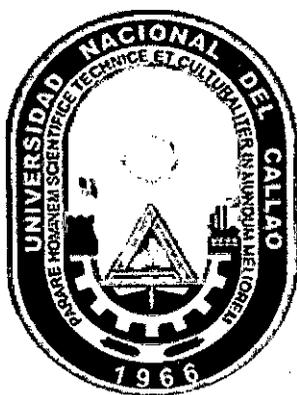


UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

ESCUELA DE POSGRADO

**UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD
DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**



**“CONTROL EN CASCADA DE LA
TEMPERATURA PARA OPTIMIZAR
CONSUMO DE COMBUSTIBLE DE UN
HORNO TÉRMICO”**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA
CON MENCIÓN EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN**

AUTOR: JULIO CÉSAR GONZÁLEZ PRADO

Callao 2017

PERÚ

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Julio César González Prado".

A second handwritten signature in black ink, appearing to read "Julio César González Prado".

HOJA DE REFERENCIA DEL JURADO

MIEMBROS DEL JURADO

MSc. : ARMANDO PEDRO CRUZ RAMÍREZ	PRESIDENTE
MSc. : RICARDO RAÚL RODRÍGUEZ BUSTINZA	SECRETARIO
MSc. : ABILIO BERNARDINO CUZCANO RIVAS	MIEMBRO
MSc. : JULIO CÉSAR BORJAS CASTAÑEDA	MIEMBRO
MSc. : JACOB ASTOCONDOR VILLAR	ASESOR

Nº DE LIBRO	: 01
FOLIO	: 055
FECHA DE APROBACIÓN	: julio 18, 2017
RESOLUCIÓN DIRECTORAL	: 015-2017-CD-UPG-FIEE

AGRADECIMIENTOS

Agradezco en primer lugar a mi asesor Mg. Jacob Astocondor Villar, amigo y colega, por sus consejos y recomendaciones.

Agradezco también a la plana docente de la Maestría en Control de la Universidad Nacional del Callao por las enseñanzas proporcionadas a lo largo de los estudios de Maestría.

Agradezco a mis amigos y colegas Nelly Terukina y Fernando Tanaka por sus orientaciones y recomendaciones sumamente importantes para la elaboración del presente trabajo.

“CONTROL EN CASCADA DE LA TEMPERATURA PARA OPTIMIZAR CONSUMO DE COMBUSTIBLE DE UN HORNO TÉRMICO”

ÍNDICE

ÍNDICE	1
LISTADO DE FIGURAS	3
LISTADO DE TABLAS	6
RESUMEN	7
ABSTRACT	8
1.- PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN	9
1.1 Identificación del problema	9
1.2 Formulación del problema	9
1.3 Objetivos de la investigación	9
1.3.1 Objetivo general	9
1.3.2 Objetivo específico	10
1.4 Justificación	10
2.- MARCO TEÓRICO	11
2.1 Antecedentes del estudio	11
2.2 Bases ontológicas	11
2.3 Bases epistemológicas	12
2.4 Bases metodológicas	12
2.5 Bases científicas	12
2.6 Definición de términos	42
3.- VARIABLES E HIPÓTESIS	44
3.1 Definición de las variables	44
3.2 Operacionalización de las variables	44
3.3 Hipótesis general e hipótesis específica	70
4.- METODOLOGÍA	71
4.1 Tipo de investigación	71
4.2 Diseño de la investigación	71
4.3 Población y muestra	109
4.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	110
4.5 Procesamiento de recolección de datos	113
4.6 Plan estadístico y análisis de datos	113
5.- RESULTADOS	120
6.- DISCUSIÓN DE RESULTADOS	180
6.1 Contrastación de hipótesis con los resultados	180
6.2 Contrastación de resultados con otros estudios similares	181
7.- CONCLUSIONES	187
8.- RECOMENDACIONES	189
9.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	190
ANEXOS	192
A.- Matriz de consistencia	193

B.- Datos experimentales
C.- Código MATLAB

194
196

LISTADO DE FIGURAS

FIGURA N° 2.1	Ejemplos de flujo de calor a través de un material	.13
FIGURA N° 2.2	Diagrama de bloques de un sistema de control de temperatura	14
FIGURA N° 2.3	Esquema básico de un recinto térmico	15
FIGURA N° 2.4	Respuesta escalón para un sistema de primer-orden	19
FIGURA N° 2.5	Diagrama de bloques del sistema básico	21
FIGURA N° 2.6	Estructura general de modelos	25
FIGURA N° 2.7	Estructura ARX	27
FIGURA N° 2.8	Polos en el círculo unitario	29
FIGURA N° 2.9	Respuestas de la salida del modelo ARX debido a una entrada escalón	30
FIGURA N° 2.10	Identificación recurrente de los mínimos cuadrados	40
FIGURA N° 2.11	Diagrama de la identificación recurrente de los mínimos cuadrados	41
FIGURA N° 3.1	Balace térmico del horno rotativo	44
FIGURA N° 3.2	Conducción y acumulación de calor en una rodaja finita de espesor ΔX	49
FIGURA N° 3.3	Solido semiinfinito	51
FIGURA N° 3.4	Función de error	51
FIGURA N° 3.5	Resultados de la simulación	53
FIGURA N° 3.6	Calores ideales	53
FIGURA N° 3.7	Diagrama del algoritmo de identificación	55
FIGURA N° 3.8	Sistema identificado versus el modelo real	57
FIGURA N° 3.9	Datos del sistema	57
FIGURA N° 3.10	Tratamiento de los datos con DTREND	59
FIGURA N° 3.11	Modelo identificado y prototipo versus data experimental	62
FIGURA N° 3.12	Selección de la estructura óptima ARX	63
FIGURA N° 3.13	Nuevo modelo identificado	65
FIGURA N° 3.14	Análisis de los residuos para dos modelos	66
FIGURA N° 3.15	Comparación de modelo identificado con ajuste de la curva de 93%	67
FIGURA N° 3.16	Polos y ceros en el plano-Z	68
FIGURA N° 3.17	Representación de los residuos del primer modelo	69
FIGURA N° 3.18	Válvula de control neumática	70
FIGURA N° 4.1	Sistema controlado con PID	72
FIGURA N° 4.2	Sistema de control con PID en forma paralela	74
FIGURA N° 4.3	Actuación proporcional	75
FIGURA N° 4.4	Actuación proporcional-derivativa	76
FIGURA N° 4.5	Actuación proporcional-derivativo	76
FIGURA N° 4.6	Sistema con error no nulo ante actuación proporcional	77
FIGURA N° 4.7	Actuación proporcional-integral con T_i muy grande	79
FIGURA N° 4.8	Respuesta de la planta a un escalón unidad (ajuste de ZIEGLER NICHOLS)	88
FIGURA N° 4.9	Respuesta de la planta a un escalón unidad	90
FIGURA N° 4.10	Respuesta de la planta a un escalón unidad con controlador PID	93
FIGURA N° 4.11	Respuesta al paso de una planta con el método del lazo moldeado	94
FIGURA N° 4.12	Sistema de control PID	95
FIGURA N° 4.13	Respuesta temporal ante entrada escalón unidad	96
FIGURA N° 4.14	Simulación del sistema de control realimentado PID	97

FIGURA N° 4.15	Respuesta a una entrada escalón unitario del sistema control realimentado	97
FIGURA N° 4.16	Respuesta de la señal de control.	98
FIGURA N° 4.17	Respuesta temporal del sistema	99
FIGURA N° 4.18	Respuesta temporal del sistema rechazo a las perturbaciones	100
FIGURA N° 4.19	Sistema intercambiador de calor	101
FIGURA N° 4.20	Sistema de control en cascada realimentado	102
FIGURA N° 4.21	Proceso en cascada realimentado	102
FIGURA N° 4.22	Diagrama de bloques del sistema en cascada	103
FIGURA N° 4.23	Diagrama de bloques en cascada para el control de temperatura	105
FIGURA N° 4.24	Comparando modelos de una válvula de control	109
FIGURA N° 4.25	Principio de adquisición de datos	110
FIGURA N° 4.26	Diagrama de bloques del sistema de adquisición de datos	111
FIGURA N° 4.27	Programa gráfico para adquisición de datos	112
FIGURA N° 4.28	Diagrama de bloques para lectura de data	113
FIGURA N° 4.29	Distribución de datos estocástica	115
FIGURA N° 4.30	Primer criterio de ajuste	117
FIGURA N° 5.1	Estructura general de modelos	120
FIGURA N° 5.2	Estructura ARX $C(q) = D(q) = F(q) = 1$.	144
FIGURA N° 5.3	Polos en el círculo unitario	124
FIGURA N° 5.4	Respuestas de la salida del modelo ARX debido a una entrada escalón	125
FIGURA N° 5.5	Identificación recurrente de los mínimos cuadrados	132
FIGURA N° 5.6	Balance térmico del horno rotativo	133
FIGURA N° 5.7	Sólido semiinfinito	138
FIGURA N° 5.8	Función de error	139
FIGURA N° 5.9	Resultados de la simulación	140
FIGURA N° 5.10	Calores ideales	141
FIGURA N° 5.11	Diagrama del algoritmo de identificación	142
FIGURA N° 5.12	Sistema identificado versus el modelo real	144
FIGURA N° 5.13	Datos del sistema	144
FIGURA N° 5.14	Tratamiento de los datos con DTREND	146
FIGURA N° 5.15	Modelo identificado y prototipo versus data experimental	150
FIGURA N° 5.16	Selección de la estructura óptima ARX	151
FIGURA N° 5.17	Nuevo modelo identificado	152
FIGURA N° 5.18	Análisis de los residuos para dos modelos	153
FIGURA N° 5.19	Comparación de modelo identificado con ajuste de la curva de 93%	155
FIGURA N° 5.20	Polos y ceros en el plano-Z	156
FIGURA N° 5.21	Representación de los residuos del primer modelo	157
FIGURA N° 5.22	Válvula de control neumática	158
FIGURA N° 5.23	Sistema de control PID	161
FIGURA N° 5.24	Respuesta temporal ante entrada escalón unidad	162
FIGURA N° 5.25	Sistema de control realimentado PID.	163
FIGURA N° 5.26	Respuesta del sistema control realimentado	163
FIGURA N° 5.27	Respuesta de la señal de control	164
FIGURA N° 5.28	Respuesta temporal del sistema	165
FIGURA N° 5.29	Respuesta temporal del sistema rechazo a las perturbaciones	166
FIGURA N° 5.30	Sistema intercambiador de calor	167
FIGURA N° 5.31	Sistema de control en cascada realimentado	168
FIGURA N° 5.32	Proceso en cascada realimentado	169
FIGURA N° 5.33	Diagrama de bloques del sistema en cascada	170

FIGURA N° 5.34	Diagrama de bloques en cascada para el control de temperatura	172
FIGURA N° 5.35	Sistema realimentado de control en cascada	172
FIGURA N° 5.36	Sistema realimentado interno	173
FIGURA N° 5.37	Lugar de las raíces del sistema realimentado interno	174
FIGURA N° 5.38	Sistema de control en cascada reducido	175
FIGURA N° 5.39	Sistema de control en cascada reducido sin perturbación	175
FIGURA N° 5.40	Diagrama geométrico de la ubicación de los polos y ceros del sistema	176
FIGURA N° 5.41	Respuesta al escalón del sistema de control en cascada	177
FIGURA N° 5.42	Respuesta a una entrada arbitraria del sistema de control en cascada	178
FIGURA N° 5.43	Respuesta del sistema de control rechazo a la perturbación	178
FIGURA N° 5.44	Respuesta del sistema de control desde Simulink	179
FIGURA N° 6.1	Gráfico comparativo de resultados	180
FIGURA N° 6.2	Horno de base corrediza con capacidad para cientos de toneladas	182
FIGURA N° 6.3	Horno Batch	183

LISTADO DE TABLAS

TABLA N° 2.1	Analogía entre variables térmicas y eléctricas	13
TABLA N° 3.1	Funciones para la generación y manipulación de datos de entrada-salida	58
TABLA N° 3.2	Funciones para la identificación paramétrica	60
TABLA N° 3.3	Funciones para la selección de la estructura óptima de un modelo	63
TABLA N° 3.4	Funciones para validación de modelos	66
TABLA N° 4.1	Acciones heurísticas de ajuste	81
TABLA N° 4.2	Ajuste de ZIEGLER NICHOLS	87
TABLA N° 4.3	Ajuste de CHIEN-HRONES-REWICK	91
TABLA N° 4.4	Método de CHIEN-HRONES-REWICK para entrada perturbación N	92
TABLA N° 4.5	Ajuste de CHIEN-HRONES-REWICK para entrada referencia R	92
TABLA N° 4.6	Comparacion de los parametros en los diferentes metodos	95
TABLA N° 4.7	Ajuste de parametros por ZIEGLER-NICHOLS	96
TABLA N° 4.8	Ajuste de parametros por CHIEN-HRONES-REWICK	98
TABLA N° 5.1	Funciones para la generación y manipulación de datos de entrada-salida	145
TABLA N° 5.2	Funciones para la identificación paramétrica	147
TABLA N° 5.3	Funciones para la selección de la estructura óptima de un modelo	150
TABLA N° 5.4	Funciones para validación de modelos	154
TABLA N° 5.5	Parametros PID ZIEGLER-NICHOLS	162
TABLA N° 5.6	Parametros de CHIEN-HRONES-REWICK	165

RESUMEN

El presente trabajo trata sobre la reducción del consumo de combustible en un horno térmico que fluye internamente y se calienta por efectos de la radiación, convección o una combinación de ambas. La energía calorífica requerida para el calentamiento procede del flujo de combustible dentro del horno. La reconversión desde el punto de vista técnico será vital para el aspecto económico.

El problema a resolver es establecer la dinámica de un horno termico convencional que normalmente opera en el ámbito industrial. Igualmente establecer la dinámica del mismo horno usando herramientas de la dinámica de sistemas y aplicando conceptos establecidos en las referencias analizadas. Las dinámicas se establecieron a partir del modelamiento de los respectivos sistemas, simuladas y luego validadas con los datos adquiridos mediante la identificación de modelos paramétricos.

La estrategia de control es el diseño de un control PID en cascada, el mismo que nos brinda una alta performance haciendo que el sistema pueda regularse convenientemente y siendo además una opción cuyas reglas de sintonía son generales y aplicadas en la industria.

Palabras clave: Modelamiento, adquisición de datos, identificación de modelos paramétricos, diseño del control.

ABSTRACT

This paper deals with the reduction of fuel consumption in a heating furnace flowing internally and heated by effects of radiation, convection or a combination of both. The heat energy required for heating is from appropriate fuel flow into the furnace inside the oven. The conversion from the technical point of view will be vital to the economic aspect.

The problem to solve is to establish the dynamics of a conventional industrial furnace normally operates in the industrial field. Also establish dynamics same furnace using tools and applying system dynamics concepts established in the analyzed references. The dynamics were established from the respective systems modeling, simulated and then validated with the data acquired by identifying parametric models.

The control strategy is designing a PID cascade control that gives us the same high performance making the system can properly regulated and is also one tuning option whose rules are general and applied in the industry.

Keyword: Modeling, data acquisition, identification of parametric models, control design

CAPÍTULO I

1.- PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 Identificación del problema

El sistema formado por un horno térmico y sus componentes accesorios es muy usado en la industria cuando se desea realizar las transformaciones de la materia prima en productos aplicables en la industria. Los hornos térmicos pueden ser empleados en la industria del plástico, cemento, materiales no ferrosos y también en la industria minera.

Se han realizado numerosas mejoras en estos sistemas para incrementar la eficiencia que se han basado principalmente en la modificación de las mezclas de los combustibles, nuestro enfoque de investigación es en cambio realizar una modificación en el consumo de combustible por medio del control en cascada de la temperatura.

1.2 Formulación del problema

¿De qué manera será posible optimizar el consumo de combustible controlando la temperatura del horno térmico?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Mejorar la eficiencia del horno mediante el control en cascada de la temperatura usando la técnica de control PID en un lazo en cascada del proceso horno térmico.

1.3.2 Objetivo específico

Identificación del modelo matemático de la temperatura y diseño de los elementos de sistema de control.

1.4 Justificación

El presente trabajo permitirá para todo proceso horno térmico mejorar el rendimiento del sistema. Un buen diseño del sistema de control se traduce en:

- Reducción de la contaminación ambiental.
- Alargar el tiempo de vida de los equipos ya que las consideraciones de diseño, como es el error en estado estacionario influirá grandemente.

CAPÍTULO II

2.- MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes del estudio

Los sistemas térmicos son aquellos que involucran la transferencia de calor de una sustancia a otra. Estos sistemas se analizan en términos de resistencia y capacitancia, aunque la capacitancia térmica y la resistencia térmica, tal vez no se representen con precisión como elementos de parámetros concentrados, dado que, por lo general, están distribuidas en todas las sustancias. Para lograr análisis precisos, deben usarse modelos de parámetros distribuidos. Sin embargo, aquí supondremos que un sistema térmico se representa mediante un modelo de parámetros concentrados, que las sustancias que se caracterizan mediante una resistencia al flujo de calor tienen una capacitancia térmica insignificante al flujo de calor. El calor fluye de una sustancia a otra de tres formas diferentes: por conducción, por convección y por radiación, sin embargo, la mayor parte de los procesos térmicos en los sistemas de control de procesos no involucran transferencia de calor por radiación, se puede despreciar frente a los demás.

2.2 Bases ontológicas

Se desarrolló la aplicación de un modelo que permite optimizar el uso del combustible, racionalizando su consumo en un horno térmico de forma automática, permitiendo reducir los costos de operación y ayudando a reducir la contaminación ambiental.

2.3 Bases epistemológicas

Se desarrolló el procedimiento de la aplicación para reducir el consumo de combustible mediante un control en cascada aplicando un modelo identificado y un control de temperatura de forma automática haciendo que la señal de control actúe de forma eficiente.

2.4 Bases metodológicas

Se desarrolló el procedimiento planteando un modelo de planta y sus parámetros, realizando las simulaciones que permitan ajustar dichos parámetros a valores reales.

2.5 Bases científicas

Estado del arte

El desarrollo de los sistemas de combustión ha pasado desde el quemador inicial a aire hasta el quemador 100% de oxígeno y en todo este desarrollo los sistemas de control han tenido un papel preponderante ya que son estos sistemas de control los que han permitido mejorar la performance y evolucionar cada vez más.

A menudo es necesario controlar la temperatura para procesos termodinámicos complejos. Bajo algunas consideraciones de simplificación, el flujo de calor a través de materiales puede ser modelado con analogías simples para sistemas eléctricos.

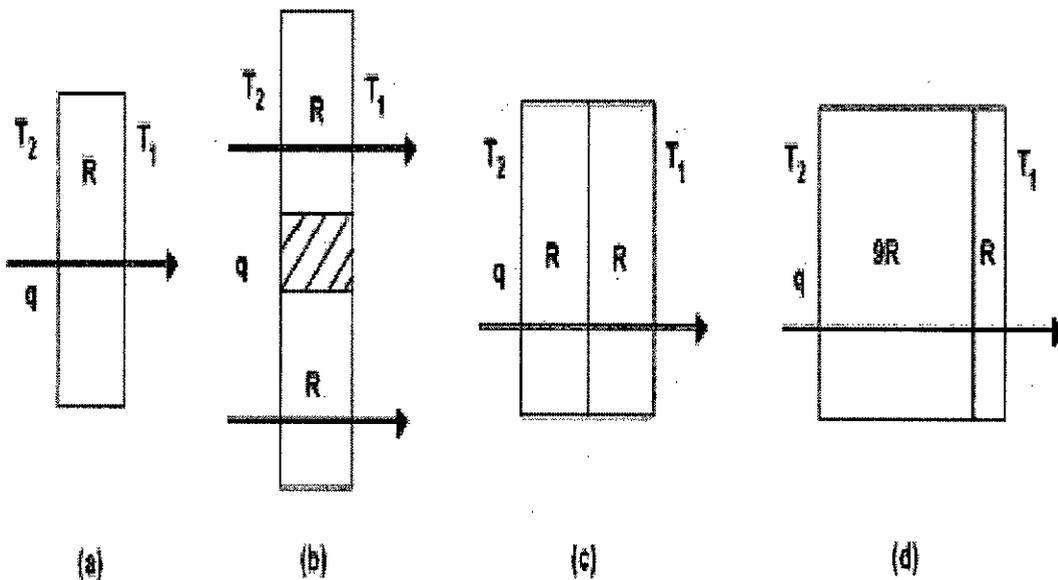
TABLA N° 2.1
ANALOGÍA ENTRE VARIABLES TÉRMICAS Y ELÉCTRICAS

Símbolo térmico	Magnitud térmica	Símbolo eléctrico	Magnitud eléctrica
Q	Flujo de calor	I	Corriente
T	Temperatura	V	Voltaje
R	Resistencia térmica	R	Resistencia eléctrica
C	Capacitancia térmica	C	Capacitancia eléctrica

Fuente: Ingeniería Térmica y de Fluidos

Ejemplos de flujo de calor a través de un material compuesto por vidrio de cierto fluido que cambia de una temperatura T_2 a otra temperatura T_1 al pasar a través del material. Éste fenómeno podría representar la pérdida de calor del aire contenido en un recinto térmico a una temperatura alta al pasar a través de un vidrio en contacto con una masa de aire frío.

FIGURA N° 2.1
EJEMPLOS DE FLUJO DE CALOR A TRAVÉS DE UN MATERIAL



(a) Flujo a través de una ventana con una hoja de vidrio; (b) Flujo a través de dos ventanas; (c) Flujo a través de una ventana de doble espesor; (d) Flujo a través de una ventana térmicamente aislada.

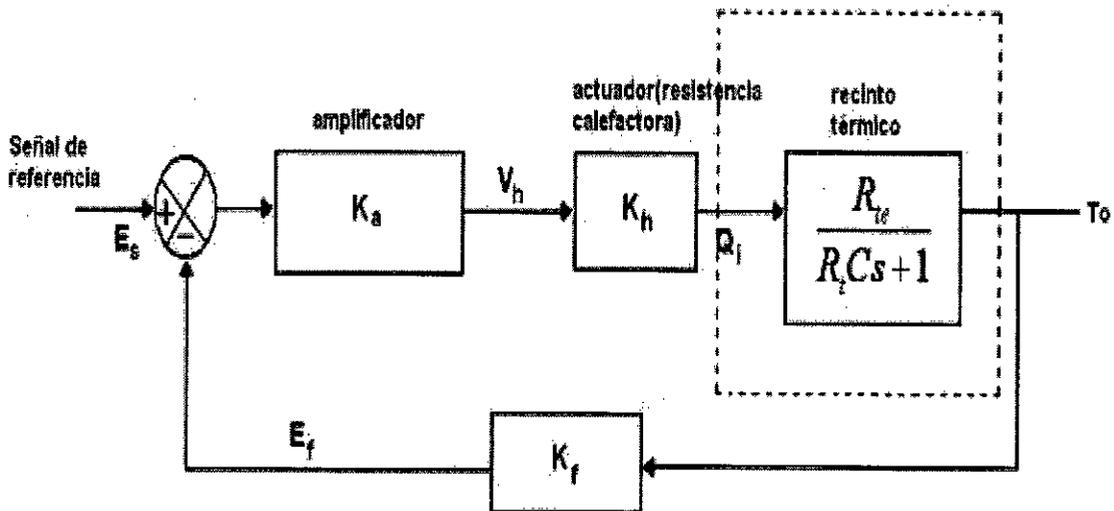
Fuente: Fundamento de Transferencia de Calor

Modelo de un sistema térmico

El objetivo de un sistema de control de temperatura, es mantenerla dentro de la planta de temperatura a un valor correspondiente al que proporciona la señal de referencia. La señal de referencia es un nivel de voltaje que representa la temperatura deseada para la planta T_0 . La temperatura del sensor contenido dentro de la planta produce un voltaje proporcional a la temperatura T_0 , dicho voltaje es amplificado por K_f y es acoplado al amplificador sumador junto con la señal de referencia E_s .

FIGURA N° 2.2

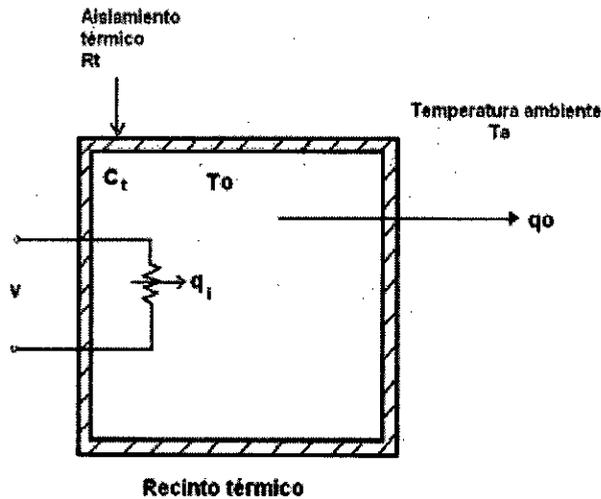
DIAGRAMA DE BLOQUES DE UN SISTEMA DE CONTROL DE TEMPERATURA



Fuente: *Introducción a los Sistemas de Control*

Como resultado del proceso, la temperatura dentro del recinto térmico o planta de temperatura corresponde al indicado por la señal de referencia. El equilibrio térmico dentro de la planta de temperatura no permanece en equilibrio indefinidamente, debido a que las paredes del sistema no están hechas de un aislante perfecto, y por lo tanto, cierta cantidad de calor se pierde a través de las paredes. La cantidad de flujo de calor q_0 a través de las paredes del sistema de temperatura depende de la diferencia de temperatura $(T_0 - T_a)$ que existe entre las paredes, y de la resistencia térmica del material que conforma dichas paredes.

FIGURA N° 2.3
ESQUEMA BÁSICO DE UN RECINTO TÉRMICO



Fuente: Fundamento de Transferencia de Calor

Mediante el empleo de retroalimentación negativa, el sistema de control proporciona un control automático de la temperatura del recinto térmico. La temperatura ambiente T_a , externa al horno, tiene el efecto de una carga en el sistema; es decir, las variaciones en la temperatura ambiente T_a resultan en una carga fluctuante que tiende a modificar la temperatura del horno. De igual manera, cualquier variación en la ganancia del amplificador de potencia K_a también tiene el efecto de modificar la temperatura del horno; con la utilización de retroalimentación negativa, el sistema toma en cuenta estos dos efectos y mantiene la temperatura del horno en el punto de control (set point) o muy cercano a él, difiriendo únicamente por el error en estado estable.

La ecuación diferencial que describe el comportamiento del sistema es:

$$q_i - q_0 = C_t \frac{dT_0}{dt} \tag{2.1}$$

donde,

q_i = flujo de calor suministrado al horno.

q_0 = flujo de calor a través de las paredes del horno.

R_t = resistencia térmica del material de las paredes del horno.

C_t = capacitancia térmica del medio contenido dentro del horno.

además:

$$q_0 = \frac{T_0 - T_a}{R_t} \quad (2.2)$$

Sustituyendo la expresión (2.2) en (2.1), y reacomodar los términos, se obtiene la siguiente ecuación diferencial para el horno:

$$\tau_t \frac{dT_0}{dt} + T_0(t) = R_t q_i(t) + T_a \quad (2.3)$$

donde:

$\tau = RC =$ constante de tiempo.

$T_a =$ temperatura ambiente.

$T_o =$ temperatura resultante.

Para caracterizar el horno como un bloque lineal que forme parte del diagrama de bloques, se debe determinar la función de transferencia de la ecuación diferencial que describe el comportamiento del horno; es decir, se debe encontrar la relación entre la salida $T_0(s)$ y la entrada $Q_i(s)$.

Se define la resistencia térmica efectiva R_{te} o equivalente de las paredes del horno por la expresión:

$$R_{te} = \frac{R_t q_i(t) + T_a}{q_i} \quad (2.4)$$

El parámetro R_{te} incluye el efecto de la carga (la temperatura externa T_a puede ser considerada como una carga para el sistema).

Utilizando la expresión (2.4), la ecuación diferencial (2.3) puede ser expresada como:

$$\tau_t \frac{dT_0}{dt} + T_0(t) = R_{te} q_i(t) \quad (2.5)$$

Tomando la transformada de Laplace para la ecuación (2.5), se obtiene:

$$\frac{T_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_{te}}{\tau_t s + 1} \quad (2.6)$$

Se observa que la función de transferencia descrita por (2.6) representa un sistema de primer orden.

Análisis de la respuesta transitoria

Una vez obtenido un modelo matemático para un sistema de control, existen varios métodos para el análisis del desempeño del sistema. En la práctica, la señal de entrada para un sistema de control no se conoce con anticipación, pero es de naturaleza aleatoria, y la entrada instantánea no puede expresarse en forma analítica. Sólo en algunos casos especiales se conoce con anticipación la señal de entrada y se puede expresar en forma analítica o mediante curvas. En el análisis y diseño de sistemas de control, se debe tener una base de comparación del desempeño de diversos sistemas de control. Esta base se configura especificando las señales de entrada de prueba particulares y comparando las respuestas de varios sistemas a estas señales de entrada. Muchos criterios de diseño se basan en tales señales o en la respuesta del sistema a los cambios en las condiciones iniciales (sin señales de prueba). El uso de señales de prueba se justifica porque existe una correlación entre las características de respuesta de un sistema para una señal de entrada de prueba común y la capacidad del sistema de manejar las señales de entrada reales. Ya que el tiempo es la variable independiente empleada en la mayoría de los sistemas de control, es usualmente de interés evaluar las respuestas del estado y la salida con respecto al tiempo, o simplemente, la respuesta en el tiempo. En el problema de análisis, una señal de referencia se aplica al sistema, y el desempeño del sistema se evalúa al estudiar la respuesta del sistema en el dominio del tiempo. En la mayoría de los sistemas de control, la evaluación final del desempeño de un sistema se basa en las respuestas en el tiempo. La respuesta en el tiempo de un sistema de

control se divide normalmente en dos partes: la respuesta transitoria y la respuesta en estado estable.

Sea $y(t)$ la respuesta en el tiempo de un sistema en tiempo continuo; entonces, en general se puede escribir:

$$y(t) = y_t(t) + y_{ss}(t) \quad (2.7)$$

donde,

$y_t(t) =$ respuesta transitoria.

$y_{ss}(t), =$ respuesta en estado estable.

En sistemas de control, la respuesta transitoria está definida como la parte de la respuesta en el tiempo que tiende a cero cuando el tiempo se hace muy grande. Por tanto, $y_t(t)$ tiene la propiedad de que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_t(t) = 0 \quad (2.8)$$

La respuesta en estado estable es la parte de la respuesta total que permanece después que la transitoria ha desaparecido. Todos los sistemas de control estables reales presentan un fenómeno transitorio antes de alcanzar la respuesta en estado estable.

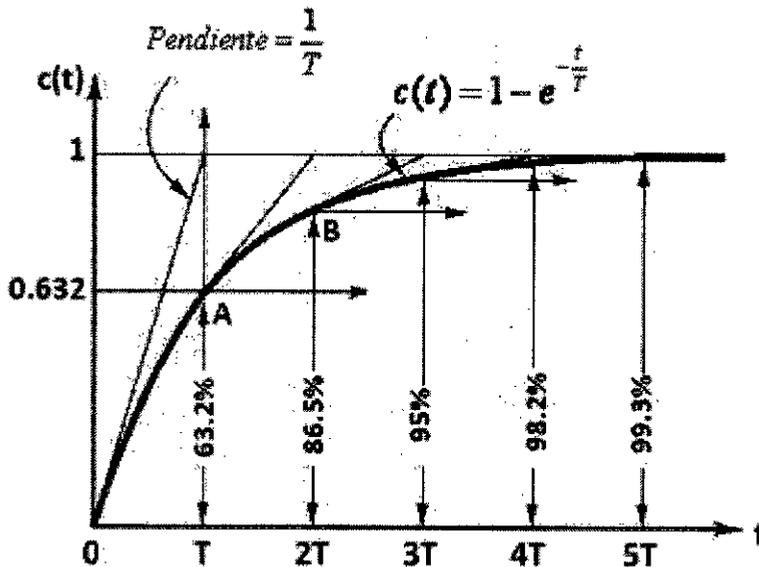
Si tomamos la transformada inversa de Laplace de la ecuación (2.6), obtendremos una relación general para cualquier sistema de primer orden:

$$c(t) = K(1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.9)$$

La ecuación plantea que la salida $c(t)$ es inicialmente cero y al final se vuelve unitaria. Una característica importante de tal curva de respuesta exponencial $c(t)$ es que, para $t = T$, el valor de $c(t)$ es 0.632, o que la respuesta $c(t)$ alcanzó el 63.2% de su cambio total.

Conforme más pequeña es la magnitud de la constante de tiempo T , más rápida es la respuesta del sistema.

FIGURA N° 2.4
RESPUESTA ESCALÓN PARA UN SISTEMA DE PRIMER-ORDEN



Fuente: *Introducción a los Sistemas de Control*

En una constante de tiempo, la curva de respuesta exponencial ha ido de 0 a 63.2% del valor final. En dos constantes de tiempo, la respuesta alcanza el 86.5% del valor final. En $t = 3T, 4T$ y $5T$, la respuesta alcanza el 95%, 98.2% y 99.3%, respectivamente, del valor final. Para $t \geq 4T$, la respuesta permanece dentro del 2% del valor final.

Por lo tanto, en base a la ecuación (2.9), el estado estable se alcanza matemáticamente sólo después de un tiempo infinito. Sin embargo, en la práctica, una estimación razonable del tiempo de respuesta es la magnitud de tiempo que necesita la curva de respuesta para alcanzar la línea de 2% del valor final, o cuatro constantes de tiempo.

Identificación de modelos

La identificación de modelos dinámicos que intervienen en el estudio de ciertas técnicas de diseño de sistemas de control se basan en requerimientos o especificaciones tanto del período transitorio como del período estacionario; es decir, se observa el comportamiento del sistema a lo largo del tiempo, desde el momento en que se introduce la señal de entrada hasta cuando el sistema ya se ha establecido y se diseñan compensadores que han de hacer que el sistema se comporte de la manera deseada. Pero, otro aspecto que puede afectar el comportamiento de un sistema (además de la entrada), son las perturbaciones externas, que pueden actuar después que el sistema ya ha comenzado a funcionar y ya se encuentra en estado estacionario. Para ello se hace muy importante que la identificación del modelo dinámico pueda ser lo más exacto posible al proceso real, de esa forma no habrá inconvenientes cuando el sistema tenga que ser sometido a un control.

El desarrollo de modelos matemáticos de sistemas dinámicos obtenidos a partir de datos experimentales de entrada-salida es conocido como identificación de sistemas, es considerado como fundamental para llevar a cabo el proceso de desarrollo de sistemas de control.

La identificación de sistemas de modelos lineales de una entrada y una salida consiste en una estimación de parámetros por medio de la técnica de los mínimos cuadrados recursivo, el mismo que requiere de un software de simulación que permita realizar cálculos necesarios.

La herramienta comúnmente usada es proporcionada por las librerías de Matlab llamada System Identification Toolbox.

La aplicación de técnicas de control a sistemas dinámicos requiere de una representación que caracterice el proceso físico, o sea, un modelo matemático del mismo. Esta representación matemática puede obtenerse en forma estrictamente teórica, lo que se denomina modelado; así como también en forma empírica, que es concebida mediante experimentos sobre el sistema real, basándose en la medida de datos de entrada y salida del proceso, llamado identificación.

La principal ventaja del modelado de procesos, es que permite predecir el comportamiento dinámico y estático de los sistemas antes de construirlos y también se puede analizar el desempeño de uno existente, con la intención de estudiar su comportamiento.

Además, sin exponer el proceso a daños, se puede determinar qué puede ocurrirle, simulando el modelo con una condición, entrada inusual o perturbación.

En particular, este enfoque resulta muy ventajoso cuando se trata de la identificación de sistemas no lineales (como es el caso de la mayoría de sistemas físicos), donde la mayoría de los métodos clásicos no conducen a resultados aceptables.

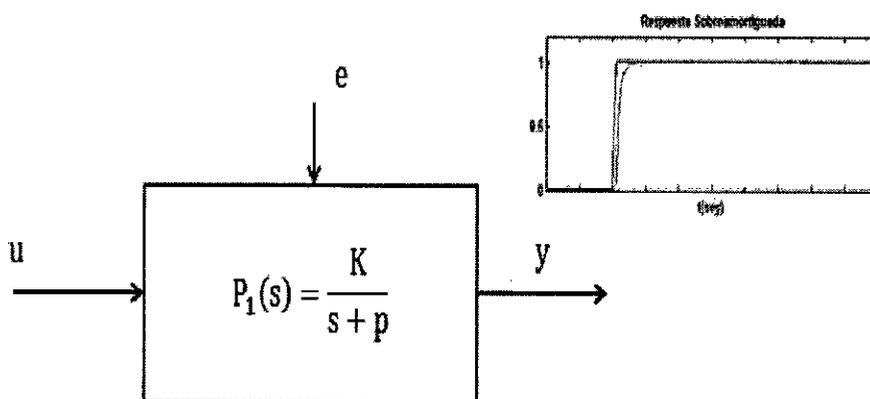
En cambio, los algoritmos recursivos son capaces de resolver problemas cuya solución por otros métodos convencionales resulta extremadamente difícil.

Modelo de sistemas dinámicos

El diseño de un controlador continuo o discreto, ya sea mediante técnicas clásicas o en variables de estado, requiere de un modelo de la planta a controlar que caracterice su comportamiento dinámico.

Un sistema es toda realidad en la que interactúan variables de diferentes tipos para producir señales observables.

FIGURA N° 2.5
DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA BÁSICO



Fuente: *Introducción a los Sistemas de Control*

El modelo identificado permite al diseñador realizar y validar mediante simulación el ajuste de los parámetros del controlador que permiten obtener una respuesta que satisfaga las especificaciones de diseño.

Las señales observables que son de interés para el observador se denominan salidas del sistema, mientras que las señales que pueden ser manipuladas libremente por dicho observador son las entradas del mismo. El resto de señales que influyen en la evolución de las salidas pero no pueden ser manipuladas por el observador se denominan perturbaciones. Básicamente, un modelo es una herramienta que permite predecir el comportamiento de un sistema sin necesidad de experimentar sobre él.

Propuestas para la obtención de modelos

Los modelos de un sistema se pueden definir por los siguientes métodos:

a) Modelamiento teórico.

Es un método analítico en el que por medio de las leyes básicas de la física se puede describir el comportamiento dinámico de un proceso. Este modelo tiene un campo de aplicación restringido para procesos muy sencillos de modelar, o en aplicaciones donde no se requiera gran exactitud en el modelo obtenido. Además, la estructura del modelo obtenido, en algunos casos, a partir del conocimiento físico de la planta puede tener un conjunto de parámetros físicos desconocidos y que sólo se pueden determinar experimentando en el sistema real. Por eso es que se debe recurrir a los métodos de *identificación de sistemas*.

b) Identificación del sistema.

Es un método experimental en el cual se obtiene el modelo de un sistema a partir de datos reales de la planta bajo estudio. Los modelos obtenidos mediante estas técnicas tienen las siguientes desventajas:

- El rango de validez del modelo suele ser limitado (sólo se aplican a un determinado punto de trabajo, un determinado tipo de entrada o un proceso determinado).

- El significado físico del modelo es también difícil de obtener para el modelo obtenido, ya que estos parámetros identificados no tienen relación directa con ninguna magnitud física. Estos parámetros se utilizan exclusivamente para dar una descripción compatible con el comportamiento del sistema.

Un planteamiento práctico es recurrir a una mezcla de ambos métodos de modelado para obtener el modelo final. Si usamos los datos reales para identificar los parámetros del modelo se puede conseguir una gran exactitud, pero el proceso de identificación se facilita más cuando más se conocen las leyes físicas que rigen el proceso.

Métodos de identificación

Los métodos de identificación pueden clasificarse según distintos criterios:

Dependiendo del tipo de modelo obtenido:

a) Métodos no paramétricos.

Son los que permiten obtener modelos no paramétricos del sistema a estudiar. Entre estos métodos se tienen: análisis de la respuesta transitoria, análisis de la respuesta en frecuencia, análisis de la correlación, análisis espectral, análisis de Fourier, etc.

b) Métodos paramétricos

Son los que permiten obtener modelos paramétricos. Estos métodos necesitan la elección de una posible estructura del modelo, de un criterio de ajuste de parámetros, y de la estimación de los parámetros que mejor ajustan el modelo a los datos experimentales.

Dependiendo de la forma de aplicación:

a) Métodos de identificación off-line (a posteriori).

Se usan en aquellas aplicaciones en donde no se requiera un ajuste constante del modelo. Se realiza la identificación previa de la planta, y se

considera que la validez de los parámetros obtenidos no se verá alterada al pasar del tiempo.

b) Métodos de identificación on-line (identificación recursiva)

Son aquellos en los cuales los parámetros se van actualizando continuamente conforme se van recibiendo los nuevos datos de entrada-salida que se obtienen durante la evolución del proceso. Estos métodos son muy utilizados en sistemas de control adaptativo.

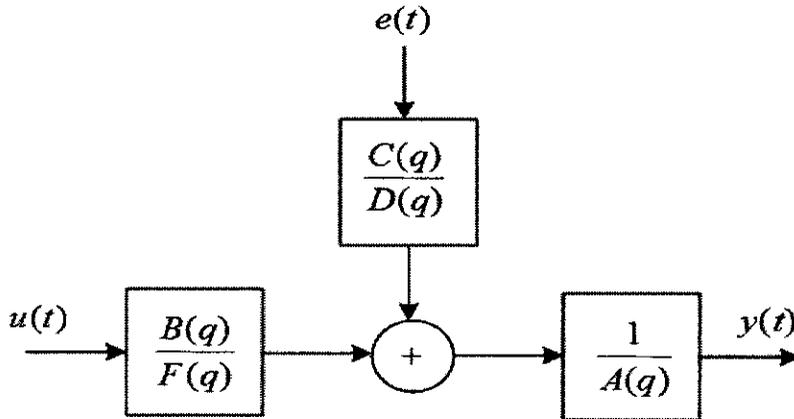
Dependiendo del criterio de ajuste de los parámetros existen diversos métodos matemáticos para ajustar los parámetros de una estructura con el conjunto de datos de entrada-salida. Entre estos métodos tenemos el método de mínimos cuadrados y el método de las variables instrumentales, que es en realidad una generalización del método de mínimos cuadrados, ya que proporciona mejores resultados en aquellos casos en que existe algún tipo de correlación entre el ruido y la salida del sistema.

En lo que concierne al desarrollo del problema, se realizó un estudio de los modelos paramétricos ya que es el que mejor permiten ajustar el modelo a los datos experimentales. Para la aplicación usamos el método de identificación fuera de línea con el cual obtendremos un modelo propio del algoritmo dando un modelo función de transferencia.

Conjunto de modelos paramétricos

En general, los modelos paramétricos se describen en el dominio discreto, ya que los datos que sirven de base para la identificación se obtienen por muestreo. Si se requiere un modelo continuo, es posible realizar una transformación del dominio discreto al continuo.

FIGURA N° 2.6
ESTRUCTURA GENERAL DE MODELOS



Fuente: Modeling of Dynamics Systems

La expresión general será la siguiente:

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t - n_k) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t) \quad (2.10)$$

donde,

$u(t)$, entrada

$y(t)$, salida

$e(t)$, ruido con valor medio cero respectivamente.

A, B, C, D y F , polinomios definidos por el denominador operador Backward (q^{-1}).

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-n_b+1}$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-n_c}$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-n_d}$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-n_f}$$

Cuando se escoge una estructura, se escogen los órdenes de todos los polinomios que intervienen. Generalmente esta elección permite realizar simplificaciones de la estructura general.

Descripción de estructuras de modelos paramétricos

Las diferentes estructuras de modelos paramétricos (cajas negras) se representan mediante una ecuación lineal en diferencias dado por:

$$\begin{aligned} y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) \\ = b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}y(t-n_b) + e(t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

El ruido blanco, $e(t)$, ingresa como un error directo en la ecuación en diferencias dada en (2.11), y también se llama *ecuación del modelo de error* (estructura) cuyos parámetros son:

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (2.12)$$

Se introduce:

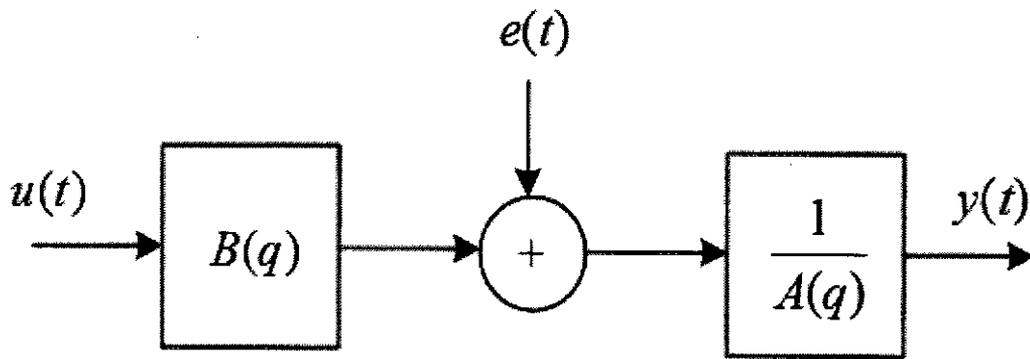
$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q) &= b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \end{aligned}$$

En este caso q es un operador de argumento de $A(q)$, comenzando en un polinomio q^{-1} . La razón para esto, es que, será consistente con la notación convencional de la definición de la transformada z .

En estas estructuras hay una que representa un modelo llamado ARX (AutoRegresive model with eXternal input), donde AR refiere a la parte auto regresiva $A(q)y(t)$ y X a la entrada extra $B(q)u(t)$ (llamada variable exógena en econometría). Se presenta un caso especial cuando $n_a = 0$, el cual es modelado para una respuesta impulsiva (FIR).

Este conjunto de modelos se aplica frecuentemente en procesamiento de señales.

FIGURA N° 2.7
ESTRUCTURA ARX



$$C(q) = D(q) = F(q) = 1.$$

Fuente: Modeling of Dynamics Systems

La estructura anterior define a la ecuación paramétrica ARX:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + e(t) \quad (2.13)$$

Para un modelo ARX de primer orden puede presentar la siguiente ecuación en diferencias:

$$y(t) = a_1 y(t - 1) + b_1 u(t - 1) + e(t)$$

A esta ecuación se le conoce como modelo ARX de estructura (111), debido a que $n_a = n_b = n_k = 1$. Además, la función de transferencia (asumiendo $e(t) = 0$) de este sistema bien dado por:

$$(1 - a_1 z^{-1})Y(z) = b_1 z^{-1}U(z)$$

obtenemos:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-1} \frac{b_1 z}{z - a_1} = z^{-n_k} \frac{b_1 z}{z - a_1}$$

Un modelo ARX para un sistema de segundo orden presenta la siguiente ecuación en diferencias:

$$y(t) = a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + b_1 u(t-1) + e(t)$$

A esta ecuación se le conoce como modelo ARX de estructura (211), porque $n_a = 2, n_b = n_k = 1$. Además, la función de transferencia (asumiendo $e(t) = 0$) de este sistema bien dado por:

$$(1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2})Y(z) = b_1 z^{-1}U(z)$$

Por lo tanto,

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-1} \frac{b_1}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} = z^{-n_k} \frac{b_1 z^2}{z^2 - a_1 z - a_2}$$

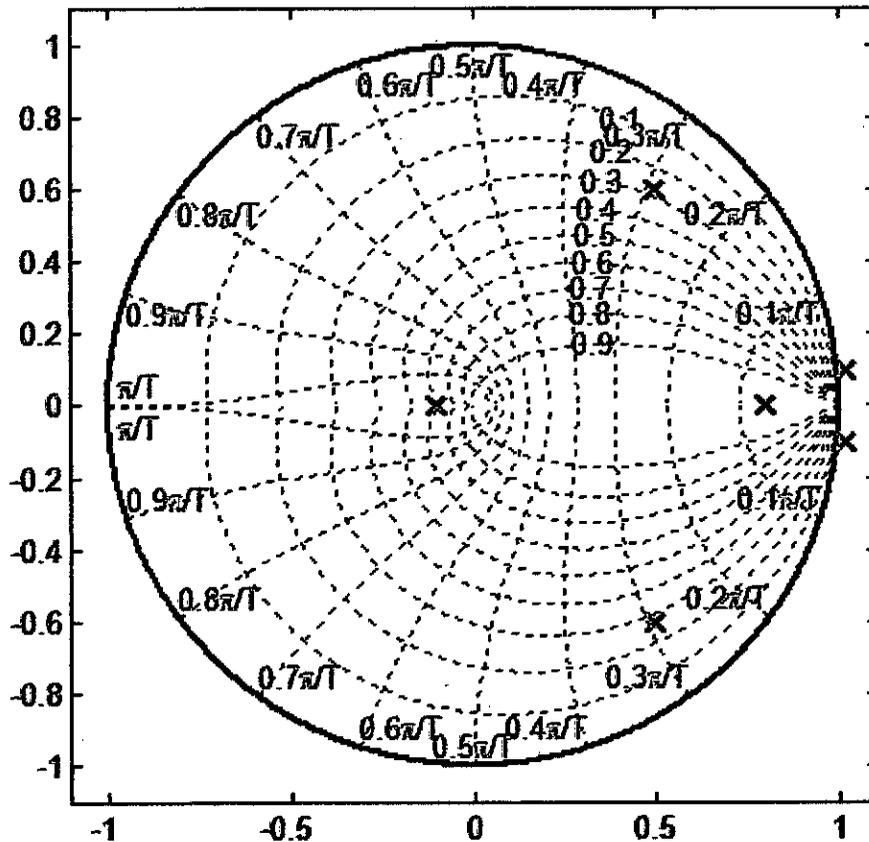
El denominador de la función de transferencia anterior, es un polinomio cuyas raíces (polos) del sistema permiten determinar la estabilidad del sistema.

Tenemos como ejemplos los siguientes casos:

- Caso 1(x). Polos $z_1 = 0.5 \pm j0.6$ dentro del círculo unitario \rightarrow sistema estable.
- Caso 2(x). Polos $z_1 = -1$ y $z_2 = 0.8$, interiores al círculo unitario \rightarrow sistema estable.
- Caso 3(x). Polos $z_1 = 1.02 \pm j0.1$ externos al círculo unitario \rightarrow sistema inestable.

Los polos fuera del círculo unitario dan lugar a comportamientos inestables.

FIGURA N° 2.8
POLOS EN EL CÍRCULO UNITARIO



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

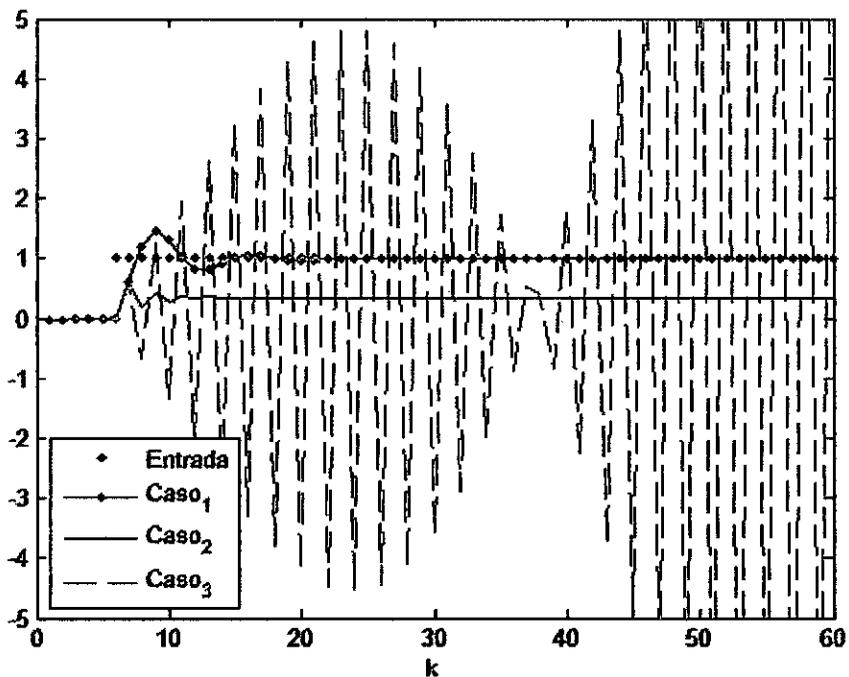
Consideremos que los valores de los parámetros se eligen de forma que las raíces del polinomio $A(q) = z^2 - a_1z - a_2$ se hallen en los lugares para los cuales $b_1 = 0.61$ y un error aleatorio de amplitud $e = 0.005$.

Estos lugares son:

```

b1=0.61;
y(1,1)=0; y(2,1)=0;
e=0.005*rand(size(u));
for i=3:length(u)
y(i,1) = a1*y(i-1,1) + a2*y(i-2,1) + b1*u(i-1) + e(i,1);
end
    
```

FIGURA N° 2.9
RESPUESTAS DE LA SALIDA DEL MODELO ARX DEBIDO A UNA ENTRADA
ESCALÓN



Fuente propia

Método de ajuste de parámetros

Para identificar un sistema en muchos casos se seleccionan los parámetros de un modelo de forma que las salidas generadas por el modelo se ajusten a las observadas. El método de los mínimos cuadrados permite realizar esta tarea en modelos que son lineales en los parámetros y en tiempo real. Una vez elegida la estructura del modelo (en este caso ARX), es necesario determinar el valor de los parámetros del mismo que ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada-salida experimentales. En este caso la identificación se ve facilitada por el uso del "Toolbox de identificación" de Matlab. Entre los métodos para realizar este ajuste de parámetros se tiene el "Método de los mínimos cuadrados"

Errores de predicción o residuos de un modelo

Los modelos matemáticos pueden predecir el valor de la salida del sistema en función de las entradas y salidas en instantes anteriores. A la diferencia entre la salida estimada por el modelo y la salida real del sistema en un determinado instante de tiempo se llama error de predicción $\varepsilon(t, \theta)$:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - y_e(t, \theta)$$

donde,

$y_e(t, \theta)$ = salida estimada por el modelo en el instante t .

Regresión lineal

Una estructura posee regresión lineal cuando la salida estimada puede expresarse como:

$$y_e(t, \theta) = \varphi(t) \cdot \theta$$

donde,

$\varphi^T(t)$ = vector columna formado por las salidas y entradas anteriores (conocido como vector de regresión),

θ = vector de parámetros del modelo.

El modelo ARX es un claro ejemplo de estructura con regresión lineal, definiendo:

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{na} \ b_1 \ \dots \ b_{nb}]^T$$

$$\varphi^T(t) = [-y(t) \ \dots \ -y(t-na) \ u(t-nk) \ \dots \ u(t-nk-nb+1)] - 1]$$

Método de mínimos cuadrados (LSE)

Aplicando los criterios descritos anteriormente, la expresión del error de predicción es:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \varphi^T(t) \cdot \theta$$

Se define la siguiente función del error:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} \cdot [y(t) - \varphi^T(t) \cdot \theta]^2$$

conocido como criterio de mínimos cuadrados para una regresión lineal.

Existe un valor de θ que minimiza la función anterior y que constituye la estimación del modelo por mínimos cuadrados:

$$\theta_{LSE} = \text{sol} \left\{ \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N \varphi^T(t) \cdot [y(t) - \varphi^T(t) \cdot \theta] = 0 \right\}$$

Para este vector de parámetros, la función de error V_N toma su valor mínimo, siendo éste la función de pérdidas del modelo estimado.

Consideraciones prácticas sobre identificación

A continuación se definen algunas consideraciones prácticas a tener en cuenta durante el proceso de identificación.

De la obtención de los datos

El primer paso dentro del proceso de identificación es realizar algún tipo de experimento sobre el sistema bajo estudio para obtener los datos de entrada-salida que servirán de base para la obtención del modelo final.

Para que el proceso de identificación sea satisfactorio, es necesario que los datos utilizados para tal fin contengan información significativa sobre el sistema.

Esto implica un cuidadoso diseño del experimento de adquisición de datos, debiéndose tomar una serie de decisiones respecto a las señales que deben ser medidas, el periodo de muestreo a utilizar, el tipo de entrada más adecuada, el número de datos a almacenar, etc.

Elección de las señales a medir

La primera decisión es qué señales se deben registrar (mediante algún tipo de sistema de adquisición y el correspondiente sistema de almacenamiento de datos), y qué señales deben ser manipuladas para excitar al sistema durante el experimento. Se debe tener en cuenta que pueden existir señales que, aunque afecten a la evolución de la salida, no pueden considerarse como entradas debido a la imposibilidad de actuar sobre ellas.

En el caso de que estas señales puedan ser medidas, pueden considerarse también como entradas al sistema (midiéndose sus valores durante el experimento). En caso contrario, deben ser consideradas como perturbaciones.

Elección del tipo de entradas

Las entradas al sistema deben ser cuidadosamente elegidas de forma que los datos recogidos proporcionen toda la información posible sobre el sistema. Conviene tener en cuenta los siguientes aspectos:

- La señal de entrada debe contener el mayor número de frecuencias posibles.

Por ejemplo, una señal senoidal pura no es adecuada en un experimento de identificación, puesto que sólo se obtendrá la respuesta del sistema para la frecuencia de dicha señal. Por el contrario, las señales escalonadas son muy utilizadas, puesto que contienen un espectro suficientemente amplio de frecuencias.

- Para sistemas lineales, basta con utilizar dos niveles de entrada, preferiblemente barriendo todo el rango de variación permitido. En este tipo de sistemas se suelen utilizar señales binarias de duración aleatoria (conocidas como señales binarias aleatorias o pseudoaleatorias). Sin embargo, para sistemas no lineales es necesario trabajar con más de dos niveles de entrada.
- Si se sabe que el sistema va a trabajar preferentemente en torno a un determinado punto de trabajo es conveniente realizar el registro de datos en ese mismo entorno. Este aspecto adquiere especial importancia si el sistema es no lineal.

Elección del periodo de muestreo

La elección del periodo de muestreo está estrechamente relacionada con las constantes de tiempo del sistema, y tiene una influencia decisiva en el experimento de identificación. Así, un periodo de muestreo muy pequeño puede llevar a la obtención de datos redundantes que no aportan información sobre el sistema (pero sí ocupan espacio en la memoria de almacenamiento de datos) mientras que un periodo de muestreo demasiado grande no permite la obtención de una cantidad de datos significativa para el conocimiento del sistema. El teorema de Nyquist define una relación entre el número de muestras y el ancho de banda del sistema. Otra regla que se aplica es escoger una frecuencia de muestreo de aproximadamente diez veces el ancho de banda del sistema lo que permite muestrear aproximadamente entre cinco y ocho valores del tiempo de subida de la respuesta al escalón del sistema.

Elección del número de muestras a tomar

Cuanta más información se tenga sobre el sistema más exacto será el proceso de identificación. El número de muestras a recoger durante el experimento de identificación viene limitado por la capacidad del dispositivo de memoria utilizado. Es importante llegar a un buen compromiso en la elección del periodo de muestreo y el número de muestras a tomar.

Tratamiento previo de los datos obtenidos

Los datos registrados pueden tener deficiencias que pueden ocasionar resultados completamente errados en el proceso de identificación del sistema.

Las principales deficiencias que pueden encontrarse son las siguientes:

- Presencia de perturbaciones de alta frecuencia por encima de las frecuencias de interés en la respuesta del sistema.
- Datos claramente erróneos, producidos por fallos en el hardware o el software usados en la toma de muestras del sistema.

Las formas de poder eliminar las deficiencias encontradas en la obtención de los datos recogidos:

Eliminación de perturbaciones de alta frecuencia

Las perturbaciones de alta frecuencia se producen por fuentes de ruido ajenas al sistema y pueden ser evitadas con una correcta elección del periodo de muestreo.

Al examinar los datos recogidos y se observa una gran cantidad de datos con estas perturbaciones se puede recurrir al diezmado de datos para evitar repetir la toma de datos en un nuevo experimento.

Eliminación de datos erróneos

Estos datos pueden presentarse en forma aislada, pero pueden tener un efecto negativo en el proceso de identificación. Estos datos deben eliminarse antes de iniciar el proceso. Esto se realiza generalmente eliminando dichos datos y reemplazándolos por un proceso de interpolación. En algunas aplicaciones más avanzadas estos procesos se realizan por medio de algoritmos de identificación y eliminación de datos en forma automática.

Primero se describe el método básico para un caso simple, luego se describe el algoritmo recurrente. Los mínimos cuadrados ponderados y la interpretación estocástica del método son los elementos principales.

Se consideró el modelo paramétrico ARX (n_a, n_b, n_k), en el cual no se han tenido en cuenta el ruido y las perturbaciones. A esta situación ideal se le llama determinista.

Transformando la ecuación en:

$$y(t) = -a_1y(t-1) + \dots + a_ny(t-n) + b_1u(t-1) + \dots + b_nu(t-n) \quad (2.14)$$

Esta ecuación puede escribirse en forma vectorial como: $y(t) = m(t)\theta$ definiendo el vector de medidas como:

$$m(t) = [-y(t-1) \dots y(t-n) \ u(t-1) \dots u(t-n)] \quad (2.15)$$

El vector de parámetros:

$$\theta = [a_1, a_2 \dots a_n, b_1, b_2 \dots b_n]^T \quad (2.16)$$

Con un valor del vector de parámetros $\hat{\theta} \neq \theta$ se puede construir el modelo ARX (n, n) que produce la predicción $\hat{y}(t) = m(t)\hat{\theta}$.

El error de predicción de salida viene dado por:

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - m(t)\hat{\theta} \quad (2.17)$$

Este error es resultado de que $\hat{\theta} \neq \theta$ pues no existe ruido en las medidas. Aplicando la ecuación (2.17) desde los instantes $t = n$ hasta $t = N$ y agrupando los valores en vectores se obtiene:

$$M(N)^T Y(N) \quad (2.18)$$

donde,

$$E(N) = [e(n), \dots, e(N)]^T$$

$$Y(N) = [y(n), \dots, y(N)]^T$$

y

$$M(N) = \begin{bmatrix} m(n) \\ \vdots \\ m(N) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

El objetivo del método de los mínimos cuadrados es hallar el valor de $\hat{\theta}$ que minimiza el índice.

$$J(\hat{\theta}) = \|E(N)\|^2 = \sum_{t=n}^N e^2(t) = \sum_{t=n}^N (Y(N) - M(N)\hat{\theta})^2 \quad (2.20)$$

El valor que minimiza el índice es:

$$\theta^* = [M(N)^T M(N)]^{-1} M(N)^T Y(N) \quad (2.21)$$

Para solucionar el problema del ajuste por mínimos cuadrados se debe realizar la inversión de la matriz $M(N)^T M(N)$, de rango completo. Como esto no siempre es posible es preciso indagar qué condiciones han de verificarse. Una condición es que la matriz $M(N)$ ha de ser invertible, lo cual implica que no pueden existir combinaciones lineales entre sus filas. Esta condición no se cumple, si la entrada al sistema es constante. En el caso planteado los elementos de la matriz son:

$$M(N) = \begin{bmatrix} -y(n-1) & \cdots & -y(0) & u(n-1) & \cdots & u(0) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y(N-1) & \cdots & -y(N-n) & u(N-1) & \cdots & u(N-n) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

La condición de excitación es que la entrada al sistema debiera ser muy oscilante para excitar todos los modos del mismo. También se debe considerar que la inversión de una matriz conlleva mucho tiempo de cálculo dificultando su aplicación en tiempo real para la identificación en línea. Se puede obtener la estimación que minimiza el error cuadrático θ^* de una forma recurrente.

Algoritmo recurrente

La identificación en línea implica usar un algoritmo que utilice la información obtenida de la planta en tiempo real. La identificación fuera de línea implica obtener los datos desde un archivo de datos para que este sea evaluado. Este

último procedimiento es el que nos permitió detectar cambios en la dinámica del sistema y ajustar convenientemente el modelo.

Este algoritmo obtiene el vector de parámetros en cada instante $\hat{\theta}$ como la suma del valor anterior más un término corrector que depende linealmente del error cometido en la predicción de la salida. La estimación de mínimos cuadrados para el instante t usando medidas desde el instante n hasta el t , se puede escribir como:

$$\hat{\theta}(t) = [M(N)^T M(N)]^{-1} M(N)^T Y(N) = P(t) M(N)^T Y(N)$$

donde,

$$\hat{\theta}(t) = P(t) [M^T(t-1) Y(t-1) + m^T(t) y(t)] \quad (2.23)$$

Si definimos la matriz

$$P(t) = [M^T(t) M(t)]^{-1} = \left[\sum_{i=n}^t m^T(i) m(i) \right]^{-1}$$

Luego se puede comprobar las dos siguientes igualdades.

$$P^{-1}(t-1) = P^{-1}(t) - m^T(t) m(t) \quad (2.24)$$

Por la definición de $P(t)$:

$$M^T(t-1) Y(t-1) = P^{-1}(t-1) \hat{\theta}(t-1) = P^{-1}(t) \hat{\theta}(t-1) - m^T(t) m(t) \hat{\theta}(t-1)$$

Obtenida igualmente de (2.23) y combinando estas dos últimas ecuaciones se obtienen:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) - P(t) m^T(t) m(t) \hat{\theta}(t-1) + P(t) m^T(t) y(t)$$

Modificando esta última ecuación:

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + P(t)m^T(t)[y(t) - m(t)\hat{\theta}(t-1)] \\ \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + K(t)[y(t) - m(t)\hat{\theta}(t-1)]\end{aligned}\tag{2.25}$$

Esta expresión permite obtener el valor del vector de parámetros sumando al valor anterior el error de predicción multiplicado por la ganancia $K(t) = P(t)m^T(t)$. Si aplicamos el lema de inversión de matrices podemos obtener una expresión recurrente para la matriz P , de forma que no sea necesaria la inversión.

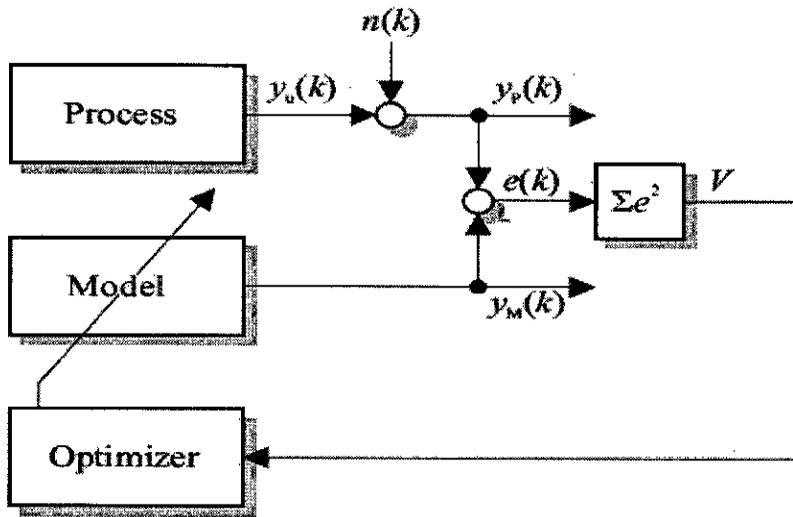
$$K(t) = \frac{P(t)m^T(t+1)}{1 - m(t+1)P(t)m^T(t+1)}\tag{2.26}$$

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t)[y(t+1) - m(t+1)\hat{\theta}(t)]$$

$$P(t+1) = P(t)[I - K(t)m(t+1)]$$

Como estas expresiones recurrentes no contienen inversiones de matrices, por lo que son adecuadas para su uso en sistemas en tiempo real. Presentamos ahora la forma en que se usa el algoritmo de mínimos cuadrados recurrentes para la identificación.

FIGURA N° 2.10
IDENTIFICACIÓN RECURRENTE DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS



Fuente: System Identification Toolbox

El pseudocódigo correspondiente al método.

- Considerar los valores iniciales de P y $\hat{\theta}$
- Para cada periodo de muestreo
- Leer los nuevos valores de $y(t)$ y $u(t)$
- Formar el vector $m(t)$
- Obtener los nuevos valores de $K(t - 1)$ $\theta(t)$ y $P(t)$

Uso del método de identificación simple por simulación

El siguiente ejemplo consiste en la identificación de los parámetros de un sistema de primer orden en tiempo discreto usando el método de los mínimos cuadrados recurrentes. Simulamos por computador usando la ecuación en diferencias siguiente:

$$y(t + 1) = 0.7y(t) + 0.3u(t)$$

Para la simulación se utilizó el método recursivo de los mínimos cuadrados con lo que se obtuvo una estimación de los parámetros a y b del modelo siguiente:

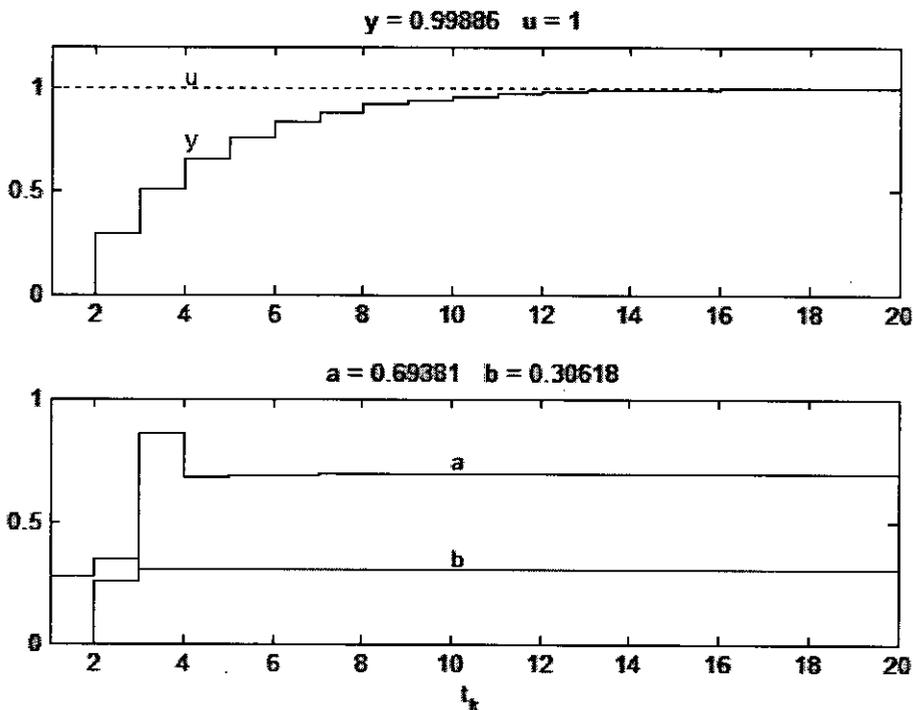
$$y(t + 1) = ay(t) + bu(t)$$

Las condiciones para el problema serán:

- a) Suponemos que el sistema parte del estado nulo $u(0) = y(0) = 0$
- b) Que se aplica un escalón unitario a la entrada.
- c) Suponemos que inicialmente los parámetros estimados tienen valor nulo $\hat{a} = \hat{b} = 0$.

Los resultados de los valores que evolucionan acercándose a los valores 0.7 y 0.3, correspondientes al proceso identificado.

FIGURA N° 2.11
DIAGRAMA DE LA IDENTIFICACIÓN RECURRENTE DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS



Fuente: Propia

Las condiciones que presenta este problema tiene varios puntos negativos:

- No hay una relación real entre la estructura del modelo y el sistema de forma que el modelo difiere del sistema a identificar sólo en el valor de los parámetros. La estructura del modelo a usar es difícil de determinar.

Escogiendo un modelo de orden reducido se pueden proporcionar resultados aceptables.

- Se han considerado medidas ideales (sin ruido). En los sistemas reales existen perturbaciones no medibles que dificultan la identificación.
- Como el sistema de bajo orden, los requisitos de excitación no son tan exigentes. Entonces, se puede estimar con precisión los parámetros en unos cuantos muestreos sometiendo el sistema a una entrada en escalón. Para considerar una respuesta más adecuada a un sistema más complejo se deben considerar modos de excitación más variados. Esto plantea problemas en casos en los que la entrada al sistema no puede ser arbitraria por motivos económicos o de seguridad.

2.6 Definición de términos

A:	Difusividad térmica.
T_0 :	Temperatura inicial del sólido.
T_∞ :	Temperatura ambiente.
T_s :	Temperatura superficial de la muestra.
h:	Coeficiente pelicular de convección.
T_1 :	Tiempo en el instante 1.
ξ :	Espesor de penetración.
η :	Variable de transformación.
t:	Tiempo.
C_1, C_2 :	Constantes de integración.
Γ :	Función gamma.
erfc:	Función error.
qs :	Calor conducido en la superficie.
K:	Conductividad térmica.
dT:	Diferencia de temperatura.
x:	Espesor de la muestra.
tbatch:	Tiempo de duración del batch.

$T(x,t)$: Temperatura en la posición x para el tiempo t .
 T_c : Temperatura de la carga (muestra).
 T_{fusion} : Temperatura de fusión de la muestra.
 C_p : Calor específico de la muestra.
 r_1, r_2 : Radio interior y exterior del horno.
 ρ : Densidad de la muestra.
 n_i : Eficiencia del horno.
 T_i : Temperatura ideal de la muestra.
 q_{t-i} : Calor total ideal entregado al horno.
 q_{pph_i} : Calor ideal perdido por los humos.
 q_{ppp_i} : Calor ideal perdido por las paredes.
 q_{0_i} : Calor ideal entregado a la muestra.
ARX: Autoregressive model with external input.
MATLAB: Matrix Laboratory.
Load: Función de carga de un archive Matlab.
PID: Proporcional Integral Derivativo.
 K_p : Ganancia proporcional.
 T_d : Constante de tiempo derivativa.
 T_i : Constante de tiempo integral.
 M_p : Sobre impulso.
 e_{ss} : Error en estado estacionario.
 T_s : Tiempo de establecimiento.
 t_r : Tiempo de subida.

CAPÍTULO III

3.- VARIABLES E HIPÓTESIS

3.1 Definición de las variables

Variable independiente

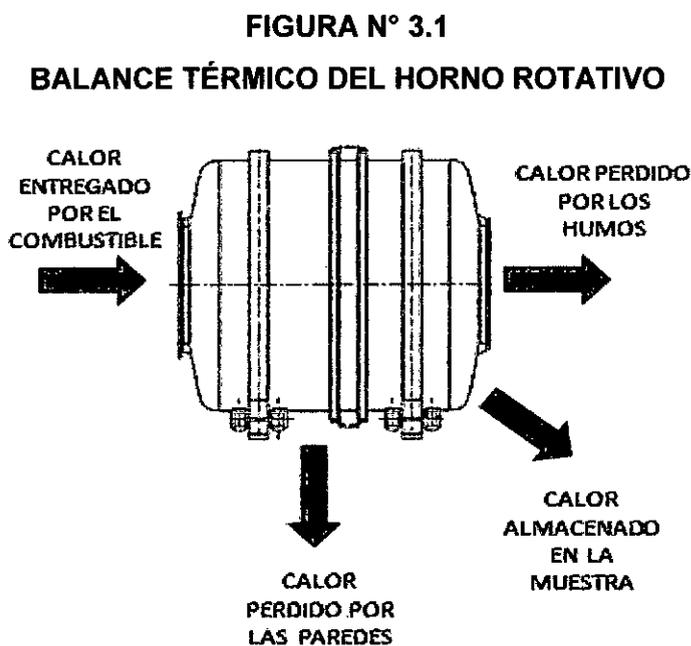
El control de temperatura.

Variable dependiente

El modelo matemático que permite realizar el control de temperatura.

3.2 Operacionalización de las variables

Definiremos las variables en función de las características de cada una de las diferentes partes del sistema y de las variables internas que definen esas partes.



Fuente: Propia

Las condiciones del balance de energía ideal vienen expresadas por la ecuación siguiente:

$$q_{ci} = q_{oi} + q_{pppi} + q_{pphi} \quad (3.1)$$

donde:

q_{ci} = Calor entregado por el combustible (kj)

q_{oi} = Calor almacenado en la muestra (kj)

q_{pppi} = Calor perdido por las paredes (kj)

q_{pphi} = Calor perdido por los humos (kj)

Se deriva la expresión con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial q_{ci}}{\partial \tau} = \frac{\partial q_{oi}}{\partial \tau} + \frac{\partial q_{pppi}}{\partial \tau} + \frac{\partial q_{pphi}}{\partial \tau} \quad (3.2)$$

Entonces:

El calor del combustible q_{ci} :

$$q_{ci} = m_c \cdot P_c \quad (3.3)$$

donde:

m_c = masa de combustible (Kg)

P_c = Poder calorífico (KJ/Kg)

El calor almacenado por la muestra:

$$q_{oi} = m_m \cdot cp_m \cdot (T_m - T_0) \quad (3.4)$$

donde:

m_m = masa de la muestra (Kg)

cp_m = calor específico de la muestra (KJ/Kg · K)

T_m = Temperatura de la muestra (°C)

T_0 = Temperatura ambiente (°C)

Calor perdido por las paredes considerando un recipiente cilíndrico:

$$q_{pppi} = \frac{(T_i - T_0)}{\frac{1}{h_g \cdot A_i} + \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot L}{\ln r_2 / r_1} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}} \quad (3.5)$$

donde:

T_i = Temperatura del interior del horno en (°C)

T_0 = Temperatura del ambiente exterior en (°C)

h_g = coeficiente convectivo radiante interior del horno en (w/m^2K)

A_i = Area interior del horno en (m^2)

k = Conductividad termica de la pared (w/mK)

L = Longitud de la parte cilindrica del horno en (m)

r_1, r_2 = radios interior y exterior del horno en (m)

h_e = coeficiente convectivo radiante exterior del horno en ($\frac{w}{m^2K}$)

A_e = Area exterior del horno en (m^2)

Calor perdido por los gases de escape:

$$q_{pphi} = m_g \cdot c_{p_g} \cdot (T_{sg} - T_0) \quad (3.6)$$

donde:

m_g = masa de gases (Kg)

c_{p_g} = calor especifico de los gases (KJ/Kg · K)

T_{sg} = Temperatura desalida de los gases (°C)

T_0 = Temperatura ambiente (°C)

Derivando la ecuación de balance térmico con respecto al tiempo y sustituyendo las variables correspondientes se tiene:

$$\frac{\partial m_c \cdot P_c}{\partial \tau} = \frac{\partial m_m \cdot c_{pm} \cdot (T_m - T_0)}{\partial \tau} + \frac{\partial \left(\frac{(T_i - T_0)}{\frac{1}{h_g \cdot A_i} + \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot L}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}} \right)}{\partial \tau} + \frac{\partial m_g \cdot c_{pg} \cdot (T_{sg} - T_0)}{\partial \tau} \quad (3.7)$$

Reemplazando con parámetros característicos y considerando la masa de gases en función de la masa de combustible:

$$m_g = 4.3 \cdot m_c \quad (3.8)$$

donde:

m_g = masa de gases (Kg)

4.3 = relación oxígeno combustible más 1

m_c = masa de combustible (Kg)

Reemplazando y ejecutando la derivada del balance con respecto al tiempo se tiene:

$$K_1 \cdot \frac{\partial m_c}{\partial \tau}$$

Agrupando convenientemente se reduce a:

$$\frac{\partial m_c}{\partial \tau} = K_2 \cdot \frac{\partial (T_{fm} - T_0)}{\partial \tau} + 0 + K_3 \cdot \frac{\partial m_c}{\partial \tau} \quad (3.9)$$

$$= K_4 \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (3.10)$$

Esta ecuación indica que conforme se aporta más calor de combustible al horno, habrá más calor almacenado por la muestra, lo que incrementa la temperatura de la muestra con el transcurso del tiempo.

También se debe considerar la relación matemática que expresa el calentamiento de la muestra.

Para un sólido, la transferencia de calor transitorio será definido de la siguiente manera:

Calor conductivo:

$$Q_c = K \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (3.11)$$

donde:

Q_c = Calor conducido en el sólido (watt)

K = Conductividad térmica del sólido (w/mk)

∂T = Diferencia de temperatura ($^{\circ}C$)

$\partial \tau$ = Intervalo de tiempo (seg)

Calor acumulado:

$$q_a = C_p \cdot M \cdot \Delta T \quad (3.12)$$

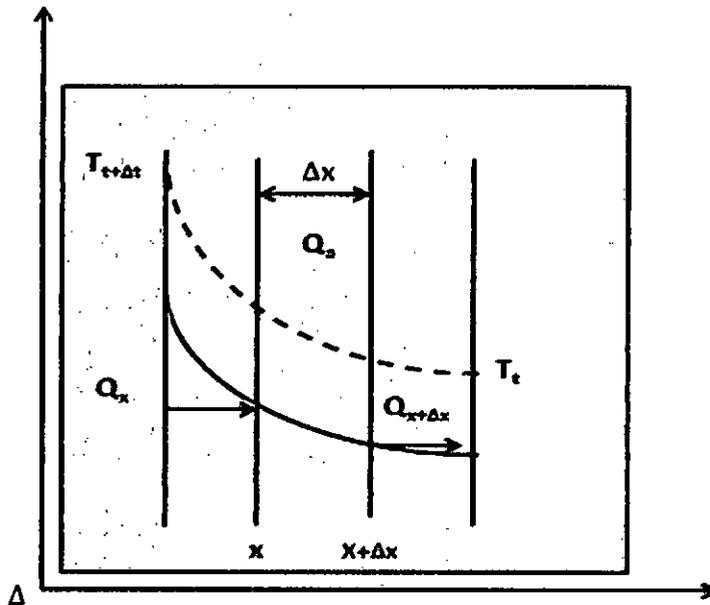
donde:

q_a = Calor acumulado por la muestra sólida (KJ)

C_p = Calor específico de la muestra sólida (KJ/Kg. $^{\circ}K$)

ΔT = Cambio de temperatura de la muestra sólida ($^{\circ}K$)

FIGURA N° 3.2
CONDUCCIÓN Y ACUMULACIÓN DE CALOR EN UNA RODAJA FINITA DE
ESPESOR Δx



Fuente: Comportamiento térmico de cerramientos soleados

Igualando ambos calores:

$$Q_a = \frac{q_a}{A \cdot t} = C_p \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \frac{dT}{dt} \quad (3.13)$$

Considerando el calor acumulado para un punto x y Δx en el sólido se tiene:

$$-K \cdot \frac{\partial T_x}{\partial x} = -k \frac{\partial T_{x+\Delta x}}{\partial x} + \rho \cdot C_p \cdot \Delta x \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.14)$$

Se ordena la ecuación y se divide por $C_p \cdot \rho \cdot \Delta x$, se obtiene:

$$\frac{k}{C_p \cdot \rho} \frac{\frac{\partial T_{x+\Delta x}}{\partial x} - \frac{\partial T_x}{\partial x}}{\Delta x} - K \cdot \frac{\partial T_x}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.15)$$

Tomando el límite $\Delta x \rightarrow 0$ se obtiene por definición la segunda derivada de la temperatura respecto a x :

$$\frac{k}{C_p \cdot \rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.16)$$

Considerando

$$\alpha = \frac{k}{C_p \cdot D} \quad (3.17)$$

donde:

α = Difusividad térmica (m^2/s)

k = Conductividad térmica de la muestra (w/mk)

C_p = Calor específico de la muestra sólida ($KJ/Kg.K$)

Entonces:

$$\alpha \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{dT}{dt} \quad (3.18)$$

Hallamos la relación entre las ecuaciones (3.16) y (3.18), que nos permite una similitud con nuestro sistema de fusión.

La solución de la ecuación diferencial para un sólido semi infinito, es la solución para nuestro sistema de fusión.

Considerando las condiciones de frontera:

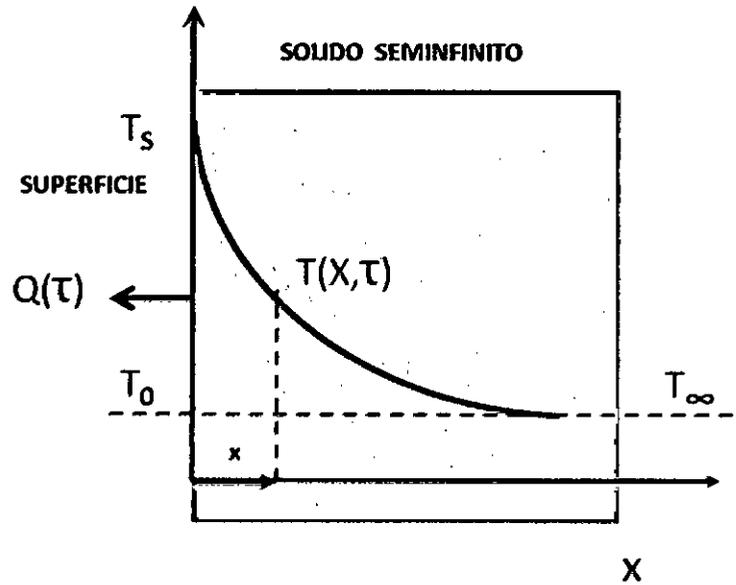
$$T(0,0) = T_0$$

$$T(x,0) = T_0$$

$$T(0,\tau) = T_s$$

$$T(\infty,\tau) = T_0$$

**FIGURA N° 3.3
SOLIDO SEMIINFINITO**

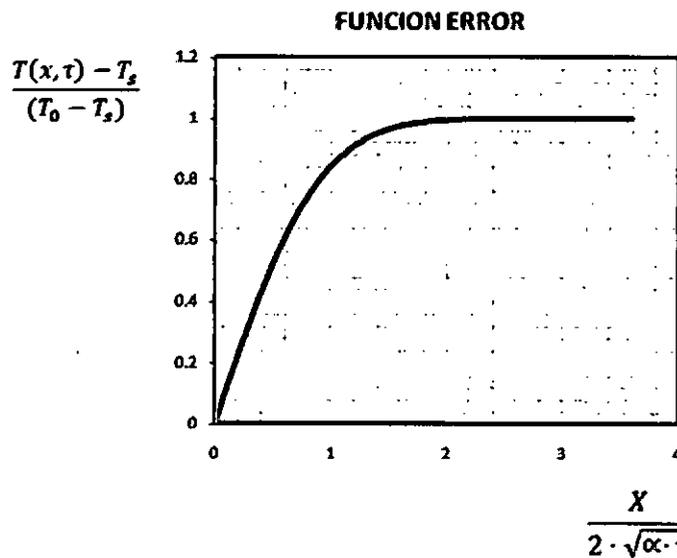


Fuente: Comportamientos térmicos de cerramientos soleados

La solución de la ecuación diferencial para la distribución de temperaturas será:

$$\frac{T(x, \tau) - T_s}{(T_0 - T_s)} = \text{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \tau}}\right) = \frac{2}{\pi} \int_0^{x/2 \cdot \sqrt{\alpha \tau}} e^{-z^2} \cdot dz \quad (3.19)$$

**FIGURA N° 3.4
FUNCIÓN DE ERROR**



Fuente: Comportamiento térmico de cerramientos soleados

También se evalúa la transmisión de calor

$$q(\tau) = \frac{K \cdot (T_s + T_0)}{\sqrt{\pi \cdot \alpha \cdot \tau}} \quad (3.20)$$

La cantidad de calor conducido en el interior del sólido durante el intervalo de tiempo $0 \rightarrow T_s$ desde el cambio brusco de las condiciones es:

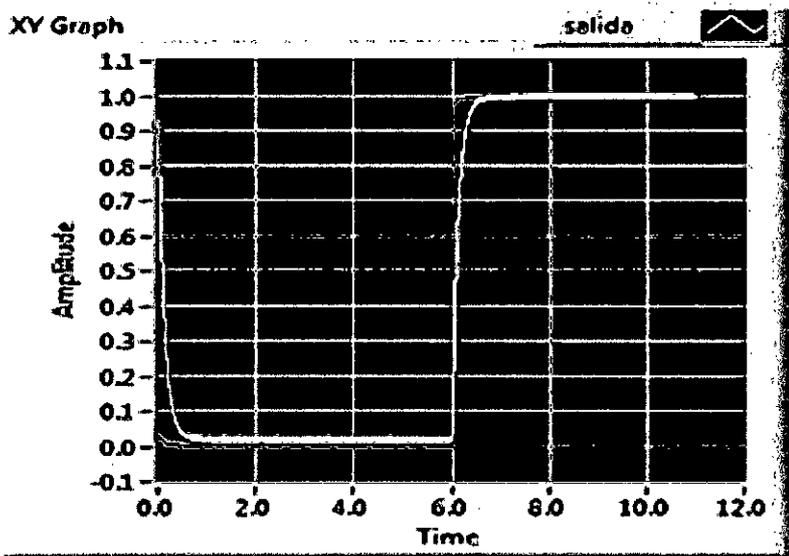
$$q(0 \rightarrow t) = 2 \cdot K \cdot (T_s - T_0) \sqrt{\frac{t}{\pi \cdot \alpha}} \quad (3.21)$$

Con estas fórmulas se puede calcular la fusión de los sólidos en el horno rotativo, y determinar las siguientes variables fundamentales:

- Temperatura en el fondo del baño líquido.
- Calor ganado por la carga.
- Tiempo de fusión.
- Consumo de combustible.
- Parámetros secundarios.
- Calor por las paredes.
- Calor por los humos.
- Temperaturas del proceso.

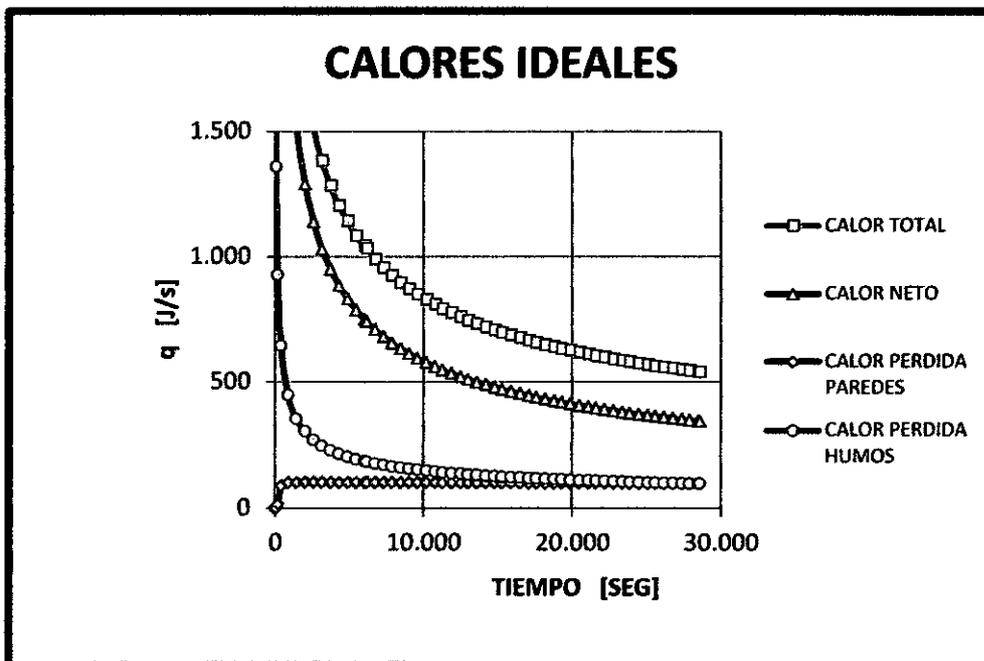
Las ecuaciones planteadas se resolvieron utilizando el software simulink-Matlab, se ingresaron las expresiones, el balance térmico y se corrió el programa, obteniéndose los resultados siguientes:

FIGURA N° 3.5
RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN



Fuente: Propia

FIGURA N° 3.6
CALORES IDEALES



Fuente: Propia

Definición del modelo térmico con los datos reales

Modelo de Identificación con MATLAB

El sistema dinámico planteado es un sistema horno de temperatura, cuyo modelo matemático fue planteado en el capítulo anterior por medio del modelamiento. Ahora se resolverá el problema de identificación del modelo considerando los experimentos de un caso real, es decir, usando los datos de entrada y salida del proceso.

Para ello usaremos el MATLAB+ que dispone de una amplia colección de funciones aplicables al campo de la identificación de sistemas, agrupadas en el *System Identification Toolbox*, ya que con ellas nos permite la identificación y modelado de sistemas dinámicos.

Los principales modos de trabajo del MATLAB+ son:

- **Modo Comando.**

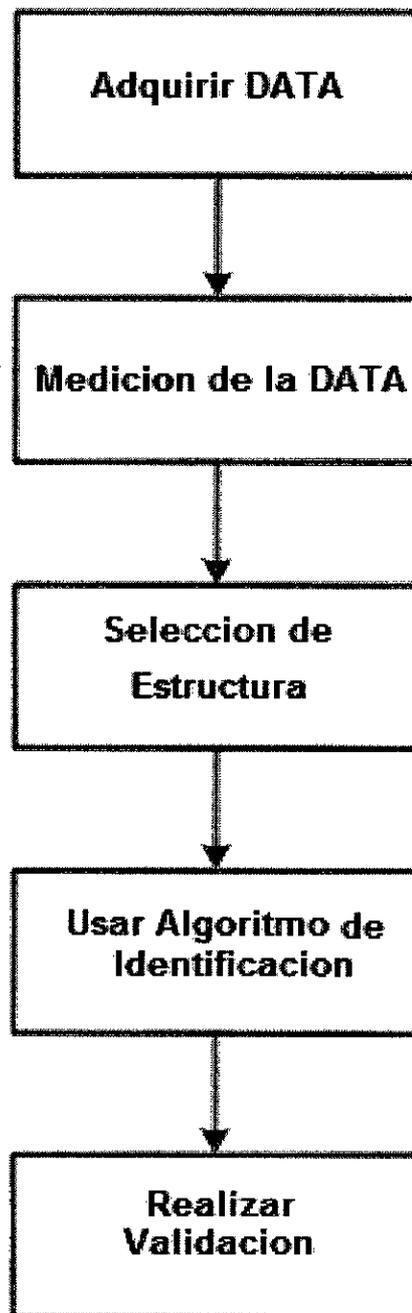
Este modo, trabaja directamente desde la ventana de comandos de MATLAB, realizando llamadas a las diferentes funciones que componen el Toolbox de Identificación.

- **Interfaz de Usuario.**

A diferencia de otras herramientas, el Toolbox de Identificación proporciona una interface gráfica que facilita el trabajo con las funciones anteriores, realizando llamadas a las mismas de forma transparente al usuario.

Todo proceso de identificación parte de un conjunto de datos de entrada/salida obtenidos de forma experimental a partir del sistema físico que se pretende modelar. Estos datos se dividen en dos partes, una de las cuales se usa para realizar la identificación del modelo, y la otra parte se usa para realizar la validación del mismo.

FIGURA N° 3.7
DIAGRAMA DEL ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN



Fuente: System Identification Toolbox

Los archivos se cargan en el Workspace de MATLAB mediante la función *load*. Los datos de entrada-salida serán presentados como una matriz para ser

usados las funciones del Toolbox en dos columnas y N filas, siendo la primera columna las salidas en sucesivos periodos de muestreo y en la segunda columna las correspondientes entradas.

MATLAB presenta una amplia colección de funciones aplicables al campo de la identificación de sistemas, agrupadas en el System Identification Toolbox. Estas funciones incluyen diferentes algoritmos para el ajuste de parámetros en todo tipo de modelos lineales. Así mismo, permiten examinar las propiedades de los modelos obtenidos, y realizar un pre procesamiento de los datos.

Por ejemplo, un modelo identificado resulta una función de transferencia del sistema lineal e invariante en el tiempo:

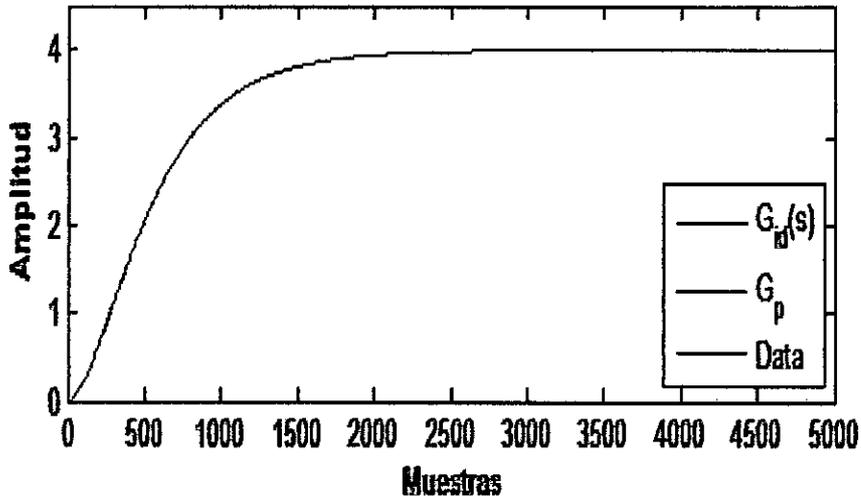
$$G_p(s) = \frac{4}{(200s+1)(400s+1)} \quad (3.22)$$

El código Matlab que se lista:

```
load data_p.txt
DATAX=[ data_p(:,1) data_p(:,2)];
muestra_data=dtrend(DATAX);
idplot(muestra_data);
th=arx(DATAX,[2 1 1]);
present(th);
thc=thd2thc(th);
[numc,denc]=th2tf(thc);
Gc=tf(numc,denc);
```

Nos devuelve el modelo identificado y los resultados de la simulación servirán para llevar a cabo el diseño del control para el proceso.

FIGURA N° 3.8
SISTEMA IDENTIFICADO VERSUS EL MODELO REAL

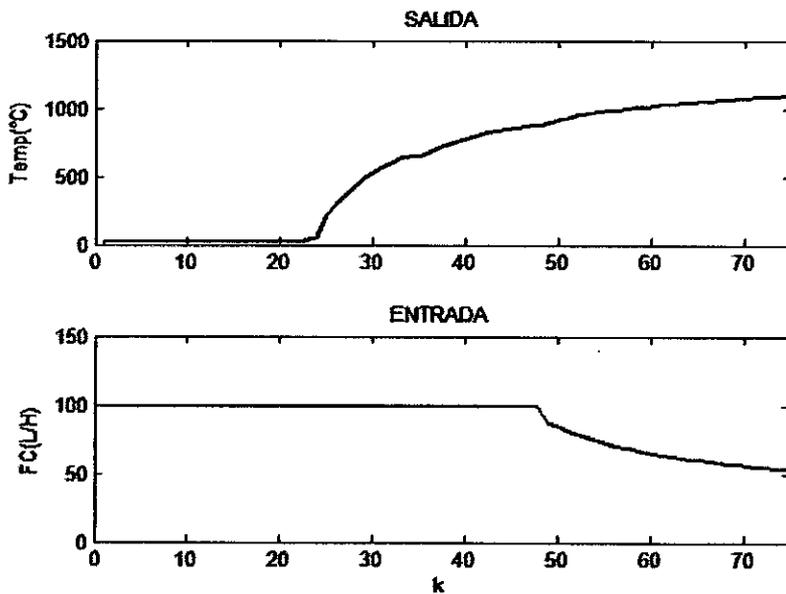


Fuente: Propia

Uso de los datos de entrada y salida

Los datos de entrada-salida son el flujo de control (FC) como entrada y la temperatura de salida (T_{out}) correspondientes a la data experimental del sistema de temperatura tomada al sistema horno de fusión.

FIGURA N° 3.9
DATOS DEL SISTEMA



Fuente: Propia

Proceso de tratamiento de los datos

El Toolbox de Identificación proporciona las funciones necesarias para permitir realizar diferentes tratamientos de los datos de entrada - salida, para hacerlos lo más adecuados lo que hará posible realizar el proceso de identificación.

TABLA N° 3.1
FUNCIONES PARA LA GENERACIÓN Y MANIPULACIÓN DE DATOS DE
ENTRADA-SALIDA

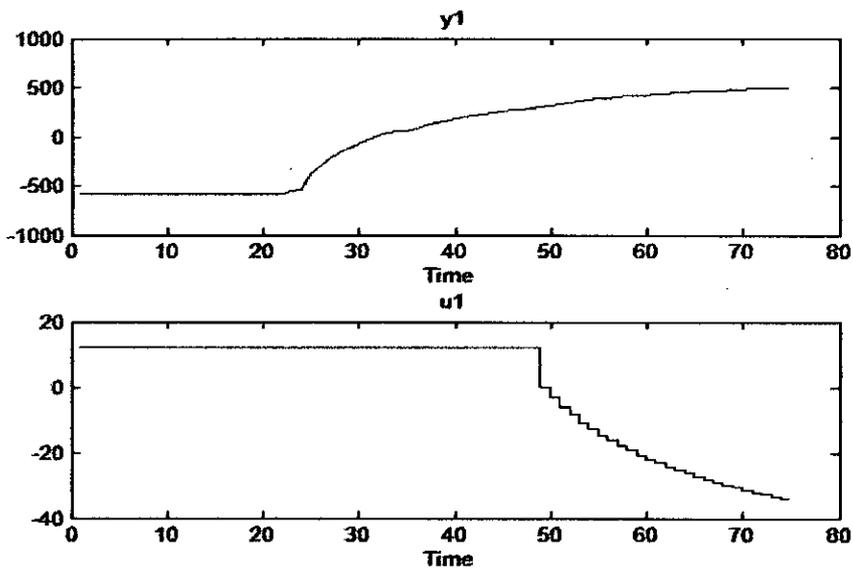
Función	Descripción
Dtrend	Eliminación de niveles de continua en un conjunto de datos.
Idplot	Realizar una representación de los datos de E/S, muy útil para observar posibles deficiencias en los datos que pueden dificultar el proceso de identificación.

Fuente: MathLab

El código MATLAB para tratamiento de los datos

```
DATAX=[yp up];  
figure  
muestra_data=dtrend(DATAX);  
idplot(muestra_data);
```

FIGURA N° 3.10
TRATAMIENTO DE LOS DATOS CON DTREND



Fuente: Propia

Proceso de Identificación paramétrica

Matlab incluye funciones relacionadas con la identificación paramétrica proporcionadas por el Toolbox de Identificación que usa una gran variedad de modelos paramétricos para sistemas lineales. Todas las funciones del Toolbox para la identificación paramétrica responden al siguiente formato de llamada:

$$th = \text{funcion}([y \ u], ths)$$

Donde y e u son vectores columna que contienen las muestras de salida y entrada respectivamente, ths es un vector con información sobre la estructura escogida y th es el modelo estimado en formato codificado (theta). La función a utilizar depende del tipo de modelo escogido (ARX, ARMAX, OE, BJ) o del método de ajuste de los parámetros (mínimos cuadrados o variables instrumentales).

El formato del vector ths es el siguiente:

$$ths = [na \ nb \ nc \ nd \ nf \ nk]$$

Donde n_a , n_b , n_c , n_d y n_f , son el número de coeficientes de los polinomios A, B, C, D y F de la estructura escogida respectivamente, y n_k el número de retardos entre la entrada y la salida. En caso de que el modelo escogido no tenga alguno de los polinomios anteriores, se suprimen del vector anterior los componentes correspondientes a dicho polinomio.

Todas las funciones devuelven los parámetros del modelo en formato codificado. Para presentar dichos parámetros en pantalla puede utilizarse la función (th) que muestra por cada polinomio del modelo un vector que contiene los coeficientes del mismo comenzando por el término independiente a la izquierda, y continuando con las potencias crecientes del operador retardo q^{-1} .

TABLA N° 3.2
FUNCIONES PARA LA IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA

Función	Descripción
Ar	Estimación de un modelo AR usando mínimos cuadrados recursivos.
Armax	Estimación de un modelo ARMAX usando mínimos cuadrados recursivos.
Arx	Estimación de un modelo ARX usando mínimos cuadrados recursivos.
Bj	Estimación de un modelo Box-Jenkins usando mínimos cuadrados recursivos.
Oe	Estimación de un modelo Output Error usando mínimos cuadrados recursivos.

Fuente: MathLab

El código MATLAB para la identificación paramétrica previa selección de la estructura ARX(211).

```
L=21;
th1=arx(DATA_X,[2 1 L]);
present(th1);
```

Este código devuelve los polinomios $A(q)$ y $B(q)$

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$$

Siendo:

$$A(q) = 1 - 1.356q^{-1} + 0.3906q^{-2}$$

$$B(q) = 0.3998q^{-21}$$

Resultando la ecuación en diferencias:

$$y(t) - 1.356y(t - 1) + 0.3906y(t - 2) = 0.3998u(t - 21) + e(t)$$

Resolveremos la transformación de la estructura discreta a otra digital.

```
thc=thd2thc(th1);  
[numc,denc]=th2tf(thc);  
printsys(numc,denc,'s');  
Gid=tf(numc,denc,'InputDelay',L);
```

El resultado es la función de transferencia en el dominio s:

$$G_{id}(s) = \frac{0.263s + 0.6194}{s^2 + 0.9402s + 0.05365} e^{-21s}$$

En el resultado se presenta un retraso de 21 segundos, para un sistema prototipo de segundo orden, este debiera ser representado por dos ceros no finitos pero en este caso se tiene un cero finito como es el caso de $G(s)$, en este caso resolvimos el código MATLAB para que pueda retornar el prototipo de segundo orden que tiene la función de transferencia:

$$P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Resolviendo el prototipo con MATLAB:

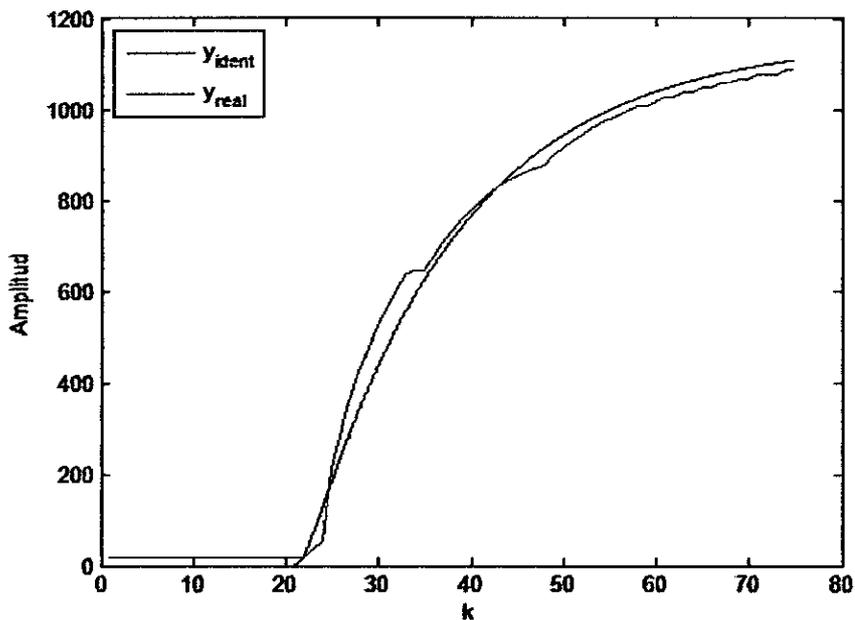
```
[N,D]=tfdata(Gc,'v');  
K=dcgain(Gc);  
wn=D(3);  
P=tf(K*wn,D,'InputDelay',L);
```

El modelo identificado dado por la siguiente función de transferencia en el dominio s será:

$$G_{id}(s) = \frac{0.6194}{s^2 + 0.9402s + 0.05365} e^{-21s} \tag{3.23}$$

Aplicamos a este resultado sometiendo al sistema en lazo abierto a una respuesta debido a una entrada escalón unitario.

FIGURA N° 3.11
MODELO IDENTIFICADO Y PROTOTIPO VERSUS DATA EXPERIMENTAL



Fuente propia

Elección de la Estructura Óptima

Elegir la estructura del modelo es el paso más importante. Se puede hacer uso de algunas de las funciones del Toolbox de Identificación que permiten calcular las funciones de pérdidas de muchas estructuras, y escoger de entre ellas aquella cuyo resultado sea óptimo.

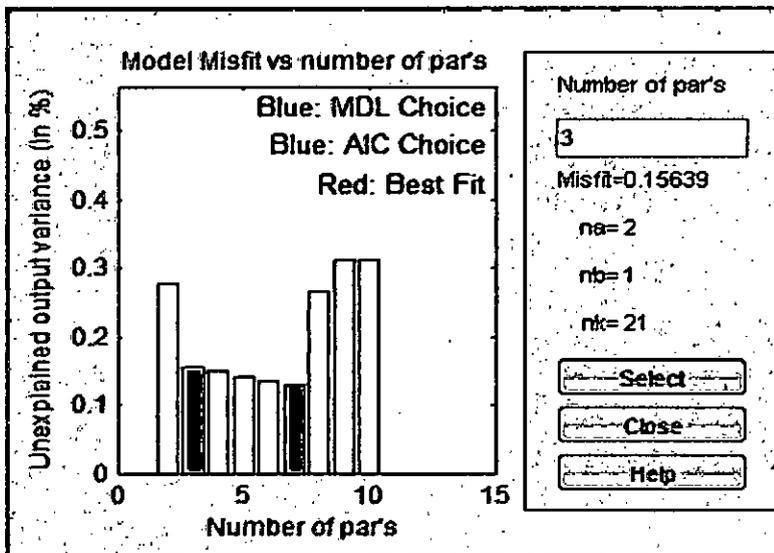
TABLA N° 3.3
FUNCIONES PARA LA SELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA ÓPTIMA DE UN MODELO

Función	Descripción
Arxstruc	Cálculo de las funciones de pérdidas de un conjunto de estructuras ARX.
ivstruc	Cálculo de las funciones de pérdidas de un conjunto de estructuras OE.
Selstruc	Selección de la estructura con menor función de pérdidas.
Struc	Generación de un conjunto de estructuras.

Fuente: MathLab

La selección de la estructura óptima puede definir algunos otros modelos que pueden ser tomados en cuenta si el caso lo requiere.

FIGURA N° 3.12
SELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA ÓPTIMA ARX



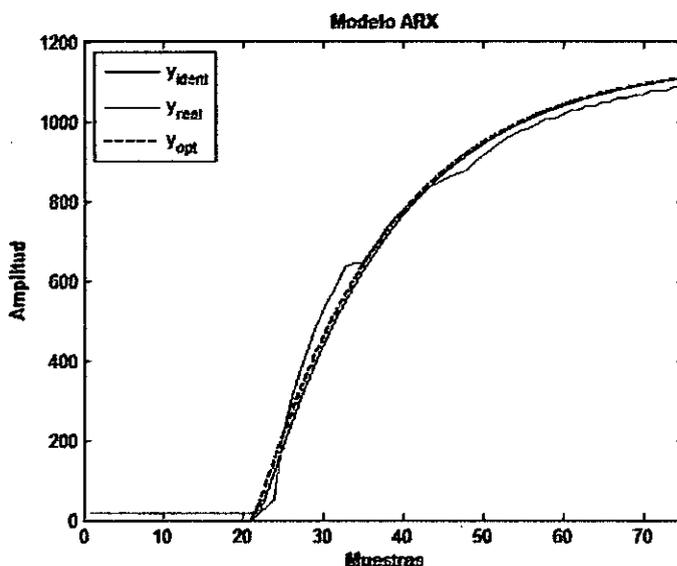
Fuente propia

Resolviendo el prototipo con MATLAB

```
tam=length(up);
datos_ident=[yp(1:tam/2) up(1:tam/2)];
datos_valid=[yp(tam/2+1:tam)
up(tam/2+1:tam)];
nn=struc([1:5],[1:5],[1:20]);
v=arxstruc(datos_ident,datos_valid,nn);
th=selstruc(v);
th1=arx(DATA_X,th);
present(th1)
thc=thd2thc(th1);
[numc,denc]=th2tf(thc);
printsys(numc,denc,'s');
Pc=tf(numc,denc,'InputDelay',L)
```

Si se realiza la simulación de la respuesta a una entrada escalón del modelo identificado con estructura ampliada a $n_a = 5, n_b = 5, n_k = 21$ es el de mejor ajuste, ya que se muestra que el nuevo modelo elegido de estructura ARX (2,1,21) tiene una respuesta optima que valida a ésta en vez de la selección original que se eligió previamente, también se observa que en el estado estacionario llega a un valor final igual que los casos de identificación anteriores.

FIGURA N° 3.13
NUEVO MODELO IDENTIFICADO



Fuente: Propia

Condiciones para la validación de los modelos

Con las condiciones de validación se trata de determinar:

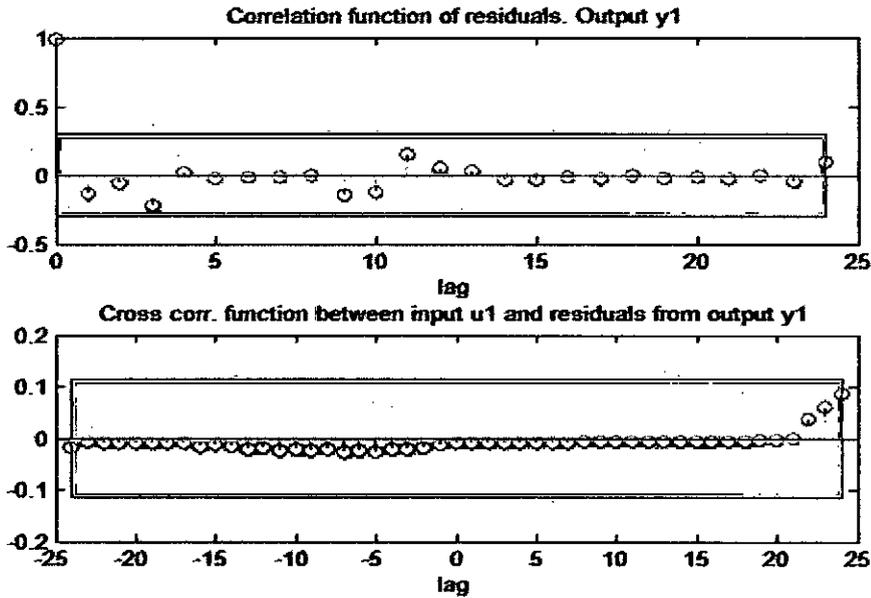
- Que la respuesta del modelo es lo suficientemente exacta con relación a los datos de entrada-salida obtenidos mediante experimentación.
- Basado en algunos criterios típicos

Entre los criterios para validar un modelo, tenemos el análisis de los residuos que consiste en que si conocemos como residuos de un sistema a los errores de predicción:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t, \theta) = y(t) - y_e(t, \theta)$$

Considerando $y(t)$ la respuesta real del sistema y $y_e(t, \theta)$ la respuesta estimada para el modelo para la misma entrada. En forma ideal, los residuos deben ser independientes de la entrada, si esto no ocurre, significa que hay componentes en los residuos que proceden de la entrada $u(t)$, lo que significa que el modelo no es capaz de describir completamente la dinámica del sistema.

FIGURA N° 3.14
ANÁLISIS DE LOS RESIDUOS PARA DOS MODELOS



Fuente: Propia

Si consideramos los métodos de validación proporcionados por el Toolbox de Identificación, estos se evalúan realizando la simulación del modelo obtenido, y comparando la respuesta entre su salida y la respuesta real del sistema.

TABLA N° 3.4
FUNCIONES PARA VALIDACIÓN DE MODELOS

Función	Descripción
Compare	Comparación de la salida simulada con la salida real del sistema.
Idsim	Simulación de un modelo.
Pe	Cálculo de errores de predicción de un modelo.
Predict	Predicción de salidas futuras de un modelo.
Resid	Cálculo de los residuos de un modelo.

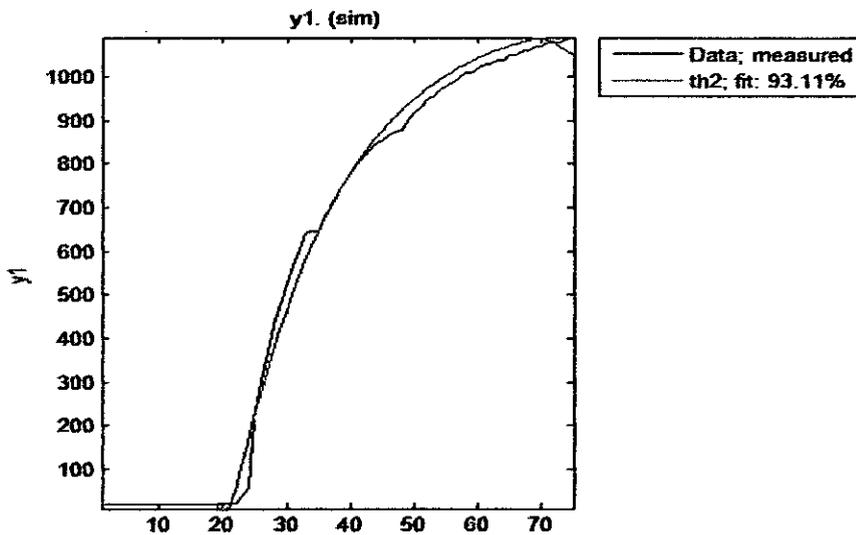
Fuente: MathLab

Resolviendo la validación usando MATLAB.

```
Data = iddata(yp,up,1);  
compare(Data,th1);
```

FIGURA N° 3.15

COMPARACIÓN DE MODELO IDENTIFICADO CON AJUSTE DE LA CURVA DE 93% (ajuste de la curva para el modelo de estructura $n_a = 2$, $n_b = 1$ y $n_k = 21$)

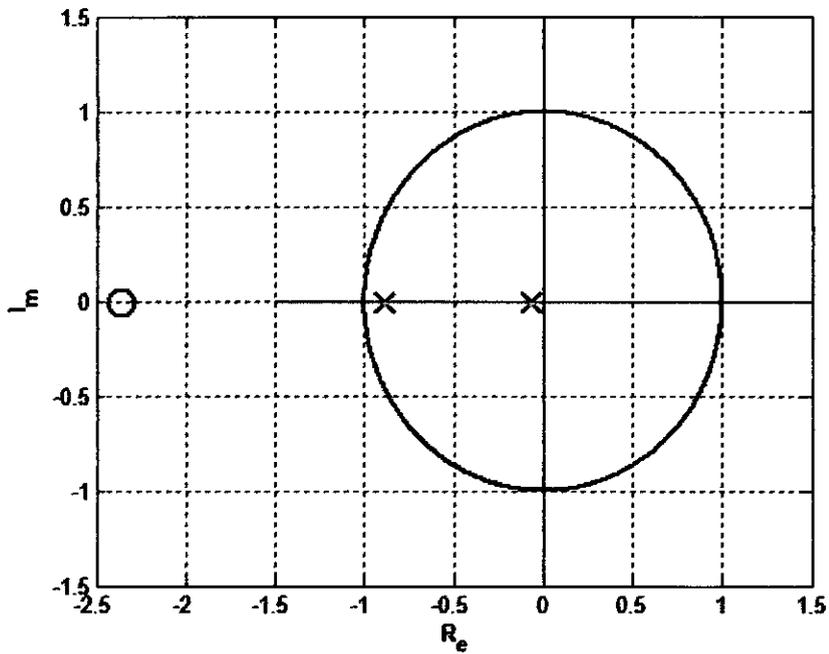


Fuente: Propia

El ajuste mostrado corresponde a un modelo de orden dos, lo que corresponde a la selección de la estructura más óptima y será la que usaremos en el diseño de esta tesis.

Después de determinar los órdenes del modelo, se debe de verificar los resultados para asegurar que el modelo que describe al sistema con precisión. Entre los métodos utilizados tenemos el ploteo del mapeo polos y ceros y realizar su exposición visual para determinar si hay redundancia en los datos. Si un polo y un cero se traslapan, el polo y cero se cancelan, esto indica que el orden óptimo estimado es demasiado alto.

FIGURA N° 3.16
POLOS Y CEROS EN EL PLANO-Z

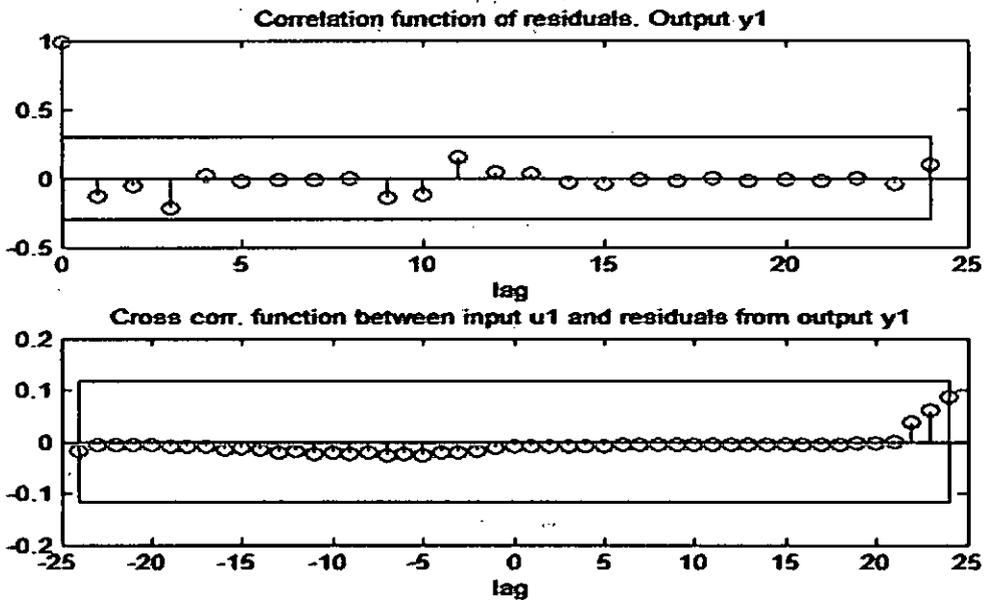


Fuente: Ingeniería de Control Moderna

El análisis de la correlación viene dado por las líneas de código MATLAB

```
Data = iddata(yp,up,1);  
resid(Data,th1);
```

FIGURA N° 3.17
REPRESENTACIÓN DE LOS RESIDUOS DEL PRIMER MODELO

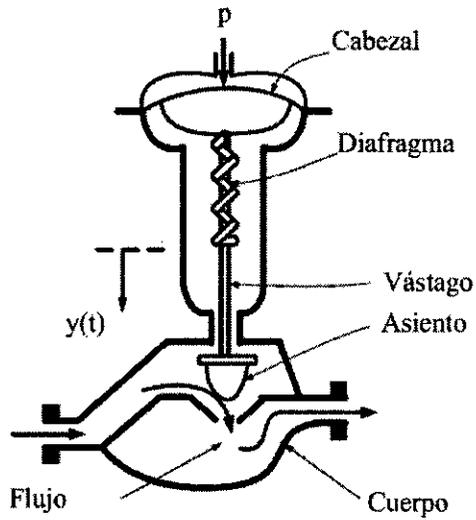


Fuente: Propia

Modelo de la Válvula de Control

La válvula de control es un bloque integrado por un conjunto de elementos conectados verticalmente (diafragma, vástago y plomada) que se mueve por la acción de una fuerza aplicada sobre el diafragma. Un resorte rodea al vástago, sostiene al diafragma y descansa sobre una base. El extremo inferior se desplaza, de acuerdo a la magnitud de la fuerza ejercida y provoca una variación de la abertura que se encuentra en la parte inferior del cuerpo de la válvula a través del cual se produce el paso de fluido.

FIGURA N° 3.18
VÁLVULA DE CONTROL NEUMÁTICA



Fuente: Control Automático de Procesos

3.3 Hipótesis general e hipótesis específica

Hipótesis general

Mediante un algoritmo identificado y un control de la temperatura de fusión del plomo es posible controlar el consumo de combustible.

Hipótesis específica

Se requiere una performance del control de la temperatura que tenga un mínimo sobre impulso menor al 10% y un error en estado estacionario nulo, lo cual se logra aplicando un controlador PID en las entradas de combustible del sistema.

CAPITULO IV

4.- METODOLOGÍA

4.1 Tipo de investigación

El presente trabajo se ubica como una aplicación tecnológica, investigación académica y experimental en ciencias de la ingeniería, por la serie de características que la vinculan en forma natural con el control de procesos industriales concernientes a la ingeniería aplicada.

4.2 Diseño de la investigación

Se realizará un estudio de carácter analítico y experimental para identificar el modelo del horno térmico y control de la temperatura.

Como investigación tecnológica se aplican y desarrollan los conceptos adquiridos a nivel de maestría en un ámbito de producción de conocimiento tecnológico validado, que incluye el producto cognitivo, teorías, técnicas, tecnologías, etc.; así como también actividades que desarrollan los ingenieros para producir y validar dichos productos y conocimientos.

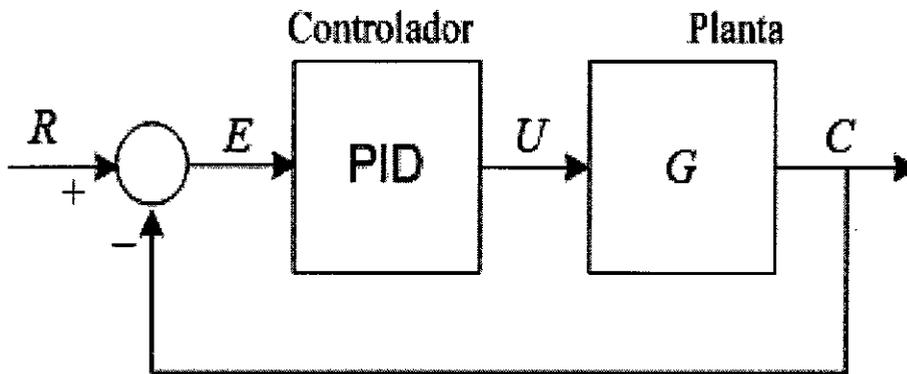
Se planteará investigar la forma de adquirir datos y procesarlos mediante formulaciones de caso paramétricos y no paramétricos para el control del sistema horno térmico. Además en donde se tengan varias variables cuyas expectativas son grandes debido a que de ellas depende la exactitud de la planta identificada. Estos procedimientos actualmente no se han visto en el Perú.

Diseño del Controlador PID

Los dispositivos de control que se usan en la industria son fabricados en serie y, por lo tanto, bajo condiciones de funcionamiento generales, son las aplicaciones determinadas por el uso que se le va a dar el dispositivo.

El dispositivo de mayor aplicación es el controlador proporcional-integral-derivativo, o controlador PID, el cual puede ser programado para un uso determinado dando valores adecuados a los distintos parámetros que contiene, según lo requiera la situación. El controlador PID es un compensador de adelanto-retraso de fase, en el que el compensador de adelanto es proporcional-derivativo y el compensador de retraso es proporcional-integral

FIGURA 4.1
SISTEMA CONTROLADO CON PID



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

Como resultado de ambos compensadores, se obtiene un controlador con dos ceros, que en general pueden ser reales o no, un polo en el origen y una ganancia, según la ecuación 4.1.

$$G_{PID}(s) = G_{PD}(s)G_{PI}(s) = K_1(s+a)K_2 \frac{s+b}{s} = K \frac{s^2 + \alpha s + \beta}{s} \quad (4.1)$$

En un controlador PID, se tienen tres parámetros que se pueden elegir: la posición de los dos ceros y el valor de la ganancia.

Modelo general

La ecuación (4.2), se conoce como la forma estándar del controlador PID, que también se conoce como PID no interactivo.

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + sT_d \right) E(s) \quad (4.2)$$

La función del controlador en la planta dada en la ecuación (4.3), contiene tres sumandos, uno proporcional al error, otro proporcional a la integral del error y otro proporcional a la derivada del error.

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{\partial e(t)}{\partial t} \right) \quad (4.3)$$

K_p = constante llamada ganancia proporcional y se relaciona con el error.

T_i = constante de tiempo integral y tiene unidades de segundos.

T_d = constante de tiempo derivativa y también tiene unidades de segundos.

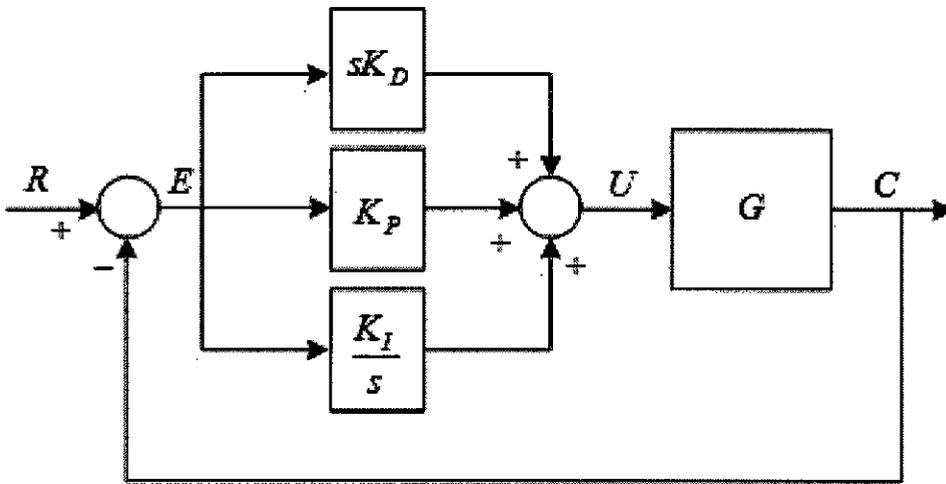
Modelo paralelo

El funcionamiento del controlador PID paralelo, se puede separar en forma de tres sumandos diferentes. Cada uno de ellos define respectivamente la actuación proporcional, integral y derivativa:

$$U(s) = \left(K_p + \frac{K_I}{s} + sK_D \right) E(s) \quad (4.4)$$

Las constantes K_p , K_I y K_D se pueden obtener desde los parámetros conocidos estándar K_p , T_i y T_d . Este modelo de controlador PID se conoce como paralelo.

FIGURA N° 4.2
SISTEMA DE CONTROL CON PID EN FORMA PARALELA



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

Significado físico del funcionamiento de un controlador PID

Los parámetros de un controlador PID pueden ajustarse aún sin conocer el tipo de funcionamiento al que se va a usar. Pero, es muy conveniente para poder predecir cómo afecta al sistema la modificación de los parámetros.

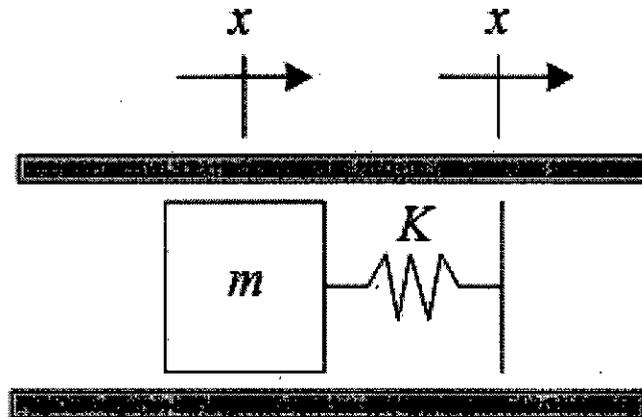
Funcionamiento proporcional

Cuando en el controlador PID, el tiempo de integración se hace infinito y el de derivación nula, el controlador se transforma en una ley de control puramente proporcional al error entre la referencia y la salida:

$$u(t) = K_p e(t) \tag{4.5}$$

El modelo mecánico de este sistema en la cual un muelle de rigidez $K=K_p$ une la referencia con una masa que se deseara mover hasta dicha referencia. La acción se puede hacer más rápida aumentando la rigidez del muelle, o sea, aumentando la ganancia proporcional del controlador. También es previsible que el sistema oscile más en torno a la referencia.

FIGURA N° 4.3
ACTUACIÓN PROPORCIONAL



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

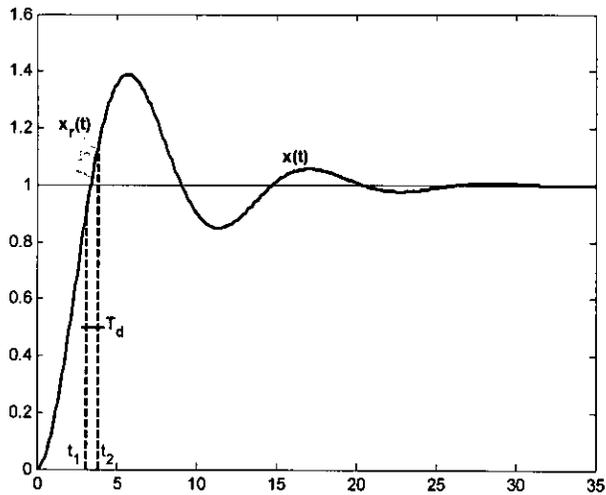
Funcionamiento proporcional-derivativo

Para evitar las fuertes oscilaciones que se pueden producir en torno a la referencia, se añade una actuación proporcional a la derivada del error. Esto se realiza con la inclusión del término derivativo que es equivalente a actuar proporcionalmente al error que existirá dentro de T_d segundos.

$$u(t) = K_p \left[e(t) + T_d \frac{\partial e(t)}{\partial t} \right] \approx K_p (e(t) + T_d) \quad (4.6)$$

Esta anticipación mejora el sistema, porque es capaz de “frenar” antes de llegar a la referencia. En el instante t_1 el error todavía es positivo, por lo que el control proporcional seguirá actuando en la planta permitiendo acercar la masa a la referencia, aunque sea una fuerza pequeña.

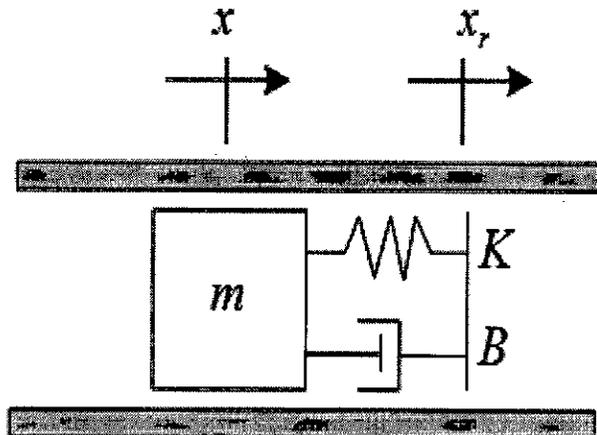
FIGURA N° 4.4
ACTUACIÓN PROPORCIONAL-DERIVATIVA



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

Con la velocidad que lleva la masa, ésta rebasará la posición de referencia, por lo que, en ese instante, introduciría una fuerza contraria o "de frenado", es decir, actuar en t_1 con la fuerza que se estima para t_2 . El modelo mecánico, para el modo proporcional-derivativo, es considerar que la posición de la masa y la referencia se encuentran unidas por un muelle y un amortiguador en paralelo.

FIGURA N° 4.5
ACTUACIÓN PROPORCIONAL-DERIVATIVO



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

La rigidez del muelle es igual a la ganancia proporcional, mientras que el coeficiente de amortiguamiento es el producto de la ganancia por la constante de tiempo de derivación.

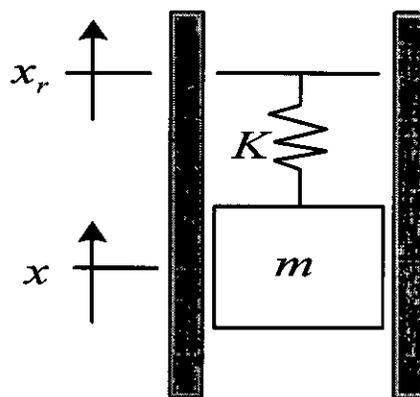
$$u(t) = K_p \left[e(t) + T_d \frac{\partial e(t)}{\partial t} \right] = K_p e(t) + T_d K_p \frac{\partial e(t)}{\partial t} = Ke(t) + Bv(t) \quad (4.7)$$

Este modelo muestra como la actuación derivativa puede frenar el sistema haciéndolo menos oscilatorio, más amortiguado. Además, se observa como al aumentar el valor de T_d se incrementa el "amortiguamiento" del sistema. Por las consideraciones de funcionamiento los valores de T_d pueden considerarse entre cero y un cuarto del período de oscilación del sistema.

Funcionamiento proporcional-integral

Una característica común de la actuación proporcional-integral es que se hace cero cuando el error desaparece.

FIGURA N° 4.6
SISTEMA CON ERROR NO NULO ANTE ACTUACIÓN PROPORCIONAL



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

Si el funcionamiento es puramente proporcional, la masa en régimen permanente no alcanzaría la referencia si no que se colocará en el lugar donde la acción del muelle contrarreste la fuerza del peso.

$$K_p e_{ss} = mg \rightarrow e_{ss} = \frac{mg}{K_p} \quad (4.8)$$

Para que no exista error en régimen permanente al funcionamiento proporcional, hay que añadir una actuación extra u_0 , (4.8). Inicialmente, la actuación u_0 se añadía de forma manual y se incrementaba el offset hasta que desaparecía el error.

$$u(t) = K_p e(t) + u_0 \quad (4.9)$$

Para el sistema con error nulo, el controlador debe introducir una fuerza $u(t) = u_0 = mg$. Si consideramos una solución automatizada más adecuada a este problema es ir aumentando el valor de u_0 forma proporcional a la integral del error. Considerando la función integral del error, éste aumenta gradualmente mientras exista error no nulo hasta alcanzar un valor finito con error nulo.

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.10)$$

T_i , constante de tiempo de integración, muestra el tiempo que demora en anular el error de forma automática. Aproximadamente, esto se puede mostrar calculando el valor de u_0 cuando el error en régimen permanente permanece constante:

$$u_0 = \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau = \frac{K_p}{T_i} e_{ss} \int_0^t d\tau = \frac{K_p}{T_i} e_{ss} t \quad (4.11)$$

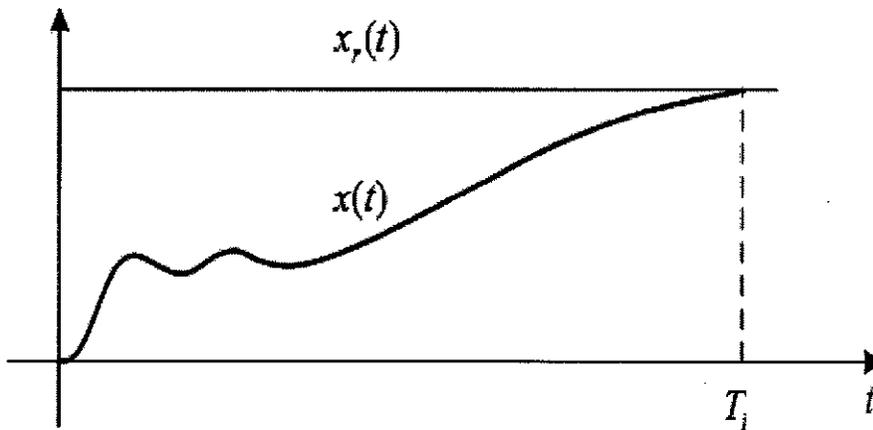
Si en la ecuación (4.11), se sustituye el valor del error obtenido en (4.10), da por resultado que cuando el tiempo es igual a la constante de tiempo integral $t = T_i$, el valor de u_0 alcanza el valor mg .

$$u_0 = \frac{K_p}{T_i} e_{ss} t = \frac{K_p}{T_i} \frac{mg}{K_p} t = mg \frac{t}{T_i} \quad (4.12)$$

La constante de tiempo T_i muestra en qué momento se anula el error en régimen permanente. Si T_i es muy grande, el sistema tarda mucho en alcanzar la referencia.

FIGURA N° 4.7

ACTUACIÓN PROPORCIONAL-INTEGRAL CON T_i MUY GRANDE



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

Lo anteriormente expresado refuerza la aseveración de que cuando T_i se hace infinito entonces el sistema no tiene actuación integral. Por lo tanto, se puede

considerar que un valor adecuado para T_i será el de un período de oscilación del sistema o un tiempo algo menor.

También la actuación integral se presenta en sistemas que no tengan error en régimen permanente ante un determinado tipo de entrada. Esto hace que la parte integral eleve el tipo de sistema en una unidad y anule el error ante entradas más severas.

Reglas heurísticas de ajuste

Paso 1: Acción proporcional

- Tiempo integral (TI) a su máximo valor
- Tiempo derivativo (TD) a su mínimo valor
- Empezando con ganancia baja se va aumentando hasta obtener las características de respuesta deseadas.

Paso 2: Acción Integral

- Reducir el TI hasta anular el error en estado estacionario, aunque la oscilación sea excesiva.
- Disminuir ligeramente la ganancia.
- Repetir hasta obtener las características de respuestas deseadas.

Paso 3: Acción Derivativa

- Mantener ganancia y tiempo integral obtenidos anteriormente.
- Aumentar el TD hasta obtener características similares pero con la respuesta más rápida.
- Aumentar ligeramente la ganancia si fuera necesario.

TABLA N° 4.1
ACCIONES HEURISTICAS DE AJUSTE

	K_p aumenta	T_i disminuye	T_D aumenta
Estabilidad	Se reduce	Disminuye	Aumenta
Velocidad	Aumenta	aumenta	Aumenta
Error Estacionario	No eliminado	eliminado	No eliminado
Area del error	Se reduce	Disminuye hasta cierto punto	Se reduce
Perturbacion control	Aumenta bruscamente	Aumenta gradualmente	Aumenta bruscamente
Frecuencia Lazo	No afecta hasta cierto punto	Disminuye	Aumenta

Fuente: Propia

¿cuándo un control pid es suficiente?

El control PID es suficiente para procesos donde la dinámica dominante es de segundo orden. Para estos procesos no existe mayor beneficio con el uso de un controlador más sofisticado.

Un caso típico de la acción derivativa, introducida para mejorar la respuesta, es cuando la dinámica del proceso está caracterizada por constantes de tiempo que difieren en magnitud. La acción derivativa puede dar buenos resultados para aumentar velocidad de respuesta. El control de temperatura es un caso típico. La acción derivativa es también beneficiosa cuando se requiere un control más fino de un sistema de alto orden. La dinámica de alto orden limitaría la cantidad de ganancia proporcional para un buen control. Con la acción derivativa, se mejora el amortiguamiento ya que se puede utilizar una ganancia proporcional más alta y elevar la velocidad de la respuesta transitoria.

¿Cuándo es necesario un control más sofisticado?

Se necesitan controladores más sofisticados cuando nos encontramos con:

- Procesos de orden elevado
Cuando el sistema es de orden mayor a dos, el control puede ser mejorado usando un controlador más complejo que el controlador PID.
- Sistemas de grandes retardos
Los sistemas de control con un retardo de tiempo dominante son notoriamente difíciles. Es también un tópico sobre el cual existen diferentes opiniones concernientes al mérito del control PID. Sin embargo, todos parecen estar de acuerdo en que la acción derivativa no ayuda mucho a los procesos con retardo dominante. Para un proceso estable en lazo abierto, la respuesta se puede mejorar sustancialmente introduciendo una compensación de tiempo muerto. El rechazo a las perturbaciones de carga también puede ser mejorado en algún grado, debido a que el compensador de tiempo muerto permite una mayor ganancia de lazo que un controlador PID. Los sistemas con retardo de tiempo dominante son, de esta manera, candidatos para la aplicación de controladores más sofisticados.
- Sistemas con modos oscilatorios.
- Procesos con ruidos significativos.
- Cuando se plantean objetivos de control ambiciosos.

Aplicaciones

Los controladores PID son suficientes para resolver el problema de control de muchas aplicaciones en la industria, particularmente cuando la dinámica del proceso lo permite (en general procesos que pueden ser descritos por dinámicas de primer y segundo orden) y los requerimientos de desempeño son modestos (generalmente limitados a especificaciones del comportamiento del error de estado estacionario y una rápida respuesta a cambios en la señal de referencia).

Los fabricantes proporcionan los controladores PID de variadas formas. Existen sistemas de tipo "stand alone" con capacidad para controlar uno o varios lazos de control. Los cuales son fabricados en el orden de cientos de miles al año. El controlador PID es también un elemento importante en los sistemas de control distribuido, ya que proporciona regulación a nivel local de manera eficaz. También pueden venir empotrados, como parte del equipamiento, en sistemas de control de propósito especial, formando parte integrante de la aplicación.

Su uso extensivo en la industria es tal que el 95% de los lazos de control que existen en las aplicaciones industriales son del tipo PID, de los cuales la mayoría son controladores PI, lo que muestra la preferencia del usuario en el uso de leyes de control muy simples. En general, el usuario no explota todas las características de estos controladores, quizás por falta de una mejor comprensión desde el punto de vista de la teoría de control.

En la actualidad, el control PID dispone de una serie de prestaciones, que en el pasado han sido consideradas como secretos de los fabricantes. Un par de ejemplos típicos de este tipo de prestaciones son las técnicas de conmutación de modos de control y el antiwindup del integrador.

Los algoritmos actuales se combinan con funciones lógicas y secuenciales y una serie de mecanismos y funciones adicionales para adecuarse a los requerimientos de los modelos de sistemas de control y automatización industrial, lo que da lugar a dispositivos especializados para el control de temperatura, velocidad, distribución de energía, transporte, maquinas herramientas, reacción química, fermentación entre otros.

Los controladores PID son generalmente usados en el nivel de control más bajo, por debajo de algunos dispositivos de mediano nivel como PLCs, supervisores y sistemas de monitoreo. Sin embargo su importancia es tal que se convierte en el "pan de cada día" del ingeniero de control.

Los controladores PID han sobrevivido a muchos cambios en la tecnología a lo largo de su historia. Desde los antiguos reguladores de Watt, de la época de la revolución industrial, pasando por los controladores neumáticos, los controladores analógicos, eléctricos y electrónicos (primero implementados con

válvulas y luego con circuitos integrados) hasta los modernos controladores basados en microprocesadores, que proporcionan una mayor flexibilidad basados en su programabilidad. El microprocesador ha tenido una influencia dramática sobre el desarrollo del controlador PID, ha permitido brindar nuevas oportunidades para implementar funciones adicionales como el ajuste automático de parámetros y los cambios de modos de control. En este caso, el ajuste automático se toma en el sentido de que los parámetros del controlador se ajustan automáticamente en base a la demanda de un operador o de una señal externa, desactivando para ello el controlador. Esto hace que esta función sea diferente a la función de adaptación, propias de controladores adaptivos, que ajustan en línea (o de manera continua) los parámetros del controlador.

El desarrollo de los sistemas de control PID está también influenciado por el desarrollo en el campo de la comunicación de datos de campo, lo que ha permitido su inserción como módulos importantes en los esquemas de control distribuido. En este sentido, la capacidad de comunicación de estos dispositivos con otros dispositivos de campo como PLCs y otros sistemas de control de sistemas superiores, es una función necesaria en los modernos controladores PID.

Si bien a nivel industrial existen grupos de ingenieros de procesos e instrumentación que están familiarizados con los controladores PID, en el sentido de que llevan una práctica continua de instalación, puesta en marcha y operación de sistemas de control con lazos PID, también es cierto que existe mucho desconocimiento acerca de los detalles involucrados en la construcción de los algoritmos. Prueba de ello es que muchos controladores son puestos en modo manual y, entre aquellos que están en el modo automático, frecuentemente la acción derivativa se encuentra desactivada. La razón es porque el ajuste de los controladores es un trabajo tedioso y requiere de cierta intuición basada en los principios de funcionamiento tanto de los procesos físicos controlados como de la misma teoría de control. Otras razones del pobre desempeño tiene que ver con problemas en la instrumentación y en los equipos y accesorios utilizados en el lazo de control, como los sensores,

actuadores, dispositivos de comunicación, interfaces de adquisición de datos. Los principales problemas de los actuadores están generalmente relacionados con fallas de dimensionamiento (en general están subdimensionados) y los problemas de histéresis que introducen no linealidades importantes. Por su parte los dispositivos asociados con la medición de las señales de la planta (sensores, dispositivos de adquisición de datos, adecuación de señales y sistemas de comunicación de datos de campo) a menudo se encuentran mal calibrados y es frecuente que estén dotados de mecanismos inadecuados de filtraje pobre o bien de filtraje excesivo (producido en los llamados sensores inteligentes). Más aun, muchos sistemas de control no cumplen con las condiciones mínimas para su operación en tiempo real.

Es así que quedan por hacer muchas mejoras sustanciales con respecto al desempeño de los procesos industriales. Por su parte, la industria, a medida que la demanda de productos requiere una mejor calidad, está obligada a mejorar sus lazos de control, lo que a su vez requiere un mayor conocimiento acerca de los procesos y de sus mecanismos de regulación.

Algunas de las aplicaciones más comunes son:

- Lazos de temperatura (Aire acondicionado, calefactores, refrigeradores, etc.)
- Lazos de nivel (nivel de tanques de líquidos como agua, lácteos, mezclas, crudo, etc)
- Lazos de presión (para mantener una presión predeterminada en tanques, tubos, recipientes, etc)
- Lazos de flujo (mantienen la cantidad de flujo dentro de una línea o tubo)

Realización del ajuste experimental del controlador PID

Todos los conceptos anteriormente expuestos nos permiten conocer cómo se modifican las respuestas del sistema cuando se modifican algunos parámetros del controlador, pero no nos dan una idea precisa de como asignar adecuadamente los valores numéricos.

Existen diversos métodos que nos permiten asignar valores a los parámetros del controlador sin conocer la función de transferencia de la planta. Estos

métodos proponen un conjunto de tablas obtenidas en forma experimental sobre la planta.

Método de Ziegler-Nichols

El método de Ziegler-Nichols propone unos parámetros para el PID, para que el sistema controlado posea un buen rechazo a las perturbaciones que se puedan introducir en el sistema. Lo que ocasiona que el seguimiento que hace el sistema a la referencia podría ser poco amortiguado, con demasiado sobre impulso. Aunque esta condición no se considera relevante cuando se compara con la especificación mencionada, ya que, en muchos procesos industriales, se prioriza un buen rechazo a las perturbaciones sobre un buen seguimiento a la referencia. Por ejemplo, en un sistema en el cual se necesita que la temperatura del fluido permanezca constante en la referencia, a pesar de las perturbaciones que ocasionan la entrada y la salida de material. El proceso inicial transitorio, no es muy importante en el proceso producción, ya que este puede tener un comportamiento largo o corto y pueda tener o no sobreimpulso, lo importante es que una vez que se llega a la temperatura de régimen permanente, las perturbaciones no hagan variar la temperatura dentro de un rango permisible.

Con el método de Ziegler-Nichols se pretende obtener una relación de caída de sobre impulsos de un cuarto, es decir, que cuando ingrese una perturbación los sucesivos sobreimpulsos en torno a la referencia sean en cada caso sucesivamente cuatro veces inferior al anterior.

Los parámetros del PID pueden realizarse dos formas de ajuste: uno usando los parámetros a y L de la respuesta de la planta con una entrada escalón unitario, y otro usando los parámetros K_{CR} (ganancia crítica) y T_{CR} (periodo de oscilación crítico) de la planta.

TABLA N° 4.2
AJUSTE DE ZIEGLER NICHOLS

Tipo	Lazo Abierto (Curva S)			Lazo Cerrado		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{a}$	∞	0	$0.5K_{CR}$	∞	0
PI	$\frac{0.9}{a}$	$3L$	0	$0.45K_{CR}$	$\frac{T_{CR}}{1.2}$	0
PID	$\frac{1.2}{a}$	$2L$	$0.5L$	$0.6K_{CR}$	$\frac{T_{CR}}{2}$	$\frac{T_{CR}}{8}$

Fuente: Ingeniería de Control Moderna

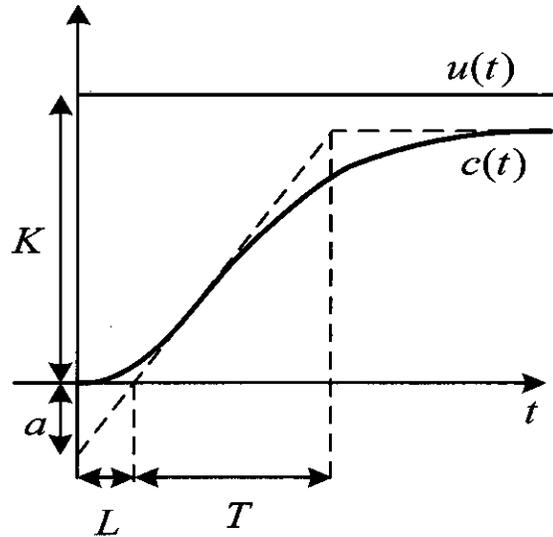
La forma de obtener los parámetros a y L de la respuesta de la planta ante una entrada escalón unitario. El valor K (salida en régimen permanente) se relaciona con L (tiempo muerto) y T (constante de tiempo),

$$a = \frac{KL}{T} \quad (4.13)$$

Primer método

En este método, la respuesta de la planta a una entrada escalón unitario se obtiene de manera experimental. Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados la curva de respuesta se muestra en la fig. 4.8. Este método se puede aplicar si la respuesta de la planta es la anterior. Las curvas de respuesta escalón se pueden generar experimentalmente o a partir de la simulación dinámica de la planta.

FIGURA N° 4.8
RESPUESTA DE LA PLANTA A UN ESCALÓN UNIDAD
(AJUSTE DE ZIEGLER NICHOLS)



Fuente: Ingeniería de Control Moderna

La función de transferencia de la planta (aún no conocida), puede aproximarse a un sistema de primer orden dado por la ecuación (4.14), donde T es la constante de tiempo, L es el tiempo muerto y K es una ganancia estática.

$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls} \quad (4.14)$$

En este caso la función de transferencia $C(s)/U(s)$ se aproxima mediante un sistema de primer orden con un retardo del modo siguiente:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts+1}$$

Ziegler-Nichols sugirieron establecer los valores de K_p , T_i , T_d de acuerdo con las formulas de la tabla 4.1

Para el controlador PID sintonizado mediante el primer método se tiene:

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p(1 + 1/T_i s + T_d s) \\ &= 1.2 (T/L) (1 + 1/2Ls + 0.5 Ls) \\ &= 0.6T[(s + 1/L)^2 / s] \end{aligned}$$

De acuerdo a esto, el controlador PID tiene un polo en el origen y un cero doble en $s = -1/L$

Segundo método

En este método primero se fija $T_i = \infty$ y $T_d = 0$. Se usa solo la acción de control proporcional y se incrementa K_p desde 0 hasta un valor crítica K_{cr} en donde la salida presente oscilaciones sostenidas. Entonces, la ganancia crítica K_{cr} y el periodo P_{cr} correspondiente se determinan experimentalmente.

De acuerdo a esto, Ziegler-Nichols sugirieron que se establecieran los valores de los parámetros K_p , T_i y T_d de acuerdo con las formulas mostradas en la tabla 4.1 (Lazo Cerrado).

Se observa que el controlador PID sintonizado mediante el segundo método se deduce de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\ &= 0.6 K_{cr} \left(1 + \frac{1}{0.5 P_{cr} s} + 0.125 P_{cr} s \right) \\ &= 0.075 K_{cr} P_{cr} \frac{\left(s + \frac{4}{P_{cr}} \right)^2}{s} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el controlador PID tiene un polo en el origen y un cero doble en $s = -4/P_{cr}$

Si el sistema tiene un modelo matemático conocido, por ejemplo la función de transferencia, se puede emplear el método del lugar de las raíces para encontrar la ganancia crítica K_{cr} y las frecuencias de oscilaciones sostenidas

ω_{cr} donde $P_{cr} = 2\pi / \omega_{cr}$. Los valores se pueden encontrar a partir de los puntos de cruce de las ramas del lugar de las raíces con el eje $j\omega$.

Método de Chien-Hrones-Rewick

Se desarrolla a partir del Método de Ziegler-Nichols por la implementación de ciertos requerimientos de calidad en sistemas abiertos.

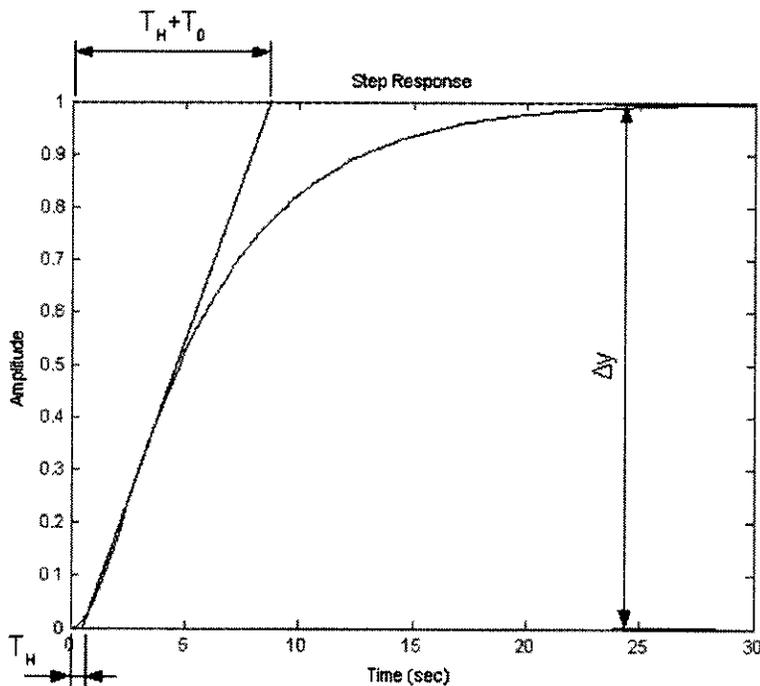
Los parámetros condicionales del proceso se determinarán usando la respuesta de un paso no periódico:

T_H retardo de tiempo del proceso

T_0 constante de tiempo del proceso

K_P ganancia del proceso

FIGURA N° 4.9
RESPUESTA DE LA PLANTA A UN ESCALÓN UNIDAD
(AJUSTE DE CHIEN-HRONES-REWICK)



Fuente: Metodo de Chien-Hrones-Rewick

La ganancia del proceso se calcula por la fórmula:

$$K_P = \frac{\Delta y}{\Delta s}$$

Los parámetros adecuados para el regulador son calculados dependiendo del objetivo de control y el tipo de regulador por lo tanto, las ecuaciones se definen en la tabla siguiente:

TABLA N° 4.3
AJUSTE DE CHIEN-HRONES-REWICK

PARA AJUSTAR		PROCESO NO PERIODICO		CON 20% DE SOBRE REGULACION	
REGULADOR	PARAMETRO	REFERENCIA	PERTURBACION	REFERENCIA	PERTURBACION
P	K_R	$\frac{0.3 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{0.3 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{0.7 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{0.7 T_0}{K_P T_H}$
PI	K_R	$\frac{0.35 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{0.6 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{0.6 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{0.7 T_0}{K_P T_H}$
	T_I	$1.2 T_0$	$4 T_H$	T_0	$2.3 T_H$
PID	K_R	$\frac{0.6 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{0.95 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{0.95 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{1.2 T_0}{K_P T_H}$
	T_I	T_0	$2.4 T_H$	$1.35 T_0$	$2 T_H$
	T_D	$0.5 T_H$	$0.42 T_H$	$0.47 T_H$	$0.42 T_H$
PD	K_R	$\frac{1.8 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{1.8 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{1.8 T_0}{K_P T_H}$	$\frac{1.8 T_0}{K_P T_H}$
	T_D	$T_D = 0.5 T_H$	$T_D = 0.5 T_H$	$T_D = 0.5 T_H$	$T_D = 0.5 T_H$

Fuente: Método de Chien-Hrones-Rewick

De acuerdo con este método se ofrecen los parámetros que consiguen sobre impulsos del 20% o del 0%, tanto para las entradas de referencia como para la de entrada perturbación.

TABLA N° 4.4

MÉTODO DE CHIEN-HRONES-REWICK PARA ENTRADA PERTURBACIÓN N

$M_p = 0\%$

$M_p = 20\%$

Tipo	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{0.3}{a}$	∞	0	$\frac{0.7}{a}$	∞	0
PI	$\frac{0.6}{a}$	4L	0	$\frac{0.7}{a}$	2.3L	0
PID	$\frac{0.95}{a}$	2.4L	0.42L	$\frac{1.2}{a}$	2L	0.42L

Fuente: Ingeniería de Control Moderna

TABLA N° 4.5

AJUSTE DE CHIEN-HRONES-REWICK PARA ENTRADA REFERENCIA R

$M_p = 0\%$

$M_p = 20\%$

Tipo	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{0.3}{a}$	∞	0	$\frac{0.7}{a}$	∞	0
PI	$\frac{0.35}{a}$	1.2T	0	$\frac{0.6}{a}$	T	0
PID	$\frac{0.6}{a}$	T	0.5L	$\frac{0.95}{a}$	1.4T	0.47L

Fuente: Propia

Método de respuesta en frecuencia aproximación Migo (M – constrained integral gain optimization)

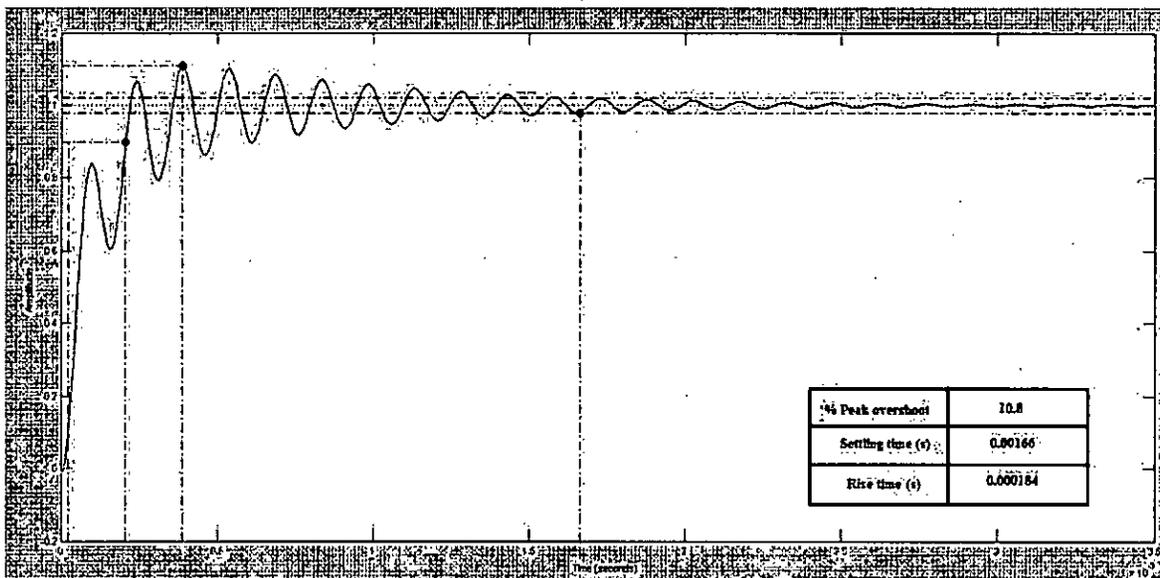
El procedimiento MIGO es similar al método Ziegler-Nichols. Las constantes de tiempo generadas por este método se obtienen de las ecuaciones dadas por el método de Aström y Hägglund. El Metodo A-MIGO es implementado usando *sisotool* de MathLab. La función de transferencia del compensador se da en la ecuación siguiente:

$$C = -97.7 \times \frac{(1 + (2.4 \times 10^{-5})s + (2.56 \times 10^{-10})s^2)}{S(1 + (9.5 \times 10^{-7})s)}$$

La respuesta a la entrada escalón con controlador PID es dada por la fig. siguiente:

FIGURA N° 4.10

RESPUESTA DE LA PLANTA A UN ESCALÓN UNIDAD CON CONTROLADOR PID



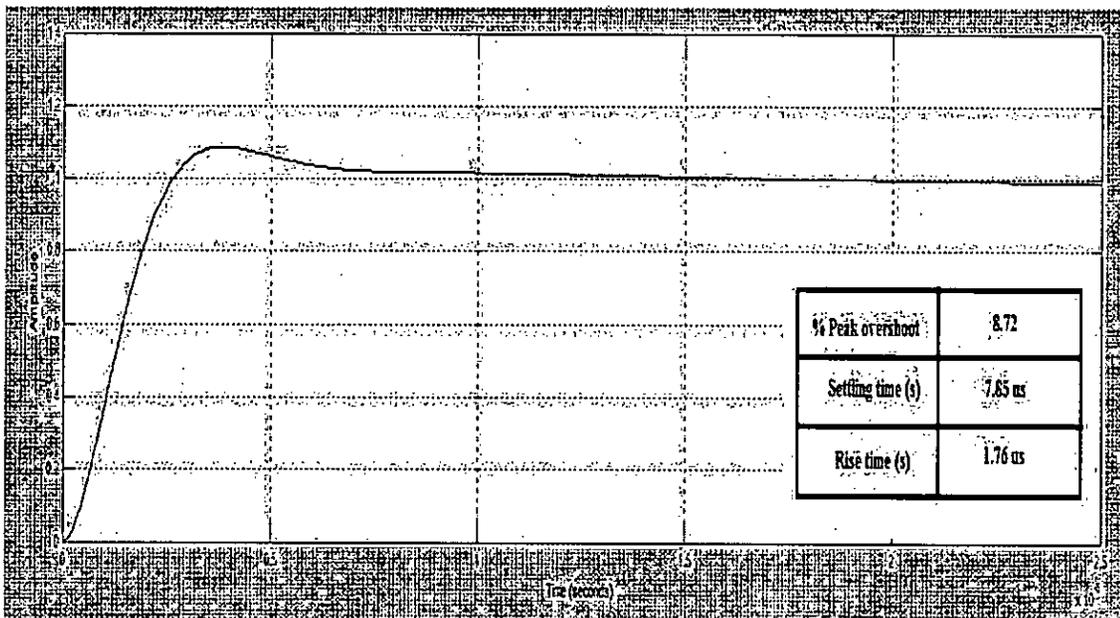
Fuente: Método Migo

Método del lazo modelado

El lazo modelado es un método de diseño donde la función de transferencia del compensador es diseñada de tal modo que la respuesta muestre el diseño deseado. El método es sencillo de implementar. La función de transferencia del compensador es diseñada con la ayuda del método del lugar de las raíces. Primero, los parámetros deseados se añaden al *sistool* y en consecuencia la región de estabilidad es resaltada en el ploteo de la respuesta del paso. Añadiendo los polos y ceros en el ploteo de la región de las raíces del lazo se

puede lograr un mejor gráfico. La respuesta al paso de la función de transferencia del compensador PID es mostrado en la fig. siguiente. Las constantes de ganancia obtenidas son: $K_p = 11.2222$, $K_i = 62234.0092$, $K_d = 0.00025621$ and $N = 5$.

FIGURA N° 4.11
RESPUESTA AL PASO DE UNA PLANTA CON EL MÉTODO DEL LAZO
MOLDEADO



Fuente: Método del Lazo moldeado

Comparación de los métodos discutidos

Se observa que el método del lazo moldeado ofrece mejor funcionamiento en términos de menos sobre pico, menos tiempo de establecimiento y menos tiempo de crecimiento. Además es fácil de implementar en MathLab.

La comparación de los diferentes métodos se da en la tabla siguiente:

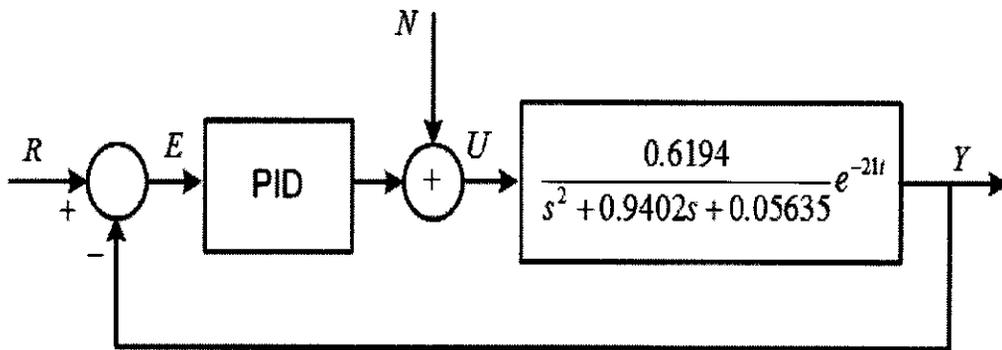
TABLA N° 4.6
COMPARACIÓN DE LOS PARÁMETROS EN LOS DIFERENTES MÉTODOS

Método de sintonía	% de sobrepico	Ajuste de tiempo	Tiempo de subida
Zeigler-Nichols	39.2	0.00205	2.38×10^{-5}
Chien-Hrones-Reswick	27.6	0.00189	3.04×10^{-5}
Approximate MIGO	10.8	0.00166	0.000184
Loop shaping	8.72	7.85×10^{-6}	1.76×10^{-6}

Diseño del control PID para el sistema horno

Teniendo en consideración los métodos de ajuste anteriormente mencionados, podemos usarlos para escoger los parámetros del PID, para referencia y 20% de sobre impulso.

FIGURA N° 4.12
SISTEMA DE CONTROL PID

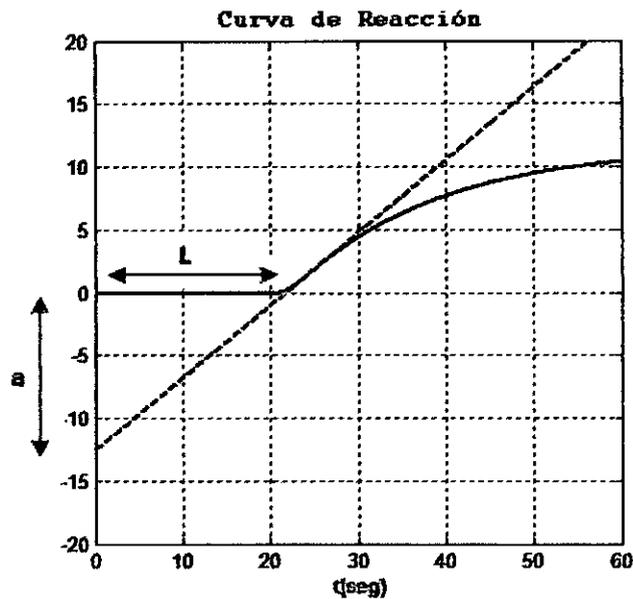


Fuente: Propia

Parámetros de Ziegler Nichols

La respuesta de la planta a una entrada escalón unidad, donde se puede medir un tiempo muerto $L = 21.7904$ segundos, un coeficiente $a = 12.5819$ y la constante de tiempo $T = 19.8216$ segundos.

FIGURA N° 4.13
RESPUESTA TEMPORAL ANTE ENTRADA ESCALÓN UNIDAD



Fuente: Propia

Considerando L y a , resultando los parámetros del PID por Ziegler-Nichols, los que serán empleados para el diseño del controlador PID.

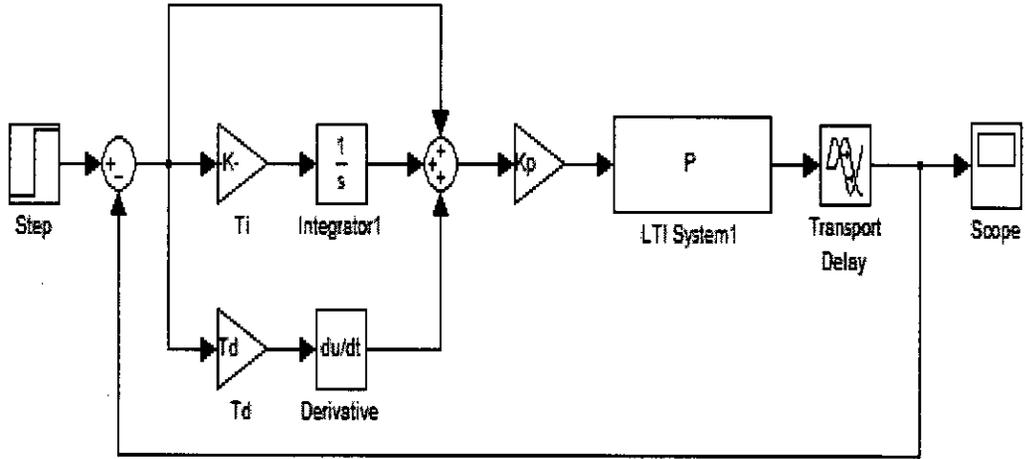
TABLA N° 4.7
AJUSTE DE PARAMETROS POR ZIEGLER-NICHOLS

Tipo	K_p	T_i	T_d
PID	$\frac{1.2}{a} = 0.9538$	$2L = 43.4808$	$0.5L = 10.8952$

Fuente: Propia

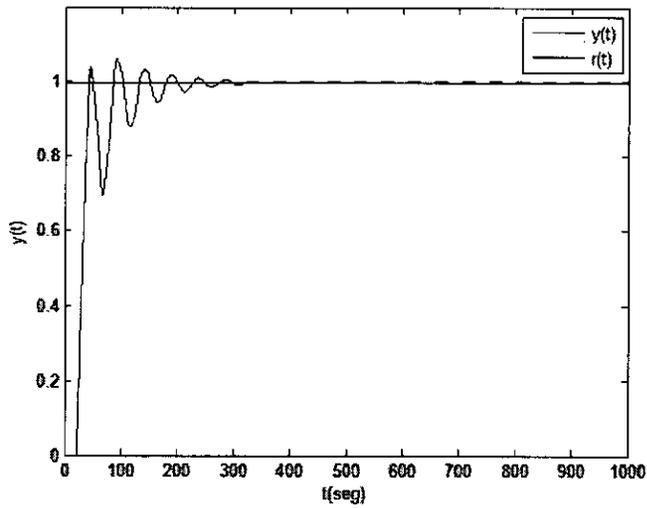
El código Matlab del análisis de la curva de reacción, se adjunta en el anexo.

FIGURA N° 4.14
SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL REALIMENTADO PID



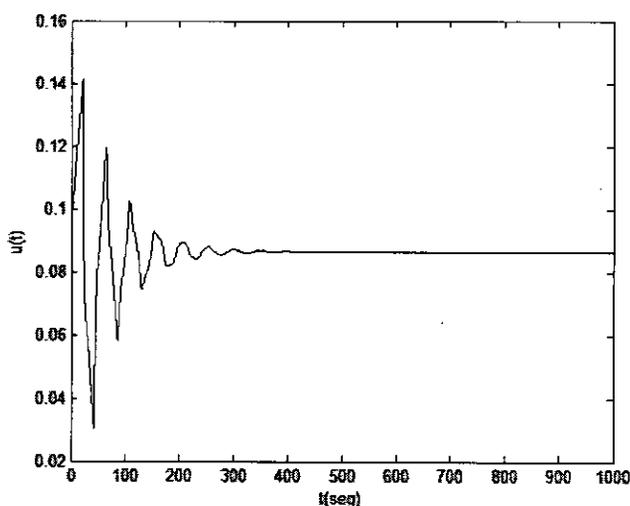
Fuente: Propia

FIGURA N° 4.15
RESPUESTA A UNA ENTRADA ESCALÓN UNITARIO DEL SISTEMA CONTROL REALIMENTADO



Fuente: Propia

FIGURA N° 4.16
RESPUESTA DE LA SEÑAL DE CONTROL.



Fuente: Propia

Parámetros de Chien-Hrones-Rewick

Tal como se hizo para hallar los parámetros de Ziegler - Nichols, se procede para hallar los parámetros del controlador según el método de Chien-Hrones-Rewick. Calculamos los valores de los parámetros para un sobre impulso de 0%:

TABLA N° 4.8
AJUSTE DE PARAMETROS POR CHIEN-HRONES-REWICK

$M_p = 0\%$

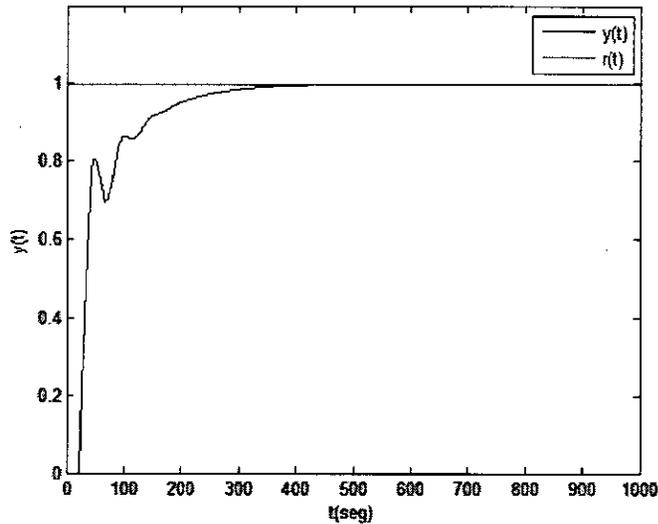
Tipo	K_p	T_i	T_d
PID	$\frac{0.95}{a} = 0.7551$	$2.4L = 52.2970$	$0.42L = 9.1520$

Fuente: Propia

Las respuestas del sistema de control ante una entrada escalón unitario en el instante inicial, el tiempo de simulación convenido es de 1000 segundos. Si comparamos con la respuesta del método de Ziegler Nichols, esta última es

mejor porque los sobre impulsos están siendo atenuados considerablemente, lo que resulta beneficioso para el control

FIGURA N° 4.17
RESPUESTA TEMPORAL DEL SISTEMA

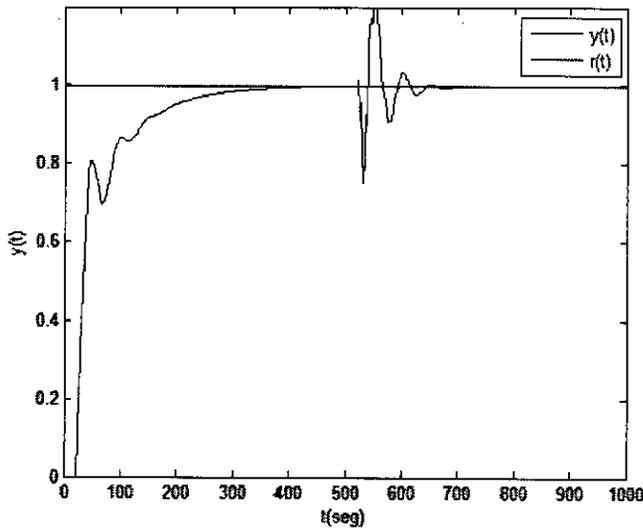


Fuente: Propia

Rechazo a la perturbación, considerando para la prueba el control PID para el método de Chien-Hrones-Rewick, en la cual se ha considerado una entrada de referencia escalón unitario en el instante inicial. Las condiciones son una entrada de perturbación, que se inicia en el tiempo de 500 segundos y dura hasta el tiempo 550 segundos. El sistema presenta una buena performance debido a que rechaza a las perturbaciones.

FIGURA N° 4.18

RESPUESTA TEMPORAL DEL SISTEMA RECHAZO A LAS PERTURBACIONES



Fuente: Propia

Diseño del Controlador en Cascada

Se consideró aplicar el control en cascada porque mejora significativamente, en algunas aplicaciones, el desempeño de un sistema de control por realimentación ya que estos pueden ser implementados en forma más simple, son más seguros y menos costosos ya que son implementados por computadoras y no usando instrumentación analógica.

El control en cascada surge como una alternativa para el control en avance ya que permite rechazar perturbaciones parcialmente medibles. Se basa en realimentar las variables intermedias entre el punto donde entra la perturbación y la salida.

Esta estructura tiene dos lazos:

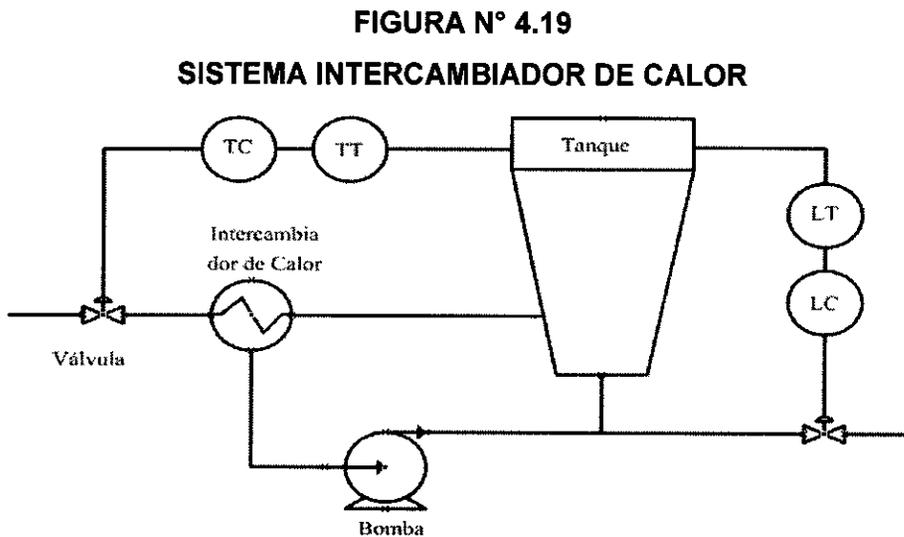
- Un lazo primario con un controlador primario $K_1(s)$.
- Un lazo secundario con un controlador secundario $K_2(s)$.

El control secundario está diseñado para disminuir el efecto de la perturbación antes de que alcance a afectar significativamente la salida $y(t)$. Por ejemplo tenemos el sistema intercambiador de calor donde se ubican los controladores

y transmisores que monitorean el sistema. El control en cascada se muestra aquí para cumplir los siguientes requerimientos:

- Eliminar el efecto de perturbaciones en la variable manipulada.
- Mejorar las características dinámicas de lazos de control en procesos que son secuenciados o compuestos por sub-procesos.

En ambos casos es necesario tener acceso a, por lo menos dos variables controladas, esto se muestra en el gráfico del sistema mostrado.

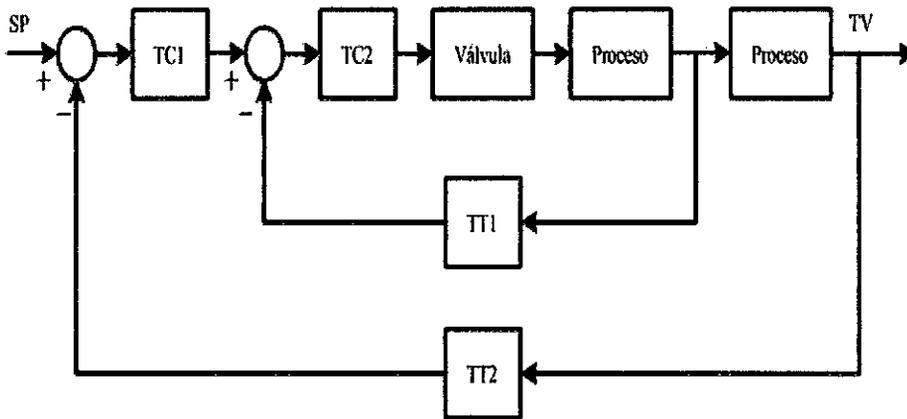


TT: Transmisor de temperatura; TC: Controlador de temperatura; LT: Transmisor de nivel de líquido; LC: Controlador de nivel de líquido

Fuente: Control Automático de Procesos

El diagrama esquemático que presenta el control en cascada tiene dos lazos de realimentación uno dentro del otro, donde el lazo interno debe ser más rápido que el externo para hacer al sistema lo más insensible posible a las perturbaciones.

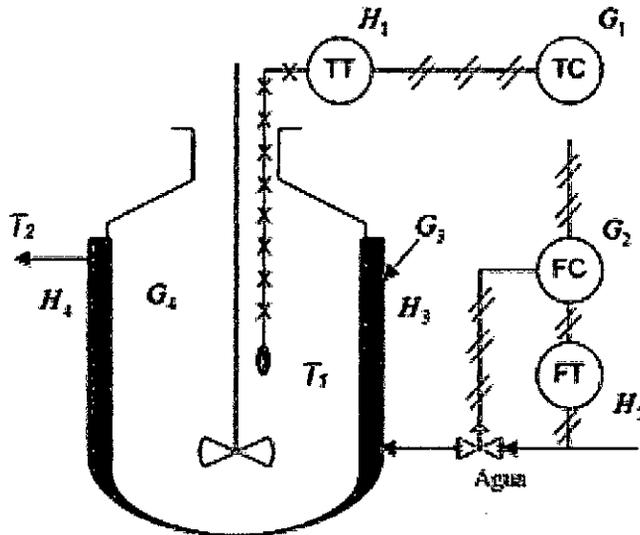
FIGURA N°4.20
SISTEMA DE CONTROL EN CASCADA REALIMENTADO



Fuente: Control Automático de Procesos

Como ejemplo de aplicación, vemos el sistema formado por un reactor y sus respectivos reguladores que permiten monitorear los procesos de funcionamiento del sistema.

FIGURA 4.21
PROCESO EN CASCADA REALIMENTADO

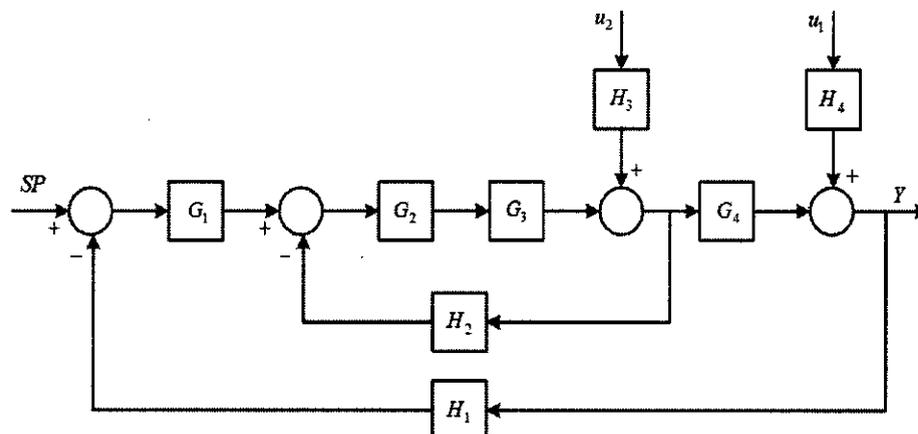


Fuente: Control Automático de Procesos

En el sistema hay dos lazos acoplados. El lazo secundario (variable esclava) que controla la temperatura de salida T_2 del agua de refrigeración. El controlador secundario G_2 es gobernado por el controlador primario G_1 (maestro). De este modo, si se produce alguna perturbación en la entrada, el controlador secundario la contrarresta de inmediato, sin necesidad de que ésta tenga que afectar G_4 que es el controlador principal. Consideremos que G_3 , que representa las características de la pared del recipiente, puede ser representado por un bloque de característica exponencial con una constante de tiempo T_3 , que se ubica en el lazo secundario. Como un principio general, los sistemas en cascada tienen un funcionamiento más rápido que los sistemas simples, por lo tanto las constantes de tiempo del lazo deben definirse para cumplir este principio.

Si consideramos las perturbaciones que entran en el lazo secundario, la sobre desviación es siempre mucho más pequeña en los sistemas de cascada que en los simples. G_2 es el controlador del caudal lo que permite que respuesta del lazo interior sea más rápida que el exterior, de modo que para nuestro ejemplo se deberá buscar otra variable distinta de la temperatura para el control secundario (G_2), preferiblemente caudal. Por lo tanto en el esquema de control se tendrá como variable secundaria el caudal de fluido calefactor.

FIGURA N° 4.22
DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA EN CASCADA



Fuente: Control Automático de Procesos

El diagrama de bloques de la representación del sistema definido en la configuración de sistema en cascada en lazo cerrado.

Las características para los sistemas de control en cascada pueden definirse:

- El modo de control para el lazo interior debe ser el más simple compatible con las necesidades del proceso (generalmente proporcional).
- El lazo de control interior (esclavo) se ajusta para lograr una respuesta rápida en la variable manipulada, por ejemplo para el control proporcional se deberá utilizar una elevada ganancia.
- Los retardos de medición del lazo interior producen una especie de acción derivativa para el lazo principal. Esto ocasiona que los retardos de medición mencionados, no siempre perjudican el funcionamiento del sistema, siempre que los mismos no adquieran valores muy grandes.

Diseño del control en cascada para el sistema horno

Las funciones de transferencias quedan descritas de la siguiente forma:

$$G_1(s) = TC$$

TC constante de control de temperatura
será reemplazado por un controlador PI

$$G_2(s) = FC$$

FC constante de control de flujo

$$G_3(s) = \frac{K_v}{T_v s + 1}$$

Función de transferencia válvula de flujo

$$G_4(s) = \frac{0.6124}{s^2 + 0.9402s + 0.053} e^{-21s}$$

Función de transferencia del proceso

$$H_1(s) = TT = 0.05$$

TT constante transmisor de temperatura

$$H_2(s) = FT = 0.2$$

FT constante de flujo de temperatura

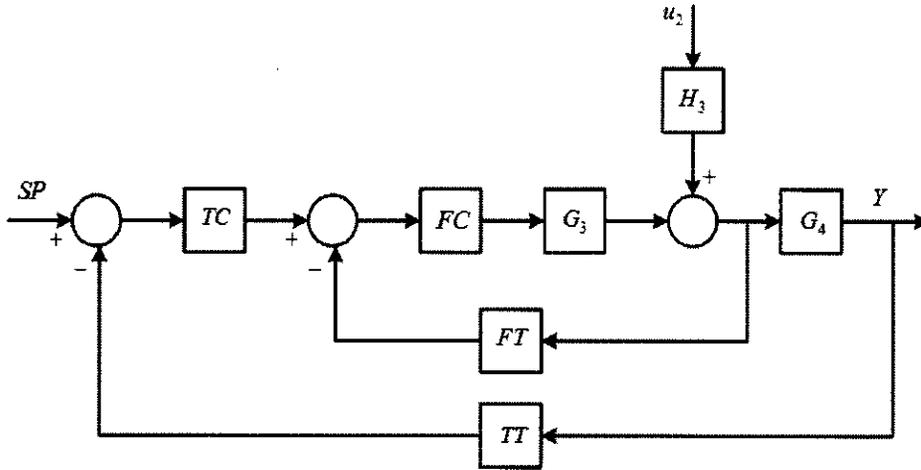
$$H_3(s) = \frac{K_d}{T_d s + 1}$$

Disturbio en el proceso interno

$$H_4(s) = 0$$

Se desprecia el disturbio de salida a la planta

FIGURA N° 4.23
DIAGRAMA DE BLOQUES EN CASCADA PARA EL CONTROL DE
TEMPERATURA



Fuente: Propia

Modelamiento de la válvula de control

La posición del vástago está determinada por el balance de todas las fuerzas que actúan sobre él:

- La fuerza ejercida por el aire comprimido sobre el diafragma: pA , donde p es la presión que proviene de la señal que abre o cierra la válvula y A que es el área del diafragma. Esta fuerza actúa hacia abajo.
- La fuerza ejercida por el resorte ensamblado al vástago y diafragma $Ky(t)$. Donde K es la constante de elasticidad de Hooke del resorte. Esta fuerza actúa hacia arriba.
- La fricción ejercida hacia arriba y que resulta del contacto entre el extremo del vástago y el empaque sobre el asiento de la válvula $C \frac{dy(t)}{dt}$ donde C el coeficiente de fricción entre el vástago y el empaque.

Aplicando la segunda ley de Newton, se tiene que:

$$\frac{m}{g_c} \frac{d^2y(t)}{dt^2} = -Ky(t) - C \frac{dy(t)}{dt} + Ap(t) \quad (4.15)$$

donde,

$$g_c = 32.2 \text{ (lbm - pie / lbf-s)}$$

$$M = \text{Masa del bloque, (lbm)}$$

$$C = \text{Coeficiente de amortiguamiento viscoso, (lbf/pie/s)}$$

$$K = \text{Constante de Hooke del resorte, (lbf / pie)}$$

$$A = \text{Área del diafragma, (pie}^2\text{)}$$

$$p(t) = \text{Presión ejercida sobre el diafragma, (lbf / pie}^2\text{)}$$

Si modificamos la ecuación anterior para expresarla de acuerdo a la ecuación general de un sistema de segundo orden.

$$\frac{M}{g_c K} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{C}{K} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{A}{K} p(t) \quad (4.16)$$

Definimos los parámetros relacionados con las constantes del sistema:

La constante del tiempo τ_v ,

$$\tau_v = \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{g_c K}} \quad (4.17)$$

Coeficiente de amortiguamiento:

$$\zeta_v = \frac{C \sqrt{g_c}}{2 \sqrt{MK}} \quad (4.18)$$

Ganancia en estado estacionaria

$$K_v = \frac{A}{K} \quad (4.19)$$

Reemplazando los parámetros definidos anteriormente y pasando la ecuación al dominio de Laplace se tiene la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = G(s) = \frac{K_v}{\tau_v^2 s^2 + 2\zeta_v \tau_v s + 1} \quad (4.20)$$

La ecuación anterior indica que cuando se produce un cambio en la presión sobre el diafragma de la válvula ocasionado por una acción del controlador, la válvula experimenta un deslizamiento en el vástago, que ocasiona un cambio en la abertura que permite el paso del flujo de fluido con el cual se controla la variable de proceso.

Simplificación en el funcionamiento de una Válvula de Control

El funcionamiento de una válvula neumática, puede aproximarse a un sistema de primer orden considerando con bastante aproximación que $M \ll K_{g_c}$ lo que ocasiona la anulación del coeficiente del primer término de la ecuación. Igualmente el coeficiente del segundo término se reduce a la expresión C/K , con unidades de tiempo (segundos), lo que significa un atraso dinámico τ_v para el sistema de primer orden.

Por lo tanto, la función de transferencia se reduce a:

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = G(s) = \frac{K_v}{\tau_v s + 1} \quad (4.21)$$

donde,

$Y(s)$ = variable de salida

$P(s)$ = señal proveniente del controlador (presión o mA) y actúa sobre la válvula

K_v = Constante de válvula (ganancia al estado estacionario)

τ_v = Constante de tiempo de la válvula

τ_v = Constante de tiempo tiene un valor del orden de milisegundos, ya que es pequeña comparada con otras constantes de tiempo, entonces podemos considerar: $\tau_v = 1 \text{ mseg}$.

Si las especificaciones de C y K son tales que su cociente es considerablemente pequeño, se puede despreciar el término correspondiente a la primera derivada y el funcionamiento de la válvula de control corresponde a un sistema con solo ganancia, aproximación que es algo frecuente. Por lo tanto la expresión se reduce a:

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = G(s) = K_v \quad (4.22)$$

Si consideramos también que la válvula de control seleccionada para el proceso puede simplificarse haciendo las siguientes consideraciones:

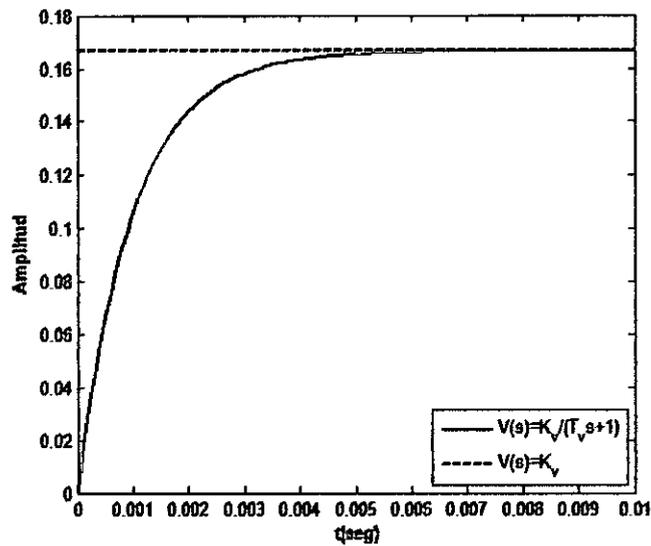
- El flujo de A a través de la válvula cambia linealmente desde cero a $2 \text{ ft}^3/\text{min}$ mientras la presión de la válvula cambia desde 3 a 15 psi.
- La constante de tiempo τ_v de la válvula es tan pequeña comparada con las otras constantes de tiempo en el sistema que su funcionamiento puede despreciarse.

La sensibilidad de la válvula se calcula como:

$$K_v = \frac{2 - 0}{15 - 3} = \frac{1 \text{ ft}^3/\text{min}}{6 \text{ psi}}$$

Para la consideración de diseño, podemos tomar como modelo de la válvula alguno cualquiera de los casos.

FIGURA N° 4.24
COMPARANDO MODELOS DE UNA VÁLVULA DE CONTROL



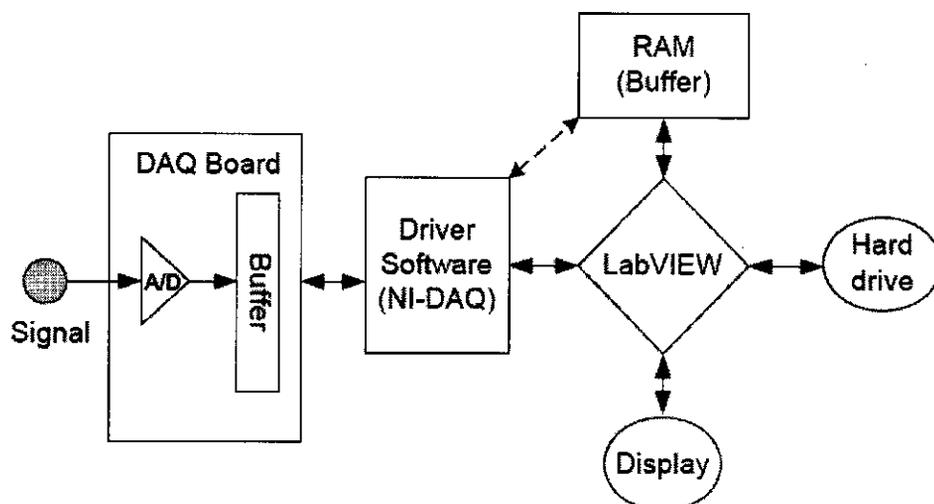
Fuente: Propia

4.3 Población y muestra

Una DATA es un archivo de datos que proviene de medidas experimentales, consiste en registrar los datos y almacenarlos en archivos en diferentes formatos. Los experimentos pueden ser llevados a cabo con objetos de desarrollo, entre ellos, DSP, PIC, NIDAQ o algún otro dispositivo que nos permita manejar el almacenamiento de los datos. Excepcionalmente una DATA puede ser manipulada desde modelos de sistemas físicos desde la simulación, toda vez que deben ser almacenados en un archivo de datos. Esto puede ser hecho por medio de algún software de simulación: Matlab, LabVIEW, etc.

En nuestro caso, tomamos toda la data ya que la forma de tratar la información fue dividir la información en dos partes: una de las cuales se usa para la aplicación de los algoritmos y la obtención de los resultados y la otra mitad para realizar las pruebas que nos permitieron probar los resultados obtenidos.

FIGURA N° 4.25
PRINCIPIO DE ADQUISICIÓN DE DATOS



Fuente: Propia

4.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

La metodología de la adquisición de datos nos conduce a plantear el objetivo que es obtener las medidas de una curva característica del sistema térmico. La adquisición de datos es en particular un procedimiento de recolección de datos que se hizo por medio de una tarjeta de adquisición de datos y usando programación gráfica del software LABVIEW de National Instruments que ofrece una amplia gama de tarjetas de adquisición de datos que pueden cumplir con esta función, como por ejemplo la NIDAQ NI PCI-6025E que es la que se usó para adquirir los datos del sistema térmico y posee las siguientes características:

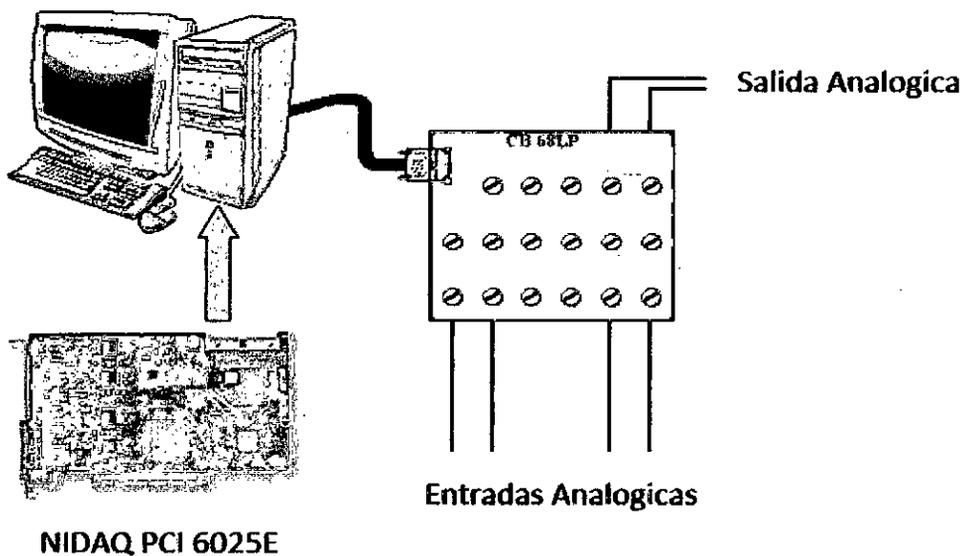
- * 200 kS/s, 12 Bit, 16 DAQ multifunción de entrada análoga.
- * Dos salidas análogas de 12 bits.
- * 32 líneas digitales I/O.
- * Dos contadores de 24 bits.
- * Drivers NI-DAQ para simplificar la configuración y las medidas.
- * Integración superior LabVIEW, CVI y Measurement Studio para Visual Basic y Visual Studio.NET

- * Servicio y apoyo global galardonado por ni.com/support.
- * Certificado de calibración identificable .NIST y más de 70 opciones de acondicionamiento de señal.

LabVIEW es un software desarrollado por National Instruments que trabaja en conjunto con esta tarjeta (o cualquier otra de N.I.) en la adquisición de datos. El fabricante afirma que con LabVIEW se pueden crear de forma rápida aplicaciones de prueba, medida, control y automatización usando desarrollos gráficos intuitivos. Se pueden crear rápidamente interfaces de usuario para controlar los sistemas activamente. También se puede especificar fácilmente la funcionalidad de un sistema mediante el ensamble de un diagrama de bloques. El uso de LabVIEW y la tarjeta de adquisición de datos National Instruments son ideales cuando se cuenta con el presupuesto y se quiere tener herramientas muy amigables para el diseñador y que le permitan gran agilidad en el trabajo. Para llevar a cabo la adquisición es necesario contar con instrumentos de medición tales como sensores de temperatura, medidores de flujo y medidores de presión.

FIGURA N° 4.26

DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS

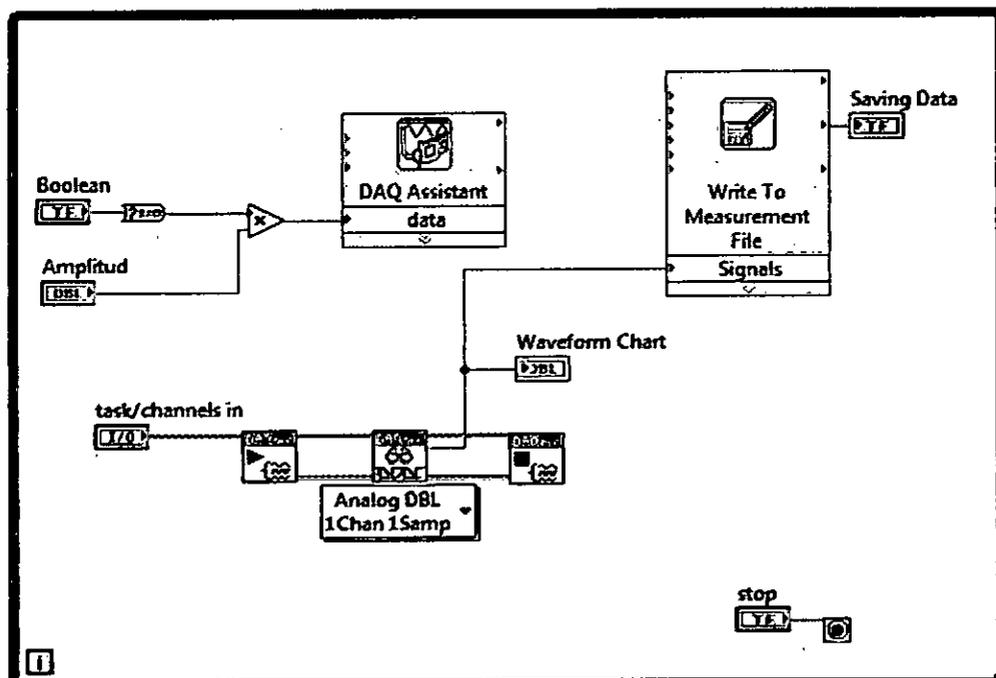


Fuente Propia

Como se mencionó anteriormente, la adquisición de datos tiene que ver con una medida de datos que incluye el hardware y el software. El software tiene un alcance relevante debido a que se debe realizar una correcta configuración del software para llevar a cabo la adquisición, de acuerdo a ello se tiene:

- Canales físicos de entrada y salida.
- Modo de adquisición de datos.
- Terminal de configuración.
- Rango de la señal de entrada y salida.

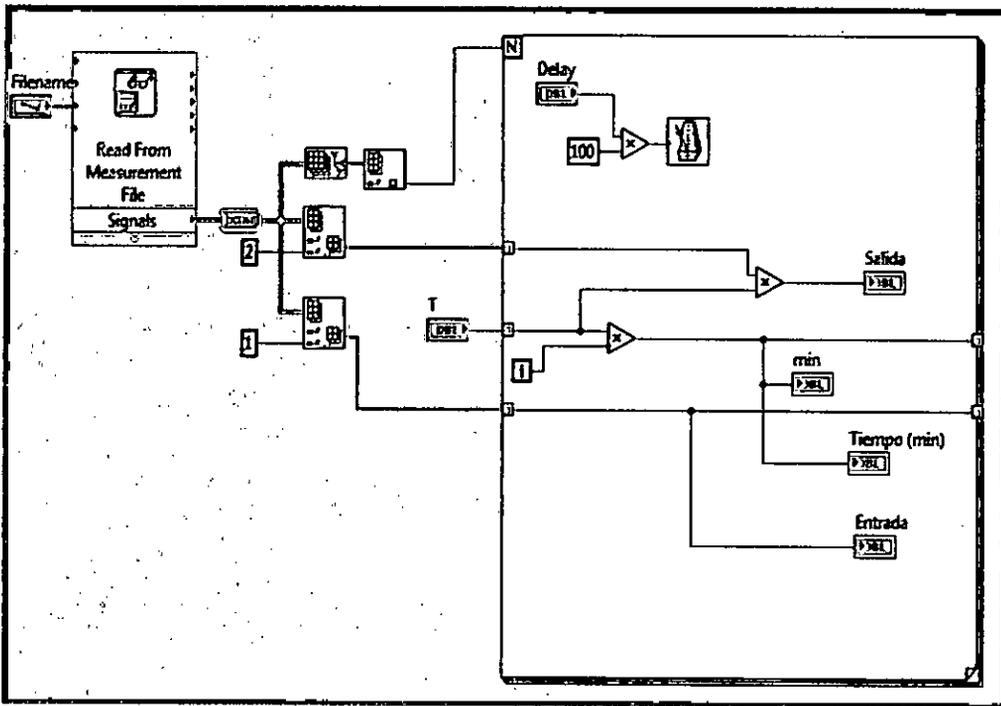
FIGURA N° 4.27
PROGRAMA GRÁFICO PARA ADQUISICIÓN DE DATOS



Fuente: Propia

El Write to Measurement se encarga de almacenar la DATA, que es un archivo de datos llamado data_rt.lvm. Una vez adquiridos los datos para 2585 muestras, se lee el dato real (Read From Measurement) desde un programa gráfico de LabVIEW.

FIGURA N° 4.28
 DIAGRAMA DE BLOQUES PARA LECTURA DE DATA



Fuente Propia

4.5 Procesamiento de recolección de datos

En este caso no aplica, pero en el acápite de diseño de la investigación se explica cómo se realizó la recolección de información y pruebas propias, para el caso de la presente tesis.

4.6 Plan estadístico y análisis de datos

Hay modelos en los que el comportamiento de una variable, Y , se puede explicar a través de una variable X , lo que se representa mediante:

$$Y = f(X) \quad (4.23)$$

Si consideramos que la relación f que liga a Y con X es lineal, entonces la ecuación anterior se puede escribir:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t \quad (4.24)$$

Las relaciones como las mostradas anteriormente en general no son exactas, sino que son aproximaciones en las cuales se han omitido muchas variables que, en general no tienen mucha importancia, se debe incluir un término de perturbación aleatoria, u_t , que refleja todos los factores, distintos de X , que influyen sobre la variable endógena, pero que ninguno de ellos es relevante individualmente. Adicionando estos términos la relación quedaría de la siguiente forma:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t \quad (4.25)$$

La respuesta anterior refleja una relación lineal y en ella solo figura una única variable explicativa la que se denomina regresión lineal simple.

Supongamos que disponemos de T observaciones de la variable Y (Y_1, Y_2, \dots, Y_T) y de las correspondientes observaciones de X (X_1, X_2, \dots, X_T).

Si introducimos las variables de las observaciones correspondientes en la Ec. 4.25 se obtienen un conjunto de T ecuaciones

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_1 + \beta_2 X_1 + u_1 \\ Y_2 &= \beta_1 + \beta_2 X_2 + u_2 \\ &\vdots \\ Y_T &= \beta_1 + \beta_2 X_T + u_T \end{aligned} \quad (4.26)$$

El sistema de ecuaciones 4.26 se puede escribir abreviadamente de la forma siguiente:

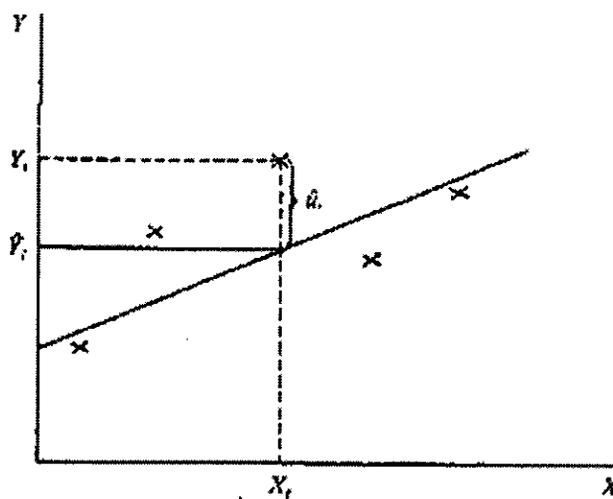
$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t \quad t=1, 2, \dots, T \quad (4.27)$$

El objetivo principal de la regresión es la determinación de β_1 y β_2 a partir de la información contenida en las observaciones de la que se dispone. Esta estimación se puede realizar a partir de diversos procedimientos, algunos de los cuales se describen a continuación:

Uno de los métodos es una aproximación intuitiva a diferentes criterios de ajuste. Para ello se utiliza la representación gráfica de las observaciones (X_t, Y_t) para $t = 1, 2, \dots, T$. Si la relación lineal de dependencia entre Y , X fuera exacta, las observaciones se ubicarían a lo largo de una recta. En este caso, las estimaciones más adecuadas de β_1 y β_2 (los verdaderos valores) serían respectivamente, la ordenada en el origen y la pendiente de dicha recta.

Si la dependencia entre Y , X es estocástica, las observaciones no se alinearán a lo largo de una recta sino que formarán una nube de puntos.

FIGURA N° 4.29
DISTRIBUCIÓN DE DATOS ESTOCÁSTICA



Fuente: Modelo de regresión lineal simple

En este caso podemos definir las estimaciones de β_1 y β_2 como la ordenada en el origen y la pendiente de una recta próxima a los puntos. Si designamos $\bar{\beta}_1$ y $\bar{\beta}_2$ las estimaciones de β_1 y β_2 respectivamente la ordenada de la recta para el valor de X_t será dada por:

$$\bar{Y}_t = \bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2 X_t$$

El problema es que se tiene es hallar unos estimadores $\bar{\beta}_1$ y $\bar{\beta}_2$ tales que la recta que pasa por los puntos (X_t, \bar{Y}_t) se ajusta lo mejor posible a los puntos (X_t, Y_t) . Se denomina error o residuo a la diferencia entre el valor observado de la variable endógena y el valor ajustado, o sea:

$$\bar{u} = Y_t - \bar{Y}_t = Y_t - \bar{\beta}_1 - \bar{\beta}_2 X_t$$

Considerando esta definición de residuo se analizarán algunos criterios de ajuste.

El primer criterio consistiría en tomar como estimadores $\bar{\beta}_1$ y $\bar{\beta}_2$ aquellos valores que hagan la suma de todos los residuos tan próximos a cero como sea posible. La expresión a minimizar sería la siguiente:

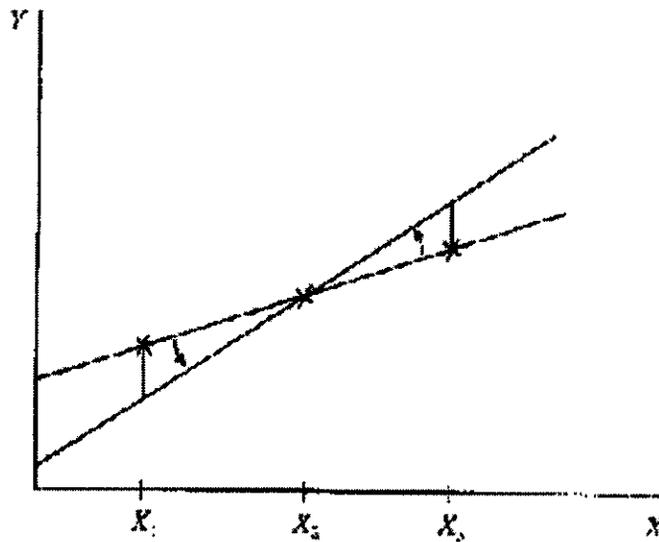
$$\left| \sum_{t=1}^T \hat{u}_t \right|$$

El problema fundamental de este método radica en que los residuos de distinto signo pueden compensarse. Esto puede observarse en la figura siguiente en la

que se grafican tres observaciones alineadas (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) , (X_3, Y_3) , tales que:

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y_3 - Y_1}{X_3 - X_1}$$

FIGURA N° 4.30
PRIMER CRITERIO DE AJUSTE



Fuente: Modelo de regresión lineal simple

Si se ajusta una recta que pase por los tres puntos, cada uno de los residuos tomará el valor cero, de forma que:

$$\left| \sum_{i=1}^3 \hat{u}_i = 0 \right|$$

Dicho ajuste se podrá considerar óptimo. Pero también es posible que:

$$\left| \sum_{t=1}^3 \hat{u}_t = 0 \right|$$

Haciendo girar en cualquier sentido la recta, si dejamos fijo (X_2, Y_2) como muestra la figura debido a que

$$\hat{u}_3 = -\hat{u}_1$$

Este ejemplo muestra que este criterio no es apropiado para la estimación de

$$\bar{\beta}_1 \text{ y } \bar{\beta}_2$$

Debido a que, para cualquier conjunto de observaciones existen infinitas rectas que lo satisfacen.

Otra forma de evitar la compensación de residuos positivos con negativos consiste en tomar los valores absolutos de los residuos.

En este caso se minimizará la siguiente expresión:

$$\sum_{t=1}^T |\hat{u}_t|$$

Pero los estimadores así obtenidos tienen algunas propiedades interesantes, su cálculo es complicado que se puede resolver por programación lineal o la aplicación de un procedimiento de cálculo iterativo.

Otro método consiste en minimizar la suma de los cuadrados de los residuos, es decir:

$$S = \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2$$

Los estimadores obtenidos con arreglo al criterio definido por la ecuación anterior se denominan *mínimos cuadrados* y tienen ciertas propiedades estadísticas deseables.

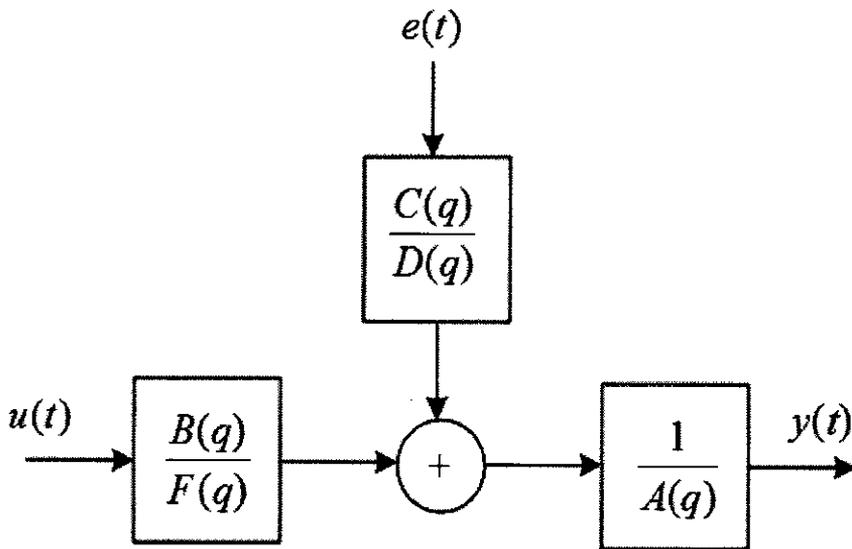
Frente al primero de los criterios examinados, al tomar los cuadrados de los residuos se evita la compensación de estos, mientras que a diferencia del segundo de los criterios, los estimadores mínimo-cuadrático son fáciles de obtener. Desde el momento en que tomamos los cuadrados de los residuos, estamos penalizando más que proporcionalmente a los residuos grandes frente a los pequeños (si un residuo es el doble del otro su cuadrado será cuatro veces mayor) lo que caracteriza también a la estimación mínimo cuadrático frente a otros posible métodos.

CAPITULO V

5.- RESULTADOS

El modelo general se presenta en la estructura siguiente:

FIGURA N° 5.1
ESTRUCTURA GENERAL DE MODELOS



Fuente: Modeling of Dynamics Systems

La expresión general será la siguiente:

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t - n_k) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t) \quad (5.1)$$

donde,

$u(t)$ = entrada, $y(t)$ = salida y $e(t)$ = ruido con valor medio cero respectivamente.

Los polinomios A, B, C, D y F, son definidos por el denominado operador Backward (q^{-1}).

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na}$$

$$B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb+1}$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc}$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd}$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf}$$

Cuando se escoge una estructura, se escogen los órdenes de todos los polinomios que intervienen. Generalmente esta elección permite realizar simplificaciones de la estructura general.

Descripción de estructuras de modelos paramétricos

Las diferentes estructuras de modelos paramétricos (cajas negras) se representan mediante una ecuación lineal en diferencias dado por:

$$\begin{aligned} & y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{na}y(t-n_a) \\ & = b_1u(t-1) + \dots + b_{nb}y(t-n_b) + e(t) \end{aligned} \quad (5.2)$$

El ruido blanco, $e(t)$ ingresa como un error directo en la ecuación en diferencias dada en (5.2), y también se llama *ecuación del modelo de error* (estructura) cuyos parámetros son:

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{na} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{nb}]^T \quad (5.3)$$

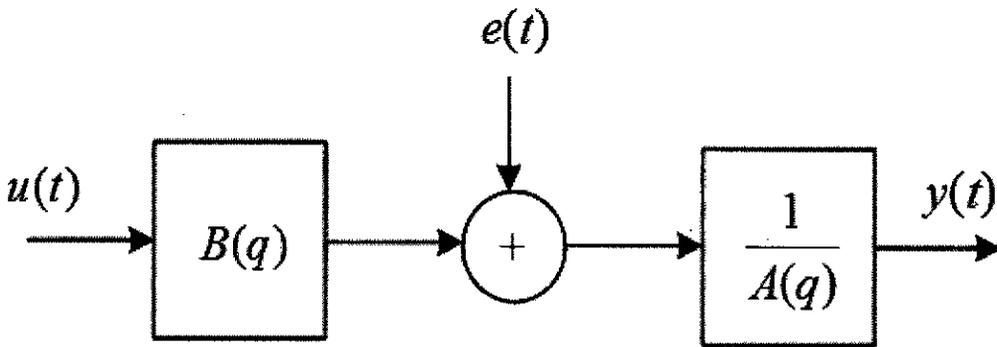
Se introduce

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B(q) &= b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \end{aligned}$$

En este caso q es un operador de argumento de $A(q)$, comenzando en un polinomio q^{-1} . La razón para esto, es que, será consistente con la notación convencional de la definición de la transformada z .

En estas estructuras hay una que representa un modelo llamado ARX (AutoRegressive model with eXternal input), donde AR refiere a la parte auto regresiva $A(q)y(t)$ y X a la entrada extra $B(q)u(t)$ (llamada variable exógena en econometría). Se presenta un caso especial cuando $n_a = 0$, el cual es modelado para una respuesta impulsiva (FIR). Este conjunto de modelos se aplica frecuentemente en procesamiento de señales.

FIGURA N° 5.2
ESTRUCTURA ARX
 $C(q) = D(q) = F(q) = 1$.



Fuente: Modeling of Dynamics Systems

La estructura anterior define a la ecuación paramétrica ARX

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + e(t) \tag{5.4}$$

Para un modelo ARX de primer orden puede presentar la siguiente ecuación en diferencias:

$$y(t) = a_1 y(t-1) + b_1 u(t-1) + e(t)$$

A esta ecuación se le conoce como modelo ARX de estructura (111), debido a que $n_a = n_b = n_k = 1$. Además, la función de transferencia (asumiendo $e(t) = 0$) de este sistema bien dado por:

$$(1 - a_1 z^{-1})Y(z) = b_1 z^{-1}U(z)$$

Obtenemos:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-1} \frac{b_1 z}{z - a_1} = z^{-n_k} \frac{b_1 z}{z - a_1}$$

Un modelo ARX para un sistema de segundo orden presenta la siguiente ecuación en diferencias

$$y(t) = a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + b_1 u(t-1) + e(t)$$

A esta ecuación se le conoce como modelo ARX de estructura (211), porque $n_a = 2, n_b = n_k = 1$. Además, la función de transferencia (asumiendo $e(t) = 0$) de este sistema bien dado por:

$$(1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2})Y(z) = b_1 z^{-1}U(z)$$

Por lo tanto,

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-1} \frac{b_1}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} = z^{-n_k} \frac{b_1 z^2}{z^2 - a_1 z - a_2}$$

El denominador de la función de transferencia anterior, es un polinomio cuyas raíces (polos) del sistema permiten determinar la estabilidad del sistema.

Tenemos como ejemplos los siguientes casos:

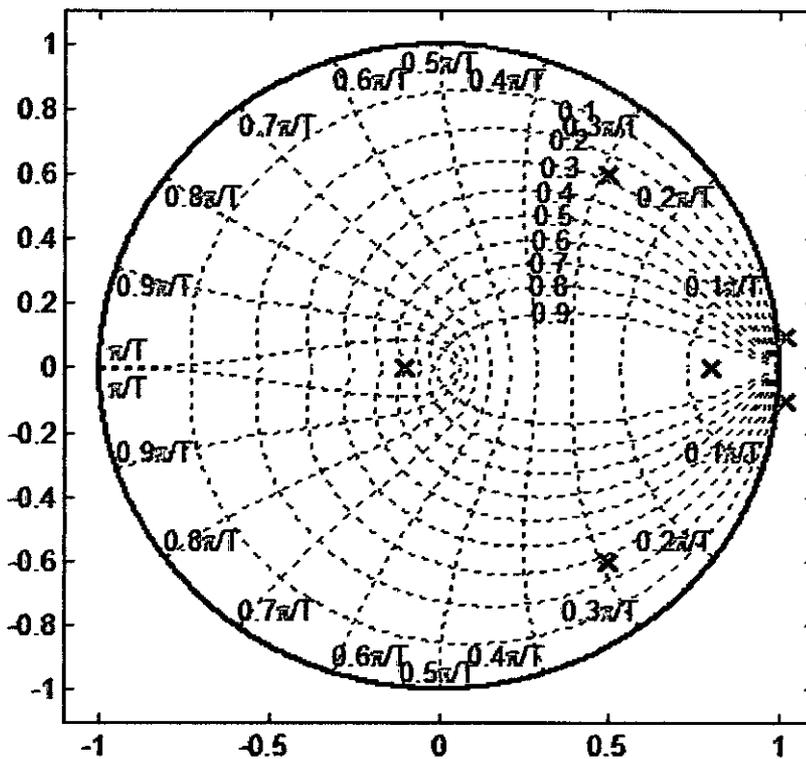
Caso 1 (x). Polos $z_1 = 0.5 \pm j0.6$ dentro del círculo unitario \rightarrow sistema estable.

Caso 2 (x). Polos $z_1 = -1$ y $z_2 = 0.8$, interiores al círculo unitario \rightarrow sistema estable.

Caso 3 (x). Polos $z_1 = 1.02 \pm j0.1$ externos al círculo unitario \rightarrow sistema inestable.

Los polos fuera del círculo unitario dan lugar a comportamientos inestables.

FIGURA N° 5.3
POLOS EN EL CÍRCULO UNITARIO



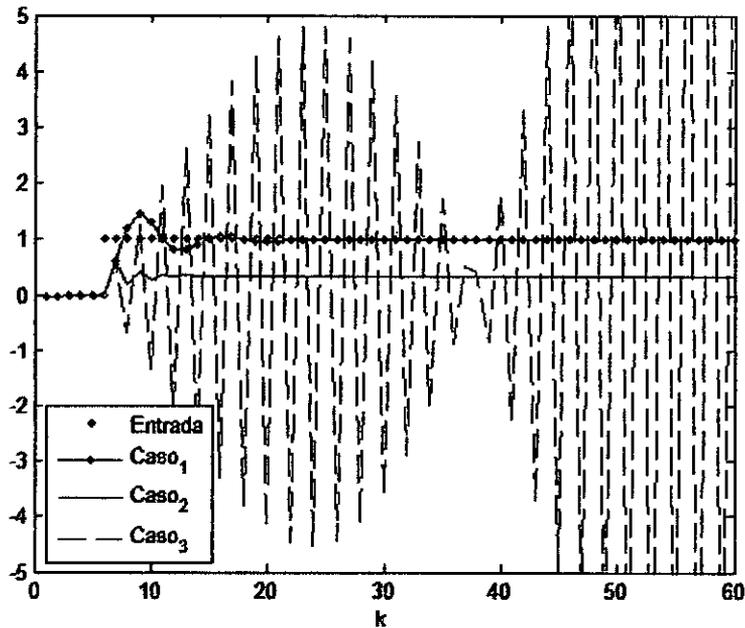
Fuente: Ingeniería de Control Moderna

Consideremos que los valores de los parámetros se eligen de forma que las raíces del polinomio $A(q) = z^2 - a_1z - a_2$ se hallen en los lugares para los

cuales $b_1 = 0.61$ y un error aleatorio de amplitud $e = 0.005$. Estos lugares son:

```
b1=0.61;
y(1,1)=0; y(2,1)=0;
e=0.005*rand(size(u));
for i=3:length(u)
    y(i,1) = a1*y(i-1,1) + a2*y(i-2,1) + b1*u(i-1) + e(i,1);
end
```

FIGURA N° 5.4
RESPUESTAS DE LA SALIDA DEL MODELO ARX DEBIDO A UNA ENTRADA ESCALÓN



Fuente: Propia

Método de ajuste de parámetros

Para identificar un sistema en muchos casos se seleccionan los parámetros de un modelo de forma que las salidas generadas por el modelo se ajusten a las

observadas. El método de los mínimos cuadrados permite realizar esta tarea en modelos que son lineales en los parámetros y en tiempo real.

Una vez elegida la estructura del modelo (en este caso ARX), es necesario determinar el valor de los parámetros del mismo que ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada-salida experimentales. En este caso la identificación se ve facilitada por el uso del "Toolbox de Identificación" de Matlab.

Entre los métodos para realizar este ajuste de parámetros se tiene el "Método de los Mínimos Cuadrados"

Errores de predicción o residuos de un modelo

Los modelos matemáticos pueden predecir el valor de la salida del sistema en función de las entradas y salidas en instantes anteriores. A la diferencia entre la salida estimada por el modelo y la salida real del sistema en un determinado instante de tiempo se llama error de predicción $\varepsilon(t, \theta)$

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - y_e(t, \theta)$$

donde, $y_e(t, \theta)$ = salida estimada por el modelo en el instante t.

Regresión lineal

Una estructura posee regresión lineal cuando la salida estimada puede expresarse como:

$$y_e(t, \theta) = \varphi(t) \cdot \theta$$

donde,

$\varphi^T(t)$ es un vector columna formado por las salidas y entradas anteriores (conocido como *vector de regresión*), θ es el vector de parámetros del modelo.

El modelo ARX es un claro ejemplo de estructura con regresión lineal, definiendo:

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{na} \quad b_1 \ \dots \ b_{nb}]^T$$

$$\varphi^T(t) [-y(t-1) \ \dots \ -y(t-na) \quad u(t-nk) \ \dots \ u(t-nk-nb+1)]$$

Método de mínimos cuadrados (LSE)

Aplicando los criterios descritos en los dos apartados anteriores, la expresión del error de predicción es:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \varphi^T(t) \cdot \theta$$

Se define la siguiente función del error:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} \cdot [y(t) - \varphi^T(t) \cdot \theta]^2$$

conocida como criterio de mínimos cuadrados para una regresión lineal.

Existe un valor de θ que minimiza la función anterior y que constituye la estimación del modelo por mínimos cuadrados:

$$\theta_{LSE} = \text{sol} \left\{ \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N \varphi^T(t) \cdot [y(t) - \varphi^T(t) \cdot \theta] = 0 \right\}$$

Para este vector de parámetros, la función de error VN toma su valor mínimo, siendo éste la función de pérdidas del modelo estimado.

Se considerará el modelo paramétrico ARX (na,nb,nk), en el cual no se han tenido en cuenta el ruido y las perturbaciones. A esta situación ideal se le llama determinista.

Transformando la ecuación en:

$$y(t) = -a_1y(t-1) + \dots + a_ny(t-n) + b_1u(t-1) + \dots + b_nu(t-n) \quad (5.5)$$

Esta ecuación puede escribirse en forma vectorial como: $y(t) = m(t)\theta$ definiendo el vector de medidas como:

$$m(t) = [-y(t-1) \dots y(t-n) \quad u(t-1) \dots u(t-n)] \quad (5.6)$$

El vector de parámetros:

$$\theta = [a_1, a_2 \dots a_n, b_1, b_2 \dots b_n]^T \quad (5.7)$$

Con un valor del vector de parámetros $\hat{\theta} \neq \theta$ se puede construir el modelo ARX(n,n) que produce la predicción $\hat{y}(t) = m(t)\hat{\theta}$.

El error de predicción de salida viene dado por:

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - m(t)\hat{\theta} \quad (5.8)$$

Este error es resultado de que $\hat{\theta} \neq \theta$ pues no existe ruido en las medidas. Aplicando la ecuación (5.8) desde los instantes $t = n$ hasta $t = N$ y agrupando los valores en vectores se obtiene.

$$M(N)^T Y(N) \quad (5.9)$$

donde

$$E(N) = [e(n), \dots, e(N)]^T$$

$$Y(N) = [y(n), \dots, y(N)]^T$$

y

$$M(N) = \begin{bmatrix} m(n) \\ \vdots \\ m(N) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

El objetivo del método de los mínimos cuadrados es hallar el valor de $\hat{\theta}$ que minimiza el índice.

$$J(\hat{\theta}) = \|E(N)\|^2 = \sum_{t=n}^N e^2(t) = \sum_{t=n}^N (Y(N) - M(N)\hat{\theta})^2 \quad (5.11)$$

El valor que minimiza el índice es:

$$\theta^* = [M(N)^T M(N)]^{-1} M(N)^T Y(N) \quad (5.12)$$

Para solucionar el problema del ajuste por mínimos cuadrados se debe realizar la inversión de la matriz $M(N)^T M(N)$, de rango completo. Como esto no siempre es posible, es preciso indagar qué condiciones han de verificarse. Una condición es que la matriz $M(N)$ será invertible, lo cual implica que no pueden existir combinaciones lineales entre sus filas. Esta condición no se cumple, si la entrada al sistema es constante. En el caso planteado los elementos de la matriz son:

$$M(N) = \begin{bmatrix} -y(n-1) & \dots & -y(0) & u(n-1) & \dots & u(0) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y(N-1) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

La condición de excitación es que la entrada al sistema debiera ser muy oscilante para excitar todos los modos del mismo. También se debe considerar que la inversión de una matriz conlleva mucho tiempo de cálculo dificultando su aplicación en tiempo real para la identificación en línea. Se puede obtener la estimación que minimiza el error cuadrático θ^* de una forma recurrente por medio del algoritmo siguiente.

La identificación fuera de línea implica obtener los datos desde un archivo de datos para que este sea evaluado. Este último procedimiento es el que se usará lo cual nos permitirá detectar cambios en la dinámica del sistema y ajustar convenientemente el modelo. El algoritmo que se va a presentar obtiene el vector de parámetros en cada instante $\hat{\theta}$ como la suma del valor anterior más un término corrector que depende linealmente del error cometido en la predicción de la salida. La estimación de mínimos cuadrados para el instante t usando medidas desde el instante n hasta el t se puede escribir como:

$$\hat{\theta}(t) = [M(N)^T M(N)]^{-1} M(N)^T Y(N) = P(t) M(N)^T Y(N)$$

donde,

$$\hat{\theta}(t) = P(t) [M^T(t-1)Y(t-1) + m^T(t)y(t)] \quad (5.14)$$

Si definimos la matriz.

$$P(t) = [M^T(t)M(t)]^{-1} = \left[\sum_{i=n}^t m^T(i)m(i) \right]^{-1}$$

Luego se puede comprobar las dos siguientes igualdades.

$$P^{-1}(t-1) = P^{-1}(t) - m^T(t)m(t) \quad (5.15)$$

La condición de excitación es que la entrada al sistema debiera ser muy oscilante para excitar todos los modos del mismo. También se debe considerar que la inversión de una matriz conlleva mucho tiempo de cálculo dificultando su aplicación en tiempo real para la identificación en línea. Se puede obtener la estimación que minimiza el error cuadrático θ^* de una forma recurrente por medio del algoritmo siguiente.

La identificación fuera de línea implica obtener los datos desde un archivo de datos para que este sea evaluado. Este último procedimiento es el que se usará lo cual nos permitirá detectar cambios en la dinámica del sistema y ajustar convenientemente el modelo. El algoritmo que se va a presentar obtiene el vector de parámetros en cada instante $\hat{\theta}$ como la suma del valor anterior más un término corrector que depende linealmente del error cometido en la predicción de la salida. La estimación de mínimos cuadrados para el instante t usando medidas desde el instante n hasta el t se puede escribir como:

$$\hat{\theta}(t) = [M(N)^T M(N)]^{-1} M(N)^T Y(N) = P(t) M(N)^T Y(N)$$

donde,

$$\hat{\theta}(t) = P(t) [M^T(t-1)Y(t-1) + m^T(t)y(t)] \quad (5.14)$$

Si definimos la matriz.

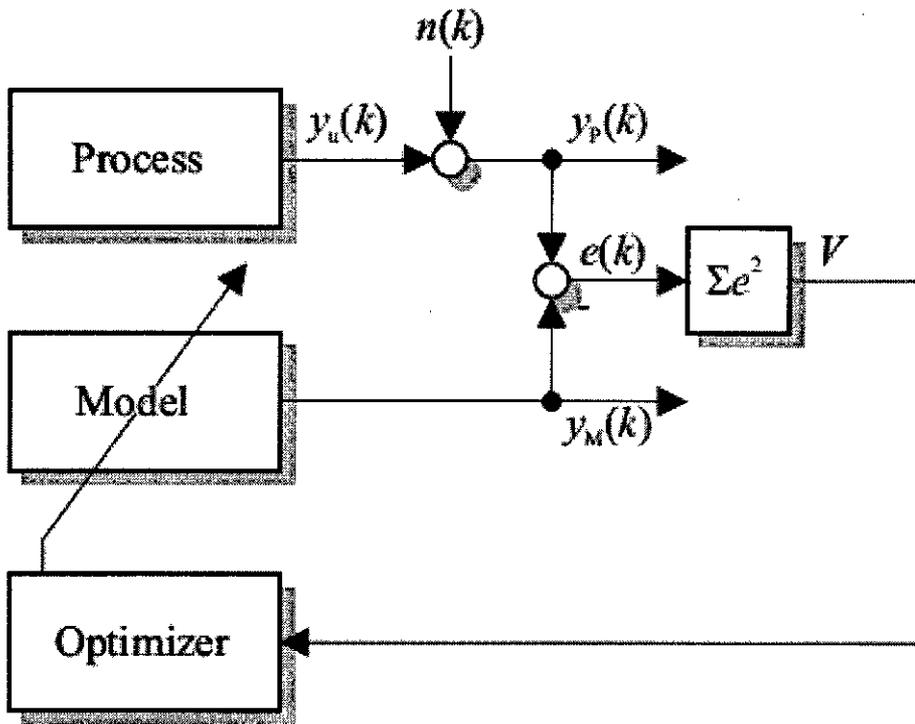
$$P(t) = [M^T(t)M(t)]^{-1} = \left[\sum_{i=n}^t m^T(i)m(i) \right]^{-1}$$

Luego se puede comprobar las dos siguientes igualdades.

$$P^{-1}(t-1) = P^{-1}(t) - m^T(t)m(t) \quad (5.15)$$

ahora la forma en que se usa el algoritmo de mínimos cuadrados recurrentes para la identificación.

FIGURA N° 5.5
IDENTIFICACIÓN RECURRENTE DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS



Fuente: System Identification Toolbox

A continuación se da el pseudocódigo correspondiente al método.

Considerar los valores iniciales de P y $\hat{\theta}$

Para cada periodo de muestreo

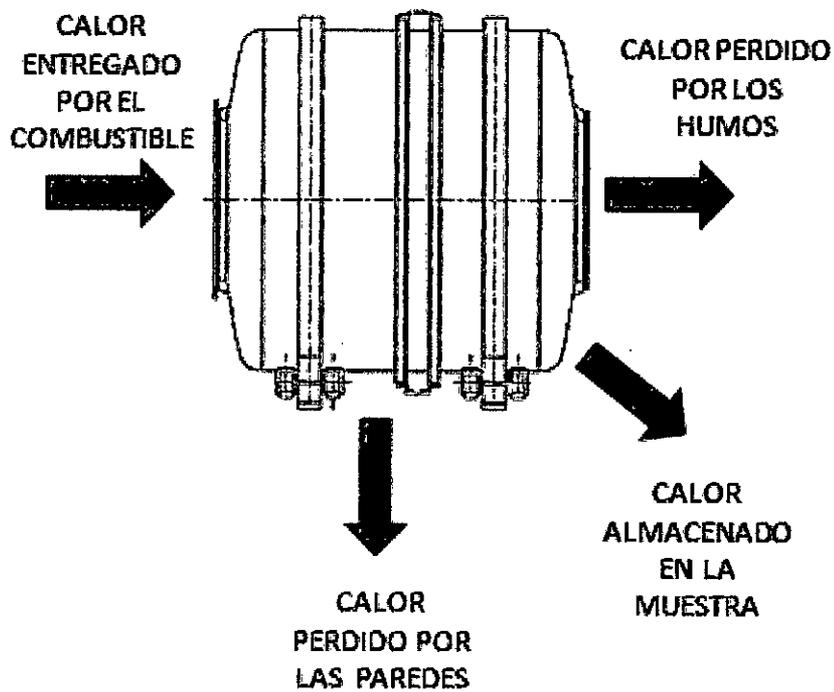
Leer los nuevos valores de $y(t)$ y $u(t)$

Formar el vector $m(t)$

Obtener los nuevos valores de $K(t-1)$, $\theta(t)$ y $P(t)$

Balance de energía del horno

FIGURA N° 5.6
BALANCE TÉRMICO DEL HORNO ROTATIVO



Fuente: Propia

Las condiciones del balance de energía ideal vienen expresadas por la ecuación siguiente:

$$q_{ci} = q_{oi} + q_{pppi} + q_{pphi} \quad (5.18)$$

Donde:

q_{ci} = Calor entregado por el combustible (kJ)

q_{oi} = Calor almacenado en la muestra (kJ)

q_{pppi} = Calor perdido por las paredes (kJ)

q_{pphi} = Calor perdido por los humos (kJ)

Se deriva la expresión con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial q_{ci}}{\partial \tau} = \frac{\partial q_{oi}}{\partial \tau} + \frac{\partial q_{pppi}}{\partial \tau} + \frac{\partial q_{pphi}}{\partial \tau} \quad (5.19)$$

Entonces:

El calor del combustible q_{ci} :

$$q_{ci} = m_c \cdot P_c \quad (5.20)$$

donde,

m_c = masa de combustible (Kg)

P_c = Poder calorífico (KJ/Kg)

El calor almacenado por la muestra:

$$q_{oi} = m_m \cdot cp_m \cdot (T_m - T_0) \quad (5.21)$$

donde,

m_m = masa de la muestra (Kg)

cp_m = calor específico de la muestra (KJ/Kg · K)

T_m = Temperatura de la muestra (°C)

T_0 = Temperatura ambiente (°C)

Calor perdido por las paredes considerando un recipiente cilíndrico:

$$q_{pppi} = \frac{(T_i - T_0)}{\frac{1}{h_g \cdot A_i} + \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot L}{\ln r_2/r_1} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}} \quad (5.22)$$

donde,

T_i = Temperatura del interior del horno en (°C)

T_0 = Temperatura del ambiente exterior en (°C)

h_g = coeficiente convectivo radiante interior del horno en (w/m²K)

A_i = Area interior del horno en (m^2)

k = Conductividad termica de la pared (w/mK)

L = Longitud de la parte cilindrica del horno en (m)

r_1, r_2 = radios interior y exterior del horno en (m)

h_e = coeficiente convectivo radiante exterior del horno en (w/m^2K)

A_e = Area exterior del horno en (m^2)

Calor perdido por los gases de escape:

$$q_{pphi} = m_g \cdot c_{pg} \cdot (T_{sg} - T_0) \quad (5.23)$$

donde,

m_g = masa de gases (Kg)

c_{pg} = calor especifico de los gases ($KJ/Kg \cdot K$)

T_{sg} = Temperatura desalida de los gases ($^{\circ}C$)

T_0 = Temperatura ambiente ($^{\circ}C$)

Derivando la ecuación de balance térmico con respecto al tiempo y sustituyendo las variables correspondientes se tiene:

$$\frac{\partial m_c \cdot P_c}{\partial \tau} = \frac{\partial m_m \cdot c_{pm} \cdot (T_m - T_0)}{\partial \tau} + \frac{\partial \left(\frac{(T_i - T_0)}{\frac{1}{h_g \cdot A_i} + \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot L}{\ln r_2 / r_1} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}} \right)}{\partial \tau} + \frac{\partial m_g \cdot c_{pg} \cdot (T_{sg} - T_0)}{\partial \tau} \quad (5.24)$$

Reemplazando con parámetros característicos y considerando la masa de gases en función de la masa de combustible:

$$m_g = 4.3 \cdot m_c \quad (5.25)$$

donde:

m_g = masa de gases (Kg)

4.3 = relación oxígeno combustible mas 1

m_c = masa de combustible (Kg)

Reemplazando y ejecutando la derivada del balance con respecto al tiempo se tiene:

$$K_1 \cdot \frac{\partial m_c}{\partial \tau} = K_2 \cdot \frac{\partial (T_{fm} - T_0)}{\partial \tau} + 0 + K_3 \cdot \frac{\partial m_c}{\partial \tau} \quad (5.26)$$

Agrupando convenientemente se reduce a:

$$\frac{\partial m_c}{\partial \tau} = K_4 \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (5.27)$$

Esta ecuación indica que conforme se aporta más calor de combustible al horno, habrá más calor almacenado por la muestra, lo que incrementa la temperatura de la muestra con el transcurso del tiempo.

También se debe considerar la relación matemática que expresa el calentamiento de la muestra.

Para un sólido, la transferencia de calor transitorio será definido de la siguiente manera:

Calor conductivo:

$$Q_c = K \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (5.28)$$

donde,

Q_c = Calor conducido en el sólido (watt)

K = Conductividad térmica del solido (w/mk)

∂T = Diferencia de temperatura ($^{\circ}C$)

$\partial \tau$ = Intervalo de tiempo (seg)

Calor acumulado:

$$q_a = C_p \cdot M \cdot \Delta T \quad (5.29)$$

donde,

q_a = Calor acumulado por la muestra sólida (KJ)

C_p = Calor específico de la muestra sólida (KJ/Kg. °K)

ΔT = Cambio de temperatura de la muestra sólida (°K)

Igualando ambos calores:

$$Q_a = \frac{q_a}{A \cdot t} = C_p \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \frac{dT}{dt} \quad (5.30)$$

Considerando el calor acumulado para un punto x y Δx en el sólido se tiene:

$$-K \cdot \frac{\partial T_x}{\partial x} = -k \frac{\partial T_{x+\Delta x}}{\partial x} + \rho \cdot C_p \cdot \Delta x \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.31)$$

Se ordena la ecuación y se divide por $C_p \cdot \rho \cdot \Delta x$, se obtiene:

$$\frac{k}{C_p \cdot \rho} \frac{\frac{\partial T_{x+\Delta x}}{\partial x} - \frac{\partial T_x}{\partial x}}{\Delta x} - K \cdot \frac{\partial T_x}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.32)$$

Tomando el límite $\Delta x \rightarrow 0$ se obtiene por definición la segunda derivada de la temperatura respecto a x :

$$\frac{k}{C_p \cdot \rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.33)$$

Considerando

$$\alpha = \frac{k}{C_p \cdot D} \quad (5.34)$$

donde,

α = Difusividad térmica (m^2/s)

k = Conductividad térmica de la muestra (w/mk)

C_p = Calor específico de la muestra sólida ($KJ/Kg.K$)

Entonces:

$$\alpha \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{dT}{dt} \quad (5.35)$$

Hallamos la relación entre las ecuaciones (5.33) y (5.35), que nos permite una similitud con nuestro sistema de fusión.

La solución de la ecuación diferencial para un sólido semi infinito, es la solución para nuestro sistema de fusión.

Considerando las Condiciones de frontera:

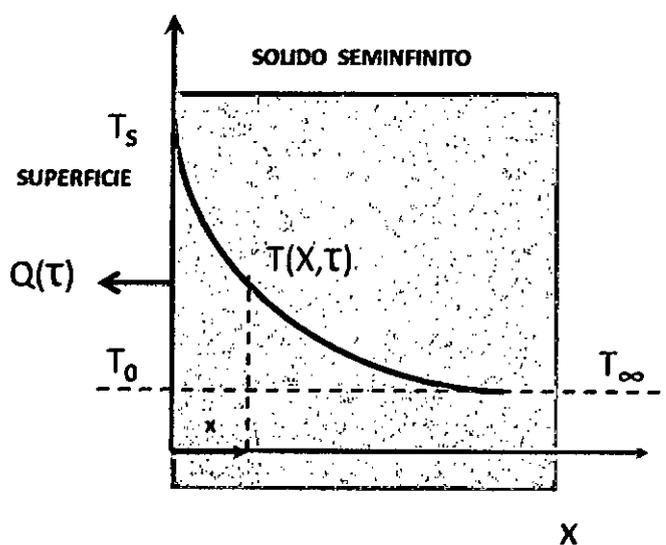
$$T(0,0) = T_f$$

$$T(x,0) = T_i$$

$$T(0,\tau) = T_f$$

$$T(\infty,\tau) = T_i$$

FIGURA N° 5.7
SÓLIDO SEMIINFINITO

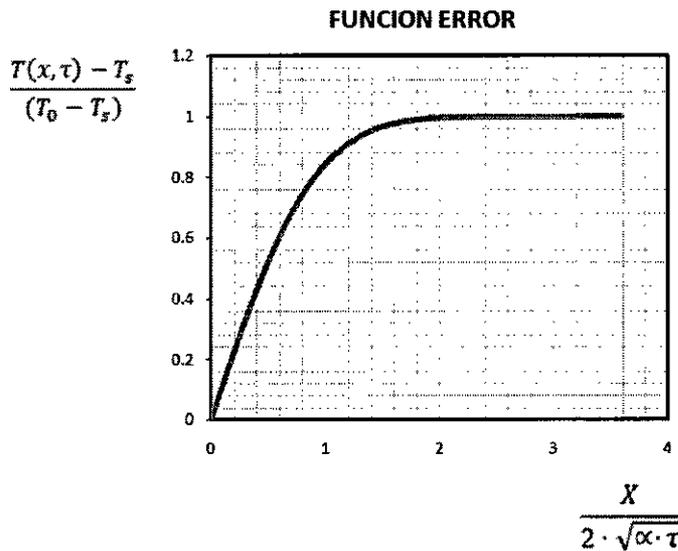


Fuente: Comportamientos térmicos de cerramientos soleados

La solución de la ecuación diferencial para la distribución de temperaturas será:

$$\frac{T(x, \tau) - T_s}{(T_0 - T_s)} = \text{erf} \left(\frac{X}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \tau}} \right) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{x/2\sqrt{\alpha \cdot \tau}} e^{-z^2} \cdot dz \quad (5.36)$$

FIGURA N° 5.8
FUNCIÓN DE ERROR



Fuente: Comportamiento térmicos de cerramientos soleados

También se evalúa la transmisión de calor

$$q(\tau) = \frac{K \cdot (T_s + T_0)}{\sqrt{\pi \cdot \alpha \cdot \tau}} \quad (5.37)$$

La cantidad de calor conducido en el interior del sólido durante el intervalo de tiempo $0 \rightarrow T_s$ desde el cambio brusco de las condiciones es:

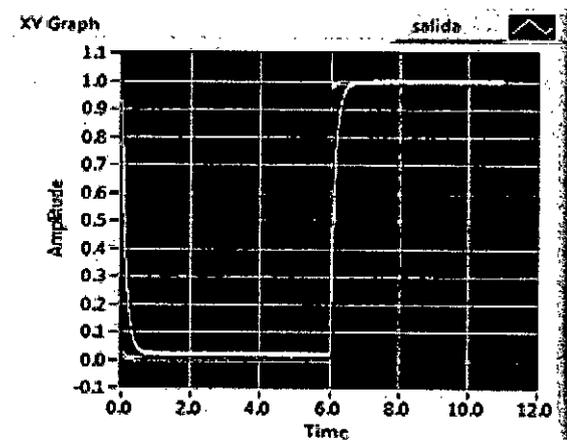
$$q(0 \rightarrow t) = 2 \cdot K \cdot (T_s - T_0) \sqrt{\frac{t}{\pi \cdot \alpha}} \quad (5.38)$$

Con estas fórmulas se puede calcular la fusión de los sólidos en el horno rotativo, y determinar las siguientes variables fundamentales:

- Temperatura en el fondo del baño líquido.
- Calor ganado por la carga
- Tiempo de fusión
- Consumo de combustible
- Parámetros secundarios
- Calor por las paredes
- Calor por los humos y
- Temperaturas del proceso.

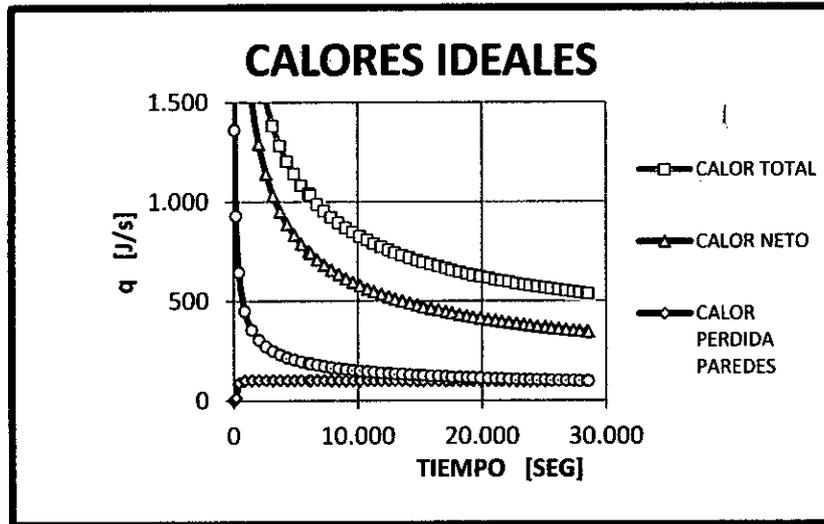
Las ecuaciones planteadas se resuelven utilizando el software. Una vez ingresadas las expresiones y el balance térmico al simulink-Matlab, y corrido el programa, se obtuvieron los siguientes resultados:

FIGURA N° 5.9
RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN



Fuente: Propia

FIGURA N° 5.10
CALORES IDEALES



Fuente: Propia

Definición del modelo térmico con los datos reales

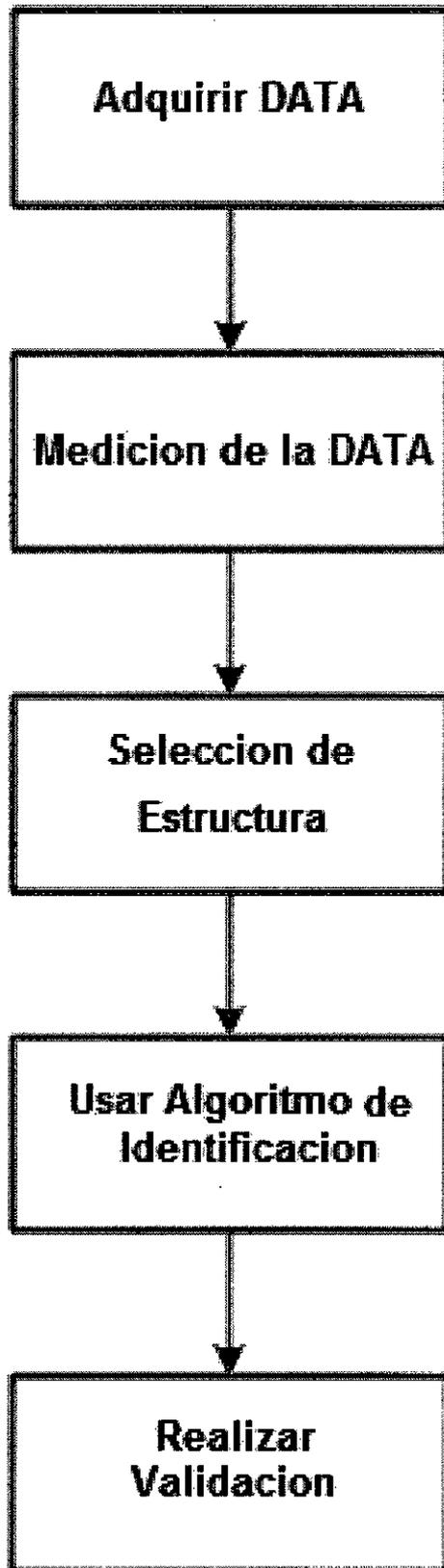
Modelo de Identificación con MATLAB

El sistema dinámico planteado es un sistema horno de temperatura, cuyo modelo matemático fue planteado por medio del modelamiento. Ahora se resolverá el problema de identificación del modelo considerando los experimentos de un caso real, es decir, usando los datos de entrada y salida del proceso.

Para ello usaremos el MATLAB+ que dispone de una amplia colección de funciones aplicables al campo de la identificación de sistemas, agrupadas en el *System Identification Toolbox*, ya que con ellas nos permite la identificación y modelado de sistemas dinámicos.

Todo proceso de identificación parte de un conjunto de datos de entrada/salida obtenidos de forma experimental a partir del sistema físico que se pretende modelar. Estos datos se dividen en dos partes, una de las cuales se usa para realizar la identificación del modelo, y la otra parte se usa para realizar la validación del mismo.

FIGURA N° 5.11
DIAGRAMA DEL ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN



Fuente: System Identification Toolbox

Los archivos se cargan en el Workspace de MATLAB mediante la función *load*. Los datos de entrada-salida serán presentados como una matriz para ser usados las funciones del Toolbox en dos columnas y N filas, siendo la primera columna las salidas en sucesivos periodos de muestreo y en la segunda columna las correspondientes entradas.

MATLAB presenta una amplia colección de funciones aplicables al campo de la identificación de sistemas, agrupadas en el System Identification Toolbox. Estas funciones incluyen diferentes algoritmos para el ajuste de parámetros en todo tipo de modelos lineales. Así mismo, permiten examinar las propiedades de los modelos obtenidos, y realizar un pre procesamiento de los datos.

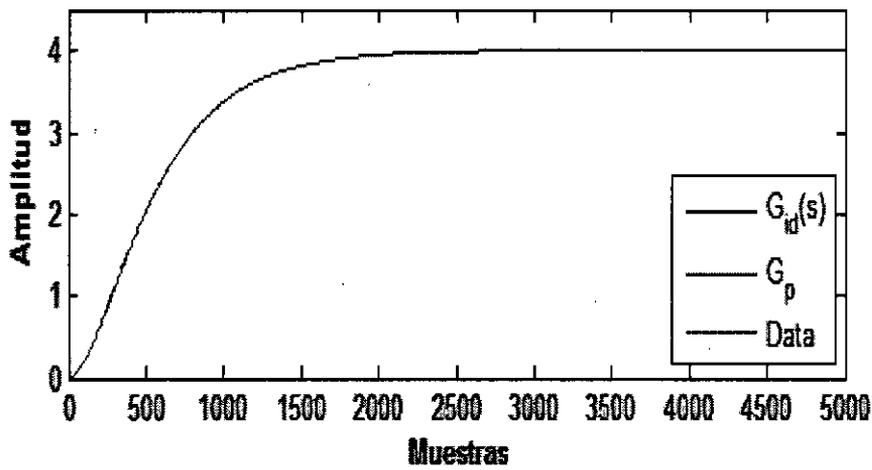
Por ejemplo, un modelo identificado resulta una función de transferencia del sistema lineal e invariante en el tiempo:

$$G_p(s) = \frac{4}{(200s+1)(400s+1)} \quad (5.39)$$

El código Matlab que se lista:

```
load data_p.txt
DATAX=[ data_p(:,1) data_p(:,2)];
muestra_data=dtrend(DATAX);
idplot(muestra_data);
th=arx(DATAX,[2 1 1]);
present(th);
thc=thd2thc(th);
[numc,denc]=th2tf(thc);
Gc=tf(numc,denc);
```

FIGURA N° 5.12
SISTEMA IDENTIFICADO VERSUS EL MODELO REAL

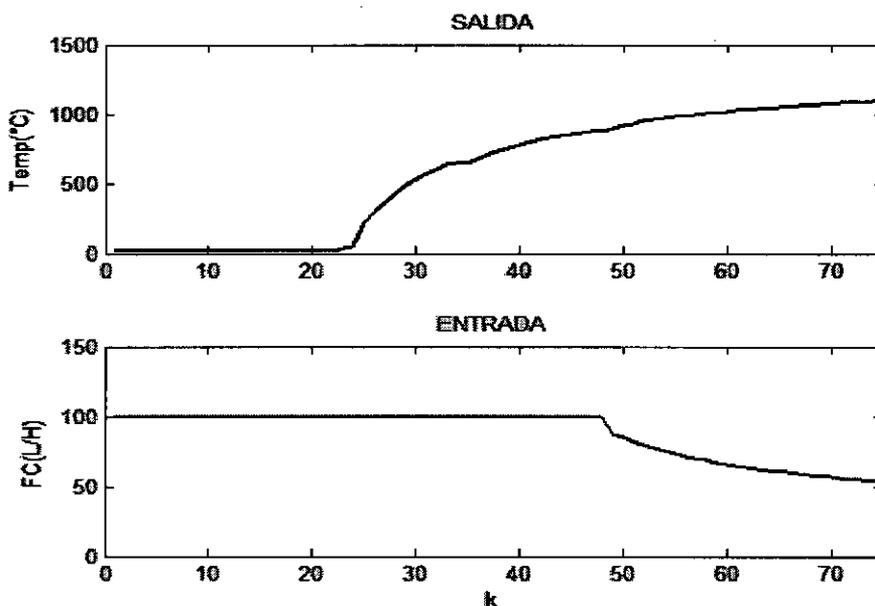


Fuente: Propia

Uso de los datos de entrada y salida

Los datos de entrada-salida son el flujo de control (FC) como entrada y la temperatura de salida (T_{out}) correspondientes a la data experimental del sistema de temperatura tomada al sistema horno de fusión.

FIGURA N° 5.13
DATOS DEL SISTEMA



Fuente: Propia

Proceso de tratamiento de los datos

El Toolbox de Identificación proporciona las funciones necesarias para permitir realizar diferentes tratamientos de los datos de entrada - salida, para hacerlos lo más adecuados lo que hará posible realizar el proceso de identificación.

TABLA N° 5.1
FUNCIONES PARA LA GENERACIÓN Y MANIPULACIÓN DE DATOS DE ENTRADA-SALIDA

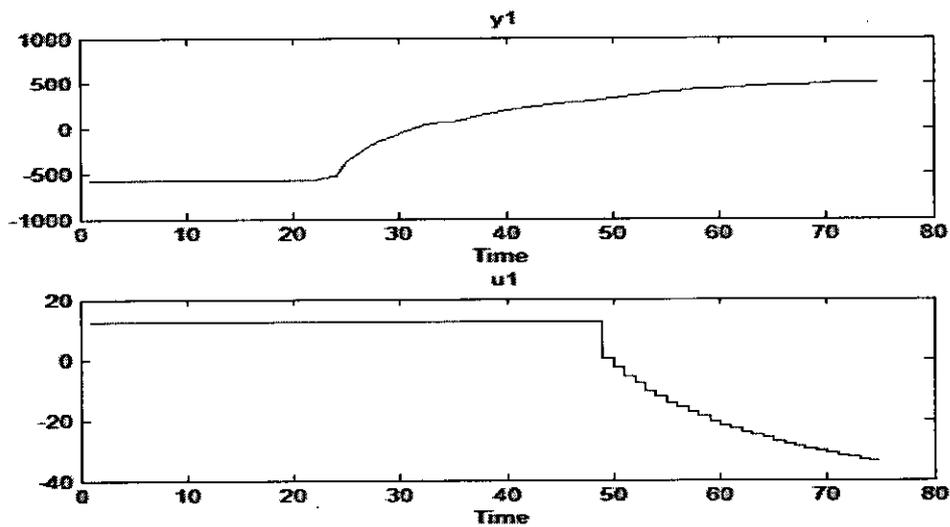
Función	Descripción
Dtrend	Eliminación de niveles de continua en un conjunto de datos.
Idplot	Realizar una representación de los datos de E/S, muy útil para observar posibles deficiencias en los datos que pueden dificultar el proceso de identificación.

Fuente: MathLab

El código MATLAB para tratamiento de los datos

```
DATAX=[yp up];  
figure  
muestra_data=dtrend(DATAX);  
idplot(muestra_data);
```

FIGURA N° 5.14
TRATAMIENTO DE LOS DATOS CON DTREND



Fuente: Propia

Proceso de Identificación paramétrica

Matlab incluye funciones relacionadas con la identificación paramétrica proporcionadas por el Toolbox de Identificación que usa una gran variedad de modelos paramétricos para sistemas lineales. Todos ellos se ajustan a la estructura general dada en (1).

Todas las funciones del Toolbox para la identificación paramétrica responden al siguiente formato de llamada:

$$th=funcion([y u],ths)$$

Donde y e u son vectores columna que contienen las muestras de salida y entrada respectivamente, ths es un vector con información sobre la estructura escogida y th es el modelo estimado en formato codificado (theta). La función a utilizar depende del tipo de modelo escogido (ARX, ARMAX, OE, BJ) o del método de ajuste de los parámetros (mínimos cuadrados o variables instrumentales).

El formato del vector `ths` es el siguiente:

`ths=[na nb nc nd nf nk]`

Donde `na`, `nb`, `nc`, `nd` y `nf` son el número de coeficientes de los polinomios A, B, C, D y F de la estructura escogida respectivamente, y `nk` el número de retardos entre la entrada y la salida. En caso de que el modelo escogido no tenga alguno de los polinomios anteriores, se suprimen del vector anterior los componentes correspondientes a dicho polinomio.

Todas las funciones devuelven los parámetros del modelo en formato codificado. Para presentar dichos parámetros en pantalla puede utilizarse la función `(th)` que muestra por cada polinomio del modelo un vector que contiene los coeficientes del mismo comenzando por el término independiente a la izquierda, y continuando con las potencias crecientes del operador retardo q^{-1} .

TABLA N° 5.2
FUNCIONES PARA LA IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA

Función	Descripción
Ar	Estimación de un modelo AR usando mínimos cuadrados recursivos.
Armax	Estimación de un modelo ARMAX usando mínimos cuadrados recursivos.
Arx	Estimación de un modelo ARX usando mínimos cuadrados recursivos.
Bj	Estimación de un modelo Box-Jenkins usando mínimos cuadrados recursivos.
Oe	Estimación de un modelo Output Error usando mínimos cuadrados recursivos.

Fuente: MathLab

El código MATLAB para la identificación paramétrica previa selección de la estructura ARX(211).

```
L=21;  
th1=arx(DATAx,[2 1 L]);  
present(th1);
```

Este código devuelve los polinomios $A(q)$ y $B(q)$

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$$

Siendo:

$$A(q) = 1 - 1.356q^{-1} + 0.3906q^{-2}$$

$$B(q) = 0.3998q^{-21}$$

Resultando la ecuación en diferencias:

$$y(t) - 1.356y(t-1) + 0.3906y(t-2) = 0.3998u(t-21) + e(t)$$

Resolveremos la transformación de la estructura discreta a otra digital.

```
thc=thd2thc(th1);  
[numc,denc]=th2tf(thc);  
printsys(numc,denc,'s');  
Gid=tf(numc,denc,'InputDelay',L);
```

El resultado es la función de transferencia en el dominio s:

$$G_{id}(s) = \frac{0.263s + 0.6194}{s^2 + 0.9402s + 0.05365} e^{-21s}$$

En el resultado se presenta un retraso de 21 segundos, para un sistema prototipo de segundo orden, este debiera ser representado por dos ceros no finitos pero en este caso se tiene un cero finito como es el caso de $G(s)$, en este caso resolveremos el código MATLAB para que pueda retornar el prototipo de segundo orden que tiene la función de transferencia:

$$P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Resolviendo el prototipo con MATLAB.

```
[N,D]=tfdata(Gc,'v');
K=dcgain(Gc);
wn=D(3);
P=tf(K*wn,D,'InputDelay',L);
```

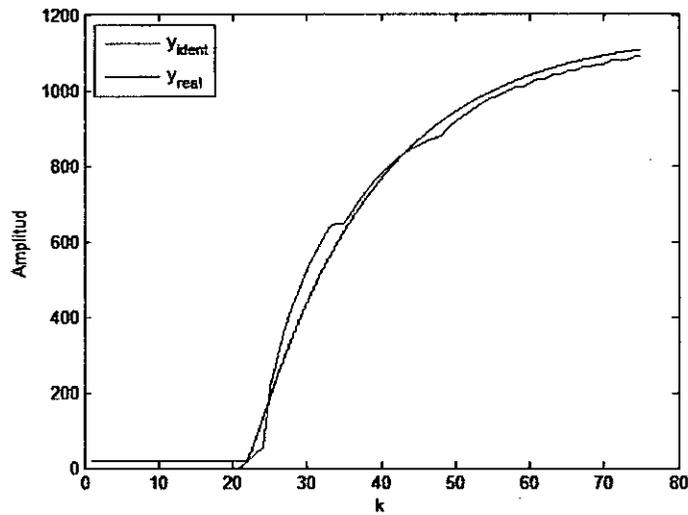
El modelo identificado dado por la siguiente función de transferencia en el dominio s será:

$$G_{id}(s) = \frac{0.6194}{s^2 + 0.9402s + 0.05365} e^{-21s} \quad (5.40)$$

Aplicamos a este resultado sometiendo al sistema en lazo abierto a una respuesta debido a una entrada escalón unitario.

FIGURA N° 5.15

MODELO IDENTIFICADO Y PROTOTIPO VERSUS DATA EXPERIMENTAL



Fuente: Propia

Elección de la Estructura Óptima

Elegir la estructura del modelo es el paso más importante. Para ayudarse se puede hacer uso de algunas de las funciones del Toolbox de Identificación que permiten calcular las funciones de pérdidas de muchas estructuras, y escoger de entre ellas aquella cuyo resultado sea óptimo.

TABLA N° 5.3

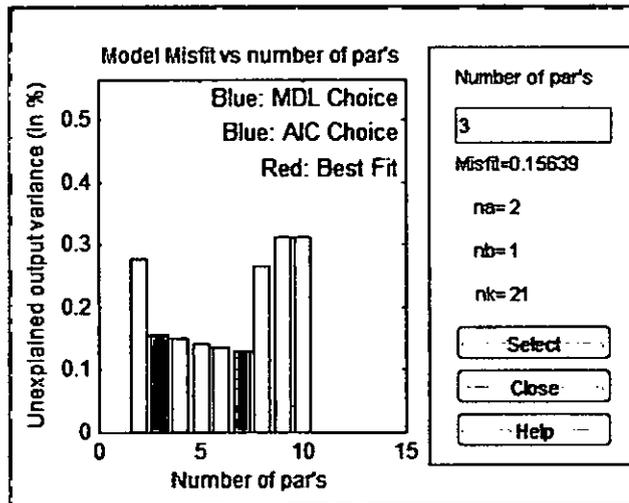
FUNCIONES PARA LA SELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA ÓPTIMA DE UN MODELO

Función	Descripción
Arxstruc	Cálculo de las funciones de pérdidas de un conjunto de estructuras ARX.
ivstruc	Cálculo de las funciones de pérdidas de un conjunto de estructuras OE.
Selstruc	Selección de la estructura con menor función de pérdidas.
Struc	Generación de un conjunto de estructuras.

Fuente: MathLab

La elección de la estructura óptima puede definir algunos otros modelos que pueden ser tomados en cuenta si el caso lo requiere.

FIGURA N°5.16
SELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA ÓPTIMA ARX



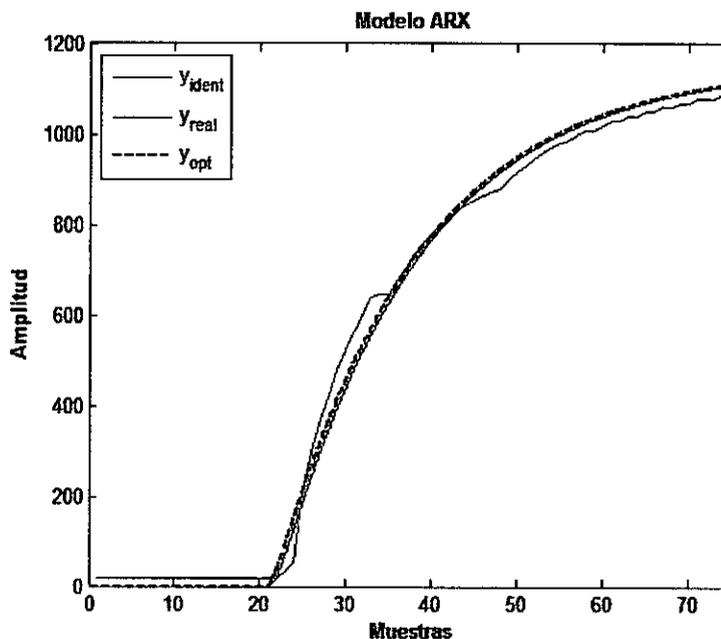
Fuente: Propia

Resolviendo el prototipo con MATLAB.

```
tam=length(up);
datos_ident=[yp(1:tam/2) up(1:tam/2)];
datos_valid=[yp(tam/2+1:tam)
up(tam/2+1:tam)];
nn=struc([1:5],[1:5],[1:20]);
v=arxstruc(datos_ident,datos_valid,nn);
th=selstruc(v);
th1=arx(DATAx,th);
present(th1)
thc=thd2thc(th1);
[numc,denc]=th2tf(thc);
prints(sys(numc,denc,'s'));
Pc=tf(numc,denc,'InputDelay',L)
```

Si se realiza la simulación de la respuesta a una entrada escalón del modelo identificado con estructura ampliada a $n_a = 5, n_b = 5, n_k = 21$ es el de mejor ajuste, ya que se muestra que el nuevo modelo elegido de estructura ARX (2,1,21) tiene una respuesta óptima que valida a ésta en vez de la selección original que se eligió previamente, también se observa que en el estado estacionario llega a un valor final igual que los casos de identificación anteriores.

FIGURA N° 5.17
NUEVO MODELO IDENTIFICADO



Fuente: Propia

Condiciones para la validación de los modelos

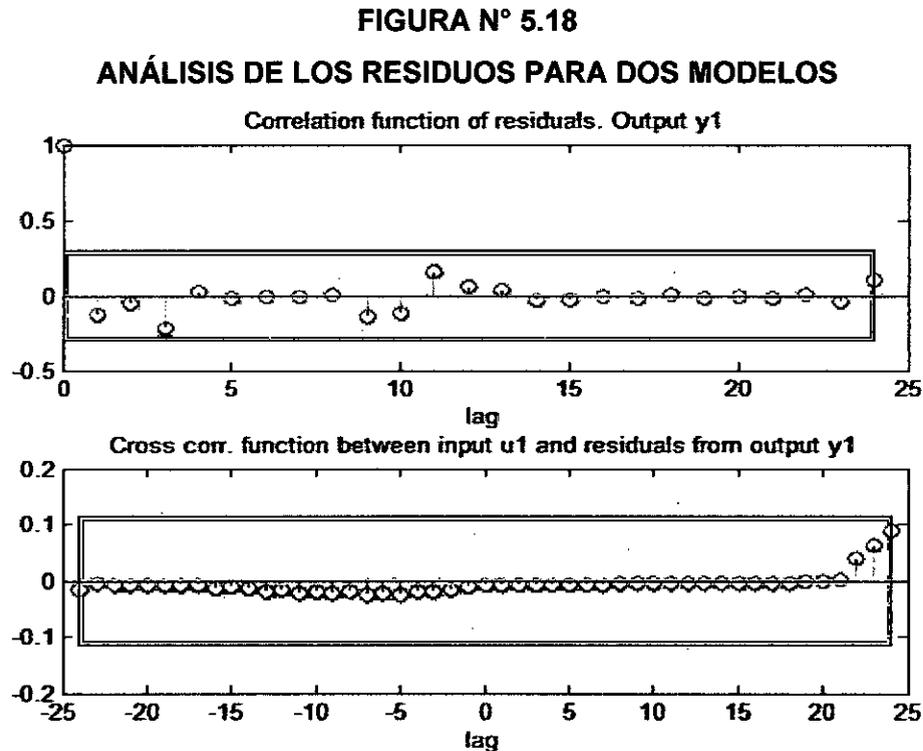
Con las condiciones de validación se trata de determinar:

- Que la respuesta del modelo es lo suficientemente exacta con relación a los datos de entrada-salida obtenidos mediante experimentación.
- Basado en algunos criterios típicos

Entre los criterios para validar un modelo, tenemos el análisis de los residuos que consiste en que si conocemos como residuos de un sistema a los errores de predicción:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t, \theta) = y(t) - y_e(t, \theta)$$

Considerando $y(t)$ la respuesta real del sistema y $y_e(t, \theta)$ la respuesta estimada para el modelo para la misma entrada. En forma ideal, los residuos deben ser independientes de la entrada, si esto no ocurre, significa que hay componentes en los residuos que proceden de la entrada $u(t)$, lo que significa que el modelo no es capaz de describir completamente la dinámica del sistema. Por ejemplo un modelo con orden adecuado vendría representado según la Figura 5.18.



Fuente: Propia

Si consideramos los métodos de validación proporcionados por el Toolbox de Identificación, estos se evalúan realizando la simulación del modelo obtenido, y comparando la respuesta entre su salida y la respuesta real del sistema.

TABLA N° 5.4
FUNCIONES PARA VALIDACIÓN DE MODELOS

Función	Descripción
Compare	Comparación de la salida simulada con la salida real del sistema.
idsim	Simulación de un modelo.
Pe	Cálculo de errores de predicción de un modelo.
Predict	Predicción de salidas futuras de un modelo.
Resid	Cálculo de los residuos de un modelo.

Fuente: MathLab

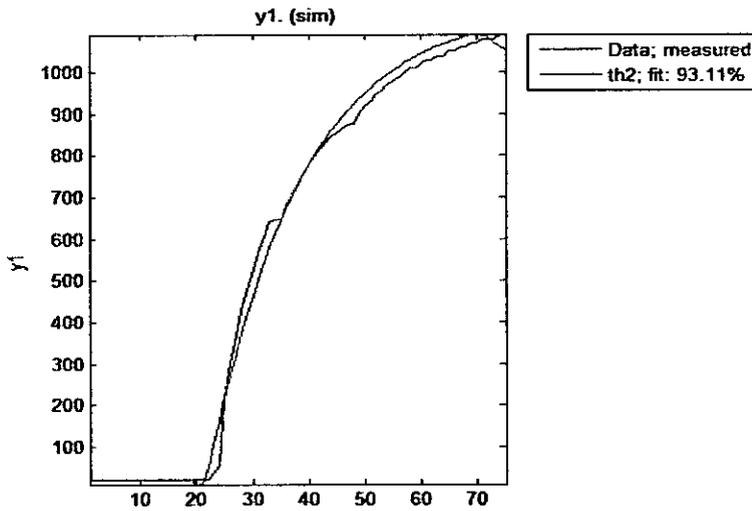
Resolviendo la validación usando MATLAB.

```
Data = iddata(yp,up,1);
compare(Data,th1);
```

El ajuste de la curva para el modelo de estructura $n_a = 2$, $n_b = 1$ y $n_k = 21$

FIGURA N° 5.19

COMPARACIÓN DE MODELO IDENTIFICADO CON AJUSTE DE LA CURVA DE
93%



Fuente: Propia

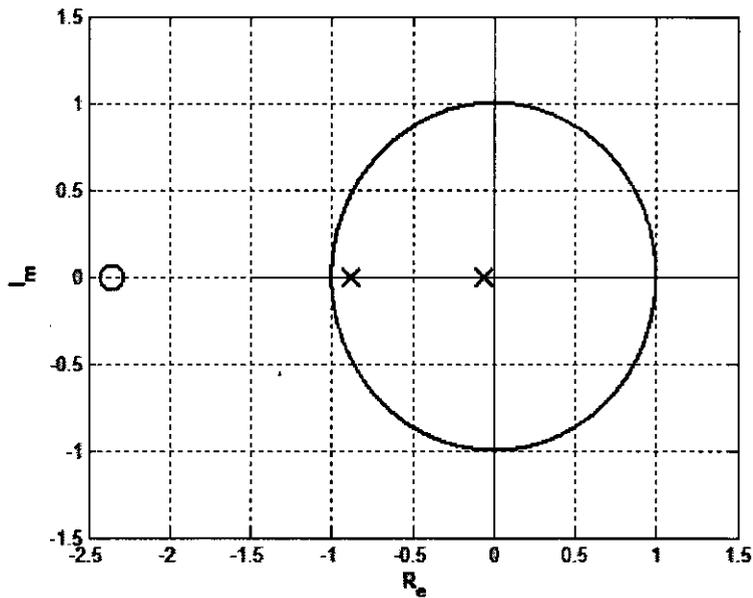
El ajuste mostrado corresponde a un modelo de orden dos, lo que corresponde a la selección de la estructura más óptima y será la que usaremos en el diseño de esta tesis.

Después de determinar los órdenes del modelo, se debe de verificar los resultados para asegurar que el modelo que describe al sistema con precisión.

Entre los métodos utilizados tenemos el ploteo del mapeo polo cero y realizar su exposición visual para determinar si hay redundancia en los datos. Si un polo y un cero se traslapan, el polo y cero se cancelan, esto indica que el orden óptimo estimado es demasiado alto.

El grafico del polo-cero del ploteo de la Figura 5.20 muestra que los polos están dentro de la región de interés del círculo unitario del plano z.

FIGURA N° 5.20
POLOS Y CEROS EN EL PLANO-Z



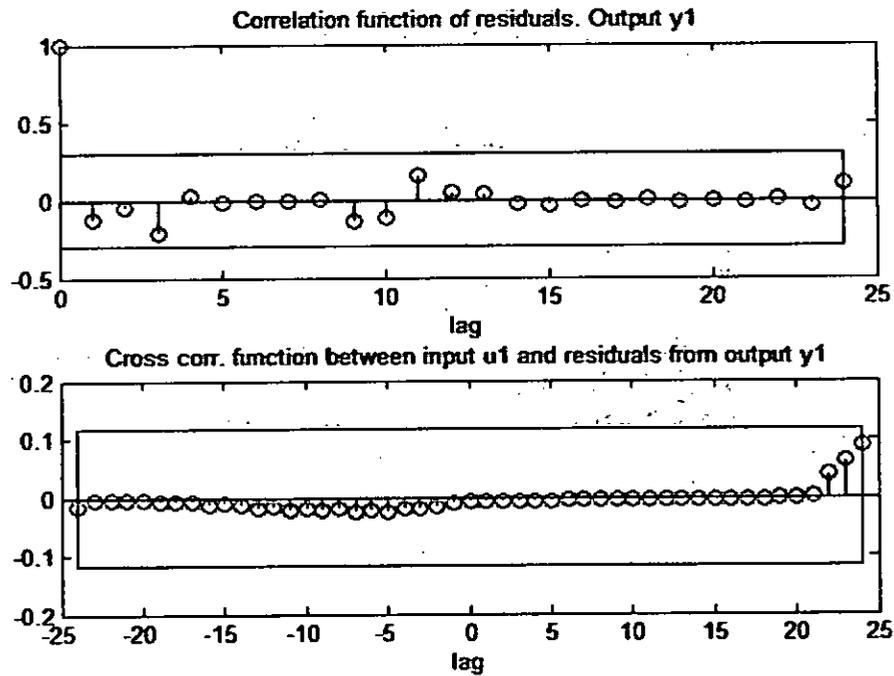
Fuente: Ingeniería de Control Moderna

El análisis de la correlación viene dado por las líneas de código MATLAB.

```
Data = iddata(yp,up,1);  
resid(Data,th1);
```

Los residuos que corresponden a la función de correlación que valida el buen desempeño de la identificación.

FIGURA N° 5.21
REPRESENTACIÓN DE LOS RESIDUOS DEL PRIMER MODELO

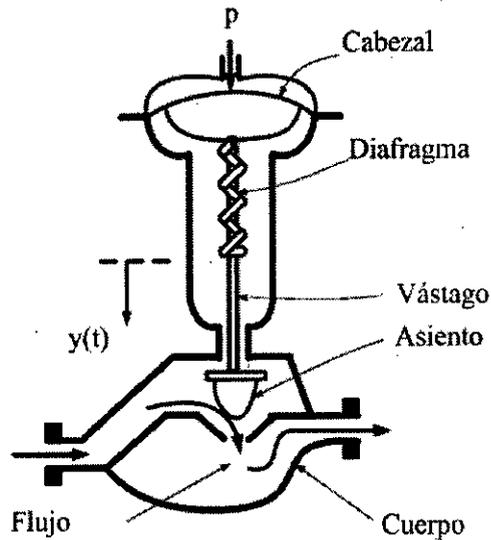


Fuente: Propia

Modelo de la Válvula de Control

La válvula de control es un bloque integrado por un conjunto de elementos conectados verticalmente (diafragma, vástago y plomada) que se mueve por la acción de una fuerza aplicada sobre el diafragma. Un resorte rodea al vástago, sostiene al diafragma y descansa sobre una base. El extremo inferior se desplaza, de acuerdo a la magnitud de la fuerza ejercida y provoca una variación de la abertura que se encuentra en la parte inferior del cuerpo de la válvula a través del cual se produce el paso de fluido. La dirección positiva para la fuerza y el desplazamiento del bloque.

FIGURA N° 5.22
VÁLVULA DE CONTROL NEUMÁTICA



Fuente: Control Automático de Procesos

Modelamiento de la válvula de control

La posición del vástago está determinada por el balance de todas las fuerzas que actúan sobre él:

- La fuerza ejercida por el aire comprimido sobre el diafragma: pA , donde p es la presión que proviene de la señal que abre o cierra la válvula y A que es el área del diafragma. Esta fuerza actúa hacia abajo.
- La fuerza ejercida por el resorte ensamblado al vástago y diafragma $Ky(t)$. Donde K es la constante de elasticidad de Hooke del resorte. Esta fuerza actúa hacia arriba.
- La fricción ejercida hacia arriba y que resulta del contacto entre el extremo del vástago y el empaque sobre el asiento de la válvula $C \frac{dy(t)}{dt}$. Donde C el coeficiente de fricción entre el vástago y el empaque.

Aplicando la segunda ley de Newton, se tiene que:

$$\frac{m}{g_c} \frac{d^2y(t)}{dt^2} = -Ky(t) - C \frac{dy(t)}{dt} + Ap(t) \quad (5.41)$$

Donde

$g_c = 32.2$ (lbm - pie / lbf-s)

$M =$ Masa del bloque, (lbm)

$C =$ Coeficiente de amortiguamiento viscoso, (lbf/pie/s)

$K =$ Constante de Hooke del resorte, (lbf/pie)

$A =$ Área del diafragma, (pie²)

$p(t) =$ Presión ejercida sobre el diafragma, (lbf/pie²)

Si modificamos la ecuación anterior para expresarla de acuerdo a la ecuación general de un sistema de segundo orden.

$$\frac{M}{g_c K} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{C}{K} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{A}{K} p(t) \quad (5.42)$$

Definimos los parámetros relacionados con las constantes del sistema:

La constante del tiempo τ_v

$$\tau_v = \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{g_c K}} \quad (5.43)$$

Coeficiente de amortiguamiento:

$$\zeta_v = \frac{C}{2} \frac{\sqrt{g_c}}{\sqrt{MK}} \quad (5.44)$$

Ganancia en estado estacionaria

$$K_v = \frac{A}{K} \quad (5.45)$$

Reemplazando los parámetros definidos anteriormente y pasando la ecuación al dominio de Laplace se tiene la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = G(s) = \frac{K_v}{\tau_v^2 s^2 + 2\zeta_v \tau_v s + 1} \quad (5.46)$$

La ecuación anterior indica que cuando se produce un cambio en la presión sobre el diafragma de la válvula ocasionado por una acción del controlador, la

válvula experimenta un deslizamiento en el vástago, que ocasiona un cambio en la abertura que permite el paso del flujo de fluido con el cual se controla la variable de proceso.

Simplificación en el funcionamiento de una Válvula de Control

El funcionamiento de una válvula neumática, puede aproximarse a un sistema de primer orden considerando con bastante aproximación que $M \ll Kg_c$ lo que ocasiona la anulación del coeficiente del primer término de la ecuación. Igualmente el coeficiente del segundo término se reduce a la expresión C/K , con unidades de tiempo (segundos), lo que significa un atraso dinámico τ_v para el sistema de primer orden.

Por lo tanto, la función de transferencia se reduce a:

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = G(s) = \frac{K_v}{\tau_v s + 1} \quad (5.47)$$

donde:

$Y(s)$ = variable de salida

$P(s)$ = señal proveniente del controlador (presión o mA) y actúa sobre la válvula

K_v = constante de válvula (ganancia al estado estacionario)

τ_v = Constante de tiempo de la válvula

τ_v , la constante de tiempo tiene un valor del orden de milisegundos, ya que es pequeña comparada con otras constantes de tiempo, entonces podemos considerar: $\tau_v = 1\text{mseg}$.

Si las especificaciones de C y K son tales que su cociente es considerablemente pequeño, se puede despreciar el término correspondiente a la primera derivada y el funcionamiento de la válvula de control corresponde a un sistema con solo ganancia, aproximación que es algo frecuente. Por lo tanto la expresión se reduce a:

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = G(s) = K_v \quad (5.48)$$

Si consideramos también que la válvula de control seleccionada para el proceso puede simplificarse haciendo las siguientes consideraciones:

- El flujo de A a través de la válvula cambia linealmente desde cero a $2 \text{ ft}^3/\text{min}$ mientras la presión de la válvula cambia desde 3 a 15 psi.
- La constante de tiempo τ_v de la válvula es tan pequeña comparada con las otras constantes de tiempo en el sistema que su funcionamiento puede despreciarse.

La sensibilidad de la válvula se calcula como:

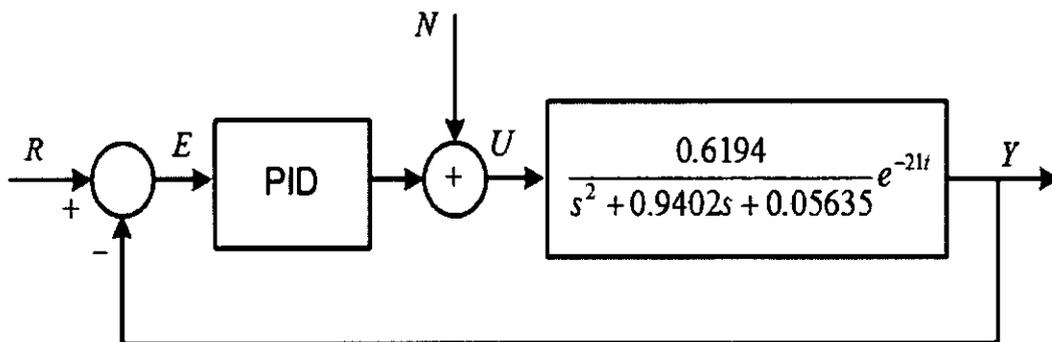
$$K_v = \frac{2 - 0}{15 - 3} = \frac{1 \text{ ft}^3/\text{min}}{6 \text{ psi}}$$

Diseño del Control PID para el Sistema Horno

Teniendo en consideración los métodos de ajuste anteriormente mencionados, podemos usarlos para escoger los parámetros del PID para el sistema y 20% de sobre impulso.

La planta para el sistema se ha identificado en el capítulo anterior.

FIGURA N° 5.23
SISTEMA DE CONTROL PID

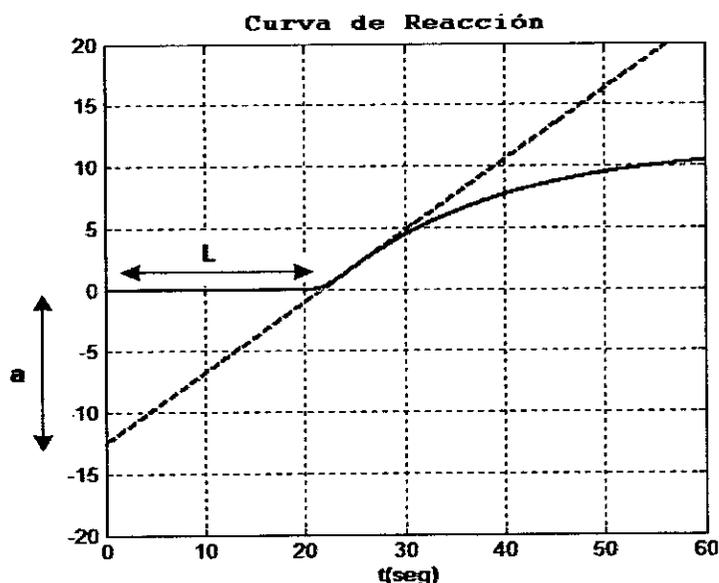


Fuente: Propia

Parámetros de Ziegler Nichols

La respuesta de la planta a una entrada escalón unidad donde se puede medir un tiempo muerto $L = 21.7904$ segundos, un coeficiente $a = 12.5819$ y la constante de tiempo $T = 19.8216$ segundos.

FIGURA N° 5.24
RESPUESTA TEMPORAL ANTE ENTRADA ESCALÓN UNIDAD



Fuente: Propia

Considerando L y a (véase la figura N° 5.24), resultan los parámetros del PID por Ziegler-Nichols, los que serán empleados para el diseño del controlador PID.

TABLA N° 5.5
PARAMETROS PID ZIEGLER-NICHOLS

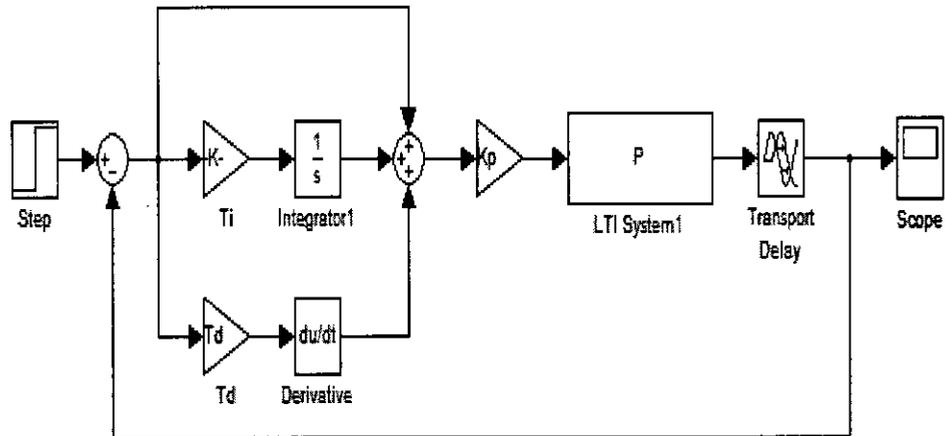
Tipo	K_p	T_i	T_d
PID	$\frac{1.2}{a} = 0.9538$	$2L = 43.4808$	$0.5L = 10.8952$

Fuente: Propia

El código Matlab del análisis de la curva de reacción, se adjunta en el Apéndice.

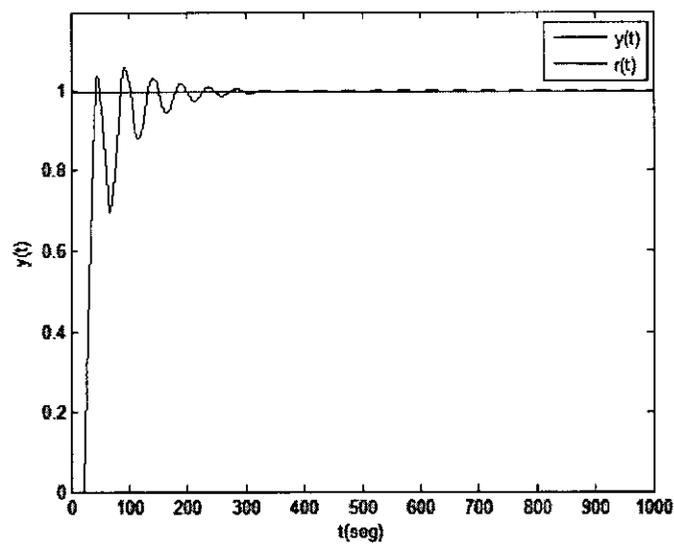
La simulación del sistema de control PID; se ha añadido el retardo de transporte.

FIGURA N° 5.25
SISTEMA DE CONTROL REALIMENTADO PID.



Fuente: Propia

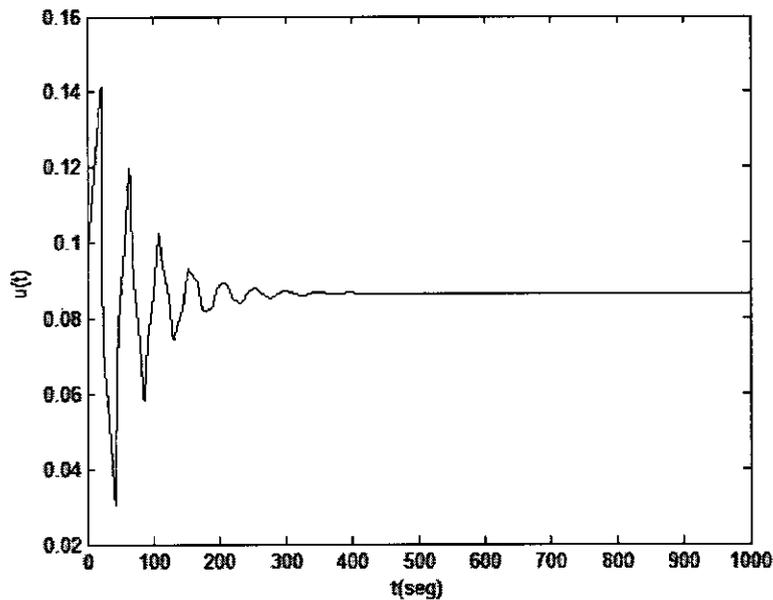
FIGURA N° 5.26
RESPUESTA DEL SISTEMA CONTROL REALIMENTADO



Fuente: Propia

Los niveles de voltaje pueden ser limitados siempre y cuando estén por encima de valores permisibles al considerar experiencias reales.

FIGURA N° 5.27
RESPUESTA DE LA SEÑAL DE CONTROL



Fuente: Propia

Parámetros de Chien-Hrones-Rewick

Tal como se hizo para hallar los parámetros de Ziegler - Nichols, se puede proceder para hallar los parámetros del controlador según el método de Chien-Hrones-Rewick. Vamos a calcular los valores de los parámetros para un sobre impulso de 0% según las relaciones de siguiente tabla:

TABLA N° 5.6
PARAMETROS DE CHIEN-HRONES-REWICK

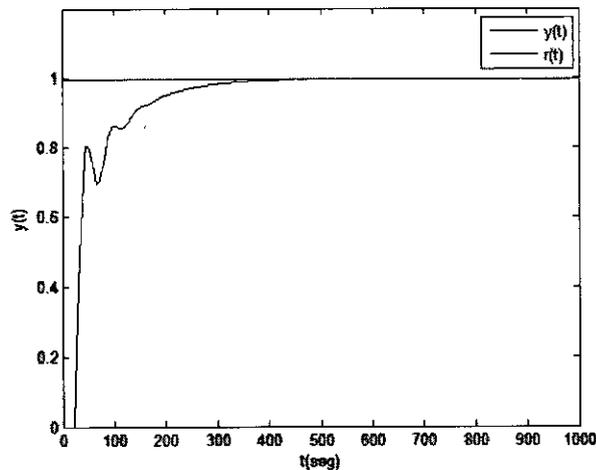
$$M_p = 0\%$$

Tipo	K_p	T_i	T_d
PID	$\frac{0.95}{a} = 0.7551$	$2.4L = 52.2970$	$0.42L = 9.1520$

Fuente: Propia

En las respuestas del sistema de control ante una entrada escalón unitario en el instante inicial, el tiempo de simulación convenido es de 1000 segundos. Si comparamos con la respuesta de la del método de Ziegler Nichols esta última es mejor porque los sobre impulsos están siendo atenuados considerablemente y lo que resulta beneficioso para el control.

FIGURA 5.28
RESPUESTA TEMPORAL DEL SISTEMA

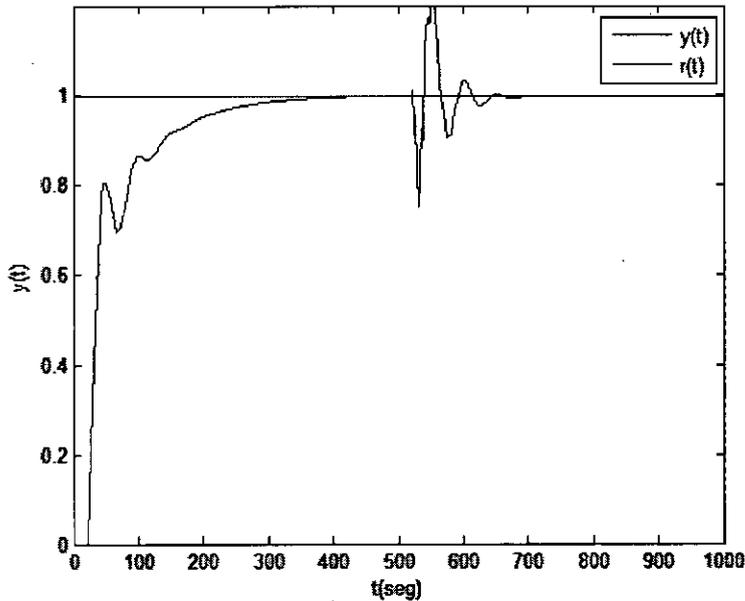


Fuente: Propia

En el rechazo a la perturbación, para la prueba, el control PID para el método de Chien-Hrones-Rewick, se ha considerado una entrada de referencia escalón

unitario en el instante inicial. Las condiciones son una entrada de perturbación, que se inicia en el tiempo de 500 segundos y dura hasta el tiempo 550 segundos. El sistema presenta una buena performance debido a que rechaza a las perturbaciones.

FIGURA N° 5.29
RESPUESTA TEMPORAL DEL SISTEMA RECHAZO A LAS PERTURBACIONES



Fuente: Propia

Diseño del Controlador en Cascada

Se ha considerado aplicar el control en cascada porque mejora significativamente, en algunas aplicaciones, el desempeño de un sistema de control por realimentación ya que estos pueden ser implementados en forma más simple, son más seguros y menos costosos ya que son implementados por computadoras y no usando instrumentación analógica.

El control en cascada surge como una alternativa para el control en avance ya que permite rechazar perturbaciones parcialmente medibles. Se basa en realimentar las variables intermedias entre el punto donde entra la perturbación y la salida.

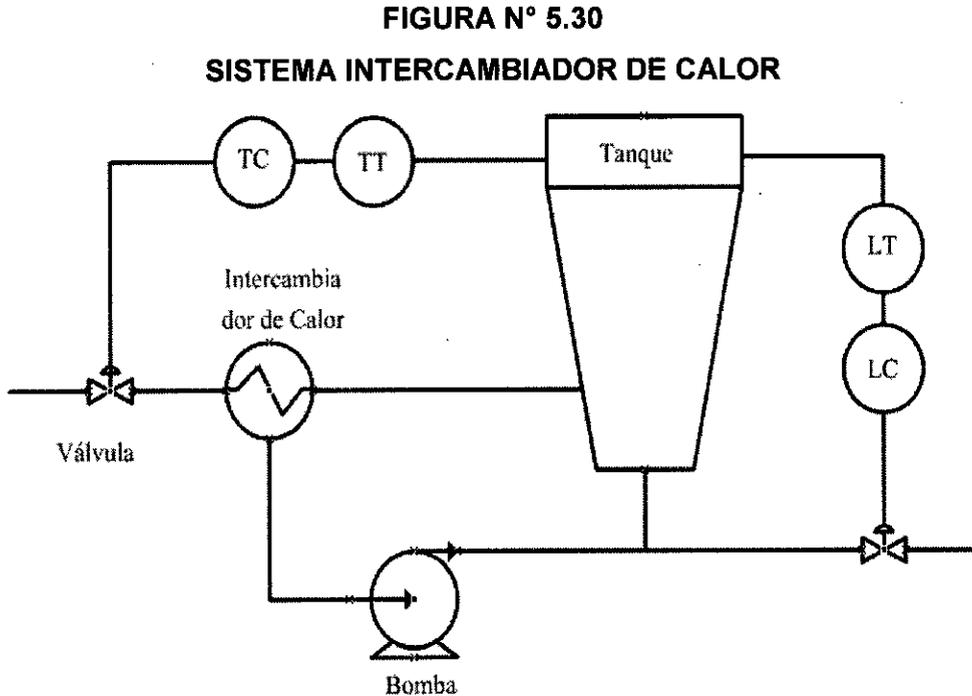
Esta estructura tiene dos lazos:

- Un lazo primario con un controlador primario $K_1(s)$, y
- Un lazo secundario con un controlador secundario $K_2(s)$.

El control secundario está diseñado para disminuir el efecto de la perturbación antes de que alcance a afectar significativamente la salida $y(t)$. Por ejemplo tenemos el sistema intercambiador de calor donde se ubican los controladores y transmisores que monitorean el sistema. El control en cascada se muestra aquí para cumplir los siguientes requerimientos:

- Eliminar el efecto de perturbaciones en la variable manipulada.
- Mejorar las características dinámicas de lazos de control en procesos que son secuenciados o compuestos por sub-procesos.

En ambos casos es necesario tener acceso a por lo menos dos variables controladas, esto se muestra en el grafico del sistema mostrado.



Fuente: Control Automático de Procesos

donde:

TT = Transmisor de temperatura

TC = Controlador de temperatura

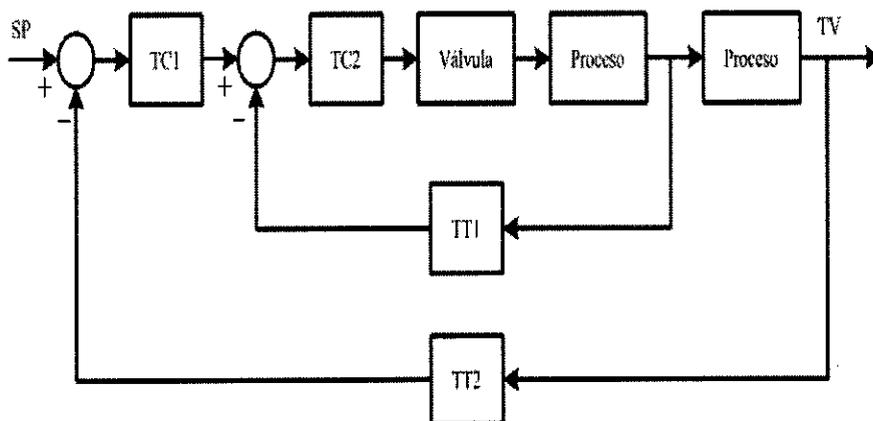
LT = Transmisor de nivel de líquido

LC = Controlador de nivel de líquido

El diagrama esquemático que presenta el control en cascada tiene dos lazos de realimentación uno dentro del otro, donde el lazo interno debe ser más rápido que el externo para hacer al sistema lo más insensible posible a las perturbaciones.

FIGURA N° 5.31

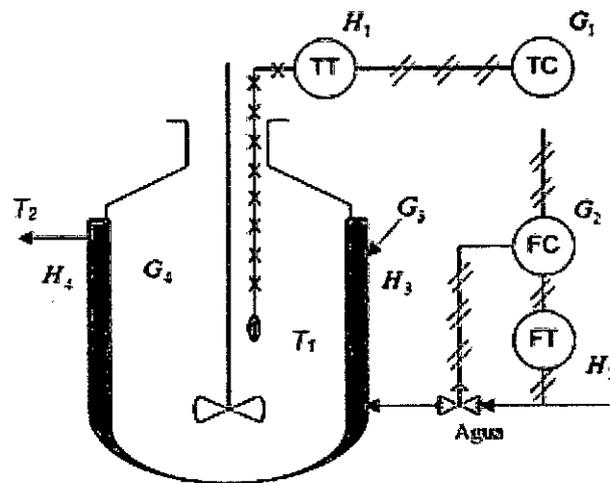
SISTEMA DE CONTROL EN CASCA DA REALIMENTADO



Fuente: Control Automático de Procesos

Como ejemplo de aplicación, vemos el sistema formado por un reactor y sus respectivos reguladores que permiten monitorear los procesos de funcionamiento del sistema.

FIGURA N° 5.32
 PROCESO EN CASCADA REALIMENTADO



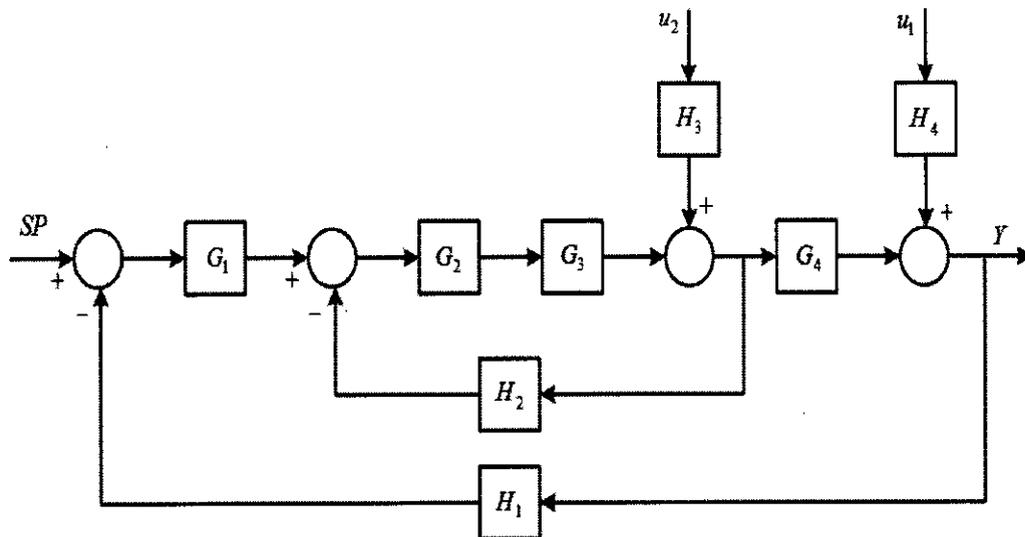
Fuente: Control Automático de Procesos

En el sistema hay dos lazos acoplados. El lazo secundario (variable esclava) que controla la temperatura de salida T_2 del agua de refrigeración. El controlador secundario G_2 es gobernado por el controlador primario G_1 (maestro). De este modo, si se produce alguna perturbación en la entrada, el controlador secundario la contrarresta de inmediato, sin necesidad de que ésta tenga que afectar G_4 que es el controlador principal. Consideremos que G_3 , que representa las características de la pared del recipiente, puede ser representado por un bloque de característica exponencial con una constante de tiempo T_3 , que se ubica en el lazo secundario. Como un principio general, los sistemas en cascada tienen un funcionamiento más rápido que los sistemas simples, por lo tanto las constantes de tiempo del lazo deben definirse para cumplir este principio.

Si consideramos las perturbaciones que entran en el lazo secundario, la sobre desviación es siempre mucho más pequeña en los sistemas de cascada que en los simples. G_2 es el controlador del caudal lo que permite que respuesta del lazo interior sea más rápida que el exterior, de modo que para nuestro ejemplo, se deberá buscar otra variable distinta de la temperatura para el control

secundario (G_2), preferiblemente caudal. Por lo tanto en el esquema de control se tendrá como variable secundaria el caudal de fluido calefactor.

FIGURA N° 5.33
DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA EN CASCADA



Fuente: Control Automático de Procesos

El diagrama de bloques superior, representa el sistema definido en la configuración de sistema en cascada en lazo cerrado.

Las características para los sistemas de control en cascada pueden definirse:

- El modo de control para el lazo interior debe ser el más simple compatible con las necesidades del proceso (generalmente proporcional).
- El lazo de control interior (esclavo) se ajusta para lograr una respuesta rápida en la variable manipulada, por ejemplo para el control proporcional se deberá utilizar una elevada ganancia.
- Los retardos de medición del lazo interior producen una especie de acción derivativa para el lazo principal. Esto ocasiona que los retardos de medición mencionados, no siempre perjudican el funcionamiento del sistema, siempre que los mismos no adquieran valores muy grandes.

Diseño del control en cascada para el sistema horno

En base al esquema de la figura anterior propuesta, definiremos los parámetros y variables para el diseño del sistema de control en cascada.

Las funciones de transferencias quedan descritas de la siguiente forma:

$$G_1(s) = TC$$

TC constante de control de temperatura
será reemplazado por un controlador PI

$$G_2(s) = FC$$

FC constante de control de flujo

$$G_3(s) = \frac{K_v}{T_v s + 1}$$

Función de transferencia válvula de flujo

$$G_4(s) = \frac{0.6124}{s^2 + 0.9402s + 0.053} e^{-21s}$$

Función de transferencia del proceso

$$H_1(s) = TT = 0.05$$

TT constante transmisor de temperatura

$$H_2(s) = FT = 0.2$$

FT constante de flujo de temperatura

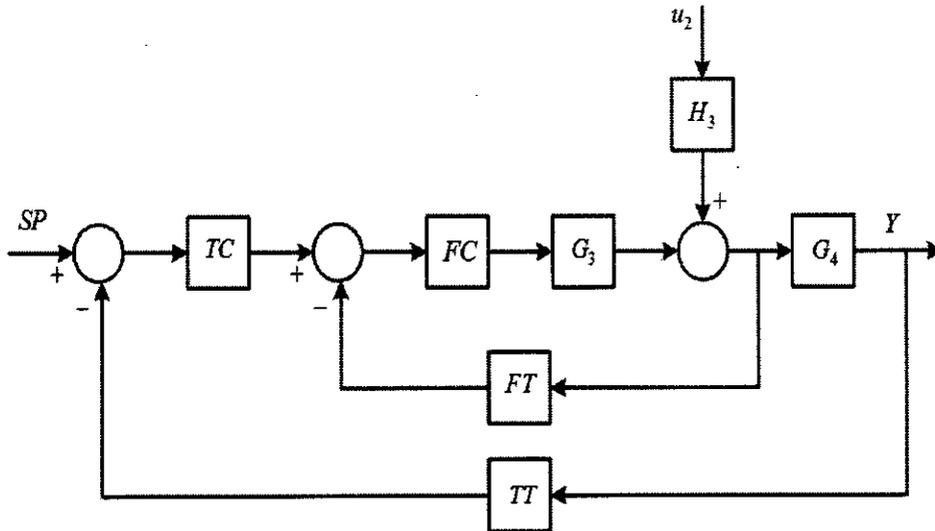
$$H_3(s) = \frac{K_d}{T_d s + 1}$$

Disturbio en el proceso interno

$$H_4(s) = 0$$

Se desprecia el disturbio de salida a la planta

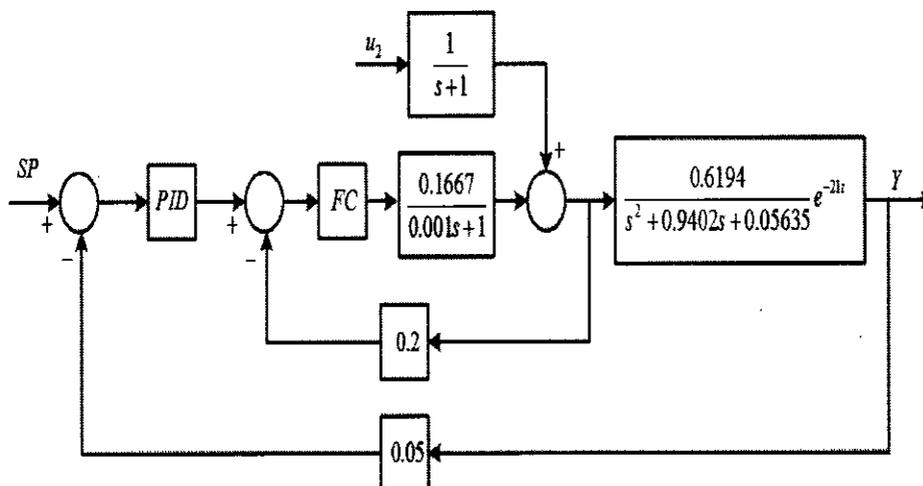
FIGURA N° 5.34
DIAGRAMA DE BLOQUES EN CASCADA PARA EL CONTROL DE TEMPERATURA



Fuente: Propia

Como ya se han definido las funciones de transferencia y parámetros de amplificación, se realiza el diseño del control de flujo (FC) de la válvula y el diseño del controlador para la temperatura, que en este caso será de tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

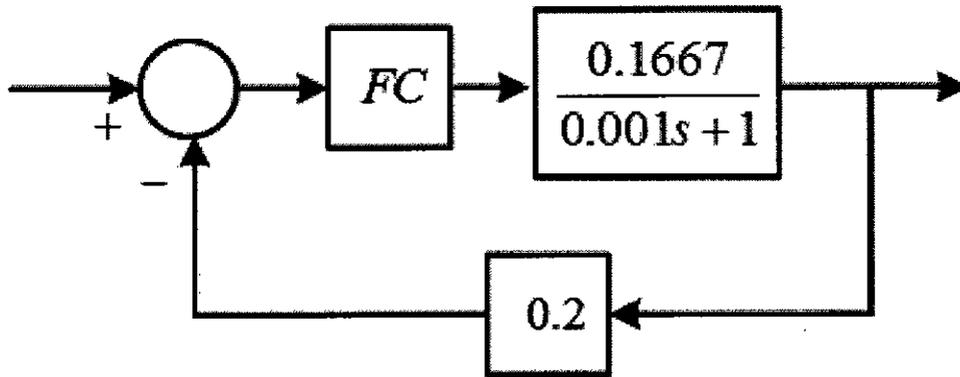
FIGURA N° 5.35
SISTEMA REALIMENTADO DE CONTROL EN CASCADA



Fuente: Propia

Consideremos primero el lazo interno sin tomar en cuenta la perturbación.

FIGURA N° 5.36
SISTEMA REALIMENTADO INTERNO



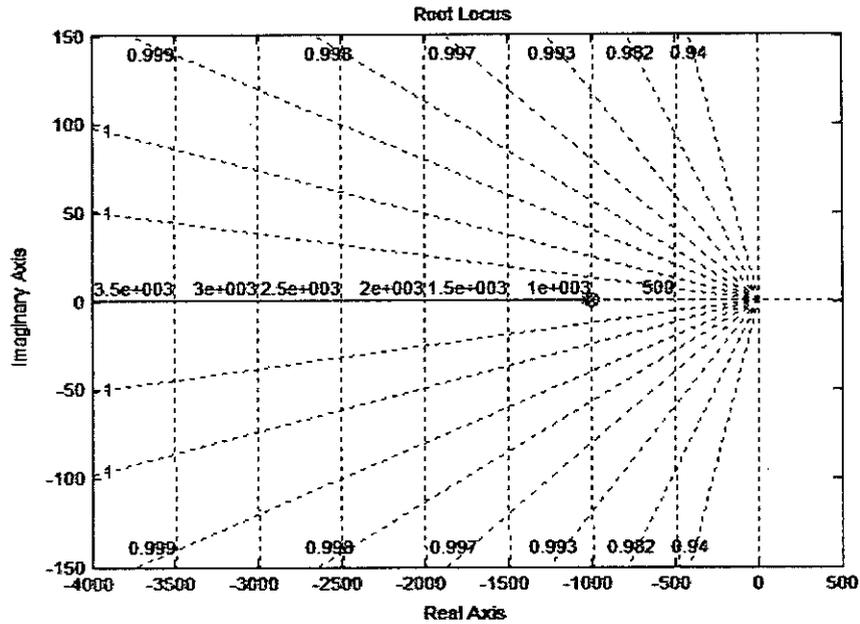
Fuente: Propia

Analizamos el lugar de las raíces para encontrar FC, de ese modo determinaremos el lugar de las raíces de la zona estable (polos en el semiplano derecho) mediante código Matlab.

```
Kv=1/6;  
Tv=0.001;  
V=tf(Kv,[Tv 1]);  
FT=tf(0.2,1);  
F=V/(1+V*FT);  
rlocus(F)  
sgrid
```

FIGURA N° 5.37

LUGAR DE LAS RAÍCES DEL SISTEMA REALIMENTADO INTERNO



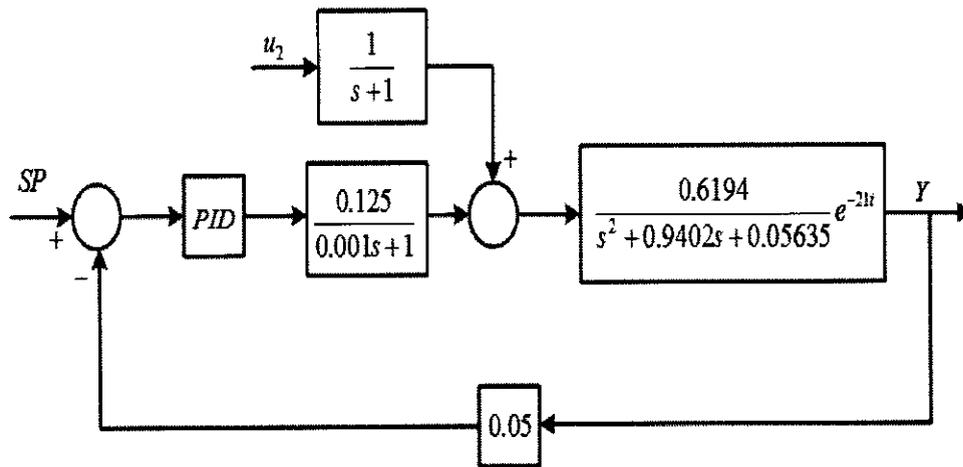
Fuente: Propia

En la gráfica se puede apreciar el lugar geométrico de las raíces del lazo interno, se puede ver como para cualquier valor de K, el sistema será más rápido pero nunca inestable. Ahora tenemos que hallar una K que haga al sistema del lazo interno más rápido que el externo. Para esto observamos el lazo externo.

$$G_4(s) = \frac{0.6194}{(s+0.8792)(s+0.06102)} e^{-21s} \quad (5.49)$$

De la ecuación (5.1) se observa que la constante de tiempo es $\tau_{ext} \approx 16$ segundos ya que el proceso presenta un retardo, y que $\tau_{int} = \frac{7}{1+K}$, además del retardo que presenta el proceso y por las características del valor de la constante de tiempo del modelo de la válvula (1ms), se considera que $\tau_{ext} = 4\tau_{int}$ debe inducir a que la ganancia a diseñar sea positiva, despejando K tenemos $K \approx 0.75$.

FIGURA N° 5.38
SISTEMA DE CONTROL EN CASCADA REDUCIDO

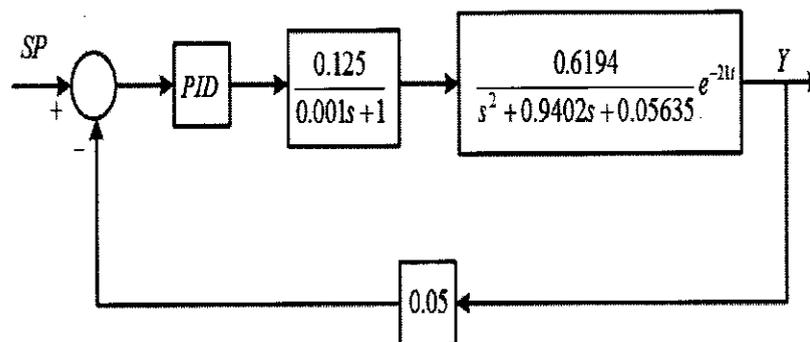


Fuente: Propia

Cuando se realiza el diseño del controlador PID, se debe considerar los parámetros de sintonía deseados para encontrar la mejor performance del controlador. Por un cálculo previo de la acción proporcional en la apertura de la válvula de control, en el lazo externo solamente se considera en el diseño la acción anticipativa nula, por lo tanto no hay acción derivativa resultando al final un controlador PI con las siguientes características:

- Eliminar el error estado estable
- Reducir el tiempo de subida
- Incrementar el tiempo de establecimiento

FIGURA N° 5.39
SISTEMA DE CONTROL EN CASCADA REDUCIDO SIN PERTURBACIÓN



Fuente: Propia

Para el diseño planteamos la función de transferencia del controlador PI:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = PI(s) = TC \frac{s + a}{s} \quad (5.50)$$

Siendo los parámetros de diseño: la ganancia TC y el cero a .

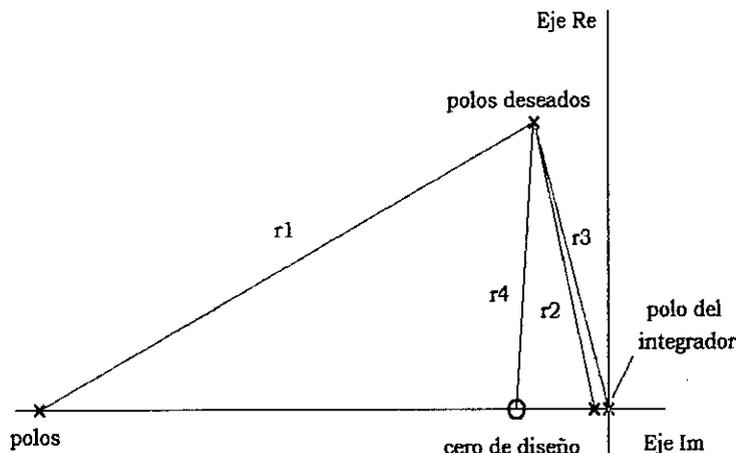
Estos parámetros se calcularán mediante la ubicación de los polos deseados. Tomemos las siguientes consideraciones de diseño: el tiempo de establecimiento de 15 segundos y un sobre impulso máximo de 5%. Con ello obtenemos los polos deseados, según las ecuaciones para calcular la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento desde el código Matlab:

$$d_{1,2} = -0.2667 \pm 0.2797i \quad (5.51)$$

```

ts = 15; mp = 0.05;
zeta = sqrt((log(mp)/pi)^2/(1+(log(mp)/pi)^2));
wn = 4/(zeta*ts); sigma = zeta*wn;
wd = wn*sqrt(1- zeta^2);
% Polos Deseados
P1 = -sigma + 1j*wd; P2 = conj(P1);
    
```

FIGURA N° 5.40
DIAGRAMA GEOMÉTRICO DE LA UBICACIÓN DE LOS POLOS Y CEROS DEL SISTEMA



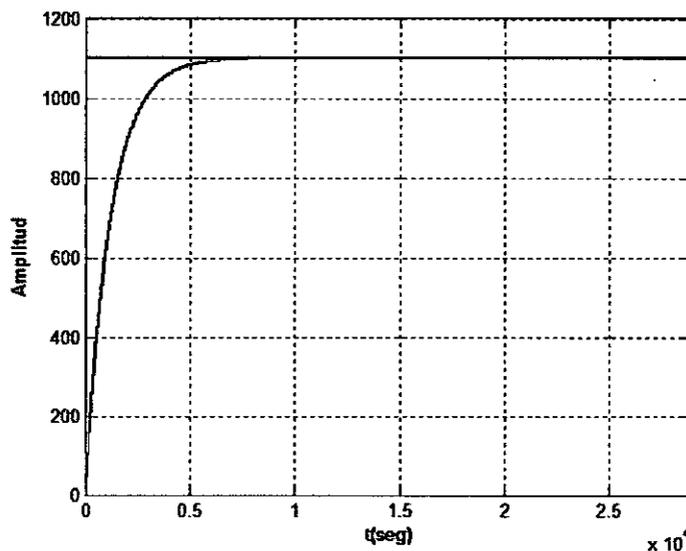
Fuente: Propia

El diseño se completa encontrando la función de transferencia del controlador PI, dada por:

$$PI(s) = \frac{0.03398s + 0.01152}{s} \quad (5.52)$$

Los resultados de simulación del sistema se muestran en la figura siguiente donde se muestra que el sistema no presenta error en estado estacionario lo que valida la hipótesis de la reducción de error como característica propia de estos controladores y también presenta sobrepaso nulo. La simulación se realizó considerando una entrada escalón unitario y un tiempo de simulación de 28800 segundos. La señal de referencia nos indica la variable temperatura, en este caso normalizada a 1°C.

FIGURA N° 5.41
RESPUESTA AL ESCALÓN DEL SISTEMA DE CONTROL EN CASCADA

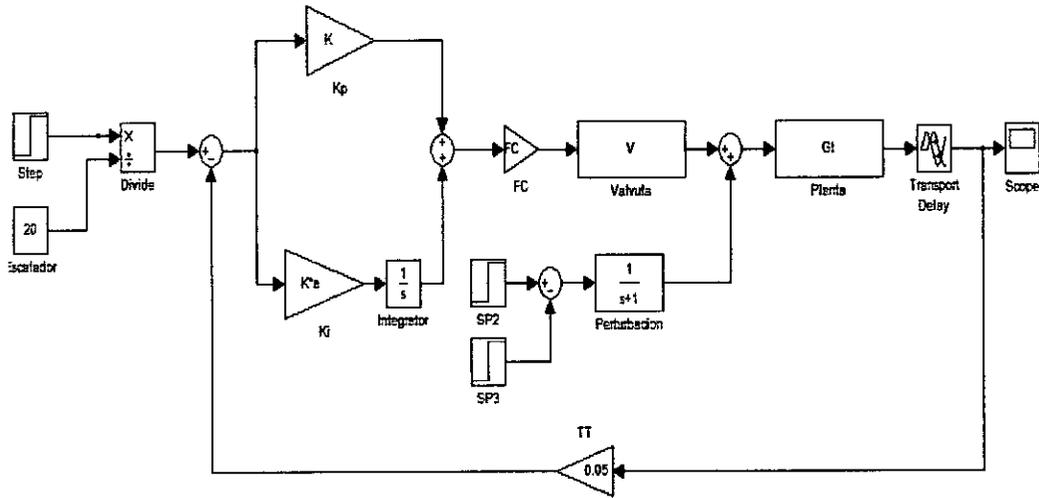


Fuente: Propia

Presentamos otra simulación, esta vez un sistema tracking que previamente es implementado desde un diagrama de bloques de Simulink, de ese modo verificaremos la efectividad del control en cascada, al sistema en cascada se le añade una perturbación. El tiempo de simulación se ha visto incrementado en razón al tiempo que requiere el proceso a controlar.

FIGURA N° 5.42

RESPUESTA A UNA ENTRADA ARBITRARIA DEL SISTEMA DE CONTROL EN CASCADA

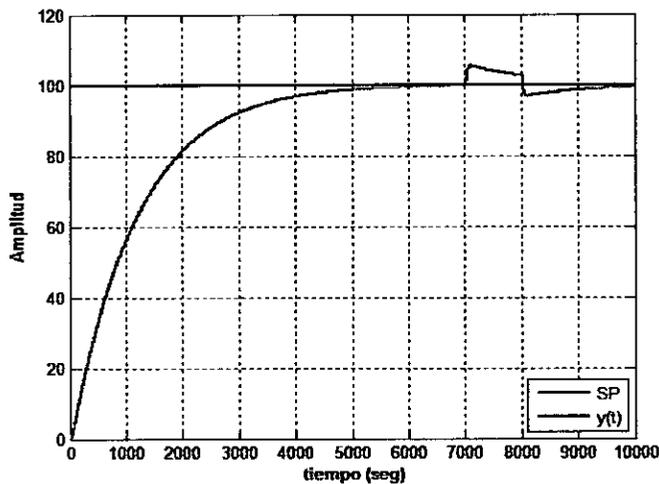


Fuente: Propia

Podemos observar el control sigue a la consigna impuesta es de 100 L/H, además rechaza a las perturbaciones con lo que demuestra la robustez de la técnica de control empleada.

FIGURA N° 5.43

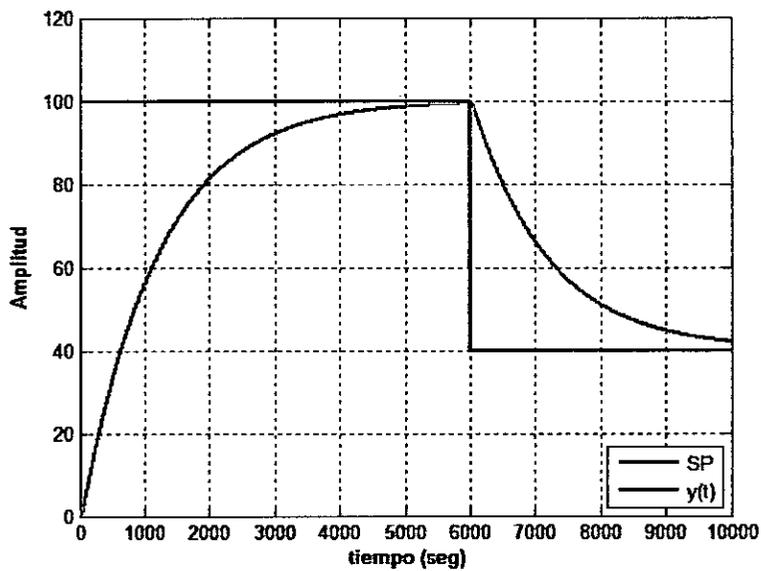
RESPUESTA DEL SISTEMA DE CONTROL RECHAZO A LA PERTURBACIÓN



Fuente: Propia

También al sistema se le ha sometido a una entrada repetidora de secuencias para medir su funcionamiento, lo que servirá para analizar la performance del sistema ya que inicialmente el sistema estará a unas condiciones de 100 L/H y en un tiempo de 6000 segundos, lo que hará modificar el funcionamiento hasta 40 L/H permaneciendo así durante 4000 segundos más.

FIGURA N° 5.44
RESPUESTA DEL SISTEMA DE CONTROL DESDE SIMULINK



Fuente: Propia

CAPITULO VI

6.- DISCUSIÓN DE RESULTADOS

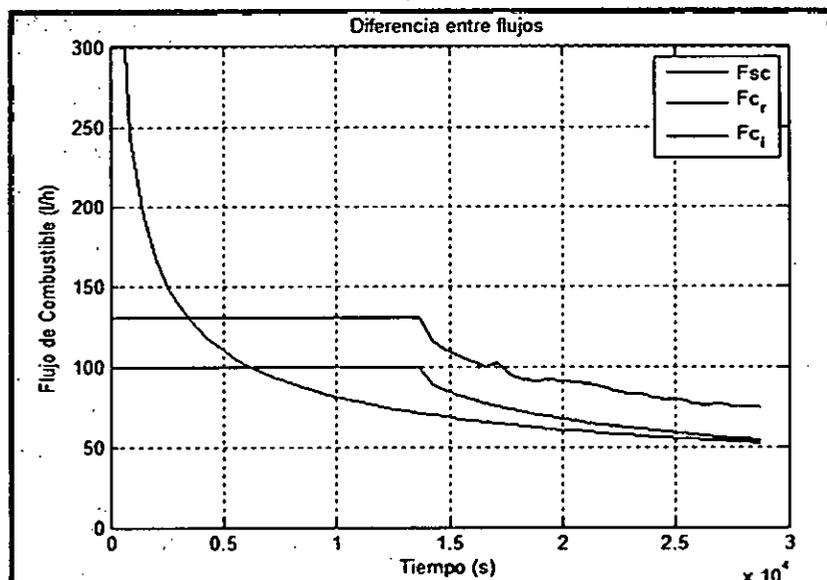
6.1 Contratación de hipótesis con los resultados

Como puede observarse en el desarrollo de ésta tesis, se ha IDENTIFICADO UN MODELO DE LA TEMPERATURA, el cual ha sido validado.

Además, se ha llegado a diseñar el control PD, el cual resulta ser la más robusta ya que es eficiente, de buena performance y que cumple con los requisitos de diseño; es decir, sobre impulso menor del 5%, (en nuestro caso es casi nulo que es lo que se espera de respuesta de un sistema de control), mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo como lo demuestran los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas.

Del estudio realizado para un Batch representativo obtenemos la relación entre el consumo de combustible antes y después del control, los cuales se muestran en la siguiente gráfica.

FIGURA N° 6.1
GRÁFICO COMPARATIVO DE RESULTADOS



F_{sc}: Flujo de combustible sin control; F_{cr}: Flujo de combustible con control; F_{ci}: Flujo de combustible ideal (teórico)

Fuente: Propia

Se observa que el consumo de combustible del proceso con control instalado es menor que el consumo sin el control.

Debido a que al inicio del proceso el modelo teórico requiere dar energía muy elevada a la muestra, para el caso real sólo podemos suministrar con nuestro quemador 1.08 MW máximo; por lo tanto, se compensa la energía inicial ideal con un tiempo de trabajo del quemador mucho más largo al que le correspondería dar 1.08 MW con el modelo ideal. Este tiempo es de 3.94 horas, luego del cual se suministraría energía muy cercana a la ideal.

Por lo tanto, se valida la temperatura ideal del modelo teórico a partir de 3.94 horas hasta las 8 horas que dura el Batch con una aproximación de $\pm 3.5\%$.

Por el desarrollo del proceso de investigación y planteamiento de diferentes opciones de solución en el planteamiento del modelo PID se puede verificar que existen diferentes modelos que pueden aplicarse en diferentes situaciones y que pueden resultar en diferentes soluciones que pueden ser usadas de acuerdo con las posibles necesidades planteadas.

Esto abre nuevas opciones que podrían aplicarse en sucesivos trabajos que planteen otros tipos de necesidades y tendrán nuevas aplicaciones que podrían plantearse en el futuro.

6.2 Contrastación de resultados con otros estudios similares

Técnicas experimentales en metalurgia

Dra. Stella Ordoñez, departamento de Ing. Metalúrgica, Universidad de Santiago de Chile

Un horno tipo Batch se refiere a uno que se carga y se cierra para que cumpla un ciclo de calentamiento preestablecido. Después de completado el ciclo de calentamiento, la carga puede enfriarse en el horno a una velocidad determinada, o extraerse para enfriarla al aire o en un medio de temple. Las piezas a tratar se posicionan en el carro sobre el riel; éste se empuja hacia el hogar del horno y se cierra una puerta alzable para comenzar el ciclo. Una variación de este horno es el horno de base corrediza con elevador, en el cual el cuerpo del horno puede levantarse mientras se posiciona la base.

FIGURA N° 6.2
HORNO DE BASE CORREDIZA CON CAPACIDAD PARA CIENTOS DE
TONELADAS

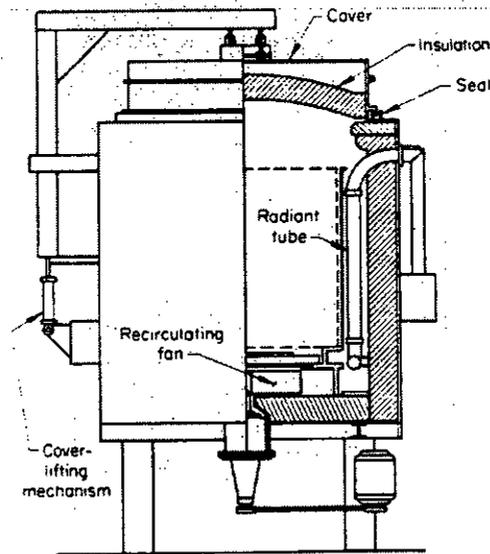


Fuente: Técnicas experimentales en metalurgia

Horno Batch: horno de carga vertical, cuya área de trabajo está rodeada por tubos radiantes calentados por gas. Un ventilador en la base lo provee de convección.

Los hornos de este tipo pueden calentarse por resistencia eléctrica y se adaptan al uso con una variedad de atmósferas preparadas.

FIGURA N° 6.3
HORNO BATCH



Fuente: Técnicas experimentales en metalurgia

La metalurgia del cobre

Jose Arlandis Rubio, Ing. Industrial, director de estudios y desarrollo corporativo Atlantic Cooper S.A. Comparación de tecnologías

La última etapa de la vía hidrometalúrgica, la electrodeposición, tiene dos desventajas respecto a la etapa de electrorefino correspondiente a la vía pirometalúrgica una, intrínseca a la físico-química del proceso, que es el mayor consumo de energía, y otra, la inferior calidad de los cátodos por las impurezas y menor contenido de cobre, que se va subsanando con las nuevas tecnologías y plantas.

El anterior razonamiento unido a que la metalurgia a utilizar depende de que los minerales sean sulfuros u óxidos y puesto que el 90% de los minerales de cobre son sulfuros, hace que la producción de cobre refinado vía hidrometalúrgica sea solamente el 16% de la producción total, aunque en los próximos diez años se espera que alcance el 18%.

Semitransformados de cobre

El cátodo necesita ser transformado en unos productos intermedios para la elaboración de los productos finales que requiere el mercado y que hemos relacionado al principio, estos productos intermedios son los siguientes, incluyendo su importancia sobre la producción total: alambrón 46%, aleaciones de cobre 25%, tubos 12%, planos 9% y otras secciones 8%.

Europa es el mayor productor del mundo occidental con el 27% del total mundial, mientras que España sólo tiene el 6% de la producción europea siendo los líderes Alemania e Italia. Los principales productores españoles son: Atlantic Copper, S.A.; Outokumpu Copper Tubes, S.A.; SIA Copper, S.A.; Laminados Oviedo Córdoba, S.A.; La Farga Lacambra S.A.; Tubo Técnico Europeo S.L. y Peninsular del Latón S.A.

Estudio del proceso de recocido en campana (batch annealing) para mejorar las propiedades mecánicas y metalúrgicas de aceros destinados a estañar y/o cromar

Gomez V., Humberto; Gomez, Jaime; Torres S, Jaime; Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.

Es un proceso de investigación experimental que permitió relacionar los parámetros de operación de recocido en campana y la disposición o configuración del material (rollos de acero laminados en frío) dentro del horno con las propiedades mecánicas y metalúrgicas resultantes, y poder compararlas con las establecidas según la norma para aceros estañados. Para ello se utilizaron técnicas como espectrometría de masa, ensayos mecánicos, microscopía óptica, microscopía electrónica de barrido, microanálisis EDX, mediciones de embutibilidad e índices de anisotropía, así como la instalación de sensores de temperatura (termocuplas) para obtener el perfil de temperatura-tiempo real para los rollos de acero dentro del horno.

Análisis energético de un horno de resistencias eléctricas basado en perturbaciones del proceso de calentamiento

Araque Chacón, Oscar; Orejarena Martínez, Germán; Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ciencias Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Bucaramanga.

El proyecto consiste en poner operativo un horno eléctrico de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander.

La primera parte consistió en poner operativo el equipo reacondicionando y renovando los materiales del equipo. Después de la fase de adecuación del horno de resistencias eléctricas, se dotó al sistema de una tarjeta de adquisición de datos para monitorear de manera constante los datos de potencia consumida a través del sensor de corriente. El sistema también tiene un control de temperatura PID y un contactor que funciona como actuador del sistema PWM.

La planta materia de estudio es un horno Thermolyne reparado con las siguientes variables:

- Temperatura Máxima: 1120 °C
- Capacidad: 136 in³
- Potencia: 2000 W
- Voltaje 120 V
- El calor es generado por cuatro resistencias de 7.3 Ohm
- Corriente: 16.7 A con un pico de 17 ohm

El esquema general de montaje es un sistema de control continuo en lazo realimentado (lazo cerrado) de temperatura del horno.

El sistema está constituido por un control de procesos MAXTHERMO, una etapa de potencia realizada por medio de un contactor, un horno de resistencias eléctricas, una etapa de amplificación llevada a cabo internamente en el controlador y un sensor de temperatura formada por una termocupla tipo K.

Controlador

Características:

- Control de procesos MAXTHERMO – MC – 5438 – 201
- Microprocesador programable de doble display.
- Entrada multi-rango para T/C, PT 100, mV, mA.
- 1 salida PID o autosintonía para Relay, SSR.
- 1 salida de 4 a 20 mA.
- 1 salida de alarma relé con 19 modos de configuración.
- 1 programa de 8 ramas de sostenidos.
- Dimensiones 48 x 48 mm.
- Alimentación 85 a 265 VAC
- Tipos de termopares: S, B, R, K, E, J, W, N, Cu o PT100.
- Voltaje de AC de auto-rango 85 V – 265 V o 24 VDC.
- Precisión $\pm 0.3\%$ + 1 dígito.
- Si el sensor se rompe, el controlador pasa automáticamente al control manual.

CAPITULO VII

7.- CONCLUSIONES

- a) El problema planteado del control de la temperatura ha sido resuelto de tal forma que nos permite valorar niveles por debajo del 8%.

- b) El modelo identificado del proceso de fusión para obtener la temperatura utilizando técnicas de algoritmo en el dominio del tiempo discreto, más específicamente algoritmo recursivo de los mínimos cuadrado resulta satisfactorio al conseguir errores dentro del rango de +/- 5.39% de la dinámica del proceso; es decir, resulta ser un mimetismo del proceso real.

- c) No solo basta tener un buen modelo identificado. El siguiente paso es controlarlo. Por lo tanto, se diseñó una estrategia de control que se validó de acuerdo a las consignas impuestas como lo demuestran los resultados obtenidos.

- d) Dentro de las estrategias de diseño del sistema de control estudiadas tales como el control PID y el control PI en cascada; al contrastarlas, ésta última resulta ser la más robusta ya que es eficiente, de buena performance y que cumple con los requisitos de diseño; es decir, sobre impulso menor del 5%, (en nuestro caso es casi nulo que es lo que se espera de respuesta de un sistema de control), mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo como lo demuestran los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas.

- e) El aporte fundamental de éste resultado corresponde a mejorar las condiciones del medio ambiente ya que al quemar menos combustible se genera menos emisiones de gases con la consecuente mejora de los efectos colaterales.

- f) En un proceso experimental, al no conocer exactamente algunos parámetros que rigen el proceso de fusión resulta importantísimo el realizar un modelamiento matemático teórico con la finalidad de determinar e identificar determinadas variables significativas que en éste caso resultan ser flujo de combustible y la temperatura de fusión de la muestra. A diferencia de otros procesos controlados, nuestro modelo teórico se valida desde que termina el proceso de potencia constante del quemador hasta el final del batch.

CAPITULO VIII

8.- RECOMENDACIONES

- a) El presente trabajo puede dar origen a otras investigaciones relacionadas con el rendimiento de los hornos aplicados en la industria.

- b) Las nuevas investigaciones pueden incidir en los cambios que pueden ocurrir al modificar las condiciones de funcionamiento o los cambios en la tecnología.

- c) Otras consideraciones son los cambios que puedan agregarse en las regulaciones que definen los PAMAs.

- d) También se pueden diversificar las líneas de investigación tomando en cuenta otros tipos de aplicaciones en control, por ejemplo en control neuronal.

CAPITULO IX

9.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] TASCA, ABILIO. **Variable Oxidant Combustion System**. Sao Paulo. Editorial IPT-Praxair. 1era Edicion. 2009.
- [2] COLUMBE, ÁNGEL OSCAR. **Modelo Matemático del Proceso de Calcinación del Carbonato Básico de Níquel en el Horno Tubular Rotatorio**. Cuba. Editorial Minas y Geología. 1ra edición. Año 2000.
- [3] PERALTA, JUAN. **Modelado de Transferencia de Calor y Materia en el Zapecador**. Editorial Universidad de Misiones Argentina. 1ra ed. Año 2003.
- [4] CHARRY, EDITH. **Adquisición de Datos para el Análisis en Ingeniería de Control**. Editorial: ING, Grenoble, Francia. 3ra edición. 2015.
- [5] DORADO, F. **Modelado y Control de un Horno de Yeso Rotativo y Continuo**. Editorial Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla. 4ta edición. Año 2014.
- [6] HILARIO, ADOLFO. **Introducción a los Sistemas de Control**. Editorial Escuela Politécnica Superior de Valencia. 1ra ed. Año 2010
- [7] VARGAS, ALEJANDRA. **Modelización de un Proceso de Calcinación de un Horno Rotatorio**. Editorial Universidad Católica de Bolivia. 2da edición. Año 2003.
- [8] SINGER, JOSEPH G. **Combustión Fossil Power**. Editorial ASEA BROWN BOVERI. 4ta ed.1993.
- [9] INCROPERA, FRANK P. Y DE WITT, DAVID P. **Fundamento de Transferencia de Calor**. Editorial: PEARSON. 4ta ed. 1999.
- [10] FERNÁNDEZ DIEZ, PEDRO. **Ingeniería Térmica y de Fluidos**. Editorial Universidad de Cantabria. 1ra ed. 2011.
- [11] CENGEL, YUNUS A. **Heat Transfer Solutions Manual**. Editorial MGH. 2da ed. 2004.

- [12] KREITH, FRANK. **Handbook of Thermal Engineering**. Editorial Frank Kreith. Boca Ratón: CRC Press LLC 1ra ed. 2000.
- [13] LIENHARD, JHON H. **A Heat Tansfer Textbook**. Editorial Phlogiston Press Cambridge Massachusetts. 1ra ed. 2000.
- [14] KERN, DONALD. **Procesos de Transferencia de Calor**. Editorial CECSA. Mexico. 3ed. 1999
- [15] HOLMAN, J. P. **Transferencia de Calor**. Editorial CECSA. Mexico. 4ta ed. 2008
- [16] WELTY, JAMES. **Transferencia de Calor aplicada a la Ingenieria**. Editorial Limusa. Mexico. 1ra ed. 1996.
- [17] KRAUS, ALAN D. **Heat Transfeer Handook**. Editorial John Wiley. 4ta ed. 2000.
- [18] SMITH, CARLOS Y CORROPIO, A. **Control Automático de Procesos: Teoría y Práctica**. Editorial LIMUSA, Mexico. 3ra ed. 2011.
- [19] LENNART LJUNG Y TORDEL GLAD. **Modeling of Dynamics Systems**. Editorial Prentice Hall. 1ra ed. 1994
- [20] **System Identification The Mathworks Toolbox For Use with MATLAB**. Lennart Ljung, Inc. Ed. Prentice Hall. 1ra ed. 1999
- [21] FRANKLIN, GENE y POWELL, J. **Digital Control of Dynamics System**. Editorial Addison Wesley. 2^{da} Ed, 1990.
- [22] FRANKLIN, GENE y POWELL, J. EMAMI-NAEINI, A **Feedback Control Of Dynamics System**. Editorial Addison Wesley, 3^{ra} Ed, 1994
- [23] **Controller Tuning Rules Hand Book of PI and PID**. United States of America. Editorial Prentice Hall, 4^{ta}. Ed, 1994.
- [24] OGATA, KATSUHIKO. **Ingeniería de Control Moderna**. España. Editorial Prentice Hall, 4^{ta}. Ed., 2002
- [25] REBOLLO DANIEL. **Transferencia de Calor y Materia. Conducción Transitoria**. Apuntes. Universidad Nacional de San Juan. Facultad de Ingenieria. 2014
- [26] **Hornos y Medición de Temperatura**. Departamento de Ingeniería Metalúrgica. Universidad de Santiago de Chile. 2014.

ANEXOS

A.- Matriz de consistencia

“CONTROL EN CASCADA DE LA TEMPERATURA PARA OPTIMIZAR CONSUMO DE COMBUSTIBLE DE UN HORNO TÉRMICO”					
PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	VARIABLES	INDICADORES	MÉTODO
<p>General ¿De qué manera será posible reducir el consumo de combustible controlando la temperatura del horno?</p>	<p>General Mejorar la eficiencia del horno mediante el control de temperatura usando la técnica de control PID en un lazo en cascada del proceso horno térmico.</p>	<p>General Mediante un modelo identificado y un control de temperatura de fusión del plomo es posible controlar el consumo de combustible.</p>	<p>Variable independiente Control de temperatura</p>	<p>Para la variable independiente Tipos de control en cascada.</p>	<p>General Método científico y experimental.</p>
<p>Específico ¿Cómo ayudarán el uso de algoritmos de control moderno para el control de temperatura?</p>	<p>Específico Identificación del modelo matemático y diseño de los sistemas de control.</p>	<p>Específico Se requiere una performance del control de la temperatura que tenga un sobre impulso menor al 10% y un error de estado estacionario nulo.</p>	<p>Variable dependiente Modelo matemático del control de temperatura.</p>	<p>Para la variable dependiente Algoritmos de control</p>	<p>Específico Descriptivo, correlacional, experimental y transversal</p>

B.- Datos experimentales

TIEMPO (S)	FLUJO COMB (LT/HR)	TEMPERATURA (°C)
2.83E-09	1.00E+02	2.00E+01
1.70E-08	1.00E+02	2.00E+01
8.78E-08	1.00E+02	2.00E+01
4.42E-07	1.00E+02	2.00E+01
2.21E-06	1.00E+02	2.00E+01
1.11E-05	1.00E+02	2.00E+01
5.53E-05	1.00E+02	2.00E+01
2.77E-04	1.00E+02	2.00E+01
1.38E-03	1.00E+02	2.00E+01
4.85E-03	1.00E+02	2.00E+01
1.37E-02	1.00E+02	2.00E+01
3.35E-02	1.00E+02	2.00E+01
8.32E-02	1.00E+02	2.00E+01
2.06E-01	1.00E+02	2.00E+01
5.12E-01	1.00E+02	2.00E+01
1.27E+00	1.00E+02	2.00E+01
3.15E+00	1.00E+02	2.00E+01
7.75E+00	1.00E+02	2.00E+01
1.76E+01	1.00E+02	2.00E+01
3.90E+01	1.00E+02	2.00E+01
8.58E+01	1.00E+02	2.00E+01
1.88E+02	1.00E+02	2.00E+01
4.13E+02	1.00E+02	3.59E+01
8.91E+02	1.00E+02	5.43E+01
1.46E+03	1.00E+02	2.13E+02
2.04E+03	1.00E+02	3.01E+02
2.61E+03	1.00E+02	3.69E+02
3.18E+03	1.00E+02	4.28E+02
3.75E+03	1.00E+02	4.79E+02
4.33E+03	1.00E+02	5.25E+02
4.90E+03	1.00E+02	5.67E+02
5.47E+03	1.00E+02	6.05E+02
6.05E+03	1.00E+02	6.40E+02

TIEMPO (S)	FLUJO COMB (LT/HR)	TEMPERATURA (°C)
6.18E+03	1.00E+02	6.48E+02
6.18E+03	1.00E+02	6.48E+02
6.75E+03	1.00E+02	6.79E+02
7.32E+03	1.00E+02	7.08E+02
7.89E+03	1.00E+02	7.34E+02
8.47E+03	1.00E+02	7.58E+02
9.04E+03	1.00E+02	7.80E+02
9.61E+03	1.00E+02	7.99E+02
1.02E+04	1.00E+02	8.16E+02
1.08E+04	1.00E+02	8.32E+02
1.13E+04	1.00E+02	8.45E+02
1.19E+04	1.00E+02	8.56E+02
1.25E+04	1.00E+02	8.65E+02
1.30E+04	1.00E+02	8.73E+02
1.36E+04	1.00E+02	8.78E+02
1.42E+04	8.80E+01	9.00E+02
1.48E+04	8.49E+01	9.17E+02
1.53E+04	8.21E+01	9.32E+02
1.59E+04	7.96E+01	9.46E+02
1.65E+04	7.73E+01	9.58E+02
1.71E+04	7.53E+01	9.69E+02
1.76E+04	7.34E+01	9.79E+02
1.82E+04	7.17E+01	9.89E+02
1.88E+04	7.01E+01	9.98E+02
1.93E+04	6.87E+01	1.01E+03
1.99E+04	6.73E+01	1.01E+03
2.05E+04	6.60E+01	1.02E+03
2.11E+04	6.48E+01	1.03E+03
2.16E+04	6.37E+01	1.03E+03
2.22E+04	6.26E+01	1.04E+03
2.28E+04	6.17E+01	1.04E+03
2.34E+04	6.07E+01	1.05E+03
2.39E+04	5.98E+01	1.05E+03
2.45E+04	5.90E+01	1.06E+03
2.51E+04	5.82E+01	1.06E+03
2.56E+04	5.74E+01	1.07E+03

TIEMPO (S)	FLUJO COMB (LT/HR)	TEMPERATURA (°C)
2.62E+04	5.67E+01	1.07E+03
2.68E+04	5.60E+01	1.08E+03
2.74E+04	5.53E+01	1.08E+03
2.79E+04	5.46E+01	1.08E+03
2.85E+04	5.40E+01	1.09E+03
2.86E+04	5.39E+01	1.09E+03

C.- Código MATLAB

```
% programa lee_datos
clear all; close all; clc
load data_real.lvm
subplot(211)
plot(data_real(:,2),'b','LineWidth',2)
title('ENTRADA')
ylabel('FC(L/H)')
axis([0 75 0 150])
subplot(212)
plot(data_real(:,3),'k','LineWidth',2)
title('SALIDA')
xlabel('k')
ylabel('Temp(°C)')
axis([0 75 0 1500])
```

```
% programa estima modelos
clear all; close all; clc
% -----
% CARGA ARCHIVO DE DATOS
% -----
load data_real.lvm
yp=data_real(:,3);
up=data_real(:,2);
subplot(211)
plot(data_real(:,3),'k','LineWidth',2)
title('SALIDA')
ylabel('Temp(°C)')
axis([0 75 0 1500])
subplot(212)
```

```

plot(data_real(:,2),'b','LineWidth',2)
title('ENTRADA')
ylabel('FC(L/H)')
axis([0 75 0 150])
xlabel('k')
% Data
DATAX=[yp up];
figure
muestra_data=dtrend(DATAX);
idplot(muestra_data);
% Toolkit Ident
L=21;
th1=arx(DATAX,[2 1 L]);
% Discrete-time IDPOLY model: A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)
% A(q) = 1 - 1.356 q^-1 + 0.3906 q^-2
%
% B(q) = 0.3998 q^-21
%
% Estimated using ARX from data set DATAX
% Loss function 243.269 and FPE 262.73
% Sampling interval: 1
% Tiempo Continuo
thc=thd2thc(th1);
[numc,denc]=th2tf(thc);
Gc=tf(numc,denc,'InputDelay',L);
%
[N,D]=tfdata(Gc,'v');
% Prototipo
K=dcgain(Gc);
wn=D(3);
Gp=tf(K*wn,D,'InputDelay',L);
% Transfer function:
%           0.6194
% exp(-21*s) * -----
%           s^2 + 0.9402 s + 0.05365
%
% figure
% t=0:0.01:75;
% A=100;
% u=A*ones(size(t));
% y1=lsim(Gp,u,t);
% plot(t,y1,'k')
% hold
% plot(yp,'b')
% %axis([0 75 0 120])
% legend('y_{ident}','y_{real}',2)
% xlabel('k')
% ylabel('Amplitud')

```

```

% Data = iddata(yp,up,1);
% figure
% compare(Data,th1);
% figure
% resid(Data,th1);
% DESAC>TIVAR y ACTIVAR ARRIBA
% *****
figure
t=0:0.01:75;
A=100;
u=A*ones(size(t));
y1=lsim(Gp,u,t);
plot(t,y1,'k')
hold
plot(yp,'b')
% Seleccion de la Estructura Optima
tam=length(up);
datos_ident=[yp(1:tam/2) up(1:tam/2)];
datos_valid=[yp(tam/2+1:tam) up(tam/2+1:tam)];
nn=struc(1:5,1:5,1:21);
v=arxstruc(datos_ident,datos_valid,nn);
th2=selstruc(v);
th2=arx(DATAX,th2);
present(th2)
thc2=thd2thc(th2);
[numc,denc]=th2tf(thc2);
printsys(numc,denc,'s');
Pc=tf(numc,denc,'InputDelay',L);
PP=tf(numc,denc);
PP=zpk(PP);
PP=minreal(PP);
y3=lsim(Pc,u,t);
plot(t,y3,'m--','LineWidth',2)
legend('y_{ident}','y_{real}','y_{opt}',2)
title('\bf Modelo ARX')
ylabel('\bf Amplitud')
xlabel('\bf Muestras')
axis([0 75 0 1200])

Data = iddata(yp,up,1);
figure
compare(Data,th2);
figure
resid(Data,th2);
% *****
% Polos y Ceros en el Plano z
D=tf(numc,denc,1);

```

```

[Polo,Cero]=pzmap(D);
figure
plot(real(Polo),imag(Polo),'bx','Linewidth',2,'MarkerSize',14)
hold
plot(real(Cero),imag(Cero),'ro','Linewidth',2,'MarkerSize',12)
ejex=linspace(0,2*pi,1000);
CU=exp(1j*ejex);
plot(CU,'k','Linewidth',2)
plot([-1.5 1.5],[0 0],'k')
plot([0 0],[-1.5 1.5],'k')
xlabel('\bf R_e')
ylabel('\bf I_m')
grid

```

```

%programa control_modelo_pid
clear all; close all; clc
%-----
% Planta
%-----
t0=21;
P=tf(0.6194,[1 0.9402 0.05365],'InputDelay',t0);
t=0:0.01:100;
y=step(P,t);
%-----
% Algoritmo de la Curva de Reacción
%-----
t=t-t(1);
y=y-y(1);
% Buscando el intervalo diferencial de pendiente máxima
Pmax=0;
imax=0;
for i=1:length(t)-1
    P=(y(i+1)-y(i))/(t(i+1)-t(i));
    if P>Pmax
        Pmax=P;
        imax=i;
    end
end
ymax=[y(imax) y(imax+1)];
tmax=[t(imax) t(imax+1)];
% Hallando los parámetros K, L, T
K=median(y(length(y)-3:length(y)));
% Trazado de la Recta Tangente de Mayor Pendiente
P=polyfit(tmax,ymax,1);
R=polyval(P,t);
% Calculo del Parámetro L
L=roots(P-[0 0]);

```

```

% Calculo del Párametro T
T=roots(P-[0 K]);
T=T-L;
%-----
% Ploteo del Algoritmo de la Curva de Reacción
%-----
figure
plot(t,y,'k','LineWidth',2)
hold
plot(t,R,'r--','LineWidth',2)
h=title('\bf Curva de Reacción');
set(h,'FontName','Courier','FontSize',14);
xlabel('\bf t(seg)')
ylabel('\bf Amplitud')
grid
axis([0 60 -20 20])
disp('K L T')
disp([K L T])
%%
%-----
% Parametros de Sintonia Ziegler Nichols Tabla 1
%-----
a=(K*L)/T;
% Controlador PID
Kp=1.2/a;
Ti=2*L;
Td=0.5*L;
param_t1=[Kp Ti Td];
disp('Parametros Tabla 1')
disp(param_t1)
% SIMULINK
P=tf(0.6194,[1 0.9402 0.05365]);
sim('pid_horno');
y=salidas(:,1);
r=salidas(:,2);
u=salidas(:,3);
t=salidas(:,4);
figure
plot(t,y,'k')
hold
plot(t,r,'b')
axis([0 1000 0 1.2])
legend('y(t)','r(t)')
xlabel('t(seg)')
ylabel('y(t)')
figure
plot(t,u,'k')
xlabel('t(seg)')

```

```

ylabel('u(t)')
%axis([0 1000 0 1.4])
%hold
%-----
% Parametros de Sintonia Chien-Hrones-Rewick Tabla 2
%-----
Kp1=0.95/a;
Ti1=2.4*L;
Td1=0.42*L;
param_t2=[Kp1 Ti1 Td1];
disp('Parametros Tabla 2')
disp(param_t2)
sim('pid_horno_2');
y2=salidas2(:,1);
r2=salidas2(:,2);
u2=salidas2(:,3);
t2=salidas2(:,4);
figure
plot(t2,y2,'k')
hold
plot(t2,r2,'b')
axis([0 1000 0 1.2])
legend('y(t)','r(t)')
xlabel('t(seg)')
ylabel('y(t)')
figure
plot(t2,u2,'m')
xlabel('t(seg)')
ylabel('u(t)')
axis([0 1000 0 1.4])
% %-----
% % Perturbacion
% %-----
sim('pid_horno_perturba');
y3=salidas3(:,1);
r3=salidas3(:,2);
u3=salidas3(:,3);
t3=salidas3(:,4);
figure
plot(t3,y3,'k')
hold
plot(t3,r3,'b')
axis([0 1000 0 1.2])
legend('y(t)','r(t)')
xlabel('t(seg)')
ylabel('y(t)')
% u1(1:200000)=0;
% u2(1:60001)=-0.05;

```

```

% u3(1:100000)=0;
% u=[u1 u2 u3];
% yd=lsim(F,u,t);
% figure
% plot(t,y1+yd,'k','LineWidth',2)
% hold
% plot(t,y2+yd,'m--','LineWidth',2)
% axis([0 tfinal 0 1.2])
% legend('Ziegler Nichols','Chien-Hrones-Rewick')
% xlabel('\bf tiempo (seg)')
% ylabel('\bf Amplitud')
% grid
% % -----
% % Tracking
% % -----
% r1(1:20000)=0;
% r2(1:80000)=1;
% r3(1:100000)=0.5;
% r4(1:100000)=2;
% r5(1:60001)=0.5;
% r=[r1 r2 r3 r4 r5];
% y3=lsim(F2,r,t);
% figure
% plot(t,r,'k--','LineWidth',2)
% hold
% plot(t,y3,'m','LineWidth',2)
% axis([0 tfinal 0 2.5])
% legend('referencia','y_{Chien-Hrones-Rewick}')
% xlabel('\bf tiempo (seg)')
% ylabel('\bf Amplitud')
% grid
%
%programa control modelo cascada
clear all; close all; clc
% Kv=0.0063;
% Tv=0.001;
% V=tf(Kv,[Tv 1]);
% FT=tf(0.2,1);
% F=V/(1+V*FT);
% rlocus(F)
% sgrid
syms K s
Kv=0.0063;
Tv=0.001;
FC=K;
G=Kv/(Tv*s+1);
FT=0.2;
L=G*FC;

```

```

LC=L/(1+L*FT);
LC=simple(LC);
[N,D]=numden(LC);
% Ecuacion caracteristica
Q=D; % 100*K + 3*s + 3000
ls=solve('100*K + 3*s + 3000=0');
% tint=simple(1/ls);
% text=4000;
FC=solve('16=4*(7/(K+1))'); % text=4*tint;
FC=eval(FC);
% Lazo de Control Final Hallando TC
Kv=0.0063;
Tv=0.001;
V=tf(Kv,[Tv 1]);
Gt=tf(0.4778,[1 0.9417 0.05386]);
Gi=tf(FC*Kv,[Tv 1]);
H=tf(0.05,1);
L=Gt*Gi;
F=L/(1+L*H);
% -----
% Consideraciones de Diseño PI
% -----
ts = 5;      % tiempo de establecimiento
mp = 0.05;   % sobreimpulso maximo
zeta = sqrt((log(mp)/pi)^2/(1+(log(mp)/pi)^2));
wn = 4/(zeta*ts); % frecuencia natural
sigma = zeta*wn;
wd = wn*sqrt(1 - zeta^2);
% Polos Deseados
P1 = -sigma + 1j*wd;
P2 = -sigma - 1j*wd;
% Polos de la Planta
Polo=pole(Gt);
%Polo = -3.0788 -0.0772
% -----
% Angulos
% -----
ang1= atan(imag(P1)/(real(P1)-real(Polo(1))))*(180/pi); % Polo 1 planta
ang2= atan(imag(P1)/(real(P1)-real(Polo(2))))*(180/pi); % Polo 2 planta
ang3= 180 - atan(-imag(P1)/real(P1))*(180/pi); % Integrador
ang4 = 180 - (ang1+ang2+ang3); % Cero planta
% -----
% Magnitud
% -----
r1 = sqrt(real(P1)^2+imag(P1)^2);
r2 = sqrt((real(Polo(1))-real(P1))^2+imag(P1)^2);
r3 = sqrt((real(Polo(2))-real(P1))^2+imag(P1)^2);
% -----

```

```

% Calculo del Cero a y la Ganancia K del Controlador
% -----
a = imag(P1)/tan(ang4*pi/180)-real(P1);
r4 = sqrt((a-real(P1))^2+imag(P1)^2);
K = (0.251*r1*r2*r3)/r4;
% -----
% Ploteo de la geometria
% -----
figure
[p1,z1]=pzmap(Gt);
plot([-3.2 1],[0 0],'k')
hold
plot([0 0],[-1 1],'k')
plot(real(p1),imag(p1),'kx','LineWidth',2,'MarkerSize',12)
plot(real(z1),imag(z1),'ko','LineWidth',2,'MarkerSize',12)
plot(real(P1),imag(P1),'rx','LineWidth',2,'MarkerSize',12)
plot([0 real(P1)],[0 imag(P1)],'x','LineWidth',2,'MarkerSize',12)
plot(0,0,'mx','LineWidth',2,'MarkerSize',12)
% cero al aire
plot(-0.5,0,'ko','LineWidth',2,'MarkerSize',12)
% Pp a Pd
plot([real(P1) real(Polo(1))],[imag(P1) imag(Polo(1))],'b')
plot([real(P1) real(Polo(2))],[imag(P1) imag(Polo(2))],'b')
plot([real(P1) 0],[imag(P1) 0],'b')
axis([-3.5 .5 -0.1 1])
%
% -----
% Funcion de Transferencia del Controlador PI
% -----
TCPI = tf(K*[1 a],[1 0]);
L=TCPI*Gt*Gi;
F=L/(1+L*H);
figure
h=subplot(211);
t=0:0.01:28500;
% Escalamiento
A=130/20; % 20 A=2; % 40 A=3; % 60
u=A*ones(size(t));
y=lsim(F,u,t);
% plot(t,u,'k','LineWidth',2)
% hold
plot(t,y,'k','LineWidth',2)
grid
xlabel('\bf t(seg)')
ylabel('\bf y(t)')
axis([0 28500 0 140])
set(h,'YTick',0:10:140)
set(h,'YGrid','on')

```

```

%
%ltiblock
Kd=0;
% Desde Simulink
sim('control_PI_cascada',15000);
%sim('control_PI_cascada_nodisturbio',10000);
ys=signals(:,1);
rs=signals(:,2);
us=signals(:,3);
ts=signals(:,4);
% figure
% plot(ts,ys,'b','LineWidth',2)
% hold
% plot(ts,rs,'k','LineWidth',2)
% %axis([0 14000 0 150])
% legend('SP', 'y(t)',4)
% xlabel('\bf tiempo (seg)')
% ylabel('\bf T_{out} (°C)')
% grid
figure
plot(ts,us,'k','LineWidth',2)
%axis([0 14000 0 150])
xlabel('\bf tiempo (seg)')
ylabel('\bf u(t)')
grid

```