



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS

ABR 2018

INSTITUTO DE INVESTIGACION DE LA FACULTAD DE CIENCIAS
ADMINISTRATIVAS



INFORME FINAL DEL TEXTO

“TEXTO: MATEMÁTICA FINANCIERA: ANUALIDADES Y MODELOS DE
AMORTIZACIÓN “

AUTOR: DR. JUAN ANTONIO CONSTANTINO COLACCI

Período de Ejecución: Del 01/6/2016 al 31/5/2018(24 meses)

Resolución de Aprobación N°540-2016-R

Callao, 2018

DEDICATORIA

A mi madre María,

A mi nieta Catalina

Orgullo y fuente de inspiración.

A vertical, handwritten mark or signature, possibly a stylized letter or symbol, located on the left side of the page.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a toda la comunidad académica quienes me han apoyado y permitido exponer mis conocimientos y experiencias y muy especialmente a mis alumnos que reciben los Cursos de Matemáticas Financieras y de Finanzas⁷, a quienes va dirigida el Texto de Matemática Financiera : Anualidades y Modelos de Amortización por su apoyo al momento de desarrollar los problemas propuestos y sus aplicaciones en diversas situaciones de la vida diaria con el uso de las hojas de cálculo de Excel que nos permiten resolverlos creando las fórmulas, utilizando insertar función en las que vienen funciones financieras que están definidas en Excel y cuando utilizamos varias funciones acopladas o anidadas que utilizan una función como un argumento de otra.

A los colegas por sus recomendaciones y sugerencias que me han permitido realizar las correcciones para una comprensión adecuada de este texto.

Para terminar a mis alumnos les dejo un pensamiento de Stephen Hawking:

Recuerda que debes mirar hacia las estrellas y no abajo a tus pies.

Nunca dejes de trabajar, el trabajo te da significado y propósito,
y la vida está vacía sin ello. Si tienes la suerte de encontrar
el amor, recuerda que ahí esta y no lo abandones.

Stephen Hawking

I. INDICE

DEDICATORIA	I
AGRADECIMIENTO	II
I. INDICE	1
1.1 Lista de tablas	3
1.2 Lista de figuras	6
II. PRÓLOGO	9
III. INTRODUCCIÓN	10
CAPÍTULO I	12
FACTORES MATEMATICOS FINANCIEROS	12
1.1 Factores financieros	12
1.2 Factor simple de capitalización	14
1.3 Factor Simple de Actualización	15
1.4 Factor de Recuperación del Capital	16
1.5 Factor de Capitalización de la Serie	17
1.6 Factor de Actualización de la Serie	18
1.7 Factor de Depósito al Fondo de Amortización	19
CAPÍTULO II	23
CIRCUITO MATEMATICO FINANCIERO: VENCIDOS, ADELANTADOS	23
2.1 Factores Financieros Vencidos	23
2.2 Factores Financieros Adelantados	23
2.3 Cálculo del número de periodos.	31
2.4 Calculo de la Tasa de Interés	43
CAPÍTULO III	50
ANUALIDADES O RENTAS	50

3.1 Anualidades Eventuales, Inciertas o Contingentes	50
3.2 Anualidades Ciertas o Inmediatas	50
3.3 Anualidades Generales	61
CAPÍTULO IV	72
MODELOS DE AMORTIZACIÓN DE LA DEUDA	72
4.1 Método Alemán o Amortizaciones Iguales	73
4.2 Método Francés o Cuotas Fijas	75
4.3 Método Americano o de Interés Constante	84
4.4 Método de las Cuotas Crecientes Aritméticamente	85
4.5 Método de las Cuotas Crecientes Geométricamente	88
V. REFERENCIALES	91
VI. ANEXOS	92

1.1 Lista de tablas

Tabla 1 <i>Factores financieros vencidos</i>	13
Tabla 2 <i>Factor simple de capitalización</i>	14
Tabla 3 <i>Factor Simple de Actualización</i>	15
Tabla 4 <i>Factor de Recuperación del Capital</i>	16
Tabla 5 <i>Factor de Capitalización de la Serie</i>	17
Tabla 6 <i>Factor de Actualización de la Serie</i>	18
Tabla 7 <i>Factor de Depósito al Fondo de Amortización</i>	20
Tabla 8 <i>Factores financieros adelantados</i>	24
Tabla 9 <i>Factor de Capitalización de la Serie Adelantada</i>	25
Tabla 10: <i>Factor de actualización de la serie adelantada</i>	27
Tabla 11: <i>Factor de Recuperación del Capital Adelantado</i>	29
Tabla 12 <i>Factor de Depósito al Fondo de Amortización Adelantado</i>	31
Tabla 13 <i>Cálculo del número de periodos vencidos</i>	32
Tabla 14 <i>Cálculo del número de periodos vencidos</i>	32
Tabla 15 <i>Número de Periodos con Capital y Monto</i>	33
Tabla 16 <i>Número de Periodos con Monto y Renta Vencida</i>	35
Tabla 17 <i>Número de Periodos con Capital y Renta Vencida</i>	36
Tabla 18 <i>Número de Periodos con Monto y Renta Adelantada</i>	37
Tabla 19 <i>Número de Periodos con Capital y Renta Adelantada</i>	38
Tabla 20 <i>Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida ejemplo 1</i>	39
Tabla 21 <i>Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida ejemplo 2</i>	40
Tabla 22 <i>Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida ejemplo 3</i>	41
Tabla 23 <i>Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida ejemplo 4</i>	42

Tabla 24 <i>Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Capital y Monto</i>	43
Tabla 25 Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Capital y Renta.....	44
Tabla 26 Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Monto y Renta.....	45
Tabla 27 Anualidades Ciertas Simples Vencidas	52
Tabla 28 Anualidades Ciertas Simples Adelantadas.....	53
Tabla 29 Renta de una Anualidad Diferida Vencida en función al Capital.....	55
Tabla 30 Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital.....	56
Tabla 31 Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital ejemplo 2	58
Tabla 32 Valor Presente de una Anualidad Diferida Vencida	59
Tabla 33 Valor Presente de una Anualidad Diferida Adelantada	60
Tabla 34 Monto de una Anualidad General datos forma 1	62
Tabla 35 Monto de una Anualidad General datos forma 1	63
Tabla 36 Monto de una Anualidad General datos forma 1	64
Tabla 37 Monto de una Anualidad General datos forma 2	65
Tabla 38 Monto de una Anualidad General datos forma 2	67
Tabla 39 Método Alemán o Amortizaciones Iguales.....	73
Tabla 40 Cronograma de pagos método alemán	74
Tabla 41 Método Francés o Cuotas Fijas.....	75
Tabla 42 Cronograma de pagos método francés	76
Tabla 43 Método Francés con periodo de Gracia Parcial	77
Tabla 44 Cronograma de pagos método francés con periodo de gracia parcial	77
Tabla 45 <i>Método Francés con periodo de Gracia Total</i>	78
Tabla 46 Cronograma de pagos método francés con periodo de gracia total	78

Tabla 47 Método Francés con otros gastos y portes	79
Tabla 48 Cronograma de pagos método francés con otros gastos y portes	80
Tabla 49 Método Francés con cuotas dobles	81
Tabla 50 Cronograma de pagos método francés con cuotas dobles	82
Tabla 51 Método Francés con cambio de tasas.....	83
Tabla 52 Cronograma de pagos francés con cambio de tasas.....	83
Tabla 53 Cronograma de pagos método americano o de interés constante	84
Tabla 54 Método de las Cuotas Crecientes Aritméricamente	86
Tabla 55 Cronograma de pagos método de las cuotas crecientes aritméricamente	87
Tabla 56 <i>Método de las Cuotas Crecientes Geométricamente</i>	89
Tabla 57 Cronograma de pagos método de las cuotas crecientes geoméricamente	90

1.2 Lista de Figuras

Figura: 1 Funcion vf.....	14
Figura: 2 <i>Funcion va</i>	15
Figura: 3 función pago	17
Figura: 4 Funcion vf.....	18
Figura: 5 Funcion va	19
Figura: 6 Función pago	20
Figura: 7 funcion vf	26
<i>Figura: 8 Horizonte temporal del Factor de Actualización de la Serie Adelantada</i>	27
<i>Figura: 9 Horizonte del Factor de actualización de la serie adelantada</i>	28
Figura: 10 Funcion va	28
Figura: 11 Horizonte del Factor de Recuperación del Capital Adelantado	29
<i>Figura 12 Función pago</i>	30
Figura: 13 Función pago	31
Figura: 15 Función NPER.....	34
Figura: 16 Funcion Nper	35
Figura: 17 Funcion nper.....	36
Figura: 18 Funcion nper	37
Figura: 19 Funcion nper.....	38
Figura: 20 Funcion nper.....	39
Figura: 21 Función Pago	40
Figura: 22 Funcion pago	41
Figura: 23 Función anidada va.....	42
Figura: 24 Función tasa.....	43

Figura: 25 Función tasa.....	44
Figura: 26 función tasa.....	45
Figura: 27 función vf	53
Figura: 28 función pago	54
<i>Figura: 29</i> Horizonte temporal de la Renta de una Anualidad Diferida Vencida en función al Capital.....	55
Figura: 30: función anidada vf.....	55
<i>Figura: 31</i> Horizonte temporal de la Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital.....	56
Figura: 32 función anidada vf.....	57
<i>Figura: 33</i> Horizonte temporal de la Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital.....	57
Figura: 34 función anidada vf.....	58
<i>Figura: 35</i> Horizonte temporal del Valor Presente de una Anualidad Diferida Vencida	59
Figura: 36 función anidada va.....	59
<i>Figura: 37</i> Horizonte temporal del Valor Presente de una Anualidad Diferida Adelantada..	60
Figura: 38 función anidada va.....	61
Figura: 39 función vf	62
Figura: 40 función vf	63
Figura: 41 función vf	64
Figura: 42 función anidada pago.....	65
Figura: 43 función anidada pago.....	66
Figura: 44 Funcion vf.....	67

Figura: 45 Funcion vf.....	74
<i>Figura: 46</i> Horizonte temporal Método de las Cuotas Crecientes Aritméricamente en gradiente	85
Figura: 47 Horizonte temporal Método de las Cuotas Crecientes Aritméricamente en serie ..	85
Figura: 48 función anidada pago.....	87
<i>Figura: 49</i> Horizonte temporal Método de las Cuotas Crecientes Geométricamente	88
Figura: 50 Funcion vf.....	90

II. PRÓLOGO

Vivimos en un mundo globalizado en donde las ciencias aplicadas como el de las matemáticas financieras son cada vez más necesarias en nuestra vida cotidiana ya que para las diversas transacciones comerciales y bancarias que se realizan en el día a día es necesarios comprenderlas y aplicarlas de la manera más adecuada. La intención del texto es la de difundir la cultura financiera con el propósito de poder tomar las decisiones de inversión y de financiamiento adecuadas con un lenguaje claro y sencillo.

El desarrollo que han alcanzado las TICs (Tecnologías de la Información y la Comunicación) y el uso de herramientas que se pueden cargar en calculadoras, computadoras, celulares tales como las funciones financieras que están definidas por Excel lo que nos permite entender las situaciones financieras mediante el estudio con casos prácticos con modelos que puedan alcanzar resultados de manera amigable y sencilla, sin tener que descargar otros programas adicionales, sino solamente con ingenio y un planteamiento adecuado de los problemas.

Este libro se realiza gracias al apoyo de la Universidad Nacional del Callao a través del Vicerrectorado de Investigación que nos permite a los Docentes Investigadores realizar publicaciones que redunden en beneficio de nuestra comunidad académica.

III. INTRODUCCIÓN

El segundo texto *Matemática Financiera: Anualidades y Modelos de Amortización* es una ampliación del Texto de *Matemática Financiera Básica* que se publicó anteriormente y que tiene temas que permitan aprender tanto a los alumnos y profesionales del área de finanzas por ser una parte **importante** y necesaria de nuestra formación que se aplican en nuestra vida diaria. La finalidad del texto se **justifica** pues permite tener los conocimientos básicos que nos permita tomar una adecuada decisión financiera y desarrollo de los problemas utilizando las diversas **herramientas** de apoyo con tales como **calculadora**, creando las fórmulas con la hoja de Excel o con las **funciones financieras** de temas de repente ya tratados, pero con una metodología diferente que nos permita con un lenguaje práctico y amigable la toma de decisiones financieras.

El Texto está dividido en 4 Capítulos. En el Capítulo I se empieza con generalidades de los Factores Matemáticos Financieros, desarrollando los diversos Factores Matemáticos Financieros como: Factor Simple de Capitalización, Factor Simple de Actualización, Factor de Capitalización de la Serie, Factor de Actualización de la Serie, Factor de Recuperación del Capital, y Factor de Depósito al Fondo de Amortización y la utilización de las funciones financieras equivalentes en Excel.

En el Capítulo II se tratan los Factores Matemáticos Financieros tanto vencidos como adelantados, así como los diversos casos para el cálculo del número de periodos, así como el cálculo de la tasa de interés, tanto con las fórmulas matemáticas como con la función Tasa y Nper en Excel.

El Capítulo III comprende el tema de Anualidades con los conceptos de las diversas modalidades y el desarrollo de las Anualidades cuando son adelantadas, vencidas, diferidas y las Anualidades Generales con diversos procedimientos para desarrollar los ejercicios.

El Capítulo IV comprende el tema de Modelos de Amortización de la Deuda en donde se ve algunos de los diversos modelos de pago de pago de una deuda como el de las amortizaciones iguales, cuotas fijas con periodos de gracia, con cuotas dobles con cambio de tasas de interés, que la tasa que nos cobran varia cuando se incorpora el tema de gastos, portes que hacen que el costo efectivo del crédito se incremente, además de los modelos de pago de una deuda con cuotas crecientes aritméticamente y geométricamente.

IV. CUERPO DEL TEXTO

CAPÍTULO I

FACTORES MATEMATICOS FINANCIEROS

Contenido de la unidad

- 1.1 Factores Financieros
- 1.2 Factor Simple de Capitalización
- 1.3 Factor Simple de Actualización
- 1.4 Factor de Recuperación del Capital
- 1.5 Factor Capitalización de la Serie
- 1.6 Factor de Actualización de la Serie
- 1.7 Factor de Deposito al Fondo de Amortización

El presente capítulo se desarrolla los diversos factores financieros que se utilizan tanto como para los temas de economía, finanzas, bolsa de valores, evaluaciones de inversión que nos permitan tomar decisiones en temas como costo efectivo, rendimiento o rentabilidad de una inversión y conceptos generales para el uso de hojas de Microsoft Excel. Nos permiten conocer el valor del dinero en el tiempo, a una determinada tasa de interés que puede ser un instrumento que estimule o que desaliente en la economía de un país, que promueva la inversión al incrementar las ganancias o que provoque el estancamiento entre otros factores por la variedad de tasas de interés.

1.1 Factores financieros

La matemática financiera se puede resumir en seis fórmulas que le permiten a un analista financiero realizar una operación financiera y/o analizar una alternativa de inversión. Estas fórmulas reciben el nombre de factores financieros, en la que se incluye su equivalente función en Excel.

Tabla 1
Factores financieros vencidos

	FUNCIÓN	FÓRMULA MATEMÁTICA	
FSC	$VF(\text{tasa}; nper; ; -VA)(1.1)$	$S = P * FSC_i^n$	$S = P * (1 + i)^n (1.1)$
FSA	$VA(\text{tasa}; nper; ; -VF)(1.2)$	$P = S * FSA_i^n$	$P = \frac{S}{(1 + i)^n} (1.2)$
FCS	$VF(\text{tasa}; nper; -\text{Pago})(1.3)$	$S = R * FCS_i^n$	$S = R * \frac{(1 + i)^n - 1}{i} (1.3)$
FDFA	$\text{Pago}(\text{tasa}; nper; ; -VF)(1.4)$	$R = S * FDFA_i^n$	$R = S * \frac{i}{(1 + i)^n - 1} (1.4)$
FAS	$VA(\text{tasa}; nper; -\text{Pago})(1.5)$	$P = R * FAS_i^n$	$P = R * \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} (1.5)$
FRC	$\text{Pago}(\text{tasa}; nper; -VA)(1.6)$	$R = P * FRC_i^n$	$R = P * \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} (1.6)$

Fuente: (Espinoza, 2000) Matemática financiera simplificada, (pág. 30)

Donde:

- P** = Stock Inicial, Capital Inicial, Valor Presente o Valor Actual.
- S** = Stock Final, Capital Final, Monto Final o Valor Futuro.
- R** = Flujo Constante, Serie Uniforme, Anualidad o Renta.
- n** = Numero de Periodos o Plazo Total (Tiempo).
- i** = Tasa de interés por período.
- FSC** = Factor Simple de Capitalización
- FSA** = Factor Simple de Actualización
- FCS** = Factor de Capitalización de la Serie.
- FDFA** = Factor de Deposito al Fondo de Amortización.
- FAS** = Factor de Actualización de la Serie.
- FRC** = Factor de Recuperación del Capital

1.2 Factor simple de capitalización

Sirve para convertir un Stock Inicial o Presente (**P**), en un Stock Final o Valor Futuro (**S**).

Ejemplo: Hallar el monto que se forma con un capital de 280000, colocado en un banco que paga una TNA del 34% y capitaliza trimestralmente durante 18 meses.

Datos:

P 280000
 N 6 TRIMESTRES
 I 0.34/4=0.085
 S X

Tabla 2
Factor simple de capitalización

Fórmula Matemática	Función Excel
$S = P * FSC_{0.085}^6$	VF(tasa;nper;;-VA)
$S = 280000(1 + 0.085)^6 = 456811$	

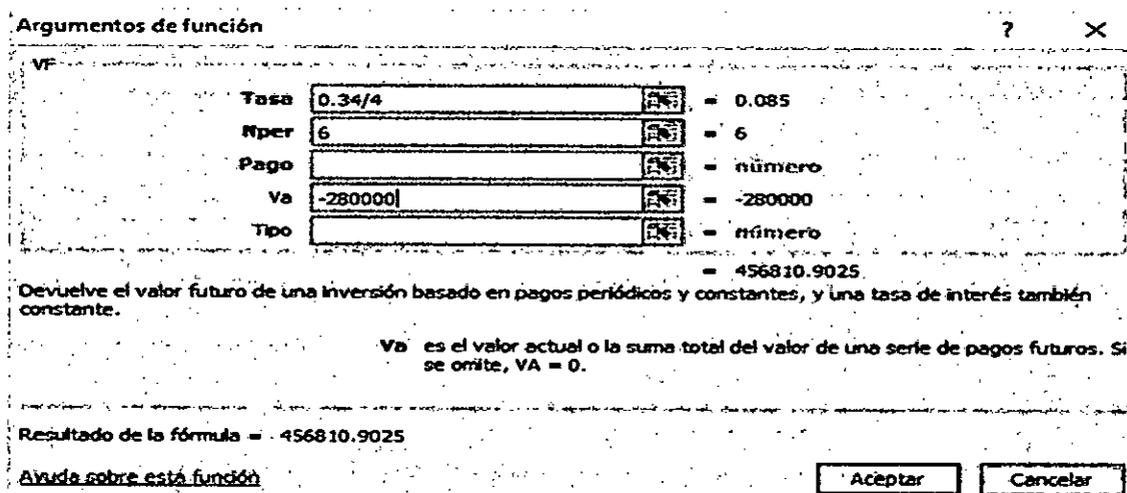


Figura 1. Funcion vf
 Fuente: Elaboración propia.

1.3 Factor Simple de Actualización

Sirve para convertir un Stock Final o Futuro (S), en un Stock Inicial o Valor Presente (P).

Ejemplo: Cual es el capital que colocado en un banco que paga una TNA del 34% y capitaliza trimestralmente luego de 1 año y medio nos da un monto de 456811.

Datos:

P X
 N 6 TRIMESTRES
 I 0.34/4=0.085
 S 456811

Tabla.3
Factor Simple de Actualización

Fórmula Matemática	Función Excel
$P = S * FSA_{0.085}^6$	VA(tasa;nper;;-VF)
$P = \frac{456811}{(1 + 0.085)^6} = 280000$	

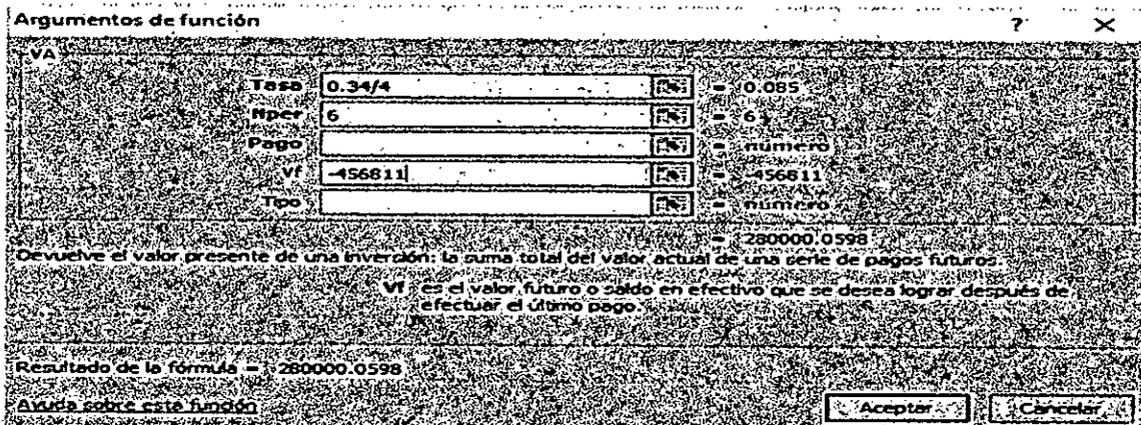


Figura 2. Funcion va
 Fuente: Elaboración propia.

1.4 Factor de Recuperación del Capital

Sirve para convertir un Stock Inicial o Presente (**P**), en una Renta o Anualidad(**R**).

Ejemplo: Se obtiene un préstamo de 280000 a devolverse en 18 meses en cuotas trimestrales a la Tasa Nominal Anual del 34% capitalizable trimestralmente. Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo.

Datos:

P	280000
n	6 trimestres
i	$0.34/4=0.085$
R	X

Tabla 4
Factor de Recuperación del Capital

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = P * FRC_{0.085}^6$	<i>Pago(tasa; nper; -VA)</i>
$R = 280000 \frac{0.085(1 + 0.085)^6}{(1 + 0.085)^6 - 1} = 61490$	

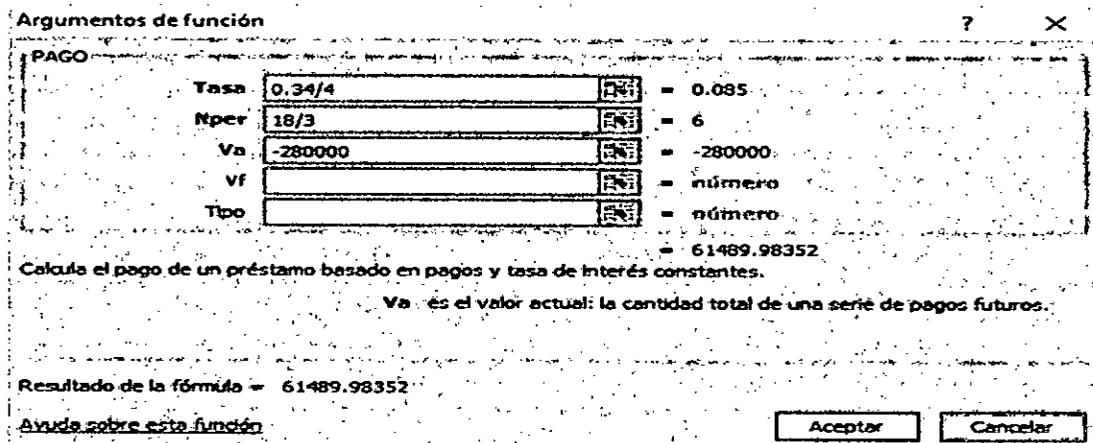


Figura 3. Función pago
Fuente: Elaboración propia.

1.5 Factor de Capitalización de la Serie

Sirve para convertir una Renta o Anualidad (**R**), en un Monto o Stock Final (**S**).

Ejemplo: Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos trimestrales de 61490 durante 18 meses en un banco que paga una TNA del 34% capitalizable trimestralmente.

Datos:

R	61490
n	6 trimestres
i	0.34/4=0.085
S	X

Tabla 5
Factor de Capitalización de la Serie

Fórmula Matemática	Función Excel
$S = R * FCS_{0.085}^6$	$VF(tasa; nper; -Pago)$
$S = 61490 * \frac{(1 + 0.085)^6 - 1}{0.085} = 456811$	

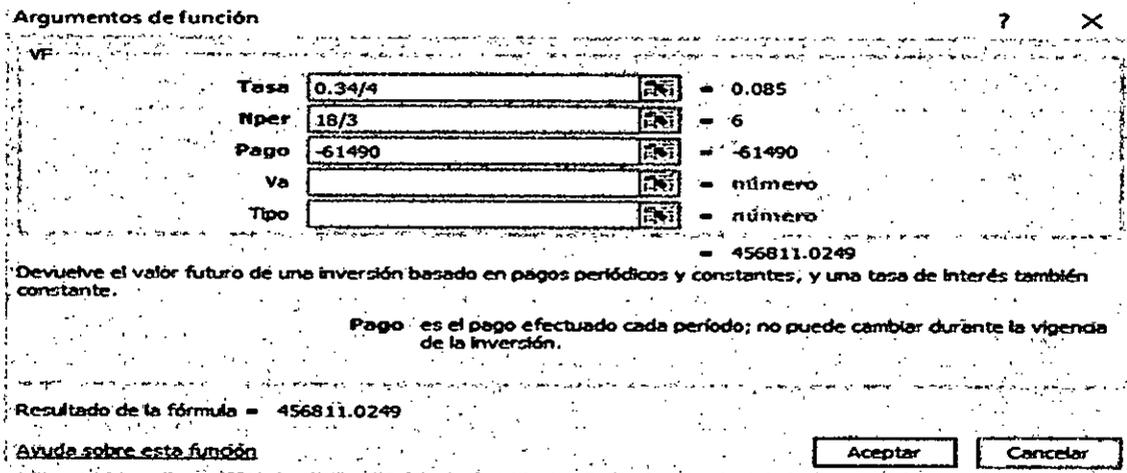


Figura 4. Funcion vf
Fuente: Elaboración propia.

1.6 Factor de Actualización de la Serie

Sirve para convertir una Renta o Anualidad (R), en un Stock Inicial(P).

Ejemplo: Hallar el valor presente de sucesivos depósitos trimestrales de 61490 durante 540 días en un banco que paga Tasa Nominal Anual del 34% capitalizable trimestralmente.

Datos:

R	61490
n	6 trimestres
i	0.34/4=0.085
P	X

Tabla 6

Factor de Actualización de la Serie

Fórmula Matemática	Función Excel
$P = R * FAS_{0.085}^6$	$VA(tasa; nper; -Pago)$
$P = 61490 \frac{(1 + 0.085)^6 - 1}{0.085(1 + 0.085)^6} = 280000$	

Argumentos de función

VA

Tasa	0.34/4	=	0.085
Nper	540/90	=	6
Pago	-61490	=	-61490
VF		=	número
Tipo		=	número

= 280000.0751

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

Pago es el pago efectuado en cada período y no puede cambiar durante la vigencia de la inversión.

Resultado de la fórmula = S/ 280,000.08

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

Figura 5. Función va
Fuente: Elaboración propia.

1.7 Factor de Depósito al Fondo de Amortización

Sirve para convertir un Stock Final o Futuro (S), en una Renta o Anualidad (R).

Ejemplo: Cuanto se debe depositar trimestralmente en un banco que paga Tasa Nominal Anual del 34% capitalizable trimestralmente para que luego de 18 meses nos dé un monto de 456811.

Datos:

S	456811
n	6 trimestres
i	$0.34/4=0.085$
R	X

Tabla 7

Factor de Deposito al Fondo de Amortización

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = S * FDF_{0.085}^6$	<i>Pago(tasa; nper; ; -VF)</i>
$R = 456811 * \frac{0.085}{(1+0.085)^6 - 1} = 61490$	

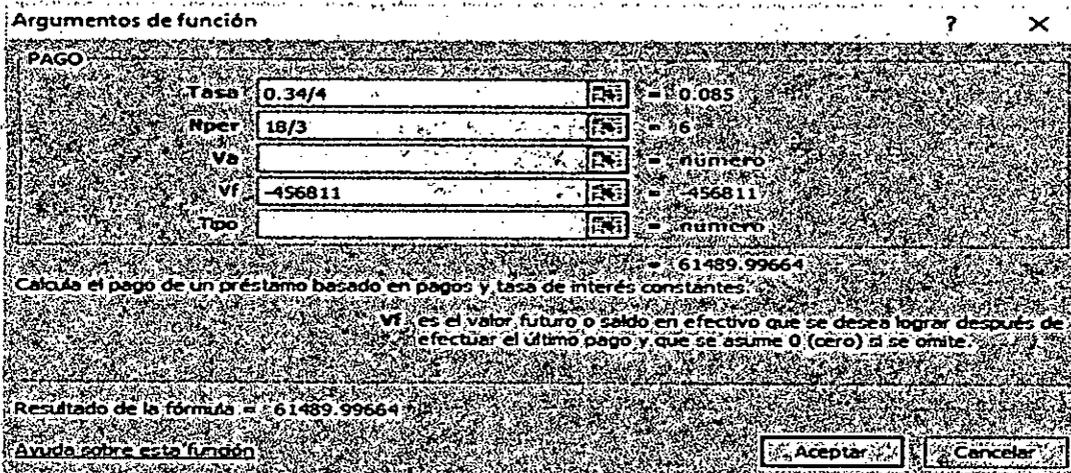


Figura 6. Función pago
Fuente: Elaboración propia.

Problemas con Factores

1.- ¿Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos bimestrales de 1440 durante 18 meses en un banco que paga una TNA del 45% anual capitalizable bimestralmente?

Rpta: 17611

2.- ¿Hallar el monto que se forma con un capital de 69000 depositado en el banco BBVA por Juan Constantino que paga una TNA del 36% anual capitalizable diariamente durante 1 año 7 meses 10 días?

Rpta: 123201

3.- ¿Hallar el valor presente que se obtiene con sucesivos depósitos mensuales de 620 durante 480 días en un banco que paga una TNA del 54% anual capitalizable mensualmente?

Rpta: 6965

4.- ¿Una maquinaria debe costar dentro de 21 meses 101220? ¿Cuánto debo depositar trimestralmente en un banco que paga una TNA del 27% anual capitalizable trimestralmente para poder comprar la maquinaria?

Rpta: 11786

5.- ¿Hallar el monto que se forma con un capital de 125000, colocado en un banco que paga una TNA del 30% anual capitalizable quincenalmente durante 540 días?

Rpta: 195493

6.- Se obtiene un préstamo de 101280 a devolverse en 20 meses en cuotas bimestrales a la TNA del 42% anual capitalizable bimestralmente. ¿Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo?

Rpta: 14420

7.- ¿A cuánto equivale hoy sucesivos depósitos trimestrales de 1081 durante 7 semestres en un banco que paga una tasa TNA del 52% anual capitalizable trimestralmente?

Rpta: 6813

8.- ¿Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos mensuales de 320 durante 570 días en un banco que paga una TNA del 63% anual capitalizable mensualmente?

Rpta: 10019

9.- ¿Una maquinaria debe costar dentro de 18 meses 648188? ¿Cuánto debo depositar trimestralmente en un banco que paga una TNA del 30% anual capitalizable trimestralmente para poder comprar la maquinaria?

Rpta: 89479

10.- Se obtiene un préstamo de 61000 a devolverse en 28 meses en cuotas cuatrimestrales a la TNA del 45% anual capitalizable cuatrimestralmente. ¿Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo?

Rpta: 14662

11.- ¿Cuál es el capital que colocado a una TNA del 33% anual capitalizable bimestralmente, luego de 2 años $\frac{5}{6}$ nos da un monto de 218663?

Rpta: 88000

CAPÍTULO II

CIRCUITO MATEMATICO FINANCIERO: VENCIDOS, ADELANTADOS

Contenido de la unidad

- 2.1 Factores Financieros Vencidos
- 2.2 Factores Financieros Adelantados
- 2.3 Calculo del número de periodos
- 2.4 Calculo de la tasa de interés.

El presente capítulo se desarrolla los conceptos de factores financieros vencidos, rentas o anualidades adelantadas, el cálculo del número de periodos, el cálculo de la tasa de interés y el desarrollo de los diversos casos con las fórmulas matemáticas y la solución con las hojas de Microsoft Excel.

2.1 Factores Financieros Vencidos

Los seis factores financieros estudiados no es necesario mencionarlo, pero se asume que son vencidos como lo son los casos realizados en la unidad anterior, y en el caso de su aplicación con las diversas funciones financieras en Excel en el argumento **tipo** es el cero (0) que no es necesario colocarlo, Excel lo asume como vencido mientras que el argumento **tipo1**, si es necesario ponerlo significa anticipado o adelantado.

2.2 Factores Financieros Adelantados

Los factores financieros anticipados son aquellos pagos que se realizan al principio de cada periodo.

Tabla 8
Factores financieros adelantados

	FUNCIÓN	FÓRMULA MATEMÁTICA
FCS	$VF(tasa; nper; -Pago; ; 1)$ (2.1)	$S = R_a(1 + i) * \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$ (2.1)
FDFA	$VA(tasa; nper; -Pago; ; 1)$ (2.2)	$P = R_a(1 + i) \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$ (2.2)
FAS	$Pago(tasa; nper; -Va; ; 1)$ (2.3)	$R_a = \frac{P}{(1 + i)} \left[\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right]$ (2.3)
FRC	$Pago(tasa; nper; ; -VF; ; 1)$ (2.4)	$R_a = \frac{S}{(1 + i)} \left[\frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right]$ (2.4)

Elaboración: propia.

Donde:

- P** = Stock Inicial, Capital Inicial, Valor Presente o Valor Actual.
- S** = Stock Final, Capital Final, Monto Final o Valor Futuro.
- R_a** = Flujo Constante Adelantado, Anualidad Adelantada.
- n** = Numero de Períodos o Plazo Total (Tiempo).
- i** = Tasa de interés por período.

Se le llama Anualidades Ciertas, pues se conoce la fecha inicial y final de las rentas, así mismo la tasa de interés y el número de periodos. Se le llaman Anualidades Simples cuando coinciden los pagos con el periodo de capitalización.

2.2.1 Factor de Capitalización de la Serie Adelantada

Sirve para convertir una Renta o Anualidad Adelantada (R_a), en un Monto o Stock Final (S).

$$S = R_a(1 + i) * FCS_i^n \quad (2.1)$$

Anualidades ciertas, simples, anticipadas e inmediatas. La anualidad es cierta cuando se conoce con anticipación las fechas de inicio y fin de la anualidad. La anualidad es simple cuando el periodo de capitalización coincide con el periodo de pago. La anualidad es inmediata porque los pagos se inician en el mismo periodo en que la operación se formaliza. Las anualidades ciertas, simples, anticipadas e inmediatas se les conoce generalmente con el nombre de anualidades anticipadas (Vidaure, 2012)

Ejemplo: Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos bimestrales adelantados de 550 durante 14 meses en un banco que paga una TNA del 30% capitalizable bimestralmente.

Datos:

R_a	550
n	7 bimestres
i	$0.30/6=0.05$
S	X

Tabla 9
Factor de Capitalización de la Serie Adelantada

Fórmula Matemática	Función Excel
$S = R_a(1 + i) * FCS_{0.05}^7$	$VF(tasa; nper; -Pago; ; 1)(2.1)$
$S = 550(1 + 0.05) * \frac{(1 + 0.05)^7 - 1}{0.05} = 4702$	

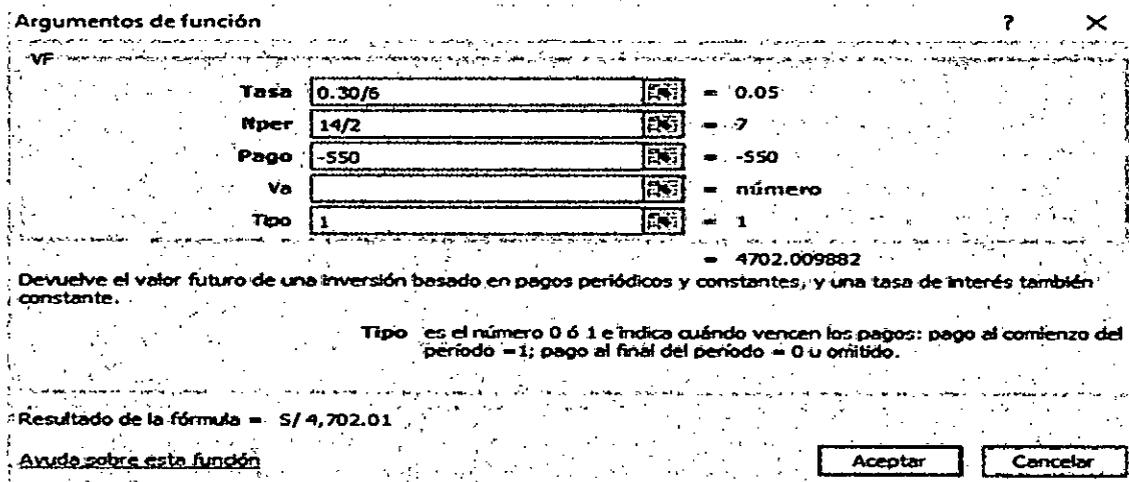


Figura 7. Funcion vf
Fuente: Elaboración propia.

2.2.2 Factor de Actualización de la Serie Adelantada

Sirve para convertir una Renta o Anualidad Adelantada (R_a), en un Stock Inicial o Capital Inicial (P).

$$P = R_a(1 + i) * FAS_1^n \quad (2.2)$$

La renta temporaria inmediata, pero con pagos adelantados es igual a la renta temporaria de pagos vencidos, solo que en este caso los pagos se realizan por período adelantado, de tal manera que se paga la cuota al principio de la cuota que antes se abonaba al final del mismo, se observa que el primer pago no es descontado por encontrarse al principio del período y el último pago se encuentra al principio del último periodo que es descontado del periodo $n-1$. (Dunrauf, 2013)

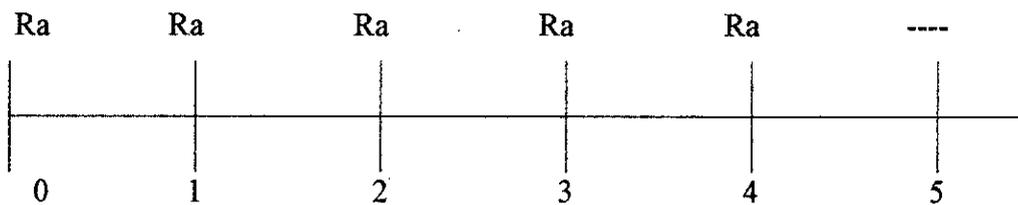


Figura 8. Horizonte temporal del Factor de Actualización de la Serie Adelantada
Fuente: Elaboración propia.

Ejemplo: Hallar el valor presente de sucesivos depósitos cuatrimestrales adelantados de 381 durante 20 meses en un banco que paga una TNA del 33% capitalizable cuatrimestralmente.

Datos:

R_a	381
n	5 cuatrimestres
i	$0.33/3=0.11$
P	X

Tabla 10:
Factor de actualización de la serie adelantada

Fórmula Matemática	Función Excel
$P = R_a(1 + i) * FAS_{0.11}^5$	$VA(tasa; nper; -Pago; ; 1)(2.2)$
$P = 381(1 + 0.11) * \frac{(1 + 0.11)^5 - 1}{0.11(1 + 0.11)^5} = 1563$	

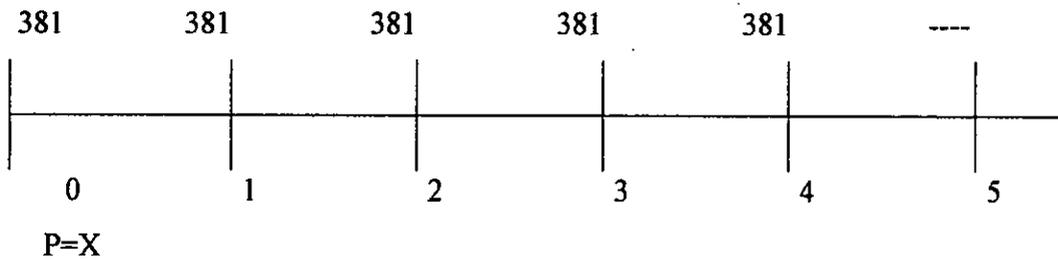


Figura 9. Horizonte del Factor de actualización de la serie adelantada
Fuente: Elaboración propia.

Argumentos de función ? X

VA

Tasa	0.33/3	=	0.11
Nper	20/4	=	5
Pago	-381	=	-381
Vf		=	número
Tipo	1	=	1

= 1563.031808

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del período = 1; para pago al final del período = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = 1563.031808

[Ayuda sobre esta función](#)

Figura 10. Funcion va
Fuente: Elaboración propia.

2.2.3 Factor de Recuperación del Capital Adelantado

Sirve para convertir un Stock Inicial o Capital Inicial (P) en una Renta o Anualidad Adelantada (R_a).

$$R_a = P / (1 + i) * FRC_1^n (2.3)$$

Ejemplo: Se obtiene un préstamo de 43380 a devolverse en 18 meses en cuotas trimestrales adelantadas a la TNA del 26% capitalizable trimestralmente. Hallar las letras de devolución del préstamo.

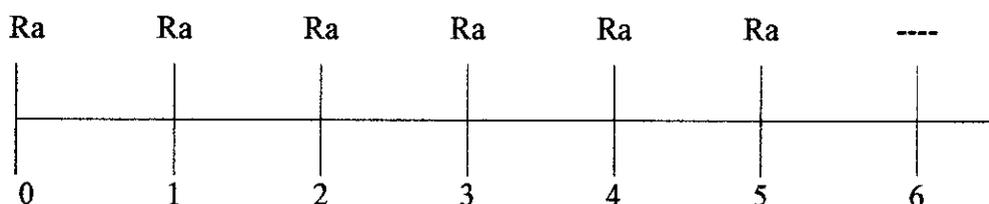


Figura: 11
Horizonte del Factor de Recuperación del Capital Adelantado
Fuente: Elaboración propia.

Datos:

R_a	X
n	6 trimestres
i	$0.26/4=0.065$
P	43380

Tabla 11:
Factor de Recuperación del Capital Adelantado

Fórmula Matemática	Función Excel
$R_a = P/(1 + i) * FRC_{0.065}^6$	$Pago(tasa; nper; -Va; ; 1)(2.3)$
$R_a = \frac{43380}{(1 + 0.065)} \left[\frac{0.065(1 + 0.065)^6}{(1 + 0.065)^6 - 1} \right] = 8414$	

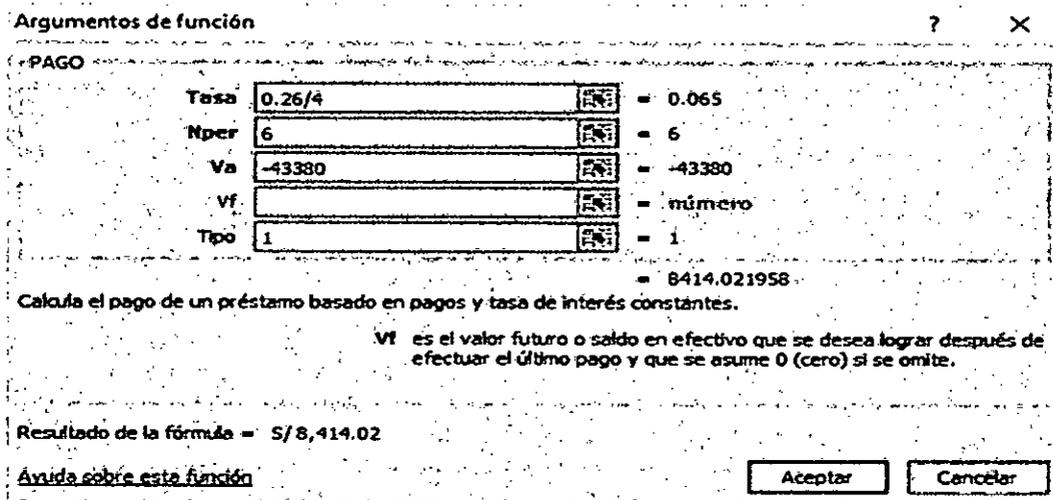


Figura 12. Función pago
 Fuente: Elaboración propia.

2.2.4 Factor de Depósito al Fondo de Amortización Adelantado

Sirve para convertir un Stock Final o Capital Final (S) en una Renta o Anualidad Adelantada (R_a).

$$R_a = S / (1 + i) * FDF A_1^n (2.4)$$

Ejemplo: Calcular el importe de renta bimestral adelantada que dentro de 20 meses me permita acumular un Monto de 42350 a la TNA del 27% capitalizable bimestralmente.

Datos:

R_a	X
n	10 bimestres
i	0.27/6=0.045
S	42350

Tabla 12
Factor de Depósito al Fondo de Amortización Adelantado

Fórmula Matemática	Función Excel
$R_a = S / (1 + i) * FDF A_{0.045}^{10}$	$Pago(tasa; nper; ; -VF; ; 1)(2.4)$
$R_a = \frac{42350}{(1 + 0.045)} \left[\frac{0.045}{(1 + 0.045)^{10} - 1} \right] = 3298$	

Argumentos de función

PAGO

Tasa: 0.27/6 = 0.045

Nper: 10 = 10

Va: = número

Vf: -42350 = -42350

Tipo: 1 = 1

= 3297.983828

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.

Tipo: es un valor lógico: para pago al comienzo del periodo = 1; para pago al final del periodo = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = 3297.983828

[Ayuda sobre esta función](#)

Figura 13. Función pago
Fuente: Elaboración propia.

2.3 Cálculo del número de periodos.

Para el cálculo del número de periodos se tienen las siguientes formulas tanto para casos vencidos como para casos adelantados.

Tabla 13
Cálculo del número de periodos vencidos

Función	Fórmula Matemática
Con Capital y Monto Vencido $nper(tasa; ; va; -VF)(2.5)$	$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{S}{P}\right)}{\text{Log}(1 + i)} \quad (2.5)$
Con Monto y Renta Vencida $nper(tasa; pago; ; -VF)(2.6)$	$n = \frac{\text{Log}\left[\frac{Si}{R} + 1\right]}{\text{Log}(1 + i)} \quad (2.6)$
Con Capital y Renta Vencida $nper(tasa; pago; -VA)(2.7)$	$n = -\frac{\text{Log}\left[1 - \frac{Pi}{R}\right]}{\text{Log}(1 + i)} \quad (2.7)$

Tabla 14
Cálculo del número de periodos adelantados

Con Monto y Renta Adelantada $nper(tasa; pago; ; -VF; ; 1)(2.8)$	$n = \frac{\text{Log}\left[\frac{Si}{R_a(1+i)} + 1\right]}{\text{Log}(1 + i)} \quad (2.8)$
Con Capital y Renta Adelantada $nper(tasa; pago; -VA; ; 1)(2.9)$	$n = -\frac{\text{Log}\left[1 - \frac{Pi}{R_a(1+i)}\right]}{\text{Log}(1 + i)} \quad (2.9)$

Elaboración propia.

Donde:

- P** = Stock Inicial, Capital Inicial, Valor Presente o Valor Actual.
- S** = Stock Final, Capital Final, Monto Final o Valor Futuro.
- R_a** = Flujo Constante Adelantado, Anualidad Adelantada.
- n** = Numero de Períodos o Plazo Total (Tiempo).
- i** = Tasa de interés por período.
- R** = Flujo Constante, Anualidad Vencida.

2.3.1 Número de Periodos con Capital y Monto

Ejemplo: ¿En qué tiempo un capital de 85000 colocado en un banco que paga una TNA del 36% anual capitalizable diariamente nos da un monto de 143806?

Datos:

n	X
P	85000
i	0.36/360=0.001
S	58154

Tabla 15
Número de Periodos con Capital y Monto

Fórmula Matemática	Función Excel
$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{S}{P}\right)}{\text{Log}(1 + i)}$	$nper(tasa; ; va; -VF)(2.5)$
$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{58154}{35000}\right)}{\text{Log}(1 + 0.001)} = 508 \text{ días}$	

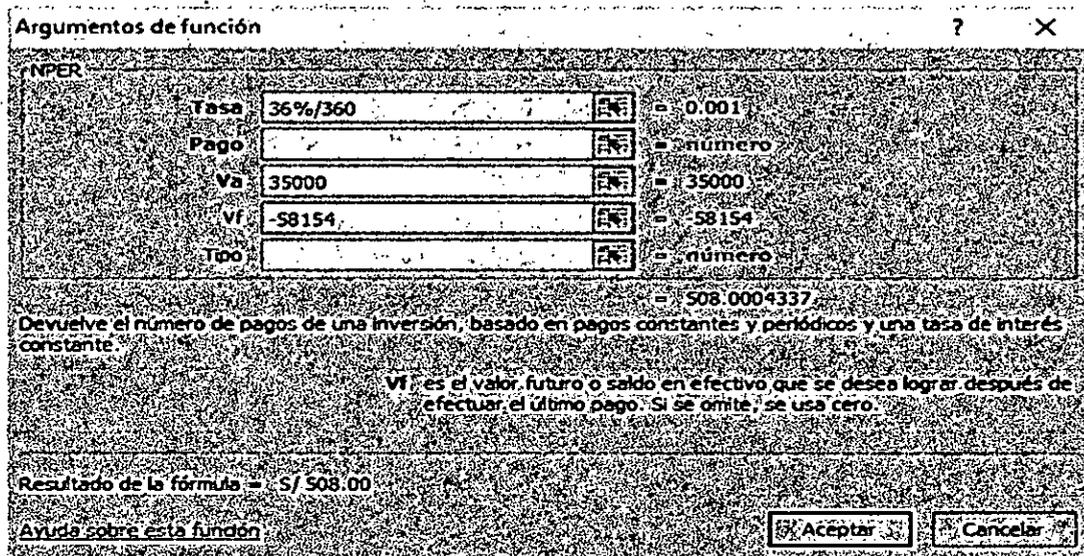


Figura 14. Función NPV
Fuente: Elaboración propia.

2.3.2 Número de Periodos con Monto y Renta Vencida

Ejemplo: ¿Cuántos depósitos mensuales vencidos de 1562 serán necesarios en un banco que paga una TNA del 39% capitalizable mensualmente para poder acumular un monto de 58856.06?

Datos:

R	1562
n	X
i	$0.39/12=0.0325$
S	58856.06

Tabla 16
Número de Periodos con Monto y Renta Vencida

Fórmula Matemática	Función Excel
$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{St}{R} + 1 \right]}{\text{Log}(1 + i)}$	$nper(\text{tasa}; \text{pago}; ; -VF)(2.6)$
$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{58856.06 \cdot 0.0325}{1562} + 1 \right]}{\text{Log}(1 + 0.0325)} = 25 \text{ depositos}$	

Argumentos de función

NPV

Tasa	0.39/12	=	0.0325
Pago	1562	=	1562
Va		=	número
Vf	-58856.06	=	-58856.06
Tipo		=	número

= 25.00000133

Devuelve el número de pagos de una inversión, basado en pagos constantes y periódicos y una tasa de interés constante.

Vf es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago. Si se omite, se usa cero.

Resultado de la fórmula = 25.00000133

Ayuda sobre esta función

Aceptar Cancelar

Figura 15. Funcion Nper
Fuente: Elaboración propia.

2.3.3 Número de Periodos con Capital y Renta Vencida

Ejemplo: Se solicita un préstamo de S/4959 a devolverse a la tasa TNA del 33% anual capitalizable mensualmente. Cuantas cuotas mensuales vencidas de S/314 serán necesarios para cancelar el préstamo.

Datos:

R	314
n	X
i	0.33/12=0.0275
P	4959

Tabla 17
Número de Periodos con Capital y Renta Vencida

Fórmula Matemática	Función Excel
$n = - \frac{\text{Log} \left[1 - \frac{Pi}{R} \right]}{\text{Log} (1 + i)}$	$nper(\text{tasa}; \text{pago}; -VA; ; 0)(2.7)$
$n = - \frac{\text{Log} \left[1 - \frac{4959 \cdot 0.0275}{314} \right]}{\text{Log} (1 + 0.0275)} = 21$	

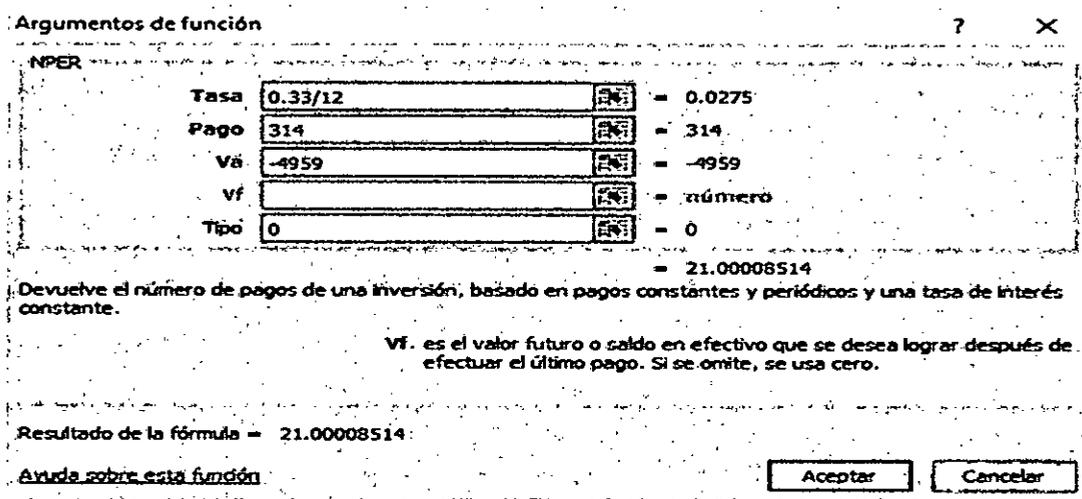


Figura 16. Funcion nper
Fuente: Elaboración propia.

2.3.4 Número de Periodos con Monto y Renta Adelantada

Depósitos bimestrales

Ejemplo: Cuantos depósitos bimestrales adelantados de S/920 serán necesarios en un banco que paga una TNA del 21% capitalizable bimestralmente para poder acumular un monto de S/13904

Datos:

R_a	920
n	X
i	$0.21/6=0.035$
S	13904

Tabla 18
Número de Periodos con Monto y Renta Adelantada

Fórmula Matemática	Función Excel
$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{SI}{R_a(1+i)} + 1 \right]}{\text{Log} (1 + i)}$	$nper(\text{tasa}; \text{pago}; ; -VF; ; 1)(2.8)$
$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{13904+0.035}{920(1+0.035)} + 1 \right]}{\text{Log} (1 + 0.035)} = 12$	

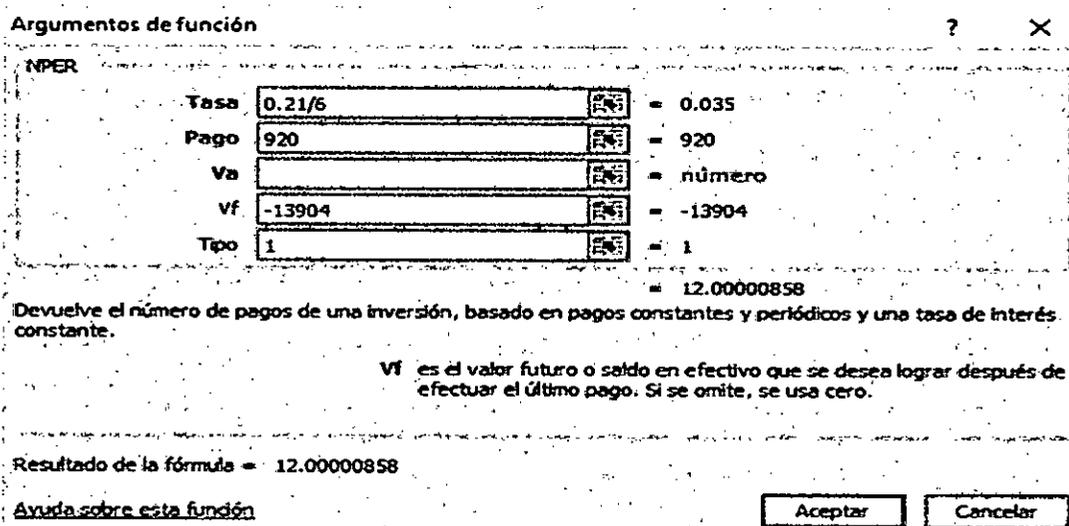


Figura 17. Funcion nper
Fuente: Elaboración propia.

2.3.5 Número de Periodos con Capital y Renta Adelantada

Ejemplo: Con cuantas cuotas constantes trimestrales adelantadas de S/.135 se puede amortizar un préstamo de S/.1084 a pagarse con una TNA del 21% anual capitalizable trimestralmente.

Datos:

R_a	135
n	X
i	$0.21/4=0.0525$
S	1084

Tabla 19
Número de Periodos con Capital y Renta Adelantada

Fórmula Matemática	Función Excel
$n = - \frac{\text{Log} \left[1 - \frac{PI}{R_a (1+i)} \right]}{\text{Log} (1 + i)}$	$\text{nper}(\text{tasa}; \text{pago}; -VA; ; 1)(2.9)$
$n = - \frac{\text{Log} \left[1 - \frac{1084 \cdot 0.0525}{135 (1+0.0525)} \right]}{\text{Log} (1+0.0525)} = 10 \text{ cuotas}$	

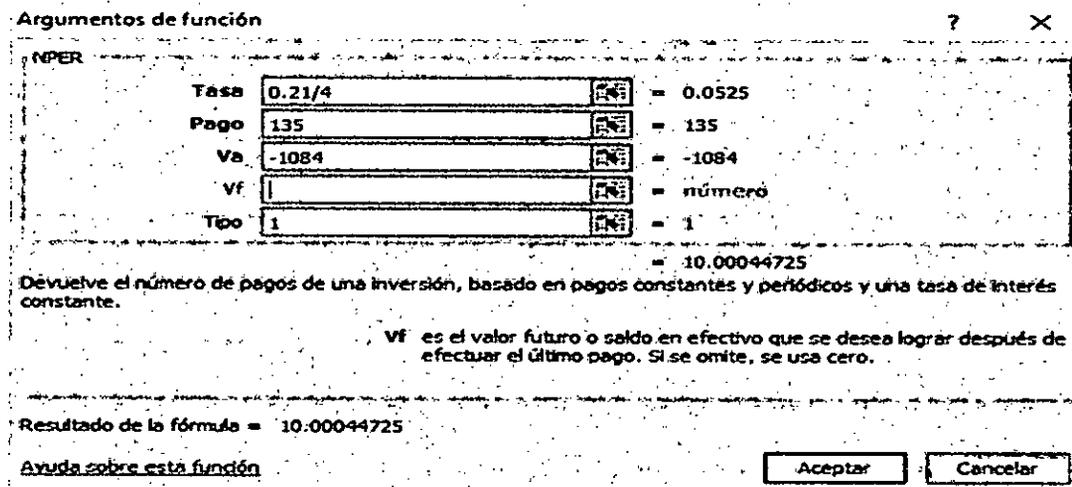


Figura 18. Funcion nper
Fuente: Elaboración propia.

2.3.6 Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida

Ejemplo1: ¿Cuántos depósitos mensuales vencidos de 500 serán necesarios en un banco que paga una TNA del 39% capitalizable mensualmente para poder cancelar un préstamo de 6000?

Datos:

R	500
n	X
i	0.39/12=0.0325
P	6000

Tabla 20
Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida ejemplo 1

Fórmula Matemática	Función Excel
$n = - \frac{\text{Log} \left[1 - \frac{PI}{R} \right]}{\text{Log} (1 + i)}$	$nper(\text{tasa}; \text{pago}; ; -VF)$
$n = - \frac{\text{Log} \left[1 - \frac{6000 \cdot 0.0325}{500} \right]}{\text{Log} (1 + 0.0325)} = 15.45494835$	

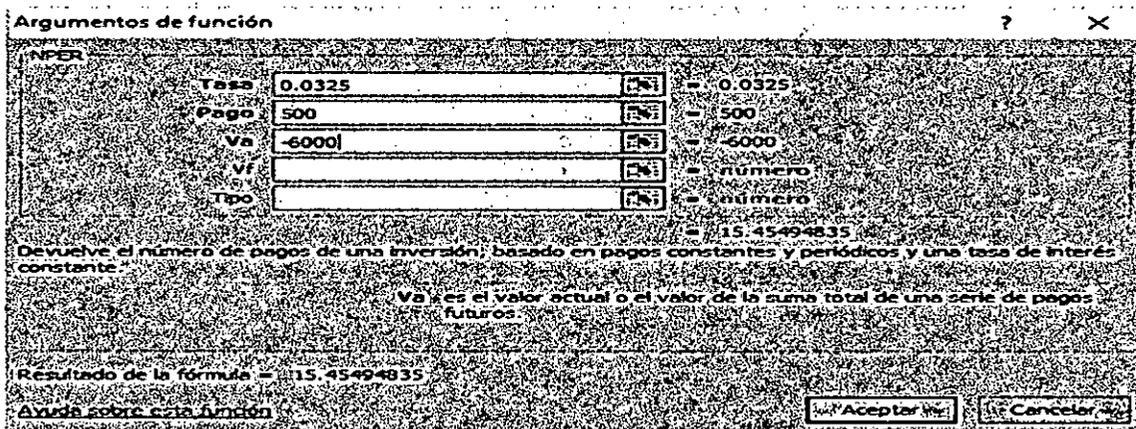


Figura 19. Funcion nper
Fuente: Elaboración propia.

Financieramente normalmente los pagos son considerados periodos con números enteros y pueden tomar algunos de los siguientes casos:

Ejemplo 2: Si se redondea los depósitos a quince de cuanto serían las letras. Se solicita un préstamo de S/.6000 a devolverse en 15 pagos mensuales vencidos a una TNA del 39% capitalizable mensualmente. ¿Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo?

Datos:

R X
n 15
i 0.39/12=0.0325
P 6000

Tabla 21
Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida ejemplo 2

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = P * FRC_{0.0325}^{15}$	<i>Pago(tasa; nper; -VA; ; 0)</i>
$R = 6000 \frac{0.0325(1 + 0.0325)^{15}}{(1 + 0.0325)^{15} - 1}$	= 511.73147

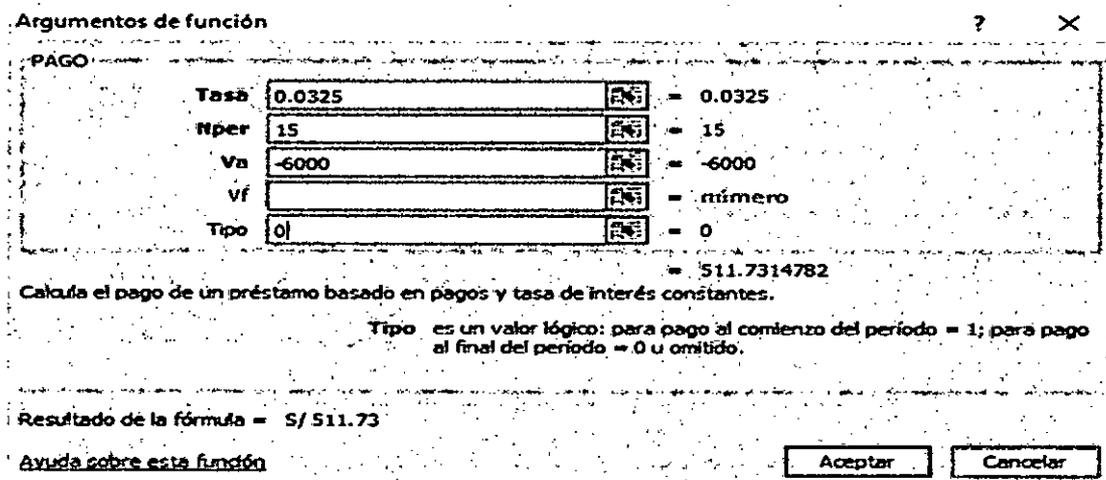


Figura 20. Función Pago
Fuente: Elaboración propia.

Si se paga con 15 cuotas mensuales vencidas los pagos que eran de S/. 500 se incrementan a S/.511.73

Ejemplo 3: Si se redondea los depósitos a dieciséis de cuanto serían las letras. Se solicita un préstamo de S/6000 a devolverse en 16 pagos mensuales vencidos a una TNA del 39% capitalizable mensualmente. ¿Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo?

Datos:

R X
 n 16
 i 0.39/12= 0.0325
 P 6000

Tabla 22
Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida ejemplo 3

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = P * FRC_{0.0325}^{16}$	<i>Pago(tasa; nper; -VA; ; 0)</i>
$R = 6000 \frac{0.0325(1 + 0.0325)^{16}}{(1 + 0.0325)^{16} - 1} = 486.84$	

Argumentos de función

PAGO

Tasa	0.0325	= 0.0325
Nper	16	= 16
Va	-6000	= -6000
Vf		= número
Tipo	0	= 0

= 486.8407916

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.

Vf es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago y que se asume 0 (cero) si se omite.

Resultado de la fórmula = S/ 486.84

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

Figura 21. Funcion pago
 Fuente: Elaboración propia.

Si se paga con 16 cuotas mensuales vencidas los pagos que eran de S/. 500 disminuyen a S/.486.84

Ejemplo 4: Si se realizan 15 pagos mensuales vencidos de 500 por un préstamo de S/.6000 a una TNA del 39% capitalizable mensualmente. ¿Hallar el valor de la letra 16 para poder cancelar la deuda?

Datos:

R 500
n 15
i 0.39/12=0.0325
P 6000

Tabla 23

Numero de Periodos no enteros con Capital y Renta Vencida ejemplo 4

Fórmula Matemática	Función Excel
$P = R * FAS_{0.0325}^{15} + FSA_{0.0325}^{16}$	$Va(tasa; nper; ; -VF)$
$6000 = 500 \frac{(1 + 0.0325)^{15} - 1}{0.0325(1 + 0.0325)^{15}} + \frac{x}{(1 + 0.0325)^{16}} = 229.46$ $=(6000-VA(0.0325,15,-500))/VA(0.0325,16,-1)$	

Argumentos de función

VA

Tasa: 0.0325 = 0.0325
Nper: 16 = 16
Pago: = número
Vf: -1 = -1
Tipo: = número
= 0.599458379

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.
Vf es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago.

Resultado de la fórmula = 229.4577984

Avuda sobre esta función

Aceptar Cancelar

Figura 22. Función anidada va
Fuente: Elaboración propia.

Si se paga con 15 cuotas mensuales vencidas de S/. 500, el pago mensual 16 será de S/.229.46

2.4 Cálculo de la Tasa de Interés

2.4.1 Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Capital y Monto

Ejemplo: ¿A qué tasa bimestral de interés compuesto ha sido colocado un capital de 1020 para que luego de 30 meses en un banco que capitaliza bimestralmente nos dé un monto de 1974?

Datos:

i	X
P	1020
n	15 bimestres
S	1974

Tabla 24

Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Capital y Monto

Fórmula Matemática	Función Excel
	$Tasa(nper; ; va; -VF)(2.10)$
$i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 \quad (2.10) \quad i = \sqrt[15]{\frac{1974}{1020}} - 1 = 4.50\%$	

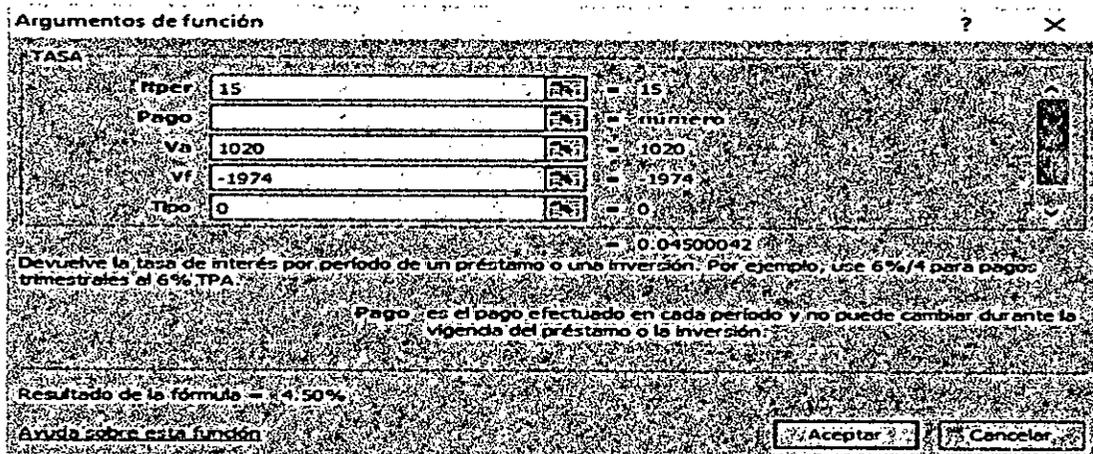


Figura 23. Función tasa

Fuente: Elaboración propia.

2.4.2 Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Capital y Renta

Ejemplo: Una licuadora tiene un precio de contado de S/.6885 y es financiado por un banco para pagarse en 18 letras mensuales vencidas de S/.522. ¿Cuál es la tasa efectiva mensual que le está cobrando el banco?

Datos:

i	X
P	6885
n	18 meses
R	522

Tabla 25
Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Capital y Renta

Fórmula Matemática	Función Excel
$P = R \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (2.11)$	<i>Tasa</i> (nper; pago; -Va) (2.11)
$6885 = 522 \left(\frac{(1+i)^{18} - 1}{i(1+i)^{18}} \right)$	

Mediante tanteo la tasa mensual es 3.50%

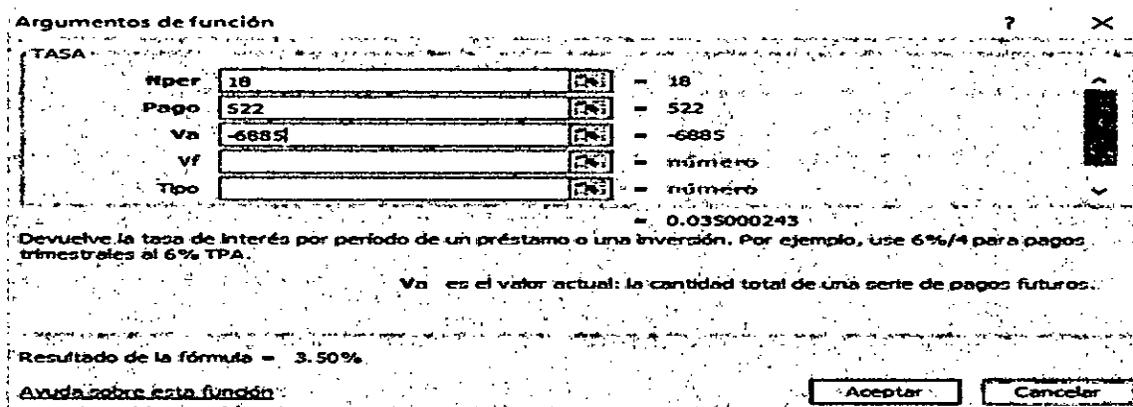


Figura 24. Función tasa

Fuente: Elaboración propia.

2.4.3 Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Monto y Renta

Ejemplo: Se deposita al final de cada mes la suma de S/.537 durante 24 meses, si al final se obtiene un monto de S/.18487. ¿Cuál es la tasa efectiva mensual que se ha ganado?

Datos:

i	X
S	18487
n	24 meses
R	537

Tabla 26

Tasa de Interés cuando se conoce número de periodos con Monto y Renta

Fórmula Matemática	Función Excel
	<i>Tasa(nper; pago; -Va)</i>
$18487 = 537 \frac{((1 + i)^{24} - 1)}{i}$	

Mediante tanteo tasa mensual 3%

Argumentos de función

TASA

nper	24	= 24
Pago	537	= 537
Va		= número
Vf	-18487	= -18487
Tipo	0	= 0

= 0.029999937

Devuelve la tasa de interés por período de un préstamo o una inversión. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% TPA.

Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del período = 1; para pago al final del período = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = 3%

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

Figura 25. Función tasa

Fuente: Elaboración propia.

Problemas con Factores Vencidos y Adelantados

1.- Hallar el monto que se forma si se guarda mensualmente S/.330 durante 15 años en un banco que paga una TNA del 18% anual capitalizable mensualmente. Si los depósitos son: a) Adelantados b) Vencidos

Rpta: a) S/.303339 b) S/.298856

2.- Hallar el monto que se forma si se guarda bimestralmente S/.210 durante 10 años en un banco que paga una TNA del 21% anual capitalizable bimestralmente. Si los depósitos son: a) Adelantados b) Vencidos

Rpta: a) S/.42713 b) S/.41269

3.- Hallar el monto que se forma con depósitos quincenales de S/.170 durante 7 años en un banco que paga una TNA del 21% anual capitalizable quincenalmente. Si los depósitos son: a) Adelantados b) Vencidos

Rpta: a) S/.65097 b) S/.64532

4.- Cuanto se acumula en una cuenta bancaria si se realizan 45 depósitos mensuales adelantados de S/. 600. Si el banco paga los primeros 30 meses una TNA del 18% anual capitalizable mensualmente y el resto del tiempo una TNA del 21% con la misma capitalización.

Rpta: S/.40025

5.- Cuanto se acumula en una cuenta bancaria si se realizan 42 depósitos mensuales adelantados de S/.120. Si el banco paga los primeros 35 meses una TNA del 12% anual capitalizable mensualmente y el resto del tiempo una TNA del 15% con la misma capitalización.

Rpta: S/. 6391

6.- Hallar el valor presente de sucesivos depósitos bimestrales adelantados de S/.210 durante 24 en un banco que paga una TNA del 15% anual capitalizable bimestralmente.

Rpta: S/.2208

7.- Hallar el valor presente de sucesivos depósitos quincenales adelantados de S/.74 durante 17 meses en un banco que paga una TNA del 30% anual capitalizable quincenalmente.

Rpta: S/.2065

8.- El alquiler mensual de una casa es de S/.496 con pagos adelantados a principios de cada mes. Si para el vencimiento del contrato de alquiler faltan 12 meses y me proponen que se los pague con un descuento del 2.25% mensual si se los pago anticipadamente. Hallar el valor presente de los pagos mensuales anticipados.

Rpta: S/.5282

9.- Hallar el precio de contado de una maquinaria que se vende al crédito con pagos mensuales anticipados de S/.200 durante 15 meses. Si la tasa que cobra es una TNA del 12% capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el precio de contado si las letras fueran vencidas a fines de cada periodo?

Rpta: a) S/.2801 b) S/.2773

10.- Hallar el precio de contado de una maquinaria que se vende al crédito con pagos trimestrales anticipados de S/. 300 durante 21 meses. Si la tasa que cobra es una TNA del 27% capitalizable trimestralmente. ¿Cuál es el precio de contado si las letras fueran vencidas a fines de cada periodo?

Rpta: a) S/.1741 b) S/.1631

11.- ¿Cuántos depósitos bimestrales vencidos de S/.191 serán necesarios en un banco que paga una TNA del 28.5% capitalizable bimestralmente para poder acumular un monto de 5690.

Rpta: 19 pagos bimestrales

12.- Se solicita un préstamo de S/.3278 a devolverse a la TNA del 54% capitalizable mensualmente. Cuántas cuotas mensuales vencidas de S/. 252 serán necesarios para cancelar el préstamo.

Rpta: 20 pagos mensuales

13.- Cuantos depósitos quincenales adelantados de S/.380 serán necesarios en un banco que paga una TNA del 42% capitalizable quincenalmente para poder acumular un monto de 17480.

Rpta: 46 depósitos quincenales adelantados

14.- Con cuantas cuotas constantes bimestrales adelantados de S/.2250 se puede amortizar un préstamo de S/.19008 a pagarse con una TNA del 34.50% capitalizable bimestralmente.

Rpta: 11 pagos bimestrales adelantados

15.- ¿A qué tasa mensual de interés compuesto ha sido colocado un capital de 42000 en un banco que capitaliza mensualmente para que luego de 25 meses nos dé un monto de 105427?

Rpta: 3.75% mensual

16.- ¿Una licuadora tiene un precio de contado de S/.4834 y es financiada por un banco para pagarse en 25 letras mensuales vencidas de S/.326 ¿Cuál es la tasa efectiva mensual que le está cobrando el banco?

Rpta: 4.50% mensual

17.- Se deposita al final de cada trimestre la suma de S/.110 durante 51 meses, si al final se obtiene un monto de S/.5130 ¿Cuál es la tasa efectiva trimestral que se ha ganado?

Rpta: 11.50% trimestral

18.- ¿Cuántos depósitos mensuales vencidos de S/ 600 serán necesarios en un banco que paga una TNA del 42% capitalizable mensualmente para poder cancelar un préstamo de S/9000?

19.- Se deposita al final de cada bimestre la suma de S/.191 durante 38 meses, si al final se obtiene un monto de S/.5690 ¿Cuál es la tasa efectiva bimestral que se ha ganado?

Rpta: 4.75% bimestral

- a) Financieramente, lo normal es que los pagos son considerados periodos con números enteros y pueden tomar algunos de los siguientes casos.
- b) Si se redondea los depósitos a veintiuno de cuanto serían las letras. Se solicita un préstamo de S/.9000 a devolverse en 21 pagos mensuales vencidos a una TNA del 42% capitalizable mensualmente. ¿Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo?
- c) Si se redondea los depósitos a veintidós de cuanto serían las letras. Se solicita un préstamo de S/.9000 a devolverse en 22 pagos mensuales vencidos a una TNA del 39% capitalizable mensualmente. ¿Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo?
- d) Si se realizan 21 pagos mensuales vencidos de 600 por un préstamo de S/.9000 a una TNA del 42% capitalizable mensualmente. ¿Hallar el valor de la letra 22 para poder cancelar la deuda?

Rpta: a) 21.6398 b) S/.612.33 c) S/.593.39 d) 21 pagos de 600 y el pago 22 de S/.386.26

CAPÍTULO III ANUALIDADES O RENTAS

Contenido de la unidad

- 3.1 Anualidades Eventuales, Inciertas o Contingentes
- 3.2 Anualidades Ciertas o Inmediatas
- 3.3 Anualidades Generales

El presente capítulo se desarrolla los conceptos Anualidades generalmente como un conjunto de pagos que se realizan en intervalos de tiempo que pueden ser mensuales, trimestrales, quincenales, anuales etc. y similares montos en un periodo de tiempo previamente establecido.

3.1 Anualidades Eventuales, Inciertas o Contingentes

Se dice de las **Anualidades Eventuales, Inciertas o Contingentes** como aquellas en las que el primer y el último pago no están previamente establecidos ya que dependen de un suceso imprevisto como los seguros de vida, cobros periódicos por concepto de herencias, accidentes laborales etc., que establece lo que va a recibir el o los beneficiarios en caso se muera, pero uno no sabe cuándo va a suceder pues la fecha es incierta.

La duración de la anualidad o renta vitalicia tanto al interés compuesto como a las probabilidades que es parte de la matemática actuarial.

3.2 Anualidades Ciertas o Inmediatas

Las Anualidades Ciertas son aquellas cuyas condiciones se conocen de antemano (horizonte temporal con fecha de inicio o término, periodos de renta, etc.) y se establecen previamente, generalmente por contrato entre el deudor y el acreedor de la operación financiera que genera la anualidad. (Aliaga, 2010)

Se dice de las **Anualidades Ciertas** son aquellas tanto de inicio como de finalización de la renta son establecidas con anticipación.

Las **Anualidades** igualmente pueden ser:

Anualidades Simples si el depósito o pago coincide con el periodo de capitalización de la renta es decir si capitaliza quincenal, mensual, semestral, etc. significa que la renta coincide con la capitalización que genera la tasa de interés.

Anualidades Ciertas Simples Vencidas son aquellas cuyo depósito o pago se realizan al finalizar cada periodo y coincide con el periodo de capitalización de la renta como son los créditos hipotecarios, los créditos vehiculares etc.

Anualidades Ciertas Simples Adelantadas son aquellas cuyo depósito o pago se realizan al principio de cada periodo y coincide con el periodo de capitalización de la renta como son los alquileres, las cuotas de los seguros etc.

Anualidades Ciertas Simples Diferidas son aquellas cuyo depósito o pago se realizan luego de un periodo de gracia previamente acordado con el comprador o vendedor del bien y/o servicio, los cuales pueden vencidos o adelantados. Asimismo, la **Anualidad diferida** puede ser **Parcial** cuando se paga en el período de gracia solamente los intereses.

Asimismo, la **Anualidad diferida** puede ser **Total** cuando en los períodos de gracia no se pagan ni los intereses y estos se van capitalizando, que es el caso a resolver en el presente capítulo.

Anualidades Generales son aquellas en las que los pagos o depósitos no coinciden con la capitalización de la tasa de interés ejemplos cuando los pagos son mensuales y la capitalización de la tasa de interés es trimestral.

Anualidades Perpetuas son aquellas en las que el último pago no existe o cuyo plazo no tiene fin es decir que es indefinida, para lo cual la renta por periodo debe de ser menor o igual a los intereses que genera, como cuando se dan las becas educativas en forma indefinida, mantenimiento de las carreteras etc.

3.2.1 Anualidades Ciertas Simples Vencidas

Ejemplo: Hallar el monto de una anualidad a fines de cada bimestre de S/. 186 durante 38 meses en un banco que paga una TNA 34.5% y capitaliza bimestralmente.

Datos:

S	X
R	186
n	19 bimestres
i	$0.345/6 = 0.0575$

Tabla 27
Anualidades Ciertas Simples Vencidas

Fórmula Matemática	Función Excel
	S
	$= R * FCS_{0.0575}^{19} VF(tasa; nper; -Pago)$
$S = 186 * \frac{(1 + 0.0575)^{19} - 1}{0.0575} = 6123$	

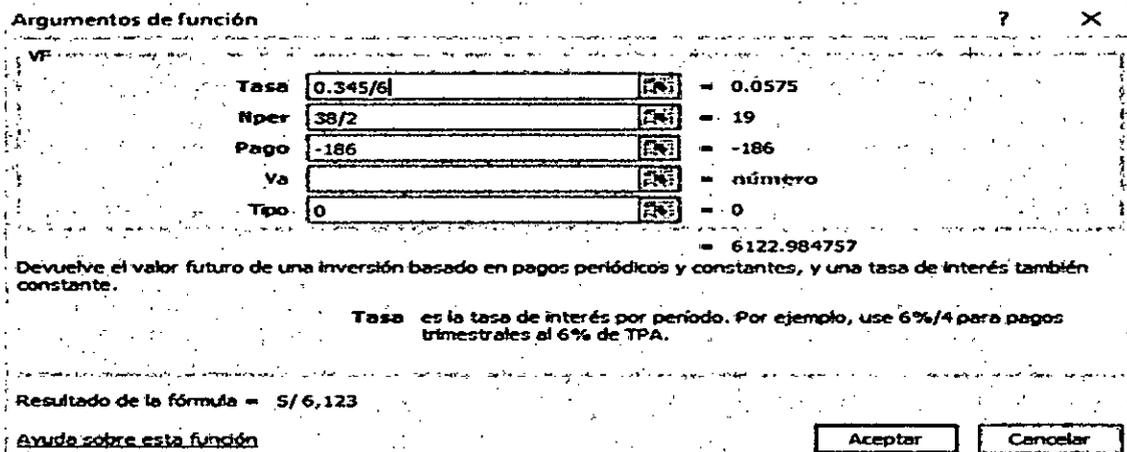


Figura 26. Función vf
Fuente: Elaboración propia.

3.2.2 Anualidades Ciertas Simples Adelantadas

Ejemplo: Se obtiene un préstamo de 21752 a devolverse con pagos quincenales adelantados durante 31 meses en un banco que cobra una TNA del 30% y capitaliza quincenalmente. Hallar el valor de los pagos quincenales adelantados.

Datos:

P	21752
R_a	X
n	31*2= 62 quincenas
i	0.30/24 =0.0125

Tabla 28
Anualidades Ciertas Simples Adelantadas

Fórmula Matemática	Función Excel
$R_a = \frac{P}{1+i} * [FRC_{0.0125}^{62}]$	$Pago(tasa; nper; -Va; ; 1)$
$R_a = \frac{21752}{(1 + 0.0125)} \left[\frac{0.0125(1 + 0.0125)^{62}}{(1 + 0.0125)^{62} - 1} \right] = 500$	

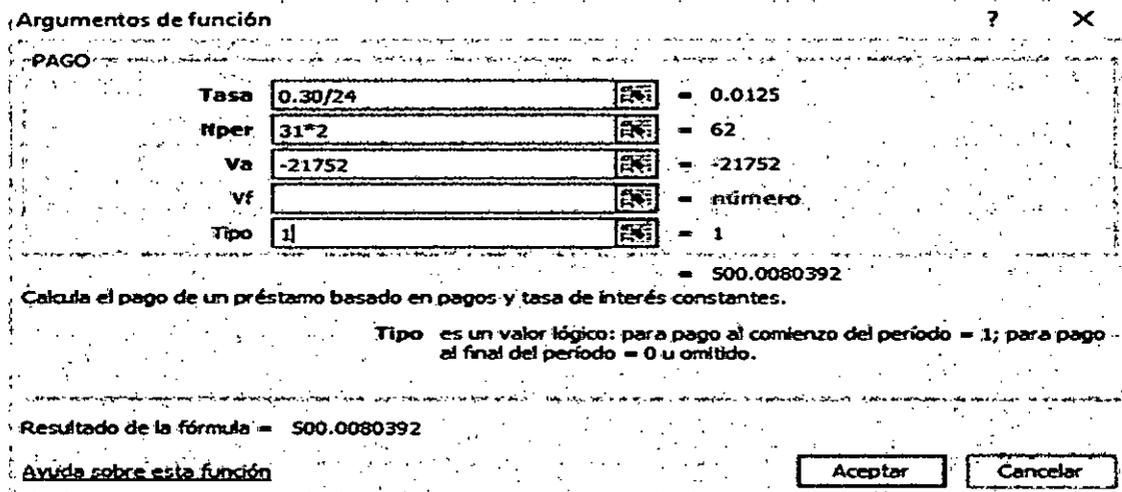


Figura 27. Función pago
Fuente: Elaboración propia.

3.2.3 Renta de una Anualidad Diferida Vencida en función al Capital

Ejemplo 1: Se obtiene un préstamo de 144000 a devolverse en 9 meses en cuotas mensuales iguales en un banco que cobra TNA del 72% y capitaliza mensualmente. Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo si nos dan 3 meses de periodo de gracia. Donde m= periodos de gracia, plazo diferido.

$$R = P * \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} * (1+i)^m \quad (3.1)$$

$$P = 144000$$

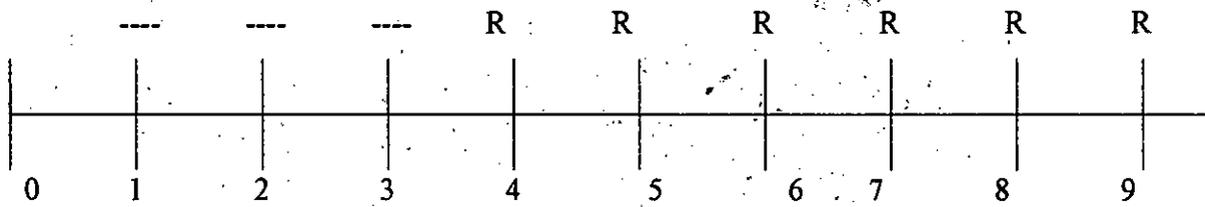


Figura 28. Horizonte temporal de la Renta de una Anualidad Diferida Vencida en función al Capital

Tabla 29
Renta de una Anualidad Diferida Vencida en función al Capital

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = P * FRC_{0.06}^6 * FSC_{0.06}^3$	$VF(tasa; m; ; -Pago(tasa; nper; -VA))(3.1)$
$R = 144000 \frac{0.06(1 + 0.06)^9}{(1 + 0.06)^6 - 1} = 34878$	

Argumentos de función

PAGO

Tasa	0.72/12	= 0.06
Nper	6	= 6
Va	-144000	= -144000
Vf		= número
Tipo	0	= 0

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de intereses constantes.

Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del periodo = 1; para pago al final del periodo = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = 34877.97278

Ayuda sobre esta función

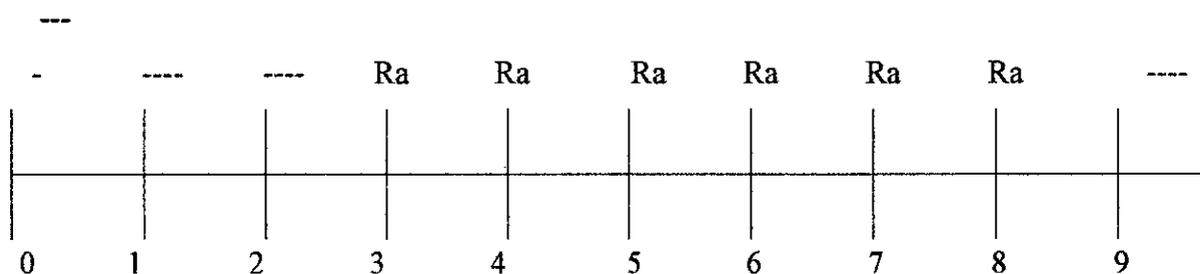
Aceptar Cancelar

Figura 29. Función anidada vf
Fuente: Elaboración propia.

3.2.4 Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital

Ejemplo 1: Se obtiene un préstamo de 23190 a devolverse a una TNA del 42% y capitaliza mensualmente, a pagarse en 9 periodos mensuales adelantados de los cuales 3 son diferidos. Hallar valor de los pagos mensuales adelantados. **Forma 1.**

$$R_a = \frac{P}{1+i} * [(1+i)^m * \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}] \quad (3.2)$$



P= 23190

Figura 30. Horizonte temporal de la Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital

Tabla 30
Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital

Fórmula Matemática	Función Excel
$R_a = \frac{P}{1+i} * [FSC_{0.035}^3 * FRC_{0.035}^6]$	$VF(i; m; ; -Pago(i; n; -VA); ; 1)(3.2)$
$R_a = \frac{23190}{(1 + 0.035)} \left[\frac{0.035(1 + 0.035)^9}{(1 + 0.035)^6 - 1} \right] = 4662$	

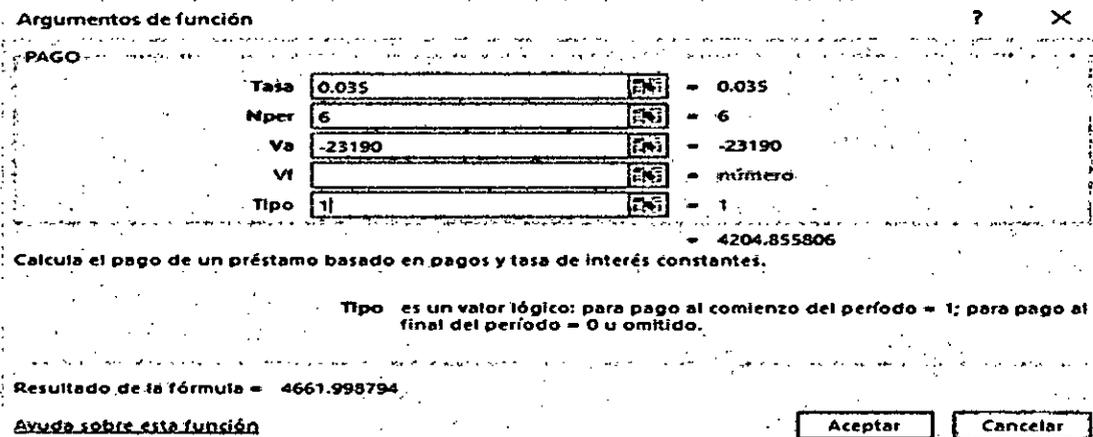


Figura 31. Función anidada vf
Fuente: Elaboración propia.

Ejemplo 2: Se obtiene un préstamo de 23190 a devolverse a una TNA del 42% y capitaliza mensualmente, a pagarse en 9 periodos mensuales adelantados de los cuales 3 son diferidos. Hallar valor de los pagos mensuales adelantados **Forma 2**.

$$R_a = P * \left[\left(1 + i \right)^{m-1} * \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (3.3)$$

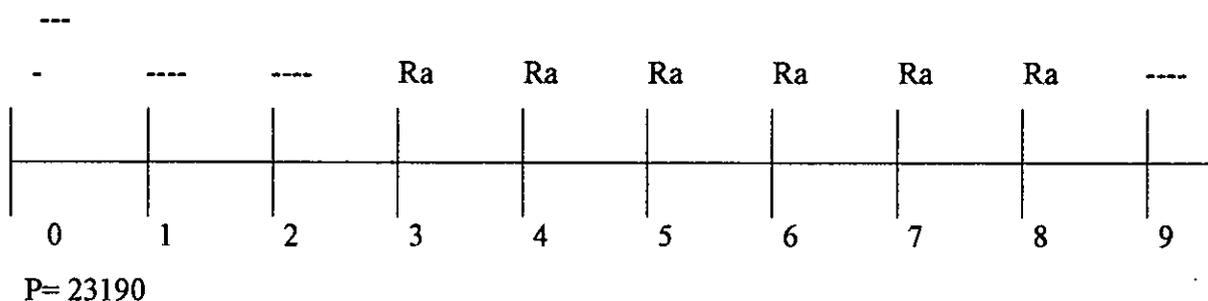


Figura 32. Horizonte temporal de la Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital

Tabla 31

Renta de una Anualidad Diferida Adelantada en función al Capital ejemplo 2

Fórmula Matemática	Función Excel
$R_a = P * [FSC_{0.035}^2 * FRC_{0.035}^6]$	$VF(i; m - 1; ; -Pago(i; n; -VA))(3.3)$
$R_a = 23190 \left[\frac{0.035(1 + 0.035)^8}{(1 + 0.035)^6 - 1} \right] = 4662$	

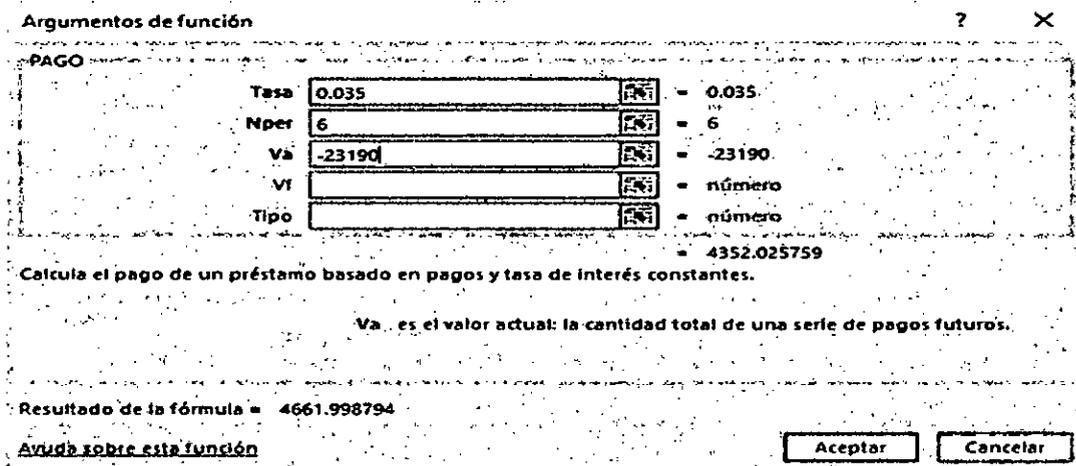
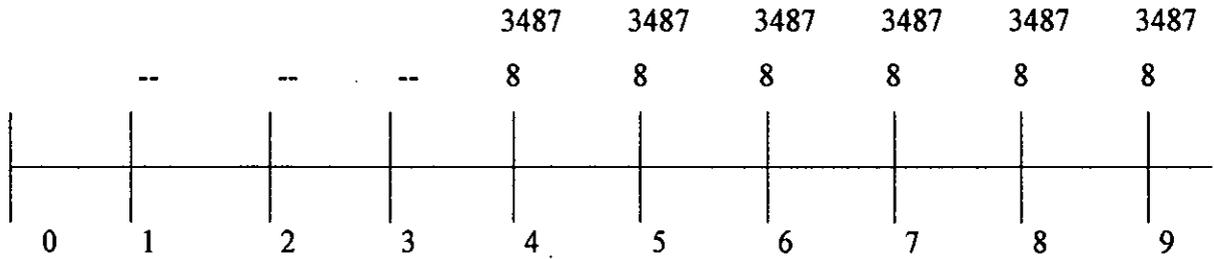


Figura 33. Función anidada vf
Fuente: Elaboración propia.

3.2.5 Valor Presente de una Anualidad Diferida Vencida

Ejemplo: Hallar el valor presente de una anualidad compuesta por 9 periodos mensuales vencidos de los cuales 3 son diferidos y el importe de cada renta mensual es de 34878 y la TNA es del 72% capitalizable mensualmente.

$$P = R * \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} * \frac{1}{(1+i)^m} \quad (3.4)$$



P=X

Figura 34. Horizonte temporal del Valor Presente de una Anualidad Diferida Vencida

Tabla 32
Valor Presente de una Anualidad Diferida Vencida

Fórmula Matemática	Función Excel
$P = R * FAS_{0.06}^6 * FSA_{0.06}^3$	$VA(tasa; m; ; -VA(tasa; nper; -Pago))(3.4)$
$P = 34878 \frac{(1 + 0.06)^6 - 1}{0.06(1 + 0.06)^9 - 1} = 144000$	

Argumentos de función

VA

Tasa	0.72/12	=	0.06
nper	6	=	6
Pago	-34878	=	-34878
Vf		=	número
Tipo	0	=	0

= 171506.4378

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del período = 1; para pago al final del período = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = S/ 144,000

Ayuda sobre esta función

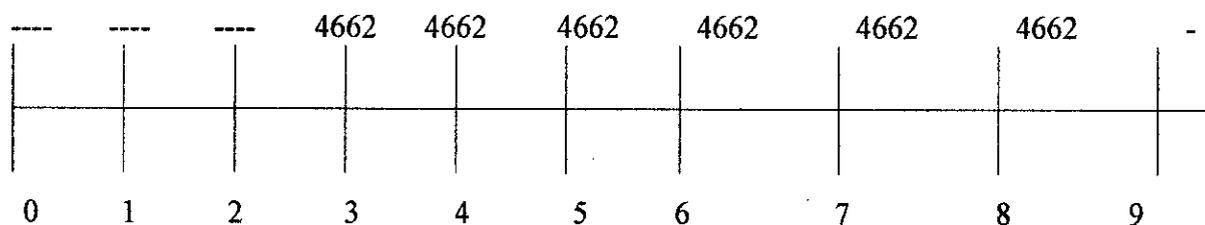
Aceptar Cancelar

Figura. 35. Función anidada va
Fuente: Elaboración propia.

3.2.6 Valor Presente de una Anualidad Diferida Adelantada

Ejemplo 3: Hallar el valor presente de una anualidad compuesta por 9 periodos mensuales adelantados de los cuales 3 son diferidos y el importe de cada renta mensual es de 4662 y la TNA es del 42% capitalizable mensualmente. Hallar valor de los pagos mensuales adelantados.

$$P = R_a * \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} * \frac{1}{(1 + i)^{m-1}} \quad (3.5)$$



P=X

Figura 36. Horizonte temporal del Valor Presente de una Anualidad Diferida Adelantada

Tabla 33

Valor Presente de una Anualidad Diferida Adelantada

Fórmula Matemática	Función Excel
$P = R * FAS_{0.035}^6 * FSA_{0.035}^2$	$VA(tasa; m - 1; ; -VA(tasa; nper; -Pago))(3.5)$
$P = 4662 \frac{(1 + 0.06)^6 - 1}{0.06(1 + 0.06)^8 - 1} = 23190$	

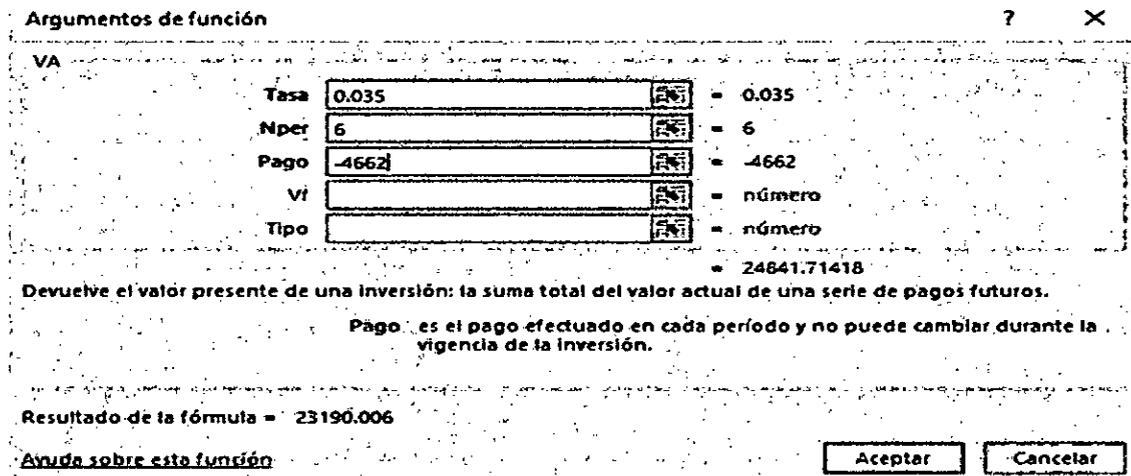


Figura 37. Función anidada va
Fuente: Elaboración propia.

3.3 Anualidades Generales

Anualidades Generales son aquellas en las que los pagos o depósitos no coinciden con la capitalización de la tasa de interés ejemplos cuando los pagos son mensuales y la capitalización de la tasa de interés es trimestral

3.3.1 Monto de una Anualidad General

Caso1 Forma 1 cuando los pagos y la capitalización son múltiples: Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos trimestrales de 1700 durante 2 años en un banco que paga el 48% anual capitalizable mensualmente.

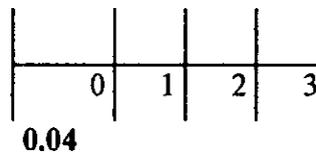
S X

R_{trtm} 1700 trim.

m 3 meses

n 24 meses

i_{mens} $0.48/12=0.04$ mens.



Datos: Forma 1

Tabla 34
Monto de una Anualidad General datos forma 1

Fórmula Matemática	Función Excel
	$Pago(tasa; m; ; -R) * VF(tasa; nper; -1)$
$R = S \times FDFA_{0.04}^3$	$S = R \times FCS_{0.04}^{24}$
$R = 1700 * \frac{0.04}{(1 + 0.04)^3 - 1}$ $= 544.59$	$S = 544.59 * \frac{(1 + 0.04)^{24} - 1}{0.04} = 21284$

Argumentos de función

VF

Tasa	0.04	= 0.04
Nper	24	= 24
Pago	-1	= -1
Va		= número
Tipo		= número

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Pago es el pago efectuado cada período; no puede cambiar durante la vigencia de la inversión.

Resultado de la fórmula = 21284.09374

[Ayuda sobre esta función](#)

Figura 38. Función vf
Fuente: Elaboración propia.

Caso 2 Forma 1: Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos mensuales de 400 durante 2 años en un banco que paga el 36% anual capitalizable trimestralmente.

Datos: Forma 1

S	X	0.09
R_{mens}	400	
i_{trim}	0.09	
R_{trim}	X	
n	8.	

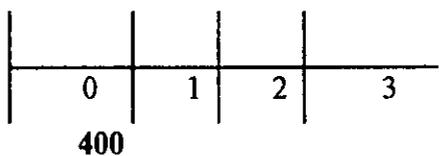


Tabla 36
Monto de una Anualidad General datos forma 1

Fórmula Matemática	Función Excel
	$VF(tasa; nper; -Pago)$
$R = S \times FDF_{0.09}^{1/3}$	$S = R \times FCS_{0.09}^8$
$R = 400 * \frac{0.09}{(1.09)^{1/3} - 1} = 1235.31trim$	$S = 235.31 * \frac{(1 + 0.09)^8 - 1}{0.09} = 13624$

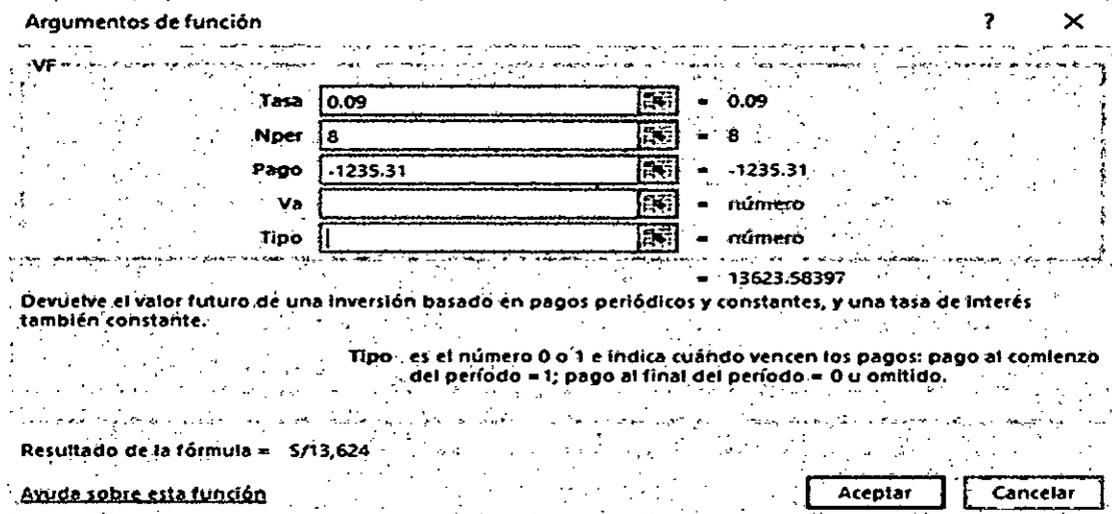


Figura 40. Funcion vf
Fuente: Elaboración propia.

Caso 2 Forma 2: Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos mensuales de 400 durante 2 años en un banco que paga el 36% anual capitalizable trimestralmente

Datos: Forma 2

S	X
R_{mens}	400
i_{trlm}	0.09
i_{mens}	0.029142467
n_{mens}	24
n_{trlm}	8

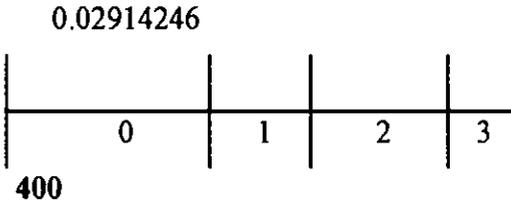


Tabla 37
Monto de una Anualidad General datos forma 2

Fórmula Matemática	Función Excel
$S = R \times FCS_{0.029142467}^{24}$	PAGO(tasa; -nper; ; R) * VF(tasa; nper; -1)
$S = 400 * \frac{(1 + 0.029142467)^{24} - 1}{0.029142467} = 13624$	
	PAGO (0.09;/((1.09)^(1/3)-1);-8;;400) *VF (0.09;8;-1)

Argumentos de función

VF

Tasa 0.09 = 0.09

Nper 8 = 8

Pago -1 = -1

Va = número

Tipo = número

= 11.0284738

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Tipo es el número 0 o 1 e indica cuándo vencen los pagos: pago al comienzo del período = 1; pago al final del período = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = 13623.59139

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

Figura 41. Función anidada pago
Fuente: Elaboración propia.

Caso 3 Forma 1 cuando los pagos y la capitalización no son múltiplos: Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos bimestrales de 400 durante 18 meses en un banco que paga el 38% anual capitalizable trimestralmente.

Datos: Forma 1

S	X
R_{blm}	400
i_{trtm}	$0.38/4=0.095$
R_{trtm}	X
n	6

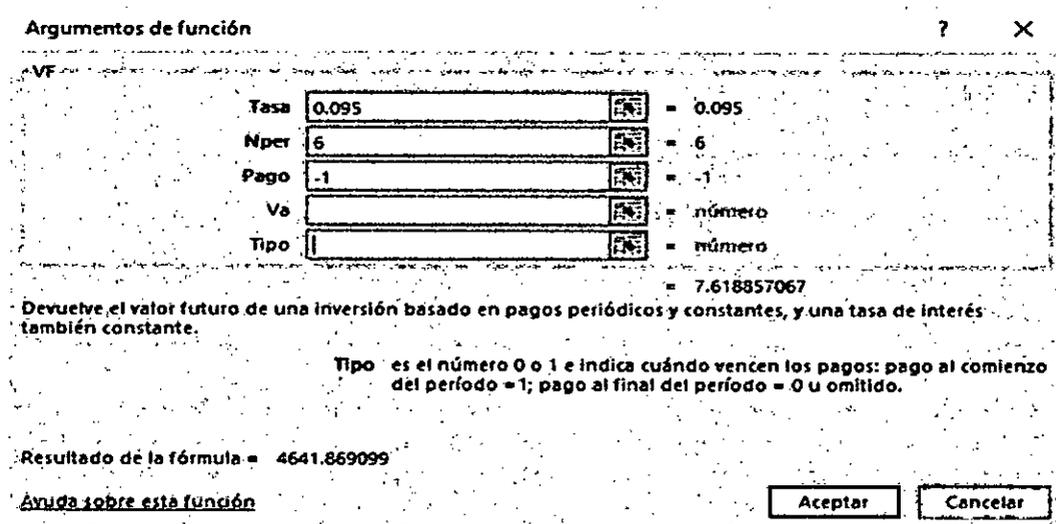


Figura 42. Función anidada pago
Elaboración propia

Caso 3 Forma 2 cuando los pagos y la capitalización no son múltiplos: Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos bimestrales de 400 durante 18 meses en un banco que paga el 38% anual capitalizable trimestralmente.

Datos: Forma 2

S	X	
R_{blm}	400	
i_{trtm}	$0.38/4=0.095$	
i_{blm}	0.062370688	0.0623707
n	9	

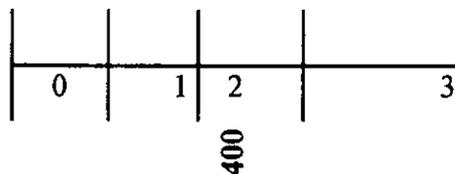


Tabla 38
Monto de una Anualidad General datos forma 2

Fórmula Matemática	Función Excel
$S = R \times FCS_{0.062370688}^9$	$VF(tasa; nper; -Pago)$
$S = 400 * \frac{(1 + 0.062370688)^9 - 1}{0.062370688} = 4642$	

Argumentos de función

VF

Tasa	0.062370688	= 0.062370688
Nper	9	= 9
Pago	-400	= -400
Va		= número
Tipo		= número

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Tipo es el número 0 o 1 e indica cuándo vencen los pagos: pago al comienzo del período = 1; pago al final del período = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = 5/4,642

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

Figura 43. Función vf
Fuente: Elaboración propia.

Problemas con Anualidades

1.- Se obtiene un préstamo de S/. 35080 a devolverse con pagos bimestrales adelantados durante 5 años en un banco que cobra una TNA del 13.50% anual capitalizable bimestralmente. Hallar el valor de los pagos bimestrales adelantados.

Rpta: S/.1585

2.- Se obtiene un préstamo de S/. 26601 a devolverse con pagos mensuales adelantados durante 3 años en un banco que cobra una TNA del 33% capitalizable mensualmente. Hallar el valor de los pagos mensuales adelantados.

Rpta: S/.1142

3.- Se obtiene un préstamo de S/. 22604 a devolverse con pagos cuatrimestrales adelantados durante 6 años en un banco que cobra una TNA del 19.65% capitalizable cuatrimestralmente. Hallar el valor de los pagos cuatrimestrales adelantados.

Rpta: S/.2041

4.- Se obtiene un préstamo de S/. 15411 a devolverse con pagos mensuales adelantados durante 15 meses en un banco que cobra una TNA del 39% capitalizable mensualmente. Hallar el valor de los pagos mensuales adelantados.

Rpta: S/.1273

5.- Se obtiene un préstamo de S/. 72000 a devolverse en 18 meses en cuotas mensuales iguales a fines de cada mes en un banco que cobra una TNA del 42% capitalizable mensualmente. Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo si nos dan 6 meses de periodo de gracia.

Rpta: S/.9159

6.- Se obtiene un préstamo de S/. 168193 a devolverse en 15 meses en cuotas mensuales iguales a la TNA del 24% capitalizable mensualmente. Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo si nos dan 6 meses de periodo de gracia.

Rpta: S/.23206

7.- Se obtiene un préstamo de S/. 56000 a devolverse en 24 meses en cuotas bimestrales e iguales a la TEB del 6.5%. Hallar el valor de las letras de devolución del préstamo si nos dan 8 meses de periodo de gracia.

Rpta: S/.11832

8.- Hallar el valor presente de una anualidad compuesta por 12 periodos bimestrales vencidos de los cuales 4 son diferidos, el importe de cada renta mensual es de S/. 13830 y la TNA es del 22.5% capitalizable bimestralmente

Rpta: S/.81200

9.- Hallar el valor presente de una anualidad compuesta por 16 periodos mensuales vencidos de los cuales 4 son diferidos, el importe de cada renta mensual es de S/. 7315 y la TNA es del 42% capitalizable mensualmente.

Rpta: S/.61600

10.- Se obtiene un préstamo de S/. 20178 a devolverse a una TNA es del 30% capitalizable mensualmente, a pagarse en 36 periodos mensuales adelantados de los cuales 3 son diferidos. Hallar valor de los pagos mensuales adelantados

Rpta: S/.951

11.- El Sr. Juan Constantino obtiene un préstamo de S/. 16252 a devolverse a una TNA es del 24% capitalizable mensualmente, a pagarse en 24 periodos mensuales adelantados de los cuales 5 son diferidos. Hallar valor de los pagos mensuales adelantados

Rpta: S/.1122

12.- Se obtiene un préstamo de S/. 10598 a devolverse a una TNA es del 18% capitalizable mensualmente, a pagarse en 30 periodos mensuales adelantados de los cuales 6 son diferidos.
Hallar valor de los pagos mensuales adelantados

Rpta: S/.570

13.- Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos trimestrales de S/. 2500 durante 2 años en un banco que paga una TNA es del 48% capitalizable mensualmente

Rpta: S/.31300

14.- Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos cuatrimestrales de S/. 500 durante 3 años en un banco que paga una TNA es del 42% capitalizable mensualmente

Rpta: S/.8305

15.- Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos bimestrales de S/. 700 durante 36 meses en un banco que paga una TNA es del 45% capitalizable cuatrimestralmente

Rpta: S/.24351

16.- Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos trimestrales de S/. 700 durante 36 meses en un banco que paga una TNA es del 30% capitalizable cuatrimestralmente

Rpta: S/.12828

17.- Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos cuatrimestrales de S/. 4300 durante 1080 días en un banco que paga una TNA es del 31.5% capitalizable semestralmente

Rpta: S/.58990

18.- Hallar el monto que se forma con sucesivos depósitos quincenales de S/. 500 durante 3 años en un banco que paga una TNA es del 28% capitalizable trimestralmente

Rpta: S/.55210

CAPÍTULO IV

MODELOS DE AMORTIZACIÓN DE LA DEUDA

Contenido de la unidad

- 4.1 Método Alemán o Amortizaciones Iguales.
- 4.2 Método Francés o Cuotas Iguales.
- 4.3 Método Americano o de Interés Constante.
- 4.4 Método de las Cuotas Crecientes Aritméticamente.

El presente capítulo se debe tener en cuenta que hay un Mercado de Intermediación Indirecta en donde la Banca obtiene de los ahorristas que pueden ser personas naturales, jurídicas o inversionistas institucionales el dinero que otorga a los agentes deficitarios por intermedio de préstamos, valores etc, en la que el banco es la que asume el riesgo ya que gane o pierda cuando presta tiene que devolver a los ahorristas sus depósitos más los intereses, en donde la tasa activa es la que cobra el banco y la tasa pasiva es la que paga el banco y en donde la tasa activa es mayor que la tasa pasiva y la diferencia se llama el spread. De los diversos productos financieros desarrollaremos algunos modelos de repago de una deuda y cuya elaboración va a depender de lo que acuerdan el prestamista y el agente deudor persona o institución que requiere del dinero, que va a tener que amortizar, por lo que los modelos de pago de una deuda son de una amplia gama que muchas veces se adecuan a las necesidades del cliente.

Se deben debe tomar en cuenta variables como el monto del préstamo, tasa de interés, plazo de duración, modelo o método de amortización de la deuda si es con periodo de gracia, con cuotas adicionales, con portes, gastos seguros etc, los cuales van a determinar el costo efectivo de ese crédito.

4.1 Método Alemán o Amortizaciones Iguales

En esta forma de pago de una deuda, las amortizaciones son iguales por lo que las cuotas son decrecientes a lo largo del tiempo. Siempre lo que disminuye una deuda es la amortización. La fórmula matemática para hallar el interés Total:

$$IT = P * \frac{(n + 1) * i}{2} \quad (4.1)$$

Se solicita un préstamo de S/.60000 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales a la TEM 4%. Elaborar cronograma de pagos por el Método Alemán o Amortizaciones Iguales.

P	60000
n	12meses
<i>i_{mens}</i>	0.04

Tabla 39
Método Alemán o Amortizaciones Iguales

Fórmula Matemática	Función Excel
$IT = P * \frac{(n + 1) * i}{2}$ $IT = 60000 * \frac{(12 + 1) * 0.04}{2}$ $IT = 15600$	$VF\left(\left(\frac{tasa}{2}\right) * (n + 1); 1; 1; -VA\right) \quad (4.1)$

Argumentos de función

VF

Tasa	$(4\%/2) \cdot (12+1)-1$	= -0.74
Nper	1	= 1
Pago		= número
Va	-60000	= -60000
Tipo		= número

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Tasa es la tasa de interés por período. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% de TPA.

Resultado de la fórmula = 15600

Ayuda sobre esta función

Aceptar Cancelar

Figura 44. Función vf
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 40
Cronograma de pagos método alemán

Período	Capital	Interés	Amortización.	Letras
1	60000	2400	5000	7400
2	55000	2200	5000	7200
3	50000	2000	5000	7000
4	45000	1800	5000	6800
5	40000	1600	5000	6600
6	35000	1400	5000	6400
7	30000	1200	5000	6200
8	25000	1000	5000	6000
9	20000	800	5000	5800
10	15000	600	5000	5600
11	10000	400	5000	5400
12	5000	200	5000	5200
		15600	60000	

Fuente: elaboración propia

4.2 Método Francés o Cuotas Fijas

En esta forma de pago de una deuda, las letras son iguales por lo que las cuotas son decrecientes a lo largo del tiempo.

$$R = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad (4.2)$$

Se solicita un préstamo de S/.60000 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales e iguales a la TEM 4%. Hallar el valor de las letras y elaborar cronograma de pagos por el Método Francés o Cuotas Fijas.

Datos:

P	60000
n	12meses
i_{mens}	4%
R	X

Tabla 41

Método Francés o Cuotas Fijas

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = P * FRC_{0.04}^{12}$	$Pago(tasa; nper; -VA) (4.2)$
$R = 60000 \frac{0.04(1 + 0.04)^{12}}{(1 + 0.04)^{12} - 1} = 6393.13$	

Tabla 42
Cronograma de pagos método francés

Período	Capital	Interés	Amortización.	Letras
1	60000	2400	3993.13	6393.13
2	56006.87	2240.275	4152.86	6393.13
3	51854.01	2074.161	4318.97	6393.13
4	47535.04	1901.402	4491.73	6393.13
5	43043.32	1721.733	4671.40	6393.13
6	38371.92	1534.877	4858.25	6393.13
7	33513.66	1340.547	5052.58	6393.13
8	28461.08	1138.443	5254.69	6393.13
9	23206.39	928.2557	5464.87	6393.13
10	17741.52	709.6607	5683.47	6393.13
11	12058.05	482.322	5910.81	6393.13
12	6147.24	245.8896	6147.24	6393.13
		16717.56	60000.00	

Elaboración propia

4.2.1 Método Francés con periodo de Gracia Parcial

Se solicita un préstamo de S/.60000 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales e iguales a la TEM 4%. Hallar el valor de las letras y elaborar cronograma de pagos por el Método Francés si nos dan 2 meses de periodo de gracia parcial. Solamente se pagan los intereses durante el periodo de gracia.

Datos:

P	60000
n_1	12
n_2	2
i_{mens}	4%
R	X

Tabla 43
Método Francés con periodo de Gracia Parcial

Fórmula	Función Excel
Matemática	
	$R = P * FRC_{0.04}^{10}$
$R = 60000 \frac{0.04(1 + 0.04)^{10}}{(1 + 0.04)^{10} - 1}$	$= 7397.46$

Tabla 44
Cronograma de pagos método francés con periodo de gracia parcial

Periodo	Capital	Interés	Amortización.	Letras
1	60000.00	2400	0	2400.00
2	60000.00	2400	0	2400.00
3	60000.00	2400	4997	7397.46
4	55002.54	2200.102	5197.35	7397.46
5	49805.19	1992.208	5405.25	7397.46
6	44399.94	1775.998	5621.46	7397.46
7	38778.48	1551.139	5846.32	7397.46
8	32932.16	1317.287	6080.17	7397.46
9	26851.99	1074.08	6323.38	7397.46
10	20528.62	821.1446	6576.31	7397.46
11	13952.30	558.0921	6839.36	7397.46
12	7112.94	284.5176	7112.94	7397.46
		18774.57	60000.00	

Fuente:
Elaboración propia

4.2.2 Método Francés con periodo de Gracia Total

Se solicita un préstamo de S/.60000 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales e iguales a la TEM 4%. Hallar el valor de las letras y elaborar cronograma de pagos por el Método Francés si

nos dan 2 meses de periodo de gracia total. No se pagan ni los intereses durante el periodo de gracia.

Datos:

P	60000
n ₁	12
n ₂	2
<i>i</i> _{mens}	4%

Tabla 45
Método Francés con periodo de Gracia Total

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = P * FSC_{0.04}^2 * FRC_{0.04}^{10}$	$VF(tasa; nper; ; -PAGO(tasa; nper; -VA))$
$R = 60000 \frac{0.04(1 + 0.04)^{12}}{(1 + 0.04)^{10} - 1}$ $= 8001.09$	$VF(0.04; 2; ; -PAGO(0.04; 10; -60000))$

Tabla 46
Cronograma de pagos método francés con periodo de gracia total

Periodo	Capital	Interés	Amortización.	Letras
1	60000	0	0.00	0.00
2	62400.00	0	0.00	0.00
3	64896.00	2595.84	5405.25	8001.09
4	59490.75	2379.63	5621.46	8001.09
5	53869.29	2154.772	5846.32	8001.09
6	48022.97	1920.919	6080.17	8001.09
7	41942.80	1677.712	6323.38	8001.09
8	35619.43	1424.777	6576.31	8001.09
9	29043.12	1161.725	6839.36	8001.09
10	22203.75	888.15	7112.94	8001.09
11	15090.81	603.6325	7397.46	8001.09
12	7693.35	307.7342	7693.35	8001.09
		15114.89	64896.00	

Fuente: elaboración propia

4.2.3 Método Francés con otros gastos y portes

Se solicita un préstamo de S/.60000 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales e iguales a la TEM 4%. Hallar el valor de las letras y elaborar cronograma de pagos por el Método Francés si nos cobran seguro de desgravamen el 1.50% sobre el valor del préstamo y S/.15 de portes.

Datos:

P	S/.60000
n	12
i_{mens}	4%
i_{seguro}	1.50%
p_{portes}	S/.15
R	X

Tabla 47
Método Francés con otros gastos y portes

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = P * FRC_n^i + (P * i_{seguro}) + p_{portes}(4.3)$	$Pago(tasa; nper; -VA) + (VA * i_{seguro}) + p_{portes} (4.3)$
$R = \left(60000 \left[\frac{0.04(1 + 0.04)^{12}}{(1 + 0.04)^{12} - 1} \right] \right) + ([60000 * 1.50\%] + 15) = 7308.13$	

Tabla 48***Cronograma de pagos método francés con otros gastos y portes***

Período	Capital	Interés	Amortización.	Letras	Seguro	Portes	Final
1	60000	2400	3993.13	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
2	56006.87	2240.27	4152.86	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
3	51854.01	2074.16	4318.97	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
4	47535.04	1901.40	4491.73	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
5	43043.32	1721.73	4671.40	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
6	38371.92	1534.87	4858.25	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
7	33513.66	1340.54	5052.58	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
8	28461.08	1138.44	5254.69	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
9	23206.39	928.255	5464.87	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
10	17741.52	709.660	5683.47	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
11	12058.05	482.32	5910.81	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
12	6147.24	245.889	6147.24	6393.13	900	S/15	S/7,308.13
		16717.56	60000.00		10800	S/180	

Elaboración propia

4.2.4 Método Francés con cuotas dobles

Se solicita un préstamo de S/.60000 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales e iguales pero dobles en los meses 7 y 12 a la TEA 60.10% se pide hallar el valor de las letras y elaborar cronograma de pagos por el Método Francés si el primer pago se realiza en el mes de enero.

$$P = R / \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^7} + \frac{1}{(1+i)^{12}} \right] \quad (4.4)$$

Datos:

P	S/.60000
n	12
i_{mens}	4%
R	X

Tabla 49
Método Francés con cuotas dobles

Fórmula Matemática	Función Excel
$R = P / [FAS_{0.04}^{12} + FSA_{0.04}^7 + FSA_{0.04}^{12}]$	$((VA(tasa; nper; -Pago))$ $+ VA(tasa; nper; ; -VF)$ $+ VA(tasa; nper; ; -VF))$
$R = 60000 / \left[\frac{(1 + 0.04)^{12} - 1}{0.04 (1 + 0.04)^{12}} + \frac{1}{(1 + 0.04)^7} + \frac{1}{(1 + 0.04)^{12}} \right] = 5571.18$ $2R = 11142.37$	

P/ (4.4)

$$60000 / ((VA (4%;12; -1)) + VA (4%; 7;; -1) + VA (4%; 12;; -1))$$

Tabla 50***Cronograma de pagos método francés con cuotas dobles***

Período	Capital	Interés	Amortización.	Letras
1	60000	2399.895	3171.29	5571.18
2	56828.71	2273.049	3298.13	5571.18
3	53530.58	2141.13	3430.05	5571.18
4	50100.52	2003.934	3567.25	5571.18
5	46533.28	1861.25	3709.93	5571.18
6	42823.34	1712.859	3858.32	5571.18
7	38965.02	1558.533	9583.83	11142.37
8	29381.18	1175.196	4395.99	5571.18
9	24985.20	999.3643	4571.82	5571.18
10	20413.38	816.4995	4754.68	5571.18
11	15658.69	626.3205	4944.86	5571.18
12	10713.83	428.5346	10713.83	11142.37
		17996.56	60000.00	

Fuente: elaboración propia**4.2.5 Método Francés con cambio de tasas**

Se solicita un préstamo de S/.60000 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales e iguales a la TEA 30%, se pide hallar el valor de las letras y elaborar cronograma de pagos por el Método Francés si la TEA cambia al 36% luego de realizar el pago 4.

Datos:

P	S/.60000
n	12
<i>i</i>_{anual}	30%
<i>i</i>_{anual}	36%
<i>R</i>_{1mens}	6949.41
<i>R</i>_{2mens}	7086.32

Tabla 51
Método Francés con cambio de tasas

Fórmula Matemática	Función Excel
$R1 = P * FRC_{0.0167090}^{12}$	$R2 = P1 * FRC_{0.0259548}^8$
$R1 = 60000 \frac{0.0167090(1 + 0.0167090)^{12}}{(1 + 0.0167090)^{12} - 1}$ = 5747.16	$R2 = 41721.42 \frac{0.0259548(1 + 0.0259548)^8}{(1 + 0.0259548)^8 - 1}$ = 5842.49
$P1 = 5747.16 \frac{(1 + 0.0167090)^8 - 1}{0.0167090(1 + 0.0167090)^8}$ = 41721.42	

Tabla 52
Cronograma de pagos francés con cambio de tasas

Período	Capital	Interés	Amortización.	Letras
1	60000	1326.3	4421	5747.16
2	55579.1	1228.5	4519	5747.16
3	51060.5	1128.7	4618	5747.16
4	46442.0	1026.6	4721	5747.16
5	41721.4	1082.9	4760	5842.49
6	36961.8	959.3	4883	5842.49
7	32078.7	832.6	5010	5842.49
8	27068.8	702.6	5140	5842.49
9	21928.8	569.2	5273	5842.49
10	16655.5	432.3	5410	5842.49
11	11245.3	291.9	5551	5842.49
12	5694.7	147.8	5695	5842.49
		9728.5	60000	

Fuente: elaboración propia

4.3 Método Americano o de Interés Constante

En esta forma de pago el monto de la deuda permanece invariable pues solamente se pagan los intereses en cada uno de los periodos y en el último pago se amortiza el total de la deuda con sus intereses.

Se solicita un préstamo de S/.60000 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales a la TEA 60.10%. Se pide elaborar cronograma de pagos por el Método Americano o de Interés Constante.

Datos:

P	S/.60000
n	12
i_{anual}	60.10%
$i_{mensual}$	4%

Tabla 53

Cronograma de pagos método americano o de interés constante

Periodo	Capital	Interés	Amortización.	Letras
1	60000	2400	0	2400
2	60000	2400	0	2400
3	60000	2400	0	2400
4	60000	2400	0	2400
5	60000	2400	0	2400
6	60000	2400	0	2400
7	60000	2400	0	2400
8	60000	2400	0	2400
9	60000	2400	0	2400
10	60000	2400	0	2400
11	60000	2400	0	2400
12	60000	2400	60000	6240
		28800	60000	

Fuente: Elaboración propia.

4.4 Método de las Cuotas Crecientes Aritméticamente

Se conoce a la serie o gradiente aritmética cuando los valores de un diagrama de flujo se incrementan o disminuyen en una misma cantidad con respecto al periodo anterior.

$$G = 100$$

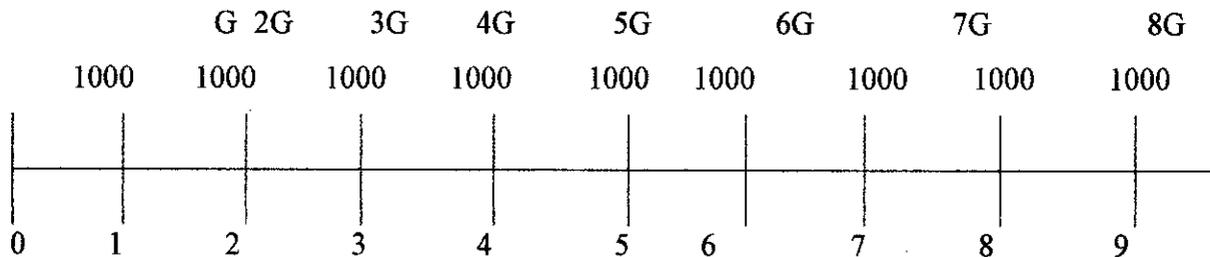


Figura 45. Horizonte temporal Método de las Cuotas Crecientes Aritméticamente en gradiente

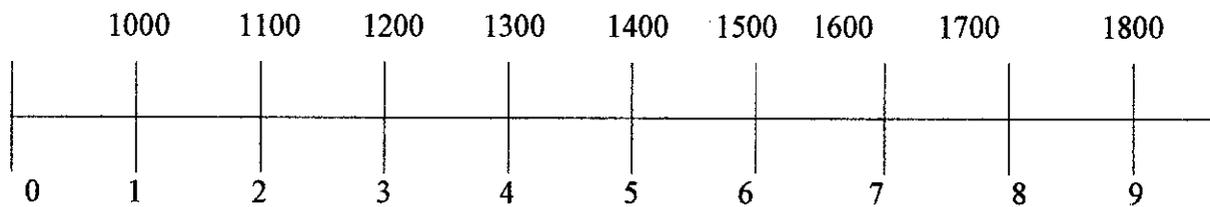


Figura 46. Horizonte temporal Método de las Cuotas Crecientes Aritméticamente en serie

Donde:

P = Préstamo, Capital Inicial, Valor Presente de Serie Aritmética.

G = Constante en que aumenta o disminuye la Cuota.

n = Numero de Pagos o Ingresos (Tiempo).

i = Tasa de interés por periodo.

A_{Ga} = Valor de la primera Cuota de la serie o Cuota base.

$$A_{GA} = P * \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] + \frac{G}{i} * \left[(1-n) * \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (4.5)$$

Se solicita un préstamo de S/.16938 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales e iguales a la TEM2.50%. Hallar el primer pago o cuota base y elaborar Cronograma de Pagos con cuotas que crecen aritméticamente en S/.200 cada mes.

Datos:

P	S/.16938
n	12
<i>i</i>_{mensual}	2.50%
<i>G</i>_{Arit}	200
<i>A</i>_{Ga}	X

Tabla 54
Método de las Cuotas Crecientes Aritméticamente

FÓRMULA MATEMÁTICA
$A_{GA} = P * \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] + \frac{G}{i} * \left[(1-n) * \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$
$A_{GA} = 16938 * \left[\frac{0.025(1+0.025)^{12}}{(1+0.025)^{12} - 1} \right] + \frac{200}{0.025} * \left[(1-12) * \frac{0.025}{(1+0.025)^{12} - 1} \right]$ $= 610$
FUNCIÓN EN EXCEL
$Pago(tasa; nper; -VA) + Pago\left(tasa; nper; ; -n * \left(\frac{G}{i}\right)\right) - \frac{G}{i}(4.5)$
$PAGO(0.025;12;-16938)+PAGO(0.025;12;;-12*(200/0.025))-200/0.025$

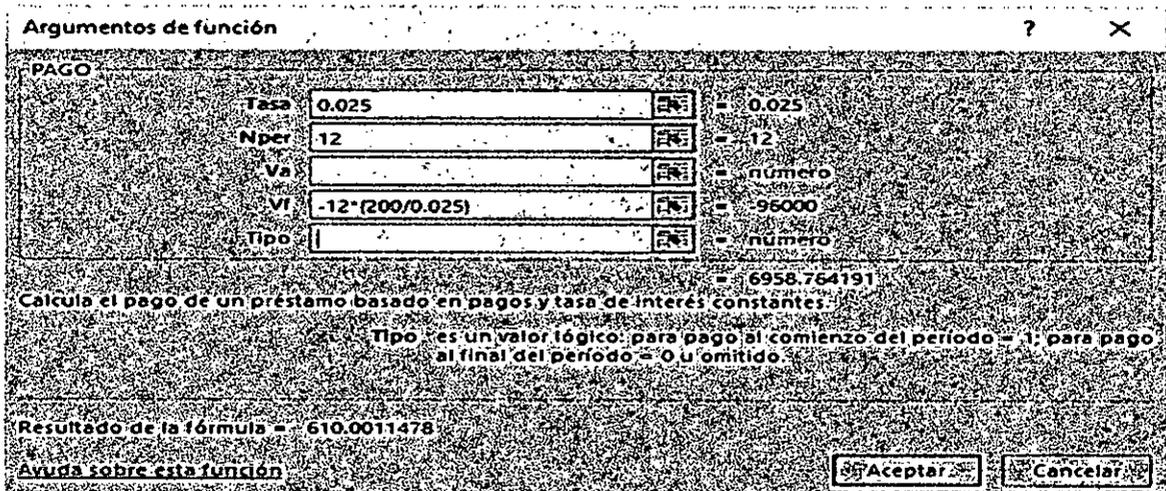


Figura 47. Función anidada pago
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 55
Cronograma de pagos método de las cuotas crecientes aritméticamente

Período	Capital	Interés	Amortización	Letras
1	16938	423.45	186.55	610
2	16751.45	418.79	391.21	810
3	16360.23	409.01	601.00	1010
4	15759.24	393.98	816.02	1210
5	14943.22	373.58	1036.42	1410
6	13906.80	347.67	1262.33	1610
7	12644.47	316.11	1493.89	1810
8	11150.58	278.76	1731.24	2010
9	9419.34	235.48	1974.52	2210
10	7444.82	186.12	2223.88	2410
11	5220.94	130.52	2479.48	2610
12	2741.46	68.54	2741.46	2810
		3582.01	16938.00	

Fuente: Elaboración propia.

4.5 Método de las Cuotas Crecientes Geométricamente

Se conoce a la serie o gradiente geométrica cuando los valores de una serie de pagos se incrementan o disminuyen en un porcentaje fijo con respecto al periodo anterior.

$$J = 10\%$$

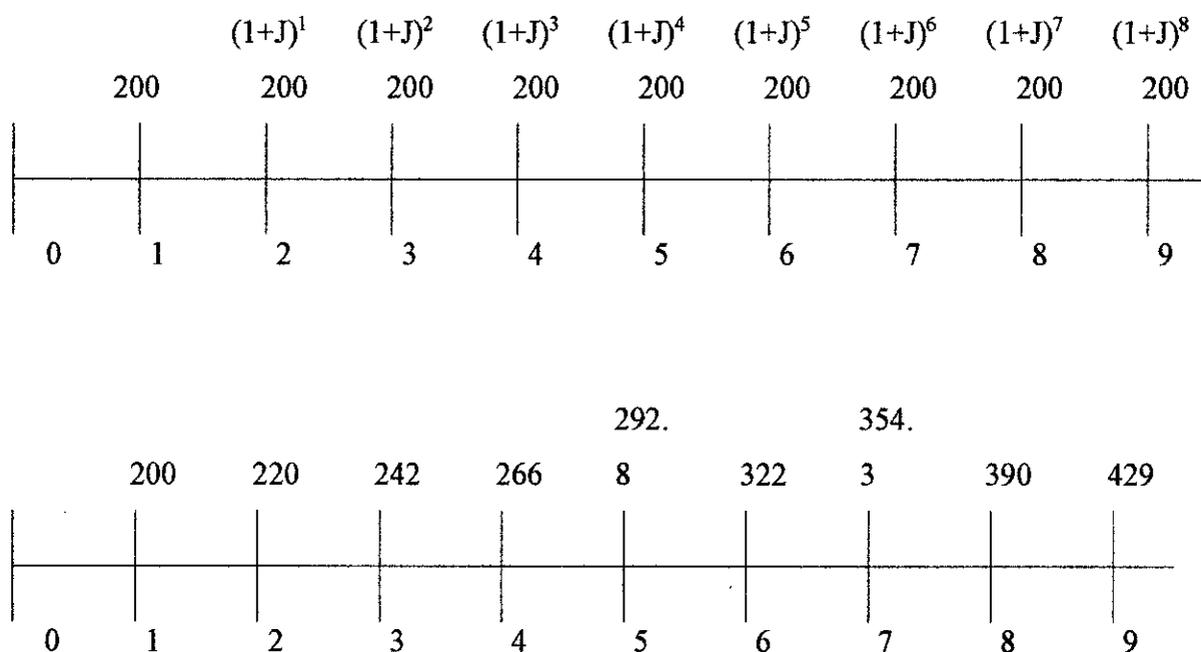


Figura 48. Horizonte temporal Método de las Cuotas Crecientes Geométricamente

Donde:

- P** = Préstamo, Valor Presente de la Serie Geométrica
- J** = Variación Porcentual en que aumenta o disminuye la Cuota.
- n** = Numero de Pagos o Ingresos (Tiempo).
- i** = Tasa de interés por período de la operación financiera.
- A_{Gg}** = Valor de la primera Cuota de la serie o Cuota base.

$$A_{GG} = P * \frac{(J - i)x(1 + i)^n}{((1 + J)^n - (1 + i)^n)} \quad (4.6)$$

Se solicita un préstamo de S/.3280 a devolverse en 12 meses en cuotas mensuales que aumentan geoméricamente a una TEM 4.00%. Si la tasa de financiamiento es una TEM 2% se pide Hallar el primer pago o cuota base y elaborar Cronograma de Pagos.

Datos:

P	S/.3280
n	12
<i>i</i> mensual	2.50%
<i>J</i> mensual	4.00%
<i>A_{GG}</i>	X
<i>G</i>	1.04

Tabla 56
Método de las Cuotas Crecientes Geométricamente

FÓRMULA MATEMÁTICA
$A_{GG} = P * \frac{(J - i)x(1 + i)^n}{((1 + J)^n - (1 + i)^n)}$
$A_{GG} = 3280 * \frac{((4\% - 2\%)x(1 + 2\%)^{12})}{((1 + 4\%)^n - (1 + 2\%)^{12})} = 250$
FUNCIÓN EN EXCEL
<i>Vf(tasa; nper; ; -VA * (G - (1 + i))/(Gⁿ - (1 + i)ⁿ) (4.6)</i>
=VF(2%;12;;-3280*(1.04-(1.02))/(1.04^12-(1.02)^12))

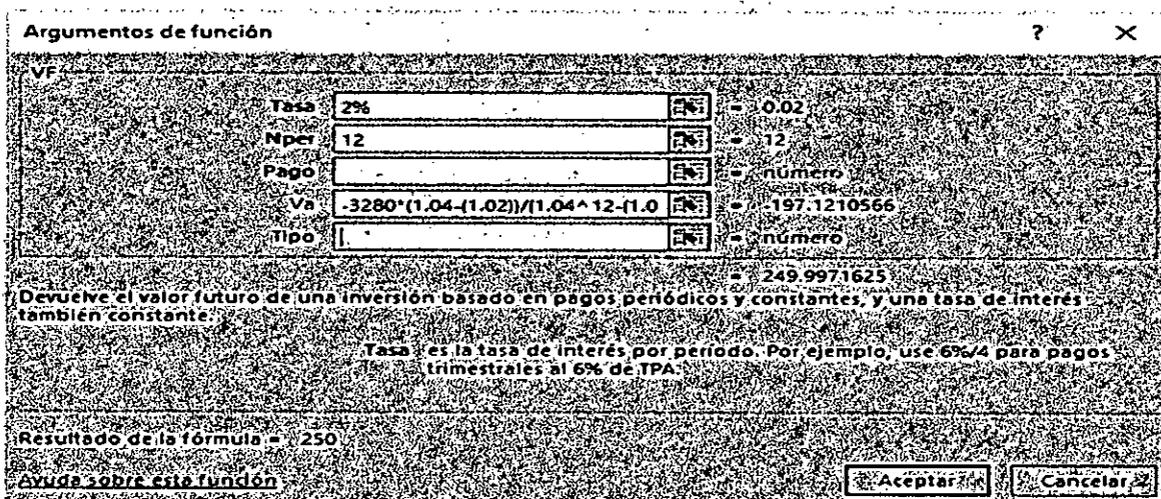


Figura 49. Función vf
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 57.
Cronograma de pagos método de las cuotas crecientes geométricamente

Período	Capital	Interés	Amortización.	Letras
1	3280	65.60	184.40	250.00
2	3095.60	61.91	198.08	260.00
3	2897.52	57.95	212.45	270.40
4	2685.07	53.70	227.51	281.21
5	2457.56	49.15	243.31	292.46
6	2214.25	44.28	259.87	304.16
7	1954.37	39.09	277.24	316.33
8	1677.14	33.54	295.44	328.98
9	1381.70	27.63	314.50	342.14
10	1067.20	21.34	334.48	355.82
11	732.72	14.65	355.40	370.06
12	377.31	7.55	377.31	384.86
		476.41	3280.00	

Fuente: Elaboración propia.

V. REFERENCIALES

- Aliaga, V. C. (2010). *Matemática Financiera: Anualidades y perpetuidades*. Lima: Educacion ciencia y tecnología SA.
- Alvarez, A. A. (2005). *Matemáticas Financieras: Anualidades y perpetuidades*. Colombia: Mc Graw Hill.
- Banco Central de Reserva BCR (2018). *Indicadores BCR Abril 2018* Sitio web: www.bcrp.gob.pe.
- Court, E. (2009). *Matemáticas Financieras*. Buenos Aires: Cengage Learning.
- Dumrauf, G. (2013). *Matemáticas Financieras*. Buenos Aires: Alfaomega.
- Espinoza, A. (2000). *Matemática Financiera Simplificada*. Lima.
- Garrafa, A.H. (2008). *Matemática Financiera Simplificada*. Lima. Editorial Universitaria.
- Lincoyan, P.G. (1997). *Matemáticas Financieras*. Santafé de Bogotá: Mc Graw Hill.
- Méndez, G.M. (2015). *Matemáticas Financieras*. Bogota: Ediciones de la U Colombia.
- Meza, O.J. (2017). *Matemáticas Financieras Aplicadas*. Bogota: Ecoe ediciones.
- Pacheco, C.J. (2011). *Excel Gestión Financiera*. Lima: Macro.
- Quispe, Q.U. (2010). *Manual de Matemáticas Financieras*. Lima: San Marcos.
- Superintendencia del Mercado de Valores SMV (2016). *Indicadores SMV Febrero 2016* Sitio web: www.smv.gob.pe.
- Superintendencia de Banca Seguros y AFP SBS (2018). *Indicadores SBS Febrero 2018* Sitio web: www.sbs.gob.pe.
- Timothy, M.R. (2015). *Análisis Financiero con Microsoft Excel*. Mexico: Cengage Learning.
- Valera, M.R. (2014). *Matemática Financiera*. Piura: DinaKuatro.
- Vidaurri, A. H. (2012). *Matemáticas Financieras*. Mexico: Cengage Learning.
- Villalobos, J. (2009). *Matemáticas Financieras*. Mexico: Pearson Educación.
- Dirección Electrónica del Autor: constantinocolacci@gmail.com

VI. ANEXOS

Anexo N° 1

Fórmula	Obtiene
Capítulo 1: Factores Matemáticos Financieros Vencidos	
$S = P(1 + i)^n$	(1.1) Monto Compuesto teniendo como dato Capital
$P = \frac{S}{(1 + i)^n}$	(1.2) Capital teniendo como dato Monto
$S = R * \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$	(1.3) Monto teniendo como dato Renta

Anexo N° 2

Capítulo 2: Factores Matemáticos Financieros Vencidos y Adelantados

$$S = R_a(1+i) * \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (2.1) \text{ Monto teniendo como dato Renta Adelantada}$$

$$P = R_a(1+i) \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (2.2) \text{ Capital teniendo como dato Renta Adelantada}$$

$$R_a = \frac{P}{(1+i)} \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (2.3) \text{ Renta Adelantada teniendo como dato Capital}$$

$$R_a = \frac{S}{(1+i)} \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (2.4) \text{ Renta Adelantada teniendo como dato Monto}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{S}{P}\right)}{\text{Log}(1+i)} \quad (2.5) \text{ Numero de Periodos teniendo como datos Monto y Capital.}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left[\frac{Si}{R} + 1\right]}{\text{Log}(1+i)} \quad (2.6) \text{ Numero de Periodos teniendo como datos Monto y Renta Vencida.}$$

$$n = -\frac{\text{Log}\left[1 - \frac{Pi}{R}\right]}{\text{Log}(1+i)} \quad (2.7) \text{ Numero de Periodos teniendo como datos Capital y Renta Vencida.}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left[\frac{Si}{R_a(1+i)} + 1\right]}{\text{Log}(1+i)} \quad (2.8) \text{ Numero de Periodos teniendo como datos Monto y Renta Adelantada.}$$

$$n = -\frac{\text{Log}\left[1 - \frac{Pi}{R_a(1+i)}\right]}{\text{Log}(1+i)} \quad (2.9) \text{ Numero de Periodos teniendo como datos Capital y Renta Adelantada.}$$

Fórmula

Obtiene

$$i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 \quad (2.10) \text{ Tasa de interés conociendo número de Periodos con Monto y Capital.}$$

$$P = R \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (2.11) \text{ Tasa de interés conociendo número de Periodos con Capital y Renta.}$$

Anexo N° 3

Capítulo 3: Anualidades o Rentas

$$R = P * \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} * (1+i)^m \quad (3.1) \text{ Renta diferida Vencida teniendo como dato Capital.}$$

$$R_a = \frac{P}{1+i} * [(1+i)^m * \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}] \quad (3.2) \text{ Renta diferida Anticipada teniendo como dato Capital.}$$

$$R_a = P * [(1+i)^{m-1} * \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}] \quad (3.3) \text{ Renta diferida Anticipada teniendo como dato Capital.}$$

$$P = R * \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} * \frac{1}{(1+i)^m} \quad (3.4) \text{ Capital teniendo como dato una Renta diferida Vencida.}$$

Capítulo 4: Modelos de Amortización de la Deuda

$$IT = P * \frac{(n + 1) * i}{2} \quad (4.1) \text{ Interés Total del Modelo de Amortizaciones Iguales teniendo como dato Capital.}$$

$$R = P \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \quad (4.2) \text{ Renta teniendo como dato Capital}$$

$$R = P * \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} + (P * i_{seguro}) + P_{portes} \quad (4.3) \text{ Renta teniendo como dato Capital, otros gastos y portes.}$$

$$P = R / \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} + \frac{1}{(1 + i)^n} + \frac{1}{(1 + i)^n} \right] \quad (4.4) \text{ Rentas dobles teniendo como dato Capital.}$$

$$A_{GA} = P * \left[\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right] + \frac{G}{i} * \left[(1 - n) * \frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right] \quad (4.5) \text{ Cuota base de una Progresión Aritmética teniendo como dato Capital y Gradiente Aritmética.}$$

$$A_{GG} = P * \frac{((j - i)x(1 + i)^n)}{((1 + j)^n - (1 + i)^n)} \quad (4.6) \text{ Cuota base de una Progresión Geométrica teniendo como dato Capital y Variación Porcentual de Gradiente Geométrica.}$$

Anexo N° 5

Capítulo 4: Modelos de Amortización de la Deuda

$$IT = P * \frac{(n + 1) * i}{2} \quad (4.1) VF \left(\left(\frac{tasa}{2} \right) * (n + 1) - 1; 1; ; -VA \right)$$

$$R = P * \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \quad (4.2) Pago(tasa; nper; -VA)$$

$$R = P * \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} + (P * i_{seguro}) + P_{portes} \quad (4.3) Pago(tasa; nper; -VA) + (VA * i_{seguro}) + P_{portes}$$

$$P = R / \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} + \frac{1}{(1 + i)^n} + \frac{1}{(1 + i)^n} \right] \quad (4.4) P / ((VA(tasa; nper; -Pago)) + VA(tasa; nper; ; -VF) + VA(tasa; nper; ; -VF))$$

$$A_{GA} = P * \left[\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right] + \frac{G}{i} * \left[(1 - n) * \frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right] \quad (4.5) Pago(tasa; nper; -VA) + Pago \left(tasa; nper; ; -n * \left(\frac{G}{i} \right) - \frac{G}{i} \right)$$

$$A_{GG} = P * \frac{(J - i)x(1 + i)^n}{((1 + J)^n - (1 + i)^n)} \quad (4.6) Vf(tasa; nper; ; -VA * (G - (i))) / (G^n - (1 + i)^n)$$