre las variables de esfuerzo ( $\tau$ ), deformación producida ( $\gamma$ ), gradiente de velocidad o velocidad de deformación ( $\frac{d\gamma}{dt} = \dot{\gamma}$ ) y tiempo ( $t$ ). Dependiendo de cómo sea esta relación, los materiales presentan comportamientos reológicos diferentes (Maestro, A; 2002)

#### ***Reometría***

La Reometría (del griego *rheos*) es la ciencia que describe tanto los métodos de medida como los instrumentos que permiten obtener datos reológicos de un material. Determina las relaciones cuantitativas y cualitativas entre la deformación y la tensión mecánica y sus derivadas. Una aplicación típica de la Reometría sería la medida de la viscosidad.

#### ***Reograma***

Los reogramas son gráficos del esfuerzo cortante contra velocidad de cizalladura, de la viscosidad aparente contra la velocidad de cizalladura, del esfuerzo cortante contra el tiempo, o de la viscosidad aparente contra el tiempo, para los fluidos, las suspensiones, y pastas que se usan en procesos de formación de piezas. Los reogramas se usan para caracterizar las reologías (los comportamientos de la viscosidad) de las suspensiones como funciones de la velocidad de cizalladura y el tiempo.

### ***Reómetro***

Es un instrumento que mide tanto la historia del esfuerzo como la deformación de una material del cual no se conoce su relación constitutiva.

### ***Comportamiento reológico***

Es su comportamiento según sus características de viscosidad, densidad, etc.

### ***Emulsión***

Es una solución coloidal de líquido en líquido. La leche es una emulsión de grasa líquida en agua.

### ***Esfuerzo de corte o de cizalla***

Denotado con la letra griega  $\tau$  (tau). El esfuerzo cortante, de corte, de cizalla o de cortadura es la fuerza que se requiere para que una unidad de área de una sustancia se deslice sobre otra. Entonces  $\tau$  es una fuerza dividida entre un área, y se mide en las unidades de  $N/m^2$ .

### ***Esfuerzo de cedencia***

Es el esfuerzo que produce en un material una deformación específica, permanente y limitadora.

### ***Histéresis***

En un reograma (representación gráfica del comportamiento viscoso), la histéresis se detecta cuando el trazo del reograma del viscosímetro durante la aceleración en un rango de velocidades de cizalladura, difiere del trazo del viscosímetro durante la reducción de la velocidad (desaceleración) en ese mismo rango de velocidades de cizalladura. Esta es una indicación de que la

suspensión que se está midiendo da muestras del carácter reológico dependiente del tiempo, tixotrópico o reopéctico.

### ***Rapidez de deformación***

Es una magnitud que mide el cambio de deformación respecto al tiempo. Para problemas uniaxiales es simplemente la derivada temporal de la deformación longitudinal, mientras que para problemas o situaciones tridimensionales se representa por un tensor de segundo rango.

## **10.2.- Comportamiento de los fluidos no newtonianos**

¿Qué fluidos se comportan como no-newtonianos? En general tienen un comportamiento no-newtoniano aquellos fluidos que son mezclas complejas, por ejemplo disoluciones de polímeros o geles. La mayor parte de fluidos no newtonianos tienen componentes de diferentes tamaños. La pasta de dientes, por ejemplo consiste en partículas sólidas en suspensión en una disolución acuosa de diferentes polímeros.

Analíticamente la dependencia del esfuerzo en función del gradiente de velocidades adopta la forma,

$$\tau_{xz} = A + B\left(\frac{dV_z}{dx}\right)^n$$

De acuerdo a la expresión anterior podemos hacer la siguiente clasificación de fluidos viscosos:

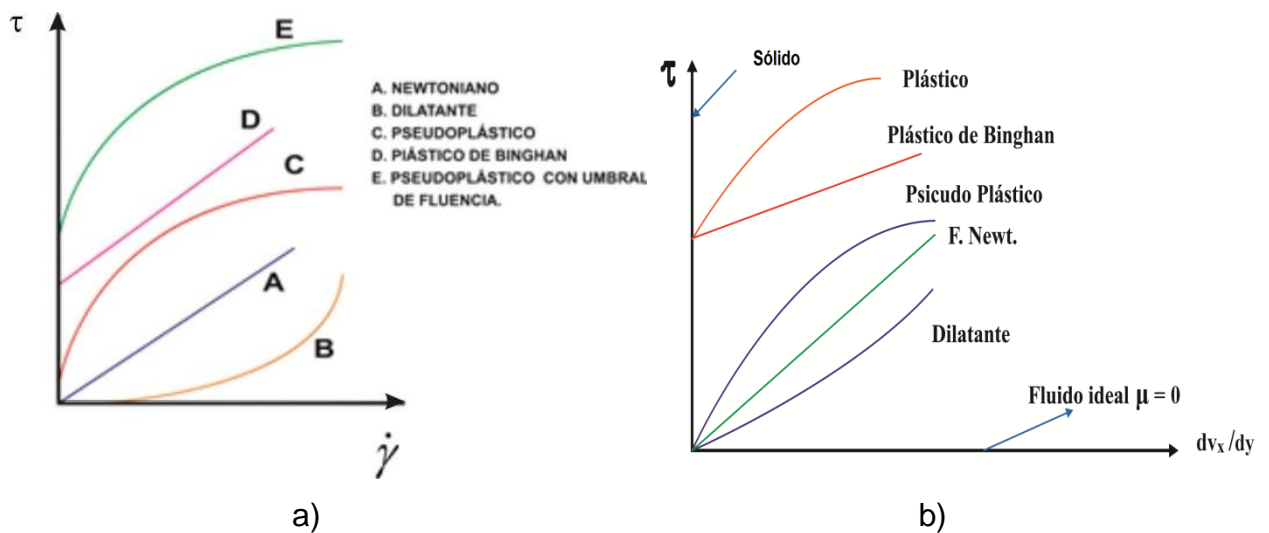
- Fluidos newtonianos  **$A=0$ ,  $n=1$** . Satisfacen como ya hemos dicho la ley de Newton de la viscosidad, siendo  $\mu = \text{cte.}$  (ejemplos: aire, agua).
- Fluidos no-newtonianos. No satisfacen la ley de Newton de la viscosidad.

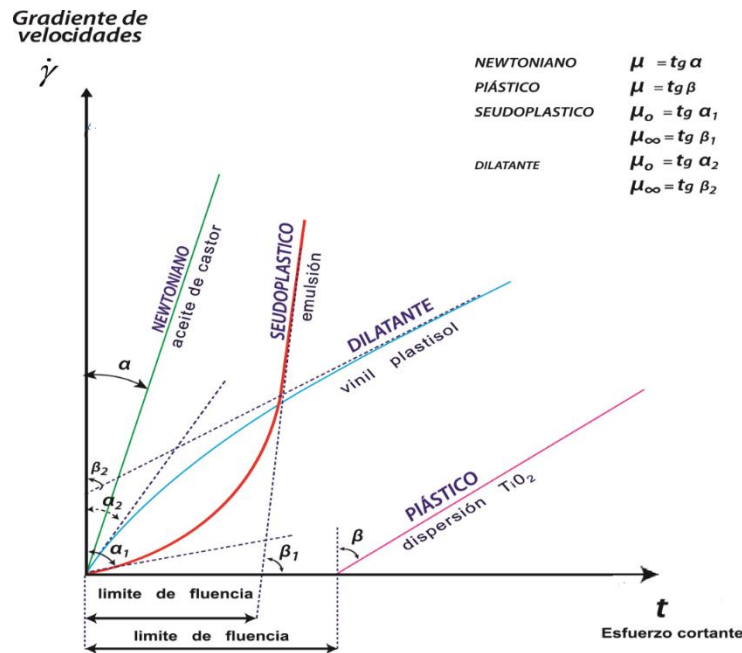
**Plásticos:  $A \neq 0$ .** El esfuerzo debe alcanzar un cierto valor para que fluyan. (Ejemplo: pasta de dientes)

**Plástico de Bingham:** Caso particular de plástico para el que  $n = 1$ . (Ejemplo: pinturas).

**Pseudo-plásticos  $A=0, n < 1$ .** La viscosidad aparente disminuye al aumentar el esfuerzo. Tienen este comportamiento las disoluciones de macromoléculas y suspensiones diluidas o moderadamente concentradas (barro, leche, sangre). La viscosidad decrece porque las macromoléculas y las partículas en suspensión se alinean con el esfuerzo.

**Dilatantes  $A=0, n > 1$ .** La viscosidad aparente aumenta al aumentar el esfuerzo. Por lo general, tienen este comportamiento las suspensiones concentradas (disoluciones concentradas de almidón y arena mojada). En este tipo de material el líquido actúa como lubricando el paso de una partícula sólida sobre otra. Sin embargo, cuando el esfuerzo aumenta se pierde la propiedad lubricante y la viscosidad aumenta.

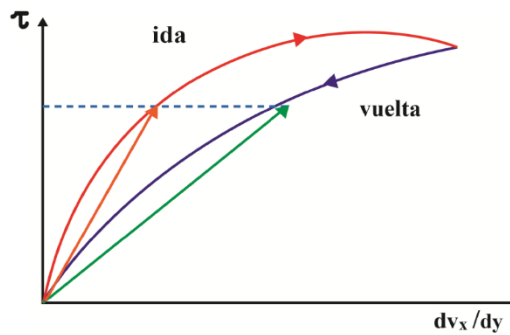




c) **Reograma de algunos tipos de fluidos independientes del tiempo**

**10.3.- Dependencia de los fluidos no newtonianos con el tiempo**

Hay fluidos para los que la viscosidad varía con el tiempo. Cuando estos fluidos son sometidos a un esfuerzo se observan ciclos de histéresis tal como se muestra en la siguiente figura.



**Ciclo de histéresis de un fluido cuya viscosidad depende del tiempo**

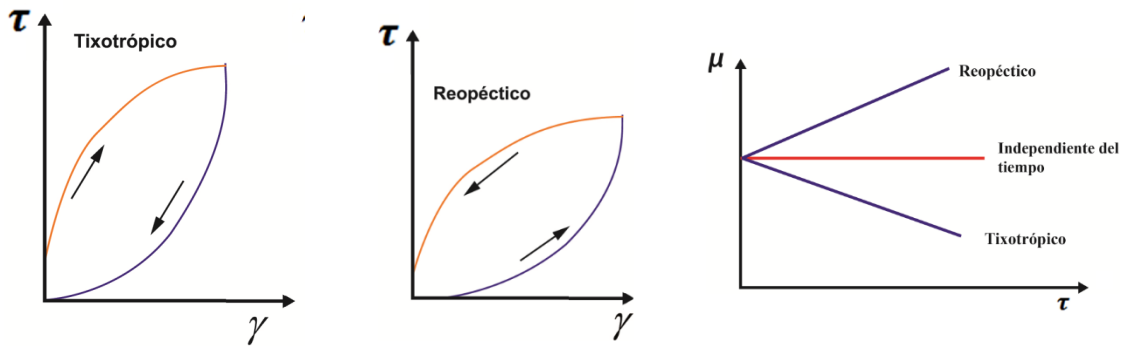
Como nos muestra la figura anterior la dependencia de la viscosidad con el tiempo nos permite clasificar los fluidos en:

*A.- Fluidos independientes del tiempo; su viscosidad no depende del tiempo.* Aquellos fluidos cuyo comportamiento es similar al mostrado en la Fig. 10.

*B.- Fluidos dependientes del tiempo; su viscosidad es función del tiempo*

**B.1.- Fluidos tixotrópicos:** La viscosidad decrece con el tiempo; ejemplos de este tipo de fluido es el pinturas, tintas de impresión, el nylon, algunos aceites de petróleo, ketchup, yogurt y otros alimentos que se formulan para que sean tixotrópicos de manera que inicialmente su viscosidad es grande y no fluyen pero cuando se agitan la viscosidad disminuye y fluyen. A nivel estructural la tixotropía refleja la rotura de la estructura cuando el fluido se somete a un esfuerzo. Aunque la viscosidad disminuye con el tiempo en este tipo de materiales, este efecto es reversible. Si después de haber sido sometido a un esfuerzo dejamos el fluido en reposo durante varias horas, este recupera su estructura, y por tanto su viscosidad inicial.

**B.2.- Fluidos reopécticos:** La viscosidad aumenta con el tiempo. En este caso un pequeño esfuerzo favorece la formación de una estructura. Se conocen muy poco sobre este tipo de materiales; un ejemplo de este tipo es el yeso en suspensión. El comportamiento de estos fluidos dependientes del tiempo se observa en la Fig. 12.



**Comportamiento de los fluidos dependientes del tiempo**

10.4.- Modelos teóricos para fluidos no newtonianos independientes del tiempo

Denominación/ autor	Función reologica	Viscosidad aparente	Viscosidad diferencial	Nro. parámetros	Función alterna
<b>Prandtl - Eyring</b>	$\tau = A \operatorname{arcsenh} \left( \frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right)$	$\frac{A \operatorname{arcsenh} \left( \frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right)}{\frac{du}{dy}}$	$\frac{A}{B \sqrt{1 + \left( \frac{du}{dy} \right)^2}}$	2: A,B	$\frac{du}{dy} = B \operatorname{senh} \frac{\tau}{A}$
<b>Powell - Eyring</b>	$\tau = C \frac{du}{dy} + A \operatorname{arcsenh} \left( \frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right)$	$C + \frac{A \operatorname{arcsenh} \left( \frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right)}{\frac{du}{dy}}$	$C + \frac{A}{B \sqrt{1 + \left( \frac{du}{dy} \right)^2}}$	3: A,B,C	
<b>Sutterby</b>	$\tau = M_0 \left[ \frac{\operatorname{arcsenh} \left( N \frac{du}{dy} \right)}{N \frac{du}{dy}} \right]^p \frac{du}{dy}$ $0 < p < 1$	$M_0 \left[ \frac{\operatorname{arcsenh} \left( N \frac{du}{dy} \right)}{N \frac{du}{dy}} \right]^p$		3: M <sub>0</sub> , N, P	
<b>Prandtl</b>	$\tau = A \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{du/dy}{C} \right)$			2: A,C	
<b>Eyring</b>	$\tau = \frac{du/dy}{B} + C \operatorname{sen} \left( \frac{\tau}{A} \right)$			3 A,B,C	



10.5.- Modelos experimentales para fluidos no newtonianos independientes del tiempo

Denominación/ autor	Función reológica	Viscosidad aparente	Viscosidad diferencial	Nro. parámetros	Función alterna
<b>Newton</b>	$\tau = \mu \frac{du}{dy}$	$\mu$	$\mu$	1: $\mu$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \tau$
<b>Bingham</b>	$\tau = \tau_0 + \mu \frac{du}{dy}$	$\mu$	$\mu$	2: $\tau_0, \mu$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} (\tau - \tau_0)$
<b>Casson</b>	$\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + \mu_c \left( \frac{\partial u}{dy} \right)^{1/2}$	$\mu_c^2$	$\mu_c^2$	2: $\tau_0, \mu_c$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_c^2} (\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau_0})^2$
<b>Casson- generalizada Nro.1</b>	$\tau^{1/n} = \tau_0^{1/n} + \mu_c \left( \frac{du}{dy} \right)^{1/m}$ $n > 1 \quad m > 1$			4: $\tau_0, \mu_c, n, m$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_c^m} (\tau^{1/n} - \tau_0^{1/n})^m$
<b>Casson- generalizada Nro.2</b>	$\tau^{2/n} = \tau_0^{2/n} + \mu_c \left( \frac{du}{dy} \right)^{1/m}$ $n > 2 \quad m > 1$			4: $\tau_0, \mu_c, n, m$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_c^m} (\tau^{2/n} - \tau_0^{2/n})^m$
<b>Casson generalizada Nro.3 modificado</b>	$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \mu_c \sqrt{\frac{\mu_{ap}}{\mu_{ap_0}} \cdot \frac{du}{dy}}$ $\mu_{ap}$ fase continua $\mu_{ap_0}$ fase extrapolada	$\mu_c^2 \frac{\mu_{ap}}{\mu_{ap_0}}$		4: $\tau_0, \mu_c, \mu_{ap}, \mu_{ap_0}$	$\frac{du}{dy} = \frac{\mu_{ap_0}}{\mu_{ap} \cdot \mu_c^2} (\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau_0})^2$
<b>Herschel- Bulkley Nro.1</b>	$\tau = \tau_0 + \mu \left( \frac{du}{dy} \right)^{1/m}$	$\mu^{1/m} \cdot \left( \frac{du}{dy} \right)^{\frac{1-m}{m}}$		3: $\tau_0, \mu, m$	$\frac{du}{dy} = \left( \frac{1}{\mu} \right)^m (\tau - \tau_0)^m$

<b>Herschel-Bulkley Nro.2</b>	$\tau = \tau_0 + \frac{\mu(du/dy)}{1 + c(\tau - \tau_0)^n}$	$\frac{\mu}{1 + c(\tau - \tau_0)^n}$		4: $\tau_0, \mu, c, n$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \left(1 + c(\tau - \tau_0)^n\right) \cdot (\tau - \tau_0)$
<b>Ostwald – de Waele-Nutting</b>	$\tau = k \left(\frac{du}{dy}\right)^n$ $0 < n < 1$	$k \left(\frac{du}{dy}\right)^{n-1}$	$kn \left(\frac{du}{dy}\right)^{n-1}$	2: $k, n$	$\frac{du}{dy} = \left(\frac{\tau}{k}\right)^{1/n}$
<b>Ellis-de Haven</b>	$\tau = \frac{\mu_0}{1 + c\tau^{n-1}} \frac{du}{dy}$ $n > 1$	$\frac{\mu_0}{1 + c\tau^{n-1}}$	$\frac{\mu_0}{1 + c n \tau^{n-1}}$	3: $\mu_0, c, n$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_0} \left(1 + c \tau^{n-1}\right) \tau$
<b>Steiger-Ory</b>	$\tau = \frac{1}{A^2 + c} \cdot \frac{du}{dy}$ $c > 0$	$\frac{1}{A\tau^2 + c}$	$\frac{1}{3A\tau^2 + c}$	2: $A, c$	$\frac{du}{dy} = A\tau^3 + c\tau$
<b>Sisko</b>	$\tau = A \cdot \frac{du}{dy} + B \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^n$ $0 < n < 1$	$A + B \left(\frac{du}{dy}\right)^{n-1}$	$A + B \cdot n \left(\frac{du}{dy}\right)^{n-1}$	3: $A, B, n$	$\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{A + B \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^{n-1}}$
<b>Ferrys</b>	$\tau = \frac{\mu}{1 + \frac{\tau}{G}} \cdot \frac{du}{dy}$			2: $\mu, G$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \left(\tau + \frac{\tau^2}{G}\right)$
<b>Reiner- Philipoff</b>	$\tau = \left[ \mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + \left(\frac{\tau}{A}\right)^2} \right] \cdot \frac{du}{dy}$ El exponente 2 se generaliza a n.	$\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + \left(\frac{\tau}{A}\right)^2}$		3: $\mu_\infty, \mu_0, A$	$\frac{du}{dy} = \left[ \frac{1 + \left(\frac{\tau}{A}\right)^2}{\mu_\infty \cdot \left(\frac{\tau}{A}\right)^2 + \mu_0} \right] \tau$

<b>Reiner</b>	$\tau = \frac{du/dy}{\frac{1}{\mu_\infty} - \left(\frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_0}\right) e^{-\frac{\tau^2}{\lambda^2}}}$	$\frac{1}{\frac{1}{\mu_\infty} - \left(\frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_0}\right) e^{-\frac{\tau^2}{\lambda^2}}}$		3: $\mu_\infty, \mu_0, \lambda$	$\frac{du}{dy} = \left[ \frac{1}{\mu_\infty} - \left(\frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_0}\right) e^{-\frac{\tau^2}{\lambda^2}} \right] \cdot \tau$
<b>Williamson</b>	$\tau = \frac{A \frac{du}{dy}}{B + \frac{du}{dy}} + \mu_0 \frac{du}{dy}$	$\frac{A}{B + \frac{du}{dy}} + \mu_0$		3: $A, B, \mu_0$	$\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\frac{A}{B + \frac{du}{dy}} + \mu_0}$
<b>Briant</b>	$\tau = \mu_\infty \left[ 1 + \frac{\tau_0}{n \cdot \mu_\infty \cdot \frac{du}{dy}} \right] \cdot \frac{du}{dy}$ $0 < n < 1$	$\mu_\infty \left[ 1 + \frac{\tau_0}{n \cdot \mu_\infty \cdot \frac{du}{dy}} \right]^n$		3: $\mu_\infty, \tau_0, n$	$\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\mu_\infty \left[ 1 + \frac{\tau_0}{n \cdot \mu_\infty \cdot \frac{du}{dy}} \right]^n}$
<b>Bellet Nro 1</b>	$\tau = \left[ \mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + c\tau^{\alpha-1}} \right] \frac{du}{dy}$ $\alpha > 1$	$\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + c\tau^{\alpha-1}}$		4: $\mu_\infty, \mu_0, \alpha, c$	$\frac{du}{dy} = \left[ \frac{1 + c\tau^{\alpha-1}}{\mu_\infty c\tau^{\alpha-1} + \mu_0} \right] \tau$
<b>Bellet Nro 2</b>	$\tau = \frac{\mu_\infty \cdot B \left( \frac{du}{dy} \right)^{n-1}}{1 + B \cdot \left( \frac{du}{dy} \right)^{n-1}} + \mu_\infty \frac{du}{dy}$	$\frac{\mu_\infty \cdot B \left( \frac{du}{dy} \right)^{n-2}}{1 + B \cdot \left( \frac{du}{dy} \right)^{n-1}} + \mu_\infty$		3: $\mu_\infty, B, n$	

Fuente: Soler, M; 1976; López Chalarca, Liliana; Miranda Galvis; Lisbeth; (2009).

## 10.6.- Otros modelos adicionales

DENOMINACION	MODELO	Parametros
Casson Modificado (Mizrahi and Berk, 1972)	$\tau^{0.5} = \tau_0^{0.5} + K_1 \times \dot{\gamma}^{n_1}$	3: $\tau_0, K_1, n_1$
Herschel-Bulkley Generalizado (Ofoli et. al. 1987)	$\tau^{n_1} = \tau_0^{n_1} + K_1 \times \dot{\gamma}^{n_2}$	4: $\tau_0, K_1, n_1, n_2$
V°Cadlo (Parzonka and V°Cadlo, 1968)	$\tau = (\tau_0^{1/n_1} + K_1 \times \dot{\gamma})^{n_1}$	3: $\tau_0, K_1, n_1$
Power Series (Whorlow, 1992)	$\dot{\gamma} = K_1 \times \tau + K_2 \times \tau^3 + K_3 \times \tau^5 \dots\dots$ $\tau = K_1 \times \dot{\gamma} + K_2 \times \dot{\gamma}^3 + K_3 \times \dot{\gamma}^5 \dots\dots$	3: $K_1, K_2, K_3$
Carreau (Carreau, 1968)	$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left[ 1 + (K_1 \times \dot{\gamma})^2 \right]^{(n-1)/2}$	4: $\eta_0, \eta_\infty, K_1, n$
Cross (Cross, 1965)	$\eta = \eta_\infty + \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{1 + K_1 \times \dot{\gamma}^{n_1}}$	4: $\eta_0, \eta_\infty, K_1, n_1$
Van Wazer (Van Wazer, 1963)	$\eta = \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{1 + K_1 \times \dot{\gamma} + K_2 \times \dot{\gamma}^{n_1}} + \eta_\infty$	5: $\eta_0, \eta_\infty, K_1, K_2, n_1$
Carreau-Yasuda	$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left[ 1 + (K_1 \times \dot{\gamma})^a \right]^{(n-1)/a}$	5: $\eta_0, \eta_\infty, K_1, a, n_1$
Tscheuschner	$\mu = \mu_\infty + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \frac{\mu_0}{(\dot{\gamma}/\gamma_b)^n}$	5: $\mu_0, \mu_\infty, \tau_0, \gamma_b, n_1$
Papir-Krieger	$\mu = \mu_\infty + \frac{(\mu_0 - \mu_\infty)}{1 + \left( \frac{\tau}{\tau_m} \right)^m}$	4: $\mu_0, \mu_\infty, \tau_m, m$
Spriggs	$\tau = \mu_0 \times \dot{\gamma}, \quad \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0; \quad \tau = \mu_0 \times \dot{\gamma} (\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_0)^n$	3: $\mu_0, \gamma_0, n$
Metzner	$\tau = \mu_0 \times \dot{\gamma} \left[ \frac{1 + \frac{\mu_\infty}{\mu_0} (1 + (\tau/\tau_m)^{\alpha-1})}{1 + (\tau/\tau_m)^{\alpha-1}} \right]$	4: $\mu_0, \mu_\infty, \tau_m, \alpha$
Skelland	$\tau = \tau_0 + \mu_0 \times \dot{\gamma} (1 + c(\tau - \tau_0))^{-1}$	4: $\tau_0, \mu_0, c, m$
Crowley-Kitzes	$\tau = \left[ \frac{1.2 + \alpha(1 + (c_1 \tau)^{-0.2})^3}{1.2 - \alpha(1 + (c_1 \tau)^{-0.2})^3} \right] \times \mu_L \dot{\gamma}$	3: $\alpha, c_1, \mu_L$
Power Law	$\mu_a = \frac{\mu_0}{1 + \frac{\mu_0}{K} \dot{\gamma}^{1-n}} \quad n < 1$ pseudoplástico $\mu_a = \mu_0 \left[ 1 + \frac{K}{\mu_0} \dot{\gamma}^{1-n} \right] \quad n > 1$ dilatante	3: $\mu_0, K, n$
Roberston - Stiff	$\tau = k \times (\dot{\gamma}_0 + \dot{\gamma})^n$	3: $k, \dot{\gamma}_0, n$
Williams	$\tau = \left[ \eta_\infty + \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{1 + \tau_1^2 \times \dot{\gamma}^2} \right] \times \dot{\gamma}$	3: $\eta_0, \eta_\infty, \tau_1$