

t  
060.2  
V19

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA QUÍMICA**



**“PREDICCIÓN DE LA DISTANCIA DE DISPERSIÓN DE LAS  
SUSTANCIAS CONTAMINANTES EN UN RÍO ANTE UN DERRAME  
DE RELAVE CIANURADO MEDIANTE MODELAMIENTO Y  
SIMULACIÓN”**

**TESIS DIRIGIDA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL  
DE INGENIERO QUÍMICO**

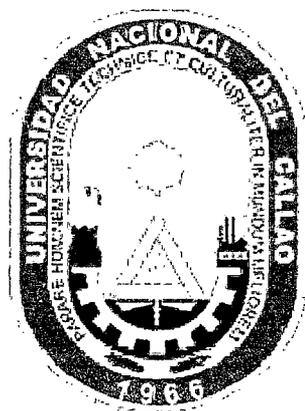
**PRESENTADO POR : SERGIO RAÚL VALENCIA KRAUSS**

**ASESORADO POR : Ing. CARLOS ERNESTO ÁNGELES QUEIROLO**

**JULIO 2006**

**CALLAO – PERÚ**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA QUÍMICA**



**“PREDICCIÓN DE LA DISTANCIA DE DISPERSIÓN DE LAS  
SUSTANCIAS CONTAMINANTES EN UN RÍO ANTE UN DERRAME  
DE RELAVE CIANURADO MEDIANTE MODELAMIENTO Y  
SIMULACIÓN”**

**TESIS DIRIGIDA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL  
DE INGENIERO QUÍMICO**

**PRESENTADO POR : SERGIO RAÚL VALENCIA KRAUSS**

**ASESORADO POR : Ing. CARLOS ERNESTO ÁNGELES QUEIROLO**

**JULIO 2006**

**CALLAO – PERÚ**

Id. Publ. 16055  
Id. Ejemplar: 39179

## **DEDICATORIA**

Al Rey de Reyes y Señor de Señores,  
Jesucristo.

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios, por ser la fortaleza y el amor de mi vida.

A mis padres, por ser apoyo y amor incondicional.

A Sandy, por ser mi gran amiga y compañía, por ser paciente conmigo y agilizar la elaboración de este trabajo.

A la Universidad Nacional del Callao, en especial a la Facultad de Ingeniería Química, por la formación que me han brindado.

A mi asesor, el Ing. Carlos Ángeles, por su exigencia constante y sus comentarios acertados.

Al Ing. Raymundo Carranza, por su apoyo en la realización de este trabajo.

Al Dr. Ángel Menéndez, por su gran ayuda y paciencia, sin él no hubiera sido posible concluir este trabajo.

A mi amigo Alex Vergaray, por enseñarme a aspirar siempre a algo mejor.

A mi amigo Eduardo McCubbin, por su ayuda en la programación.

A mi amigo el Ing. Ricardo Ingar por su confianza y apoyo en mi realización personal y profesional.

A la Ing. Lida Sanez, por su apoyo y sugerencias.

A la Ing. Albertina Díaz, por su confianza y apoyo.

Al Ing. Óscar Rodríguez, por sus varios aportes en el desarrollo de este trabajo.

A Huber Zárate, por su ayuda en la elaboración de la metodología de este trabajo.

A la Dr. Nuria Boluda, por su colaboración en el material didáctico proporcionado.

Al Jurado Calificador, al Ing. Policarpo Suero, Ing. Juan Medina y al MSc. Ing. Luis Carrasco por sus comentarios, sugerencias y correcciones al trabajo, y tener la disponibilidad de ayudarme a absolver mis dudas.

A mis amigos y compañeros que apoyaron mis ideales.

... muchas gracias.

# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>8</b>
<b>I. INTRODUCCIÓN</b>	<b>9</b>
1.1. Presentación del Problema	9
1.2. Objetivos	9
1.2.1. Objetivo General	9
1.2.2. Objetivos Específicos	10
1.3. Justificación	10
1.4. Antecedentes	11
<b>II. MARCO TEÓRICO</b>	<b>12</b>
2.1. Introducción	12
2.1.1. La minería aurífera en el Perú	12
2.1.2. Descripción del proceso de cianuración de oro	15
2.1.3. Disposición de los relaves provenientes de la cianuración de oro	20
2.1.4. Caracterización de relaves provenientes del proceso de cianuración de oro	22
2.1.4.1. Identificación de los contaminantes potencialmente peligrosos para la biótica	24
2.1.4.2. Valores límites de concentración de las sustancias potencialmente peligrosas	26
2.2. Impactos ambientales generados por la minería debido a la disposición de los relaves provenientes de la cianuración de oro	28
2.2.1. Planteamiento de escenarios para la cuantificación del impacto ambiental	31
2.2.1.1. Consideraciones	32
2.2.1.2. Variables del medio biofísico	32
2.2.1.3. Enumeración de las variables	33
2.2.1.4. Selección de variables más trascendentes en el escenario	34
2.2.1.5. Toma de datos o recolección de Información	34
2.2.2. Efectos de los contaminantes en la biótica	34
2.3. Introducción al modelamiento matemático	35
2.3.1. Generalidades	35
2.3.2. Conceptualización de modelo matemático y simulación	36
2.3.3. Clasificación de los modelos matemáticos y métodos de simulación	39

2.3.3.1. Clasificación de los modelos matemáticos	39
2.3.3.2. Clasificación de los métodos de simulación	39
2.3.4. Modelos matemáticos de predicción	41
2.3.5. Importancia de los modelos matemáticos de predicción	42
2.3.6. Alcance del modelo matemático predictivo para la dispersión de sustancias contaminantes en un río	44
<b>III. METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA INVESTIGACIÓN</b>	<b>46</b>
3.1. Búsqueda de información y recopilación de datos	46
3.2. Trabajo de gabinete	46
3.2.1. Definición del escenario	46
3.2.2. Formulación del modelo matemático	47
3.2.3. Obtención de soluciones a partir del modelamiento matemático	48
3.2.4. Validación del modelo matemático	48
3.2.5. Implementación del modelo matemático	49
3.2.6. Programación y simulación del modelo matemático	49
3.3. Análisis y comparación de resultados	51
3.4. Reporte final	51
3.5. Resumen de la metodología empleada en la tesis	51
<b>IV. RESULTADOS</b>	<b>55</b>
4.1. Formulación del modelo matemático de dispersión de los contaminantes a través del río	55
4.1.1. Modelamiento del tiempo de dispersión de los contaminantes por pulso instantáneo y puntual	55
4.1.2. Modelamiento de la longitud de dispersión de los contaminantes por pulso instantáneo y puntual	61
4.1.3. Consideraciones del modelo matemático	67
4.1.4. Escenarios para la simulación del modelo matemático	70
4.1.4.1. Consideraciones	70
4.1.4.2. Variables del medio biofísico	71
4.1.4.3. Enumeración de las variables	71
4.1.4.4. Selección de variables más trascendentes en el escenario	72
4.1.4.5. Toma de datos o recolección de Información	72
4.2. Programa DERRAME creado en MATLAB	72
4.3. Resultados de la simulación	73
4.4. Contraste de resultados	89
<b>V. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS</b>	<b>97</b>
<b>VI. CONCLUSIONES</b>	<b>104</b>

**VII. RECOMENDACIONES 106**

**VIII. BIBLIOGRAFÍA Y OTRAS REFERENCIAS 107**

**IX. APÉNDICES 112**

**APÉNDICE A:** Guía de procedimientos para modelamiento matemático  
y simulación **A-1**

**APÉNDICE B:** Guía del programa DERRAME **B-1**

**APÉNDICE C:** Código fuente de programación de DERRAME **C-1**

**APÉNDICE D:** Cálculo manual del modelamiento matemático **D-1**

**APÉNDICE E:** Glosario **E-1**

**APÉNDICE F:** Nomenclatura **F-1**

**ANEXOS**

**ANEXO 1:** Antecedentes de derrames de relave **G-1**

**ANEXO 2:** Plantas de cianuración en el Perú **H-1**

**ANEXO 3:** Solución de la Ecuación de Fick – Einstein **I-1**

## RESUMEN

Los depósitos o canchas de relave proveniente de la cianuración de oro casi siempre se ubican a pocos metros de un río que pase por la zona. En el Perú y el mundo se han reportado casos de derrame de relave a ríos. La mayor parte de los relaves no pueden ser reprocesados ni reutilizados en el proceso productivo, por lo que su almacenamiento en canchas es la única opción viable para su manejo. Existe un gran grupo de contaminantes de carácter inorgánico presentes en el relave y que sobrepasan los límites máximos permisibles de concentración, algunos de ellos, solubles en el cuerpo receptor.

En el presente trabajo, se modela y simula un caso hipotético en el cual el relave cae accidentalmente al río en curso, y por causa de ello, los contaminantes disociables recorren una distancia desde una concentración inicial de mezcla hasta un límite máximo permisible (LMP) de concentración en función de las variables involucradas en el río.

Las categorías principales de los mecanismos que afectan la distribución de la masa en un cuerpo de agua pueden ser representados a través de dos balances de masa, uno que busca encontrar el tiempo de dispersión de la sustancia contaminante en función de la concentración media en el volumen de control y otro que permite hallar la distancia de dispersión de las sustancias contaminantes aplicando la ley de conservación de la masa.

Se comparan y analizan los resultados de acuerdo al escenario planteado (tiempo de descarga o derrame de relave al río, porcentaje de volumen de derrame, etc.) y al contaminante que se va a dispersar a través del curso de agua de acuerdo a las condiciones iniciales y los resultados obtenidos por los métodos analítico o numérico para calcular el tiempo de dispersión, y los resultados con planteamientos alternativos: un modelo básico o el de advección – dispersión (Fick – Einstein). Finalmente, se concluye sobre el modelamiento predictivo y la simulación de la distancia de dispersión de las sustancias contaminantes en un río ante un derrame de relave cianurado.

## **I. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. Presentación del Problema**

El Perú se caracteriza por ser un país de actividad minera aurífera debido a la riqueza mineralógica que presenta. Por esta razón, la existencia de depósitos de relave o canchas relaveras es abundante, y casi siempre se ubican a pocos metros de un río que pase por la zona, habiéndose reportado casos de derrame de relave cianurado a ríos. <sup>[1]</sup>

Ante la posibilidad de un derrame de relave ocasionado por acción sísmica (geodinámica interna) o por desborde en la cancha debido a precipitaciones (geodinámica externa) existe el peligro de que este siniestro suponga afecte el agua, suelo y biótica del río. En este trabajo, se pretende predecir, mediante modelamiento matemático y simulación, la distancia de dispersión de cada sustancia contaminante en el cuerpo receptor hasta que lleguen al límite máximo permisible (LMP) de concentración establecido por la LEY GENERAL DE AGUAS <sup>[2]</sup>.

### **1.2. Objetivos**

#### **1.2.1. Objetivo General**

Predecir la distancia de dispersión de las sustancias contaminantes en un río hasta una concentración límite máximo permisible en caso de ocurrir un derrame de relave cianurado mediante un modelo matemático y la simulación de las variables involucradas.

<sup>[1]</sup>

Ver 1.4: "Antecedentes".

<sup>[2]</sup>

SECRETARÍA GENERAL DEL CONSEJO NACIONAL DE RECURSOS HÍDRICOS. "Ley General de Aguas". DECRETO SUPREMO Nº 261-69-AP. TÍTULO V. Artículo 82.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- A.** Identificar las sustancias contaminantes presentes en un relave proveniente de canchas de cianuración de oro que afectarían la calidad del agua en un río.
- B.** Plantear el modelo matemático que predecirá la distancia de dispersión de las sustancias contaminantes del relave derramado en un río.
- C.** Proponer los posibles escenarios a ser considerados en el desarrollo del modelo matemático de solución.
- D.** Evaluar las variables involucradas en el modelo matemático para simularlas mediante el software ***MATLAB 7.0.***
- E.** Contrastar los resultados obtenidos en la simulación del modelo matemático planteado con uno alternativo.

### **1.3. Justificación**

- A.** En caso de ocurrir un derrame de relave, se justifica una predicción de la distancia de dispersión de las sustancias contaminantes del relave en un río hasta una concentración límite máximo permisible mediante el planteamiento e implementación de modelo matemático que permitirá evaluar cuantitativamente el radio de contaminación en el ecosistema afectado por el siniestro ya que se podrán adoptar planes de contingencia y medidas de prevención de un impacto ocasionado fortuitamente por la industria minera.
- B.** Cuantificar el impacto en un río debido al derrame de relave permitirá tener una aproximación razonable de cuánta distancia y tiempo transcurrirán para que un

río pueda reducir la concentración de las sustancias contaminantes solubles en el cuerpo receptor a un límite máximo permisible y, de ser necesario, desarrollar trabajos a futuro en el campo del tratamiento de aguas y estimación económica de los daños causados al ecosistema.

#### 1.4. Antecedentes

En la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao, hasta la fecha, no se han reportado estudios de modelamiento matemático para predecir el grado de contaminación de las aguas debido a un siniestro.

Salas <sup>[3]</sup>, director y coordinador del Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS), afirma que los factores influyentes sobre el grado de complejidad del modelo dependerán de la calidad y características del agua, disponibilidad de datos observados, históricos y actuales sobre calidad del agua y las descargas de fluidos contaminados, de la gama disponible de opciones y estrategias para simulación. Además, realizó el modelamiento matemático en estado estacionario de descarga de contaminantes a un río.

*Se ha encontrado información vinculada a las aplicaciones del modelo que relacionen las entradas de fluidos contaminantes con la calidad del agua del cuerpo receptor con el fin de predecir, controlar y mejorar la calidad del agua.* <sup>[4]</sup>

Además, en el Perú, se han reportado casos de derrame de relave a ríos <sup>[5]</sup>, siendo estos los casos de los ríos Yauli, San José y Mantaro. A nivel internacional, tenemos los casos de riesgo ocurridos en Chile <sup>[6]</sup>, específicamente en río Blanco (2001), el Valle del Elqui (2002) y Cabildo (2003).

<sup>[3]</sup> SALAS, HENRY. "Criterios para Seleccionar Modelos Matemáticos de Calidad de Agua". Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS). Nº 21. Pág. 1.

<sup>[4]</sup> YZOCUPE, VÍCTOR A. "Modelación Numérica en Ingeniería Hidráulica y Ambiental". Pág. 2.

<sup>[5]</sup> TOLMOS, RAÚL A. "Minería y Medio Ambiente en Perú". Pág. 6

<sup>[6]</sup> OBSERVATORIO LATINOAMERICANO DE CONFLICTOS AMBIENTALES. "Registro de Conflictos Ambientales en Chile". <http://www.relca.net/oca/octlist.htm>.

## **II. MARCO TEÓRICO**

### **2.1. Introducción**

#### **2.1.1. La minería aurífera en el Perú**

En el Perú, la minería es una de las principales actividades económicas generadora de divisas, y se desarrolla principalmente en la región andina. Los impactos ambientales de origen minero y metalúrgico, en la pequeña, mediana y gran minería, son generados debido al proceso productivo desarrollado por las plantas concentradoras de minerales, sin embargo, a pesar de que algunas cuentan con tecnologías de última generación así como con estándares ambientales más estrictos que los estándares ambientales locales, no garantizan una efectiva gestión ambiental si es que no existe la adecuada regulación y vigilancia por parte del Estado.

Los problemas ambientales de la minería peruana se presentan en el contexto de una actividad minera polimetálica, donde la minería es una actividad que coexiste con la actividad agrícola desarrollada por decenas de comunidades campesinas asentadas en los Andes y en otras regiones del país.

Hoy el sector minero aurífero peruano se caracteriza por la explotación exitosa de yacimientos de baja ley de minerales de oro, el uso del factor tecnológico, como elemento clave, para determinar la viabilidad de un proyecto, la alta automatización de las operaciones, incorporación de aspectos ambientales en el manejo de las actividades metalúrgicas y la ejecución de acciones en beneficio de las poblaciones vecinas a las faenas mineras.

La cianuración es una tecnología que se utiliza desde hace 100 años en la recuperación de oro primario, sobre todo en la minería grande y mediana. En la pequeña minería, su uso es bastante nuevo. Debido a que algunos materiales auríferos (oro refractario o fino) no pueden ser concentrados satisfactoriamente por ningún método gravimétrico, en los últimos años el empleo de la cianuración se ha difundido bastante en la pequeña minería aurífera de los países andinos como Perú, Chile, Ecuador, Colombia y Venezuela y también en varios países africanos.

Al margen de sus indudables ventajas de alta recuperación, la cianuración, empleada rústicamente, puede causar, y de hecho está causando, un grave impacto ambiental. El cianuro es altamente tóxico. En casi todas las operaciones de la pequeña minería, se siguen amalgamando los concentrados para después cianurar las colas de la amalgamación, empleándose así dos procesos peligrosos para el medio ambiente y para la salud de los trabajadores.

Entre los factores geológicos que, en los últimos años, han influido en la minería aurífera está el agotamiento paulatino de las reservas de leyes medianamente altas y de fácil acceso, que ha motivado que las empresas mineras se orienten a la explotación de los yacimientos diseminados y a la búsqueda de nuevos yacimientos en lugares remotos.

En la etapa de cianuración, empezó a ser cada vez más común la existencia de grandes operaciones de lixiviación en pilas de minerales de baja ley, sistemas de precipitación con polvo de zinc (proceso Merrill Crowe), sistemas de control automático computarizado, plantas de tratamiento de efluentes bajo diversos sistemas, entre otros. Estrategias y tecnologías han permitido que las empresas mineras que operan en yacimientos ubicados en zonas remotas mantengan su rentabilidad y competitividad, pese a tratar minerales con leyes cada vez más bajas de oro.

Actualmente, megaproyectos con escalas de tratamiento diario de 50 mil a 100 mil toneladas diarias de mineral, con leyes promedio de un gramo por tonelada, son cada vez más frecuentes, habiéndose logrado una alta productividad debido a elevada incidencia de mecanización y automatización. En este escenario, de aplicación de modernas tecnologías, es frecuente encontrar operaciones mineras con costos de producción de alrededor de US \$ 100 a US \$ 120 por onza de oro.

En los últimos años ha habido cambios vertiginosos en la aplicación de tecnología en el procesamiento de minerales auríferos. Así, los aspectos más relevantes están vinculados a la tendencia de aplicar la tecnología de cianuración en pilas para lixiviar minerales diseminados con baja ley de oro. Mientras que en la recuperación de oro (desde soluciones cianuradas) se emplea carbón activado en plantas pequeñas y polvo de zinc en grandes operaciones.

Lo cierto es que parece ser una tendencia generalizada que la producción de oro, a partir de minerales y concentrados, esté gradualmente trasladándose desde los países desarrollados hacia los que se encuentran en vías de desarrollo. Esta tendencia nos lleva a esperar un crecimiento de la transferencia de tecnología en la minería aurífera peruana.

Durante los próximos años veremos la expansión de nuevos proyectos auríferos en el Perú, a pesar de las inevitables fluctuaciones en el precio del metal. Continuarán los esfuerzos por minimizar costos y consumo de energía, y cumplir las más rigurosas exigencias de protección del medio ambiente.

### **2.1.2. Descripción del proceso de cianuración de oro**

La lixiviación en montón (Heap Leaching) es un proceso muy económico para tratar metalúrgicamente minerales con baja ley en metales preciosos. La materia prima consiste en arenas auríferas o rocas minerales polimetálicas que se encuentran en las vetas, sea en yacimientos primitivos (oro de montaña) o en las arenas resultantes de la erosión (oro de lavadero). Contienen plata (*Ag*), oro (*Au*), plomo (*Pb*), zinc (*Zn*), cobre (*Cu*), etc. Los elementos o metales preciosos a recuperarse de estas arenas son: el oro (*Au*) y la plata (*Ag*). Los métodos de recuperación de los relaves minerales más conocidos son: mecánicos, amalgamación con mercurio (*Hg*), cianuración, cloruración y flotación. Generalmente se usa a la vez más de uno de estos procedimientos, dependiendo de cómo se encuentre el mineral, su tamaño, su composición, etc.

La cianuración es un proceso hidrometalúrgico que mediante la acción del cianuro logra disolver los metales. Bajo ciertos parámetros, se pueden operar grandes cantidades de materia prima y recuperar tan sólo los metales deseados. El cianuro de sodio (*NaCN*) es una sal que se empezó a usar industrialmente desde finales del siglo XIX en el tratamiento de minerales metálicos.

La velocidad de dilución depende de la concentración del cianuro, el tiempo de las partículas sometidas al proceso, el agente oxidante u oxígeno añadido, el cual acelera el proceso. El cianuro en rangos ácidos forma el ácido cianhídrico que emana gases mortales. Para evitarlo se añade al agua, cal o soda cáustica, a fin de elevar el pH a un estado alcalino de protección que evita la producción de gases. Por ello es indispensable medir el pH constantemente durante las diversas etapas del proceso.

El diseño de los reservorios o canchas de relave debe ser en circuito cerrado absolutamente a prueba de fugas de líquido para evitar contaminación por desechos de agua con algún contenido de cianuro.

Una vez que el mineral es disuelto por acción del cianuro de sodio, se recolecta en canchas de relave llamados también tranques, y se constituye así la solución rica que contiene en forma líquida al oro, plata y los otros metales que conforman el mineral sólido o materia prima sometida a este tratamiento.

La "solución rica", luego se precipita en una máquina que utiliza el método conocido como Merrill – Crowe, en la que se adiciona zinc metálico en polvo. El producto precipitado es un concentrado listo para ser fundido y refinado. En la cianuración se encuentran elementos que también son disueltos por este producto, pero que molestan en el proceso y se llaman cianicidas, como son el cobre (*Cu*), el níquel (*Ni*), oro (*Au*) y manganeso (*Mn*), los que además consumen mucho cianuro y consecuentemente elevan considerablemente los costos de producción.

Las operaciones y los procesos se dividen en dos fases definidas:

- a) Operaciones de concentración gravimétrica,
- b) Proceso de cianuración del concentrado gravimétrico.

Los relaves auríferos se almacenan en canchas de relave y son transportados mediante un cargador frontal a una tolva construida con planchas de hierro que tienen la función de almacenar arena. En la parte inferior de la tolva se tiene un cono que descarga mediante una compuerta regulable a un alimentador tipo banda, que conduce el relave aurífero o arena a un molino de bolas **(1)**. Al molino se le añade la cantidad de agua suficiente para formar una pulpa con un contenido apenas elevado de sólidos. La descarga cae en un canal abierto y llega a un concentrador ubicado en un nivel inferior.

La alimentación al concentrador **(3)** diluye la carga a una concentración menor de sólidos. Ahí se recupera un porcentaje importante de oro grueso. Las colas del concentrador se alimentan a una bomba centrífuga horizontal para lodos. La pulpa es bombeada mediante una tubería a un clasificador hidrociclón **(2)**.

Los gruesos del ciclón, llamados también "underflow" o descarga inferior, retornan al molino de bolas para ser remolidos. Los finos del ciclón, llamados también "overflow" o descarga superior, salen del circuito para alimentar una mesa gravimétrica **(4)**, en la que se recupera el concentrado en una tolva ubicada en un nivel inferior.

Los concentrados provenientes del concentrador y de la mesa se juntan, se desaguan y se transportan en volquetes a la planta de cianuración donde son posteriormente tratados, mientras las colas de la mesa van a una cancha de residuo **(5)**. El concentrado producido de la forma explicada anteriormente, se almacena en una tolva de madera hasta completar el tonelaje necesario para llenar el tanque de percolación. Una vez completada la carga, el concentrado se mezcla con cal para subir la alcalinidad y consistencia de la pasta con el objeto de que al secarse formen grumos para peletizar los finos y mejorar el filtrado de manera eficaz y que el material no se compacte, ganando con esto también altura, esto es, tonelaje.

Se llena el tanque de percolación **(7)**, el que tiene un falso piso de material filtrante o poroso, que permite el paso de líquidos, adicionalmente, sobre el material filtrante se pone yute para evitar el paso de las partículas muy finas. Se alimenta líquido, desde un tanque con cianuro que inunda el concentrado previamente alcalinizado. Se inyecta aire a presión para airear la solución cianurada por algunas horas diarias, así se acelera el proceso de lixiviación y, al ejecutarlo en menor tiempo, se alcanza una mayor productividad.

La solución filtrada se almacena en un tanque metálico denominado de solución rica **(8)**, ubicado en un nivel inferior. Si la concentración de oro en la solución es aceptable, se alimenta a la unidad de precipitación Merrill Crowe **(10)** de donde se combina el zinc metálico en polvo, precipitando al oro y a la plata, así como al cobre contenidos en la solución rica. La solución estéril se recircula mediante una bomba a otro tanque metálico ubicado en la parte superior, denominado tanque de solución estéril **(6)**. Se repite la operación hasta agotar la disolución del oro, durando el proceso algunos días. Terminada la cianuración, se descarga la arena del tanque manualmente hacia una cancha de desecho de sólidos **(9)**.

El proceso descrito anteriormente se caracteriza por ser de circuito cerrado. Terminada la operación de descarga, el concentrado contenido en el filtro de precipitación del Merrill Crowe sigue el siguiente proceso: decantado, secado; luego homogenizado y mezclado con bórax como fundente **(11)**; finalmente, el precipitado se funde en un horno eléctrico **(12)**.

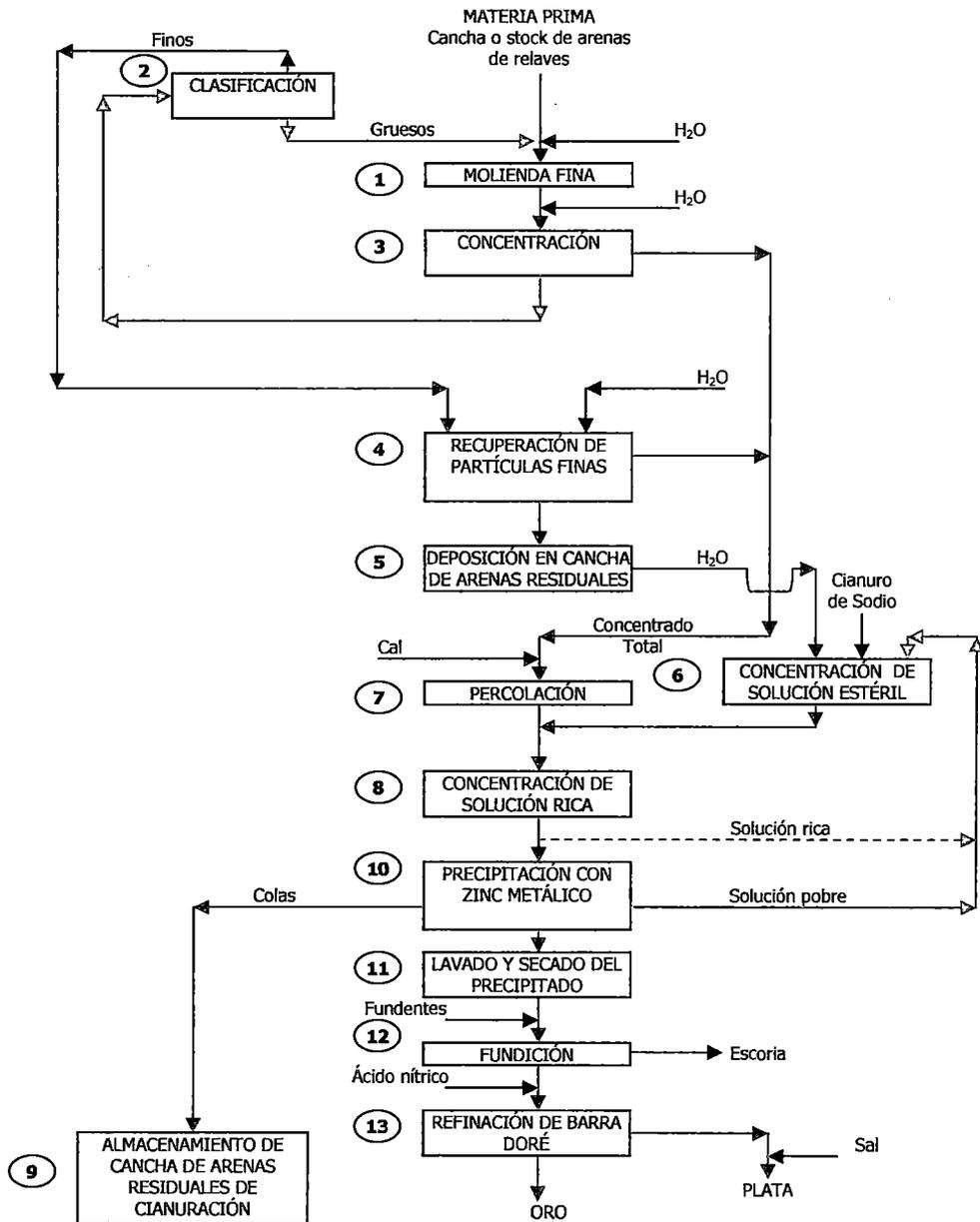
Una vez fundida la mezcla a más de 1000 °C, el líquido se cuela a una lingotera de hierro fundido, que luego de enfriada, se voltea. El producto resultante contiene una barra metálica integrada básicamente por plata (*Ag*), oro (*Au*) y cobre (*Cu*), más lo que llaman escoria, la que está formada por borosilicatos metálicos.

Se procede de inmediato a separar la escoria de la barra metálica mediante golpes con martillo, ya que la escoria se romperá. Esa barra se ataca o refina **(13)** con ácido nítrico para disolver la plata y el cobre, quedando el oro en forma de polvo; y por decantación y lavado se separa el metal que finalmente es secado y fundido para obtener la barra de oro.

De la solución de nitrato de plata, se recuperará la plata, precipitándola con sal o cloruro de sodio (*NaCl*) que forma cloruro de plata (*AgCl*) en forma de grumos

blancos. Este cloruro de plata se cementa con hierro en forma de plata metálica, se lava, seca y se funde para obtener la barra de plata.

Para resumir lo descrito anteriormente, se detalla el siguiente diagrama de proceso en la **figura 2.1**:



**Figura 2.1: Diagrama de proceso del proceso de lixiviación de oro.**

### 2.1.3. Disposición de los relaves provenientes de la cianuración de oro

Se denomina relave al material de descarte proveniente del proceso de concentración de minerales. La generación de relaves está asociada principalmente al proceso de concentración de sulfuros de cobre y en menor medida a la concentración de minerales de oro.

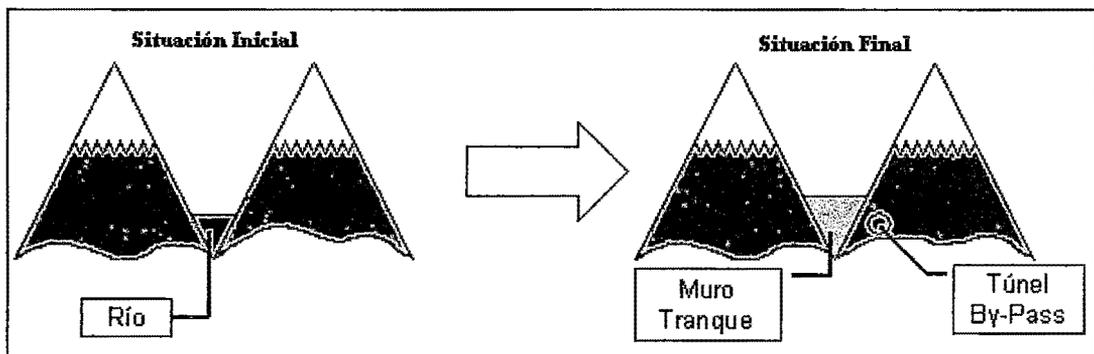
La mayor parte de los relaves no pueden ser reprocesados ni reutilizados en el proceso productivo, por lo que su almacenamiento es la única opción viable para su manejo. Las canchas de relaves son las estructuras más comunes para el almacenamiento de estos residuos. Como estrategia operativa, las compañías mineras intentan ubicar estas canchas lo más cercanas posible a la planta de procesamiento de minerales, con objeto de minimizar los costos de transporte de los residuos y a la vez hacer factible el reciclaje del agua contenida en los relaves (aproximadamente un 50% en peso), para minimizar el consumo de agua fresca y a la vez reducir los riesgos de percolación de estas aguas y el traslado de contaminantes hacia cuerpos de agua superficiales y/o subterráneos.

Esta estrategia ha significado que las mineras ubicadas en las zonas cordilleranas del país construyan sus canchas en quebradas de ríos, aprovechando de esta manera la topografía favorable del terreno. Para poder operar la cancha, se realizan normalmente obras de desvío de los cauces de agua que ocupan estas quebradas mediante la construcción de túneles de by-pass y posteriormente se cierra la cuenca a través de un muro contenedor, definiendo de esta manera la cubeta sobre la cual se almacenarán los residuos. La **figura 2.2** muestra esquemáticamente la operación de una cancha de relave en la cordillera.

*Hay diversas tecnologías de construcción de tranques. Antiguamente, dada su simplicidad y bajo costo, se construían tranques aguas arriba con bajos niveles de estabilidad y alta*

*probabilidad de colapso. Una mejor opción la constituyen los tranques aguas abajo, pero si bien implican un alto grado de estabilidad, la inversión requerida es considerablemente más alta.* [7]

Una vez que las canchas de relave cumplen su vida útil, debieran ser cerrados adecuadamente desde un punto de vista ambiental. Dentro de los impactos ambientales más relevantes que se pueden producir debido al manejo inadecuado de la etapa de cierre de una de estas instalaciones están los riesgos de contaminación de ríos, lagos, bordes costeros, etc., problemas de seguridad y riesgo de colapso de la instalación, elevación eólica de material particulado desde muros y relaves secos, alteraciones paisajísticas, generación de drenaje ácido, etc. El plan de cierre de estas instalaciones debería tener por objetivo garantizar la estabilidad física y química de la instalación, minimizando riesgos residuales al medio ambiente y la población.



**Figura 2.2: Esquema de la operación de una cancha de relave en la cordillera.**

La estrategia de construir las canchas de relave en quebradas en la etapa de cierre presenta una seria dificultad, debido a que siempre estará expuesta al riesgo de crecidas de cauce que originalmente escurría por la quebrada, es necesario mantener un control permanente de la instalación y de los túneles de desvío y obras anexas. Si una minera cierra una cancha de relave en cordillera y luego se desliga de la responsabilidad de su manejo post-cierre, le estará traspasando a la sociedad el costo generado debido al riesgo residual de la falla.

[7] EMPRESA MINERA DEL CENTRO DEL PERÚ. "La Minería en el Perú". <http://www.centromin.com.pe/mPeru.asp?id=17>

*El riesgo de que la instalación falle y se derramen los relaves a través de la cuenca pueden ser objetivamente muy bajos, sin embargo la percepción del riesgo de la población que se ubica aguas abajo de la instalación, sumado a lo catastrófico que podría llegar a ser un incidente de colapso, hace que la evaluación tome otra orientación. [8]*

*Dado que la mayor parte de relaves se generan en zonas áridas, la posibilidad de contaminar napas subterráneas a través de filtraciones se ve reducida. Por otro lado, en el diseño de la presa se consideran todos los casos extremos y las obras complementarias para asegurar la no infiltración en la masa de relaves y la evacuación mediante sistemas de drenaje hacia la poza de tratamiento. Una vez terminado el proceso de lixiviación, los relaves son bombeados al tranque de relaves existente. Los relaves serán descargados en el tranque por medio de una tubería, generalmente de polietileno de alta densidad, puesta en el perímetro del tranque. [9]*

#### **2.1.4. Caracterización de relaves provenientes del proceso de cianuración de oro:**

Generalmente, desde el inicio de las operaciones no hay cambios significativos en el proceso de lixiviación y tampoco se suelen dar cambios en el futuro, por lo que la información que se disponga sobre la composición del relave es representativa de todo el material almacenado y puede ser utilizada para inferir en lo que ocurrirá con el relave a ser depositado en la presa.

Se ha caracterizado la mineralogía del relave, correspondiendo a un material de color gris de granulometría predominantemente fina, donde abundan limos y arcillas (los cuales tienden a ser de baja capacidad de retención de contaminantes).

[8] ANDÍA, MARCELO; LAGOS, GUSTAVO. "Costos de Cierre de Tranques de Relave en Cordillera". Pág. 1 – 2.

[9] UNIVERSIDAD DE ATACAMA. "Declaración de Impacto Ambiental: Procesamiento de Minerales y Relaves para la Extracción y Recuperación de Oro, Plata y Cobre". Pág. 6.

El material de relave presenta las siguientes características: <sup>[10]</sup>

- a. Es de carácter alcalino (pH 8,5 – 10,4).
- b. Tiene contenido elevado en cianuro total (> .150 mg/kg).
- c. Tiene valores menores en contenido de sulfatos.
- d. Tiene contenido elevado en calcio.
- e. Para los demás elementos presentes con valores mayores a 1 g/kg se ha observado en todas las muestras valores más parejos, mostrando el máximo, mínimo y promedio, expresado en g/kg y los valores menores en mg/kg en los cuadros 2.1 y 2.2 mostradas a continuación:

**Cuadro 2.1: Elementos de interés ambiental con mayor presencia en los depósitos de relaves (en g/kg)**

Elemento	Máximo	Mínimo	Promedio
Fierro	54,10	35,10	46,70
Calcio	26,30	14,50	22,27
Aluminio	13,90	8,68	11,07
Magnesio	13,5	3,74	8,14
Arsénico	8,23	4,27	6,49
Zinc	8,42	2,48	4,44
Plomo	5,68	2,60	3,94
Potasio	4,37	2,80	3,54
Manganeso	1,25	0,53	0,88

Fuente: SVS Ingenieros S.A. 2004

**Cuadro 2.2: Elementos de interés ambiental con menor presencia en los depósitos de relaves (en mg/kg)**

Elemento	Máximo	Mínimo	Promedio
Fósforo	445,00	245,00	312,78
Titanio	225,00	105,00	178,11
Cobre	194,00	54,40	80,71
Cadmio	81,40	24,40	46,24
Níquel	41,70	2,50	17,01
Nitrógeno como amonio	31,90	1,82	10,47
Mercurio	2,24	0,37	0,95

Fuente: SVS Ingenieros S.A. 2004

<sup>[10]</sup> SVS INGENIEROS S.A. "Impacto del depósito de relave sobre el río Marañón". Pág. 2-3, 8-13.

Es necesario mencionar que el transporte de los contaminantes producidos en el relave hasta los terrenos receptores o aguas superficiales (infiltración y drenaje), es difícil que ocurra considerando las especiales condiciones climáticas de la zona donde se ubicaría el depósito de relaves, las cuales le confieren la casi ausencia de agua en dichos depósitos y lo difícil de la presencia de drenajes o infiltraciones debido a que se van a considerar todos los casos extremos y las obras complementarias de la presa incluirán diseños que aseguren los drenajes hacia los cuerpos de agua receptores de la zona. <sup>[11]</sup>

#### **2.1.4.1. Identificación de los contaminantes potencialmente peligrosos para la biótica**

Un gran grupo de contaminantes son los de carácter inorgánico, y entre estos destacan los metales pesados, presentes en el relave. Como metales pesados se entienden una serie de metales, sobre todo elementos de transición, que presentan como característica común una densidad superior a los 6 g/cm<sup>3</sup> como el cobre (*Cu*), zinc (*Zn*), manganeso (*Mn*), hierro (*Fe*) y cromo (*Cr*). Pero estos elementos han de mantener determinadas concentraciones para no generar perturbaciones para la biótica.

Existen otros elementos presentes en el relave que sin embargo son potencialmente tóxicos al tener la capacidad de reemplazar a otros metales esenciales con similares características químicas, lo que puede provocar graves consecuencias metabólicas tales como el arsénico (*As*), cadmio (*Cd*), plomo (*Pb*) y mercurio (*Hg*). Son muchos los utilizados en la industria, pero el cadmio (*Cd*), cobre (*Cu*), mercurio (*Hg*), níquel (*Ni*), plomo (*Pb*), zinc (*Zn*), arsénico (*As*), y selenio (*Se*), se consideran los más peligrosos.

---

<sup>[11]</sup> **SOCIEDAD PERUANA DE DERECHO AMBIENTAL.** *"Prevención de la Contaminación Minera en las Américas: Estudio de Caso Correspondiente a Perú"*. Pág. 45.

De entre todos los iones metálicos que componen el relave destacan el cadmio (*Cd*) y el mercurio (*Hg*) como los más tóxicos. El cadmio (*Cd*) se presenta en forma catiónica con propiedades semejantes al catión de calcio. El mercurio (*Hg*) se encuentra en principio como hidróxido, en medios no muy oxidantes puede llegar a reducirse a mercurio (*Hg*) metálico, que al ser muy volátil facilita su difusión por los poros del suelo. Los suelos en donde las arcillas tienen una gran capacidad de intercambio de cationes tienden a presentar una baja capacidad de retención de cianuro.

Casi todos los cloruros son solubles, excepción del cloruro de mercurio ( $HgCl_2$ ), cloruro de plata ( $AgCl_2$ ) y el cloruro de cobre ( $CuCl_2$ ) que son insolubles en agua. La presencia de pH alcalino tiende a que se formen sales complejas amónicas. Las sales complejas amónicas son todas solubles.

Los cationes ácidos de arsénico y cromo ( $As^{+3}$ ,  $As^{+5}$  y  $Cr_2O_7^{-2}$ ) no precipitan, sólo los hidróxidos de cromo, plomo, zinc y cadmio precipitan, al igual que el sulfuro de cobre ( $CuS$ ). Los cianuros de plomo, zinc y de mercurio precipitan, mientras que el resto de sales cianuradas son solubles.

Se forman hidróxidos solubles en sales amónicas (pH > 7.5) de hierro ( $Fe^{+2}$ ), manganeso ( $Mn^{+2}$ ) y magnesio ( $Mg^{+2}$ ). El ión mercurio ( $Hg_2^{+2}$ ) tiende a reducirse a mercurio metálico ( $Hg^0$ ) y forma precipitado. Sin embargo, hay pequeñas formaciones de  $HgClNH_2$ , el cual es soluble en exceso alcalino. <sup>[12]</sup>

En resumen, entre los componentes del relave que pueden tener efectos altamente peligrosos para la vida acuática cuando la concentración pasa los límites máximos permisibles (LMP) se tienen: cianuro, cromo, arsénico, cadmio, cromo, plomo,

<sup>[12]</sup> BURRIEL, F; LUCENA, F. y Otros. "Química Analítica Cualitativa". Pág. 381 – 409.

mercurio, cobre, zinc y níquel. El cobre, el cianuro, el cromo, el níquel y el arsénico por lo general forman compuestos disociables; mientras que el cadmio, plomo, zinc y mercurio son sustancias pesadas y que, por tanto, precipitarán como sedimento.

Además, hay que tomar en cuenta que el periodo de lluvias en la sierra peruana por lo general es de enero a marzo cada año <sup>[13]</sup> y que como consecuencia del arrastre de diversas sustancias y debido fundamentalmente a la disolución del  $CO_2$  en el agua de lluvia, tiene una ligera acidez que oscila entre valores de pH de 5,5 – 5,7 y que afectaría ligeramente el pH del río y del relave depositado en las canchas. De hecho, algunas lluvias llegan a tener pH del orden de 4,2 – 4,3, lo que se conoce como "lluvia ácida" <sup>[14]</sup>, que se designa a cualquier agua de lluvia de pH inferior al natural de 5.5. El pH de los suelos en la zona de estudio o escenario, dependerá del pH de la roca madre de la que provienen. Valores de pH entre 5,5 y 7,5 son los más comunes para los terrenos agrícolas.

#### **2.1.4.2. Valores límites de concentración de sustancias potencialmente peligrosas**

Considerando la Ley General de Aguas <sup>[15]</sup>, se observa en el **cuadro 2.3** los valores límites de las sustancias (parámetros) potencialmente peligrosas expresadas en mg / m<sup>3</sup>.

Así tenemos, según la clasificación de la Ley General de Aguas, las del tipo III, que son aguas para riego de vegetales de consumo crudo y bebida de animales, y que por su naturaleza, se identifican así a las aguas que pasan por el escenario en estudio.

<sup>[13]</sup> FASHÉ, O.; ROJAS, J.; PARIONA, E. "Estimación de la tasa de lluvia sobre Perú durante el verano del 2002 usando imágenes de los satélites GOES – 8 Y TRMM". Pág. 2.

<sup>[14]</sup> OROZCO, CARMEN y PÉREZ, ANTONIO. "Educación Ambiental / La Atmósfera". <http://www.jmarcano.com/educa/curso/atmos.html>

<sup>[15]</sup> SECRETARÍA GENERAL DEL CONSEJO NACIONAL DE RECURSOS HÍDRICOS. "Ley General de Aguas". DECRETO SUPREMO Nº 261-69-AP. TÍTULO V. Artículo 82.

**Cuadro 2.3: Valores límites de sustancias potencialmente peligrosas en mg / m<sup>3</sup>**

PARÁMETROS	I	II	III	V	VI
Selenio	10	10	50	5	10
Mercurio	2	2	10	0,1	0,2
Cadmio	10	10	50	0,2	4
Cromo	50	50	1,00	50	50
Níquel	2	2	1+	2	**
Cobre	1,000	1,00	500	10	*
Plomo	50	50	100	10	30
Zinc	5,000	5,00	25,0	20	**
Cianuros (CN)	200	200	1+	5	5(*)
Sulfuros	1	2	1+	2	2
Arsénico	100	100	200	10	50
<b>NOTA:</b>					
* Pruebas de 96 horas LC <sub>50</sub> multiplicadas por 0.1					
** Pruebas de 96 horas multiplicadas por 0.02					
LC <sub>50</sub> Dosis letal para provocar 50% de muertes o inmovilización de la especie del BIOENSAYO					
1+ Valores determinados. En caso de sospechar su presencia se aplicará los valores de la columna V provisionalmente.					
(2) Para el uso de aguas IV no es aplicable					
(*) Límites Máximo Permisible de Concentración de Cianuro					
CIANURO	Cianuro WAD		Cianuro Libre		
(CN)	80		22		
<b>NOTA:</b>					
I. Aguas de abastecimiento doméstico con simple desinfección.					
II. Aguas de abastecimientos domésticos con tratamiento equivalente a procesos combinados de mezcla y coagulación <i>sedimentación</i> , filtración y cloración, aprobados por el Ministerio de Salud.					
III. Aguas para riego de vegetales de consumo crudo y bebida de animales.					
IV. Aguas de zonas recreativas de contacto primario (baños y similares).					
V. Aguas de zonas de pesca de mariscos bivalvos					
VI. Aguas de zonas de Preservación de Fauna Acuática y Pesca Recreativa o Comercial.					

Fuente: DL N° 17752 "LEY GENERAL DE AGUAS".

## **2.2. Impactos ambientales generados por la minería debido a la disposición de los relaves provenientes de la cianuración de oro**

Las plantas procesadoras de minerales tienen la función de beneficiar o enriquecer los minerales originarios, a través de procesos que tienden a separar los minerales valiosos del material estéril, llamados procesos de concentración de minerales. Las etapas básicas de esta concentración la conforman la reducción del mineral en base a un chancado y molienda, la separación del material valioso por gravedad y/o medios de reactivos y la descarga del estéril a las canchas de relave.

Es de amplio conocimiento que toda esta actividad puede ser una fuente significativa de contaminación ambiental. En el caso de la pequeña minería, este impacto depende de la ubicación de la planta, del proceso de concentración de minerales usado y el manejo que este proceso tenga. Los medios principales que pueden ser afectados son el agua, suelo y aire. El paisaje y el medio humano serán afectados dependiendo de la ubicación espacial de la faena, al igual que la flora y fauna si las faenas están emplazadas en zonas de actividad agrícola o protegidas. Los agentes contaminantes más significativos serán las sustancias asociadas a las descargas del proceso de concentración (relaves), en forma de residuos industriales líquidos.

La identificación de los impactos potenciales resulta del análisis de la interrelación existente entre las acciones de las faenas que podrían causar algún impacto ambiental (fuente de emisión), los agentes contaminantes y los medios ambientales afectados.

La identificación de los impactos, según R. Carranza <sup>[16]</sup>, se efectúa mediante un análisis del medio y es el resultado de la consideración de las interacciones posibles que serán analizadas a través de:

---

<sup>[16]</sup> CARRANZA, RAYMUNDO. "Medio Ambiente / Problemas & Soluciones". Pág. 130.

- ✓ La percepción de los principales impactos, ya sean directos o indirectos, primarios o secundarios, a corto o largo plazo, acumulativos, de corta duración, reversibles o irreversibles.
- ✓ Su estimación o valoración, si puede ser cuantitativa y si no, al menos, cualitativa.
- ✓ Su relación con los procesos dinámicos, que permita prever su evolución y determinar los medio de control y corrección.

La valoración de los impactos se realiza evaluando la relevancia con que se manifiestan de acuerdo al tipo de faena estudiada, siendo en este caso el eventual derrame de relave. El área de influencia directa del siniestro está relacionada con el depósito de relaves, el cual comprende la delimitación natural existente en las posibles microcuencas de las quebradas. Es muy probable que la representación tenga la forma de un pequeño abanico fluvial.

La existencia probable de un deslizamiento, producto de la liberación de la geodinámica interna (sismos) provocaría la caída de material aluvial (tierra) y coaluvial (rocas) pudiendo ocasionar alteraciones en los depósitos de relaves siempre y cuando el material geológico está consolidado fuertemente, lo que ocasionaría el desprendimiento de material coaluvial por efecto de gravedad de material.

La presencia probable de una geodinámica externa mayor (precipitación), estaría ligada a las escorrentías de gran caudal que pueden producirse producto de las avenidas extraordinarias, mayormente ligados a los años punta (tipo Fenómeno del Niño). Durante dichas avenidas extraordinarias se podría alcanzar un caudal importante y la avenida de deslizamientos de material aluvial (huaycos), si se reúnen las condiciones.

Para cuantificar cada uno de los agentes y su impacto potencial se consideran los

resultados de interpretaciones teóricas, estimaciones empíricas y observaciones realizadas en terreno.

*Las principales consecuencias de la actividad de la pequeña minería relacionadas con la contaminación del medio ambiente que se estima en forma general, se asocian principalmente a los impactos respectivos que ellas producen, éstas son:*

- ✓ *Parcial infiltración de aguas del descarte con contenido de elementos tóxicos, en zonas con alta transmisividad hidráulica, como las correspondientes a plantas con sus lugares de descartes ubicados en las márgenes de algún río. Sin embargo, este efecto es despreciado si se considera al depósito de relave recubierto internamente por geomembranas de capa doble.*
- ✓ *Potencial deslizamiento o rebalse de depósitos de relave deficientes y abandonados con riesgo para la población y las actividades agrícolas y ganaderas, especialmente aquellos construidos en la ladera de un río.*
- ✓ *Cambio permanente de la calidad del suelo, producto de los depósitos de relave y descargas descontroladas de productos tóxicos.*

Los metales pesados presentes naturalmente en las rocas, al entrar en contacto con el agua, son arrastrados río abajo. La utilización del cianuro genera a su vez graves problemas. Esta sustancia se emplea en la industria minera para extraer los metales de la roca. El uso del cianuro fue lo que ha permitido extraer oro y plata presentes en baja ley en las rocas de una manera eficaz.

Las empresas mineras proponen el empleo de métodos de tratamiento del cianuro para destruirlo. Sin embargo, si bien los procesos de destrucción de cianuro disminuyen las concentraciones de muchos compuestos de cianuro, varios otros tóxicos, permanecen.

*La perturbación de las rocas en la minería puede provocar la erosión de la tierra expuesta y transportar una gran cantidad de sedimentación a arroyos, ríos y lagos. La sedimentación excesiva puede obstruir riberas, la vegetación de ellas y el hábitat de la fauna y organismos acuáticos.* <sup>[17]</sup>

Los residuos mineros sólidos depositados en botaderos o canchas de relave generan un complejo problema ambiental. Estos materiales contienen diversas especies mineralógicas, las que de ser abandonadas expuestas a las condiciones naturales pueden disolverse por la presencia de agua (lluvia), bacterias (lixiviantes, acidófilas), oxígeno (aire), dióxido de carbono (aire) y nitrógeno (aire y/o sales) para formar diversos compuestos solubles letales. <sup>[18]</sup>

*Se sabe que del total de mineral extraído en una mina metálica, entre el 1 y el 2% corresponde al metal deseado. El resto es desecho: 50% estéril, 44% relaves y 4% escorias.* <sup>[19]</sup>

### **2.2.1. Planteamiento de escenarios para la cuantificación del impacto ambiental**

Para el planteamiento de los escenarios a modelar y simular, se deben tomar en cuenta una serie de consideraciones. Se deben enfocar los distintos escenarios detallados para cuantificar el impacto en el ecosistema o biotopo. Se establecerán dentro de cada escenario planteado los caracteres que generan la comprensión particular del problema y establecen en qué, cómo y por qué lo impacta, es decir, se define el marco en referencia del problema que contiene las variables parametrizadas. <sup>[20]</sup>

A continuación, se mencionan las principales variables que determinarán el planteamiento de los escenarios:

<sup>[17]</sup> ODRIOZOLA, VERÓNICA. "No todo lo que es oro brilla – Resumen de Impactos Ambientales de la Minería de Oro". Pág. 8.

<sup>[18]</sup> HERRERA, LEANDRO. "Tratamiento de Residuos Mineros Líquidos y Sólidos".

<http://tamarugo.cec.uchile.cl/~leherrer/BT53A/minera/primer.html>

<sup>[19]</sup> YÁÑEZ, CECILIA. "Las Minas que nadie quiere".

[http://www.lanacion.cl/prontus\\_noticias/site/artic/20050213/pags/20050213170041.html](http://www.lanacion.cl/prontus_noticias/site/artic/20050213/pags/20050213170041.html)

<sup>[20]</sup> CARRANZA, RAYMUNDO. "Modelamiento y Control Ambiental". Pág. 56–58.

### 2.2.1.1. Consideraciones:

Las consideraciones definirán el marco de referencia y los aspectos a tomar en cuenta para un mejor enfoque del escenario. Las consideraciones para el planteamiento de escenarios están descritas en el **cuadro 2.4**.

**Cuadro 2.4: Consideraciones para el planteamiento de escenarios.**

CONSIDERACIONES	DESCRIPCIÓN
<b>Circunstancias del territorio</b>	Las variables resultan importantes en unos casos y en otros, no.
<b>Superficie del área de estudio</b>	La propia definición de algunas variables implica que sólo puedan ser consideradas en determinadas extensiones.
<b>Variables seleccionadas</b>	Deben analizarse con igual profundidad para evitar pérdidas de información.
<b>Identificación de ecosistemas</b>	Caracterización de impactos, vulnerabilidades o riesgos del territorio, participación en la caracterización de aptitudes del suelo, e intervención a lo largo del proceso en todas las etapas en que se observa el medio.
<b>Volumen de datos</b>	Debe ser el menor posible dentro de un umbral determinado por la prospección requerida. Significa que hay que depurar los datos y eliminar aquellos que aporten información escasa o ya repetida en otros.
<b>Accidente o causa del proceso o fenómeno</b>	Por ejemplo, derrame de líquido superficial o de pulpa debido a la geodinámica interna o externa.
<b>Magnitudes de las variables</b>	Tomar en cuenta las variables del medio biofísico, cantidades o periodos de operación (de la cancha) e impacto.

Fuente: SECRETARÍA GENERAL DE MEDIO AMBIENTE DE ESPAÑA. 2000.

### 2.2.1.2. Variables del medio biofísico:

En el **cuadro 2.5**, se dan los ejemplos de las variables del medio biofísico, las cuales están relacionadas con la tierra, atmósfera, agua, biología, paisaje, influencia humana y procesos que se suscitan en el escenario a estudiar.

### 2.2.1.3. Enumeración de las variables:

Se hace un análisis detallado de cada una de las variables que componen el medio.

El que existan estas largas relaciones de variables, parámetros, etc., no quiere decir

que en todos los casos hayan de considerarse todas las que en ellas se señalan.

**Cuadro 2.5: Variables del medio biofísico.**

<b>VARIABLES DEL MEDIO BIOFÍSICO</b>	<b>EJEMPLOS</b>
<b>Variables relacionadas con la tierra</b>	Profundidad, textura, estructura, pH, características hídricas, disponibilidad de elementos nutritivos, contenido en algunos elementos clave como sales solubles, elementos tóxicos (propiedades fisicoquímicas, concentraciones de los fluidos y su LMP, impacto al ambiente).
<b>Variables relacionadas con la atmósfera</b>	Condiciones climáticas del territorio, temperatura, precipitación, humedad atmosférica, viento, condiciones de relieve, accesibilidad de la zona a distintos factores climáticos, orientación, cursos y masas de agua, naturaleza del suelo, tipo de cubierta vegetal y altitud.
<b>Variables relacionadas con el agua</b>	Cartografía de todas las formas de agua presentes, distancia de los poblados al agua, cantidad y calidad de agua, caudales permanentes o estacionarios, cálculo del nivel freático, calidad de agua subterránea.
<b>Variables Biológicas</b>	Vegetación: Abundancia y densidad, cubierta, biomasa, dominancia, composición florística, sociabilidad, diversidad, rareza, sensibilidad al fuego, calidad visual, potencial recreativo. Fauna: Estabilidad, abundancia, diversidad y rareza de las especies y del ecosistema, representatividad, singularidad, atracción turística e interés científico de las especies. Recursos Culturales: arqueológicos, históricos, arquitectónicos, naturales y científicos.
<b>Variables relacionadas con el paisaje o su percepción</b>	Incidencia, complejidad, transparencia y calidad visual, unidad de la composición, variedad, forma, textura, color, dimensión, contraste, diversidad y singularidad paisajística.
<b>Variables de influencias humanas</b>	Accesibilidad y actuaciones humanas.
<b>Procesos</b>	Erosión hídrica o eólica, sedimentación, inestabilidad e inundación.

Fuente: SECRETARÍA GENERAL DE MEDIO AMBIENTE DE ESPAÑA. 2000.

#### **2.2.1.4. Selección de variables más trascendentes en el escenario:**

En cada caso particular habrá que proceder a la selección de variables significativas, y su número será, con frecuencia, una pequeña fracción del total. Se deben seleccionar las variables implicadas directamente en el desarrollo del fenómeno que impactará en el escenario listándolas en una matriz.

#### **2.2.1.5. Toma de datos o recolección de información:**

A menudo, es una de las fases más laboriosas en la selección de escenarios y, en cualquier caso, constituye una fase crucial de importancia, pues condiciona la bondad de los resultados obtenidos. El contenido básico de la información recopilada no puede mejorarse en posteriores fases del estudio, de ahí que la exactitud y adecuación a los objetivos de los datos obtenidos sean condiciones necesarias, aunque no suficientes, para la obtención de resultados veraces. Finalmente, estos datos se plasmarán en el escenario que se desee modelar.

#### **2.2.2. Efectos de la contaminación en la biótica**

La contaminación de los cuerpos de agua en las actividades mineras es producida principalmente por descargas directas e indirectas de aguas ácidas de mina, de efluentes o aguas residuales de operaciones mineras y procesos metalúrgicos.

Los cuerpos de agua pueden ser física o químicamente alterados o cambiados por las operaciones mineras y procesos metalúrgicos. En cuerpos de agua superficiales como los ríos, los cambios físicos pueden advertirse visualmente. Los efectos más serios son los fisicoquímicos: incremento de acidez, elevadas concentraciones de metales pesados y reactivos, materiales en suspensión, efecto en los sedimentos de fondo, etc. Estos efectos son generalmente adversos y limitan el uso de los cuerpos

de agua contaminados, afectando directamente a la vida acuática, a los humanos y animales al consumir agua contaminada.

Estos efectos se refieren a los producidos por contaminantes específicos, especialmente los químicos y son mostrados en el **cuadro 2.6.** <sup>[21]</sup>

**Cuadro 2.6: Contaminantes y efectos en la salud**

Contaminante	Efectos
<b>Arsénico</b>	El principal síntoma es la hiperqueratosis palmo – plantar. Produce hibocromias, hiperpigmentaciones, pérdida progresiva de la circulación en las extremidades; puede ser carcinógeno. Letal en dosis medias.
<b>Cadmio</b>	Irritaciones estomacales, náuseas, vómito y diarrea, dolor abdominal y muscular. Es carcinógeno y en casos humanos contribuye carcinoma de la próstata, además provoca alta presión arterial. Enfermedades cardiovasculares.
<b>Cianuro (como HCN)</b>	Lesión nerviosa análoga a las del monóxido de carbono: atrofia muscular de los miembros, dismetría, etc. Los peces y los invertebrados acuáticos son sensibles a la exposición al cianuro.
<b>Cromo</b>	Conjuntivitis, lagrimeo y dolor. Leta en dosis medias.
<b>Mercurio</b>	Se acumula en el cerebro, causa sordera parcial, adormece las extremidades. Daños irreversibles al hígado.
<b>Metilmercurio</b>	Edema cerebral con destrucción masiva de la materia gris. Pérdida de movimientos, causa ceguera.
<b>Nitratos y Nitritos</b>	Los nitratos parecen no ser tóxico o peligroso como tal pero puede convertirse por reducción bacteriana o química en nitrito, potencialmente dañino, el cual produce metahemoglobinemia.
<b>Plomo</b>	Aumento de la presión arterial, anemia, encefalopatía, reducción de hemoglobina. Leta en dosis medias.

Fuente: CARRANZA R. Medio Ambiente / Problemas & Soluciones. 2001.

## 2.3. Introducción al modelamiento matemático

### 2.3.1. Generalidades:

*La actividad minera provocará un impacto ambiental, positivo o negativo, pequeño o grande según la magnitud de su incidencia sobre el entorno.* <sup>[22]</sup>

<sup>[21]</sup> CARRANZA, RAYMUNDO. "Medio Ambiente / Problemas & Soluciones". Pág. 44.

<sup>[22]</sup> CARRANZA, RAYMUNDO. "Medio Ambiente / Problemas & Soluciones". Pág. 146.

Todos los factores o parámetros constituyentes del Medio Ambiente pueden verse afectados en mayor o menor medida por las acciones humanas adoptadas en este sector industrial. Estos parámetros medioambientales se pueden sintetizar en cinco grandes grupos: Físicoquímicos, biológicos, paisajísticos, socio-culturales y humanos, y económicos.

La evaluación de impacto debe abarcar los siguientes aspectos:

- ✓ Describir la acción propuesta, así como otras alternativas.
- ✓ Predecir la naturaleza y la magnitud de los efectos ambientales sobre el hombre y los componentes bióticos y abióticos de su entorno.
- ✓ Interpretar los resultados.
- ✓ Prevenir los efectos ambientales.

El enfoque de este trabajo va dirigido al análisis de los parámetros físicoquímicos, plasmados e interpretados en un modelo matemático predictivo. Se debe tener en claro los conceptos de modelo, modelamiento matemático, modelo matemático y simulación para aplicarlos sin confundir los términos. También, se clasificarán los modelos matemáticos y los métodos de simulación de acuerdo a los criterios convenidos, para identificar la naturaleza y funcionalidad buscadas mediante la implementación del modelo matemático. Debe incidirse, sin embargo, en los modelos matemáticos de predicción puesto que el objetivo principal de este trabajo es predecir el impacto en la calidad del agua del río afectado por un derrame de relave.

### **2.3.2. Conceptualización de modelos matemáticos y simulación:**

Un modelo, según el Grupo de Investigación en Sistemas de Control Digital, *es la representación de una manera más sencilla de ciertos aspectos de un proceso o elemento, y el cual es utilizado con objetivos de análisis, control y predicción. Todo*

*modelo se basa en una teoría, pero dicha teoría puede no estar indicada en una forma concisa. Tipos de modelos: a escala, descriptivos, gráficos, analógicos y matemáticos.* [23]

Según J. Aracil, *un modelo constituye una representación abstracta de un cierto aspecto de la realidad, y tiene una estructura que esta formada por los elementos que caracterizan el aspecto de la realidad modelada y por las relaciones entre estos elementos.* [24]

Los modelos matemáticos, según F. Bellini, *son los modelos formales basados en la lógica matemática, y se basan en un conjunto de relaciones matemáticas (tales como ecuaciones, inequaciones, relaciones lógicas, etc.) que se corresponden con las relaciones del mundo real (tales como relaciones tecnológicas, leyes físicas, restricciones del mercado, etc.).* [25]

*El modelamiento matemático se ha convertido en una herramienta regular en el desarrollo de proyectos de ingeniería hidráulica y ambiental. Hasta los años sesenta para dichos estudios, principalmente se utilizaban modelos físicos a escala. Actualmente, en los laboratorios de Europa y USA, más del 50% de sus trabajos se relacionan con modelos numéricos.* [26]

Los modelos matemáticos usan el lenguaje simbólico de la matemática que tiene sus propias limitaciones. Los modelos pueden ser demasiado complejos no pudiendo ser resueltos con eficiencia, y requiriendo inexplicables (o injustificables) simplificaciones del problema real para poder llegar a una buena solución estratégica. En tales circunstancias, el problema que queda "resuelto" ya no se asemeja al problema original y de implementarse la solución podría resultar en efectos desastrosos en los resultados. Una selección apropiada del tipo de modelo y de la técnica de solución minimizará este tipo de error. Los modelos de simulación son las duplicaciones computarizadas de los sistemas reales y, de lejos, son mucho más realistas, en

---

[23] GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN SISTEMAS DE CONTROL DIGITAL. "Glosario de la Guía de Control-Systems.net". [www.control-systems.net/recursos/glosario/m.htm](http://www.control-systems.net/recursos/glosario/m.htm)

[24] ARACIL, JAVIER. "Introducción a la Dinámica de Sistemas". Pág. 18.

[25] BELLINI, FRANCO. "Investigación de las Operaciones". [http://www.investigacion-operaciones.com/Introduccion\\_modelizacion.htm](http://www.investigacion-operaciones.com/Introduccion_modelizacion.htm)

[26] YZOCUPE, VÍCTOR. "Modelización Numérica en Ingeniería Hidráulica y Ambiental". Pág. 2.

especial en el modelamiento de sistemas dinámicos, determinísticos o en ambos casos. [27]

El modelo matemático puede ser obtenido empíricamente o utilizando los principios teóricos. En el primer caso, el tiempo de desarrollo es menor y no hay que razonar mucho, sólo se trata de ajustar parámetros para que las predicciones del modelo coincidan con los datos experimentales. Sin embargo, la dificultad aparece a la hora de seleccionar los datos experimentales que se utilizarán para realizar el ajuste, ya que se necesita una gran cantidad si es que se quiere que la zona de validez del modelo no sea muy pequeña. El enfoque restante ofrece la ventaja de requerir menos datos experimentales, produce modelos más robustos, pero requiere de un gran esfuerzo para su desarrollo.

*Al hablar de modelamiento, se hace referencia a la forma en que se lleva a cabo la simulación planteada dentro del proceso escogido. Este modelamiento se realiza mediante diferentes operaciones matemáticas. El modelo matemático puede ser una aproximación del sistema real, el cual puede ser extremadamente complejo y aún no comprendido del todo. La complejidad del modelo estará determinada por los objetivos que persigue su construcción.* [28]

Según R. Carranza, *la simulación es la representación de lo que puede ocurrir en un proceso a través de la resolución de los modelos matemáticos, utilizándose como herramientas softwares de resolución de métodos numéricos, obteniéndose resultados que puedan representar la variación de un parámetro con respecto al tiempo o espacio, así como también en softwares de programación orientados a objetos o de inteligencia artificial; pudiendo representarse virtualmente en una pantalla o mímico demostrativo, con datos adquiridos en tiempo real, lo que está sucediendo en un proceso.* [29]

---

[27] **BELLINI, FRANCO.** "Investigación de Operaciones"

[http://www.investigacion-operaciones.com/conceptos\\_modelos.htm#rmodelproc](http://www.investigacion-operaciones.com/conceptos_modelos.htm#rmodelproc)

[28] **CASTELLOS, ÓSCAR; MONTOYA, IVAN y otros.** "Gestión Siglo XXI: Nuevas Tendencias en la Gestión Organizacional"

<http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/economicas/2008551/lecciones/cap2-4-2.htm>

[29] **CARRANZA, RAYMUNDO.** "Simulación, Automatización y Control de Procesos". Pág. 2.

No hay que olvidar que la simulación, al igual que el modelamiento, es una herramienta de trabajo y no un fin en sí misma.

### **2.3.3. Clasificación de los modelos matemáticos y métodos de simulación:**

#### **2.3.3.1. Clasificación de los modelos matemáticos:**

Los modelos pueden ser establecidos de acuerdo a diferentes criterios, pero desde el punto de vista del modelamiento de sistemas hidrogeológicos, parten tres grandes bloques:

- Modelos Físicos o a Escala.
- Modelos Analógicos.
- Modelos Matemáticos.

Dentro del grupo de modelos matemáticos, se establecen muchos criterios de clasificación, mostrados en la **figura 2.3**.

#### **2.3.3.2. Clasificación de los métodos de simulación:**

Podemos considerar a la simulación como aquella en la cual proponemos ciertos valores de entrada al simulador o programa de simulación para obtener ciertos resultados o valores de salida, tales que estiman el comportamiento del sistema real bajo esas condiciones <sup>[30]</sup>. A continuación, se mostrarán en la **figura 2.4**, los diversos criterios de clasificación de los métodos de simulación establecidos.

---

<sup>[30]</sup> SCENNA, NICOLÁS. "Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos". Pág. 193 – 195.

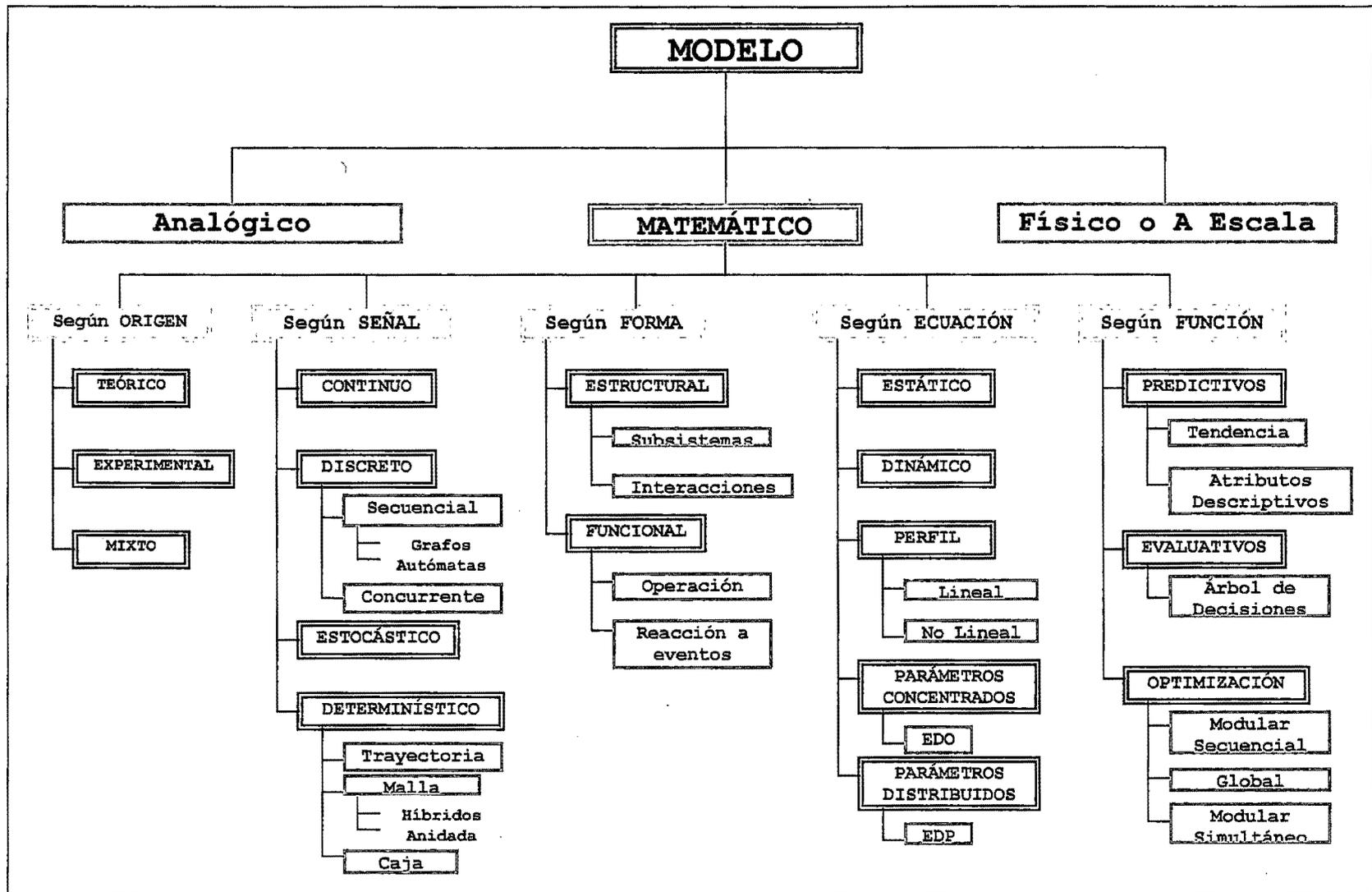


Figura 2.3: Clasificación General de los Modelos Matemáticos.

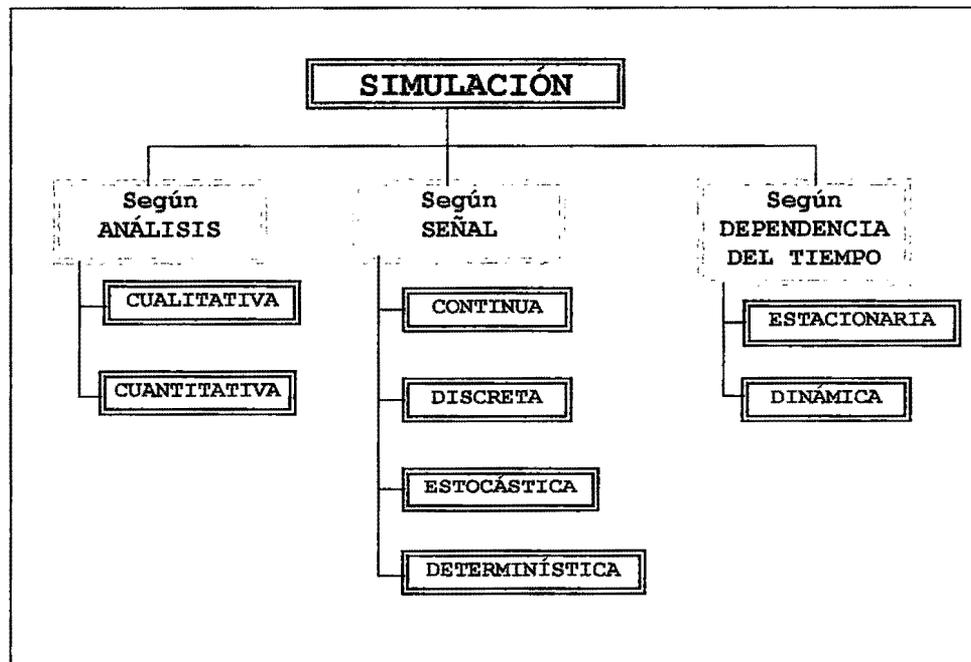


Figura 2.4: Clasificación General de los Métodos de Simulación.

#### 2.3.4. Modelos matemáticos de predicción:

*Los modelos matemáticos de predicción son utilizados para la Evaluación del Impacto Ambiental ayudando a predecir los posibles impactos en el entorno, por lo tanto es necesario definirlo mediante un conjunto de ecuaciones, representando a través de parámetros, lo que puede ocurrir en la naturaleza respecto al tiempo o al espacio. Estos modelos matemáticos pueden ser empíricos (en base a datos experimentales), teóricos (referidos en conceptos teóricos de balance de materia, energía y cantidad de movimiento) y los semi empíricos (determinados por la interrelación de los anteriores). [31]*

Los modelos matemáticos necesitan ser simulados con la ayuda de un software permitiendo representar los parámetros del medio ambiente de forma estadística y gráfica para un análisis de predicción.

Si se desea predecir el clima de una zona, se puede utilizar un modelo matemático

[31] CARRANZA, RAYMUNDO. "Medio Ambiente / Problemas & Soluciones". Pág. 146 – 147.

empírico basándose en los datos de los últimos años registrados en una estación meteorológica, obteniéndose curvas periódicas permitiendo predecir un comportamiento similar cada cierto período de tiempo.

Si no se tuvieran tantos datos como por ejemplo cuál sería la variación del grado de dilución en un cuerpo de agua superficiales se tendría que recurrir a los modelos matemáticos de Transferencia de Masa (ley de Fick) para determinar la variación de la concentración con respecto al tiempo y simular la variación con los pocos datos obtenidos al respecto, siendo posible predecir las posibles ocurrencias en un futuro.

El modelo teórico debe ser utilizado cuando no es posible recolectar datos y se recurre a los métodos numéricos para poder predecir las variaciones de los parámetros ambientales con respecto al tiempo y al espacio.

### **2.3.5. Importancia de los modelos matemáticos de predicción:**

Bajo el método científico, por ejemplo, se consolidan leyes y teorías en diversas ramas del conocimiento, las cuales son expresables por medio de sistemas de ecuaciones diferenciales. Dada la infinita complejidad de los fenómenos fisicoquímicos, estos diseños abstractos generalmente conocidos como modelos, son sólo meras aproximaciones de la realidad. De aquí se desprende que si bien el sistema real a estudiar es único, puede existir un número muy grande de modelos asociados al mismo.

Para obtener un modelo predictivo que pueda resolverse y que sea útil, resulta necesario adoptar un conjunto de hipótesis. Las necesidades de exactitud que el problema a resolver nos impone, determinan el conjunto de hipótesis a utilizar. Esto implica una relación entre modelo (conjunto de hipótesis asumidas) y objetivos del ingeniero.

Resulta evidente que no todo sistema de ecuaciones puede resolverse fácilmente, al menos desde el punto de vista analítico. Esto impuso a lo largo de la historia limitaciones importantes al tipo de modelos que podían resolverse, o la necesidad de recurrir a hipótesis inadecuadas o restrictivas (súper-simplificaciones) para al menos poder tratar el problema. Es por ello que, en los orígenes de las ciencias tecnológicas, los modelos podían ser considerados en gran medida como empíricos, es decir, con parámetros incorporados, que surgían de experiencias, y no a partir de los primeros principios o leyes fundamentales. A medida que evolucionaron las diversas ramas de las matemáticas y con el advenimiento de la computación, poderosa herramienta complementaria al análisis numérico, se abrieron caminos revolucionarios.

El propósito es mostrar cómo implementar modelos de predicción para resolver problemas comunes en el campo de la Ingeniería, cómo resolverlos desde el punto de vista computacional, y qué tipo de problemas (modelos) surge al cubrir distintos aspectos de la ingeniería. Los métodos numéricos son una clase de algoritmos para resolver una amplia variedad de problemas matemáticos.

La utilidad de los modelos matemáticos de predicción está dada por:

- Análisis, comprensión y evaluación de un sistema real: relación entre variables.
- Pronóstico del comportamiento de un sistema real (normalmente a partir de la simulación), como base para la toma de decisiones.
- Estimación de variables no medibles.
- Prueba de hipótesis.

Para diversos problemas no se ha encontrado todavía un modelo matemático completo y seguro, de manera que resulta obvio que es imposible encontrarles una solución numérica. Por ejemplo, en problemas de fluidos dinámicos que involucran

flujos turbulentos, en estimaciones meteorológicas o climáticas, etc. La interpretación de los resultados obtenidos no resulta trivial.

Existe una importante necesidad que el ingeniero adquiera un profundo conocimiento acerca del funcionamiento de los métodos numéricos y las aplicaciones informáticas, a partir de lo cual, uno como usuario podrá seleccionar, modificar, adaptar o programar un método adecuado para cualquier tarea específica que emprenda. Es interesante destacar que la llegada de entornos WINDOWS y utilitarios que agregan facilidades visuales o gráficas, tales como el DELPHI, VISUAL BASIC, **MATLAB**, etc., facilitan enormemente el diseño de sistemas amigables para el usuario, ya sea en programas de simulación como de supervisión de procesos, simulación en tiempo real, etc.

### **2.3.6. Alcance del modelo matemático predictivo para la dispersión de las sustancias contaminantes en un río**

Con el fin de predecir, controlar y mejorar la calidad del agua; pueden emplearse modelos matemáticos que relacionen las entradas de fluidos contaminantes con la calidad del agua del cuerpo receptor.

Los modelos matemáticos predictivos pueden ayudar también a evaluar el beneficio relativo que se obtiene para la calidad del agua mediante la eliminación de diferentes componentes de los contaminantes.

*Los factores influyentes en el grado de complejidad del modelo incluyen el tipo de problema de calidad del agua que se desea resolver, las características del cuerpo de agua, la disponibilidad de datos observados, los riesgos para la salud y el ambiente relacionados con el área.*<sup>[32]</sup>

---

<sup>[32]</sup> **SALAS, HENRY.** "Criterios para Seleccionar Modelos Matemáticos de Calidad de Agua". Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS). Nº 21. Pág. 1.

Como se ha indicado en el **numeral 2.1.3**, los depósitos de relave suelen ubicarse en quebradas de ríos. El riesgo de un siniestro dependerá de la geodinámica del medio, que está expuesto a derrames accidentales de relave que impactarán en la calidad del agua del río en estudio, que es el problema de interés. La capacidad asimilativa del medio acuático para diluir sustancias contaminantes es limitada, por lo que el uso constante de los ríos como medio receptor es motivo de preocupación por su impacto al ambiente fluvial y sus repercusiones en la flora, fauna, salud y actividad humana. Por lo tanto, es importante el estudio de las condiciones hidrodinámicas y sedimentológicas así como las características de dispersión de los diferentes contaminantes, para poder predecir la trayectoria contaminada en caso de un accidente. En particular, las regiones mineras requieren de programas de investigación extensos debido a que las condiciones que determinan la cantidad de sustancias contaminantes presentes en los ríos serán trascendentales para la definición del modelo matemático.

En el caso del transporte de sustancias contaminantes debido al flujo de agua, el modelo matemático debe ser capaz de predecir el tiempo y longitud de dispersión de las mismas.

### **III. METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA INVESTIGACIÓN**

La metodología descrita en este trabajo sigue una secuencia paso a paso para modelar y simular la predicción de la distancia de dispersión de las sustancias contaminantes en un río ante un derrame de relave cianurado.

#### **3.1. Búsqueda de Información y recopilación de datos:**

Consistió en buscar y compilar información de literatura (fuentes bibliográficas, cibergráficas, hemerográficas, etc.) referente a la calidad del agua de los ríos y sustancias que estos contienen, los límites máximos permisibles de concentración de las sustancias contaminantes presentes en aguas fluviales, características principales de los relaves, modelamiento matemático aplicado al derrame de relave, solución de las ecuaciones diferenciales planteadas y obtención de datos de la literatura o de experiencias antecedidas a este trabajo.

#### **3.2. Trabajo de gabinete:**

Utilizando como principal herramienta de trabajo una computadora, se utilizó el software **MATLAB 7.0**. En esta etapa se siguió el siguiente procedimiento:

##### **3.2.1. Definición del Escenario:**

Reconocimiento de campo de interacción, los que abarcaron los siguientes aspectos:

- a. *Delimitaciones del problema*, es decir, una caracterización de la zona ribereña en la sierra, que es la que se quiere influenciar.
- b. *Especificación del objetivo de resolver el problema*, tal que se entienda que se resuelve el modelo para determinar la distancia en la cual se dispersan los contaminantes a través del curso de agua.

### 3.2.2. Formulación del modelo matemático:

Se pretende modelar un escenario en el cual el relave cae accidentalmente al río en curso, y por causa de ello, los contaminantes disociables recorrerán una distancia desde una concentración inicial de mezcla hasta un límite máximo permisible (LMP) de concentración en función de las variables involucradas en el río, para ello se tomará en cuenta los siguientes aspectos:

- a. *Representación del sistema*, tomando un volumen de control
- b. *Establecimiento de lo que se espera del modelo*, es decir, definiendo las concentraciones de las sustancias contaminantes en el relave, en el río y en sus concentraciones LMP, establecidas por ley. Y a partir de esta concentración determinar el tiempo de dispersión, el cual permita calcular la distancia de dilución recorrida por cada sustancia contaminante.
- c. *Formulación del modelo*, identificando los fenómenos más importantes que se llevan a cabo en el sistema: advección y dispersión.
- d. *Existencia de flujos de entrada y salida*: se asume que el río en estudio no tiene afluentes ni efluentes a varios kilómetros aguas arriba y aguas abajo del depósito de relave. Además, se sabe que el flujo de agua ingresa al volumen de control con una concentración menor al LMP y el mismo flujo sale a una concentración del LMP.
- e. *Construcción de un modelo y empleo de un modelo ya existente*.
- f. *Definición y uso de parámetros y variables del modelo*.
- g. *Consideraciones y restricciones del modelo*, realizando las suposiciones en el modelo y considerando los objetivos.
- h. *Consistencia matemática del modelo*, midiendo las variables de tiempo y longitud de dispersión a partir de los modelos matemáticos establecidos (grados de libertad).
- i. *Cálculo manual* de las operaciones a resolver.

### 3.2.3. Obtención de soluciones a partir del modelamiento matemático:

La secuencia para obtener soluciones a partir de un modelo matemático establecido viene dada por los siguientes aspectos:

**a.** *Procedimiento de obtención de soluciones:*

- ✓ *Método analítico:* Todos los modelos planteados se resolvieron mediante cálculos matemáticos que van desde resoluciones sencillas hasta resoluciones complejas y poco prácticas.
- ✓ *Método numérico:* Se aplicará un método numérico apropiado para comparar los resultados con los obtenidos en el método analítico.

**b.** *Empleo de modelos simples de poco detalle,* que pueden ser modificados y mejorados si es necesario, para mostrar un nivel distinto de detalle y complejidad.

**c.** *Pruebas de sensibilidad,* esto es, colocando valores de incertidumbre para los parámetros, es decir, variar individualmente los mismos dentro de márgenes razonables, para luego evaluar el efecto sobre el resultado.

### 3.2.4. Validación del modelo matemático:

Se validará el modelo matemático bajo ciertas condiciones y restricciones, considerando las siguientes evaluaciones:

**a.** *Adaptación del modelo matemático* con la información que se tiene a la mano: constantes y variables definidas.

**b.** *Toma y análisis de los datos:* Como las concentraciones de las sustancias contaminantes en el relave, en el río y en su LMP; caudal y dimensiones promedio del área transversal del río.

**c.** *Análisis de resultados:* Se adoptaron suposiciones restrictivas, en el rango de valores de los parámetros, lo cual corroborará la satisfacción de los resultados.

d. *Construcción de pruebas de validación para el modelo:* Se compararon los resultados entre los modelos planteados:

- ✓ Comparación de la solución analítica con la numérica.
- ✓ Comparación de los resultados obtenidos.

### **3.2.5. Implementación del modelo matemático:**

Una vez validado, el modelo matemático deberá ser comprobado bajo diferentes condiciones iniciales y rangos admisibles, y posteriormente implementado, considerando los siguientes puntos:

- a. *Explicación detallada del modelamiento matemático:* Aplicación y comprensión del modelo matemático, advirtiendo sus virtudes y limitaciones.
- b. *Prueba a diferentes condiciones iniciales y rangos admisibles* de las diferentes sustancias contaminantes y valores de los datos, dentro de rangos aceptados y comunes.
- c. *Desarrollo de la simulación del modelamiento matemático:* Se graficaron y tabularon los resultados obtenidos a partir del modelamiento matemático establecido.

### **3.2.6. Programación y simulación del modelo matemático:**

Posterior a la implementación de un modelo matemático, se debe programar y simular los resultados que son de interés para el usuario. Para ello, se considerarán las siguientes pautas:

- a. *Selección del lenguaje de programación:* Se trabajó en el lenguaje de programación del software **MATLAB 7.0**, debido a su versatilidad, uso práctico y dinamismo del entorno de dicho software.
- b. *Construcción de un diagrama de flujo para estructurar la programación.* Se estableció una secuencia a seguir en la programación para la simulación del

modelo matemático.

- c. *Escritura del código fuente estructurado*, mediante el lenguaje de programación del **MATLAB 7.0**, proporcionándole creatividad y flexibilidad al programa creado, al cual se le llamó **DERRAME**.
- d. *Generación de una base de datos y resultados* para el análisis posterior a la simulación del modelo matemático.
- e. *Continuación de una secuencia, selección y repetición de las operaciones* que va a realizar el programa, visto en la programación en mención.
- f. *Control cualitativo del programa elaborador*: Depuración y prueba de los errores existentes:
  - ✓ *Depuración de errores* de: sintaxis, construcción, ejecución y lógicos.
  - ✓ *Pruebas* de: módulos, elaboración, sistema en conjunto y operación.
- g. *Verificación de las necesidades para las que el programa fue diseñado*.
- h. *Documentación del programa*:
  - ✓ *Documentación interna*: Se incluyeron módulos para definir partes del programa **DERRAME**, nombres de los datos y las variables, y varios comentarios.
  - ✓ *Documentación externa*: Se incluyeron instrucciones de salidas, adecuación de mensajes al usuario y elaboración de una guía de usuario <sup>[33]</sup>.

Una vez desarrollado el modelo matemático planteado para el cálculo de el tiempo y longitud de dispersión de los contaminantes y el tiempo de regeneración de las aguas, se realizará la programación de la rutina del cálculo mencionado para realizar una serie de corridas en el programa y así simular los resultados del eventual derrame de relave ingresando datos para los diferentes escenarios que se plantean.

---

<sup>[33]</sup> Ver **APÉNDICE B**: "*Guía del Programa DERRAME*"

### **3.3. Análisis y comparación de resultados:**

Se compararán los resultados de acuerdo al escenario planteado (tiempo de descarga de relave al río, porcentaje de volumen de relave derramado, etc.) y al contaminante que se va a dispersar a través del curso de agua según las condiciones iniciales. <sup>[34]</sup>

Además, se compararán los resultados obtenidos por analíticamente con los que resultan del uso del método numérico aplicado para calcular el tiempo de dispersión en función de la concentración límite máximo permisible de cada sustancia contaminante.

También se compararán los resultados planteando un modelo ya existente, cuyas comparaciones serán del tipo tablas y gráficas.

### **3.4. Reporte final:**

El modelamiento matemático predictivo y la simulación de la distancia de dispersión de las sustancias contaminantes en un río ante un derrame de relave cianurado será documentado y comentado.

### **3.5. Resumen de la metodología empleada en la tesis**

Un esquema general de la metodología empleada en la investigación del presente trabajo es presentado en la *figura 3.1*. Donde:

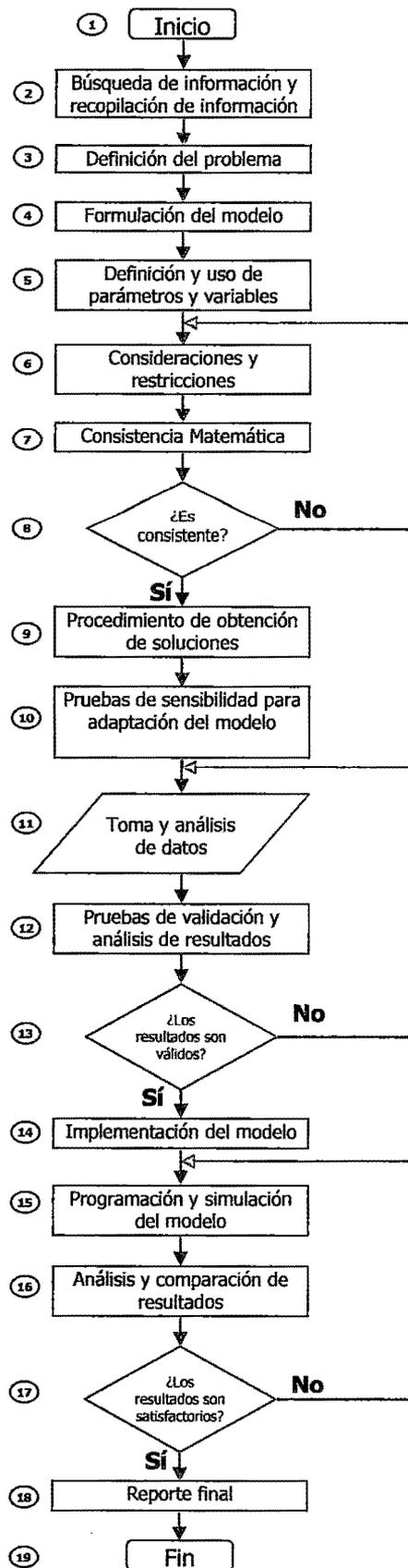
- 1. INICIO:** Comienzo de la metodología empleada en la investigación de la tesis.

---

<sup>[34]</sup> Ver 4.1: "*Formulación del modelo matemático de dispersión de los contaminantes a través del río*"

2. **BÚSQUEDA DE INFORMACIÓN Y RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN:** Búsqueda y descarte de información concerniente al tema que engloba la tesis.
3. **DEFINICIÓN DEL PROBLEMA:** Descripción, identificación y delimitaciones del problema, especificando el objetivo de resolver el problema principal.
4. **FORMULACIÓN DEL MODELO:** Representación y establecimiento del sistema en un modelo matemático formulado o ya existente.
5. **DEFINICIÓN Y USO DE PARÁMETROS Y VARIABLES:** Determinación y empleo de los parámetros y variables propias del modelo matemático.
6. **CONSIDERACIONES Y RESTRICCIONES:** Condiciones del modelo matemático que harán especificar aun la función que debe llevar a cabo.
7. **CONSISTENCIA MATEMÁTICA:** Medición de las variables de tiempo y longitud de dispersión mediante los grados de libertad de los modelos matemáticos formulados.
8. **¿ES CONSISTENTE?:** Decisión de consistencia del modelo matemático. De ser la respuesta **SÍ**, proceder a la obtención de soluciones; de ser la respuesta **NO**, volver a plantear nuevamente consideraciones y restricciones que se ajusten mejor al sistema.
9. **PROCEDIMIENTO DE OBTENCIÓN DE SOLUCIONES:** Mediante un método analítico y numérico, según corresponda.
10. **PRUEBAS DE SENSIBILIDAD PARA ADAPTACIÓN DEL MODELO:** Determinación del perfil o comportamiento de la variable dependiente respecto de las variables independientes y evaluación de los parámetros del modelo.
11. **TOMA Y ANÁLISIS DE DATOS:** Los datos de campo deben ser confiables puesto que son los datos ingresados al modelo matemático.

- 12. PRUEBAS DE VALIDACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS:** Comparación de resultados obtenidos y adoptar rangos óptimos de los parámetros.
- 13. ¿LOS RESULTADOS SON VÁLIDOS?:** Decisión sobre la validez de los resultados obtenidos sólo a partir del modelamiento matemático. De ser la respuesta **SÍ**, proceder a la implementación del modelo; de ser la respuesta **NO**, volver a ingresar, previo análisis, los datos de campo.
- 14. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO:** Explicación y desarrollo exhaustivo del modelo matemático para preparar la simulación cuantitativa del sistema.
- 15. PROGRAMACIÓN Y SIMULACIÓN DEL MODELO:** Selección del lenguaje de programación con que se va a elaborar un programa o software, generación de una base de datos y resultados para un análisis posterior, depuraciones y prueba de los errores existentes, verificación de las necesidades para las cuales el programa fue diseñado, y documentación del programa.
- 16. ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS:** Comparación de los resultados en base a los escenarios planteados, el modelo matemático o el método de solución seleccionados.
- 17. ¿LOS RESULTADOS SON SATISFACTORIOS?:** Decisión sobre la aceptación de los resultados obtenidos de la simulación realizada a partir del modelamiento matemático establecido y programado. De ser la respuesta **SÍ**, proceder al reporte final de los resultados y conclusiones; de ser la respuesta **NO**, volver a programar, depurar y realizar pruebas de error.
- 18. REPORTE FINAL:** Representación de los resultados obtenidos para concluir sobre la predicción que desarrollará el modelo matemático simulado.
- 19. FIN:** Final de la metodología empleada en la investigación de la tesis.



**Figura 3.1: Metodología empleada en la investigación.**

## **IV. RESULTADOS**

### **4.1. Formulación del modelo matemático de dispersión de los contaminantes a través del río**

El principio de conservación de la masa constituye la base para cualquier enfoque que determine el modelamiento de la calidad del agua. Este principio requiere que toda la masa de la sustancia de interés, al ser introducida en un cuerpo de agua, se tome en cuenta en la distribución de la concentración resultante calculada por el modelo para obtener la distribución de la concentración en el cuerpo receptor.

Las categorías principales de los mecanismos que afectan la distribución de la masa en un cuerpo de agua pueden ser representados a través de dos balances de masa, uno que busca hallar el tiempo de dispersión de la sustancia contaminante en función de la concentración media en el volumen de control y otro mediante la ley de conservación de la masa para hallar la longitud recorrida por la sustancia contaminante desde una concentración inicial de mezcla hasta un límite máximo permisible (LMP) establecido.

#### **4.1.1. Modelamiento del tiempo de dispersión de los contaminantes por pulso instantáneo y puntual.**

Se asume que el derrame se produce con velocidad constante y que por cada unidad de tiempo, a medida que va fluyendo agua de río, una cantidad de masa de contaminante está mezclándose puntualmente con este flujo.

Entonces, para el punto de descarga se realizará un balance de materia, esquematizado en la **figura 4.1** y representado en las ecuaciones **(1)** y **(2)**. Nótese que el derrame no es continuo, sino intermitente (desde el tiempo  $t = 0$  hasta el tiempo  $t = t_0$ ).

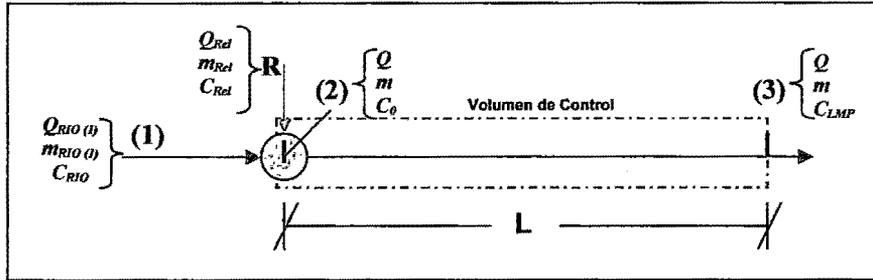


Figura 4.1: Esquema general del derrame de relave al río.

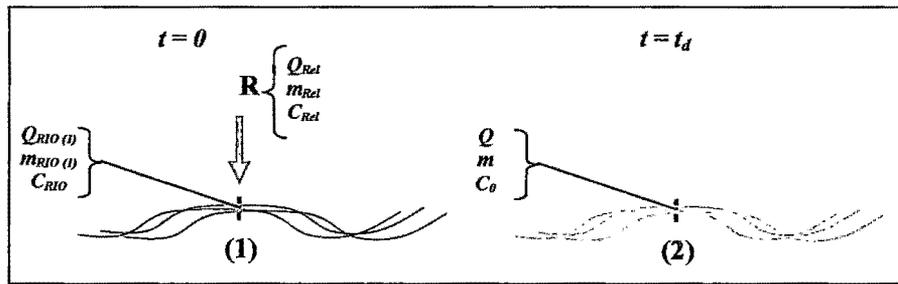
$$m_{Rel} + m_{R10(1)} = m \quad \dots (1)$$

$$Q_{Rel} \cdot C_{Rel} + Q_{R10(1)} \cdot C_{R10} = Q \cdot C_0 \quad \dots (2)$$

Donde:

- $Q_{R10(1)}$  Flujo volumétrico de río antes de ocurrir el derrame de relave
- $m_{R10(1)}$  Flujo másico de río antes de ocurrir el derrame de relave
- $C_{R10}$  Concentración de la sustancia contaminante en el río antes de ocurrir el derrame expresado en unidades de masa por unidad de volumen
- $Q_{Rel}$  Flujo volumétrico de relave derramado al río
- $m_{Rel}$  Flujo másico de relave derramado al río
- $C_{Rel}$  Concentración de la sustancia contaminante en el relave proveniente de la cancha expresado en unidades de masa por unidad de volumen
- $Q$  Flujo volumétrico de río a la entrada y salida del volumen de control
- $m$  Flujo másico de río a la entrada y salida del volumen de control
- $C_0$  Concentración inicial de la sustancia contaminante en el río durante el derrame expresado en unidades de masa por unidad de volumen
- $C_{LMP}$  Concentración del Límite Máximo Permisible (LMP) a la salida del volumen de control expresado en unidades de masa por unidad de volumen
- $L$  Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanza una concentración  $C_{LMP}$

Para un derrame puntual, se tiene que por un tiempo predeterminado  $t_d$  una cantidad de relave cae al río (parte de un total de relave contenido en el depósito o cancha afectada), y representado en la **figura 4.2**.



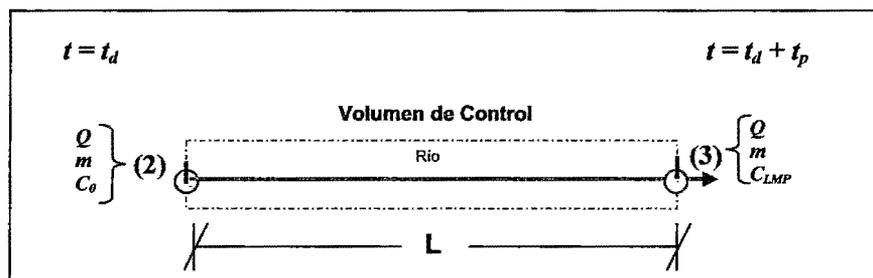
**Figura 4.2:** Esquema del derrame puntual de relave al río: (1) El relave comienza a caer al río cuando  $t = 0$ , (2) El relave deja de caer al río cuando  $t = t_d$

Donde:

$t_d$  *Tiempo de derrame de relave*

$t_p$  *Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave*

Debido al derrame de relave al río, el análisis del escenario indica que las sustancias contaminantes que son de interés en este trabajo se dispersarán aguas abajo desde un tiempo  $t = 0$  hasta  $t = t_d + t_p$ . Teniendo de dato el tiempo de derrame  $t_d$ , se analizará el perfil que representará la dispersión de las sustancias contaminantes de interés a lo largo del río desde el tiempo en que cesó el derrame,  $t_d$ , hasta el tiempo total  $t_d + t_p$  donde  $t_p$  es el tiempo en que la sustancia contaminante se dispersa desde una concentración  $C_0$  hasta un límite máximo permisible concentración  $C_{LMP}$  y representado en la **figura 4.3**:



**Figura 4.3:** Esquema de dispersión de las sustancias contaminantes del relave en el río. (2) En el tiempo  $t = t_d$  el relave deja de caer al río. (3) En el tiempo  $t = t_d + t_p$  las sustancias contaminantes llegan a su concentración LMP.

La cantidad o masa de sustancias contaminantes que varían respecto al tiempo ( $m$ )

es igual al flujo másico de contaminante en el río antes del derrame ( $m_{E.T.}$ ) menos el flujo másico de contaminante al final de la dilución del mezclado con el agua de río en una longitud  $z$  posterior al derrame ( $m_{S.T.}$ ), el flujo másico de contaminante sedimentado ( $m_{D.T.}$ ), el flujo másico de contaminante absorbido por peces ( $m_{P.T.}$ ) y el flujo másico de contaminante que se volatiliza ( $m_{V.T.}$ ); tal como se señala en la ecuación (3):

$$\frac{dm}{dt} = m_{E.T.} - m_{S.T.} - m_{D.T.} - m_{P.T.} - m_{V.T.} \quad \dots (3)$$

De los términos presentes en la ecuación (3), se puede considerar mínima o prácticamente despreciable el flujo másico volatilizado de contaminante ( $m_{V.T.}$ ); el flujo másico de contaminante sedimentado ( $m_{D.T.}$ ) y el flujo másico de contaminante absorbido por peces ( $m_{P.T.}$ )<sup>[35]</sup>. Reduciéndose la ecuación (3) a:

$$\frac{dm}{dt} = m_{E.T.} - m_{S.T.} \quad \dots (4)$$

La ecuación (4) se simplifica convirtiendo los términos dependientes en función de la concentración media en el volumen de control<sup>[36]</sup>:

$$m = C \cdot V \quad \dots (5)$$

$$V = Q \cdot t \quad \dots (6)$$

Donde:

- C** Concentración media de una sustancia contaminante en cualquier punto del volumen de control, expresado en unidades de masa por unidad de volumen
- V** Volumen de control del tramo que recorre el flujo de agua durante la dispersión de la sustancia contaminante
- t** Tiempo de dispersión de cada sustancia contaminante previo a la concentración LMP

<sup>[35]</sup> Ver 2.4.3: "Consideraciones del Modelo Matemático".

<sup>[36]</sup> CAMACHO, LUCY. "Modelaje Ambiental". <http://docentes.uacj.mx/lcamacho/ fenomenos.htm>

Entonces, se tiene que:

$$\frac{d(C \cdot V)}{dt} = C \frac{dV}{dt} + V \frac{dC}{dt} = C_{R10} \cdot Q - C \cdot Q \quad \dots (7)$$

$$C \cdot Q + (Q \cdot t) \frac{dC}{dt} = C_{R10} \cdot Q - C \cdot Q \quad \dots (8)$$

Simplificando el caudal, que se asume constante a lo largo del volumen de control tomado:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{C_{R10} - 2C}{t} \quad \dots (9)$$

$$\frac{dC}{(C_{R10} - 2C)} = \frac{dt}{t} \quad \dots (10)$$

Para los límites:

Para  $t = t_d \rightarrow C = C_0$

Para  $t = t_d + t_p \rightarrow C = C_{LMP}$

Integrando en los límites:

$$\int_{C_0}^{C_{LMP}} \frac{dC}{(C_{R10} - 2C)} = \int_{t_d}^{t_d+t_p} \frac{dt}{t} \quad \dots (11)$$

Siendo la ecuación (12), la solución de la ecuación (7):

$$t_p = t_d \cdot \left[ \left( \frac{C_{R10} - 2C_{LMP}}{C_{R10} - 2C_0} \right)^{-0.5} - 1 \right] \quad \dots (12)$$

Generalizando:

$$t(C) = t_d \cdot \left[ \left( \frac{C_{R10} - 2C}{C_{R10} - 2C_0} \right)^{-0.5} - 1 \right] \quad \dots (13)$$

Y de la que se obtiene la ecuación (14), la concentración de la sustancia contaminante en función del tiempo:

$$C(t) = \frac{C_{RIO} - (C_{RIO} - 2C_0) \cdot \left[ \frac{t_d + t}{t_d} \right]^{-2}}{2} \quad \dots (14)$$

La solución de esta ecuación comprende el "tiempo de dispersión posterior al derrame de relave", comprendido desde el momento que el relave deja de caer al río hasta que éste por sí sólo alcance el Límite Máximo Permisible de Concentración ( $C_{LMP}$ ). El modelo matemático representado en la ecuación (13) es mixto, discreto, funcional, de parámetros concentrados (EDO) y predictivo.

Para este caso, es posible emplear un método de solución numérico para encontrar el tiempo de dispersión de la sustancia contaminante. El más popular de los métodos numéricos para resolver una EDO es el Runge – Kutta de cuarto orden. Su uso es viable puesto que se conocen los límites de la concentración ( $C_0, C_{LMP}$ ) y el valor inicial de  $t$  ( $t_d$ ), por lo cual cuando la concentración sea  $C_{LMP}$ , se alcanzará el tiempo total de recorrido ( $t_d + t_p$ ) y, por tanto, el tiempo de dispersión de la sustancia contaminante posterior al derrame ( $t_p$ ). La finura del paso de iteración ( $h$ ) hará que la solución numérica sea aproximada a la analítica. Adecuando la ecuación (7):

$$f(C_i, t_i) = \frac{dt}{dC} = \frac{t_i}{C_{RIO} - 2C_i} \quad \dots (15)$$

$$t_{i+1} = t_i + \frac{1}{6} \cdot [K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4] \quad \dots (16)$$

$$C_{i+1} = C_i + h \quad \dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned}
 K_1 &= h \cdot f(C_i; t_i) \\
 K_2 &= h \cdot f\left(C_i + \frac{h}{2}; t_i + \frac{K_1}{2} \times h\right) \\
 K_3 &= h \cdot f\left(C_i + \frac{h}{2}; t_i + \frac{K_2}{2} \times h\right) \\
 K_4 &= h \cdot f(C_i + h; t_i + K_3 \times h)
 \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

$$h = \frac{(C_{LMP} - C_0)}{\text{número de iteraciones}} \dots (19)$$

Donde:

$f(C, t)$  Función para aplicar el método Runge – Kutta de cuarto orden

$i$  0, 1, 2, 3, ..., n

$h$  Paso de iteración

$K_1, K_2, K_3, K_4$  Constantes del método numérico Runge – Kutta

$t_0 = t_d$  Tiempo de derrame de relave al río

#### 4.1.2. Modelamiento de la longitud de dispersión de los contaminantes por pulso instantáneo y puntual.

Para determinar la longitud de dispersión de los contaminantes, se partirá de una ecuación simplísima, cuyos resultados serán contrastados más adelante. Se sabe que:

*Longitud recorrida por una sustancia = Velocidad \* tiempo de recorrido*

Partiendo de ese concepto básico, se tiene que:

$$z(t) = v \cdot (t_d + t) \dots (20)$$

Y la velocidad está definida como la relación directamente proporcional entre el caudal

$Q$  y el área transversal promedio  $A$  :

$$v = \frac{Q}{A} \quad \dots (21)$$

Reemplazando la ecuación (21) en (20):

$$z(t) = \frac{Q \cdot (t_d + t)}{A} \quad \dots (22)$$

Definiendo la distancia recorrida por la sustancia contaminante a analizar:

$$L = \frac{Q \cdot (t_d + t_p)}{A} \quad \dots (23)$$

Reemplazando la ecuación (13) en la ecuación (22), se tiene:

$$z(C) = \frac{Q \cdot \left\{ t_d + t_d \cdot \left[ \left( \frac{C_{RIO} - 2C}{C_{RIO} - 2C_0} \right)^{-0.5} - 1 \right] \right\}}{A} \quad \dots (24)$$

La ecuación (24) se simplifica a:

$$z(C) = \frac{Q \cdot \left\{ t_d \cdot \left[ \left( \frac{C_{RIO} - 2C}{C_{RIO} - 2C_0} \right)^{-0.5} \right] \right\}}{A} \quad \dots (25)$$

Definiendo la distancia recorrida por la sustancia contaminante a analizar:

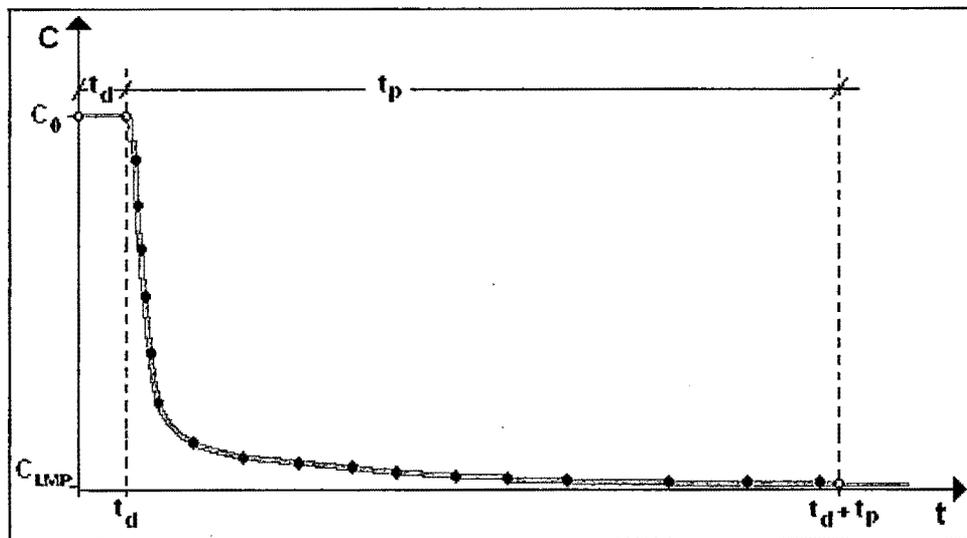
$$L = \frac{Q \cdot \left\{ t_d \cdot \left[ \left( \frac{C_{RIO} - 2C_{IMP}}{C_{RIO} - 2C_0} \right)^{-0.5} \right] \right\}}{A} \quad \dots (26)$$

Donde:

$z$  Longitud de dispersión de cada sustancia contaminante en cualquier punto del volumen de control

$A$  Área transversal promedio del flujo de agua.

Las ecuaciones (25) y (26) definirán el comportamiento de la concentración en función a la distancia recorrida en la dirección del flujo de agua y el tiempo de dispersión de las sustancias contaminantes. El modelo matemático representado en la ecuación (26) es teórico, determinístico de trayectoria, funcional, dinámico y predictivo. Se espera tener un perfil de concentración del tipo parabólico para el tiempo de dispersión de la sustancia contaminante a analizar, como el mostrado en la **figura 4.4**.



**Figura 4.4:** Perfil de concentración de la sustancia tóxica versus el tiempo.

Una vez se ha introducido el contaminante en el cuerpo receptor, éste es transportado, dispersado y, en su caso, decaído en función de las propias características del mismo y de las condiciones hidrodinámicas de la zona.

Existen numerosos modelos matemáticos que resuelven el problema, sin embargo se debe considerar la variación de la concentración de los contaminantes dependen, en la mayor parte de los casos, más de la advección que de la dispersión.

Cuando la escala espacial de análisis de la hidrodinámica de un río es mucho mayor que su ancho y su profundidad, es suficiente y conveniente plantear las versiones de las

ecuaciones de movimiento integradas en toda la sección transversal. Esto conduce a un modelo matemático unidimensional, en el cual los efectos de las escalas transversales de movimiento están integrados y sólo se resuelven las escalas longitudinales largas.

La ecuación de conservación de la masa o de transporte de una sustancia diluida en un fluido se formula en términos de velocidades y concentraciones instantáneas. Si se adopta una escala de análisis espacial larga en comparación con las dimensiones transversales del curso de agua (análisis unidimensional), los procesos de transporte transversales pueden ser considerados instantáneamente completos. Este transporte puede ser tipificado en diversos puntos.

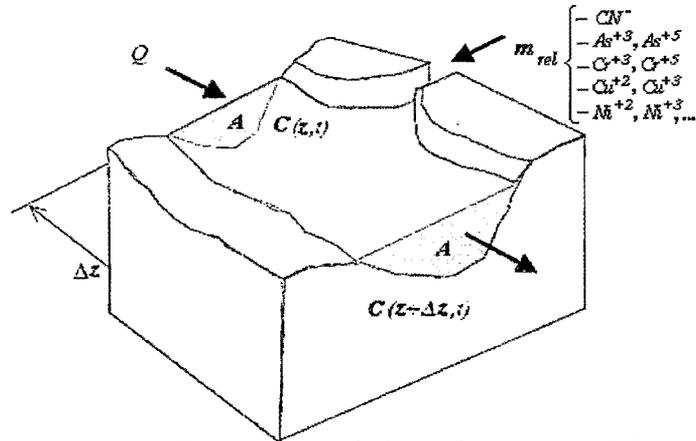
Entonces, la contaminación del curso por una sustancia de relave en cualquier punto  $z$  puede representarse por su valor promedio  $\bar{C}$  sobre toda la sección transversal  $A$ . Si, además, se considera que las sustancias contaminantes del relave se tratan de sustancias conservativas (no sujeta a reacciones internas) y que no existen intercambios con el medio, es decir, que sólo actúan el transporte advectivo y el difusivo, se tiene la ecuación postulada por Taylor (1953):

$$\boxed{\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = D_L \cdot \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial z^2} + R_T} \quad \dots (27)$$

Donde  $v$  es la velocidad longitudinal del flujo promediada sobre la sección transversal y  $D_L$  el coeficiente de dispersión, que parametriza los efectos difusivos de origen molecular y turbulento (en la dirección longitudinal) y los de "desparramamiento" generados por la acción combinada del gradiente transversal de velocidades (advección diferencial) y la difusión turbulenta transversal.  $R_T$  parametriza los efectos de transferencia de masa por reacción química.

El transporte advectivo, representado por el último término del primer miembro de la

ecuación (27), concierne la entrada o salida de sustancia desde el volumen de control con la velocidad de la corriente, tal como se muestra en la **figura 4.5**.



**Figura 4.5: Volumen de control para balance de materia unidimensional**

Por su parte, el transporte difusivo, representado por el término del segundo miembro de la ecuación (27), se refiere a la entrada o salida de sustancia debido al efecto combinado de las difusiones molecular y turbulenta. Ambos efectos difusivos son causados por movimientos de pulsación:

- a. El movimiento browniano (inducido térmicamente) de la molécula.
- b. La pulsación de las velocidades de corriente alrededor de sus valores medios causada por la turbulencia.

El coeficiente de dispersión puede ser estimado en base a expresiones empíricas publicadas en la literatura (Jolándai (1979) y Singh et al. (1987)). Algunas de las expresiones más utilizadas (que suelen ser contradictorias entre sí) y están en función de la profundidad del flujo y la energía del gradiente. Para una estimación aproximada, el valor de  $D_L$  varía desde  $10 \text{ m}^2/\text{s}$ , para el caso de un perfil vertical de velocidades de tipo logarítmico que se da en un canal, hasta  $100 \text{ m}^2/\text{s}$  para un perfil característico de circulación densimétrica en los tramos salinos de un estuario. [37]

Usualmente, y tal como se muestra en la ecuación (27) ambos fenómenos son

[37] MENÉNDEZ, A. Y TARELA P. "Transporte de Contaminantes en el Medio Acuático". Pág. 3-13.

descritos por medio de la ley de Fick, que establece que el transporte de masa en la dirección del gradiente de concentración es proporcional a ese gradiente a través de un coeficiente de difusión.

Las reacciones internas que puedan ocurrir dentro del volumen de control (denominadas más generalmente procesos de transformación) son los efectos sobre la sustancia de varios procesos físicos, químicos, bioquímicos y biológicos, que resultan en un cambio de la cantidad de sustancia. Esto puede ser una "pérdida" de sustancia causada por procesos tales como asimilación biológica o descomposición química-bioquímica, o "ganancia" de sustancia causada por procesos tales como el crecimiento de un organismo viviente o el aumento a expensas de otra sustancia debido a reacciones químicas o bioquímicas. Aunque, como se dijo, las sustancias contaminantes involucradas se asumen como conservativas ( $R_T = 0$ ).

Desde el punto de vista práctico, la ecuación (27) es difícil de resolver (salvo que el flujo fuese laminar, lo que raramente ocurre en la práctica), la obtención de velocidades instantáneas  $v$  para flujos turbulentos requieren grandes esfuerzos de cálculo.

Sin embargo, existen soluciones cerradas de la ecuación (27), donde las soluciones son curvas del tipo gaussiano descrito por la clásica ecuación de Fick - Einstein, si se considera la situación simplificada de flujo uniforme, para el cual tanto  $v$  como  $D_L$  son constantes. Para condiciones iniciales consistentes en el aporte instantáneo (pulso) de una masa  $M$  de contaminante en el punto  $z = 0$  del curso:

$$C(z,t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi D_L t}} \exp\left[-\frac{(z - v \cdot t)^2}{4D_L t}\right] \quad \dots (28)$$

Y:

$$T = t_d + t_p \quad \dots (29)$$

Incluyendo la ecuación (29) en la ecuación (28) y pasando ésta última en función a la longitud recorrida por la sustancia contaminante:

$$z(t,C) = v \cdot (t_d + t) + \sqrt{-4D_L \cdot (t_d + t) \cdot \ln \left[ \frac{A \cdot C \cdot \sqrt{4\pi D_L \cdot (t_d + t)}}{M} \right]} \quad \dots (30)$$

En el momento que la concentración de la sustancia contaminante se diluye en su límite máximo permisible de concentración:

$$L = \frac{Q}{A} \cdot (t_d + t_p) + \sqrt{-4D_L \cdot (t_d + t_p) \cdot \ln \left[ \frac{A \cdot C_{LMP} \cdot \sqrt{4\pi D_L \cdot (t_d + t_p)}}{M} \right]} \quad \dots (31)$$

Donde:

$D_L$       *Coefficiente de dispersión*

$M$       *Masa de la sustancia contaminante aportada al río*

Obsérvese la similitud del primer término de la ecuación (31) con la ecuación (23), la diferencia entre uno y otro está en la consideración del parámetro de dispersión. El modelo matemático representado en la ecuación (31) es mixto, determinístico de trayectoria, funcional, de parámetros distribuidos (EDP) y predictivo.

Como se pudo apreciar, también mediante la ecuación general de conservación de masa [38], expresada en la ecuación (27), se puede encontrar también una expresión matemática que permita encontrar la distancia recorrida por la sustancia contaminante presente en el relave desde una concentración inicial (dada en el punto en cual el relave se mezcla con el agua en curso) hasta una concentración LMP.

#### 4.1.3. Consideraciones del modelo matemático

Para la simulación de los modelos matemáticos de dilución de los contaminantes establecidos se deberán tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

**A.** El flujo de relave derramado es constante ( $Q_{rel} = V_{rel} / t_d$ ).

[38] BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N. "Transporte Phenomena". Pág. 18.5

- B.** El flujo de agua es homogéneo, o de densidad constante en el volumen de control.
- C.** El río es segmentado en partes de morfología y flujo relativamente constante, es decir, con velocidad y coeficiente de dispersión constantes ( $v, D_L = cte.$ ).
- D.** No es posible despreciar el coeficiente de dispersión  $D_L$ , debido a que el valor del coeficiente a pesar de resultar pequeño, puede estar acompañado de un gradiente de concentración de valor elevado, lo cual conllevaría a que el producto tenga un valor considerable.
- E.** La profundidad y ancho locales son mucho menores que la extensión del tramo de río en análisis, por tanto, es válido considerar un modelo unidimensional. Además, trabajos recientes muestran que los modelos 1D son muy aplicados. <sup>[39]</sup>
- F.** El modelo analizado es muy dependiente de los datos de entrada.
- G.** La aplicabilidad del modelo está restringida a los rangos de datos empleados.
- H.** El modelamiento planteado está constantemente en etapa de desarrollo, sin entregar una presentación real sino una aproximación a la solución del problema.
- I.** La simulación del proceso mediante el modelo matemático descrito puede entregar predicciones razonables. Sin embargo, para el cálculo predictivo, deben estar disponibles los datos de campo confiables.
- J.** En el transporte de los contaminantes provenientes del relave a través del curso de agua, algunos tienden a disociarse en soluciones acuosas, éstas son: cianuro (CN)

---

<sup>[39]</sup> MENÉNDEZ, ÁNGEL Y TARELA, PABLO. "Transporte de Contaminantes en el Medio Acuático". Pág. 3-3.

(pH > 9 <sup>[40]</sup>), arsénico ( $As^{+5}$ ), cromo ( $Cr^{+3}$ ,  $Cr^{+5}$ ), cobre ( $Cu^{+2}$ ,  $Cu^{+3}$ ) y níquel ( $Ni^{+2}$ ,  $Ni^{+3}$ ). Los demás contaminantes de interés provenientes del relave son sustancias pesadas y difícilmente dissociables que, por tanto, precipitarán como sedimento: cadmio ( $Cd^{+2}$ ), plomo ( $Pb^{+2}$ ), zinc ( $Zn^{+2}$ ) y mercurio ( $Hg^{+2}$ ,  $Hg^0$ ).

- K.** La concentración de sedimentos en suspensión es lo suficientemente baja como para evitar la formación de corrientes de turbidez y que sea considerada en el modelo planteado. <sup>[41]</sup>
- L.** Se puede considerar mínima o prácticamente despreciable el flujo másico volatilizado de contaminante ( $m_{V,T}$ ); el flujo másico de contaminante sedimentado ( $m_{D,T}$ ) y el flujo másico de contaminante absorbido por peces ( $m_{P,T}$ ), ya que se asumen pequeñas cantidades másicas en comparación a los flujos másicos que se observan en la ecuación (4).
- M.** Las sustancias contaminantes de interés serán consideradas como sustancias conservativas, es decir, que se asume que no sufren reacciones que disminuyan o incrementen la masa ( $R_T = 0$ ). Podría tomarse en cuenta siempre y cuando haya algún estudio del suelo del escenario planteado que permita saber la composición y pH del mismo, o se sepa la cinética de las reacciones. Las sustancias por su naturaleza inorgánica no se degradan como en el caso de las sustancias orgánicas, por lo que es válido el análisis a cada sustancia contaminante elemental.
- N.** La presencia de arcillas y limos en el suelo del río hace que los contaminantes solubles no sean absorbidos en el mismo.
- Ñ.** El carácter desacoplado de las ecuaciones de dilución de sustancias contaminantes (transporte de sustancias contaminantes por el flujo de agua) y el transporte de

<sup>[40]</sup> GEOSERVICE INGENIERIA S.R.L. "Impacto Ambiental Reformulado – Depósito De Relaves Asnapampa". Pág. 164

<sup>[41]</sup> TARELA, PABLO. "Sedimentación en Reservorios: Modelación Matemática y Simulación Numérica". Pág. 26.

sedimentos (transporte de sustancias contaminantes sólidas pesadas e insolubles) permite que la resolución numérica también sea llevada a cabo en forma desacoplada. Sin embargo, este trabajo se centra en el modelo matemático de dilución de sustancias contaminantes para un pulso instantáneo hasta que estas sustancias llegan a su límite máximo permisible de concentración.

- O. No se considera la presencia de corrientes afluentes o efluentes al volumen de control, siendo en este caso un análisis más segmentado y detallado.

#### 4.1.4. Escenarios para la simulación del modelo matemático

Este ítem se desarrolló en base a lo fundamentado anteriormente <sup>[42]</sup>:

##### 4.1.4.1. Consideraciones:

Las consideraciones están establecidas en el **cuadro 4.1**.

**Cuadro 4.1: Consideraciones establecidas para los escenarios.**

CONSIDERACIONES	DESCRIPCIÓN
<b>Circunstancias del territorio</b>	Las zonas ribereñas de la sierra peruana.
<b>Superficie del área de estudio</b>	Algunas variables implican que sólo puedan ser consideradas en determinadas extensiones de varios kilómetros a lo largo del río.
<b>Variables seleccionadas</b>	Las escalas espaciales y temporales: Longitud y tiempo de dispersión en el curso de agua.
<b>Identificación de ecosistemas</b>	Naturaleza fisicoquímica de las sustancias contaminantes del relave vertido al río, concentraciones elevadas en el cuerpo receptor, solubilidad, flora, fauna y poblados afectados por el derrame de relave.
<b>Volumen de datos</b>	Concentración de cada sustancia contaminante en el río y en el relave, caudal del río, dimensiones del área transversal del río, masa o volumen de relave vertido, densidad de pulpa de relave, densidad del agua de río, concentración LMP de cada sustancia contaminante, coeficiente de dispersión, tiempo de derrame.
<b>Accidente o causa del proceso o fenómeno</b>	Derrame de líquido superficial o de pulpa debido a la geodinámica interna o externa.
<b>Magnitudes de las variables</b>	Periodos de operación de la cancha y porcentaje de volumen derramado.

Fuente: Elaboración propia.

<sup>[42]</sup> Ver 2.2.1: "Planteamiento de escenarios para la cuantificación del impacto ambiental".

#### 4.1.4.2. VARIABLES DEL MEDIO BIOFÍSICO:

A continuación, se proporcionará el cuadro de variables del escenario planteado, en el **cuadro 4.2.**

**Cuadro 4.2: Variables del medio biofísico.**

VARIABLES DEL ESCENARIO	EJEMPLOS
<b>VARIABLES relacionadas con la tierra</b>	Dimensiones del río, pH, sustancias tóxicas existentes.
<b>VARIABLES relacionadas con la atmósfera</b>	Condiciones climáticas de la sierra, periodos de lluvia, condiciones de relieve.
<b>VARIABLES relacionadas con el agua</b>	Cartografía de formas de agua presentes, afluentes y efluentes del río, distancia del río a poblados, caudales y calidad del agua.
<b>VARIABLES BIOLÓGICAS</b>	Vegetación: Abundancia y densidad. Fauna: Abundancia, interés científico de las especies.
<b>PROCESOS</b>	Transporte de sustancias contaminantes diluidas a lo largo del curso de agua, ocasionado por el derrame de relave.

Fuente: Elaboración Propia.

#### 4.1.4.3. ENUMERACIÓN DE LAS VARIABLES:

Principalmente son las siguientes:

- Masa total ( $m$ ).
- Volumen total ( $V$ ).
- Concentración de cada sustancia contaminante ( $C$ ).
- Concentración en el punto de mezcla del relave con el agua de río ( $C_0$ ).
- Tiempo de dispersión de cada sustancia contaminante antes de llegar a la concentración LMP después del derrame ( $t$ )
- Longitud de dispersión de cada sustancia contaminante ( $z$ ).

#### **4.1.4.4. Selección de variables más trascendentes en el escenario:**

Las variables principales y más significativas del escenario son:

- Concentración de cada sustancia contaminante ( $C$ )
- Tiempo de dispersión posterior al derrame en el curso de agua ( $t$ ).
- Longitud de dispersión de cada sustancia contaminante ( $z$ ).

#### **4.1.4.5. Toma de datos o recolección de información:**

Los datos a tomar en cuenta en el escenario que se desea modelar son:

- Caudal del río antes de ocurrir el derrame de relave ( $Q_{RIO(i)}$ ).
- Masa de la sustancia contaminante vertida al río ( $M$ ).
- Masa y Volumen de relave derramado ( $m_{rel}, V_{rel}$ ).
- Densidad de pulpa del relave y del río ( $\rho_{rel}, \rho$ ).
- Dimensiones promedio del área transversal del río ( $H, B$  o  $A$ ).
- Coeficiente de dispersión ( $D_L$ ).
- Concentraciones de las sustancias contaminantes en el río antes del derrame, en el relave y LMP ( $C_{RIO}, C_{rel}, C_{LMP}$ ).
- Tiempo de derrame ( $t_d$ ).

#### **4.2. Programa DERRAME creado en MATLAB:**

Una vez que el método de solución ha sido seleccionado, se tiene que construir un programa computacional. Dicho programa instruirá a la computadora a ejecutar todos los pasos del método de solución en la secuencia correcta y a realizar entrada de

datos y salida de variables resueltas.

Se ha elaborado el programa **DERRAME** <sup>[43]</sup> durante la programación de la simulación del modelo matemático con el objetivo de que sea más comprensible al momento de ejecutarlo. Para lo cual se empleó el software **MATLAB 7.0**, debido a su flexibilidad para la resolución del tipo de ecuaciones mencionadas <sup>[44]</sup>.

Con el software **MATLAB 7.0**, el modelo se puede construir dándole los datos de entrada apropiados, para que finalmente el modelo pueda ser utilizado en la simulación para la cual fue construido.

**MATLAB** es un lenguaje de programación de alto nivel, con un enfoque directo hacia la computación científica. Más concretamente, es un programa de cálculo numérico con gran número de instrucciones dirigidas a la resolución de problemas científicos. Desde este punto de vista, puede ser considerado entonces como una gran calculadora científica programable y muy potente. Las características del **MATLAB** hacen de este software una herramienta de trabajo muy extendida tanto entre estudiantes como técnicos e investigadores que van a modelar y simular mediante algoritmos establecidos en la programación.

Operando de acuerdo con la guía presentada <sup>[45]</sup>, se visualizan las pantallas para ingresar datos y obtener los resultados en el **numeral 4.3**. El tipo de simulación que se seguirá es cuantitativa, determinística y dinámica.

### **4.3. Resultados de la simulación:**

No hay que confundir datos de entrada con condiciones iniciales. Las condiciones

---

[43] Ver **APÉNDICE C:** "*Código fuente de programación de DERRAME*"

[44] Ver **4.1:** "*Formulación del modelo matemático de dilución de los contaminantes a través del río*".

[45] Ver **APÉNDICE B:** "*Guía del Programa DERRAME*"

iniciales son restricciones relacionadas con el punto de partida en el tiempo que se toma para comenzar a estudiar el fenómeno. En este caso, las condiciones iniciales del modelo matemático que se desea implementar son:

**A. Concentración inicial en el volumen de control.**

Denominada también concentración en el punto de mezcla del relave con el agua de río. Esta condición va a ser dependiente del escenario dado, según se consideren los siguientes datos:

**a. Sustancia contaminante a analizar:**

- ✓ Concentración en el depósito de relave,
- ✓ Concentración en el río en curso, y
- ✓ Concentración LMP.

**b. Volumen de relave derramado:**

- ✓ Capacidad del depósito de relave,
- ✓ Periodo de operación de la cancha relavera, y
- ✓ Porcentaje de volumen derramado o vertido al río en curso.

**c. Caudal del río y densidades:**

- ✓ Caudal del río en curso.
- ✓ Densidad de la pulpa del relave, y
- ✓ Densidad del agua del río en curso.

**B. Tiempo de derrame.**

El tiempo en el cual dura la geodinámica interna o externa no es el mismo que el tiempo en que ocurre el pulso instantáneo o vertimiento de relave al río. Pueden asumirse tiempos de derrame en rangos razonables (en minutos).

Se aplicará la simulación de la dispersión de las sustancias contaminantes a través del

cuerpo receptor posterior al derrame de relave por fallas en la cancha de relave. En el **cuadro 4.3** se resumen las concentraciones de las sustancias contaminantes <sup>[46]</sup> en el depósito de relave, en el río antes del derrame, y la concentración límite máximo permisible (LMP):

**Cuadro 4.3: Concentraciones de las sustancias contaminantes**

	$C_{rel}$ (mg/kg)	$C_{RIO}$ (mg/L)	$C_{LMP}$ (mg/L)
$CN^-$	200,00	0,003	0,005
$As^{+3}, As^{+5}$	6500,00	0,050	0,200
$Cu^{+2}, Cu^{+3}$	194,00	0,007	0,010
$C_{rel}$ Concentración de la sustancia contaminante en el depósito de relave $C_{RIO}$ Concentración de la sustancia contaminante en el río antes del derrame $C_{LMP}$ Concentración Límite Máximo Permisible			

Fuente: SVS Ingenieros S.A. – 2004.

a. Según el compuesto a analizar:

**Cuadro 4.4: Datos y condiciones iniciales necesarios para resolver el modelo matemático a implementar**

Descripción	Cantidad	Unidades
Capacidad de la cancha	24 000	m <sup>3</sup>
Período de operación de la cancha	6	años
Porcentaje de volumen de relave derramado	30	%
Caudal del río	600	m <sup>3</sup> /s
Densidad de pulpa de relave	1550	kg/m <sup>3</sup>
Densidad del agua de río	1000	kg/m <sup>3</sup>
Área transversal promedio	220	m <sup>2</sup>
Tiempo de derrame	20	minutos
Sustancia contaminante a analizar	Cianuro, Arsénico y Cobre	
Método de cálculo del tiempo de dispersión	Analítico	
Modelo para el cálculo de la longitud de dispersión	Advección – Dispersión	
Coefficiente de dispersión	20 m <sup>2</sup> /s	

Fuente: Elaboración propia

<sup>[46]</sup> En el **cuadro 4.3** no se han considerado las sustancias contaminantes:  $Cr^{+3}$ ,  $Cr^{+6}$  ni  $Ni^{+2}$ ,  $Ni^{+3}$ , por carecer de datos de campo.

**Cuadro 4.5: Resultados obtenidos a partir del modelo matemático a implementar**

Sustancia contaminante	$C_0$ (mg/L)	$M$ (kg)	$t_p$ (s)	$L$ (km)	% Diferencia Relativa de $L$
Cianuro	2,3012	1729	29560	88.8155	---
Arsénico	74,7436	55149	23596	71,9231	-19,0196
Cobre	2,2363	1717	21041	64,5734	-27,2945

$C_0$  Concentración inicial en el volumen de control  
 $M$  Masa de sustancia contaminante aportada al río  
 $t_p$  Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave  
 $L$  Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanzan un Límite Máximo Permissible de concentración.

Fuente: Elaboración propia

El programa **DERRAME** representa los resultados del comportamiento de las variables en las gráficas obtenidas a partir de los datos de entrada y condiciones iniciales dadas en el **cuadro 4.4**, según la sustancia contaminante que corresponda. Esta representación se observa en las **figuras 4.6, 4.7, 4.8 y 4.9**.

Según las sustancias contaminantes a analizar, si los datos de concentración son próximos, entonces los perfiles de concentración también lo serán, tal y como ocurre en el caso del cianuro y el cobre.

Se ha encontrado además que el arsénico, a pesar de tener una concentración inicial en el volumen de control mucho mayor que el cianuro, no recorrería una longitud mayor. Esto se debe principalmente a que el resultado final va a depender de las concentraciones de ambas sustancias en el río antes del derrame y los Límites Máximos Permisibles de concentración considerados según la legislación vigente.

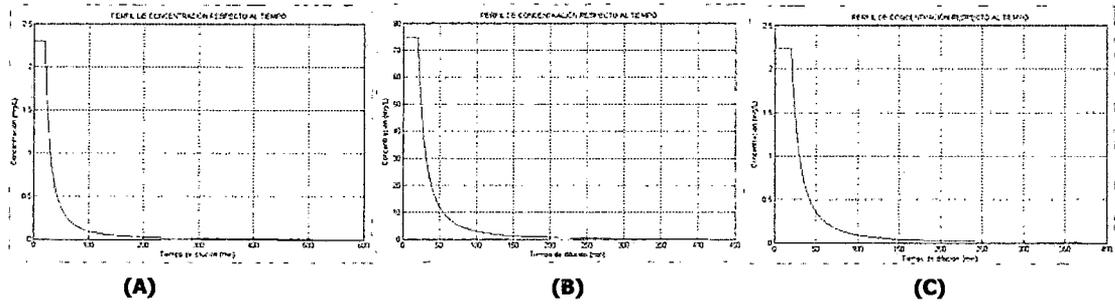


Figura 4.6: Perfil concentración respecto al tiempo: (A) Cianuro, (B) Arsénico, y (C) Cobre.

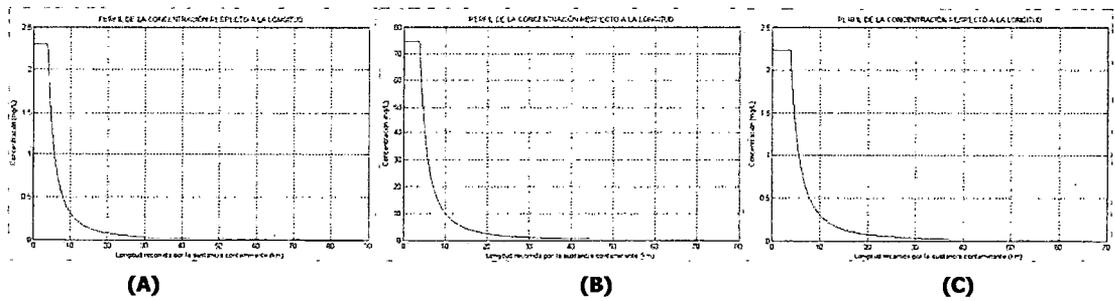


Figura 4.7: Perfil concentración respecto a la longitud: (A) Cianuro, (B) Arsénico, y (C) Cobre.

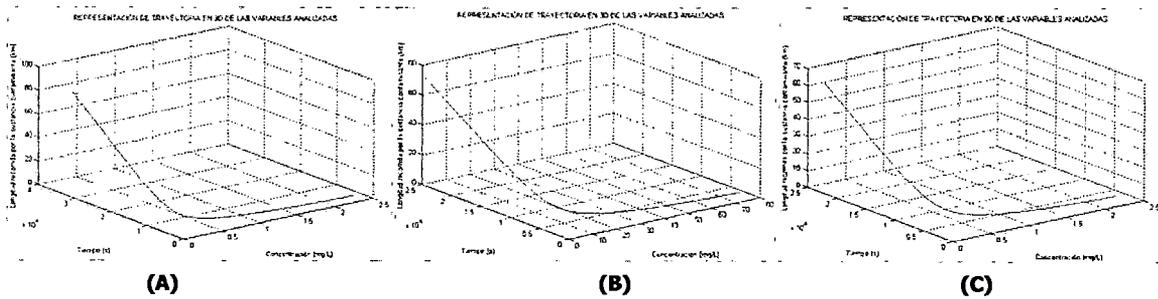


Figura 4.8: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud: (A) Cianuro, (B) Arsénico, y (C) Cobre.

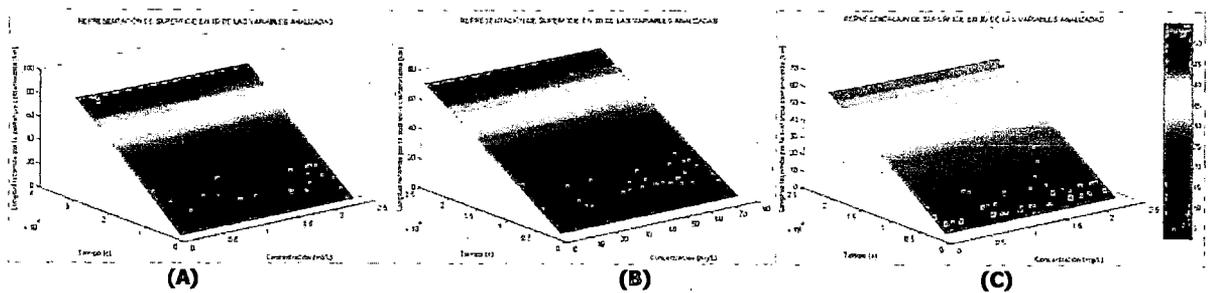


Figura 4.9: Superficie 3D de la longitud recorrida por la sustancia contaminante respecto al tiempo y a la concentración: (A) Cianuro, (B) Arsénico, y (C) Cobre.

b. Según el volumen de relave derramado:

**Cuadro 4.6: Datos y condiciones iniciales necesarios para resolver el modelo matemático a implementar**

Descripción	Cantidad	Unidades
Capacidad de la cancha	23 500	m <sup>3</sup>
Período de operación de la cancha	5	años
Porcentaje de volumen de relave derramado	20, 40, 50	%
Caudal del río	520	m <sup>3</sup> /s
Densidad de pulpa de relave	1550	kg/m <sup>3</sup>
Densidad del agua de río	1000	kg/m <sup>3</sup>
Área transversal promedio	200	m <sup>2</sup>
Tiempo de derrame	18	minutos
Sustancia contaminante a analizar	Cianuro	
Método de cálculo del tiempo de dispersión	Analítico	
Modelo para el cálculo de la longitud de dispersión	Advección – Dispersión	
Coefficiente de dispersión	20 m <sup>2</sup> /s	

Fuente: Elaboración propia

**Cuadro 4.7: Resultados obtenidos a partir del modelo matemático a implementar**

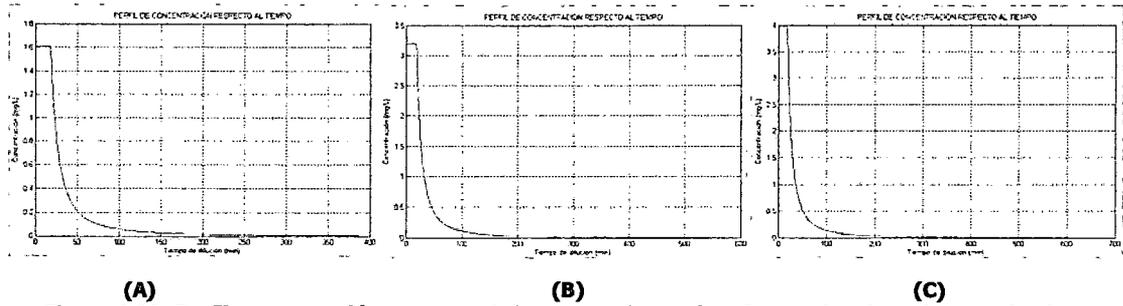
Porcentaje de volumen de relave derramado (%)	$C_0$ (mg/L)	$M$ (kg)	$t_p$ (s)	$L$ (km)	% Diferencia Relativa de $L$
20%	1,6114	947	22083	64,0383	---
40%	3,1942	1872	31539	90,2969	41,0045
50%	3,9761	2333	35315	100,9437	57,6302

$C_0$  Concentración inicial en el volumen de control  
 $M$  Masa de sustancia contaminante aportada al río  
 $t_p$  Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave  
 $L$  Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanzan un Límite Máximo Permisible de concentración.

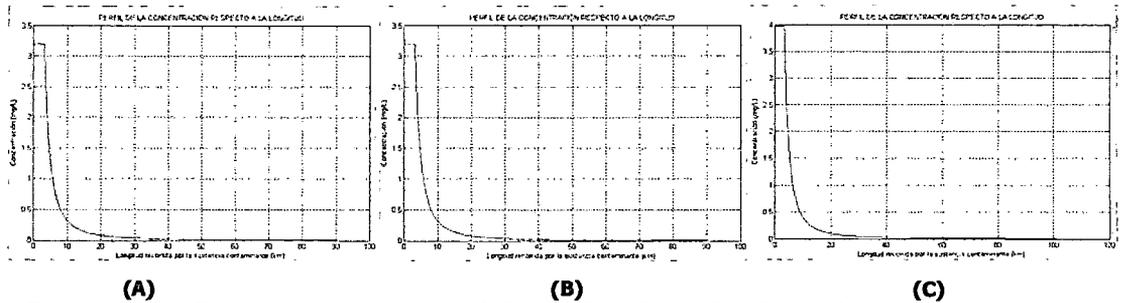
Fuente: Elaboración propia

El programa **DERRAME** representa los resultados del comportamiento de las variables en las gráficas obtenidas a partir de los datos de entrada y condiciones iniciales dadas en el **cuadro 4.6**, según el volumen de relave derramado al río. Esta representación se observa en las **figuras 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13**.

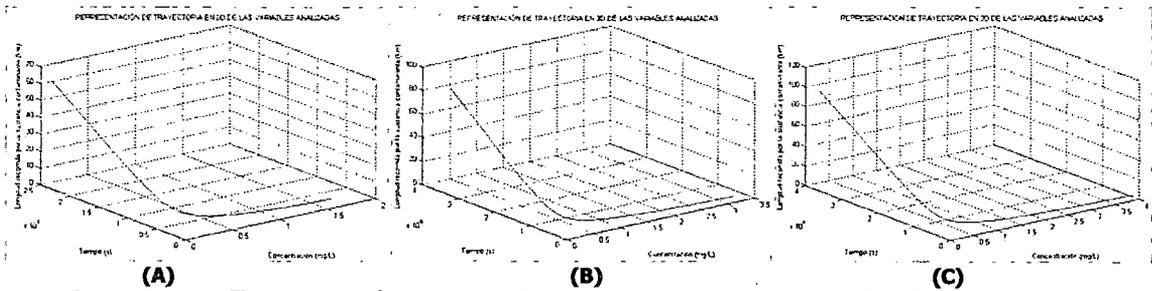
Se tiene, según los resultados, que cuanto mayor es el volumen derramado de relave se incrementará levemente la concentración inicial en el volumen de control y se incrementará considerablemente la longitud recorrida por cada contaminante en el río hasta alcanzar su Límite Máximo Permissible de concentración.



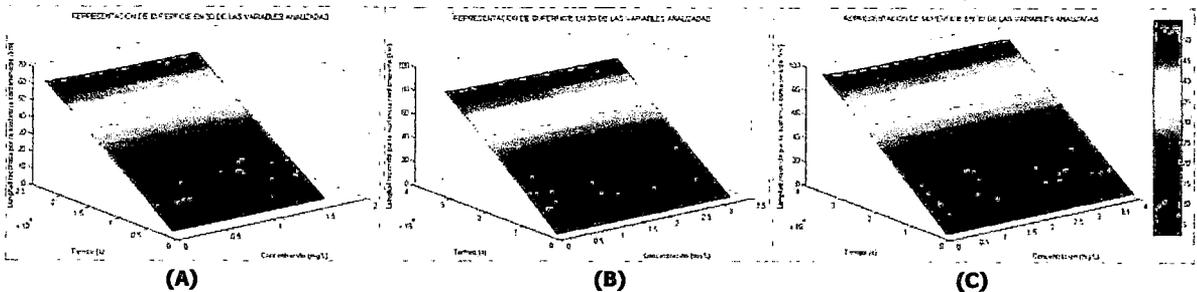
**(A) (B) (C)**  
**Figura 4.10: Perfil concentración respecto al tiempo en el caso de volumen de relave derramado al: (A) 20%, (B) 40%, y (C) 50%.**



**(A) (B) (C)**  
**Figura 4.11: Perfil concentración respecto a la longitud en el caso de volumen de relave derramado al: (A) 20%, (B) 40%, y (C) 50%.**



**(A) (B) (C)**  
**Figura 4.12: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud en el caso de volumen de relave derramado al: (A) 20%, (B) 40%, y (C) 50%.**



**(A) (B) (C)**  
**Figura 4.13: Superficie 3D de la longitud recorrida por la sustancia contaminante respecto al tiempo y a la concentración en el caso de volumen de relave derramado al: (A) 20%, (B) 40%, y (C) 50%.**

c. Según el tiempo de derrame:

**Cuadro 4.8: Datos y condiciones iniciales necesarios para resolver el modelo matemático a implementar**

Descripción	Cantidad	Unidades
Capacidad de la cancha	24 500	m <sup>3</sup>
Período de operación de la cancha	4	años
Porcentaje de volumen de relave derramado	40	%
Caudal del río	540	m <sup>3</sup> /s
Densidad de pulpa de relave	1550	kg/m <sup>3</sup>
Densidad del agua de río	1000	kg/m <sup>3</sup>
Área transversal promedio	230	m <sup>2</sup>
Tiempo de derrame	5, 10, 15	minutos
Sustancia contaminante a analizar	Arsénico	
Método de cálculo del tiempo de dispersión	Analítico	
Modelo para el cálculo de la longitud de dispersión	Advección – Dispersión	
Coefficiente de dispersión	18 m <sup>2</sup> /s	

Fuente: Elaboración propia

**Cuadro 4.9: Resultados obtenidos a partir del modelo matemático a implementar**

Tiempo de derrame (min)	$C_0$ (mg/L)	$M$ (kg)	$t_p$ (s)	$L$ (km)	% Diferencia Relativa de $L$
5	291,1383	49698	11936	32,4630	---
10	148,9278	49840	16902	44,8721	38,2254
15	100,0654	49948	20618	54,4102	67,6068

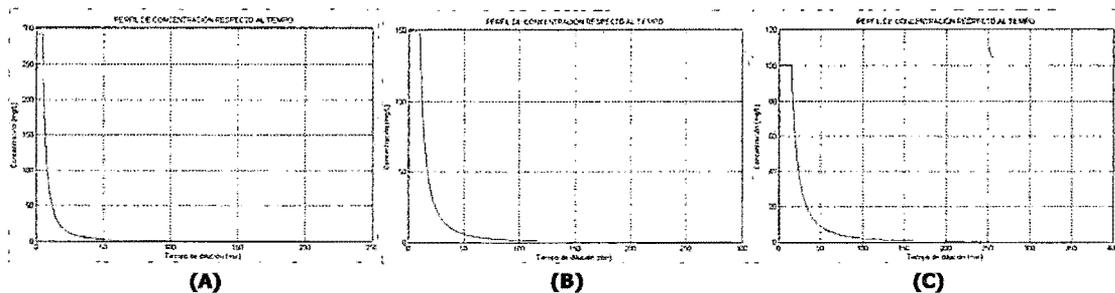
$C_0$  Concentración inicial en el volumen de control  
 $M$  Masa de sustancia contaminante aportada al río  
 $t_p$  Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave  
 $L$  Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanzan un Límite Máximo Permisible de concentración.

Fuente: Elaboración propia

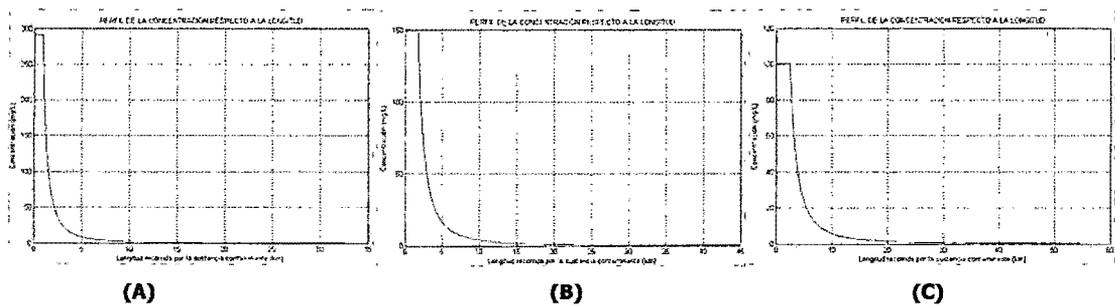
El programa **DERRAME** representa los resultados del comportamiento de las variables en las gráficas obtenidas a partir de los datos de entrada y condiciones iniciales dadas en el **cuadro 4.8**, según el tiempo de derrame. Esta representación se observa en las **figuras 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17**.

Se tiene que en el incremento del tiempo de derrame hay una relación directamente

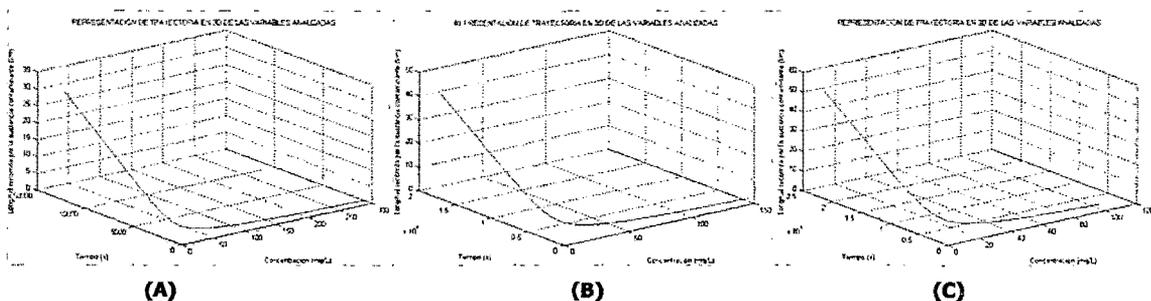
proporcional con la disminución de la concentración inicial en el volumen de control, y muy por el contrario hay un incremento notorio de la longitud recorrida por cada sustancia contaminante hasta alcanzar su Límite Máximo Permissible de concentración.



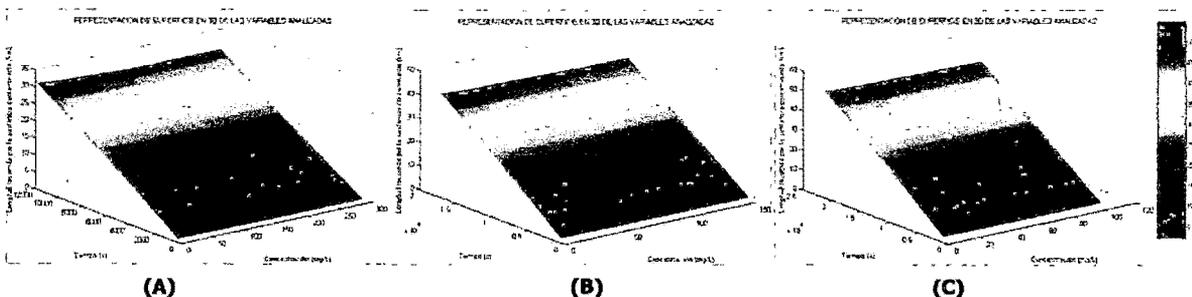
**Figura 4.14: Perfil concentración respecto al tiempo para un tiempo de derrame de: (A) 5 minutos, (B) 10 minutos, y (C) 15 minutos.**



**Figura 4.15: Perfil concentración respecto a la longitud para un tiempo de derrame de: (A) 5 minutos, (B) 10 minutos, y (C) 15 minutos.**



**Figura 4.16: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para un tiempo de derrame de: (A) 5 minutos, (B) 10 minutos, y (C) 15 minutos.**



**Figura 4.17: Superficie 3D de la longitud recorrida por la sustancia contaminante respecto al tiempo y a la concentración para un tiempo de derrame de: (A) 5 minutos, (B) 10 minutos, y (C) 15 minutos.**

d. Según el caudal del río:

**Cuadro 4.10: Datos y condiciones iniciales necesarios para resolver el modelo matemático a implementar**

Descripción	Cantidad	Unidades
Capacidad de la cancha	25 000	m <sup>3</sup>
Periodo de operación de la cancha	4	años
Porcentaje de volumen de relave derramado	35	%
Caudal del río	400, 500, 600	m <sup>3</sup> /s
Densidad de pulpa de relave	1550	kg/m <sup>3</sup>
Densidad del agua de río	1000	kg/m <sup>3</sup>
Área transversal promedio	245	m <sup>2</sup>
Tiempo de derrame	15	minutos
Sustancia contaminante a analizar	Cobre	
Método de cálculo del tiempo de dispersión	Numérico	
Modelo para el cálculo de la longitud de dispersión	Advección – Dispersión	
Coefficiente de dispersión	30 m <sup>2</sup> /s	

Fuente: Elaboración propia

**Cuadro 4.11: Resultados obtenidos a partir del modelo matemático a implementar**

Caudal del río (m <sup>3</sup> /s)	C <sub>0</sub> (mg/L)	M (kg)	t <sub>p</sub> (s)	L (km)	% Diferencia Relativa de L
400	3,5936	1375	20252	39,5889	---
500	2,8870	1382	18056	42,7584	8,0060
600	2,4129	1388	16430	46,3259	17,0174

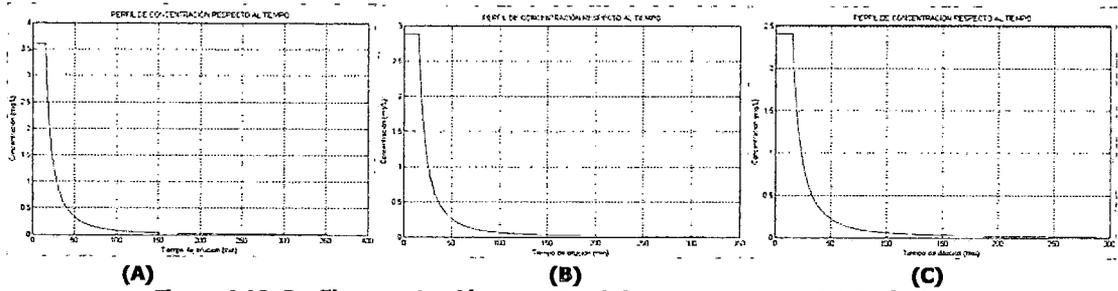
*C<sub>0</sub>* Concentración inicial en el volumen de control  
*M* Masa de sustancia contaminante aportada al río  
*t<sub>p</sub>* Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave  
*L* Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanzan un Límite Máximo Permisible de concentración.

Fuente: Elaboración propia

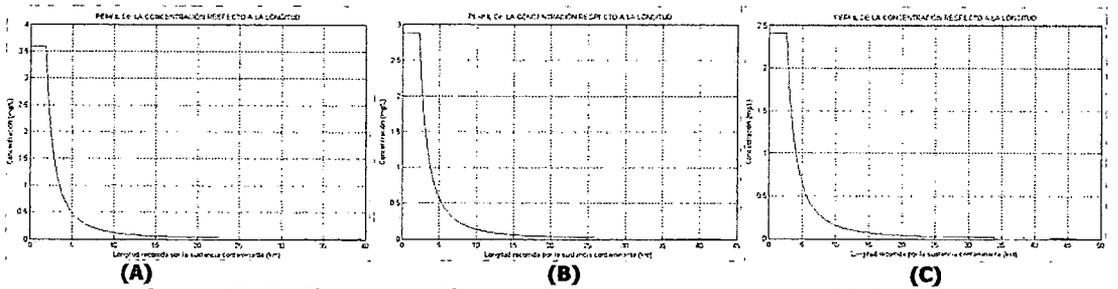
El programa **DERRAME** representa los resultados del comportamiento de las variables en las gráficas obtenidas a partir de los datos de entrada y condiciones iniciales dadas en el **cuadro 4.10**, según el caudal del río. Esta representación se observa en las **figuras 4.18, 4.19, 4.20 y 4.21**.

Se tiene que el caudal del río es un parámetro que tiene un efecto similar al tiempo

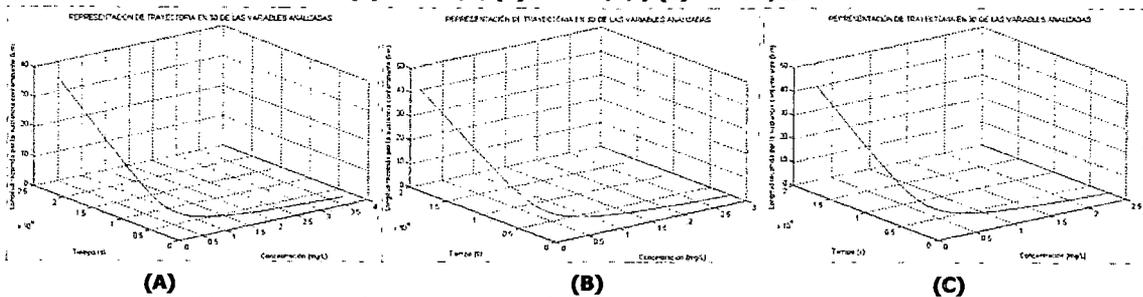
de derrame, es decir, conforme aumenta el caudal del río, la concentración inicial en el volumen de control disminuye y la longitud recorrida por cada sustancia contaminante hasta alcanzar su Límite Máximo Permissible de concentración, al igual que el caudal, va en aumento.



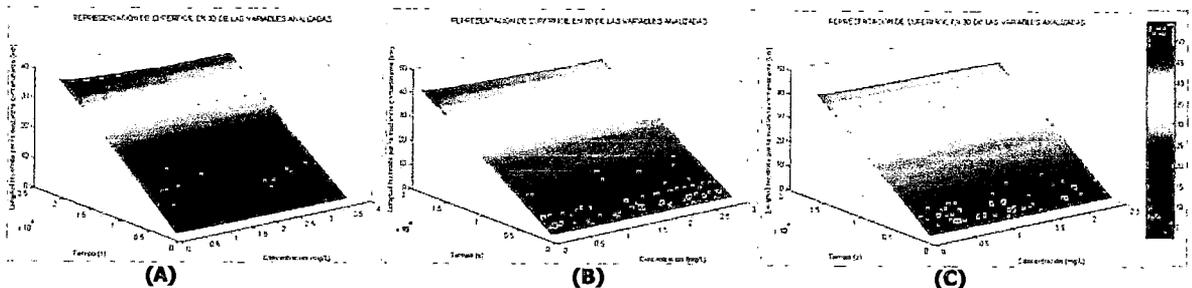
**Figura 4.18: Perfil concentración respecto al tiempo para un caudal de río de: (A) 400 m<sup>3</sup>/s, (B) 500 m<sup>3</sup>/s, y (C) 600 m<sup>3</sup>/s.**



**Figura 4.19: Perfil concentración respecto a la longitud para un caudal de río de: (A) 400 m<sup>3</sup>/s, (B) 500 m<sup>3</sup>/s, y (C) 600 m<sup>3</sup>/s.**



**Figura 4.20: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para un caudal de río de: (A) 400 m<sup>3</sup>/s, (B) 500 m<sup>3</sup>/s, y (C) 600 m<sup>3</sup>/s.**



**Figura 4.21: Superficie 3D de la longitud recorrida por la sustancia contaminante respecto al tiempo y a la concentración para un caudal de río de: (A) 400 m<sup>3</sup>/s, (B) 500 m<sup>3</sup>/s, y (C) 600 m<sup>3</sup>/s.**

e. Según el método de cálculo del tiempo de dispersión:

**Cuadro 4.12: Datos y condiciones iniciales necesarios para resolver el modelo matemático a implementar**

Descripción	Cantidad	Unidades
Capacidad de la cancha	26 000	m <sup>3</sup>
Período de operación de la cancha	3,5	años
Porcentaje de volumen de relave derramado	30	%
Caudal del río	600	m <sup>3</sup> /s
Densidad de pulpa de relave	1550	kg/m <sup>3</sup>
Densidad del agua de río	1000	kg/m <sup>3</sup>
Área transversal promedio	200	m <sup>2</sup>
Tiempo de derrame	10	minutos
Sustancia contaminante a analizar	Cianuro	
Método de cálculo del tiempo de dispersión	Analítico, Numérico	
Modelo para el cálculo de la longitud de dispersión	Advección – Dispersión	
Coefficiente de dispersión	15 m <sup>2</sup> /s	

Fuente: Elaboración propia

**Cuadro 4.13: Resultados obtenidos a partir del modelo matemático a implementar**

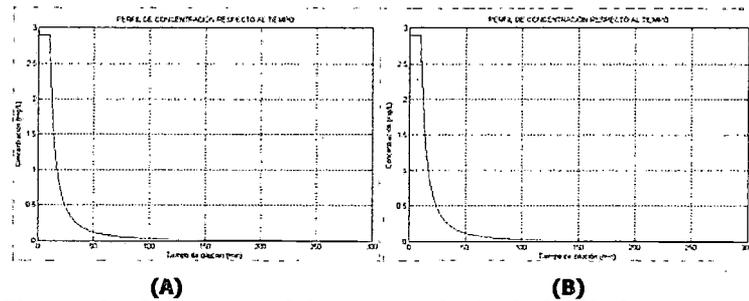
Método de cálculo del tiempo de dispersión	$C_0$ (mg/L)	$M$ (kg)	$t_p$ (s)	$L$ (km)	% Diferencia Relativa de $L$
<b>Analítico</b>	2,8989	1089	16663	55,1263	---
<b>Numérico</b>		1089	16661	55,1205	-0,0105

$C_0$  Concentración inicial en el volumen de control  
 $M$  Masa de sustancia contaminante aportada al río  
 $t_p$  Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave  
 $L$  Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanzan un Límite Máximo Permisible de concentración.

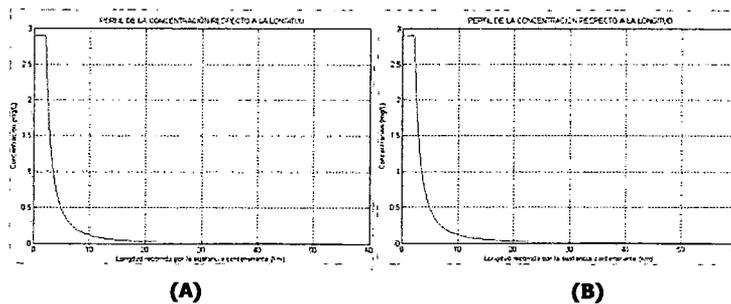
Fuente: Elaboración propia

El programa **DERRAME** representa los resultados del comportamiento de las variables en las gráficas obtenidas a partir de los datos de entrada y condiciones iniciales dadas en el **cuadro 4.12**, según el método de cálculo del tiempo de dispersión. Esta representación se observa en las **figuras 4.22, 4.23, 4.24 y 4.25**.

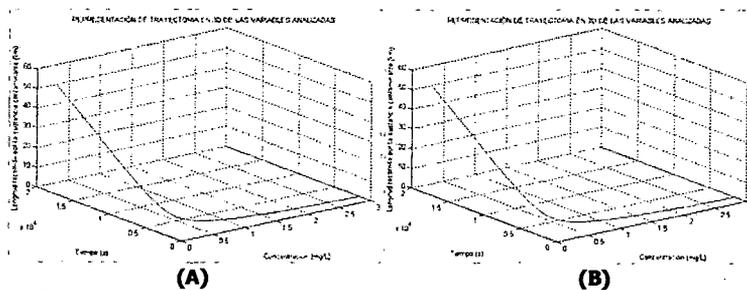
Se tiene que hay una diferencia despreciable entre el tiempo de dispersión posterior al derrame del relave, debido a que el método numérico se va a aproximar demasiado al resultado obtenido por el método analítico por la finura de paso de iteración empleada.



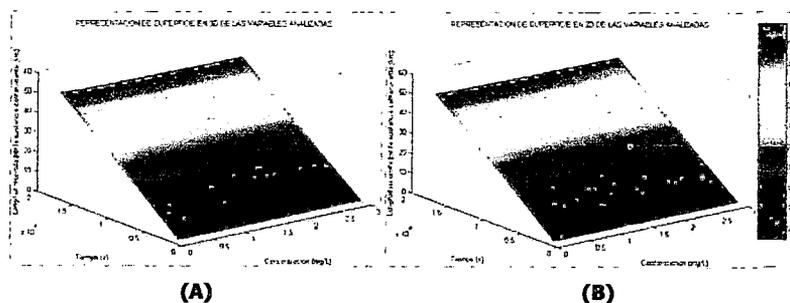
**Figura 4.22: Perfil concentración respecto al tiempo para el método de cálculo del tiempo de dispersión: (A) Analítico y (B) Numérico.**



**Figura 4.23: Perfil concentración respecto a la longitud para el método de cálculo del tiempo de dispersión: (A) Analítico y (B) Numérico.**



**Figura 4.24: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para el método de cálculo del tiempo de dispersión: (A) Analítico y (B) Numérico.**



**Figura 4.25: Superficie 3D de la longitud recorrida por la sustancia contaminante respecto al tiempo y a la concentración para el método de cálculo del tiempo de dispersión: (A) Analítico y (B) Numérico.**

f. Según el modelo de cálculo de la longitud de dispersión:

**Cuadro 4.14: Datos y condiciones iniciales necesarios para resolver el modelo matemático a implementar**

Descripción	Cantidad	Unidades
Capacidad de la cancha	25 000	m <sup>3</sup>
Período de operación de la cancha	5,5	años
Porcentaje de volumen de relave derramado	40	%
Caudal del río	500	m <sup>3</sup> /s
Densidad de pulpa de relave	1550	kg/m <sup>3</sup>
Densidad del agua de río	1000	kg/m <sup>3</sup>
Área transversal promedio	210	m <sup>2</sup>
Tiempo de derrame	10	minutos
Sustancia contaminante a analizar	Arsénico	
Método de cálculo del tiempo de dispersión	Analítico	
Modelo para el cálculo de la longitud de dispersión	Básico, Advección – Dispersión	
Coefficiente de dispersión	20 m <sup>2</sup> /s	

Fuente: Elaboración propia

**Cuadro 4.15: Resultados obtenidos a partir del modelo matemático a implementar**

Modelo de cálculo de la longitud de dispersión	$C_0$ (mg/L)	$M$ (Kg)	$t_p$ (s)	$L$ (km)	% Diferencia Relativa de $L$
<b>Básico</b>	223,0138	69801	20818	52,8060	---
<b>Advección – Dispersión</b>				56,1622	6,3557

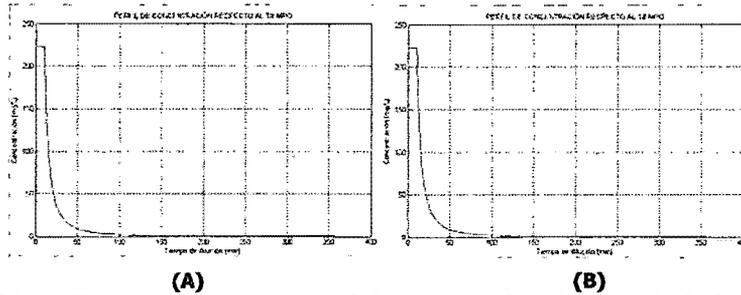
$C_0$  Concentración inicial en el volumen de control  
 $M$  Masa de sustancia contaminante aportada al río  
 $t_p$  Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave  
 $L$  Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanzan un Límite Máximo Permissible de concentración.

Fuente: Elaboración propia

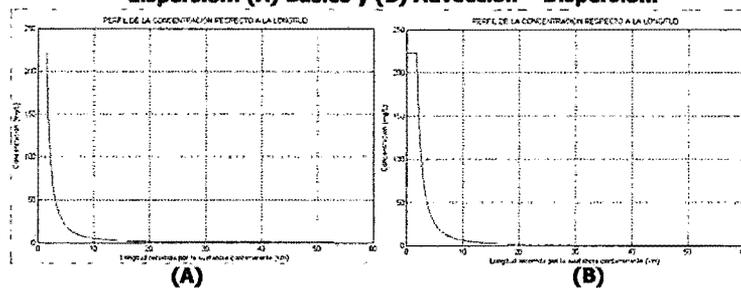
El programa **DERRAME** representa los resultados del comportamiento de las variables en las gráficas obtenidas a partir de los datos de entrada y condiciones iniciales dadas en el **cuadro 4.14**, según el modelo de cálculo de la longitud de dispersión. Esta representación se observa en las **figuras 4.26, 4.27, 4.28 y 4.29**.

Se tiene que la longitud calculada por el modelo básico no es concordante con la calculada por el modelo de advección – dispersión, esto se debe a que el primero no

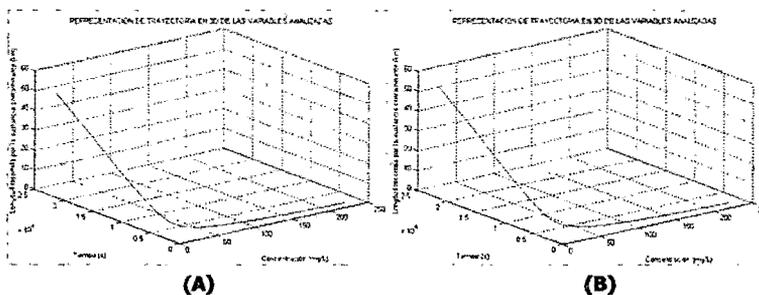
considera el coeficiente de dispersión, el cual parametriza los efectos difusivos de origen turbulento. El coeficiente de dispersión es un parámetro que define apropiadamente lo que ocurre en el volumen de control, mientras que el modelo básico sólo considera el fenómeno convectivo, mas no el difusivo.



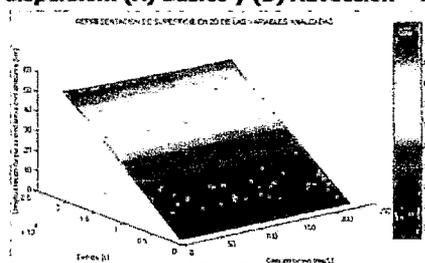
**Figura 4.26: Perfil concentración respecto al tiempo para el modelo de cálculo de la longitud de dispersión: (A) Básico y (B) Advección – Dispersión.**



**Figura 4.27: Perfil concentración respecto a la longitud para el modelo de cálculo de la longitud de dispersión: (A) Básico y (B) Advección – Dispersión.**



**Figura 4.28: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para el modelo de cálculo de la longitud de dispersión: (A) Básico y (B) Advección – Dispersión.**



**Figura 4.29: Superficie 3D de la longitud recorrida por la sustancia contaminante respecto al tiempo y a la concentración para el modelo de cálculo de la longitud de dispersión de Advección – Dispersión. [47]**

[47] La superficie 3D no puede ser representada para el Modelo Básico, porque tiene una variable independiente ( $C$ ), en cambio el modelo de Advección – Dispersión, tiene dos variables independientes ( $C$ ,  $t$ ).

g. Según el coeficiente de dispersión:

**Cuadro 4.16: Datos y condiciones iniciales necesarios para resolver el modelo matemático a implementar**

Descripción	Cantidad	Unidades
Capacidad de la cancha	24 000	m <sup>3</sup>
Período de operación de la cancha	4	años
Porcentaje de volumen de relave derramado	40	%
Caudal del río	450	m <sup>3</sup> /s
Densidad de pulpa de relave	1550	kg/m <sup>3</sup>
Densidad del agua de río	1000	kg/m <sup>3</sup>
Área transversal promedio	200	m <sup>2</sup>
Tiempo de derrame	15	minutos
Sustancia contaminante a analizar	Cobre	
Método de cálculo del tiempo de dispersión	Analítico	
Modelo para el cálculo de la longitud de dispersión	Advección – Dispersión	
Coefficiente de dispersión	20, 40, 60 m <sup>2</sup> /s	

Fuente: Elaboración propia

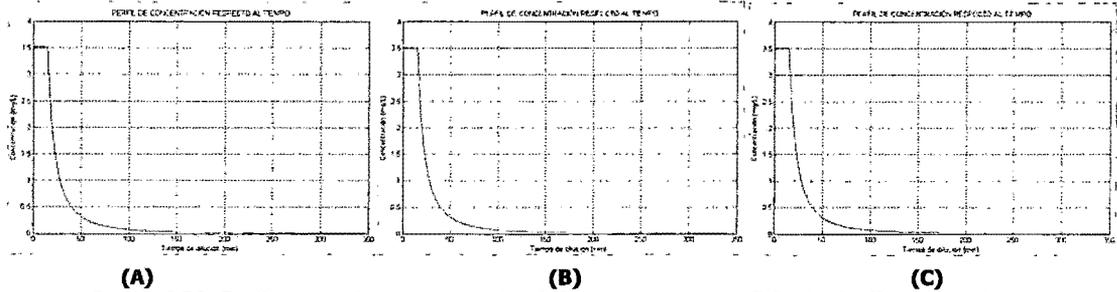
**Cuadro 4.17: Resultados obtenidos a partir del modelo matemático a implementar**

Coefficiente de dispersión (m <sup>2</sup> /s)	$C_0$ (mg/L)	$M$ (kg)	$t_p$ (s)	$L$ (km)	% Diferencia Relativa de $L$
20	3,5064	1509	19993	50,9857	---
40				52,1415	2,2669
60				53,0026	3,9558
$C_0$ Concentración inicial en el volumen de control $M$ Masa de sustancia contaminante aportada al río $t_p$ Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave $L$ Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanzan un Límite Máximo Permisible de concentración.					

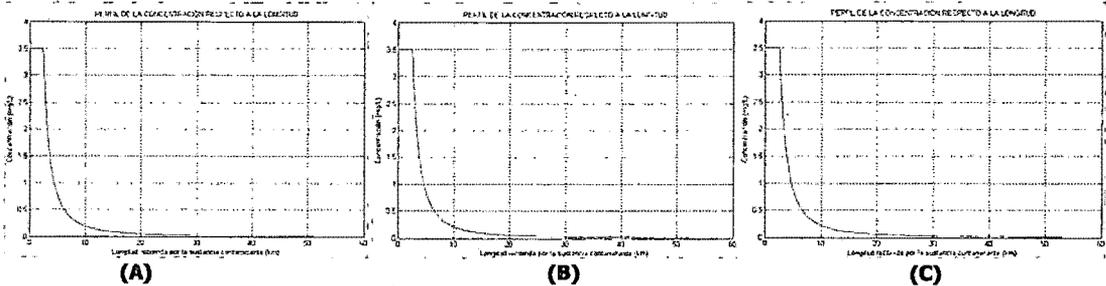
Fuente: Elaboración propia

El programa **DERRAME** representa los resultados del comportamiento de las variables en las gráficas obtenidas a partir de los datos de entrada y condiciones iniciales dadas en el **cuadro 4.16**, según el coeficiente de dispersión. Esta representación se observa en las **figuras 4.30, 4.31, 4.32 y 4.33**.

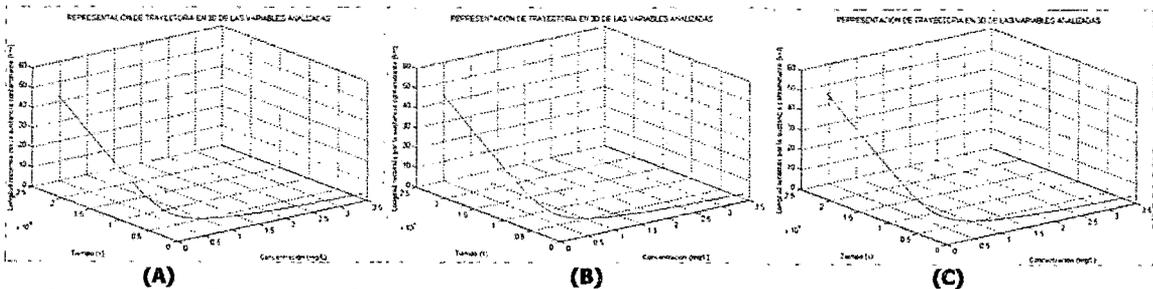
Del análisis del coeficiente de dispersión se puede deducir que cuando este parámetro toma un valor dentro del rango establecido, es directamente proporcional a la longitud recorrida por cada sustancia contaminante que es poco sensible a un cambio de valor del coeficiente de dispersión.



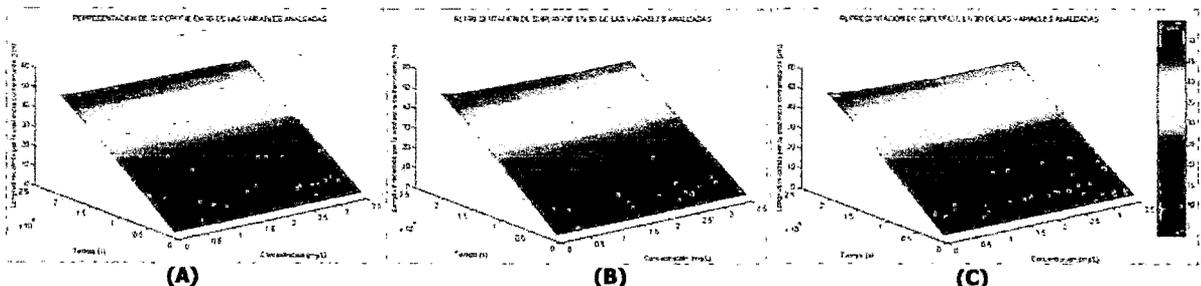
**Figura 4.30: Perfil concentración respecto al tiempo para un coeficiente de dispersión de: (A) 20 m<sup>2</sup>/s, (B) 40 m<sup>2</sup>/s, y (C) 60 m<sup>2</sup>/s.**



**Figura 4.31: Perfil concentración respecto a la longitud para un coeficiente de dispersión de: (A) 20 m<sup>2</sup>/s, (B) 40 m<sup>2</sup>/s, y (C) 60 m<sup>2</sup>/s.**



**Figura 4.32: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para un coeficiente de dispersión de: (A) 20 m<sup>2</sup>/s, (B) 40 m<sup>2</sup>/s, y (C) 60 m<sup>2</sup>/s.**



**Figura 4.33: Superficie 3D de la longitud recorrida por la sustancia contaminante respecto al tiempo y a la concentración para un coeficiente de dispersión de: (A) 20 m<sup>2</sup>/s, (B) 40 m<sup>2</sup>/s, y (C) 60 m<sup>2</sup>/s.**

#### 4.4. Contraste de resultados:

Siempre que sea posible los resultados serán comparados a fin de evaluar la efectividad del modelo con:

- a) *Soluciones analíticas o exactas, si es que las hubiera.*
- b) *Resultados obtenidos en campo.*
- c) *Resultados generados por otros modelos ya existentes y probados.*
- d) *Simulaciones realizadas con el mismo modelo pero variando las condiciones de contorno o la configuración del sistema.* <sup>[48]</sup>

Por la naturaleza del tema y el objetivo que se desea alcanzar en el presente trabajo, se compararon las simulaciones realizadas con el modelo de advección – dispersión para las distintas condiciones iniciales y datos de entrada, además una comparación cuantitativa entre los resultados obtenidos con el modelo básico y el modelo de advección – dispersión (ecuación de *Fick – Einstein*).

Para fines prácticos, sólo se ilustraron las comparaciones más significativas para cada sustancia contaminante y caso presentado en el **numeral 4.3** <sup>[49]</sup> en un diagrama de perfil de concentración con respecto a los tiempo y longitud de recorrido correspondientes, para observar los parámetros más sensibles del modelo matemático.

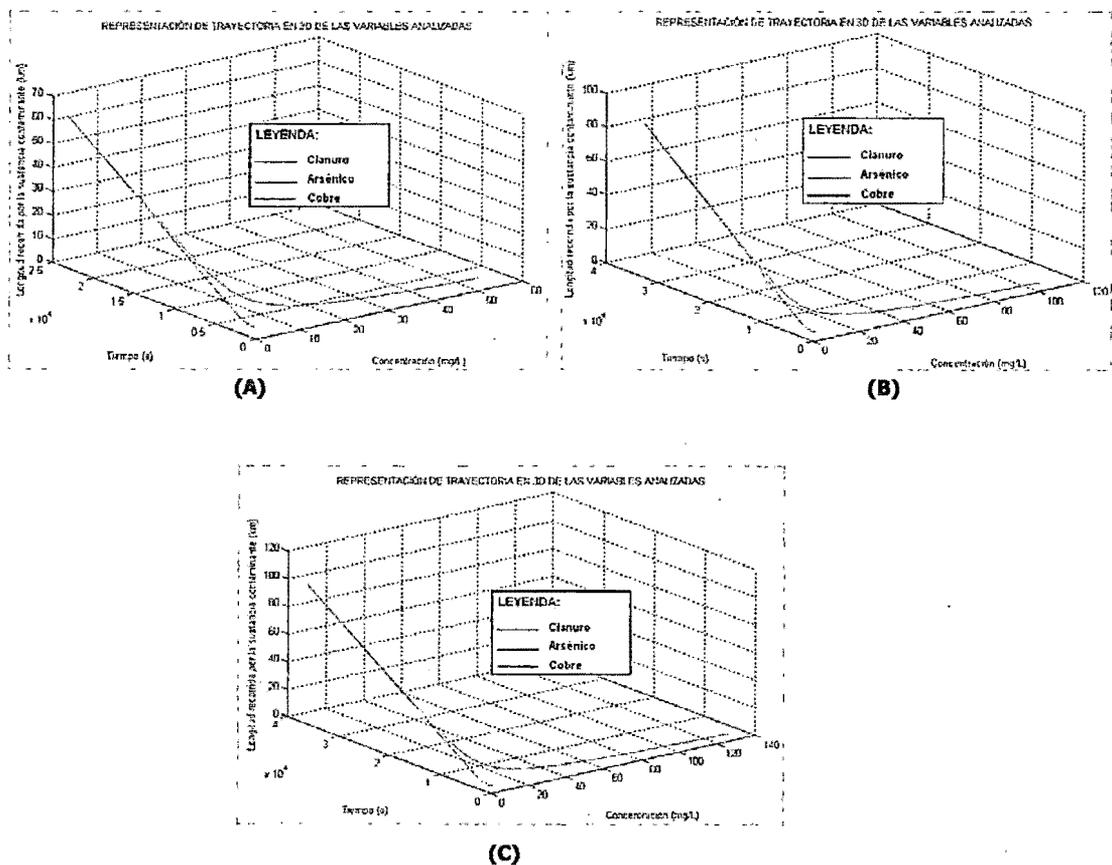
---

<sup>[48]</sup> ALONSO, J.; GARCÍA, O. y ZUBIZARRETA, J. "Modelización del Transporte de Acuíferos y Contaminantes en el Suelo (II)". Pág. 202.

<sup>[49]</sup> Ver 4.3: "Resultados de la simulación".

a. Según el volumen de relave derramado:

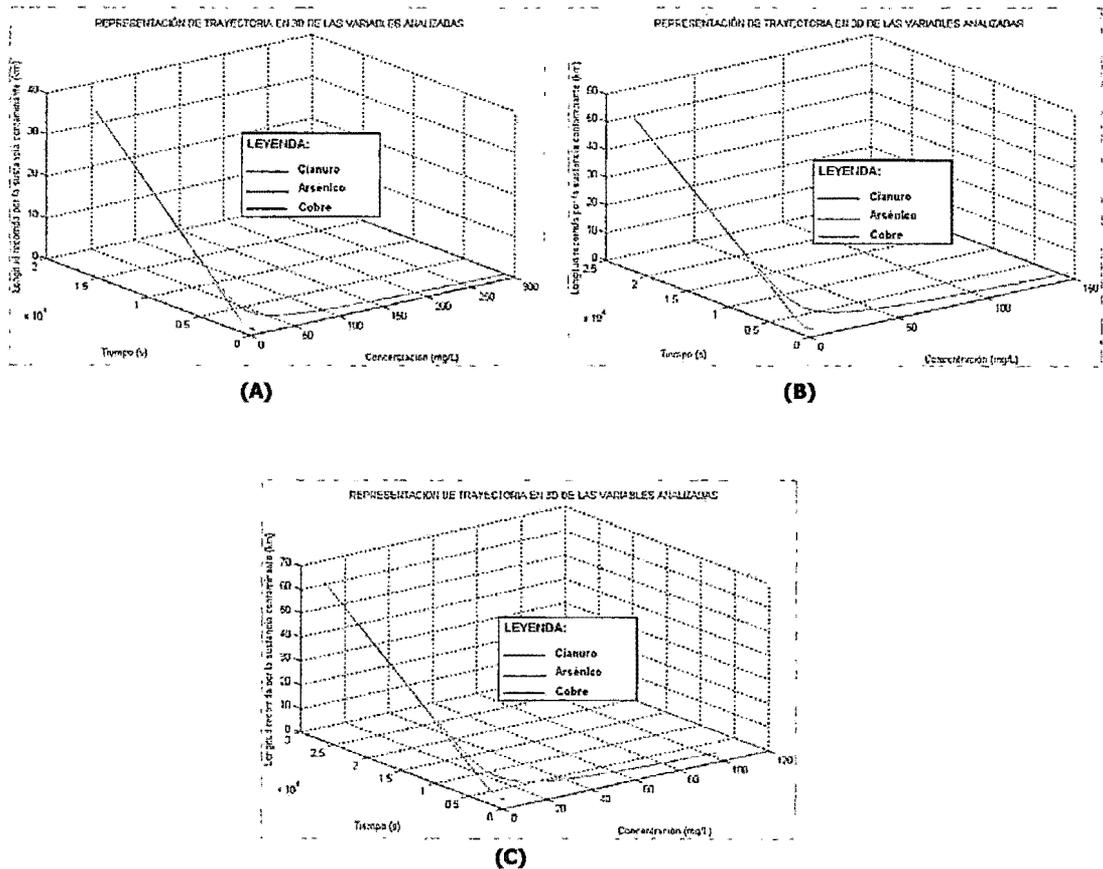
A partir de los datos del **cuadro 4.4** y para cada sustancia contaminante, se representa en la **figura 4.34**. Se observa que el porcentaje de volumen derramado disminuye de manera directamente proporcional con la concentración inicial, el tiempo y la longitud de dispersión de cada una de las sustancias involucradas, debido a que habrá menor masa de relave derramado y, por tanto, menor contribución de concentraciones de cada contaminante. Si el porcentaje de volumen derramado aumentara, lo mismo resultará con la concentración inicial, el tiempo y la longitud de dispersión.



**Figura 4.34: Perfil concentración respecto al tiempo y la longitud en el caso de volumen de relave derramado al: (A) 20%, (B) 40%, y (C) 60%.**

b. Según el tiempo de derrame:

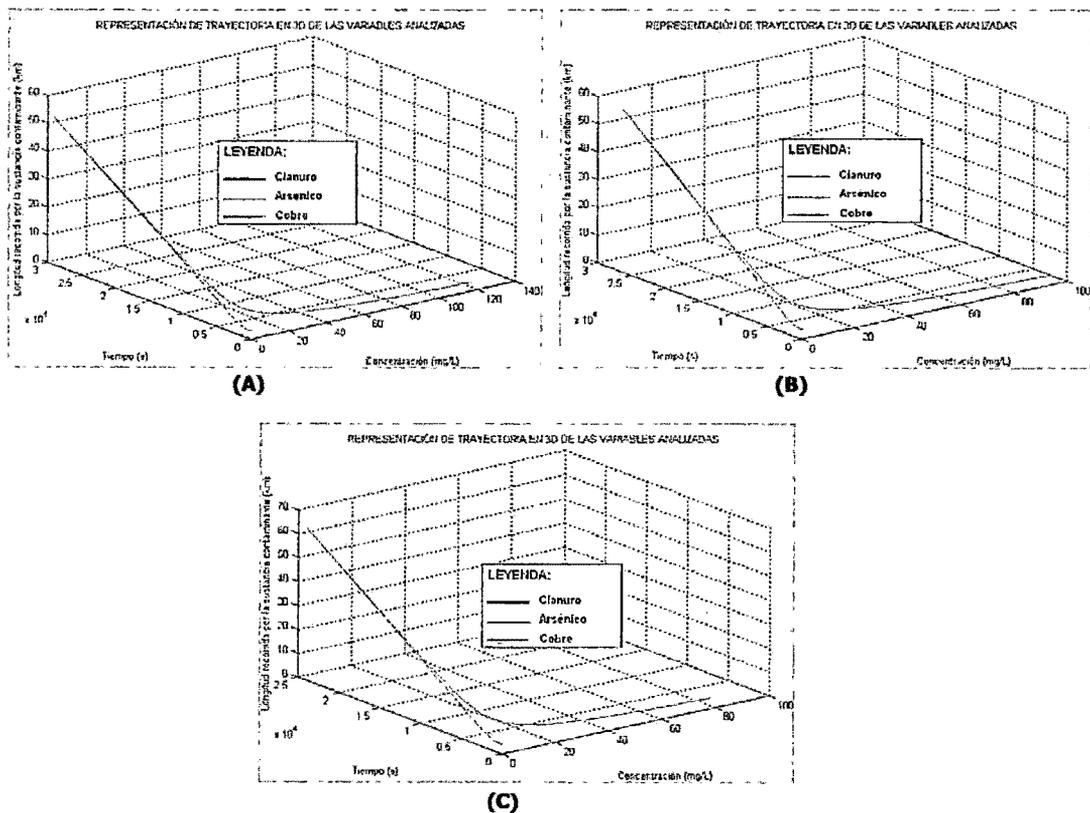
A partir de los datos del **cuadro 4.6** y para cada sustancia contaminante, se representa en la **figura 4.35**. Se observa que si tiempo de derrame de relave disminuye, aumentará la concentración inicial de cada sustancia involucrada, debido a que habrá menos contribución de masa de relave en un intervalo de tiempo más corto; sin embargo, el tiempo y la longitud de dispersión descienden proporcionalmente. Así pues, al aumentar el tiempo de derrame de relave, la concentración inicial será menor, pero el tiempo y la longitud de dispersión serán mayores.



**Figura 4.35: Perfil concentración respecto al tiempo y la longitud para un tiempo de derrame de: (A) 5 minutos, (B) 10 minutos, y (C) 15 minutos.**

c. Según el caudal del río:

A partir de los datos del **cuadro 4.8** y para cada sustancia contaminante, se representa en la **figura 4.36**. Se tiene que si el caudal del río disminuye, la concentración inicial y el tiempo de dispersión de cada una de las sustancias involucradas serán mayores debido a la menor presencia de agua de río, aunque longitud de dispersión será menor ya que esto involucra una menor participación de la fuerza advectiva. Por el contrario, si el caudal del río aumenta, la concentración inicial y el tiempo de dispersión de cada sustancia serán menores y la longitud de dispersión va en ascenso.

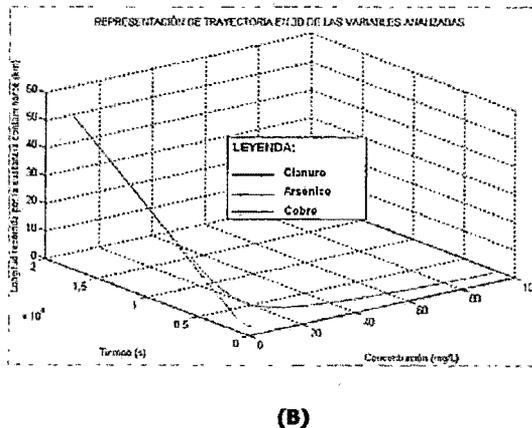
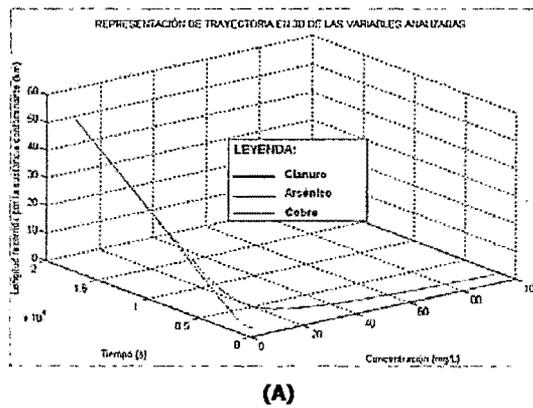


**Figura 4.36:** Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para un caudal de río de:

**(A) 400 m<sup>3</sup>/s, (B) 500 m<sup>3</sup>/s, y (C) 600 m<sup>3</sup>/s.**

d. Según el método de cálculo del tiempo de dispersión:

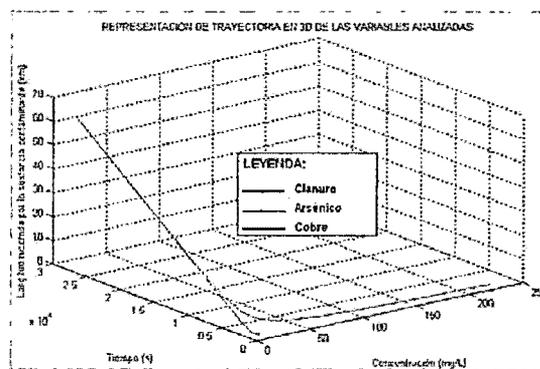
A partir de los datos del **cuadro 4.10** y para cada sustancia contaminante, se representa en la **figura 4.37**. Si se emplea el método analítico o numérico de cálculo del tiempo de dispersión de cada sustancia contaminante, los resultados serán concordantes. El método analítico da un cálculo exacto, mientras que los resultados del método numérico se aproximarán lo suficiente a los hallados por el método analítico debido a la finura del intervalo de paso o, también conocido, paso de iteración.



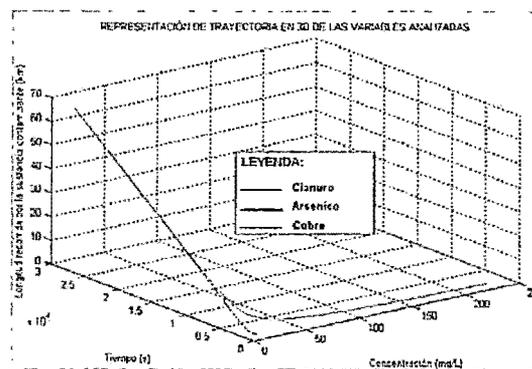
**Figura 4.37: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para el método de cálculo del tiempo de dispersión: (A) Analítico y (B) Numérico.**

e. Según el modelo de cálculo de la longitud de dispersión:

A partir de los datos del **cuadro 4.12** y para cada sustancia contaminante, se representa en la **figura 4.38**. Obsérvese que para ambos casos, la concentración inicial y tiempo de dispersión de cada sustancia contaminante involucrada serán los mismos. Con el tiempo de dispersión se determina la longitud de dispersión. Si se emplea el modelo básico, la longitud de dispersión de cada sustancia será menor, debido a que no considera turbulencias ni el transporte difusivo. Lo contrario ocurre con el modelo de advección – dispersión, el cual sí contempla el transporte difusivo, asociándolo a un parámetro o coeficiente de dispersión, obteniéndose una longitud de dispersión mayor para cada sustancia contaminante.



(A)

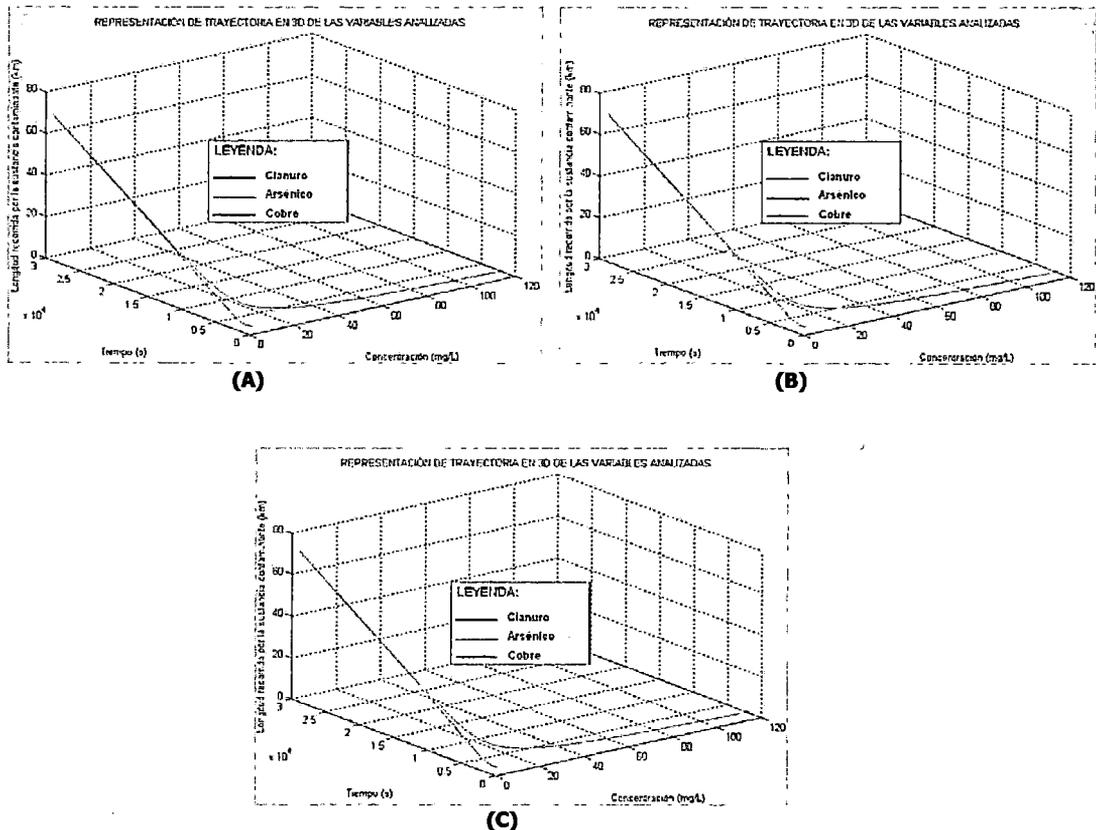


(B)

**Figura 4.38: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para el modelo de cálculo de la longitud de dispersión: (A) Básico y (B) Advección – Dispersión.**

f. Según el coeficiente de dispersión:

A partir de los datos del **cuadro 4.14** y para cada sustancia contaminante, se representa en la **figura 4.39**. Obsérvese que estos casos, la concentración inicial y tiempo de dispersión de cada sustancia contaminante involucrada serán los mismos. El modelo de cálculo de la longitud de dispersión de cada sustancia de advección – dispersión, es dependiente del coeficiente de dispersión del fluido. Se tiene que si el coeficiente de dispersión disminuye, la longitud de dispersión será menor ya que esto significa una menor participación de la fuerza difusiva. Por el contrario, si el coeficiente de dispersión aumenta, la longitud de dispersión aumenta también.



**Figura 4.39: Perfil concentración respecto al tiempo y a la longitud para un coeficiente de dispersión de: (A)  $20 \text{ m}^2/\text{s}$ , (B)  $40 \text{ m}^2/\text{s}$ , y (C)  $60 \text{ m}^2/\text{s}$ .**

## V. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Primeramente, en la prueba de sensibilidad de los parámetros involucrados en el modelo matemático establecido, se comprobó la capacidad del mismo para procesar otro conjunto de datos de entrada realizando una comparación de resultados en los diferentes escenarios posibles, vale decir, variando el tiempo de operación de la cancha relavera, el volumen de relave derramado al río, el tiempo de derrame de relave al río, el caudal del flujo de agua en el río y el coeficiente de dispersión. Para la validación de resultados se requiere de una base de datos de campo confiables.

Para una adecuada tipificación del curso de agua en el escenario estudiado, se ha considerado, según la clasificación de la Ley General de Aguas, las del tipo III, que son aguas para riego de vegetales de consumo crudo y bebida de animales, y que por su naturaleza, identifican así a las aguas que pasan por el escenario en estudio.

Los metales que se asientan en el fondo de ríos o arroyos pueden reactivarse si hay un cambio en el pH del agua. Con el tiempo, los metales pueden viajar cientos de millas más allá de su fuente original, los organismos vivos o sus crías pueden resultar expuestos a estos metales, deformándolos o afectando su comportamiento y su capacidad para reproducirse.

Se ha encontrado el tiempo de dispersión de cada sustancia contaminante calculado ya sea por método analítico o numérico, cuyos resultados son concordantes debido a la finura del paso de iteración (en la escala de  $10^{-6}$ ) en el método de Runge Kutta de cuarto orden, cuyo principio se basa en la evaluación de la concentración media en el volumen de control analizado. Además, se comparó la performance del modelo básico respecto al modelo de advección – dispersión propuesto por Fick – Einstein.

Las ecuaciones planteadas en el presente modelamiento matemático se basan en

consideraciones discutibles y, en muchos casos, difieren significativamente de las consideraciones reales. Aunque el modelamiento matemático establecido puede constituir una aproximación razonable a lo que realmente pueda ocurrir en un derrame de relave (vertido instantáneo) a un curso de agua cercano a un depósito de relave, en determinados casos las condiciones pueden llegar a ser diferentes, por ejemplo, la concentración máxima o inicial a la entrada del volumen de control o el tiempo de derrame, por lo que no será recomendable aplicar el modelo sin un estudio de campo previo que permita evaluar los parámetros del modelo y, sobretodo, su grado de aplicabilidad. No obstante, los modelos matemáticos utilizados permiten comparar situaciones diversas con gran facilidad y con un grado de aproximación suficiente como para que los fenómenos físicos que se estudian sean comprendidos y en gran medida se aproximen a un caso o escenario real, desde el punto de vista cualitativo y cuantitativo.

En cuanto al modelamiento matemático establecido y simulado en el programa ***DERRAME***, se puede afirmar que el uso de interfases gráficas permite una mayor accesibilidad para interpretar los datos, además que el usuario puede cambiar los datos de campo y asumidos, modificando así las condiciones iniciales de modo aleatorio para obtener predicciones para diversos escenarios.

Sin embargo, en determinadas desviaciones de las consideraciones ideales, se podrá introducir en el modelo las modificaciones oportunas. Por ejemplo, si el río tuviese afluente o se bifurcara en algún efluente, las condiciones de frontera cambiarían y el modelo matemático se segmentaría en partes correspondientes al escenario según convenga.

Para la simulación de los modelos matemáticos de dilución de los contaminantes establecidos se deberán tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- El flujo de relave derramado es constante.

- El flujo de agua es homogéneo.
- El río tiene velocidad y coeficiente de dispersión constantes.
- En el modelo de advección – dispersión no es posible despreciar el coeficiente de dispersión.
- Se considera un modelo unidimensional.
- El modelo analizado es muy dependiente y restringida a los datos de entrada.
- La entrega de los resultados a partir del cálculo predictivo pueden ser razonables, sin embargo, deben estar disponibles los datos de campo confiables.
- No se ha considerado el pH de las rocas madres que soportan el curso de agua.
- Formación de corrientes de turbidez debido a la baja concentración de sedimentos en suspensión.
- Se desprecian en la ecuación general de balance de masa (ecuación (4)):
  - El flujo másico volatilizado de contaminante ( $m_{v,t}$ );
  - El flujo másico de contaminante sedimentado ( $m_{d,t}$ ); y
  - El flujo másico de contaminante absorbido por peces ( $m_{p,t}$ ).
- Las sustancias contaminantes involucradas serán consideradas como sustancias conservativas.
- Los contaminantes son solubles y no absorbidos por el suelo.
- Resolución numérica desacoplada.
- Ausencia de corrientes afluentes o efluentes al volumen de control.

Cabe señalar que todo modelamiento matemático, como el planteado en el presente trabajo, está constantemente en etapa de desarrollo, sin entregar una presentación real sino una aproximación a la solución del problema, motivo por el cual hay un horizonte de trabajos a futuro a partir del presente.

Los escenarios fueron simulados y se observaron los siguientes aspectos:

- ✓ Todos perfiles de concentración respecto a la longitud y al tiempo son del tipo

parabólicos variando en las escalas de concentraciones, por encontrarse cada sustancia contaminante en diferentes cantidades de masa por unidad de volumen tanto en el depósito de relaves como en el río en curso y su límite máximo permisible. Para los escenarios planteados en la validación, el cianuro es la sustancia contaminante que mayor distancia recorre hasta llegar a su límite máximo permisible de concentración, el arsénico es la que tarda menos tiempo en ser diluida por las aguas en curso y el cobre la que menor distancia recorre. Estos resultados están condicionados a las concentraciones arriba mencionadas.

- ✓ Según las sustancias contaminantes a analizar, si los datos de concentración son próximos, entonces los perfiles de concentración también lo serán, tal y como ocurre en el caso del cianuro y el cobre.
- ✓ El volumen de relave derramado y el tiempo de derrame son sensible en el modelo matemático. El caudal del río es poco sensible en el modelo matemático.
- ✓ Además, todos estos parámetros guardan una relación directamente proporcional con la longitud de recorrido de cada sustancia contaminante hasta que se diluye a su límite máximo permisible de concentración.
- ✓ El método numérico de cálculo del tiempo de dispersión de las sustancias contaminantes es muy próximo al analítico debido a que el paso de iteración es muy fino (en la escala de  $10^{-6}$ ).
- ✓ Tanto el modelo básico como el modelo de advección – dispersión son capaces de predecir la longitud de dispersión de las sustancias contaminantes. Los resultados del primero respecto al segundo difieren debido a que el primero considera sólo el fenómeno de advección, pero el segundo, además, considera razonablemente la difusión, la cual se refiere a la entrada o salida de sustancia

contaminante debido al efecto combinado de las difusiones moleculares y turbulentas, causados por movimientos de pulsación.

- ✓ Se puede comprobar la importancia relativa de un proceso de advección comparado con el de la dispersión, mediante el número de Peclet ( $Pe$ )<sup>[50]</sup>. Si  $Pe$  es mucho mayor que 1, entonces predomina la **advección** (transporte por la corriente de agua) y si  $Pe$  es mucho menor que 1, entonces predomina la **dispersión** (transporte por mezclado dentro del mismo cuerpo de agua). Por ejemplo, para el caso de la dilución del cianuro en los **cuadros 4.4 y 4.5**<sup>[51]</sup> (los  $Pe$  tendrán valores próximos para las demás sustancias contaminantes, debido a la proximidad en el orden de los resultados numéricos en la longitud de recorrido), se afirma que el fenómeno predominante en la dilución de las sustancias contaminantes analizadas es la **advección**.<sup>[52]</sup>
  
- ✓ El coeficiente de dispersión es muy poco sensible al modelo matemático, además, la longitud de recorrido de cada sustancia contaminante hasta que llegue a su límite máximo permisible de concentración guarda una relación directamente proporcional con el coeficiente de dispersión.
  
- ✓ Para cada caso, el arsénico aparece como la sustancia con mayor concentración inicial debido a su mayor presencia en el relave antes del derrame. Además, el cianuro tiene un perfil de distancia más prolongado debido a su valor de concentración LMP. Finalmente, el cobre presenta un menor tiempo de dilución en el volumen de control (ver curvatura concentración vs. tiempo) debido a la diferencia entre las concentraciones inicial, en el río y LMP.

En un análisis global, da la impresión que al resolver un modelo matemático a partir

<sup>[50]</sup> CAMACHO, LUCY. "Modelaje Ambiental". <http://docentes.uacj.mx/lcamacho/fenomenos.htm>

<sup>[51]</sup> Ver 4.3: "Resultados de la simulación".

<sup>[52]</sup> Ver ANEXO 3: "Cálculo manual del modelo matemático".

de una EDP se empleará un método numérico apropiado. Sin embargo, y para este caso, lo más conveniente es emplear un método de solución analítico para encontrar, finalmente, un modelo matemático determinístico de trayectoria por dos razones:

- ✓ La distancia de las escalas no está definida.
- ✓ El objetivo de este trabajo es encontrar la longitud que recorre la sustancia contaminante analizada, mediante una implementación adecuada de las condiciones y parámetros involucrados.

El modelo matemático propuesto es capaz de estimar la distancia de recorrido de las sustancias contaminantes del relave ante un posible derrame. Sin embargo, el modelo matemático de Fick – Einstein evalúa además el comportamiento de las difusiones moleculares y turbulentas, causados por movimientos de pulsación, por lo que se afirma que el modelo básico planteado se aproximará al resultado obtenido por la ecuación de advección – dispersión en la medida que el coeficiente de dispersión tenga un valor pequeño dentro del rango admisible.

En la prueba del modelo matemático se comprobó que los resultados obtenidos son coherentes porque es capaz de predecir razonable y eficientemente la longitud de recorrido de las sustancias contaminantes involucradas tanto en el fenómeno advectivo como en el dispersivo, estando demostrado el planteamiento y establecimiento de las condiciones iniciales y de frontera de las ecuaciones referidas. No fue posible una validación estadística por carecer de información confiable de un posible derrame de relave a un río, debido a la desestimación de una importante cantidad de antecedentes por su baja fiabilidad.

Bajo estas condiciones, el modelo matemático es validado e implementado dado su razonamiento, eficiencia, versatilidad y nivel de universalidad, ya que es formulado desde los principios básicos de conservación de masa y concentración media de la masa en un volumen de control establecido.

Además, si los datos de concentración de las sustancias contaminantes son próximos, entonces los perfiles de concentración también serán próximos, tal y como ocurre en el caso del cianuro y el cobre. Para los escenarios planteados en la validación, el cianuro es la sustancia contaminante que mayor distancia recorre hasta llegar a su límite máximo permisible de concentración, el arsénico es la que tarda menos tiempo en ser diluida por las aguas en curso y el cobre la que menor distancia recorre. Estos resultados están condicionados a las concentraciones arriba mencionadas.

La sensibilidad de los parámetros respecto al modelo matemático implementado es en el siguiente orden decreciente: tiempo de derrame, volumen de relave derramado, caudal del río en curso y el coeficiente de dispersión. Además, la longitud de recorrido de cada sustancia contaminante hasta que llegue a su límite máximo permisible de concentración guarda una relación directamente proporcional con cada uno de los parámetros mencionados.

El efecto del transporte de las sustancias contaminantes a lo largo del curso de agua del río provocaría que centros poblados aledaños a la zona del siniestro en dirección del flujo de del río sean afectados a corto y mediano plazo debido a la dependencia del agua para cultivos o uso doméstico. Entonces, hay que tomar en cuenta la información de los centros poblados aledaños aguas abajo al escenario en estudio.

Los modelos matemáticos determinísticos predictivos raramente se comparan y validan con datos de campo reales tomados en la zona impactada. Más aún si se trata de predecir un impacto ambiental que tiene pocas probabilidades de ocurrir.

La programación requirió de un bajo esfuerzo computacional, obteniendo resultados por cada corrida en aproximadamente 80 segundos en una PC Pentium IV con 256MB de RAM y 1.29 GHz.

## VI. CONCLUSIONES:

1. El modelo matemático propuesto es capaz de estimar la distancia de recorrido de las sustancias contaminantes del relave ante un posible derrame.
2. El modelo básico planteado se aproximará al resultado obtenido por la ecuación de advección – dispersión en la medida que el coeficiente de dispersión tenga un valor pequeño dentro del rango admisible.
3. El modelo planteado por Fick - Einstein considera el transporte difusivo, el cual se refiere a la entrada o salida de sustancia contaminante debido al efecto combinado de las difusiones moleculares y turbulentas.
4. Los modelos presentados tienen la versatilidad suficiente como para permitir incorporar fácilmente los avances científicos en el modelamiento establecido. Sin embargo, tiene limitaciones desde el punto de vista estructural, ya que se basa en consideraciones ideales.
5. Las sustancias presentes en el relave como disociables en soluciones acuosas, son: *cianuro, arsénico, cromo, cobre y níquel*. Los demás contaminantes son sustancias pesadas y difícilmente disociables que precipitarán como sedimento: *cadmio, plomo, zinc y mercurio*.
6. Para los escenarios validados, el cianuro es la sustancia contaminante que mayor distancia recorre hasta llegar a su límite máximo permisible de concentración, el arsénico es la que tarda menos tiempo en ser diluida por las aguas en curso y el cobre la que menor distancia recorre.
7. Todos perfiles de concentración respecto a la longitud y al tiempo son del tipo

parabólicos variando en las escalas de concentraciones, por encontrarse cada sustancia contaminante en diferentes proporciones tanto en el depósito de relaves como en el río en curso.

8. El fenómeno predominante en el transporte de las sustancias contaminantes involucradas a través del río es el transporte advectivo, debido a que el valor de  $Pe \gg 1$ .

9. El programa **DERRAME** en el entorno de **MATLAB**, es una herramienta accesible y muy eficiente que permitirá realizar un análisis del impacto para evaluar la necesidad de modelos más sofisticados o de mayor costo computacional.

10. Los posibles trabajos a futuro a desarrollar son:

- ✓ Modelos estocásticos para predecir probabilidades de fallas en canchas de relave.
- ✓ Proyectos de factibilidad de remediación de una zona afectada por los posibles siniestros señalados en este trabajo.
- ✓ Modelos desarrollados en cursos de aguas ante vertidos instantáneos de contaminantes implementando o especificando más variables y parámetros.
- ✓ Estudios del costo del impacto ambiental debido a la actividad minera.

## **VII. RECOMENDACIONES:**

- 1.** Tener todos los datos de campo necesarios para ingresarlos en el modelo matemático implementado, y estos datos deben ser confiables ya que de ello dependerá también la fiabilidad de los resultados obtenidos.
- 2.** El modelo matemático se podría complementar con un modelo que represente el transporte como corriente de turbidez y que considere el pH como un parámetro válido.
- 3.** Tomar en cuenta las consideraciones del modelo matemático planteado permitirá cuantificar mejor los resultados obtenidos en cada escenario a establecer.
- 4.** Para tener confiabilidad de los resultados obtenidos por el programa, se deben contrastar con un procedimiento de cálculo manual, paso a paso, de los casos posibles o escenarios, corroborando así la efectividad de cálculo del programa.
- 5.** Emplear el modelo matemático como una herramienta de cálculo determinístico que facilite la estimación de costos de impacto ambiental o remediación por derrames de relave.

## VIII. BIBLIOGRAFÍA Y OTRAS REFERENCIAS

1. **ALONSO, J.; GARCÍA, O. y ZUBIZARRETA, J.** "Modelización del Transporte de Acuíferos y Contaminantes en el Suelo (II)". Ingeniería Química. Edición de Mayo. España, 1998.
2. **ANDÍA, MARCELO; LAGOS, GUSTAVO.** "Costos de Cierre de Tranques de Relave en Cordillera". Pontificia Universidad Católica de Chile. Centro de Investigación Minero Metalúrgico (CIMM). Chile, 2000.
3. **ARACIL, JAVIER.** "Introducción a la Dinámica de Sistemas". Editorial Alianza. Primera Edición. España, 1986.
4. **BELLINI, FRANCO.** "Investigación de Operaciones". Universidad Santa María de Caracas. Venezuela, 2004. <http://www.investigacion-operaciones.com>
5. **BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N.** "Transporte Phenomena". John Wiley & Sons. Segunda Edición. New York, 2002.
6. **BOLUDA, NURIA.** "Modelización de Vertidos de Aguas Residuales". Curso de Modelización Ambiental. Universidad de Alicante. España, 2004.
7. **BURRIEL, F; LUCENA, F. y Otros.** "Química Analítica Cualitativa". Editorial Paraninfo. 16<sup>va</sup> edición. España, 1998.
8. **CAMACHO, LUCY.** "Modelaje Ambiental". Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. México, 2005. <http://docentes.uacj.mx/lcamacho/fenomenos.htm>
9. **CARRANZA, RAYMUNDO.** "Medio Ambiente / Problemas & Soluciones". Universidad Nacional del Callao. Perú, 2001.
10. **CARRANZA, RAYMUNDO.** "Simulación, Automatización y Control de Procesos". Universidad Nacional del Callao. Perú, 2004.
11. **CARRASCO, LUIS.** "Métodos Numéricos: Aplicaciones". Editorial América. Primera Edición. Lima, 2002.
12. **CASTELLOS, ÓSCAR; MONTOYA, IVAN y OTROS.** "Gestión Siglo XXI: Nuevas Tendencias en la Gestión Organizacional". Universidad Nacional de Colombia. Colombia, 2002. <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/economicas/2008551/lecciones/cap2-4-2.htm>
13. **CASTRO, M.; FERNÁNDEZ, E. y OTROS.** "Aproximación Numérica mediante Esquemas de Volúmenes Finitos de algunos Modelos Matemáticos de Transporte de

- Sedimentos*". Primer Congreso Conjunto RSME-SCM-SEIO-SEMA - Valencia. España, 2005.
14. **CHAPRA, STEVEN C.; CANALE, RAYMOND P.** "*Numerical methods for engineers*". McGraw-Hill. 4<sup>th</sup> Edition. México, 2002.
  15. **COMISIÓN NACIONAL DEL MEDIO AMBIENTE.** "*Desarrollo de un Patrón de Análisis Ambiental de la Pequeña Minería*". Ministerio de Minería – Unidad Ambiental. Chile, 2005. <http://minmineria.latlink.net/img/analisis-ambiental-de-pequena-mineria-OK.pdf>
  16. **COMISIÓN NACIONAL DEL MEDIO AMBIENTE.** "*Programa anual mayo 2005 – abril 2006 para Estándares de Calidad Ambiental (ECA's) y Límites Máximos Permisibles (LMP's)*". Perú, 2005. <http://www.conam.gob.pe/aire/legales/normas/programa.pdf>
  17. **CONSULTORÍA CARRANZA E.I.R.L.** "*Predicción del Impacto en la Calidad del Agua de Río a través del Modelamiento Matemático y simulación ante un Derrame de Relavé*". Proyecto de Investigación presentado a CMPSA. Perú, 2005.
  18. **DIVISIÓN DE RECURSOS NATURALES E INFRAESTRUCTURA DE LA COMISIÓN ECONÓMICA PARA AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE (CEPAL).** "*Guía para la Gestión de las Autoridades Locales de Pueblos y Distritos Mineros de América Latina y el Caribe*". Editorial Salesianos S.A. Chile, 2003.
  19. **EINSTEIN, ALBERT.** "*Investigations on the Theory of The Brownian Movement*". Dover Publications, Inc. Primera Edición Traducida al Inglés. Estados Unidos, 1926.
  20. **EMPRESA MINERA DEL CENTRO DEL PERÚ.** "*La Minería en el Perú*". Perú, 2005. <http://www.centromin.com.pe/mPeru.asp?id=17>
  21. **FASHÉ, OCTAVIO; ROJAS, JOEL; PARIONA, EDISON.** "*Estimación de la tasa de lluvia sobre Perú durante el verano del 2002 usando imágenes de los satélites GOES – 8 Y TRMM*". XII Simposio Brasileiro de Sensoramiento Remoto. Brasil, 2005.
  22. **GEOSERVICE INGENIERIA S.R.L.** "*Impacto Ambiental Reformulado – Depósito De Relaves Asnapampa*". Evaluación de Impacto Ambiental presentado a Compañía Minera Poderosa. Perú, 2003.
  23. **GRAHAM MICHAEL D.** "*Applied Mathematics for Chemical Engineers: lectures and selected topics*". Universidad de Wisconsin–Madison. Wisconsin, 2003. [http://www.engr.wisc.edu/che/faculty/graham\\_michael/Appmathnotes803.pdf](http://www.engr.wisc.edu/che/faculty/graham_michael/Appmathnotes803.pdf)
  24. **GRUPO DE EMISARIOS SUBMARINOS E HIDRÁULICA AMBIENTAL.** "*Metodología de Estudio de los Saneamientos Litorales*". Universidad de Cantabria. España, 2005. <http://www.emisarios.unican.es/METODOLOGIA.pdf>

25. **GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN SISTEMAS DE CONTROL DIGITAL.** "*Guía de Control-Systems.net*". Colombia, 2005. [www.control-systems.net/recursos/glosario/m.htm](http://www.control-systems.net/recursos/glosario/m.htm)
26. **GUERRERO, MANUEL.** "*El Agua*". Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. Primera Edición. México, 1991.  
[http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/102/htm/sec\\_6.htm](http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/102/htm/sec_6.htm).
27. **HABERMAN, RICHARD.** "*Applied Partial Differential Equations*". Fourth Edition. Southern Methodist University. Dallas, 2003.
28. **HERRERA, LEANDRO.** "*Tratamiento de Residuos Mineros Líquidos y Sólidos*". Laboratorio de Ingeniería de Procesos de Descontaminación. Universidad de Chile. Chile, 2005. <http://tamarugo.cec.uchile.cl/~leherrer/BT53A/minera/primer.html>
29. **LEMONS, R.; ARAGÓN, A. y CARVAJAL, A.** "*Tecnología IMHE: Nuevos Desarrollos en la Hidráulica*". Ingeniería Civil. CEDEX 129 / 2003. Colombia, 2003.  
<http://hispagua.cedex.es/documentacion/revistas/Ingcivil/2003/129/art11/art11.htm>
30. **LIDE, DAVID R.** "*Handbook of Chemistry and Physics*". 84<sup>va</sup> Edición. CRC PRESS. 2003.
31. **LOOR, ÓSCAR.** "*Selección de Equipos de una Planta Recuperadora de Relaves Minerales*". Escuela Superior Politécnica del Litoral. Ecuador, 1991.
32. **MEDINA, ESTEFANÍA.** "*Modelación de Trayectorias de los Derrames de Hidrocarburos frente a las costas de Rosarito, B.C., México*". Universidad Autónoma de Baja California. Tesis para obtener el título de Oceanóloga. México, 2003.
33. **MENÉNDEZ, ÁNGEL.** "*Selection of Optima Mathematical Models for Fluvial Problems*". Instituto Nacional del Agua. Argentina, 2000.
34. **MENÉNDEZ, ÁNGEL Y TARELA, PABLO.** "*Transporte de Contaminantes en el Medio Acuático*". Universidad Tecnológica Nacional. Maestría en Ingeniería Ambiental. Argentina, 2004.
35. **MINISTERIO DE DESARROLLO ECONÓMICO – VICEMINISTERIO DE MINERÍA Y METALURGIA.** "*Guía Ambiental para el Manejo de Aguas en Actividades Minero – Metalúrgicas*". Unidad Sectorial de Medio Ambiente. Bolivia, 2001.
36. **MINISTERIO DE ENERGÍA Y MINAS.** "*Guía Ambiental para el Manejo del Cianuro*". Sector Minería. Perú, 2005.  
<http://www.minem.gob.pe/archivos/dqaam/legislacion/guias/cianuro.pdf>

37. **NIETO, LUIS.** "Introducción a las EDP de segundo orden. EDP parabólicas". Apuntes de clase. Universidad de Valladolid. España, 2005.  
<http://metodos.fam.cie.uva.es/~luismi/edp2parabolicas03.pdf>
  
38. **NÚÑEZ, JOSÉ.** "Aplicación de los Modelos Matemáticos de Flujo y Transporte de Contaminantes". URS – Dames & Moore. España, 2002.
  
39. **OBSERVATORIO LATINOAMERICANO DE CONFLICTOS AMBIENTALES.** "Registro de Conflictos Ambientales en Chile 1995 – 1996". Chile, 2005.  
<http://www.relca.net/oca/oclist.htm>
  
40. **ODRIOZOLA, VERÓNICA.** "No todo lo que es oro brilla – Resumen de Impactos Ambientales de la Minería de Oro". Campaña de Tóxicos de Greenpeace. Argentina, 2003.
  
41. **OROZCO, CARMEN y PÉREZ, ANTONIO.** "Educación Ambiental / La Atmósfera". Educación Ambiental en la República Dominicana. República Dominicana, 2005.  
<http://www.jmarcano.com/educa/cursos/atmos.html>
  
42. **REID, ROBERT C.; PRAUSNITZ, JOHN M.; SHERWOOD, THOMAS K.** "The Properties of Gases and Liquids". McGraw-Hill Book Company. Third Edition. New York, 1977.
  
43. **SALAS, HENRY.** "Criterios para Seleccionar Modelos Matemáticos de Calidad de Agua". Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS). Nº 21. Perú, 1984.
  
44. **SALAS, HENRY.** "Manual de Evaluación y Manejo de Sustancia Tóxicas en Aguas Superficiales". Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS). Sección 3. Perú, 1988.
  
45. **SCENNA, NICOLÁS.** "Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos". Modelado en Ingeniería. Segunda Edición. Argentina, 2002.  
[http://www.modeladoeningenieria.edu.ar/libros/modeinge/modinge\\_f.htm](http://www.modeladoeningenieria.edu.ar/libros/modeinge/modinge_f.htm)
  
46. **SECRETARÍA GENERAL DE MEDIO AMBIENTE.** "Guía para la Elaboración de Estudios del Medio Físico: Contenido y Metodología". Ministerio de Medio Ambiente. Cuarta Reimpresión. España, 2000.
  
47. **SECRETARÍA GENERAL DEL CONSEJO NACIONAL DE RECURSOS HÍDRICOS.** "Reglamento de los Títulos I, II Y III del Decreto Ley Nº 17752 "Ley General de Aguas"". DECRETO SUPREMO Nº 261-69-AP. Perú, 1969.

48. **SOCIEDAD PERUANA DE DERECHO AMBIENTAL.** "Prevención de la Contaminación Minera en las Américas: Estudio de Caso Correspondiente a Perú". Perú, 1999.
49. **STRIKWERDA, JOHN C.** Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. Universidad de Wisconsin–Madison. Primera Edición. Wisconsin, 1989.
50. **SUMI, LISA.** "Los Impactos Ambientales de la Minería: Una Guía Comunitaria". Minería Transnacional en los Andes. Canadá, 2002.
51. **SUMI, LISA.** "Lineamientos por la Evaluación y Prevención de Impactos Ambientales en el Sector Minero: Una Guía para Comunidades". Environmental Mining Council of British Columbia. Canadá, 2002.
52. **SVS INGENIEROS S.A.** "Impacto del depósito de relave sobre el río Marañón". Evaluación de los registros de monitoreo de agua y análisis sobre el material de relave. Compañía Minera Poderosa S.A. Perú, 2004.
53. **TARELA, PABLO.** "Sedimentación en Reservorios: Modelación Matemática y Simulación Numérica". Tesis de Doctorado de la Universidad de Buenos Aires en ingeniería. Argentina, 2000.
54. **TOLMOS, RAÚL.** "Minería y Medio Ambiente en Perú". Centro de Investigación para el Medio Ambiente (CIPMA). Perú, 2000.
55. **THE MATHWORKS.** "MATLAB". Getting Started. Release 14 Product Family. 2004.
56. **THE MATHWORKS.** "MATLAB & SIMULINK". Installation Guide for Windows. Release 14 Product Family. 2004.
57. **UNIVERSIDAD DE ATACAMA.** "Declaración de Impacto Ambiental: Procesamiento de Minerales y Relaves para la Extracción y Recuperación de Oro, Plata y Cobre". Facultad de Ingeniería. Departamento de Minas. Chile, 2004.
58. **VENEGAS, FRANCISCO.** "Métodos de Optimización". Universidad Católica del Maule. Chile, 2003. [http://www.ieci.ucm.cl/Programa/IO/IO\\_1.htm](http://www.ieci.ucm.cl/Programa/IO/IO_1.htm)
59. **YÁÑEZ, CECILIA.** "Las Minas que nadie quiere". La Nación de Chile. Febrero, 2005. [http://www.lanacion.cl/prontus\\_noticias/site/artic/20050213/pags/20050213170041.html](http://www.lanacion.cl/prontus_noticias/site/artic/20050213/pags/20050213170041.html)
60. **YZOCUPE, VÍCTOR.** "Modelación Numérica en Ingeniería Hidráulica y Ambiental". Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima, 2003.

## **IX. APÉNDICES**

### **APÉNDICE A:**

**Guía de procedimientos para modelamiento matemático y simulación**

### **APÉNDICE B:**

**Guía del programa DERRAME**

### **APÉNDICE C:**

**Código fuente de programación de DERRAME**

### **APÉNDICE D:**

**Cálculo manual del modelamiento matemático**

### **APÉNDICE E:**

**Glosario**

### **APÉNDICE F:**

**Nomenclatura**

# **APÉNDICE A:**

## **Guía de procedimientos para modelamiento matemático y simulación**

---



# MANUAL DE PROCEDIMIENTOS

## Guía para Modelamiento Matemático y Simulación

### 1. OBJETIVO

Guiar al investigador en la práctica de las destrezas del modelamiento matemático y simulación de un escenario real.

### 2. ALCANCE

Aplicable a todos los proyectos o trabajos de investigación que presenten modelos matemáticos y programas que faciliten la simulación de los escenarios planteados.

### 3. REFERENCIAS PRINCIPALES

- **BELLINI, FRANCO.** *Investigación de Operaciones.* Venezuela, 2004.
- **BOADA, M.; BRAVO, V y ZUBIZARRETA, J.** *Modelización del Transporte de Acuíferos y Contaminantes en el Suelo.* España, 1998.
- **CARRANZA, RAYMUNDO.** *Simulación, Automatización y Control de Procesos.* Perú, 2004.
- **CHAPRA, STEVEN y CANALE, RAYMOND.** *Métodos Numéricos para Ingenieros.* México, 1999.
- **NUÑEZ, JOSÉ L.** *Aplicación de los Modelos matemáticos de Flujo y Transporte de Contaminantes para el Diseño de Sistemas de Remediación.* España, 2004.
- **SCENNA, NICOLÁS J. y Col.** *Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos.* Argentina, 2002.

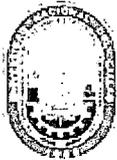
### 4. RESPONSABILIDADES

#### 4.1 De los asesores:

- 4.1.1 Supervisar el cumplimiento de este procedimiento.
- 4.1.2 Sugerir correcciones del procedimiento seguido por el investigador.
- 4.1.3 Disponer de tiempo suficiente para atender las inquietudes y dificultades del investigador.
- 4.1.4 Otorgar y gestionar las facilidades al investigador para que tenga las herramientas disponibles en la ejecución del trabajo de investigación.

#### 4.2 De los investigadores:

- 4.2.1 Cumplir el presente procedimiento, pudiendo obviar algunos pasos cuando el investigador lo considere oportuno.



## MANUAL DE PROCEDIMIENTOS

### Guía para Modelamiento Matemático y Simulación

- 4.2.2 Buscar y compilar la información necesaria para que el investigador demuestre tener el suficiente conocimiento del problema.
- 4.2.3 Plantear y resolver un modelo flexible que represente al problema, que permita predecir el impacto respecto al problema.
- 4.2.4 Validar el modelamiento seleccionando la prueba a simular y comparando los resultados registrados durante las corridas.
- 4.2.5 Conocer, indispensablemente, por lo menos un tipo de lenguaje de programación que permita llevar a cabo la estructuración del programa.
- 4.2.6 Simular y representar gráficamente los escenarios establecidos mediante el modelamiento matemático planteado y validado.
- 4.2.7 Analizar e interpretar los resultados obtenidos a partir de la simulación para su aplicación a casos reales.
- 4.2.8 Reportar o exponer los resultados simulados y sugerir directivas para poner disponible el modelo a otros usuarios que lo usen.

## 5. ETAPAS DEL PROCEDIMIENTO

### 5.1 Para el Modelamiento Matemático

- 5.1.1 Definición del problema y recolección de información.
  - a. Descripción y análisis del problema.
  - b. Identificación del impacto del problema.
  - c. Delimitaciones del problema: Caracterización del ambiente que en un principio se quiere influenciar.
  - d. Especificación del objetivo de resolver el problema, tal que se entienda para qué se resolverá el modelo matemático.
  - e. Búsqueda y adquisición de Información: libros, revistas, web, antecedentes históricos.
- 5.1.2 Formulación de un modelo matemático.
  - a. Representación del sistema.
  - b. Definición los objetivos del modelo, con lo que se espera establecer lo que se espera del modelo: definición de fronteras, exactitud necesaria, evolución en el tiempo, etc., tal que se entienda qué es lo que se quiere resolver.



# MANUAL DE PROCEDIMIENTOS

## Guía para Modelamiento Matemático y Simulación

- c. Formulación del modelo físico para identificar los fenómenos más importantes que se llevan a cabo en el sistema.
- d. Existencia de flujos de entrada y salida.
- e. Construcción de un modelo o empleo de un modelo existente.
- f. Análisis de la estructura del modelo, de ser posible, elaborando un diagrama de árbol.
- g. Definición y uso de variables y parámetros del modelo, para ello se deben conocer las causas y el uso de las variables y seguir los lazos relacionados con cada variable, ya que las variables de datos definen cómo controlar el comportamiento del modelo.
- h. Generalización de las variables, colocándoseles subíndices.
- i. Consideraciones y restricciones del modelo: Realizar las suposiciones en el modelo considerando los objetivos.
- j. Consistencia matemática del modelo: Medir los grados de libertad.
- k. Cálculo manual de las primeras corridas.

### 5.1.3 Obtención de soluciones a partir del modelamiento.

- a. Uso indispensable del computador.
- b. Procedimiento de obtención de soluciones: Resolución del modelo utilizando algún método matemático, analítico o numérico.
- c. Seguimiento para un acercamiento iterativo, partiendo de modelos simples de poco detalle, que pueden ser modificados y mejorados si es necesario, para mostrar un nivel distinto de detalle y complejidad.
- d. Calibración del modelo: Determinación del conjunto de variables de entrada que simule el perfil de la variable dependiente, flujos o concentraciones medidas en campo. El objetivo es comprobar que el modelo puede proporcionar valores medibles en campo de la variable desconocida. Puede realizarse por una estimación automática de los parámetros por el mismo modelo.
- e. Pruebas de sensibilidad, esto es, colocando los parámetros con valores de incertidumbre, es decir, variar individualmente los mismos dentro de márgenes razonables y luego determinar las incertidumbres de una variable en particular a lo largo del periodo de simulación, evaluando el efecto sobre el resultado.
- f. Optimización del modelo, encontrando los mejores parámetros del modelo para maximizar o minimizar el beneficio de las variables.
- g. Reserva del comportamiento dinámico de las variables del modelo.



# MANUAL DE PROCEDIMIENTOS

## Guía para Modelamiento Matemático y Simulación

- 5.1.4 Prueba del modelo.
  - a. Adaptación del modelo con la información presente.
  - b. Toma de datos y analizar los mismos: Estimación de los valores para las propiedades fisicoquímicas que intervienen en los balances y se toman medidas mediante de estadística continua y discreta.
  - c. Análisis de resultados: Si los resultados obtenidos con el modelo no son satisfactorios, entonces se repite el ciclo adoptando suposiciones menos restrictivas. En esta etapa se puede sugerir la adquisición de nuevos datos o data experimental.
  - d. Construcción de pruebas de validación para el modelo: Comparación de resultados con modelos alternativos o softwares comerciales.
  
- 5.1.5 Preparación para la aplicación del modelo.
  - a. Interfaz gráfico para base de datos.
  - b. Planteamiento de preguntas más frecuentes.
  - c. Soporte del modelo.
  - d. Informe del modelo aplicado.
  
- 5.1.6 Implementación del modelo.
  - a. Explicación detallada del modelamiento matemático: Uso y comprensión del modelo matemático.
  - b. Prueba a diferentes condiciones iniciales y rangos aceptables.
  - c. Desarrollo de la simulación del modelamiento matemático.
  - d. Simulación del modelo cambiando los parámetros para ver cómo responde.
  
- 5.1.7 Experimentación.
  - a. Realización de experimentos controlados con la simulación para refinar el modelo.
  - b. Presentación del modelo y exponerlo, mostrando los resultados y su interpretación.
  - c. Sugerencia y propuesta de directivas para poner disponible el modelo a otros usuarios que lo usen.



# MANUAL DE PROCEDIMIENTOS

## Guía para Modelamiento Matemático y Simulación

### 5.2 Para la Simulación

Los ítems del 5.1.3 al 5.1.7 (desde la *Obtención de Soluciones a partir del Modelo* hasta la *Experimentación*), guardan estrecha relación con la *Simulación* del modelo matemático.

#### 5.2.1. Programación del modelamiento matemático.

- a. Selección del lenguaje de programación: Indicar el software con el cual se va a trabajar.
- b. Construcción de un diagrama de flujo para estructurar la programación.
- c. Escritura del código fuente estructurado mediante el lenguaje de programación escogido o seleccionado, proporcionándole creatividad y flexibilidad.
- d. Programación, además del código fuente ya estructurado, de la generación de una base de datos y resultados para el análisis posterior a la simulación del modelo matemático.
- e. Continuación de una secuencia, selección y repetición de las operaciones que va a realizar el programa. Se recomienda usar *seudocódigos*, los cuales utilizan instrucciones parecidas a las de un código en lugar de los símbolos del diagrama de flujo.
- f. Planeación preliminar mediante el diseño de una secuencia de pasos lógicos necesarios (algoritmo), el cual debe ser lo suficientemente generalizado como para ocuparse de cualquier contingencia.
- g. Control cualitativo del programa elaborado: Depuración y prueba de los errores existentes:
  - o Depuración (corrección de los errores detectados):
    - ✓ Errores de sintaxis: Reglas del lenguaje.
    - ✓ Errores de enlace o construcción: Funciones no resueltas o de enlace.
    - ✓ Errores durante la ejecución o *Run-time Error*: Número de datos insuficientes frente al número de variables.
    - ✓ Errores lógicos: Fallas en la lógica del programa.
  - o Prueba (detección de los errores que se desconocen):
    - ✓ Pruebas de módulos: Ejecución correcta de la tarea especificada.
    - ✓ Pruebas de elaboración: Integración de los módulos al programa.
    - ✓ Pruebas del sistema en conjunto o *pruebas-alpha*: Probar datos típicos, poco comunes y datos incorrectos para corroborar la capacidad del programa para manejar errores.
    - ✓ Pruebas de operación o *pruebas-beta*: Corroboran el realismo del ambiente en que se presenta el programa.
- h. Verificación de las necesidades para las que fue diseñado el programa.
- i. Observaciones adicionales al programa.



# MANUAL DE PROCEDIMIENTOS

## Guía para Modelamiento Matemático y Simulación

- j. Documentación del programa (recordar que, como las otras personas que emplean el programa elaborado, el programador es un "usuario" más):
  - o Documentación interna:
    - ✓ Inclusión de un primer módulo, al principio del programa, nombre, título y fecha de éste.
    - ✓ Inclusión de un segundo módulo para definir cada una de las variables clave.
    - ✓ Elección de nombres variables que reflejen el tipo de información que las variables están guardando.
    - ✓ Inserción de espacios entre las declaraciones para hacer más fácil su lectura.
    - ✓ Realización de abundantes comentarios a lo largo del programa para agregar explicaciones y saltar líneas con el fin de etiquetar, dar claridad y separar los módulos.
  - o Documentación externa:
    - ✓ Instrucciones de salidas atractivas y amigables al usuario.
    - ✓ Adecuación del programa para dar salida a los mensajes descriptivos de error, alertar e informar al usuario sobre posibles problemas.
    - ✓ Elaboración de un manual de usuario para la computadora proporcionando una descripción e instrucciones del programa (documentación completa).
- k. Mantenimiento del programa:
  - o Actualización del programa en función de la experiencia.
  - o Aseguramiento de que el programa esté en una memoria segura.
- l. Respaldo SIEMPRE de una copia (*backup*) antes de hacer mayores cambios al código. Archivo de un respaldo en dispositivos externos (*diskette* o *e-mail*)
- m. Almacenamiento constante de los cambios realizados al programa.
- n. Presentación y ejecución final del programa. De preferencia prepararlo auto-ejecutable.

5.2.2. Ejecución del software.

5.2.3. Ingreso al programa.

5.2.4. Operación del programa.

5.2.5. Transferencia de los datos a la PC.

5.2.6. Monitoreo del los resultados.



# MANUAL DE PROCEDIMIENTOS

## Guía para Modelamiento Matemático y Simulación

- a. Reexaminación apropiada y análisis del comportamiento de cualquier variable de interés para desplegar los resultados más detalladamente.
- b. Conceptualización, documentación, análisis, optimización y reporte de los resultados dados a partir de los modelos establecidos: Siempre que sea posible, los resultados serán comparados a fin de evaluar la efectividad del modelo con:
  - Soluciones analíticas, si las hubiese.
  - Resultados obtenidos en campo.
  - Resultados generados por otros modelos ya existentes y probados.
  - Simulaciones realizadas con el mismo modelo pero variando las condiciones de frontera o la configuración del sistema.
- c. Explicación de la funcionalidad del modelamiento matemático mediante un esquema de análisis y control de los escenarios: Visualización del modelamiento en sus diferentes campos de aplicación.
- d. Toma de decisiones en cada etapa de acuerdo a los resultados obtenidos.

### 5.2.7. Edición del programa.

- a. Inclusión de funciones en el programa.
- b. Detección y corrección de errores que ocurren durante la simulación.
- c. Edición de los gráficos y tablas a la medida para múltiples variables.
- d. Búsqueda de la practicidad del modelo y diseño del programa: Recordando que debe ser amigable y flexible para el usuario.

### 5.2.8. Cierre del programa.

- 5.2.9. Obtención del soporte del programa que emplea los modelos así como los acuerdos de licencia.

## **APÉNDICE B:**

### **Guía del programa DERRAME**

---

# GUÍA DE DEL PROGRAMA "DERRAME" EN MATLAB 7.0

A continuación se da una serie de pasos a seguir para la ejecución del programa DERRAME en el software **MATLAB 7.0**:

1. Instalar el programa **MATLAB 7.0** desde el CD Nº 1. Se recomienda instalar sólo el software MATLAB, (sin los *Toolboxes*, *Simulink* y *Stateflow*, debido al tamaño que pueden ocupar en el disco duro).
2. Copiar los 4 archivos con extensión (.m) a la carpeta en la que se está trabajando, tal como se muestra en la **figura 1**.

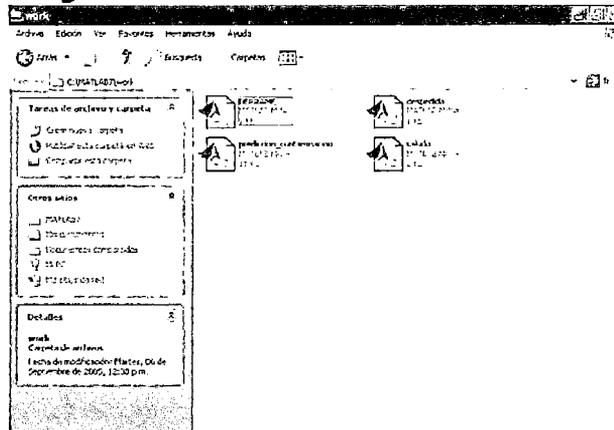


Figura 1: Archivos de extensión ".m" copiados a la carpeta de trabajo de MATLAB.

3. Ir a **INICIO** en Windows. Luego a *Todos los programas*, **MATLAB 7.0**. Dar clic en **MATLAB 7.0**.
4. Ir a la **BARRA DE MENÚ**, y dentro de **DESKTOP** asegurarse que sólo la opción **COMMAND WINDOW** tenga el **CHECK** al como se muestra en la **figura 2**.

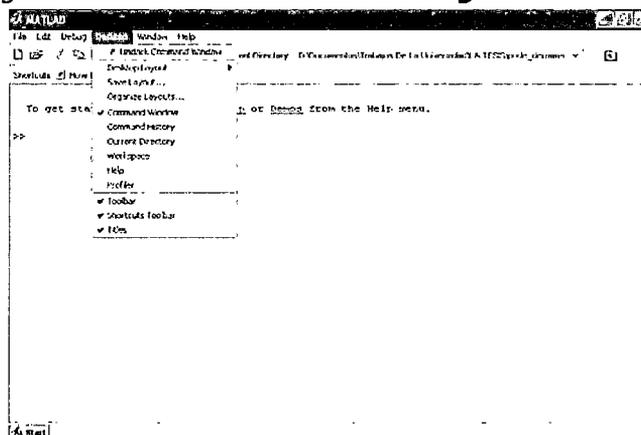


Figura 2: Selección de la Ventana de Comando o Command Window en el entorno de MATLAB.

5. Escribir en la pantalla la palabra "*derrame*", tal como se muestra en la **figura 3**, y pulsar **ENTER**. Aparecerá un saludo y pulsar nuevamente **ENTER**.

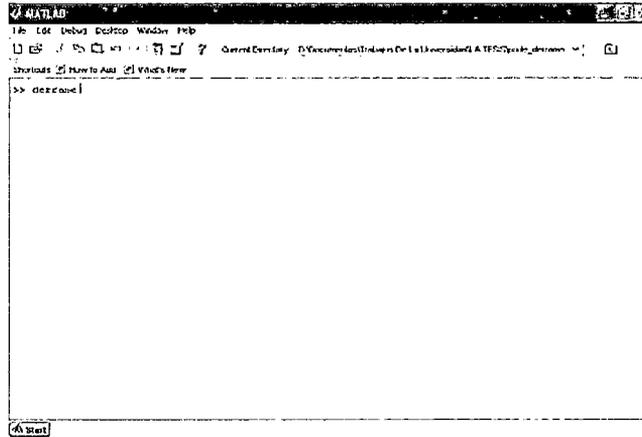


Figura 3: Ingreso al programa DERRAME.

6. Ahora seleccionar del MENU, apreciado en la **figura 4**, la sustancia contaminante a analizar (para fines de DEMO se selecciona el CIANURO).



Figura 4: Menú de selección de la sustancia contaminante a analizar.

7. La concentración Límite Máximo Permissible (LMP) viene establecida por la LEY GENERAL DE AGUAS y por tanto, con valor fijo en el programa. Ingresar los siguientes parámetros de entrada, tal y como se muestra en la **figura 5**:
- ✓ Concentración de la sustancia contaminante en el depósito de relave.
  - ✓ Concentración de la sustancia contaminante en el río antes del derrame.

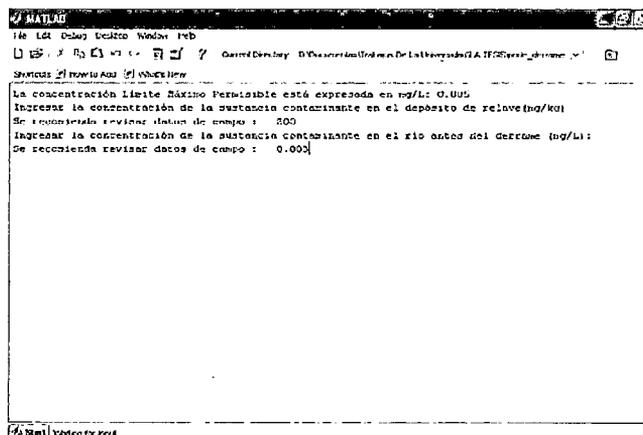


Figura 5: Ingreso de las concentraciones de la sustancia contaminante.

8. En caso que la concentración de la sustancia contaminante en el río sea igual o mayor su concentración Límite Máximo Permissible (LMP), el programa detectará esta incidencia, denotando un mensaje de PELIGRO, tal y como se muestra en la **figura 6**, y se cerrará automáticamente; caso contrario, el programa continuará su ejecución.

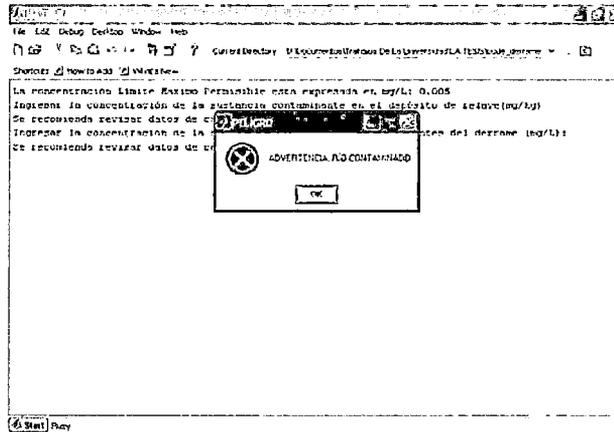


Figura 6: Advertencia de río contaminado.

9. Ingresar el dato de capacidad total del depósito de relave, como se indica en la **figura 7**.

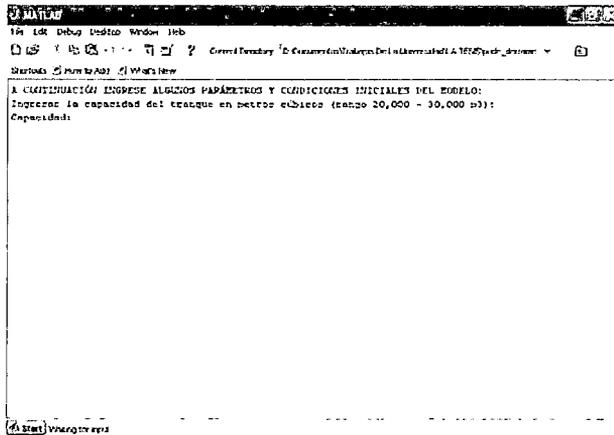


Figura 7: Ingreso de la capacidad del tranque o cancha relavera.

10. A continuación elegir el periodo de operación de la cancha de relave del MENU que aparece en la **figura 8** (para fines de DEMO se selecciona 4 años de operación).

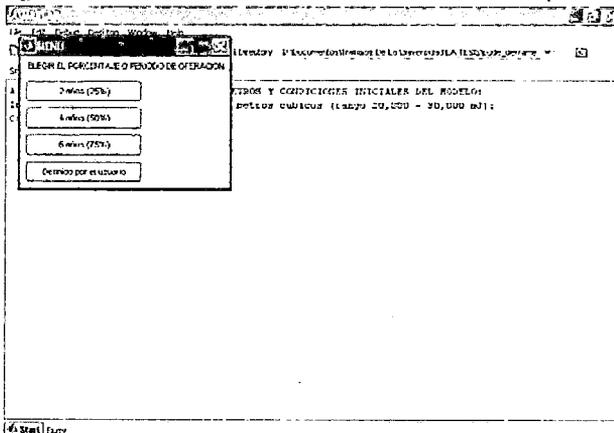


Figura 8: Menú de selección del porcentaje o periodo de operación de la cancha.

11. Después de seleccionar un periodo de 4 años (50% de operación de la cancha de relave).  
 Seleccionar en otro MENU, como se muestra en la **figura 9**, la cantidad de relave  
 derramada al río (para fines de DEMO se selecciona 40%).

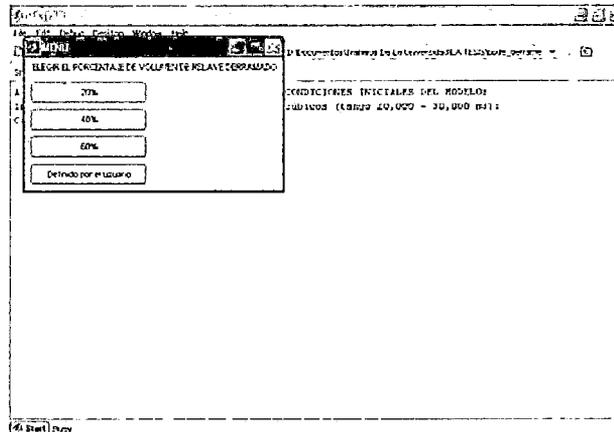


Figura 9: Menú de selección del porcentaje de volumen de relave derramado.

12. Ingresar algunos datos adicionales más, tal como se muestra en la figura siguiente.  
 Presionar **ENTER** cada vez que va ingresando un dato, como se indica en la **figura 10**.

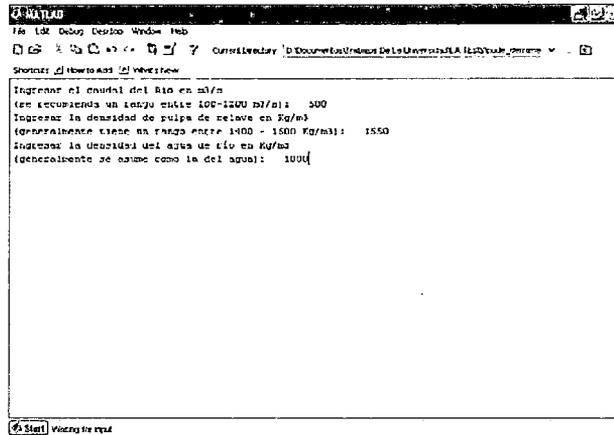


Figura 10: Ingreso de los datos adicionales.

13. Seleccionar el tiempo de derrame de relave al río, del MENÚ mostrado en la **figura 11**  
 (para fines de DEMO se selecciona 15 minutos).

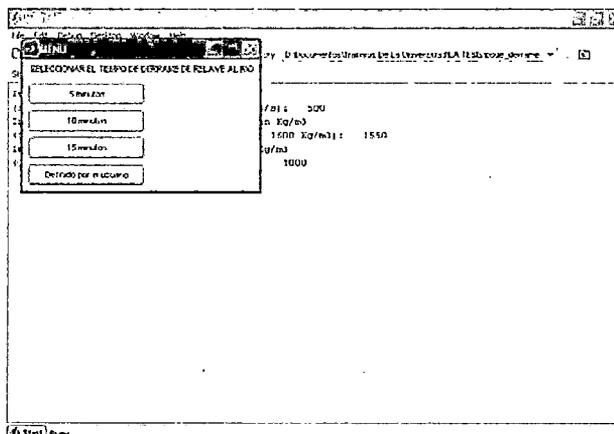


Figura 11: Menú de selección del tiempo de derrame de relave al río.

14. Seleccionar una de las opciones de cálculo del área transversal al flujo. Si se selecciona *DIMENSIONES PROMEDIADAS*, ingresar el ancho y profundidad promedios del río, sino, ingresar el área transversal promedio seleccionando *ÁREA TRANSVERSAL PROMEDIO*, en el MENÚ mostrado en la **figura 12**.

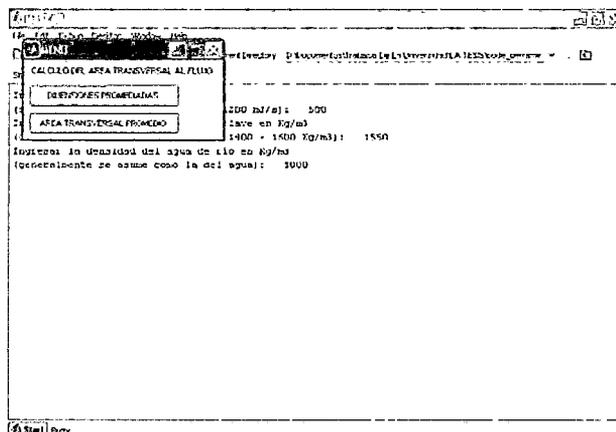


Figura 12: Menú de selección del cálculo del área transversal al flujo del río.

15. En caso el caudal del relave sea igual o mayor al caudal del río, el programa detectará esta incidencia, denotando un mensaje de PELIGRO, tal y como se muestra en la **figura 13**, y se cerrará automáticamente; caso contrario, el programa continuará su ejecución.

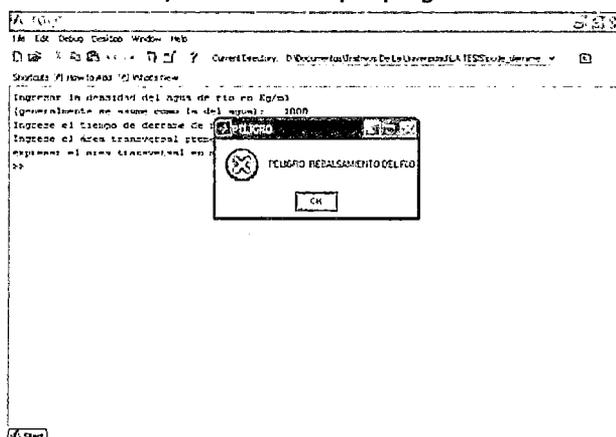
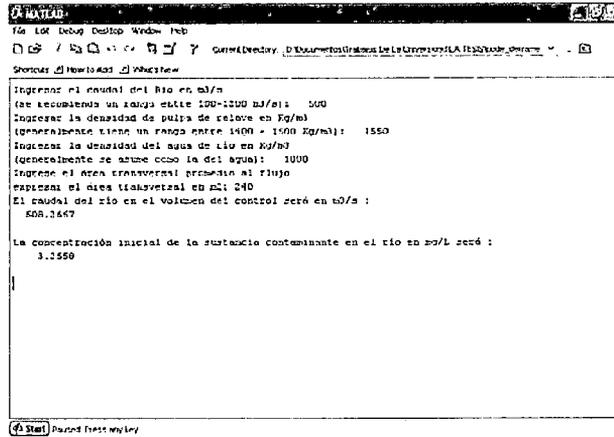
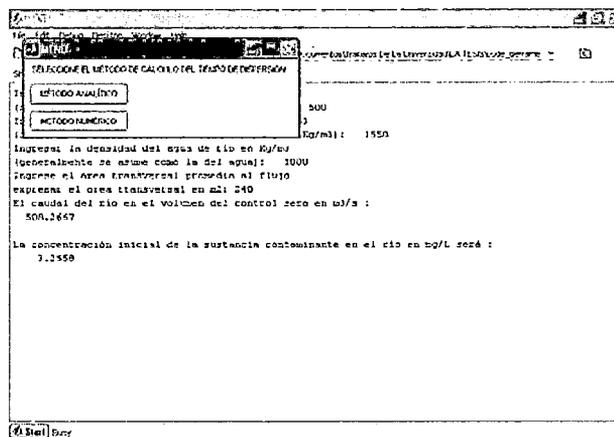


Figura 13: Mensaje de peligro por rebalsamiento del río.

16. Una vez que se calcula el área transversal al flujo, se obtienen los resultados de caudal resultante de la mezcla y la concentración inicial de la sustancia contaminante diluida en el río luego del derrame de relave, tal y como se aprecia en la **figura 14**.
17. Seleccionar el método de cálculo del tiempo de dispersión de la sustancia contaminante a través del curso de agua posterior al derrame de relave en el mismo, del MENU mostrado en la **figura 15**. El método analítico trabaja en base a una separación de variables y el método numérico en base al método numérico de Runge – Kutta de cuarto orden (para fines de DEMO seleccionar *MÉTODO ANALÍTICO*).



**Figura 14: Resultado del Caudal del río y concentración inicial de la sustancia contaminante en el volumen de control.**



**Figura 15: Selección del método de cálculo del tiempo de dispersión.**

**18.** Seleccionar el modelo para el cálculo de la longitud recorrida por la sustancia contaminante a través del curso de agua. Se tiene el modelo básico que calcula directamente la longitud recorrida y el modelo de advección – dispersión considera un dato adicional, que es el coeficiente de dispersión (para fines de DEMO seleccionar *MODELO DE ADVECCIÓN – DISPERSIÓN*, del MENÚ que se muestra en la **figura 16**).



**Figura 16: Selección del modelo de cálculo de la longitud de dispersión.**

19. Luego, ingresar el dato de coeficiente de dispersión, como se observa en la **figura 17**, dar ENTER y observar el resultado obtenido, en la **figura 18**.

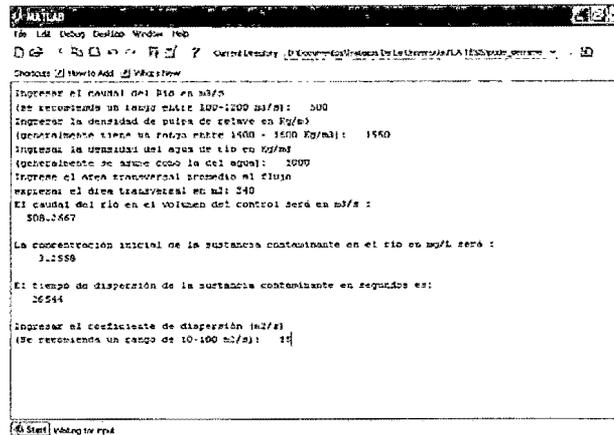


Figura 17: Ingreso del coeficiente de dispersión.

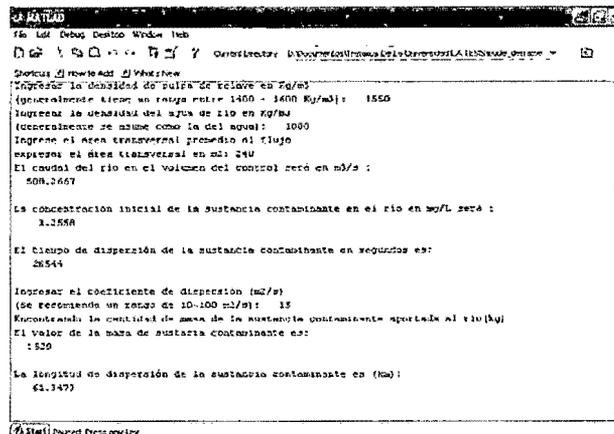


Figura 18: Resultados obtenidos por el Modelo de Advección – Dispersión.

20. Se observan 4 gráficas:

- ✓ Perfil de Concentración de la sustancia contaminante con respecto al tiempo, en la **figura 19**.
- ✓ Perfil de Concentración de la sustancia contaminante con respecto a la longitud en el río, **figura 20**.
- ✓ Perfil "Concentración, tiempo, longitud" de trayectoria en 3D, **figura 21**.
- ✓ Gráfica 3D cuya superficie viene definida por las variables independientes de concentración y tiempo, y la variable dependiente longitud (sólo para el modelo advección – dispersión), **figura 22**.

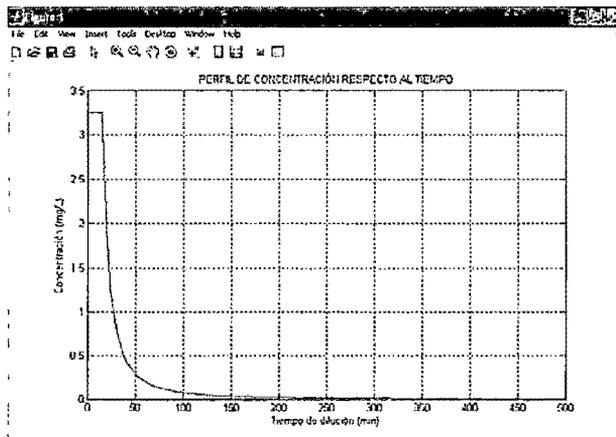


Figura 19: Perfil concentración con respecto al tiempo.

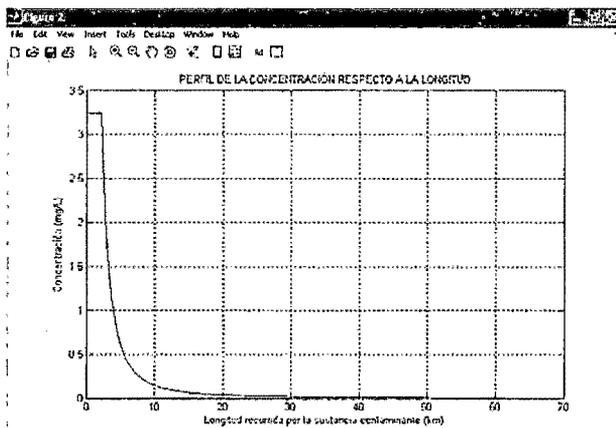


Figura 20: Perfil concentración con respecto a la longitud.

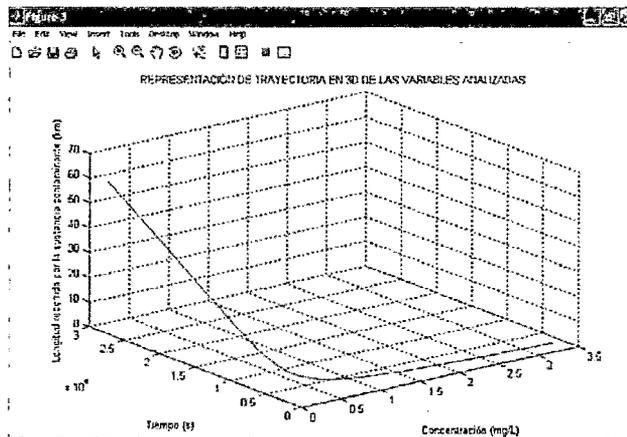


Figura 21: Perfil concentración con respecto al tiempo y la longitud.



## **APÉNDICE C:**

### **Código fuente de programación de DERRAME**

---

# CÓDIGO FUENTE DE PROGRAMACIÓN DE *DERRAME*

## **1° Acotaciones:**

Código fuente de color:

<b>Negro</b>	Código fuente propiamente dicho, vale decir, variables, constantes y subórdenes del programa.
<b>Azul</b>	Palabra reservada o sentencia de control.
<b>Lila</b>	Información mostrada en pantalla, tipo de formato y activación.
<b>Verde</b>	Comentarios en el código fuente no mostrados en la ejecución del programa.

## **2° Código Fuente:**

```
%-----  
% derrame: CON ESTA RUTINA INICIA EL PROGRAMA "DERRAME"  
%-----  
  
clear  
clc  
saludo  
pause  
clear  
clc  
prediccion_contaminacion  
  
%-----  
% saludo: ESTA RUTINA SALUDA AL USUARIO DEL PROGRAMA DERRAME  
%-----  
  
format short  
  
a = clock;  
b = a(4);  
switch b  
    case {0,1,2,3,4,19,20,21,22,23}  
        disp('!!!Buenas noches!!!')  
    case {5,6,7,8,9,10,11,12}  
        disp('!!!Buenos días!!!')  
    case {13,14,15,16,17,18}  
        disp('!!!Buenas tardes!!!')  
    otherwise  
        disp('No es la hora correcta')  
end  
  
%-----  
% prediccion_contaminacion: ESTA RUTINA PERMITE PREDECIR LA DISTANCIA DE DISPERSIÓN  
% DE LOS CONTAMINANTES EN EL RÍO EN FUNCIÓN DE DISTINTOS ESCENARIOS DE DERRAME  
%-----  
  
global Crel Crio Clmp td B H A Qrio Q Qrel densi_pulpa densi_rio DL mrel Vrel capa_tran por_der  
time_op C0 C t h fc0t1 k1 k2 k3 k4 Wt Wc z % declaración de variables  
  
sele_toxico = menu('SELECCIONAR LA SUSTANCIA CONTAMINANTE A ANALIZAR:',  
'CIANURO','ARSENICO','COBRE');  
  
if sele_toxico ==1 % Cianuro  
    Clmp=0.005;
```

```

disp('La concentración Límite Máximo Permisible está expresada en mg/L: 0.005')
end
if sele_toxico ==2 %Arsénico
    Clmp=0.200;
    disp('La concentración Límite Máximo Permisible está expresada en mg/L: 0.200')
end
if sele_toxico ==3 % Cobre
    Clmp=0.010;
    disp('La concentración Límite Máximo Permisible está expresada en mg/L: 0.010')
end

pause
disp('Ingresar la concentración de la sustancia contaminante en el depósito de relave(mg/kg)')
Crel = input('Se recomienda revisar datos de campo : '); % Esta es la concentración de la sustancia
contaminante en el depósito de relave
disp('Ingresar la concentración de la sustancia contaminante en el río antes del derrame (mg/L):')
Crio = input('Se recomienda revisar datos de campo : '); % Esta es la concentración de la sustancia
contaminante en el río antes del derrame
pause
if Crio>=Clmp % Aquí se compara la concentración del río con la concentración LMP
    msgbox('ADVERTENCIA: RÍO CONTAMINADO','PELIGRO','error')
    quit
end
clc
disp('A CONTINUACIÓN INGRESE ALGUNOS PARÁMETROS Y CONDICIONES INICIALES DEL MODELO:
')
disp('Ingresar la capacidad del tranque en metros cúbicos (rango 20,000 - 30,000 m3):')
capa_tran = input('Capacidad: '); % Esta es la capacidad total del depósito de relave (considerar 8
años de operación)

opcion_time_op = menu('ELEGIR EL PORCENTAJE O PERIODO DE OPERACIÓN',' 2 años (25%) ','
4 años (50%) ',' 6 años (75%) ',' Definido por el usuario ');
if opcion_time_op== 1 % Tiempo de operación de la cancha es de 2 años
    time_op=0.25;
end
if opcion_time_op== 2 % Tiempo de operación de la cancha es de 4 años
    time_op=0.50;
end
if opcion_time_op== 3 % Tiempo de operación de la cancha es de 6 años
    time_op=0.75;
end
if opcion_time_op== 4 % Tiempo de operación de la cancha es definido por el usuario
    periodo_time_op = input('Ingrese el tiempo de operación de la cancha en años: ');
    time_op= periodo_time_op/8;
end

opcion_por_der = menu('ELEGIR EL PORCENTAJE DE VOLUMEN DE RELAVE DERRAMADO',' 20% ',
' 40% ',' 60% ',' Definido por el usuario ');
if opcion_por_der== 1 % Porcentaje derramado es 20%
    por_der=0.20;
end
if opcion_por_der== 2 % Porcentaje derramado es 40%
    por_der=0.40;
end
if opcion_por_der== 3 % Porcentaje derramado es 60%
    por_der=0.60;
end
if opcion_por_der== 4 % Porcentaje derramado definido por el usuario
    por_der = input('Ingrese el porcentaje de volumen de relave derramado al río (en fracción): ');
end

```

```

clc
disp('Ingresar el caudal del Río en m3/s ')
Qrio = input('(se recomienda un rango entre 100-1200 m3/s): '); % Este es el caudal del río en m3/s
pause
disp('Ingresar la densidad de pulpa de relave en Kg/m3 ')
densi_pulpa = input('(generalmente tiene un rango entre 1400 - 1600 Kg/m3): '); % Este es la
densidad de pulpa en Kg/m3
pause
disp('Ingresar la densidad del agua de río en Kg/m3 ')
densi_río = input('(generalmente se asume como la del agua): '); % Este es la densidad uniforme
del río en Kg/m3

opcion_td = menu('SELECCIONAR EL TIEMPO DE DERRAME DE RELAVE AL RÍO', ' 5 minutos ', '
10 minutos ', ' 15 minutos ', ' Definido por el usuario ');
if opcion_td== 1 % El tiempo de derrame es 5 minutos
    td=5*60;
end
if opcion_td== 2 % El tiempo de derrame es 10 minutos
    td=10*60;
end
if opcion_td== 3 % El tiempo de derrame es 15 minutos
    td=15*60;
end
if opcion_td== 4 % El tiempo de derrame definido por el usuario
    wtd = input('Ingrese el tiempo de derrame de relave al río (en minutos): ');
    td=wtd*60;
end

selex = menu('CALCULO DEL AREA TRANSVERSAL AL FLUJO :', 'DIMENSIONES PROMEDIADAS
', 'AREA TRANSVERSAL PROMEDIO ');
if selex==1 % DIMENSIONES PROMEDIADAS
    disp('Ingrese el ancho promedio del río (en metros)')
    B = input('se recomienda un ancho mayor a 15 metros: ');
    disp('Ingrese la profundidad promedio del río (en metros)')
    H = input('se recomienda una profundidad mayor a 5 metros: ');
    A=B*H;
end
if selex==2 % AREA TRANSVERSAL PROMEDIO
    disp('Ingrese el área transversal promedio al flujo ')
    A = input('expresar el área transversal en m2: ');
end

Vrel=capa_tran*time_op*por_der; % Volumen de relave derramado
Qrel=(Vrel/td); % Caudal derramado al río
if Qrel>=Qrio % Aquí se compara el caudal del relave con el del río
    msgbox('PELIGRO: REBALSAMIENTO DEL RIO','PELIGRO','error')
    quit
end

mrel = Qrel*densi_pulpa; %Flujo másico de relave derramado al río
Q =(Qrio*densi_río+Qrel*densi_pulpa)/densi_río; % Caudal del río a la entrada y salida del volumen
de control
disp('El caudal del río en el volumen del control será en m3/s : ')
disp(Q)
pause
C0=((Qrio*Qrio/1000+mrel*Crel/10^6)/Q)*1000; % Es la concentración de la sustancia contaminante
a la entrada de volumen de control
disp('La concentración inicial de la sustancia contaminante en el río en mg/L será : ')
disp(C0)

```

pause

```
%-----  
% RUTINA: CÁLCULO DEL TIEMPO DE DISPERSIÓN  
%-----
```

```
sele_metodo = menu('SELECCIONE EL MÉTODO DE CÁLCULO DEL TIEMPO DE DISPERSIÓN :',  
'MÉTODO ANALÍTICO','MÉTODO NUMÉRICO');
```

```
if sele_metodo==1 % MÉTODO ANALÍTICO  
    tp=td*(((2*C0 - Crio)/(2*Clmp-Crio))^0.5-1); % tiempo de dispersión hallado por método analítico  
    disp('El tiempo de dispersión de la sustancia contaminante en segundos es: ')  
    disp(round(tp))  
end  
if sele_metodo==2 % MÉTODO NUMÉRICO  
    %Inicio de rutina  
    C=C0; % inicializando variable, disminuirá en -0.00001  
    t=td;  
    h=-0.00001;  
    while (C>Clmp)  
        fc0t1=t/(Crio-2*C);  
        k1=h*fc0t1;  
        k2=h*(t+(k1*h/2))/(Crio-2*(C+(h/2)));  
        k3=h*(t+(k2*h/2))/(Crio-2*(C+(h/2)));  
        k4=h*(t+k3*h)/(Crio-2*(C+h));  
        Wt=t+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4); % esta variable tendrá el tiempo para Wc (ti+1)  
        Wc=C+h; % correr hasta Wc sea <= al valor de Clmp (Ci+1)  
        t=Wt; % actualiza el valor de t para la próxima corrida  
        C=Wc;  
    end  
    tp=t-td;  
    disp('El tiempo de dispersión de la sustancia contaminante en segundos es: ')  
    disp(round(tp))  
    pause  
end
```

```
%-----  
% RUTINA: CÁLCULO DE LA LONGITUD DE DISPERSIÓN DEL CONTAMINANTE  
%-----
```

```
sele_metodo = menu('SELECCIONE EL MODELO DE CÁLCULO DE LA LONGITUD DE DISPERSIÓN :',  
'MODELO BÁSICO','MODELO DE ADVECCIÓN-DISPERSIÓN');
```

```
if sele_metodo==1 % MODELO BÁSICO  
    L=(((Q/A)*(td+tp))/1000;  
    disp('La longitud de dispersión de la sustancia contaminante es (km): ')  
    disp(L)  
    pause  
end  
if sele_metodo==2 % MODELO DE ADVECCIÓN-DISPERSIÓN  
    disp('Ingresar el coeficiente de dispersión (m2/s)')  
    DL = input('(Se recomienda un rango de 10-100 m2/s): '); % Este es el coeficiente de dispersión.  
    disp('Encontrando la cantidad de masa de la sustancia contaminante aportada al río(kg)')  
    M=Vrel.*densi_pulpa.*Crel./(10^(6))+Qrio.*Crio.*(10^(-3)).*(td+tp); % masa de sustancia  
    contaminante aportada al río  
    disp('El valor de la masa de sustancia contaminante (kg) es: ')  
    disp(round(M))  
    L=((Q/A).*(td+tp)  
    +((-4*DL.*(td+tp).*log(((A.*Clmp/1000).*(4*pi*DL.*(td+tp)).^(0.5))./M))).^(0.5))/1000;  
    disp('La longitud de dispersión de la sustancia contaminante es (km): ')
```

```

disp(L)
pause
end

```

```

%-----
% RUTINA: PLOTEO TIEMPO Vs CONCENTRACIÓN
%-----

```

```

t=td/60:(td+tp)/60000:(td+tp)/60;
C=Crio./2+((2*C0-Crio).*(td/60)./t).^2)/2;
figure
plot(t,C,'b')
xlabel('Tiempo de dilución (min)')
ylabel('Concentración (mg/L)')
title('PERFIL DE CONCENTRACIÓN RESPECTO AL TIEMPO')
hold on
C=C0;
t=0:0.05:td/60;
plot(t,C,'b')
grid on
pause

```

```

%-----
% RUTINA: PLOTEO LONGITUD Vs CONCENTRACIÓN
%-----

```

```

if sele_metodo==1 % MODELO BÁSICO
    C=Cimp:Cimp:C0;
    z=((Q/A)*td*((2*C0-Crio)/(2*C-Crio)).^(0.5))/1000;
    figure
    plot(z,C,'b')
    hold on
    C=C0;
    z=0:((Q/A)*td)/10000:((Q/A)*td)/1000;
    plot(z,C,'b')
    grid on
end
if sele_metodo==2 % MODELO DE ADVECCIÓN-DISPERSIÓN
    C=Cimp:Cimp:C0;
    z=((Q./A).*(td.*((2.*C0-Crio)./(2.*C-Crio)).^(0.5))+((-4*DL.*td.*((2.*C0-Crio)./(2.*C-
    Crio)).^(0.5)).*log(((A.*C/1000).*(4*pi.*DL.*td.*((2*C0-Crio)./(2*C-
    Crio)).^(0.5))).^(0.5))./((Vrel.*densi_pulpa.*Crel)*(10^(-6))+((Qrio.*Crio)*(10^(-3))).*(td.*((2.*C0-
    Crio)./(2.*C-Crio)).^(0.5)))).^(0.5))/1000;
    figure
    plot(z,C,'b')
    hold on
    C=C0;
    z=0:((Q./A).*td+((-
    4*DL.*td.*log(((A.*C0/1000).*(4*pi.*DL.*td).^(0.5))./((Vrel.*densi_pulpa.*Crel)*10^(-
    6))+((Qrio.*Crio)*10^(-3)).*(td))))).^(0.5))/500000:((Q./A).*td+((-
    4*DL.*td.*log(((A.*C0/1000).*(4*pi.*DL.*td).^(0.5))./((Vrel.*densi_pulpa.*Crel)*10^(-
    6))+((Qrio.*Crio)*10^(-3)).*(td))))).^(0.5))/1000;
    plot(z,C,'b')
    grid on
end
xlabel('Longitud recorrida por la sustancia contaminante (km)')
ylabel('Concentración (mg/L)')
title('PERFIL DE LA CONCENTRACIÓN RESPECTO A LA LONGITUD')
pause

```

```

%-----
% RUTINA: PLOTEO LONGITUD (z) Vs CONCENTRACIÓN (C) vs TIEMPO (t)
%-----
if sele_metodo==1 % MODELO BÁSICO
    C=Clmp:Clmp:C0;
    t=td.*(((2*C0 - Crio)./(2*C-Crio)).^(0.5));
    z=((Q./A).*td.*((2*C0-Crio)./(2*C-Crio)).^(0.5))/1000;
    figure
    plot3(C,t,z)
    grid on
end
if sele_metodo==2 % MODELO DE ADVECCIÓN-DISPERSIÓN
    C=Clmp:Clmp:C0;
    t=td.*(((2*C0 - Crio)./(2*C-Crio)).^(0.5));
    z=((Q./A).*t+((-
4*DL.*t.*log(((A.*C/1000).*(4*pi.*DL.*t).^(0.5))./(((Vrel.*densi_pulpa.*Crel)*10^(-
6))+((Qrio.*Crio)*10^(-3)).*(t))))).^(0.5))/1000;
    figure
    plot3(C,t,z)
    grid on
end
xlabel('Concentración (mg/L)')
ylabel('Tiempo (s)')
zlabel('Longitud recorrida por la sustancia contaminante (km)')
title('REPRESENTACIÓN DE TRAYECTORIA EN 3D DE LAS VARIABLES ANALIZADAS')
pause
if (sele_metodo==2) % SUPERFICIE
    C=Clmp:Clmp:C0; t=td:(td+tp)/20:(td+tp);
    [C,t]=meshgrid(C,t);
    z=((Q./A).*t+((-
4*DL.*t.*log(((A.*C/1000).*(4*pi.*DL.*t).^(0.5))./(((Vrel.*densi_pulpa.*Crel)*10^(-
6))+((Qrio.*Crio)*10^(-3)).*(t))))).^(0.5))/1000;
    figure
    mesh(C,t,z)
    xlabel('Concentración (mg/L)')
    ylabel('Tiempo (s)')
    zlabel('Longitud recorrida por la sustancia contaminante (km)')
    title('REPRESENTACIÓN DE SUPERFICIE EN 3D DE LAS VARIABLES ANALIZADAS')
    grid on
    pause
end

%-----
%-----

despedida % Esta rutina despedida permite finalizar el programa
pause
clc

%-----
% despedida: ESTA RUTINA DESPIDE AL USUARIO DEL PROGRAMA DERRAME
%-----
pause
clc
disp('Muchas gracias por usar el programa DERRAME')
pause
clear
clc

```

## **APÉNDICE D:**

### **Cálculo manual del modelamiento matemático**

---

# CASO DE DERRAME DE RELAVE EN EL RÍO

## MARAÑÓN POR FALLAS EN EL TRANQUE DE LA

### QUEBRADA DE ASNAPAMPA

1° **Datos considerados en el planteamiento.**

En el **cuadro A.1** se resumen las concentraciones de las sustancias contaminantes <sup>[1]</sup> en el depósito de relave, en el río antes del derrame, y la concentración límite máximo permisible (LMP):

**Cuadro A.1: Concentraciones de las sustancias contaminantes**

	$C_{rel}$ (mg/kg)	$C_{RIO}$ (mg/L)	$C_{LMP}$ (mg/L)
$CN^-$	200,00	0,003	0,005
$As^{+3}, As^{+5}$	6500,00	0,050	0,200
$Cu^{+2}, Cu^{+3}$	194,00	0,007	0,010

Fuente: SVS Ingenieros S.A. – 2004.

En el **cuadro A.2** se resumen los datos necesarios para resolver el modelo matemático implementado.

Para el procedimiento de solución, se calcularán las variables de interés para la dispersión de cianuro ( $CN$ ) luego de ocurrido el derrame de relave y se procederá de la misma forma para las demás sustancias contaminantes.

<sup>[1]</sup> En el **cuadro A.1** no se han considerado los datos de las siguientes sustancias contaminantes:  $Cr^{+2}$ ,  $Cr^{+6}$  ni  $Ni^{+2}$ ,  $Ni^{+3}$ , por carecer de datos de campo.

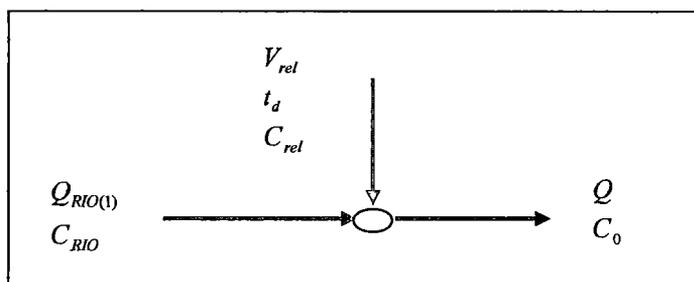
**Cuadro A.2: Datos y condiciones iniciales necesarios para resolver el modelo matemático implementado**

Parámetros	Simbología	Cantidades	Unidades
Tiempo de operación de la cancha	—	4	años
Tiempo de vida de una cancha relavera	—	8	años
Volumen total del depósito	—	24 000	m <sup>3</sup>
Porcentaje de volumen derramado	—	40	%
Densidad de la pulpa del relave	$\rho_{rel}$	1 550	Kg/m <sup>3</sup>
Tiempo de derrame	$t_d$	15	minutos
Caudal del río	$Q_{RIO(1)}$	500	m <sup>3</sup> /s
Área transversal al flujo de agua	$A$	240	m <sup>2</sup>
Profundidad promedio del río	$H$	8	m
Ancho promedio del río	$B$	30	m
Coefficiente de dispersión	$D_L$	15	m <sup>2</sup> /s
Densidad del agua de río	$\rho$	1 000	Kg/m <sup>3</sup>

Fuente: Elaboración Propia.

2° **Cálculo de la concentración de las sustancias contaminantes en el punto de mezcla del relave con el río ( $C_0$ ):**

Se procede a un balance de materia puntual durante el tiempo que dura el derrame ( $t_d$ ); representado en la **figura A.1**. Se calculando  $C_0$  tomando como base de cálculo = 1 segundo.



**Figura A.1: Esquema de la mezcla puntual del relave durante el derrame en el curso de agua.**

**a. Balance Global [2]:**

$$\left( \begin{array}{l} \text{masa de río} \\ \text{antes del} \\ \text{derrame} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{masa de relave} \\ \text{vertida en el} \\ \text{derrame} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{masa de río} \\ \text{posterior al} \\ \text{derrame} \end{array} \right)$$

$$Q_{RIO(1)} \cdot \rho + \left( \frac{V_{rel}}{t_d} \right) \cdot \rho_{rel} = Q \cdot \rho$$

**b. Balance de CN:**

$$\left( \begin{array}{l} \text{masa de cianuro} \\ \text{en el río antes del} \\ \text{derrame} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{masa de cianuro en} \\ \text{el relave vertida en} \\ \text{el derrame} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{masa de cianuro} \\ \text{en el río posterior} \\ \text{al derrame} \end{array} \right)$$

$$Q_{RIO(1)} \cdot C_{RIO} + \left( \frac{V_{rel}}{t_d} \right) \cdot \rho_{rel} \cdot C_{rel} = Q \cdot C_0$$

Donde:

$Q_{RIO(1)}$  Flujo volumétrico o caudal del río antes de ocurrir el derrame de relave

$C_{RIO}$  Concentración de la sustancia contaminante en el río antes del derrame de relave, normalmente debajo de la concentración LMP

$V_{rel}$  Volumen de relave derramado al río

$t_d$  Tiempo de derrame de relave

$\rho$  Densidad del agua de río

$\rho_{rel}$  Densidad de la pulpa del relave

$Q$  Flujo volumétrico o caudal del río a la entrada y salida del volumen de control

$C_0$  Concentración inicial de la sustancia contaminante en el río durante el derrame

$C_{LMP}$  Concentración de la sustancia contaminante en su Límite Máximo Permissible de concentración (LMP), que equivale decir, a la salida del volumen de control

[2] Se asume flujo uniforme ( $\rho = \text{constante}$ ).

$C_{rel}$  Concentración de la sustancia contaminante en el relave proveniente del tranque

Reemplazando en el balance global, se tiene:

$$500 \frac{m^3}{s} \times 1000 \frac{Kg}{m^3} + \frac{\left( \frac{4 \text{ años}}{8 \text{ años}} \times 0,40 \times 24000 m^3 \right)}{15 \text{ min} \times \frac{60 s}{1 \text{ min}}} \times 1550 \frac{Kg}{m^3} = Q \times 1000 \frac{Kg}{m^3}$$

$$\therefore Q = 508,2667 m^3 / s$$

Reemplazando en el balance de cianuro, se tiene:

$$500 \frac{m^3}{s} \times 0,003 \frac{mg}{L} \times \frac{1 Kg}{10^6 mg} \times \frac{1000 L}{1 m^3} + \frac{\left( \frac{4 \text{ años}}{8 \text{ años}} \times 0,40 \times 24000 m^3 \right)}{15 \text{ min} \times \frac{60 s}{1 \text{ min}}} \times 1550 \frac{Kg}{m^3} \times \frac{200 mg}{Kg} \times \frac{1 Kg}{10^6 mg} = 508,2667 \frac{m^3}{s} \times C_0$$

$$\therefore C_0 = 3,25583683 \times 10^{-3} Kg / m^3 = 3,25583683 mg / L$$

### 3° **Cálculo del tiempo de dispersión del contaminante ( $t_d$ ):**

Se hace un balance global de la concentración media del contaminante en el volumen de control. Se tiene la ecuación global:

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = m_{E.T.} - m_{S.T.} - m_{D.T.} - m_{P.T.} - m_{V.T.}} \quad \dots (1)$$

Donde:

$m$  Flujo másico del río a la entrada y salida del volumen de control

$m_{D.T.}$  Flujo másico de la sustancia contaminante en el suelo

$m_{E.T.}$  Flujo másico de la sustancia contaminante en el río antes del derrame

$m_{P.T.}$  Flujo másico de la sustancia contaminante absorbido por los peces

$m_{S.T.}$  Flujo másico de la sustancia contaminante al final de la dilución del mezclado con el agua de río en una longitud  $z$  posterior al derrame

$m_{V.T.}$  Flujo másico de la sustancia contaminante que se volatiliza

Se puede considerar mínima o prácticamente despreciable el *flujo* másico volatilizado de *contaminante* ( $m_{V.T.}$ ); el *flujo* másico de *contaminante* sedimentado ( $m_{D.T.}$ ) y el *flujo* másico de *contaminante* absorbido por peces ( $m_{P.T.}$ ), ya que se asumen pequeñas

cantidades másicas en comparación a los flujos másicos que se observan en la ecuación

(1). Entonces, se tiene como resultado una ecuación más simplificada:

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = m_{E.T.} - m_{S.T.}} \quad \dots (2)$$

La ecuación (2) se simplifica convirtiendo los términos dependientes en función de la concentración media en el volumen de control:

$$m = C \cdot V \quad \dots (3)$$

$$V = Q \cdot t \quad \dots (4)$$

Entonces, se tiene que:

$$\frac{d(C \cdot V)}{dt} = C \frac{dV}{dt} + V \frac{dC}{dt} = C_{R10} \cdot Q - C \cdot Q$$

$$C \cdot Q + (Q \cdot t) \frac{dC}{dt} = C_{R10} \cdot Q - C \cdot Q$$

Simplificando el caudal, que se asume *constante* a lo largo del volumen de control tomado:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{C_{R10} - 2C}{t} \quad \dots (5)$$

La ecuación (5) puede resolverse por un método analítico o numérico.

**A. Método Analítico:**

A partir de la ecuación (5), separando variables:

$$\frac{dC}{(C_{R10} - 2C)} = \frac{dt}{t}$$

Integrando en los límites:

$$\int_{C_0}^{C_{IMP}} \frac{dC}{(C_{R10} - 2C)} = \int_d^{d+t_p} \frac{dt}{t}$$

Siendo la ecuación resultante:

$$t_p = t_d \cdot \left[ \left( \frac{2C_{LMP} - C_{RIO}}{2C_0 - C_{RIO}} \right)^{-0.5} - 1 \right] \quad \dots (6)$$

Donde:

$C_{LMP}$  Concentración de la sustancia contaminante en su Límite Máximo Permissible de concentración (LMP), o, la concentración de la sustancia contaminante a la salida del volumen de control.

$t_p$  Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave

Resolviendo la ecuación (6):

$$t_p = 15 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \cdot \left[ \left( \frac{2 \times 0,005 - 0,003}{2 \times 3,255836831 - 0,003} \right)^{-0.5} - 1 \right]$$

$$\therefore t_p = 26543,52 \text{ segundos}$$

#### B. Método Numérico:

Aplicando el método de *Runge – Kutta* de cuarto orden, en la ecuación (5), se invierte la ecuación:

$$\frac{dt}{dC} = \frac{t}{C_{RIO} - 2C} \quad \dots (7)$$

$$t_{i+1} = t_i + \frac{1}{6} \cdot [K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4] \quad \dots (8)$$

$$C_{i+1} = C_i + h \quad \dots (9)$$

Donde:

$$K_1 = h \cdot f(C_i; t_i)$$

$$K_2 = h \cdot f\left(C_i + \frac{h}{2}; t_i + \frac{K_1}{2} \times h\right)$$

$$K_3 = h \cdot f\left(C_i + \frac{h}{2}; t_i + \frac{K_2}{2} \times h\right)$$

$$K_4 = h \cdot f(C_i + h; t_i + K_3 \times h)$$

$$h = \frac{(C_{LMP} - C_0)}{\text{número de iteraciones}}$$

$$f(C_i, t_i) = \frac{dt}{dC} = \frac{t_i}{C_{R10} - 2C_i}, \text{ para } i = 0, 1, 2, \dots, n$$

Para:

$$f(t_d; C_0) = \frac{t_d}{C_{R10} - 2C_0} = \frac{15 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}}{(0,003 - 2 \times 3,255836831) \text{ mg/L}} = -138,2770203 \frac{\text{L} \cdot \text{s}}{\text{mg}}$$

Se selecciona con criterio un intervalo de iteración ( $h$ ) de  $-0.00001$  mg/L. Se

opera el primer paso:

$$K_1 = -0,00001 \times (-138,2770203) = 0,0013827702$$

$$K_2 = -0,00001 \times \left\{ \frac{15 \times 60 + \frac{0,0013827702}{2} \times -0,00001}{0,003 - 2 \times \left( 3,255836831 + \left( \frac{-0,00001}{2} \right) \right)} \right\} = 0,0013827723$$

$$K_3 = -0,00001 \times \left\{ \frac{15 \times 60 + \frac{0,0013827723}{2} \times -0,00001}{0,003 - 2 \times \left( 3,255836831 + \left( \frac{-0,00001}{2} \right) \right)} \right\} = 0,0013827723$$

$$K_4 = -0,00001 \times \left\{ \frac{15 \times 60 + 0,013827723 \times -0,00001}{0,003 - 2 \times (3,255836831 + (-0,00001))} \right\} = 0,0013827744$$

Reemplazando en las ecuaciones (8) y (9):

Cuando  $C_1 = C_0 + h = 3,255836831 - 0,0001 = 3,255736831 \text{ mg/L}$ :

$$t_1 = t_d + \frac{1}{6} \cdot [K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4]$$

$$t_1 = 15 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} + \frac{1}{6} \cdot [(0,0013827702) + 2(0,0013827723) + 2(0,0013827723) + (0,0013827744)]$$

$$\therefore t_1 = 900,0013828 \text{ segundos}$$

Haciendo cálculos sucesivos hasta que  $C_i = C_{LMP}$ :

En el paso 'n': Cuando  $C_n \approx 0,005 \frac{mg}{L} \rightarrow t_n = t_p = 26546 \text{ segundos}$

**OJO:** La proximidad de la solución numérica a la analítica dependerá de la finura del paso de iteración  $h$ .

4° **Cálculo de la longitud de dispersión del contaminante (L):**

Se tienen dos modelos matemáticos para el cálculo de la longitud de dispersión de las sustancias contaminantes a través del flujo de agua.

**A. Modelo Básico:**

Partiendo del concepto básico:

$$L = v \cdot (t_d + t_p)$$

$$\boxed{L = \frac{Q}{A} \cdot (t_d + t_p)} \quad \dots (10)$$

Reemplazando la ecuación (6) en la ecuación (10):

$$L = \frac{Q}{A} \cdot \left\{ t_d + t_d \cdot \left[ \left( \frac{2C_{LMP} - C_{RIO}}{2C_0 - C_{RIO}} \right)^{-0.5} - 1 \right] \right\}$$

$$\boxed{L = \frac{Q}{A} \cdot t_d \cdot \left( \frac{2C_{LMP} - C_{RIO}}{2C_0 - C_{RIO}} \right)^{-0.5}} \quad \dots (11)$$

Resolviendo la ecuación (11):

$$L = \frac{508.2667 \frac{m^3}{s}}{240 m^2} \times 15 \text{ min} \times \frac{60 s}{1 \text{ min}} \times \left( \frac{2 \times 0.005 - 0.003}{2 \times 3.255836831 - 0.003} \right)^{-0.5}$$

$$\therefore L = 58119.2665 m \approx 58.12 km$$

**B. Modelo Advección – Dispersión:**

Se tiene la ecuación propuesta por Taylor:

$$\boxed{\frac{\partial C}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial C}{\partial z} = D_L \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + R_T} \quad \dots (9)$$

Para una solución cerrada de la ecuación (9) considerando:

- ✓  $D_L$  y  $v$  constantes.
- ✓ Que las sustancias contaminantes son conservativas ( $R_T = 0$ ).
- ✓ Un aporte instantáneo de relave en el cual una masa  $M$  de sustancia contaminante es aportada al volumen de control en el río, cuando  $z = 0$ , da la ecuación de Fick – Einstein:

$$\boxed{C_{(z,t)} = \frac{M}{A \cdot \sqrt{4\pi D_L t}} \exp \left[ -\frac{(z - v \cdot t)^2}{4D_L t} \right]} \quad \dots (10)$$

En términos de la distancia recorrida por la sustancia contaminante hasta diluir su concentración al LMP:

$$\boxed{L = \frac{Q}{A} \cdot (t_d + t_p) + \sqrt{-4D_L \cdot (t_d + t_p) \cdot \ln \left[ \frac{A \cdot C_{LMP} \cdot \sqrt{4\pi D_L \cdot (t_d + t_p)}}{M} \right]}} \quad \dots (11)$$

Donde:

- $C_{LMP}$  Concentración de la sustancia contaminante en su Límite Máximo Permisible (LMP) que representa la concentración que sale del volumen de control
- $Q$  Caudal o flujo volumétrico de agua de río a la entrada y salida del volumen de control
- $D_L$  Coeficiente de dispersión
- $t_d$  Tiempo de derrame de relave (constante)
- $t_p$  Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave (variable)
- $L$  Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanza una concentración  $C_{LMP}$
- $M$  Masa de la sustancia contaminante aportada al río
- $A$  Área transversal promedio del flujo de agua.

Obsérvese la similitud del primer término de la ecuación (11) con la ecuación (7), la diferencia entre uno y otro está en la consideración del parámetro de dispersión. Para encontrar el valor de  $L$ , se tomará el valor de  $t_p$  determinado por el método analítico. Encontrando, además, la cantidad de masa de cianuro aportada al río:

$$M = V_{rel} \cdot \rho_{rel} \cdot C_{rel} + Q_{RIO(l)} \cdot C_{rio} \cdot (t_d + t_p)$$

$$M = \left( \frac{4 \text{ años}}{8 \text{ años}} \times 0,40 \times 24000 \text{ m}^3 \right) \times 1550 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \times \frac{200 \text{ mg}}{\text{Kg}} \times \frac{1 \text{ Kg}}{10^6 \text{ mg}}$$

$$+ 500 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \left( 0,003 \frac{\text{mg}}{\text{L}} \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ Kg}}{10^6 \text{ mg}} \right) \times \left( 15 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} + 26543,52 \text{ s} \right)$$

$$\therefore M = 1529,1653 \text{ kg}$$

Reemplazando en la ecuación (11):

$$L = \frac{508,2667 \text{ m}^3 / \text{s}}{240 \text{ m}^2} \times \left( 15 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} + 26543,52 \text{ s} \right)$$

$$+ \sqrt{ -4 \times 15 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot \left( 15 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} + 26543,52 \text{ s} \right) \cdot L \cdot \frac{240 \text{ m}^2 \times 0,003 \frac{\text{mg}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ Kg}}{10^6 \text{ mg}} \times \sqrt{4\pi \times 15 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot \left( 15 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} + 26543,52 \text{ s} \right)}}{1529,1653 \text{ Kg}}}$$

$$\therefore L = 61347 \text{ m} \approx 61,35 \text{ km}$$

Similarmente, se procede a calcular las variables  $t_p$  y  $L$  para las demás sustancias contaminantes.

## 5° **Reporte y Análisis de Resultados.**

Finalmente, se reportan los resultados en el **cuadro A.3** obtenidos de  $t_p$  y  $L$  para cada sustancia contaminante involucrada en el fenómeno de advección y dispersión a lo largo de la corriente del río posterior al derrame de relave, frente a los valores de la

masa aportada al río ( $M$ ), concentración de mezcla con el río ( $C_0$ ), tiempo ( $t_p$ ) y longitud ( $L$ ) de dispersión de cada sustancia contaminante que han sido calculados, respectivamente. Además se presenta el error relativo existente entre la longitud de dispersión encontrada en cada modelo.

**Cuadro A.3: Cuadro de Resultados**

	$C_0$ (mg/L)	$M$ (Kg)	$t_p$ (s) <i>analítico</i>	$t_p$ (s) <i>analítico</i>	$L$ (km) <i>M. Básico</i>	$L$ (km) <i>M. Advección - Dispersión</i>	%error ( $L$ )
$CN^-$	3,2558	1529,1653	26543,5	26546	58,1193	61,3470	5,5536
$As^{+3}, As^{+5}$	105,7680	48913,0816	21223,3	21223	46,8522	49,7239	6,1293
$Cu^{+2}, Cu^{+3}$	3,1622	1512,7995	18939,9	18940	42,0165	44,6410	6,2464

Fuente: Elaboración Propia.

Para las condiciones dadas, el error porcentual fluctúa en un rango de 5,55 – 6,25 %. Como se dijo anteriormente este error se debe a la consideración del fenómeno dispersivo que existe en la dilución de los contaminantes hasta una distancia ( $L$ ) de recorrido tal que en ese punto distante de la descarga, la sustancia analizada llega a su concentración límite máximo permisible ( $C_{LMP}$ ).

Se comprobará la importancia relativa de un proceso de advección comparado con el de la dispersión, mediante el número de Peclet:

$$Pe = \frac{v \cdot L}{D_L} \quad \dots (12)$$

Donde: Si  $Pe$  es mucho mayor que 1, entonces predomina la **advección** (transporte por la corriente de agua) y si  $Pe$  es mucho menor que 1, entonces predomina la **dispersión** (transporte por mezclado dentro del mismo cuerpo de agua).

Acondicionando la ecuación (12) para los datos conocidos:

$$Pe = \frac{Q \cdot L}{A \cdot D_L} \quad \dots (13)$$

Reemplazando para el caso de la dilución del cianuro (los números de Peclet serán aproximados para las demás sustancias contaminantes, debido a la proximidad de los resultados en la longitud de recorrido). Entonces:

$$Pe = \frac{508,2667 \frac{m^3}{s} \cdot 61347,0 m}{240 m^2 \cdot 15 \frac{m^2}{s}} = 8661,2881$$

Por tanto, el fenómeno que predomina en la dilución de las sustancias contaminantes es la **advección**.

# **APÉNDICE E:**

## **Glosario**

---

# GLOSARIO

## A

**Acuífero:** Capa subterránea que tiene rocas permeables, capaces de contener agua. Sinónimo de napa, nivel freático y de embalse subterráneo. El agua subterránea es agua que se encuentra debajo del suelo entre grietas y espacios que hay en la tierra, incluyendo arena y piedras. El área donde se acumula el agua en las grietas se llama la zona saturada. La parte de arriba de esta área se le conoce como el nivel freático. El nivel freático puede encontrarse a unos centímetros del suelo como a centenas de metros debajo de la superficie.

**Advección:** Transporte de las propiedades de una masa de fluido producido por el campo de velocidades del medio. Por lo general, se referido al transporte horizontal en superficie de propiedades como temperatura, presión y humedad.

**Algoritmo:** Conjunto de reglas bien definidas para la resolución de un problema. Un programa de software es la transcripción, en lenguaje de programación, de un algoritmo.

**Aluvial:** Que es o ha sido transportado por el acarreo fluvial.

**Antrópico:** Referente a las actividades realizada por el hombre.

## B

**Bioacumulación:** Aumento de la concentración de una sustancia en el organismo expuesto en función del tiempo. Esta capacidad también depende de las características fisicoquímicas y bioquímicas del compuesto, como son solubilidad y velocidad de eliminación. Si un organismo está expuesto por largos periodos a una o más sustancias xenobióticas de estas características, estas sustancias se bioacumularán en él y lo afectarán.

**Biótica:** Relativa a los seres vivos.

## C

**Cancha de relave:** o *tranque*. Área donde se depositan los desechos provenientes de un proceso minero.

**Capa freática:** Capa de agua en el subsuelo, que se genera cuando el agua encuentra un estrato impermeable que le sirve de pared de contención, permitiéndole acumularse. El agua subterránea es

agua que se encuentra debajo del suelo entre grietas y espacios que hay en la tierra, incluyendo arena y piedras. El área donde se acumula el agua en las grietas se llama la zona saturada. La parte de arriba de esta área se le conoce como el nivel freático. El nivel freático puede encontrarse a unos centímetros del suelo como a centenas de metros debajo de la superficie.

**Cianuración:** Método para extraer oro y plata contenidos en minerales o concentrados, disolviéndolos en una solución débil de cianuro de sodio o potasio.

**Coaluvial:** Desplazamiento de un conjunto de fragmentos de roca por la gravedad o por el efecto de corrientes de agua u otros, hasta acumularse en las laderas o en la base de una zona inclinada.

**Coefficiente:** Factor multiplicativo que pertenece a cierto objeto como una variable, un vector base, una función base, etc. Número importante que caracteriza alguna propiedad de un objeto técnico o científico.

**Concentración:** Cantidad de sustancia por unidad de volumen. Proceso mediante el cual las especies mineralógicas con valor económico que se encuentran contenidas en un mineral, son separadas del material no valioso o de desecho.

**Condiciones de frontera:** O *Condiciones de borde*. Restricciones que definen los grados de libertad que se aplican a ciertos puntos del problema. Guardan estrecha relación con la geometría asociada al sistema. Son importantes para que simulen lo mejor posible las demás restricciones del elemento estudiado.

**Condiciones Iniciales:** Restricciones relacionadas con el punto de partida en el tiempo especializado que se toma para comenzar a estudiar el fenómeno. Al igual que las condiciones de frontera, una relación no simple con los patrones adoptados por los sistemas, cuando se cambian una o varias de las variables.

**Consistencia:** Definición completa del modelo puesto a prueba. Concepto que representa la misma realidad y está definido de diferentes formas en cada uno de los modelos.

**Constante:** Valor numérico específico usado como coeficiente en expresiones algebraicas y como número en fórmulas o ecuaciones. Permanece invariable, es decir, sin posibilidad de cambiar el valor que tiene. En caso de que se necesite cambiar el valor, se usan las variables.

**Contaminante:** Todo elemento, compuesto, sustancia, derivado químico o biológico, energía, radiación, vibración, ruido, o una combinación de ellos, cuya presencia en el ambiente, en ciertos niveles, concentraciones o periodos de tiempo, pueda constituir un riesgo a la salud de las personas, a la calidad de vida de la población, a la preservación de la naturaleza o la conservación del patrimonio ambiental.

**Convergencia:** Propiedad de algunas sucesiones y series de ir progresivamente más cerca de un límite. Entonces, acertar la convergencia de una sucesión es decir que hay un límite para esa sucesión.

**Cuerpo Receptor:** Medio acuático que recibe la descarga residual que genera una actividad industrial.

## **D**

**Difusión:** Proceso mediante el cual partículas de gases, líquidos o sólidos se mezclan como resultado de su movimiento espontáneo (microscópico) causado por agitación y las sustancias disueltas se mueven de una región de alta concentración a otra de menor concentración.

**Dispersión:** Medida de la variación de alguna variable en un periodo de tiempo. Cálculo matemático que predice cuán lejos, cuán rápido, y en qué dirección ciertos gases y/o partículas se moverán en el aire o en el agua en cualquier localización dada. Transporte por mezclado dentro del mismo cuerpo de agua. Se refiere al proceso por el cual las sustancias son mezcladas dentro del cuerpo de agua.

**Drenaje:** Escurrimiento de las aguas en forma natural, puede ser superficial o subterráneo, generalmente causado por anomalías que forman cavidades.

## **E**

**ECAT:** Estándar de Calidad Ambiental.

**Ecosistema:** Sistema de relaciones que se establecen entre los seres vivos entre sí y con los factores físicos del medio.

**Ecuación:** Igualdad que contiene una o más incógnitas. Relación de igualdad entre dos resultados de efectuar determinadas operaciones matemáticas con las medidas de las magnitudes que intervienen en un fenómeno.

**EDO:** *Ecuación Diferencial Ordinaria.* Ecuación que sólo contiene derivadas ordinarias de una o más variables dependientes, respecto a una sola variable independiente. Este tipo de ecuación tiene un enorme significado en la práctica de la ingeniería. Esto se debe a que muchas leyes físicas están expresadas en términos de la razón de cambio de una cantidad más que en términos de su magnitud.

**EDP:** *Ecuación en Derivadas Parciales o Ecuación Diferencial Parcial.* Ecuación que contiene las derivadas parciales de una o más variables dependientes, respecto a dos o más variables independientes. Es usada para caracterizar sistemas de ingeniería, donde el comportamiento de la cantidad física es expresado en términos de rapidez de cambio con respecto a dos o más variables independientes.

**Efectividad:** Congruencia entre lo planificado y los logros obtenidos, sin cuestionar si dichos objetivos son o no adecuados.

**Eficacia:** Capacidad de lograr los objetivos y metas programadas con los recursos disponibles y en un tiempo determinado.

**Eficiencia:** Cumplimiento de los objetivos y metas programados con el mínimo de recursos disponibles, logrando la optimización de ellos.

**EIA:** Evaluación del Impacto Ambiental.

**Escenario:** Lugar establecido por las condiciones y características propiamente dichas.

**Escoria:** Fase que contiene sustancias inútiles de un mineral, que se encuentran presentes en cualquier proceso metalúrgico que involucre fundiciones.

**Escorrentía:** Lámina de agua que circula en una cuenca de drenaje, es decir la altura en milímetros de agua de lluvia escurrida y extendida uniformemente. Se forma cuando las precipitaciones superan la capacidad de infiltración del suelo. Sólo es aplicable en suelos de zonas áridas y de precipitaciones torrenciales. Esta deficiencia se corrige con la teoría de la saturación, aplicable a suelos de zonas de pluviosidad elevada y constante. La escorrentía superficial es una de las principales causas de erosión a nivel mundial. Suele ser particularmente dañina en suelos poco permeables, como los arcillosos, y en zonas con una cubierta vegetal escasa.

**Estabilidad:** Proceso o situación en la que una variable se mantiene igual en el tiempo y, por tanto, no sufre perturbaciones posteriores.

**Estrategia:** Esquema específico de utilización de los recursos con miras a alcanzar objetivos a mediano y largo plazo.

**Estuario:** Parte inferior de un valle fluvial que está cubierta de agua a consecuencia, generalmente, de la subida del nivel del mar. Puede contener muchos sedimentos de granos finos.

**Exactitud:** Capacidad de un instrumento de medir un valor cercano al de la magnitud real. La exactitud implica precisión, pero no al contrario. Esta cualidad también se encuentra en instrumentos generadores de magnitudes físicas, siendo la capacidad del instrumento de acercarse a la magnitud física real.

## **E**

**Fenómeno:** Todo cambio producido en un cuerpo, cambio permanente que altera la naturaleza o sustancia misma del cuerpo y, consiguientemente, sus propiedades más características y específicas.

**Fluido:** Medio continuo que sufre deformación cuando es sometida a acción de esfuerzos cortantes.

**Flujo:** Movimiento de una cantidad de materia en un tiempo determinado y por unidad de área, en caso de flujos específicos. Puede ser flujo másico, flujo molar o flujo volumétrico (caudal).

**Fluvial:** Relativo a ríos, arroyos y canaletas.

**Función de fuerza:** Influencias externas que actúan sobre el sistema.

## **G**

**Grados de Libertad:** Cantidad que permite introducir una corrección matemática en los cálculos estadísticos para restricciones impuestas en los datos. En estadística, para el cálculo de la varianza, se denominan a los grados de libertad como la cantidad de datos que se procesan.

**Geodinámica:** Parte de la geología que estudia los fenómenos que modifican relieve y estructura de la corteza terrestre.

## **H**

**Hidrodinámica:** Dinámica de fluidos no compresibles. Por extensión, dinámica de fluidos.

**Hipótesis:** Suposición científica que predice el resultado de una acción. Explicación propuesta para un fenómeno, sujeta a prueba, observación y experimentación, para ser aceptada o rechazada.

## **I**

**Impacto Ambiental:** Alteración favorable (impacto positivo) o desfavorable (impacto negativo) en el medio o en alguno de los componentes del medio producido por una acción o actividad. Esta acción puede ser un proyecto de ingeniería, un programa, una ley o una disposición administrativa con implicancias ambientales. Impacto es la diferencia entre la situación ambiente futuro modificado, como producto de la acción o actividad, y la situación del ambiente futuro tal como habría evolucionado normalmente en forma natural. Cualquier cambio en el ambiente sea adverso o benéfico resultante de manera total o parcial de las actividades, productos o servicios de una organización.

**Infiltración:** Movimiento o filtración del agua de lluvia hacia profundidades del suelo.

**Interfaz:** Parte de un programa informático que permite a éste comunicarse con el usuario o con otras aplicaciones permitiendo el flujo de información.

## **L**

**Lenguaje algorítmico:** Lenguaje por el cual se realiza un análisis previo del problema y encuentra un método que permita resolverlo.

**Lenguaje informático:** Lenguaje mediante el cual el algoritmo se codifica a un sistema comprensible por el ordenador o computadora. Este tipo de lenguaje puede ser de *alto nivel* (que está más cercano a la comprensión humana) y de *bajo nivel* (que son más comprensibles por la máquina).

**Ley:** Regla invariable y constante de las cosas y de los fenómenos de la naturaleza. Regla general y permanente dictada por el poder competente de un Estado.

**Licencia:** Contrato por el cual se le concede el permiso del uso limitado de un derecho de propiedad, a cambio de una forma de pago o alguna forma o cantidad a considerarse.

**Límites de integración:** Puntos inicial y final donde se intersecan la función. Estos puntos se definen a partir de una condición inicial y final, resolviendo el sistema para el valor de la variable independiente en la integral definida, para dar como resultado una función definida por ese intervalo de valores conocidos.

**Lixiviación:** Proceso en que un compuesto metálico soluble se extrae del mineral o concentrado disolviéndolo en un solvente. Ver definiciones de Lixiviación Ácida, Cianuración y Lixiviación en rumas. En el caso de la *lixiviación ácida*, un mineral o concentrado de mineral es disuelto o lixiviado con una solución ácida.

**LMP: Límite Máximo Permisible.** Concentración o grado de elementos, sustancias o parámetros físicos, químicos y biológicos, que caracterizan a un efluente o una emisión, que al ser excedido puede causar daños a la salud, bienestar humano y al ambiente.

## **M**

**Malla:** Dominio de simulación, es decir, a la cobertura en la cual el modelo va a ser aplicado. La malla se divide en celdas en el caso de los Modelos Eulerianos.

**MATLAB: Matrix Laboratory (laboratorio de matrices).** Software de matemáticas creado por *The MathWorks* © en 1984. Entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado orientado para llevar a cabo proyectos en donde se encuentren implicados elevados cálculos matemáticos y la visualización gráfica de los mismos. MATLAB integra análisis numérico, cálculo matricial, procesamiento de señales y visualización gráfica en un entorno completo donde los problemas y sus soluciones son expresados del mismo modo en que se escribirían tradicionalmente, sin necesidad de hacer uso de la programación tradicional. Los usos más característicos del MATLAB los encontramos en áreas de

computación y cálculo numérico tradicional, además de contar con *toolboxes*, que son paquetes especializados, orientados a ingenieros, científicos y otros tipos de profesionales técnicos. Entre los más destacados están: Procesamiento de imagen, estadística, optimización, simulación, lógica difusa, etc. Algunas de las aplicaciones del programa MATLAB pueden ser: Computación y matemáticas, desarrollo de algoritmos, modelamiento y simulación, visualización y análisis de datos, y creación de gráficas científicas.

**Métodos Analíticos:** Herramientas matemáticas destinadas a hacer una cierta simplificación y abstracción de sistemas reales, para obtener más información y entender algún aspecto de interés de la realidad. Los modelos analíticos facilitan la experimentación, porque todas las variables dependientes e independientes, las constantes y parámetros están explícitamente relacionados por el lenguaje de la matemática. Además, pueden representar muchos problemas complejos de modo eficiente y conciso y, en muchos casos, pueden ser la manera más barata de analizar los problemas. Pueden identificarse una o más alternativas viables para la metodología de solución y puede comenzar la formulación del modelo.

**Métodos Numéricos:** Herramientas muy poderosas para la solución de problemas, capaces de manejar sistemas de ecuaciones grandes, no linealidades y geometrías complicadas, comunes en la práctica de la ingeniería y, a menudo, imposibles de resolver analíticamente. Por lo tanto, aumentan la habilidad de quien los estudia para resolver problemas. Posiblemente se tenga la ocasión de usar software disponible comercialmente que contenga métodos numéricos. El uso inteligente de estos programas depende del conocimiento de la teoría básica en la que se basan estos métodos. Hay muchos problemas que no pueden plantearse al emplear programas "hechos". Si el usuario es versado en los métodos numéricos y adepto de la programación de computadoras, entonces se tiene la capacidad de diseñar sus propios programas para resolver los problemas, sin tener que adquirir un software costoso. Los métodos numéricos son un vehículo eficiente para aprender a servirse de las computadoras. Porque la mayoría de los métodos numéricos son diseñados para implementarlos en las computadoras, por tanto, son ideales para este propósito. Cuando se implemente en forma satisfactoria los métodos numéricos en la computadora y aplique éstos para resolver de otra manera los problemas difíciles, se dispondrá de una excelente demostración de cómo las computadoras pueden servir para su desarrollo profesional. Al mismo tiempo, aprenderá a reconocer y controlar los errores de aproximación que son inseparables de los cálculos numéricos a gran escala. Los métodos numéricos son un medio para reforzar la comprensión de las matemáticas, ya que una de sus funciones es convertir las matemáticas superiores a operaciones aritméticas básicas, porque profundizan en los temas que de otro modo resultarían oscuros.

**Modelamiento Matemático:** Herramientas que nos permite representar un problema de manera objetiva en que se definen una serie de relaciones matemáticas entre las mediciones cuantitativas (del problema) y sus propiedades. Los pasos básicos en la formulación de un modelo incluyen la conceptualización, realización y solución del mismo; cada paso debe ser corroborado, con lo cual se valida el modelo. Los modelos pueden ir de formas sencillas hasta estructuras más elaboradas con varios casos, en éstos últimos, se utilizan ecuaciones de balance de masas y de cantidad de movimiento para representar cada caso. Se formula un modelo matemático desde la definición del problema identificando los parámetros y variables de interés, seguido de la elaboración de un concepto inicial donde se describan gráficamente las variables, estructuras, flujos de entrada y de salida. Posteriormente, se selecciona la

clase de representación matemática que se va a utilizar (lineal o no lineal) para finalmente escribir las ecuaciones matemáticas que describen el modelo, para posteriormente desarrollarlas y solucionar el modelo. Cuando los resultados del modelo concuerdan con los conocimientos que se tienen, se pueden entonces validar; en caso contrario, se hacen ajustes en diferentes niveles y se reinicia todo el proceso. El proceso de desarrollo del modelo puede repetirse varias veces hasta que se cumplan los objetivos del modelo o hasta que se alcance la mejor aproximación.

**Modelo Analógico:** Modelo que se vale de leyes físicas, parecidas a las que rigen el comportamiento del sistema para caracterizar o interpretar el fenómeno natural. Se basa en fórmulas simples, no admite heterogeneidad y ofrece una solución exacta en el punto de cálculo. Actualmente, no se utiliza.

**Modelo de Caja:** Modelo determinístico basado en la conservación de masa dentro de la caja, la cual generalmente representa el área de interés, como por ejemplo una localidad. Este modelo es empleado para contaminantes inertes y contaminantes reactivos. En este modelo la región a modelar se trabaja como una sola celda (caja) limitada en la parte baja por el piso y en la parte alta o techo, por la base de una capa superficial de fluido u otro límite superior de mezclado. Mientras que las fronteras laterales se delimitan de acuerdo con las dimensiones del área a modelar, ya que la caja puede incluir una superficie de varios kilómetros.

**Modelo de Malla:** Modelo determinístico donde las concentraciones se calculan en diferentes tiempos para una área geográfica fija. El área geográfica puede tener desde un kilómetro cuadrado o más; mientras que las concentraciones de los contaminantes son estimadas a partir de las concentraciones iniciales en el área, las emisiones, el transporte dentro y hacia la malla, la dilución y las reacciones químicas incluidas en el modelo químico. La aplicación de este modelo permite estimar las concentraciones de los contaminantes en función del tiempo, para diferentes puntos ubicados dentro de la región donde se lleva a cabo la simulación.

**Modelo de Trayectoria:** Modelo determinístico basado en ecuaciones para describir el transporte de contaminantes. En este modelo se define una diferencial de flujo hipotética, limitada en la base por el piso y en su parte superior por la base de una capa superficial de fluido, o bien por otro límite establecido. A partir de un punto inicial, la columna se desplaza bajo la influencia de los flujos dominantes; pasando sobre las fuentes de emisión, con lo cual son incorporados los contaminantes a la diferencial de flujo tomada. A su vez, la columna puede dividirse verticalmente en varias capas de flujo. Suponiéndose en este caso, que se presenta un mezclado de las celdas inferiores hacia las celdas superiores y viceversa. En el modelo de trayectoria de una sola capa, comúnmente se supone un mezclado homogéneo e instantáneo.

**Modelo Digitalizado:** o *modelo numérico*. Requiere una discretización espacial y temporal, soportando heterogeneidades. Resuelve la ecuación diferencial de la continuidad mediante matrices en cada una de las unidades (celdas) en la que se ha discretizado el sistema a simular. Pueden ser utilizados para modelar y simular diferentes procesos: de flujo, de transporte de masa y de transporte de calor. Además,

existen tres de los más conocidos métodos básicos o aproximaciones mediante los cuales puede resolverse la ecuación de la continuidad: Diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos.

**Modelo Estocástico:** Modelo estadístico en el que para una entrada dada de datos siempre dará un resultado diferente, como resultado de los componentes probabilísticos operando en el sistema.

**Modelo Estadístico:** Modelo matemático basado en el análisis estadístico de datos obtenidos por una red de monitoreo. Un ejemplo de un modelo estadístico está dado por el pronóstico de las concentraciones de un contaminante en las horas siguientes; como una función estadística de las mediciones actuales y la correlación entre estas mediciones y las tendencias de las concentraciones del contaminante.

**Modelo Euleriano:** Modelo de Caja en el que se simula el movimiento de entrada y salida del flujo en una zona de estudio, mediante una interpolación hecha a partir de datos de entrada.

**Modelo Físico:** Modelo que reproduce a escala un fenómeno natural. El problema que presenta es que el comportamiento de los materiales utilizados, así como su escala, no refleja en muchos casos el comportamiento natural real. Es decir, un modelo físico no puede relacionar directamente las emisiones con la calidad del fluido, ni considerar simultáneamente una extensa gama de condiciones meteorológicas, bióticas y antrópicas.

**Modelo Gaussiano:** Modelo que tiene por hipótesis de partida que las concentraciones de contaminante en cualquier punto considerado flujo abajo están estabilizadas y no dependen del tiempo. Este modelo mayormente describe el comportamiento de los gases/vapores de fuerza ascensional neutra, dispersados en la dirección del fluido y arrastrados a la misma velocidad.

**Modelo Lagrangiano:** Modelo de Caja, en el que se simula el movimiento de un diferencial de fluido y los cambios que ésta experimenta debido al movimiento. La diferencia básica entre el modelo Lagrangiano y el Euleriano es que en el caso del primero, el sistema de referencia está fijo con respecto a un punto, mientras que en el segundo, el sistema de referencia (diferencial de fluido) sigue el movimiento del flujo dominante. Cada una de las dos aproximaciones es una descripción válida de la difusión turbulenta, y la aplicación de cada una de éstas depende de las características de la situación en cuestión.

**Modelo Matemático:** Representación matemática de los fenómenos físicos y químicos por medio de ecuaciones de la dinámica de un sistema. Actualmente, los modelos matemáticos son utilizados para ayudar a predecir el impacto ambiental en el entorno, por lo tanto, es necesario definirlo mediante un conjunto de ecuaciones, representando, a través de parámetros, lo que puede ocurrir en la naturaleza respecto al tiempo o al espacio. Es el tipo de modelo más importante para la ciencia y la tecnología. Es útil para la comunicación, la educación y el diseño. Tiene gran capacidad de síntesis.

**Modelo Matemático Continuo:** Modelo que Emplea señales continuas, y se caracteriza mediante ecuaciones diferenciales.

**Modelo Matemático de Optimización:** Modelo que trata de identificar un óptimo (por lo general, el óptimo global) del problema, es decir, busca la mejor de las alternativas posibles. Está basado en las técnicas de programación matemática. Se pueden distinguir tres enfoques distintos: modular secuencial, global u orientado a las ecuaciones y modular simultáneo.

**Modelo Matemático de Parámetros Concentrados:** Modelo cuyas variables parametrizan las relaciones que constituyen los componentes del sistema y se asumen independientes de una coordenada, es decir, los parámetros están concentrados en una variable independiente. Los modelos matemáticos de parámetros concentrados pueden ser modelados mediante Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO).

**Modelo Matemático de Parámetros Distribuidos:** Modelo cuyas variables parametrizan las relaciones que constituyen los componentes del sistema y están distribuidas en diferentes coordenadas, es decir, dependen de 2 ó más coordenadas. Los modelos matemáticos de parámetros distribuidos pueden ser modelados mediante Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP).

**Modelo Matemático Determinístico:** Modelo que expresa la relación entre entradas y salidas mediante una ecuación exacta. Simulan los procesos relacionados con la contaminación del aire y agua. Está basado generalmente en las ecuaciones de conservación de masa de cada contaminante. Puede ser: modelo de trayectoria (direccional), modelo de caja (área de control), y modelo de malla (área fijada: híbrida o anidada).

**Modelo Matemático Dinámico:** Modelo que incorporan el tiempo como variable o como parámetro fundamental.

**Modelo Matemático Discreto:** Modelo que trabaja con señales muestreadas, y queda descrito mediante ecuaciones en diferencias.

**Modelo Matemático Empírico:** o *modelo matemático experimentales*. Modelo relativamente fáciles de obtener y usar, tienen poca penetración física ("cajas negras"), son más exactos que los teóricos (tan exactos como se desee), tienen validez limitada (según punto de operación, condiciones, etc.).

**Modelo Matemático Estático:** Modelo que no utilizan la variable de tiempo.

**Modelo Matemático Estocástico:** Modelo que posee un cierto grado de incertidumbre. Se define mediante conceptos probabilísticos o estadísticos.

**Modelo Matemático Estructural:** Modelo definido por las estructuras de datos sobre las que actuarán el modelo funcional.

**Modelo Matemático Evaluativo:** Modelo de evaluación que corresponde a medir las diferentes alternativas, y así poder comparar los resultados de ellas. Este tipo de modelo corresponde a los denominados árboles de decisión.

**Modelo Matemático Funcional:** Modelo que captura la semántica asociada a los cambios de estado de forma fácil e intuitiva. El valor de cada atributo se modificará dependiendo de la acción ocurrida, de los argumentos del evento y del estado actual del objeto de interés.

**Modelo Matemático Lineal:** Modelo que clasifica los resultados de una manera lineal, es decir que los puntos descritos tienden a un comportamiento lineal.

**Modelo Matemático Mixto:** o *Cajas grises*. Modelo cuya estructura se obtiene de manera teórica y algunos de sus parámetros se obtienen a partir de datos experimentales.

**Modelo Matemático No Lineal:** Modelo argumentado en que de presentarse asimetrías fuera de la muestra de estimación, que no pueden ser recogidas por una especificación lineal, un modelo no-lineal es la herramienta adecuada para la predicción.

**Modelo matemático Predictivo:** Modelo que informa el comportamiento de la variable en un futuro, es decir, lo que debería ser. Predice el valor de un atributo (etiqueta) de un conjunto de datos, conocidos otros atributos (atributos descriptivos). A partir de datos cuya etiqueta se conoce se induce una relación entre dicha etiqueta y otra serie de atributos. Esta forma de trabajar se conoce como aprendizaje supervisado y se desarrolla en dos fases: entrenamiento (construcción de un modelo usando un subconjunto de datos con etiqueta conocida) y prueba (prueba del modelo sobre el resto de los datos).

**Modelo Matemático Teórico:** o modelo matemático fenomenológico. Modelo obtenido a partir de leyes, tienen gran penetración física, generalmente son difíciles de obtener, son aproximados.

## **N**

**Norma:** Documento establecido por consenso y aprobado por un organismo reconocido, que proporciona, para un uso común y repetido, reglas, directrices o características para actividades o sus resultados, con el fin de conseguir un grado óptimo de orden en un contexto dado.

## **P**

**Parámetro:** Denominación de una cantidad o elementos de información que se utiliza como modificador o valor de comparación en las tareas precisas que debe realizar un programa: una rutina, subrutina o cálculo matemático. Se le puede asignar un valor diferente cada vez que el proceso se repite.

**Patología:** Rama de la medicina encargada del estudio de las enfermedades, de sus causas, mecanismos y efectos sobre el cuerpo.

**Porosidad:** Cantidad de agua que puede contener un suelo en función del tamaño de los huecos (poros) que hay en la roca o el sedimento.

**Precisión:** Capacidad de un instrumento de dar el mismo resultado en medidas diferentes realizadas en las mismas condiciones. Esta cualidad debe evaluarse a corto plazo. No debe confundirse con exactitud ni con reproducibilidad.

**Predicción:** Estado de cosas o relación entre objetos o acontecimientos que se esperan o diseñan en base a condiciones conocidas o entendidas; se encuentra en una expresión del tipo "si... entonces...".

**Principio:** Concepto general orientador para las ordenaciones de los recursos naturales, generalmente elaborado en el marco de acuerdos globales o leyes.

**Programa:** Conjunto de instrucciones dirigidas al computador para que esta lleve a cabo una secuencia de acciones con el objetivo de realizar una o más operaciones que permitan solucionar un problema.

**Pulpa:** Fluido que contiene sólidos finos suspendidos en un líquido (generalmente agua).

## **R**

**Regla:** Aquello que debe ser cumplido por estar así convenido de forma colectiva.

**Relave:** o *tail* (inglés). Residuo o mezcla de mineral molido con agua y otros compuestos químicos, que queda como resultado de haber extraído los minerales sulfurados en el proceso de flotación o lixiviación. Este residuo, también conocido como cola, es transportado mediante canaletas o cañerías hasta lugares especialmente habilitados o tranques, donde el agua es recuperada o evaporada para quedar dispuesto finalmente como un depósito estratificado de materiales finos (arena y limos).

**Restricción *hard*:** Restricción que no es posible violar.

**Restricción *soft*:** Restricción en la que está permitida su violación, si ello conlleva a una mejora sustancial, tanto en el modelo como en el procedimiento de optimización.

**Río:** Corriente natural de agua que fluye con continuidad. Posee un caudal considerable y desemboca en el mar, en un lago o en otro río, en cuyo caso se denomina afluente. Cuando el río es corto y estrecho recibe el nombre de riacho, riachuelo o arroyo.

## **S**

**Sedimentación:** Proceso de acumulación de materiales después de haber sido erosionados y transportados. Es el último proceso de la morfogénesis. Las características de los depósitos dependen de la naturaleza del agente de transporte.

**Simulación:** Experimentación con un modelo de una hipótesis de trabajo. La experimentación puede ser un trabajo de campo, laboratorio o de gabinete (programas computacionales). Es usado para predecir cómo ciertas variables afectan a otras.

**Simulación Continua:** Simulación en la cual existen variables de interés que tienen un comportamiento continuo.

**Simulación Cualitativa:** Simulación que tiene por objeto principalmente el estudio de las relaciones causales y las tendencias temporales cualitativas de un sistema, así como también la propagación de perturbaciones a través de un proceso dado. Sean valores cualitativos de una variable, a diferencia del valor número (cuantitativo), a su signo; ya sea absoluto, o bien con relación a un valor dado o de referencia. Son varios los campos de aplicación de la simulación cualitativa, como son los análisis de tendencias, supervisión y diagnóstico de fallas, análisis e interpretación de alarmas, etc.

**Simulación Cuantitativa:** Simulación que describe numéricamente el comportamiento de un proceso, a través de un modelo matemático del mismo. Para ello, se procede a la resolución de los balances de materia y cantidad de movimiento, junto a las ecuaciones de restricción que imponen aspectos funcionales y operacionales del sistema. La simulación cuantitativa abarca principalmente la simulación en estado estacionario y la simulación en estado dinámico.

**Simulación Determinística:** Simulación que emplea ecuaciones dependientes de parámetros y variables conocidas, es decir que no existe incertidumbre ni leyes de probabilidades, asociadas a las mismas.

**Simulación Dinámica:** Simulación que emplea modelos que plantean los balances en su dependencia con el tiempo. En este caso, el modelo matemático estará constituido por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) cuya variable diferencial es el tiempo, para el caso de modelos a parámetros concentrados. En caso contrario, se deberá resolver un sistema de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales, abarcando las coordenadas espaciales y la temporal (parámetros distribuidos).

**Simulación Discreta:** Simulación en la cual existen variables de interés que no tienen un comportamiento continuo. Existen numerosos procesos que sólo pueden simularse desde este punto de vista porque poseen características que contemplan ciertos eventos de interés.

**Simulación Estacionaria:** Simulación que implica resolver los balances de un sistema no involucrando la variable temporal, por lo que el sistema de ecuaciones deseará estudiar o reflejar en el modelo las

variaciones de las variables de interés con las coordenadas espaciales (modelos a parámetros distribuidos); entonces deberá utilizarse un sistema de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales (según el número de coordenadas espaciales consideradas). Por lo general, en simuladores comerciales se utilizan modelos a parámetros concentrados.

**Simulación Estocástica:** Simulación que emplea ecuaciones en las que ciertas variables estarán sujetas a incertidumbre, que podrá ser expresada por funciones de distribución de probabilidad. En este caso, por lo tanto, también los resultados del modelo, a través de la simulación, estarán asociados a una ley de probabilidad.

**Siniestro:** Ocurrencia de un daño o pérdida.

**Software:** Conjunto de programas que dirige el funcionamiento de un ordenador. Se puede describir como la parte lógica de un computador.

## **I**

**Talud:** Inclinación del paramento de un muro o de un terreno.

**Toxicidad:** Habilidad relativa de una sustancia para producir daño a un tejido biológico. La dosis administrada diferencia a un veneno de un remedio, la cantidad de una sustancia proporcionada a un organismo influye entre los dos efectos de tóxico y no tóxico o beneficioso.

**Tranque:** Depósito o cancha de relave.

**Turbulencia:** Cambio brusco de la velocidad y dirección de los flujos, provocada mayormente por obstrucciones naturales o artificiales a su paso y que da lugar a la formación de "remolinos".

## **V**

**Variable:** Estructuras de datos que, como su nombre indica, cambian a lo largo de la ejecución de un programa y contiene números o caracteres alfanuméricos y el programador le asigna un nombre único. La variable puede ser dependiente o independiente. La variable dependiente es una característica que generalmente refleja el comportamiento o estado de un sistema; la variable independiente está representada, generalmente, por dimensiones tales como tiempo y espacio. *Variable dependiente = f (variable independientes, parámetros, funciones de fuerza).*

**Volumen de control:** Volumen en el espacio en el cual se tiene interés, para un estudio en particular o para un análisis.

# **APÉNDICE F:**

## **Nomenclatura**

---

## NOMENCLATURA

$A$	Área transversal promedio del flujo de agua
$B$	Ancho promedio del río
$C$	Concentración de una sustancia contaminante dentro del volumen de control
$\bar{C}$	Concentración media de una sustancia contaminante dentro del volumen de control
$C_0$	Concentración inicial de la sustancia contaminante en el río durante el derrame
$C_{LMP}$	Concentración de la sustancia contaminante en su Límite Máximo Permissible de concentración (LMP), que equivale decir, la concentración de la sustancia contaminante a la salida del volumen de control
$C_{rel}$	Concentración de la sustancia contaminante en el relave proveniente del tranque
$C_{RIO}$	Concentración de la sustancia contaminante en el río antes del derrame de relave, normalmente debajo de la concentración LMP
$D_L$	Coefficiente de dispersión
$f(C,t)$	Función para aplicar el método Runge – Kutta de cuarto orden
$f(z,t)$	Función incógnita para las condiciones de frontera de la serie de Taylor
$H$	Profundidad promedio del río
$h$	Paso de iteración
$i$	0, 1, 2, 3,..., n
$K_1, K_2, K_3, K_4$	Constantes del método numérico Runge – Kutta
$L$	Longitud recorrida por los contaminantes solubles del relave en el río hasta que alcanzan la concentración LMP
$M$	Masa de la sustancia contaminante aportada al río
$m$	Flujo másico del río a la entrada y salida del volumen de control
$m_{D.T.}$	Flujo másico de la sustancia contaminante en el suelo
$m_{E.T.}$	Flujo másico de la sustancia contaminante en el río antes del derrame
$m_{P.T.}$	Flujo másico de la sustancia contaminante absorbido por los peces

$m_{rel}$	Flujo másico de relave derramado al río
$m_{RIO(1)}$	Flujo másico de río antes de ocurrir el derrame de relave
$m_{S.T.}$	Flujo másico de la sustancia contaminante al final de la dilución del mezclado con el agua de río en una longitud $z$ posterior al derrame
$m_{V.T.}$	Flujo másico de la sustancia contaminante que se volatiliza
$Pe$	Número de Péclet
$q$	Flujo definido como la masa de sustancia contaminante que atraviesa una unidad de área por unidad de tiempo
$Q$	Flujo volumétrico o caudal del río a la entrada y salida del volumen de control
$Q_{rel}$	Flujo volumétrico de relave derramado al río
$Q_{RIO(1)}$	Flujo volumétrico o caudal del río antes de ocurrir el derrame de relave
$R_r$	Velocidad másica por unidad de volumen por reacción química homogénea
$T$	Tiempo total de dispersión de la sustancia contaminante, considerado desde el derrame de relave hasta la dilución de la misma a una concentración LMP
$t$	Tiempo de dispersión de cada sustancia contaminante previo a la concentración LMP
$t_d$	Tiempo de derrame de relave
$t_p$	Tiempo de dispersión posterior al derrame de relave
$v$	Velocidad promedio del flujo de agua
$V$	Volumen de control del tramo que recorre el flujo de agua durante la dispersión de la sustancia contaminante
$V_{rel}$	Volumen de relave derramado al río
$z$	Longitud de dispersión de cada sustancia contaminante dentro del volumen de control
$\rho$	Densidad del agua de río
$\rho_{rel}$	Densidad de la pulpa del relave
$\pi$	3.1416
$\frac{d(\quad)}{d}$	Derivada de la variable dependiente respecto a la variable independiente
$\frac{\partial(\quad)}{\partial}$	Derivada parcial de la variable dependiente respecto a la variable independiente

## **ANEXOS**

### **ANEXO 1:**

**Antecedentes de derrames de relave**

### **ANEXO 2:**

**Plantas de cianuración en el Perú**

### **ANEXO 3:**

**Solución de la ecuación de Fick – Einstein**

## **ANEXO 1:**

### **Antecedentes de derrames de relave**

---

**Ejemplo: cuenca del Río Mantaro y Lago Junín <sup>[1]</sup>**

15. La cuenca del río Mantaro y el lago Junín posiblemente es el área geográfica mejor estudiada desde el punto de vista de los impactos ambientales generados por las minas ubicadas en esa región. También es una región minera sin igual en lo que se refiere a la escala de los problemas ambientales de origen minero, cuyos efectos se han acumulado durante siglos desde la época colonial. Un diagnóstico ambiental realizado en 1997 reportó serios daños a la calidad del agua y a los sustratos básicos del lecho de los cursos de agua por lo que la vida acuática ha sido virtualmente eliminada en todos los afluentes en la parte norte de la Cuenca del río Mantaro, incluyendo la parte norte del Lago Junín. En la parte sur de la cuenca la degradación de la calidad del agua ha sido tal que en algunos lugares el agua no sólo es letal para la vida acuática sino también inadecuada para el consumo humano y usos agrícolas. Entre otros impactos ambientales se identificó: drenaje ácido de las minas, canchas de relaves y botaderos de desmonte; sedimentos del drenaje de aguas de la mina, erosión de los botaderos de desmonte y las canchas de relaves; rebose de los depósitos de relaves; filtraciones a partir de los depósitos minero-metalúrgicos; daño a los recursos terrestres por emisiones atmosféricas en la ciudad de La Oroya (ver Tabla 1).

16.

**Tabla 1**  
**Cuenca del Río Mantaro y Lago Junín**  
**Impactos Ambientales Específicos causados por la Actividad Minero-Metalúrgica**

<b>Fuente/origen</b>	<b>Impactos ambientales</b>
Complejo Metalúrgico La Oroya – Emisión de aire y efluentes provenientes de los Complejos de Fundición y Refinería	Fuente más grande, y única, de carga de metales solubles contaminantes descargados al Río Mantaro
	Calidad del agua del Río Mantaro en la zona de La Oroya con niveles de metales pesados que exceden los estándares peruanos y del Banco Mundial para uso agrícola
	Descarga de grandes cantidades de SO <sub>2</sub> y partículas a la atmósfera.
Cerro de Pasco y Brocal– descarga ácida de la mina y del refinato de SX-EW hacia la Laguna Yanamate y la liberación de DAR de la cancha de relaves de Quiulacocha hacia el Río San Juan	Descarga combinada de drenaje ácido de mina y de refinato SX-EW (con un pH bajo y elevadas concentraciones de metales) en la Laguna Yanamate. Contaminación del lago Junín por aguas contaminadas del río San Juan.
Distrito de Morococha – Túnel Kingsmill	Drena agua ácida de mina de las cuatro minas subterráneas del Distrito de Morococha y es la fuente más grande de cargas ácidas y de metales que van hacia el Río Yauli. Flujos con velocidad de 1 a 2 m <sup>3</sup> /seg y efluentes con elevada cantidad de sólidos suspendidos y metales.
Carahuacra y San Cristóbal (Huaripampa) – Túnel Victoria	Drena agua de minas subterráneas las que contienen elevadas cantidades de sólidos suspendidos y metales. Segunda fuente puntual más grande de contaminación del Río Yauli.
Carahuacra – estabilidad de la cancha de relaves	Canchas de relaves localizadas adyacentes al Río Yauli y sostenidas por una pared con condiciones estructurales pobres en algunos lugares. En 1994, falla de esta cancha por una inundación y liberación de gran cantidad de relaves hacia el río.
Contaminación de Huarón y Animón desde los drenajes de la mina y los sedimentos – derrame de relaves	Huarón descarga drenaje de mina que contiene elevadas cargas de sedimentos y niveles de metales, a través del Túnel Paul Nevjans. Principal fuente de contaminación por sólidos del Río San José. Derrames anteriores de relaves y fallas de la presa han resultado en una gran contaminación del lecho del Río San José.
Cobriza - Descarga de Relaves	4650 tpd de relaves que contienen elevados niveles de metales y sólidos se descargan directamente en el Río Mantaro. Gran impacto en la calidad del agua del río Mantaro, el cual se extiende varios kilómetros aguas abajo.

Elaboración: propia

Fuente: Ministerio de Energía y Minas/Banco Interamericano de Desarrollo (1997)

<sup>[1]</sup> Tomado de TOLMOS, RAÚL. "Minería y Medio Ambiente en Perú". Pág. 5

El accidente sucedió en 1998 en una mina de plomo, zinc y cobre ubicada a 35 Km al oeste de Sevilla y operada por Boliden Aprisa. El derrame no tuvo consecuencias fatales ni heridos, ni se informó pérdida de ganado. El daño a las estructuras fue leve. En cambio, los efectos inmediatos y potenciales fueron severos para 50 pozos de irrigación en las planicies de inundación del río, disminuyendo la vida acuática fluvial. El derrame afectó la tierra agrícola y abarcó amplias zonas de aves migratorias.

La mina y concentradora están diseñadas para una producción de 4.1 millones de toneladas. La poza de relaves de 160 hectáreas fue construida entre 1977-1978 y se encuentra a orillas del río Agrio. En el momento del accidente la poza contenía 15 millones de metros cúbicos de relaves. En 1996 se realizó un estudio de estabilidad a cargo de expertos independientes y autoridades españolas y no se detectaron problemas. La poza era inspeccionada con regularidad por terceros y la última inspección se llevó a cabo dos semanas antes del accidente.

En la noche del 24 de abril de 1998, una falla a 14 metros bajo la presa, hizo que una sección de 60 metros del muro de contención se deslizara 60 metros hacia adelante creando una brecha por la que escapó agua y relaves. En unas cuantas horas 5,5 millones de metros cúbicos de agua ácida cargada de metales se derramó, inundando las riberas del río hasta una distancia de 40 Km aguas abajo. Un total de 4.634 hectáreas de terreno fueron afectadas, de las cuales 2.600 fueron cubiertas por relaves. La ola de inundación fue retenida por un muro de contención de emergencia construido entre las riberas del río, lo que impidió que las aguas contaminadas llegaran al cercano Parque Nacional Doñana.

Las operaciones de la mina y concentradora fueron detenidas de inmediato y la brecha en la presa fue taponada en 36 horas. Las autoridades prohibieron el uso de los pozos de agua y la tierra afectada. La empresa compró la cosecha de fruta en el área afectada y organizó varios grupos de trabajo para abordar la limpieza de los relaves derramados; asuntos legales; asuntos de

información; reanudación de las operaciones; y retiro del servicio de la presa fallada. La empresa no tenía suficiente personal en la mina por lo que llevó personal de otros lugares y recurrió a asesoría externa.

Se presentó a las autoridades un plan de limpieza que debía concluir antes de las lluvias de otoño. Se removieron los relaves y se trasladaron en camiones hasta un antiguo tajo abierto de Aznalcóllar para su eliminación. Se utilizaron varias vías públicas y rurales y cientos de camiones en el operativo; durante la operación de limpieza hubo cinco accidentes fatales en la carretera, comprobándose que las operaciones de limpieza también tienen sus propios riesgos. Después de terminada la limpieza se realizó un muestreo de suelos y una segunda fase de limpieza en 1999, en el que se limpiaron 45 pozos de agua. Se aprobó el uso del antiguo tajo abierto para depósito de los relaves y se reanudó la producción en mina.

Algunas lecciones de este caso, que pueden contribuir a la preparación para emergencias son las siguientes:

- La importancia de desarrollar relaciones antes de un accidente y no después, a fin de crear confianza, establecer responsabilidades, competencias y planes de acción.
- La necesidad de información interna y externa no puede sobrestimarse. La empresa, por ejemplo, asignó recursos importantes para los medios masivos de prensa. Asimismo, instaló un centro de información en un pueblo cercano, pero en retrospectiva, la empresa debiera haber sido más proactiva en suministrar información a la comunidad local.
- Hubiera sido beneficioso haber contado con una buena información de línea base para establecer antecedentes tales como niveles de concentración de metales en los suelos. Esto habría facilitado significativamente la evaluación de los efectos del accidente y del punto final de la limpieza.
- La necesidad de proveer apoyo y más información a los trabajadores sujetos a fuertes tensiones en momentos del accidente.



Recuadro 10  
**España:**  
**Falla en**  
**presa de**  
**relaves en**  
**mina de**  
**Aznalcóllar**

**DESASTRES RECIENTES:**

**CIANURO Y LA MINERÍA DE ORO**

Elaborado por: **Miguel Marsh**  
miguel@sdnhon.org.hn

Las empresas mineras nacionales e internacionales aseguran que la minería al cielo abierto es seguro y no presenta riesgos al ser humano, ni al medio ambiente. El proceso involucra la excavación de millones de toneladas de piedra y su trituración a un tamaño pequeño. A continuación esta broza está amontonada en canchas cubiertas con plástico y rociada con una solución que contiene cianuro. El cianuro capta químicamente los valiosos metales de oro y plata, tanto como los peligrosos metales pesados como plomo, cromo y mercurio. Esta solución está guardada en grandes piscinas, frecuentemente al lado de un río, antes de ser tratada para sacar el oro. Las empresas mineras admiten que el cianuro es sumamente tóxico y aún pequeñas cantidades pueden causar la muerte súbito en los seres humanos. Pero estas mismas empresas, que ganan millones de dólares al año con este proceso, aseguran que los accidentes son raros y los riesgos mínimos.

**Lastimosamente, la experiencia cuenta una historia distinta.**

Una investigación muestra que durante la última década, hubo no menos de once accidentes graves y docenas de accidentes menores involucrando cianuro en la minería de oro. Estos accidentes dejaron un saldo de doce muertos inmediatos, y contaminaron centenares de kilómetros de ríos en los Estados Unidos, Asia, África, Europa y América del Sur. Un solo accidente en Rumania en enero de este año mató 100 toneladas de peces y contaminó el agua potable de 2.5 millones de habitantes cuando una represa falló inundando un río importante con cianuro. Hace dos años un camión llevando cianuro a una mina se cayó de una puente en el país asiático de Kyrgyzstan y derramó más de 1,700 kilos de cianuro en un río dejando dos personas muertas, casi cien personas hospitalizadas y mil habitantes fueron tratados por varios problemas de salud. Y aún en los países industrializados como los Estados Unidos y España hubo accidentes graves. Descargas planificadas y fugas accidentales de cianuro y de metales pesados mataron toda la vida acuática por 27 kilómetros del Río Alamosa en Colorado, EE.UU., en 1992, y hasta ahora se ha gastado \$150 millón para limpiar la zona. En España se inundaron miles de hectáreas de tierras para cultivos y hubo una matanza masiva de peces cuando se derramó aproximadamente 1.3 billones de galones de desechos ácidos contaminados con cianuro.

Gradualmente varias comunidades están reconociendo los riesgos de cianuro. En Turquía el tribunal administrativo más alto del país dictó una prohibición contra el uso de cianuro en la minería al cielo abierto,

argumentando que los riesgos presentes lesionaron las garantías de salud integral y de protección del medio ambiente de la Constitución Turca. En los Estados Unidos los habitantes del Estado de Montana votaron una prohibición contra el uso de cianuro después de sufrir docenas de fugas tóxicas durante muchos años.

En San Andrés Minas, propiedad de Minerales de Occidente, (Banco Atlántida), ubicado en el Departamento de Copán, hasta mil toneladas de cianuro están consumidas al año. Una sola cucharadita de cianuro puede matar a una persona. Los desechos de cianuro y de metales pesados, (algunos como el plomo, cromo, cobre y cadmio son tan peligrosos como el cianuro, especialmente de largo plazo), están almacenados en cuatro piscinas al lado del Río Lara, un tributario al Río Higuito y Río Ulúa. Estas piscinas contienen más de 50 millones de galones de desechos y un accidente podría contaminar hasta el Departamento de Cortés. Las probables causas de un accidente son numerosas-un fallo de la represa deteniendo las piscinas, un fallo en el plástico cubriendo la cancha de rocío de cianuro, un accidente de transporte o un simple error de ser humano.

### **Honduras vale más que oro-No al Cianuro!**

## **DESASTRES RECIENTES CIANURO Y LA MINERIA DE ORO**

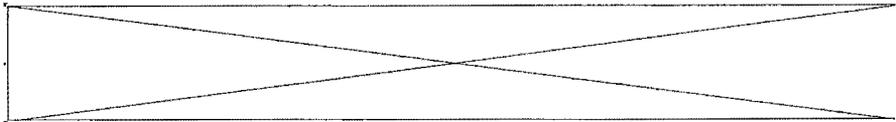
2000	Mina de Aurul, Bai Mare, Rumania	Cien mil metros cuadrados de agua contaminada con cianuro y metales pesados se fugaron al Río Tizsa, el segundo más grande del país, cuando se falló una represa diseñada para contener los desechos mineros. Después del accidente, se encontraron niveles de cianuro 700 veces más alto que la norma. Ochenta kilómetros del río fueron contaminados y hasta 40% de la vida biológica se murió. El agua potable de 2.5 millones de personas se contaminó. Casi 100 toneladas de peces muertos se han pescado del río. La represa fue diseñada por una inundación del nivel que pasa solamente cada 100 años, pero se falló debajo una inundación que pasa aproximadamente cada 50 años. La Organización Mundial de Salud (OMS), está preocupada por los altos niveles de metales pesados como plomo y cadmio que pueden ocasionar graves problemas de largo plazo. El costo de limpieza se estima en hasta \$250 millones.
2000	Mina de Tolukuma, Papua	Un helicóptero hizo caer una tonelada de cianuro de sodio mientras que volaba a la mina en marzo. Hasta 150 kilogramos de cianuro fueron perdidos

	Nueva Guinea	y presuntamente se disolvió en un bosque tropical.
1998	Mina de Kumtor, Kyrgyzstan	Un camión se cayó de una puente derramando 1,762 kilogramos de cianuro de sodio en el Río Barskoon. Los informes indican que dos personas se murieron envenenadas por cianuro, casi cien personas fueron hospitalizadas y mil habitantes buscaban ayuda médica. El gobierno busca \$8.4 millón en compensación por daños al medio ambiente.
1998	Mina de Homestake, South Dakota, USA	Muchos peces se murieron envenenados con cianuro cuando seis o siete toneladas de desechos se cayeron en la Quebrada Whitewood.
1998	Mina de Zinc Los Frailes, España	Una represa se cayó y hizo derramar aproximadamente 1.3 billones de galones de desechos ácidos hacia un río importante y sobre miles de hectáreas de tierras de cultivación. Hubo una matanza masiva de peces.
1997	Mina Cantera de Oro, Nevada, USA	Un fallo en la cancha donde se riegan cianuro sobre la broza provocó la fuga de un millón de litros de desechos conteniendo cianuro, contaminado dos quebradas.
1995	Mina de Oro Omai, Guyana	Se descargaron más de 3.2 billones de litros de desperdicios contaminados con cianuro hacia el Río Essequibo cuando se desplomó una represa. Un estudio por la Organización Panamericana de la Salud (OPS), mostró que se murió toda la vida acuática en la quebrada de 4 kilómetros que corre entre la mina y el Río Essequibo.
1994	Mina de Harmony, South Africa	Una represa minera abandonada se falló y un complejo de apartamentos se inundó con lodo contaminado con cianuro. Diez mineros se murieron.
1992	Mina de Oro Summitville, Colorado, USA	Descargas planificadas y fugas accidentales de cianuro y de metales pesados mataron toda la vida acuática por 27 kilómetros del Río Alamosa. Hasta ahora se ha gastado \$150 millón para limpiar la zona.
1990	Mina de Echo Bay, Nevada, USA	Novcientos (900) aves se murieron cuando bebieron agua de una piscina minera que contenía cianuro.
	Mina de Oro	Un derrame accidental de cianuro contaminó 80 kilómetros del Río Lynches y mató más de 11,000 peces.

1990	Brewer, South Carolina, USA	Es probable que la presencia de peligrosos metales pesados, frecuentemente encontrados con el cianuro, contribuyeron a la matanza.
1989	Mina de Richmond, South Dakota, USA	Residuos contaminados con cianuro mata 10,000 truchas en un río de los Cerros Negros de South Dakota.



src=" border="0" width="18" height="18" alt="Nedstat Basic - Web site estadísticas gratuitoEl contador para sitios web particulares">  
Contador gratuito



**Destacados**

"Hoy vivimos un fascismo soft"  
Crítico del sistema económico neoliberal,...



**Fotos del día**



REVISTA DE DERECHO PROCESAL  
NUMERO 20  
**DIARIO OFICIAL**  
DE LA REPUBLICA DE CHILE

LA NACIÓN  
**DOMINGO**

**Horoscopo**

**Fotos**

**Slipsumojos**

**Agregar a favoritos**

**Página de inicio**

**Contactenos**

**Intereses sumail**

**Subscripciones**

**Notificaciones**

**Modificar mis datos**

**Edición Impresa**



« VOLVER

## ALDEA GLOBAL

» MAS DE ESTA SECCION

**Último minuto**

Lunes 14 de febrero de 2005



Sin ley que regule cierre de faenas, minas y relaves están abandonados en gran parte del país  
**Las minas que nadie quiere**

La actividad minera en Chile no sólo reporta ganancias, también uno que otro pesar ambiental. El cierre de minas y el acopio de toneladas de relave no cuentan con una normativa que ordene la protección ambiental del entorno ni de la comunidad. Con ayuda internacional, el Servicio Nacional de Geología y Minería trabaja en dos proyectos para actualizar el número de pasivos ambientales mineros, analizar formas de remediación para el que lo necesite y generar estudios jurídicos que serán las primeras propuestas de una legislación.

Cecilia Yáñez  
La Nación

Para obtener una tonelada de concentrado de cobre -de la que sólo el 25% es utilizable- se deben generar 28 toneladas de relave, esto es, material de descarte o desecho formados por una suspensión de agua y roca molida.

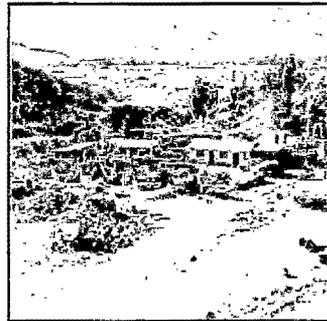
Son millones las toneladas de material basura que deja la extracción minera y que están acumulados en la cordillera o en los valles principalmente del norte de Chile. A ellos, se debe sumar las minas que están cerradas o abandonadas sin ninguna medida de seguridad. Todos ellos constituyen lo que se denomina el pasivo minero histórico, sitios que en más del 90% corresponde a minería de cobre, en su mayoría sin dueño y por el que hoy debe responder el Estado.

Si no están bien resguardados, estos pasivos podrían constituir una amenaza para la salud pública, el medio ambiente y las actividades humanas. De acuerdo a la Fundación Terram, puede haber riesgo de contaminación de las aguas y del suelo por filtración del material acumulado y por el arrastre del viento.

Un estudio realizado por el Servicio Nacional de Geología y Minería (Sernageomin), detectó que poco más del 50% de los 665 tranques de relave registrados, están abandonados sin cierre adecuado o remediación.

**La vieja minería**

La Comisión Chilena del Cobre (Cochilco) reconoce que la industria minera ha generado un importante pasivo ambiental. El ingeniero Krugger Montalbán, Jefe del Departamento de Ingeniería y Gestión Ambiental del Sernageomin, explicó que hoy la principal preocupación es el pasivo minero porque el 70% de las actual minería corresponde a inversiones extranjera que, traían sus propias políticas ambientales. "El otro 30%, es Codelco y Enami que ya se acogieron a planes de descontaminación así es que también se han adecuado a la normativa ambiental actual", dijo.



Del total de mineral extraído en una mina metálica, entre el 1 y el 2% corresponde al metal deseado. El resto es desecho: 50% estéril, 44% relaves y 4% escorias.

**DATOS**

Perú sí cuenta con ley de pasivos ambientales: si existe dueño responsable, debe asumir el costo del tratamiento. Si no tiene dueño, será cargo del Estado pero en forma progresiva.

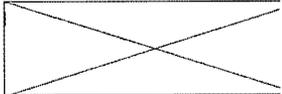
En mayo de este año, el Sernageomin realizará la Segunda Conferencia Internacional sobre Pasivos Ambientales Mineros. La idea: buscar un Marco Legal Regulatorio para los Residuos Históricos de la Industria Minera. Participaran, especialistas de Inglaterra, Estados Unidos y Australia, y otros expertos de Perú, Bolivia, Ecuador, Colombia, México.

12:36 | Buscan a sujeto que intentó atropellar a carabineros en La Reina

12:26 | Piñera reitera sospechas en comando de Lavín por reportaje

12:20 | Juez Muñoz concede libertad a Marco Antonio Pinochet, pero con consulta a la Corte

12:06 | Suma urgencia a proyecto sobre responsabilidad penal de



**Busqueda**

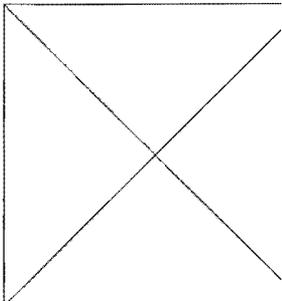


**Busqueda avanza**

**El Tiempo**

**Santiago**  
 Hoy: 13 / 19  
 Mañana: mín 6, máx 13  
 más TOUJOUJE  
 18 / 18  
 Regiones

**Indicadores económicos**



**POSESIONE EFECTIVAS**



**Entree Regional**



## PUERTAS

Abiertos

Estadísticas

Artículos

Cooperación

En Chile la actividad minera está en zonas remotas, donde no hay población, agricultura y cursos de agua importantes y eso baja las posibilidades de problemas ambientales, explicó Montalbán. Además, agregó, como los pasivos ya tienen varios años de abandono, de existir algún problema ya se habría conocido.

Sernageomin está trabajando en dos proyectos con ayuda de Alemania y Japón, para catastrar 200 faenas mineras abandonadas, analizar en qué condiciones están y plantear soluciones de remediación en caso de necesitarlos (ver recuadro).

Pero la Fundación Terram no está tan tranquila. Según ellos, en los relaves se han identificado sustancias como cobre, calcio, magnesio, sodio, potasio, sulfatos, pero también cadmio, arsénico y cianuro libre y algunos de ellos pueden impactar negativamente en la salud de las personas y del medio ambiente. Además, hacen hincapié en que la mayoría de los relaves antiguos se dispusieron según comodidad y economía de los dueños de la empresa minera.

Cristóbal Zolezzi, Coordinador del Programa Recursos Naturales del organismo, añade que "la peligrosidad no sólo tiene relación con la distancia entre faenas y centros poblados, porque en las zonas de baja población y baja pluviometría, el agua es un bien escaso y cualquier evento de contaminación tiene efectos en la comunidad".

El estudio de impacto ambiental que tienen las nuevas faenas, "señala únicamente que las empresas deben contar con un plan de cierre, pero no dice nada de cuáles son las condiciones mínimas para que este plan sea técnicamente apropiado para la faena en que se aplica", reclama Zolezzi.

### Para que no pague Moya

Sin ley específica, no hay un mecanismo de obtención de recursos ni la obligación de pagar de los responsables, una responsabilidad que hoy recae en el Estado.

Según explican en Sernageomin, remediar implica menos que la reparación del daño causado en el terreno y en el ambiente por la extracción, pero "remedia" a través de alguna acción el riesgo o posible riesgo que pudo causar la extracción del metal.

Además, este acto también implica fortalecer la competitividad de los productos que Chile exporta, y no sólo los mineros, por cuanto se uniría a los países que cumplen con los estándares ambientales internacionales cada vez más exigentes.

Zolezzi insiste en que respecto de normativas legales, Chile se encuentra muy atrasado. "Recién en el año pasado se modificó el Reglamento de Seguridad Minera, que obliga a tener plan de cierre para todas las faenas". A su juicio, las mineras están obteniendo un importante subsidio, una especie de "dumping ambiental".

En el Sernageomin ya tienen algunas ideas de cómo se podría conseguir el dinero para la remediación de los pasivos mineros. Se podría llegar a acuerdos voluntarios con las empresas o entregar incentivos tributarios para quienes aporten a la remediación.

El director nacional de esta entidad, Luis Sougarret, indicó que en algunos países se ha pedido un fondo de ahorro previo a las nuevas empresas mineras para remediar el pasivo histórico.

### Cooperación internacional

Desde 2002, Sernageomin participa de un proyecto con la Agencia de Cooperación Internacional de Japón (JICA) denominado Fortalecimiento de Capacidad Institucional en la gestión Ambiental Minera (FOCIGAM).

Durante cinco años, elaborarán una base de datos de las faenas abandonadas y cerradas, con trabajos en terreno, análisis químicos y capacitación. La idea es estudiar 200 pasivos mineros y elegir algunos para analizarlos y proponerles un plan de medidas de prevención de la posible contaminación.

En 2003 se firmó otro proyecto de cooperación con el Instituto Federal de Geociencias y Recursos Naturales de Alemania (BGR), llamado "Bases para la

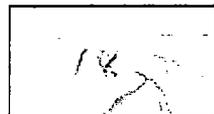
### Convocan a "marcha virtual" contra Pascua Lama

En una idea inédita en Chile, el Instituto de Ecología Política espera...

### Mico



### Mercado del placer



### Himen, más allá del mito de la virginidad

Aunque la exhibición de la sábana manchada con sangre sigue siendo una...

### Cultura y relatos



### Que el diablo se pignore

A sus 91 años, Hernán Núñez Oyarce es la mayor autoridad de la cueca brava,...

### Cartelera de cine



### La ciudad del pecado

Bienvenidos a la ciudad de policías corruptos, atractivas damas y vigilantes...

### A foco

### Geodesnudos

Los tonos cálidos del desierto. Cuerpos que se...



remediación de Pasivos Ambientales Mineros en Chile". Junto con la capacitación técnica, el trabajo busca encontrar las fórmulas para remediar los pasivos mineros históricos según la necesidad de cada uno.

### Protección del suelo

Actualmente, las mineras se rigen por normativas generales que tienen relación con la prevención de la contaminación del suelo, como el Código Sanitario, la Ley N° 19.300 de Bases del Medio Ambiente (responsabilidad por daño ambiental, que permite conseguir la restauración de sitios contaminados); el D.S.N° 86/70 de Minería que regula la construcción y operación de tranques de relaves y el D.L.N° 3.557/80 sobre protección agrícola.

### Malas experiencias en faenas activas

En los últimos años se han producido distintas situaciones de riesgo ambiental en faenas activas. Una de ellas ocurrió en 2002 a la minera Cobrex que desobedeciendo a Sernageomin siguió descargando en el tranque Talcuna 1, en el Valle del Elqui hasta que sucumbió, descargando ocho mil metros cúbicos de relave al río.

Otro caso que ocupó varias páginas en la prensa fue el de la mina Cerro Negro, ubicada en Cabildo, a 50 kilómetros de La Ligua, en la V Región.

Pese a que se suponía que los tranques estaban cerrados, la faena siguió descargando material en ellos. El 3 de octubre de 2003, se desprendió la pared de uno de ellos que contenía 300 mil toneladas de material rocoso. Alrededor de 50 mil toneladas escurrieron por las quebradas hasta llegar al estero Los Ángeles, que provee de agua a predios de la zona antes de desembocar en el río La Ligua.

<< VOLVER



**SUBDIRECTOR RESPONSABLE**  
RODRIGO DE CASTRO

**REPRESENTANTE LEGAL**  
FRANCISCO FERES NAZARALA

**EDITORA**  
MARIA PAZ MOYA

EMPRESA PERIODISTICA LA NACION  
AGUSTINAS 1269 CASILLA 81-D SANTIAGO  
TELEFONO: 787 01 00 FAX: 698 10 58

© EMPRESA PERIODISTICA LA NACION S.A., 2004. REGISTRO 136.898  
SE PROHIBE TODA REPRODUCCION TOTAL O PARCIAL DE ESTA OBRA, POR CUALQUIER MEDIO.

Sitio optimizado para verse en resolución mínima de 800x600.  
Browsers recomendados: IES y Netscape.



## **Catastrofe Ambiental en Elqui: desidia de autoridades**

- **En septiembre del 2001, en Carta Abierta a Intendente, organizaciones sociales y ambientales solicitaron implementación de medidas de seguridad. NO EXISTIÓ RESPUESTA.**
- **9 de abril del 2002, Conama y Sernagemin visitan la zona. NO SE ADOPTARON MEDIDAS DE SEGURIDAD.**
- **Esta tarde, representantes de OLCA visitan la zona.**

En una dramática situación de emergencia, resultado de una incomprensible desidia de las autoridades, se encuentran hoy las mil familias que habitan los poblados de Viñita Alta, Nueva Talcuna, Villa Marquesa y Marquesa, cuya agua de riego y consumo esta contaminada por el vertimiento de más de 8 mil metros cúbicos de material de relave.

Esta situación resulta inaceptable dadas las reiteradas advertencias y solicitudes de implementación de medidas de seguridad a la autoridad, por parte de los/as habitantes de la zonas afectadas, de organizaciones ambientales de la región y de OLCA.

Baste recordar que en septiembre del año pasado y tras la realización del *"Seminario - Taller Minería y Medio Ambiente en la Región de Coquimbo"*, que reunió a representantes de 10 comunidades y organizaciones afectadas por la minería, la Carta Abierta al Intendente (Renán Fuentealba) exigía en el sexto punto:

*"Que se implementen efectivas medidas de seguridad con respecto a la existencia de tortas de relaves mineros que amenazan la vida y la calidad de las aguas del Río Elqui, en los poblados de Viñita Alta, Nueva Talcuna, Villa Marquesa y Marquesa".*

Esta demanda nunca fue atendida, como tampoco lo fueron las exigencias de la comunidad a las autoridades de Sernageomin y Conama, quienes tras haber visitado la zona el 9 de abril pasado y confirmar el uso ilegal del tranque luego de que su vida útil terminara en diciembre del 2001, nunca dieron una respuesta a la legítima preocupación de la población que hoy lamenta un desastre con incalculables costos sociales, ambientales y económicos.

Preguntamos a las autoridades regionales, ambientales y sectoriales ¿ahora, que ya ha ocurrido un desastre, podemos esperar una estricta aplicación de la normativa ambiental, fiscalización y voluntad política tendiente a respetar los derechos de las personas?, ¿habrá que esperar que sucedan accidentes con proyectos similares y ampliamente cuestionados en la región tales como los tranques de relave de Pelambres y Chepiquilla, Andacollo?

### **Comunicaciones OLCA**

## **ANEXO 2:**

### **Plantas de cianuración en el Perú**

---

## PLANTAS DE CIANURACIÓN EN EL PERÚ

En el Perú, según datos registrados en el Ministerio de Energía y Minas <sup>[1]</sup>, las Plantas de Cianuración en el Perú son 29, y son las siguientes:

Nº	Nombre	Departamento
1	Compañía Minera San Nicolás	Ayacucho
2	Compañía Minera Conlanso S.A.	Ayacucho
3	Minera Yanacocha S.A.	Cajamarca
4	Aurífera Igor S.A.	La Libertad
5	Compañía Minera Aurífera Marañón	Huánuco
6	Compañía Minera Poderosa S.A.	La Libertad
7	Pablo Tarnawiecki	La Libertad
8	Consortio Minero Horizonte	La Libertad
9	Minera Aurífera Retamas S.A.	La Libertad
10	Compañía Aurífera Real Aventura	La Libertad
11	Oblitas Herrera	La Libertad
12	Aurífera Marañón S.A.	Huánuco
13	Compañía Minera Aurífera Santa Rosa	La Libertad
14	Aurífera Koriyaqui S.A.	Ayacucho
15	Compañía Minera San Nicolás Otopa	Ayacucho
16	Compañía Minera Zorro Plateado S.A.	Ica
17	Aurífera Carolina del Sur S.A.	Ica
18	Compañía Minera Caravelí S.A.	Arequipa
19	Álvarez Sanz Claudio	Arequipa
20	Compañía Minera Aurífera Bonanza	Arequipa
21	Compañía Minera Santa Kame S.A.	Arequipa
22	Minera Belén S.A.	Arequipa
23	Inversiones Mineras del Sur	Arequipa
24	Minera Aurífera Calpa S.A.	Arequipa
25	Minera Laitaruma S.A.	Arequipa
26	Minas Ocoña S.A.	Arequipa
27	Molino de Oro S.A.	Arequipa
28	Minera Sucahuaylla S.A.	Apurímac
29	Compañía Minera Nueva California	Ancash

Fuente: Ministerio de Energía y Minas. "Guía Ambiental para el Manejo de Cianuro". 1995.

<sup>[1]</sup> MINISTERIO DE ENERGÍA Y MINAS. "Guía Ambiental para el Manejo de Cianuro". Pág. 1 – 2.

## **ANEXO 3:**

### **Solución de la ecuación de Fick - Einstein**

---

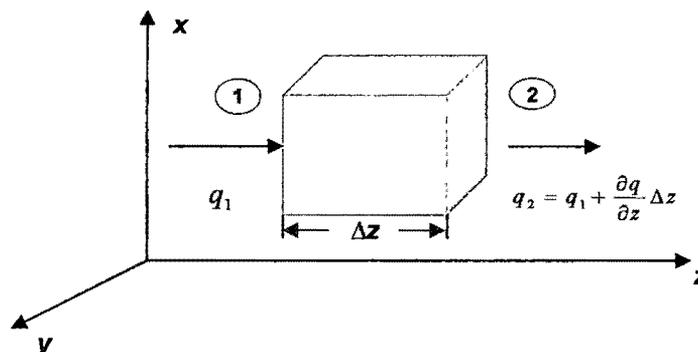
# SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE FICK - EINSTEIN

## 1º *Principio de conservación de la masa:*

El principio general de conservación de la masa es usado para la formulación de las ecuaciones de los diferentes constituyentes de importancia en el análisis hidrodinámico. En su forma más sencilla, estas ecuaciones definen la concentración de una sustancia contaminante. En sus formas más complejas, pueden incorporar su interacción con el medio. Los constituyentes básicos del análisis son cada una de las sustancias contaminantes, desarrollándose una ecuación de balance de masas según el caso. La ecuación de balance de masa es de fundamental importancia para explicar los cambios de concentraciones en el ambiente fluvial. El concepto se basa en la suposición de que la acumulación de masa en una unidad de volumen de agua es igual a la diferencia entre la masa de sustancia contaminante que entra y la que sale de ese volumen de agua, tal y como se muestra en la ecuación (1) e ilustrada en la *figura A.1*:

$$\text{Acumulación} = \text{masa (entra)} - \text{masa (sale)} \quad (1)$$

Donde cada término de la ecuación está expresado en unidades de masa por tiempo [M/T]:



**Figura A.1: Volumen de control usado para desarrollar la ecuación de balance de masa, considerando únicamente los flujos en la dirección z.**

La ecuación de balance de masa descrita anteriormente se desarrolla considerando los flujos de entrada y salida en un volumen de control. Para simplificarlo se asume que el flujo es espacialmente uniforme, de tal manera que la velocidad y el volumen no cambian con el tiempo. Finalmente, se considera únicamente que el flujo viaja en dirección  $z$ , despreciando los flujos en  $x$  y en  $y$ . Haciendo esto, se asume que la concentración varía solamente en sentido del flujo ( $z$ ) y que la masa de la sustancia contaminante está uniformemente distribuida en la sección transversal del flujo. La primera ecuación describe el cambio de masa con respecto al tiempo, y viene dada por la ecuación (2):

$$\text{Acumulación} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\partial m}{\partial t} \quad (2)$$

Donde  $m$  es la masa y  $t$  es el tiempo. Si la masa es igual a la concentración por el volumen y asumiendo el volumen constante, tenemos en la ecuación (3):

$$\text{Acumulación} = V \frac{\partial C}{\partial t} \quad (3)$$

Donde  $V$  es el volumen [ $L^3$ ] y  $C$  es la concentración de la sustancia contaminante [ $M/L^3$ ]. El lado derecho de la ecuación (1) está desarrollado considerando el flujo de la sustancia contaminante analizada a través de las superficies **1** y **2** en la *figura A.1*. El flujo  $q$  está definido como la masa de sustancia contaminante que atraviesa una unidad de área por unidad de tiempo. El flujo que entra en el volumen de control es  $q_1$  y el que sale es  $q_2$ . Cabe notar que  $q_2$  es igual al flujo que entra en el volumen de control ( $q_1$ ) más el cambio del flujo dentro del volumen de control, como se puede apreciar en la ecuación (4):

$$q_2 = q_1 + \frac{\partial q}{\partial z} \Delta z \quad (4)$$

Donde  $\Delta z$  es la longitud del volumen de control [ $L$ ].

Si ahora se consideran los flujos individuales debido a la advección y la dispersión, el flujo advectivo en el volumen de control (a través de la superficie **1**) es igual al producto de la velocidad advectiva,  $v$  [L/T], y la concentración de la sustancia contaminante en la superficie **1** ( $C_1$ ):

$$\text{flujo entra}_{\text{advectivo}} = q_{1\text{advectivo}} = v \cdot C_1 \quad (5)$$

Empleando la ecuación (5), el flujo advectivo que sale del volumen de control (a través de la superficie **2**) es:

$$\text{flujo salida}_{\text{advectivo}} = q_{2\text{advectivo}} = v \cdot C_1 + v \cdot \frac{\partial C}{\partial z} \Delta z \quad (6)$$

Donde  $C_2$  es la concentración del soluto en la superficie **2**.

Los flujos debido a la dispersión se desarrollan considerando la ley de dispersión de Fick, que establece que el flujo de masa debido a difusión molecular es proporcional al gradiente de concentración ( $dC/dz$ ). Esta ley puede ser usada para describir el flujo de masa dispersiva, y está dada por:

$$q_{\text{dispersivo}} = -D_L \cdot \frac{\partial C}{\partial z} \quad (7)$$

Donde  $D_L$  es una constante proporcional conocida como coeficiente de difusión [L<sup>2</sup>/T].

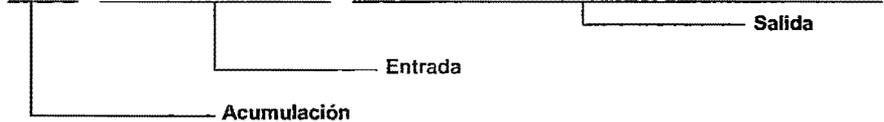
El flujo dispersivo que entra y sale del volumen de control, es tal y como se demuestra en las ecuaciones (8) y (9):

$$\text{flujo entra}_{\text{dispersivo}} = q_{1\text{dispersivo}} = -D_L \left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_1 \quad (8)$$

$$\text{flujo sale}_{\text{dispersivo}} = q_{2\text{dispersivo}} = -D_L \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_2 = - \left[ D_L \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_1 + D_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \Delta z \right] \quad (9)$$

Se asume que cada sustancia contaminante será considerada como sustancia conservativa, es decir, que no sufren reacciones que disminuyan o incrementen la masa.

Una ecuación diferencial correspondiente a la ecuación (1) puede ensamblarse usando los términos de acumulación y flujos descritos anteriormente, las ecuaciones (3), (5), (6), (8) y (9) se combinan para dar:

$$V \frac{\partial C}{\partial t} = \left[ AvC_1 - AD_L \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_1 \right] - \left[ AvC_1 + Av \frac{\partial C}{\partial z} \Delta z - AD_L \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_1 - AD_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \Delta z \right]$$


(10)

Donde  $A$  es la sección transversal del flujo [ $L^2$ ]. Puesto que cada flujo está especificado en base a una unidad de área, los flujos se multiplican por  $A$  para obtener las unidades usadas en la ecuación (1) [ $M/T$ ]. Empleando la relación  $V = Az$ , la ecuación (10) queda simplificada de esta manera:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = -v \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} + D_L \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial z^2} \quad (11)$$

Esta es la ecuación de advección – dispersión unidimensional propuesta por Taylor con coeficientes constantes ( $v$  y  $D_L$  son constantes en el tiempo y en el espacio) y describe la variación espacial y temporal de una sustancia contaminante con concentración media  $\bar{C}$ .

2° **Modelamiento matemático del vertido instantáneo de sustancias contaminantes a un río.**

Sin embargo, existen soluciones cerradas de la ecuación **(11)**, donde las soluciones son curvas del tipo gaussiano descrito por la clásica ecuación de Fick – Einstein, si se considera la situación simplificada de flujo uniforme, para el cual tanto  $v$  como  $D_L$  son constantes.

$$\begin{aligned} z = \infty, t > 0; C = C_{RIO} \approx 0 \\ z = 0, t > 0; \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \\ z = 0; t = 0; C(z, t) = \frac{M}{A} \cdot f(z, t) \end{aligned}$$

Donde:

$C_{RIO}$  Concentración de la sustancia contaminante en el río antes del derrame de relave, normalmente debajo de la concentración LMP

$M$  Masa de la sustancia contaminante aportada al río

$A$  Área transversal promedio del flujo de agua

$f(z, t)$  Función incógnita

Una consideración importante para el desarrollo de la ecuación **(11)** es asumir que se tratan de partículas simples en un mismo sistema coordinado, sin embargo, los movimientos de partículas simples son mutuamente independientes. Entonces, partiendo de:

$$C(z = \infty, t > 0) = 0 \quad \text{y} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} C(z, t) dz = \frac{M}{A} \quad (12)$$

El problema, el cual acorde con el problema de difusión y convección puntual, es ahora completa y matemáticamente definida por la solución:

$$C(z,t) = \frac{M}{A} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t}} \cdot e^{-\left[\frac{(z-vt)^2}{4D_L t}\right]} \quad (13)$$

Se tiene para condiciones iniciales consistentes en el aporte instantáneo (pulso) de una masa **M** de contaminante en el punto  $z = 0$  del curso <sup>[1]</sup>:

$$C(z,t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi D_L t}} \cdot \exp\left[-\frac{(z-v \cdot t)^2}{4D_L t}\right] \quad (14)$$

**Ecuación de Fick - Einsten**

La ecuación (14) o ecuación de Fick – Einstein viene a ser el resultado de la propuesta de *Albert Einstein (1922)* sobre el movimiento browniano de las partículas en un medio a partir de la segunda ley de Fick (1855) involucrando, además, el transporte advectivo concerniente a la entrada o salida de la sustancia desde el volumen de control con la velocidad de la corriente del medio.

<sup>[1]</sup> EINSTEIN, ALBERT. "*Investigations on the Theory of The Brownian Movement*". Pág. 16.