

†.1 / 621.3815 / P 78

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO



ESCUELA DE POST GRADO

Sección de Post Grado de la Facultad de Ciencias Económicas

MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA
UNIVERSITARIA

005



LA PARADOJA CIRCUITAL Y SUS
APLICACIONES

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE
MAESTRO

PRESENTADA POR:

RICARDO MODESTO PORTUGAL VERA

CALLAO - ENERO - 2002

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

ESCUELA DE POST GRADO

Sección de Post Grado de la Facultad de Ciencias Económicas

MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA

UNIVERSITARIA

**LA PARADOJA CIRCUITAL Y SUS
APLICACIONES**

JURADO EXAMINADOR :

PRESIDENTE : Mag. Víctor L. Gutiérrez T.

SECRETARIO : Mag. Felix A. Guerrero R.

MIEMBRO : Mag. Víctor J. Veliz B.

MIEMBRO : Mag. R. Vidal Guzman

Asesor de Tesis : Mag. Carlos A. Choquehuanca S.

Así como existen contradicciones en el ser humano, cuando no hay una relación biunívoca o perfecta entre lo que piensa, dice y hace; así también, los entes inertes, tal como los circuitos eléctricos, no son ajenos a contradicciones, por ello se ha probado teórica y experimentalmente la existencia de la Paradoja Circuital

Cuando se necesitan resultados de gran precisión, no existe nada que pueda superar la habilidad experimental y creativa del hombre

**A la memoria de mi Sra. madre, Balbina Vera
Gamarra Viuda de Portugal:**

Quien con sus gestos y actitudes en el quehacer diario de la vida familiar, me enseñó como toda abnegada maestra, que tuvo el poder de modelar no sola la vida sino también el espíritu de los seres más perfectos que pueblan el universo que, “el hombre que da sin que se lo pidan, ya de por sí es grande”.

**Para mi Sra. esposa, Martha B. Urdanivia
Abarca y mis hijos Julio Víctor, Ricardo Arturo y
Lisset:**

Quienes se han convertido en una voz de aliento y esperanza, y su presencia me ha permitido levantarme por encima de las dificultades con fe, esperanza y optimismo, con el firme propósito de ofrecer un futuro mejor, al servicio de la razón de existir de esta nuestra Casa Superior de Estudios, la Universidad Nacional del Callao.

**Sea esta hermosa oportunidad para testimoniar
mi afecto y mi más profundo agradecimiento a
mis amigos, colegas y maestros:**

Mag. Colonibol Torres Bardales, y

Mag. Carlos Choquehuanca Saldarriaga.

**que a través de sus enseñanzas, han permitido
allanar y dilatar el horizonte de la Metodología
de la Investigación Científica, en la Universidad
Nacional del Callao.**

**Con el sentimiento más grande y hermoso, que
sólo los seres más perfectos que pueblan el
universo, pueden forjar en la fragua de la
amistad, para mi colega, amiga y maestra:**

Lic. Rosa Mesías Ratto

**Quien ha demostrado en el quehacer académico
universitario, que el amor y el cariño pueden más
que los lineamientos pedagógicos y andragógicos,
haciendo de la didáctica universitaria algo
agradable y placentero, para el sujeto del
aprendizaje.**

PRESENTACIÓN

Hacer de la disciplina y el esfuerzo una constante, simplifica el enorme trabajo de interpretación, de investigación, y de aplicación de los distintos fenómenos físicos y matemáticos, así como del análisis de la lectura de sus elaboradas y a veces complicadas ecuaciones que traen como consecuencia los contrastes teórico y experimental.

Aquí tengo que mencionar algunos de los trabajos e investigaciones recientes, efectuados por el Ing Ricardo M. Portugal Vera:

- a) “Estudio de la frecuencia de excitación de la onda cuadrada a fin de observar en el O.R.C¹ las respuestas de los circuitos R.L.C²”
- b) “Ortogonalización de las funciones en el dominio del tiempo, usando el símbolo tensorial DELTA DE KRONECKER”
- c) “Interpretación física y experimental de los Conceptos de Tensión cero y Corriente Cero”, y
- d) “La paradoja Circuital y sus aplicaciones”.

Y, su último proyecto de investigación:

- e) “Nueva Metodología para demostrar la Ecuación de Euler”.

Por lo expuesto, tal como lo señalé en su libro de Algebra Vectorial, le solicito al autor que su imaginación no se detenga, para tener así la oportunidad de convocar a estudiantes, profesores y profesionales, a la cruzada del análisis y de la investigación.

Con el abrazo al Maestro, les aconsejo a todos los lectores que dejemos en nuestras bibliotecas un sitio para este material.

ING.HENRY LLERENA ESPINOZA

¹ O. R. C. = Osciloscopio de Rayos Catódicos.

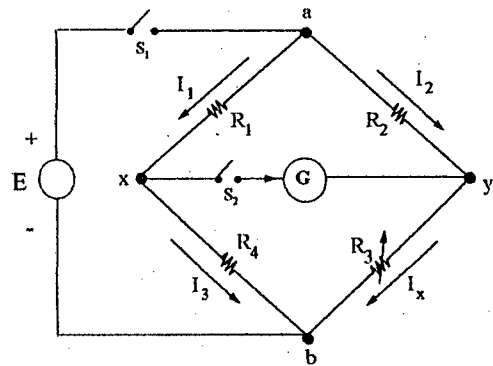
² R.L.C.: Circuito serie formado por una Resistencia, un Inductor de inductancia L y un Condensador.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación, titulado "LA PARADOJA CIRCUITAL Y SUS APLICACIONES", tiene como objeto de estudio al puente Wheatstone;

Para su desarrollo se han tenido que recurrir a nuevos conceptos tales como: el de tensión cero, corriente cero y la Paradoja Circuital, fenómenos eléctricos que no sólo ocurren en el puente Wheatstone en estado dinámico y en estado estático, sino también en otros circuitos; por tal motivo en electrotecnia sus aplicaciones son inmensas, en especial en electrónica de control,

Para probar teóricamente la existencia de estos nuevos conceptos, y sus correspondientes interpretaciones físicas, se ha hecho uso del marco teórico conceptual de referencia. Así en el circuito mostrado, se han obtenido: las ecuaciones que gobiernan a la corriente " I_{xy} " y la caída de tensión " V_{xy} ", tal como sigue:



$$I_{xy} = E \left[\frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 R_3 (R_2 + R_4) + R_2 R_4 (R_1 + R_3)} \right] \quad \text{y,} \quad V_{xy} = E \cdot \left[\frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_2 + R_4)(R_1 + R_3)} \right]$$

Ecuaciones que nos ha permitido formular la hipótesis, donde observamos que están planteadas tres variables endógenas: " V_{xy} ", " I_{xy} " y " R_3 ", y cuatro variables exógenas (parámetros): " E ", " R_1 ", " R_2 " y " R_4 ".

Para demostrar experimentalmente la existencia de los conceptos de tensión y corriente cero, se ha hecho uso de los circuitos "R-C" y "R-L", los cuales han sido excitados con una onda cuadrada, obteniendo las respuestas exponenciales de estos circuitos, de donde se han determinado las interpretaciones físicas de los elementos almacenadores de energía en el estado inicial y final.

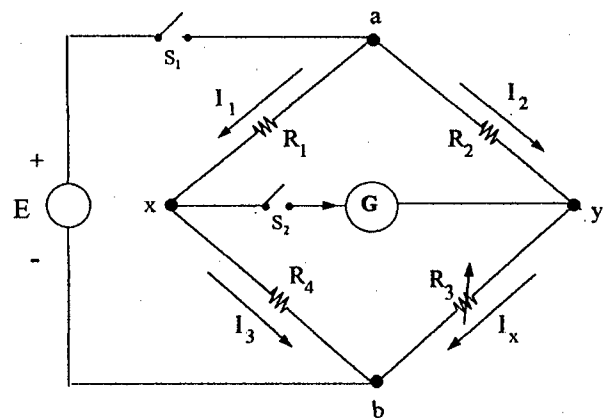
Así mismo, se han hecho aplicaciones de estos nuevos conceptos a los cuadripolos, para determinar sus parámetros y a los dipolos simétricos con simetría balanceada y de transferencia, para determinar la resistencia equivalente.

ABSTRACT

The present investigation work to entitle "The Paradox Circuital and your applications", have like object the study of bridge Wheatstone.

For this development it has been necessary to apply to new concepts thus as Voltage zero. Current zero and The Paradox Circuital, phenomenon electric that occur in the bridge Wheatstone in dynamic state and static state.

For probe theoretically the existence of these new concepts and your correspondent physic interpretation, it has been use of the mark theoretic from reference. Therefore the show circuit we obtain the equations that govern current I_{xy} and voltage V_{xy} thus as following:



$$I_{xy} = E \left[\frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 R_3 (R_2 + R_4) + R_2 R_4 (R_1 + R_3)} \right] \quad \text{y,} \quad V_{xy} = E \cdot \left[\frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_2 + R_4)(R_1 + R_3)} \right]$$

Equations that let us write the hypothesis, where we see the endogenous variables plantain: " V_{xy} ", " I_{xy} " and " R_3 ", and four exogenous variables as like: " E ", " R_1 ", " R_2 " and " R_4 ".

For experimental demonstration the existence of the concepts voltage and current zero it has been use of the circuit "R-C" and "R-L", their has been excited with square wave, obtaining exponential answers of these circuits, then we determine the physic interpretation of the storage elements of energy in both states: initial and ending.

Therefore it has been applications for quadripoles and get your parameters; besides the symmetric dipoles with balance and transfer symmetry, for show equivalent resistance.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación, es el fruto de la experiencia docente y de la investigación en la Universidad Nacional de Ingeniería, en donde como alumno publiqué dos libros: “ÁLGEBRA VECTORIAL” y “DERIVACIÓN DE VECTORES”. Afición que se incrementó aun más como docente, sitial que me permitió publicar manuales de laboratorio y realizar el trabajo de investigación titulado “INTERPRETACIÓN TEÓRICA - EXPERIMENTAL DE LOS CONCEPTOS DE TENSIÓN CERO Y CORRIENTE CERO, Y SUS DIFERENTES APLICACIONES A LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS DE CORRIENTE CONTINUA” aprobado mediante Resolución Rectoral N° 250-98-R del 01 de junio de 1998.

Otra importante investigación des la “APLICACIÓN DEL SÍMBOLO TENSORIAL DELTA DE KRONECKER $\left[\delta_n^m \right]$ EN LA ORTOGONALIZACIÓN DE FUNCIONES EN EL DOMINIO DEL TIEMPO”, que ha dado lugar a una nueva metodología que nos permite determinar con suma facilidad los coeficientes de Fourier de las series de Fourier en forma trigonométrica y de Fourier de las series de Fourier en forma exponencial, los valores eficaces.

Por esta razón, me permito afirmar que el presente trabajo, ha sido vulnerado desde hace buen tiempo; y ha sido enriquecido con los valiosos aportes y sugerencias de mi asesor el Mg. Carlos Choquehuanca Saldarriaga, y se ejecuta con miras a obtener el grado de Maestro en Investigación Científica y Docencia Universitaria, en el cual se ha probado teórica y experimentalmente la existencia de los nuevos conceptos de, **Tensión Cero**, **Corriente cero** y de **La Paradoja Circuitual**, teniendo como objeto de estudio el **Puente Wheatstone**. Aportes que no sólo permitirán enriquecer la asignatura de Análisis de Circuitos Eléctricos I y la electrotecnia en particular, sino a la ciencia en general.

No debe perderse de vista, que estos aportes emergen de las aulas universitarias de nuestra Casa Superior de Estudios, la Universidad Nacional del Callao.

De esta forma, estamos cumpliendo con el objetivo fundamental del trabajo de investigación, el cual es aportar nuevos conceptos al Análisis de Circuitos Eléctricos I, a la electrotecnia en particular y a la ciencia en general.

ÍNDICE

	Pág.
Pensamientos	3
Dedicatoria	4
Agradecimientos	5
Presentación	6
Resumen	7
Abstract	8
Introducción	9
Indice	10
Cap. I. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL DE REFERENCIA	14
1.1 Marco teórico	14
1.1.1 Ley de Ohm	14
1.1.2 Leyes de Kirchhoff	15
1.1.2.1 Primera Ley de Kirchhoff o Ley de las corrientes	15
1.1.2.2 Segunda Ley de Kirchhoff o Ley de las tensiones	15
1.1.3 Circuito equivalente	16
1.1.4 Teorema de Thévenin	16
1.1.5 Teorema de Máxima Tránsito de potencia	16
1.1.6 Ley de Faraday - Henry	16
1.1.7 Ley de Lenz	17
1.1.8 Ley de la conservación de la energía	17
1.1.9 Ley de Joule	17
1.1.10 Ley de la conservación de la carga	17
1.1.11 El Puente Wheatstone	17
1.1.12 Instrumentos de medición	18
1.2 Marco conceptual	19
Cap. II. DESCRIPCIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO: EL PUENTE WHEATSTONE	30
2.1 Interpretación física de tensión cero en circuitos activos lineales	30

2.2 Interpretación física de corriente cero en circuitos activos lineales	31
2.3 La disposición en puente	31
2.4 Análisis del puente Wheatstone de corriente continua	31
2.5 El nuevo Concepto de La Paradoja Circuital	35
Cap. III. PRUEBA TEÓRICA DE LOS CONCEPTOS DE TENSIÓN Y CORRIENTE CERO Y DE LA EXISTENCIA DE LA PARADOJA CIRCUITAL	37
3.1 Prueba teórica de la existencia del concepto de tensión cero: Circuito R-C	37
3.2 Interpretación física del concepto de tensión cero: Circuito R-C.	39
3.3 Interpretación física del concepto de corriente cero: Circuito R-C.	40
3.4 Prueba teórica de la existencia de los conceptos de corriente y tensión cero: Circuito R-L	40
3.5 Interpretación física del concepto de corriente cero: Circuito R-L.	43
3.6 Interpretación física del concepto de tensión cero: Circuito R-L.	44
3.7 Prueba teórica de la existencia de la Paradoja Circuital : El puente Wheatstone	44
3.7.1 En redes activas lineales (R.A.L.)	44
3.7.2 En redes pasivas lineales (R.P.L.)	46
Cap. IV. PRUEBA EXPERIMENTAL DE LOS CONCEPTOS DE TENSIÓN Y CORRIENTE CERO Y DE LA EXISTENCIA DE LA PARADOJA CIRCUITAL	49
4.1 Prueba experimental de la existencia del concepto de tensión cero: Circuito "R-C"	49
4.2 Prueba experimental de la interpretación física del concepto de tensión cero.	50
4.3 Prueba experimental de la existencia del concepto de corriente cero: Circuito R-L.	51
4.4 Interpretación experimental del concepto de corriente cero	51
4.5 Prueba experimental de la existencia de la Paradoja Circuital :	

El puente Wheatstone	52
4.5.1 El puente Wheatstone en estado dinámico	52
a) Puente Wheatstone no simétrico.	53
b) Puente Wheatstone simétrico.	54
4.5.2 El puente Wheatstone en estado estático	55
a) El Puente Wheatstone no simétrico.	55
b) El Puente Wheatstone simétrico.	56
Cap. V APLICACIÓN DE LOS CONCEPTOS DE TENSIÓN Y CORRIENTE CERO Y DE LA PARADOJA CIRCUITAL	58
5.1 Simetría de redes eléctricas de dos pares de terminales	58
5.1.1 Simetría balanceada	58
5.1.2 Simetría de transferencia	59
• Tipos de simetría en redes eléctricas con dos pares de terminales	59
• Dipolo con simetría física	59
• Sustento de los elementos activos y pasivos, para la aplicación de simetría física	60
⇒ Para elementos pasivos	60
⇒ Para elementos activos	60
b-1) Fuentes de tensión	60
b-2) Fuentes de corriente	61
5.2 Aplicación de los conceptos de tensión y corriente cero a las redes simétricas.	61
5.2.1. Dipolos con simetría eléctrica	62
5.2.2. Reglas aplicables a las redes simétricas, basadas en los conceptos de tensión y corriente cero	63
a) Ramas activas sin diferencia de potencial tensión cero	63
b) Nodos activos al mismo potencial	64
c) Corrientes de rama adyacentes, iguales y	

de igual sentido	64
5.3. Aplicación del concepto de la Paradoja Circuital .	64
5.4 Relación entre las variables de entrada y salida de los cuadripolos.	68
5.4.1 Relación entre las variables de entrada y salida de los cuadripolos	69
5.4.2 Determinación del número de combinaciones de las variables de un cuadripolo	69
5.4.3 Parámetros de los cuadripolos	70
5.5 Aplicación de los conceptos de tensión y corriente cero en la determinación de los parámetros de los cuadripolos de corto circuito y circuito abierto	71
5.5.1 Determinación de los parámetros de los cuadripolos	71
A) Parámetros resistencia o de circuito abierto	71
B) Parámetros conductancia o de corto circuito	74
C) Parámetros transmisión	76
◇ Utilización de los parámetros de transmisión, cuadripolos en cascada.	77
◇ Nueva metodología matricial para resolver circuitos eléctricos., usando cuadripolos conectados en cascada.	79
D) Parámetros de transmisión inversos	82
E) Parámetros híbridos	83
CONCLUSIONES y RECOMENDACIONES	85
a. CONCLUSIONES	85
b. RECOMENDACIONES	86
BIBLIOGRAFÍA	88
ANEXOS: APLICACIONES TECNOLÓGICAS	90
Anexo I Termistores y Detectores Resistivos de Temperatura (RTDs)	91
Anexo II Foceldas y Dispositivos Fotoeléctricos	95
Anexo III Transductores para Magnitudes Mecánicas de Traslación: Transductores de Alargamiento	98

CAPITULO I

MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL DE REFERENCIA

1.1 Marco teórico

1.1.1 Ley de Ohm

Permite establecer que la relación entre las variables caída de tensión (V_R) y corriente (I) en un resistor, son lineales. Esta proporcionalidad directa fue descubierta experimentalmente por el físico alemán Georg Simon Ohm (1789-1854). Se la expresa matemáticamente por,

$$V_R = R.I$$

En consecuencia, no es una ley es un enunciado empírico.

Más tarde con el apoyo de la teoría electromagnética, formulada por el físico escocés James Clerk Maxwell (1831-1879), y publicada en 1865, se le demuestra teóricamente, convirtiéndose a partir de esa fecha en un conocimiento científico.

La ley de Ohm, se le representa en la Fig. (1-1) mediante el siguiente modelo físico del resistor,

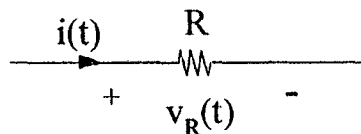


Fig. (1-1)

Observe los signos de la caída de tensión en el resistor, el positivo es por donde entra la corriente $i(t)$, y negativo por donde sale.

1.1.2 Leyes de Kirchhoff

Estas leyes están constituidas por:

- La ley de las corrientes, denominada primera Ley de Kirchhoff, y
- La ley de las tensiones, denominada segunda Ley de Kirchhoff.

1.1.2.1 Primera Ley de Kirchhoff o Ley de las Corrientes

Esta ley esta sustentada por el principio de la conservación de la carga, establece que:

La suma algebraica de las intensidades de corrientes que se dirigen a cualquier nodo de una red activa es cero.

Matemáticamente se le expresa por:

$$\sum_{x=1}^{x=N} i_x(t) = \sum_{y=1}^{y=M} i_y(t)$$

Donde "N" es el número de corrientes que entran al nodo y "M" el número de corrientes que salen de él.

1.1.2.2 Segunda Ley de Kirchhoff o Ley de las corrientes

Esta ley esta sustentada en los campos conservativos o irrotacionales, que dan lugar a la integrales de línea independientes de la trayectoria, por esta razón también se le conoce con el nombre del **teorema de la trayectoria**. Siempre debe tenerse presente que este teorema es simplemente una manera particular de enunciar el principio de la conservación la energía en circuitos eléctricos. Establece que:

En toda malla cerrada, la suma algebraica de las fuerzas electromotrices (f.e.m.) de las fuentes de tensión, es igual a la suma algebraica de caídas de tensión.

Matemáticamente se le expresa por:

$$\sum \text{fem} = \sum R \cdot i(t)$$

En ambas leyes hay que tener en cuenta los signos algebraicos de las corrientes y tensiones, y el convenio de signos usados en cada caso particular.

1.1.3 Circuito equivalente

Dos circuitos son equivalentes si al aplicar un conjunto de tensiones (o intensidades) a los terminales correspondientes de los circuitos, las corrientes (o tensiones) resultantes son idénticas para terminales correspondientes de los circuitos.

1.1.4 Teorema de Thévenin

Cualquier red activa, por más complicada que sea, y que este conformada por elementos pasivos y activos, vista desde dos terminales cualesquiera "x" e "y", puede ser reemplazada por un circuito equivalente, conformado por una fuente de tensión " E_0 " en serie con una resistencia " R_0 ".

Donde " E_0 " es la tensión equivalente Thévenin, medida a circuito abierto entre los dos terminales cualesquiera "x" e "y"; y " R_0 " es la resistencia equivalente Thévenin, medida entre los terminales antes mencionados, una vez que la red activa se ha convertido en pasiva.

1.1.5 Teorema de Máxima Tránsito de Potencia

Este teorema se le enuncia de la siguiente forma: Un generador de fem. " \mathcal{E} ", transfiere la máxima potencia a una resistencia de carga " R_L ", cuando la resistencia de carga es igual a la resistencia interna del generador " R_g ".

1.1.6 Ley de Faraday - Henry

En un campo magnético variables con respecto al tiempo, se induce una fem. en cualquier circuito, la cual es igual a menos la derivada con respecto al tiempo del flujo magnético a través del circuito.

Matemáticamente se le expresa por,

$$\left[\varepsilon(t) = - \frac{d\phi_M}{dt} \right]$$

El signo menos se debe a la Ley de Lenz.

Se le denomina ley de Faraday - Henry, porque fue descubierta casi simultáneamente hacia 1830 por Michael Faraday y Joseph Henry, aunque trabajaban independientemente.

1.1.7 Ley de Lenz.

La corriente inducida aparece en un sentido tal, que se opone a la causa que lo produce.

Esta Ley fue propuesta por Heinrich Friedrich Lenz (1804-1865), y publicada en 1834.

1.1.8 Ley de la conservación de la energía

La energía no se crea ni se destruye sólo se transforma (Lavoiser).

1.1.9 Ley de Joule.

Esta ley es una manera particular de describir el principio de la conservación de la energía, en la cual la energía eléctrica se transforma en energía calorífica. Se le enuncia,

La energía eléctrica que se transforma en calor en un conductor de resistencia "R", cuando es recorrido por una corriente de intensidad "I", es

$$W = R I^2 t$$

En calorías, se le expresa por,

$$Q = 0.24 R I^2 t$$

teniendo presente que, $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 0.24 \text{ Cal/s}$ (1 vatio), en el sistema MKSA.

1.1.10 Ley de la conservación de la carga

En todos los experimentos que se han llevado a cabo desde siempre, se ha demostrado, que la carga neta es igual, antes y después de cualquier interacción.

1.1.11 El puente Wheatstone

El circuito de la Fig. (1-1) es conocido como el puente Wheatstone. Fue sugerido primeramente por S. Hunter Christie en 1833, pero no mereció ninguna atención hasta que Charles Wheatstone lo aplicó a la medida de resistencias en 1843.

Desde entonces ha llegado a ser una de las más valiosas formas de circuito en el campo de las mediciones eléctricas. Y es empleado ampliamente en muchas aplicaciones.

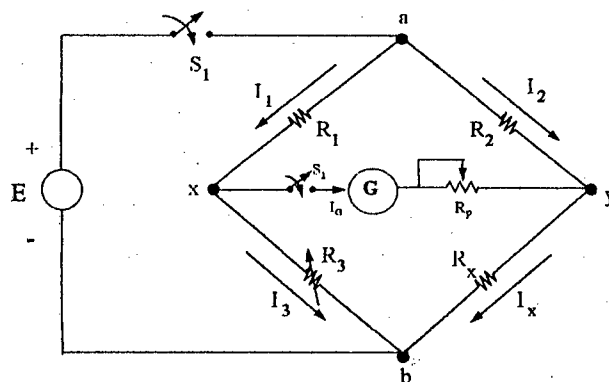


Fig. (1-1)

No está limitado a la medición de resistencias, y los cuatro brazos pueden estar contruidos por una variedad diferentes elementos de circuito.

Desde cierto punto de vista, consiste en un circuito construido por elementos de circuito, conectados entre cuatro nodos de todas las maneras posibles.

1.1.12 Instrumentos de medición

Los instrumentos de medición eléctricos son instrumentos que acusan con determinada exactitud, por medio de una aguja o índice, o un haz de luz, que se desplaza sobre una escala graduada, el valor de la magnitud eléctrica medida.

Podemos considerar que el instrumento de medición esta compuesto de dos sistemas: a) transductor y b) indicador.

Por lo general, el sistema transductor esta compuesto por un circuito eléctrico, en el cual la magnitud de medida se convierte en otra que actúa

sobre el sistema indicador. Cuando el valor y la naturaleza de la magnitud medida permite que ésta se aplique directamente al sistema indicador, el sistema traductor es necesario.

1.2 Marco conceptual

01. Energía potencial de una carga de prueba en un punto de un campo eléctrico

La energía potencial, es el trabajo realizado en contra de la fuerza ejercida sobre la carga de prueba, situada en un punto de un campo eléctrico, cuando se trae la carga desde el infinito hasta el punto en consideración.

En el sistema MKSA racionalizado, su unidad se expresa en voltios.

02. Potencial eléctrico

Es la razón de la energía potencial de una carga de prueba, al valor de su carga, o sea, es la energía potencial por unidad de carga.

Su unidad en el sistema MKSA racionalizado, es el voltio.

03. Rama eléctrica

En electrotecnia y análisis de circuitos eléctricos, se define rama eléctrica a la que esta conformada por uno ó varios elementos pasivos (resistor, inductor ó capacitor), conectados en serie.

04. Potencial de tierra

La tierra en electrotecnia o análisis de circuitos eléctricos, esta definida como un punto o nodo arbitrario de referencia, que se asume que posee potencial cero.

Permitiéndonos medir a partir de él, el potencial de los demás nodos, del circuito.

Al nodo tierra en electrotecnia, se le denota por la letra "g". O sea, el potencial de tierra es cero voltios ($V_g = 0$).

05. Diferencia de potencial entre dos puntos de una rama "ab"

La diferencia de potencial entre dos puntos "a" y "b" de un campo eléctrico es, por definición el trabajo realizado para desplazar la unidad de carga eléctrica positiva del punto "a" al punto "b", en contra de las fuerzas del campo.

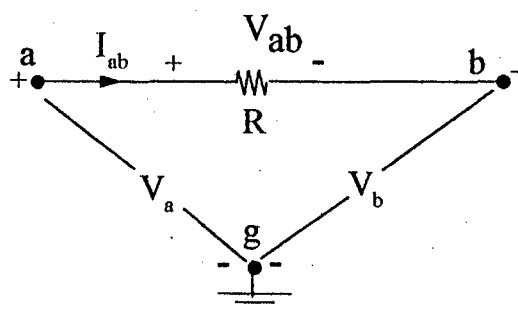


Fig. (1-2)

La diferencia de potencial o caída de tensión en una rama "ab" de un circuito, se le denota por

$$"V_{ab} = V_a - V_b"$$

Ver Fig. (1-2).

Donde el potencial del nodo "g" ó tierra es cero, ($V_g = 0$), o sea que,

$$V_{ag} = V_a - V_g = V_a, \text{ o también, } V_{bg} = V_b - V_g = V_b.$$

Los términos diferencia de potencial y caída de tensión, en el presente trabajo de investigación, se emplean como sinónimos.



06. Potencial cero o Diferencia de potencial cero

Sí el potencial de los puntos "a" y "b" son iguales ($V_a = V_b$), entonces decimos que la diferencia de potencial entre los puntos "a" y "b" es cero ($V_a - V_b = V_{ab} = 0$), o la caída de tensión entre los puntos en consideración, es cero, o también, se dice que los puntos "a" y "b" están a tensión cero o al mismo potencial.

En el presente trabajo de investigación, se demostrará teórica y experimentalmente, que la interpretación física del concepto de tensión cero es un corto circuito.

07. Fuerza electromotriz

La fuerza electromotriz (f.e.m.) se define como la energía que se suministra a la unidad de carga eléctrica, para hacerla circular desde puntos de menor potencial a puntos de mayor potencial.

La f.e.m. se mide por la diferencia de potencial entre los bornes o terminales de la fuente de tensión, cuando se encuentra a circuito abierto, es decir cuando no entrega corriente eléctrica a la resistencia de carga (R_L) o circuito eléctrico en general.

En el sistema MKSA racionalizado la unidad correspondiente es el voltio.

A la fuerza electromotriz de las fuentes de tensión, se les denota por la letra "ε".

08. El voltímetro

Es un instrumento eléctrico que sirve para medir la fuerza electromotriz (ε) de las fuentes de tensión; la caída de tensión en los elementos pasivos y diferencial de potencial entre dos puntos cualesquiera de un circuito eléctrico activo.

Para llevar a cabo estas mediciones, el voltímetro es conectado en paralelo, en los circuitos activos. La resistencia interna de un voltímetro es grande del orden de los Kilo ohmios ($K\Omega$).

09. Corriente eléctrica

Se dice que existe corriente eléctrica $[i(t)]$ en un conductor, cuando existe variación de la carga eléctrica $[q(t)]$ con respecto al tiempo, ó sea

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Si la carga eléctrica está en culombios y el tiempo en segundos, la corriente eléctrica se expresa en amperios, en el sistema MKSA racionalizado. La corriente eléctrica se mide con un amperímetro.

10. Corriente cero en un circuito activo

Una corriente eléctrica es cero en una rama de un circuito activo, cuando no existe variación de la carga con respecto al tiempo.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = 0$$

La interpretación física de este fenómeno eléctrico, es una la resistencia equivalente que tiende a infinitos ohmios ($R_{eq} \rightarrow \infty \Omega$), razón por la cual no permite la circulación de la corriente eléctrica.

En el presente trabajo de investigación de le ha denominado **Concepto de corriente Cero**, cuya interpretación física es un circuito abierto.

11. El amperímetro

Es un instrumento eléctrico que sirve para medir la corriente eléctrica en una rama o en un elemento de un circuito activo.

Al amperímetro se le conecta en serie con el elemento o rama que se desea medir su corriente.

La resistencia interna de un amperímetro es pequeña del orden de los ohmios, con la finalidad de no cargar al circuito, en el cual se esta midiendo la corriente eléctrica..

12. Nodo

Es el punto de un circuito eléctrico donde convergen dos o más ramas eléctricas, de un circuito.

El circuito eléctrico puede estar en estado activo o pasivo.

13. El óhmetro

Es un instrumento eléctrico que sirve para medir la resistencia eléctrica de los resistores.

Para medir la resistencia de los resistores, estos deben encontrarse en estado pasivo, conectándose el óhmetro en paralelo con el resistor que se desea medir su resistencia. El óhmetro sólo se usa para medir resistencia o resistencias equivalentes de un circuito, cuando este se encuentra solamente en estado pasivo.

Se debe tener presente que, el óhmetro no se utiliza en circuitos eléctricos en estado activo o energizados.

15. Resistencia eléctrica cero en una rama pasiva

Si una rama eléctrica o circuito esta desactivado o sea no circula corriente eléctrica, se dice que está en estado pasivo; entonces para medir su resistencia eléctrica se utiliza el óhmetro.

La resistencia de la rama o circuito es cero, sí el instrumento (hómetro) indica cero ohmios.

14. Resistencia eléctrica cero en una rama activa

Se dice que una rama eléctrica se encuentra en estado activo, si el circuito al cual pertenece se encuentra energizado.

En este estado, se denomina resistencia cero de una rama eléctrica, cuando la caída de tensión a través de la rama activa es cero voltios, o sea los extremos de la rama están al mismo potencial, a pesar que circula corriente eléctrica por la rama en referencia.

La interpretación física de una rama activa que posee diferencia de potencial cero, es un cortocircuito. Esto es lo que hemos denominado **el concepto de Corriente Cero**, en el presente trabajo de investigación.

Este fenómeno eléctrico lo probaremos en forma teórica y experimental, .

15 Estado de equilibrio dinámico del puente Wheatstone

Se dice que el puente Wheatstone de la Fig. (1-3), se encuentra en estado de equilibrio dinámico, cuando en él ocurre lo siguiente:

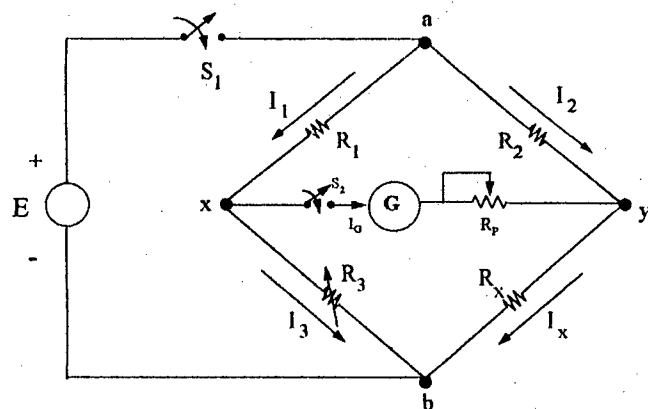


Fig. (1-3)

- El galvanómetro indica corriente cero ($I_G = I_{xy} = 0$), y
- La diferencia de potencial entre los nodos “x” e “y” es cero ($V_{xy} = 0$).

16. Estado de equilibrio estático del puente Wheatstone

Se dice que el puente Wheatstone [ver Fig. (1-4a) y Fig. (1-4b)], se encuentra en estado de equilibrio estático, cuando:

- Las resistencias equivalentes, medidas entre los terminales “m” y “n” y “p” y “q”, de los circuitos pasivos mostrados en la Figuras (1-4a) y (1-4b), tienen el mismo valor.

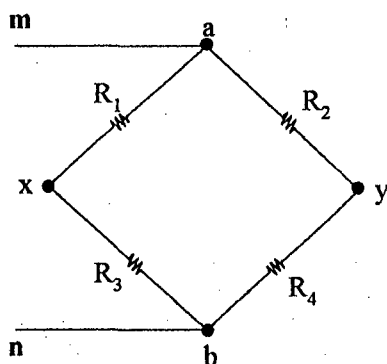


Fig. (1-4 a)

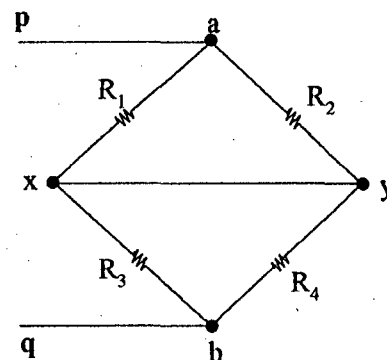


Fig. (1-4 b)

- Este fenómeno eléctrico, permite demostrar en forma experimental, la existencia de la **Paradoja Circuital**; una vez que se interpreten teórica y físicamente los conceptos de **tensión y corriente cero**.

17. Red activa lineal (R.A.L.)

Se dice que una red eléctrica se encuentra en estado activo, cuando la conforman elementos activos (fuentes de tensión y fuentes de corriente) y elementos pasivos (Resistor, Inductor y/o Capacitor).

18. Red pasiva lineal (R.P.L.)

Se dice que una red eléctrica se encuentra en estado pasivo, cuando esta conformada solamente por elementos pasivos (Resistor, Inductor y/o Capacitor).

Se debe tener presente que sólo en este estado, se puede hacer uso del óhmetro, para realizar mediciones de resistencia y de resistencias equivalentes.

19. Dipolo pasivo y resistivo

Se denomina dipolo eléctrico a la red pasiva lineal (R. P. L.), conformada solamente por elementos pasivos, que se muestra en Fig. (1-5), y que posee dos

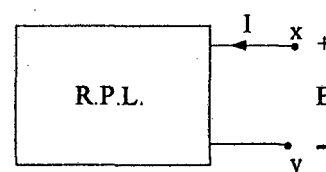


Fig. (1-5)

terminales accesibles (“x” e “y”), llamados polos, entre los cuales podemos aplicar un estímulo “E” y evaluar una respuesta.

Si la red de dos terminales no involucra ningún elemento activo (fuentes de energía), entonces estamos frente a un DIPOLO PASIVO.

Si además de esto, él o los elementos que conforman el DIPOLO son sólo resistencias, entonces decimos que tenemos un DIPOLO PASIVO RESISTIVO.

A estos circuitos también se les conoce como redes de dos puertos y siguen siendo redes pasivas lineales (R.P.L.).

Un DIPOLO está caracterizado, cuando se conoce el comportamiento del mismo. Tal comportamiento sólo podemos conocerlo evaluando la respuesta correspondiente a un determinado estímulo.

20. Cuadripolo o red pasiva de dos puertos

Es el nombre con el cual se designa a la red pasiva mostrada en la Fig. (1-6), y que no necesita mayor explicación, puesto que se explica por sí

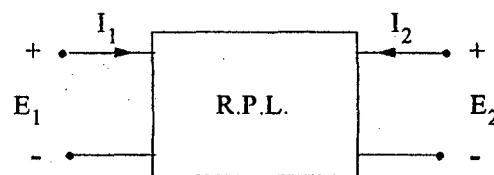


Fig. (1-6)

misma lo que constituye la forma física de la red (cuatro polos o bornes accesibles), de modo que en un par cualquiera de ellos podríamos aplicar un estímulo, con la finalidad de descubrir su comportamiento.

En un cuadripolo se identifican cuatro variables (dos voltajes y dos corrientes). Se usan “E₁” e “I₁” como variables en la entrada, del puerto “1”, y “E₂” e “I₂” como variables en la salida, del puerto “2”.

Ahora, sólo dos de las cuatro variables son independientes y la especificación de cualquiera de ellas determina las dos restantes. Por ejemplo, si “E₁” e “E₂” se especifican, entonces quedan determinadas “I₁” e “I₂”. La dependencia de dos de las cuatro variables en función de las otras dos se describen en varias formas, dependiendo de cuales sean las variables que se hayan seleccionado para ser independientes.

21. Medidas eléctricas directas

Son aquellas medidas en donde el resultado deseado, es obtenido inmediatamente en la forma de datos primarios.

22. Medidas eléctricas indirectas

Son aquellas medidas en que el resultado buscado es obtenido por cálculo a partir de datos primarios; como una operación separada, utilizando una fórmula o una ley física que relacione las cantidades medidas que se desea obtener.

Tal como ocurre para medir resistencias, por medio de una fórmula con el puente Wheatstone, cuando se encuentra en estado de equilibrio dinámico (el puente Wheatstone se encuentra energizado con una fuente de tensión), en este caso se hace uso del amperímetro; o , cuando se encuentra el puente en estado de equilibrio estático (el puente Wheatstone se encuentra sin fuente de tensión), en este caso se hace uso del óhmetro..

23. Medida eléctrica por el método de deflexión

Los métodos de medida por deflexión, son los métodos en que la deflexión de la aguja de un instrumento da la base para determinar la cantidad a medir (resistencia eléctrica, caída de tensión, diferencia de potencial, corriente eléctrica, etc.).

Este método de medida se usa tanto para los circuitos eléctricos en estado pasivo (óhmetro, megóhmetro etc.) como activo (voltímetro, amperímetro, etc.).

24. Medida eléctrica por el métodos de cero

Los métodos de medida de cero, son los métodos en que la indicación nula o cero de la aguja de un instrumento lleva a determinar la cantidad a medir a partir de otras condiciones definidas.

Este método de medida se usa en los circuitos eléctricos activos, con la finalidad de hacer uso de instrumentos eléctricos tales como voltímetro, amperímetro o galvanómetro.

25. Regla de la división de tensión o divisor de tensión

La caída de tensión en la resistencia “ R_1 ”, ver Fig. (1-7), de dos resistencias conectadas en serie (“ R_1 ” y “ R_2 ”), es igual a la diferencia de potencial entre los extremos de las dos resistencias (“ E ”), multiplicada por el factor de reducción [$R_1/(R_1+R_2)$]. Igualmente ocurre con la caída de tensión en la resistencia “ R_2 ”

$$V_{R_1} = \frac{R_1}{R_1+R_2} E \quad \text{y} \quad V_{R_2} = \frac{R_2}{R_1+R_2} E$$

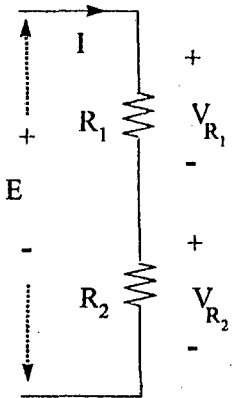


Fig. (1-7)

26. Regla de la división de corriente o divisor de corriente

La corriente que circula en la resistencia “ R_1 ”, ver Fig. (1-8), de dos resistencias conectadas en paralelo (“ R_1 ” y “ R_2 ”), es igual a la corriente total (“ I ”) que entra a las resistencia en paralelo, multiplicada por el factor de partición [$R_2/(R_1+R_2)$]. Igualmente se determina la corriente que circula por la resistencia “ R_2 ”.

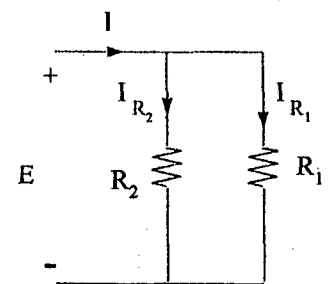


Fig. (1-8)

$$I_{R_1} = \frac{R_2}{R_1+R_2} I \quad \text{y} \quad I_{R_2} = \frac{R_1}{R_1+R_2} I$$

27. Osciloscopio de rayos catódicos (O.R.C.) u oscilógrafo

Es un dispositivo electrónico que sirve para observar las formas de onda periódicas instantáneas, en la pantalla del Osciloscopio de Rayos Catódicos, representativas de tensiones y corrientes, de un circuito determinado.

28. Topología de redes eléctricas

Para nuestros propósitos, la topología se refiere a propiedades relacionadas con la geometría del circuito. Esas propiedades

permanecen sin cambio, incluso si el circuito es doblado tomando otra forma, teniendo la precaución de que ninguna parte de él se corte y que no haga nuevas conexiones.

Topología proviene de la palabra “topos” que significa lugar y “logos” que significa tratado. La topología es la rama de la ciencia que encontró uno de sus mejores campos de aplicación en el análisis de Circuitos Eléctricos.

Con la finalidad de determinar el número de nodos y el número de mallas de un circuito eléctrico. Y, resolverlo por el método de los nodos o por el método de las mallas.

29. Álgebra topología

Es una serie de conceptos y procedimientos que nos permiten conocer el mínimo número de incógnitas independientes, necesarias para resolver un circuito eléctrico.

30. Gráfico o diagrama topológico

Es la representación de la red pasiva, en donde los nodos son puntos de unión y las ramas o brazos, segmentos de curva.

31. Árbol topológico

Es la parte del diagrama topológico en el que se unen los nodos con ramas del gráfico, pero sin formar trayectorias cerradas, lazos o mallas.

32. Mallas o Lazos topológico

Son trayectorias cerradas que aparecen a partir del árbol topológico, al aumentar cada una de las ramas que faltan para completar el gráfico de la red.

CAPITULO II

DESCRIPCIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO

EL PUENTE WHEATSTONE

2.1 Interpretación física de tensión cero en circuitos activos lineales

Dada la red activa lineal (R.A.L.) mostrada en la Fig. (2-1) y la rama "mn" que contiene una resistencia "R", en donde se han ilustrado en concordancia con la ley de Ohm, las variables: tensión "V" y corriente "I".

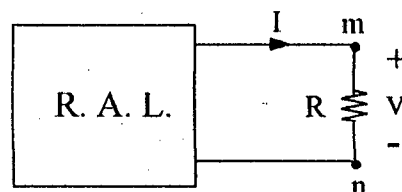


Fig. (2-1)

Supongamos en este caso, que la variable tensión o caída de tensión o diferencia de potencial (V) a través de la resistencia "R", tiene el valor de CERO voltios, esto es:

$$V = 0 \quad (2-1)$$

Por lo tanto, para que se cumpla la ley de Ohm;

$$0 = R \cdot I \quad (2-2)$$

y, puesto que estamos frente a una red activa lineal (R.A.L.), debe de existir la variable corriente ("I"). Por lo tanto, para que se cumpla la ecuación (2-2), el parámetro "R" tiene que tomar el valor de **cero ohmios**,

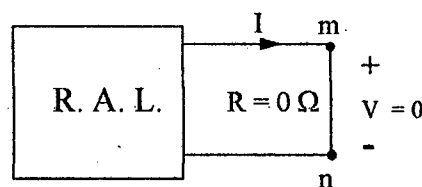


Fig. (2-2)

$$R = 0 \Omega \quad (2-3)$$

En consecuencia, esta es la interpretación física del fenómeno eléctrico de **tensión cero**, en redes activas lineales (R.A.L).

Al fenómeno eléctrico analizado, en el presente trabajo de investigación se le ha denominado **CONCEPTO DE TENSIÓN CERO**. Por lo tanto, la interpretación física del **concepto de tensión cero** en un circuito activo, nos da la licencia para, cortocircuitar la rama "mn", tal como se ilustra en la Fig. (2-2)

2.2 Interpretación física de corriente cero en circuitos activos lineales

Dada la red activa lineal (R.A.L.) mostrada en la Fig. (2-1) y la rama "mn" que contiene una resistencia "R", en donde se observan las variables tensión (V) y corriente (I).

Supongamos en este caso, que la variable corriente ("I") que circula a través del resistencia "R", tiene el valor de CERO amperios, esto es:

$$I = 0 \quad (2-4)$$

Por lo tanto, por la ley de Ohm, tenemos

$$0 = \frac{V}{R} \quad (2-5)$$

y, puesto que estamos frente a una red activa lineal (R.A.L.), debe de existir la variable tensión ("V"). En consecuencia, para que se cumpla la ecuación (2-5), el parámetro "R" tiene que tender a un valor de **infinitos ohmios**,

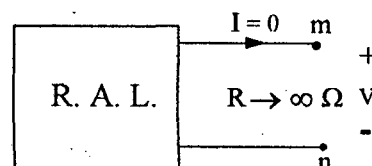


Fig. (2-3)

$$R \rightarrow \infty \Omega \quad (2-3)$$

En consecuencia, esta es la interpretación física del fenómeno eléctrico de **corriente cero** en circuitos activos lineales.

Al fenómeno eléctrico analizado, en el presente trabajo de investigación, se le ha denominado **CONCEPTO DE CORRIENTE CERO**. Por lo tanto, la interpretación física del **concepto de corriente cero** en un circuito activo, nos da la licencia para, abrir la rama "mn" (circuito abierto), tal como se ilustra en la Fig. (2-3).

2.3 La disposición en puente

La disposición en puente se muestra en el circuito de la Fig.(2-4). Los puentes son unos de los dispositivos más usados en el campo de las medidas eléctricas. Además las aplicaciones de los puentes se ramifican en un área extesísima. La disposición en puente no sólo se usa para medir parámetros de circuitos, sino también, se emplea en aplicaciones tales como sensibles instrumentos selectores, aparatos de control y en filtros.

Por otra parte, en muchos dispositivos eléctricos que no se consideran ordinariamente puentes, puede encontrare por un análisis cuidadoso que existe un puente. El puente de cuatro brazos es capaz de comparar por método de cero los elementos de sus cuatro brazos. El método del puente para determinar resistencias

inductancias, capacidades o inductancias mutuas, básicamente es un método de comparación. La posición en puente que aparece en la Fig. (2-4), consiste en cuatro brazos conectados en serie, en ciclo cerrado,, y numerados en sentido horario "1", "2", "3", "4". Una

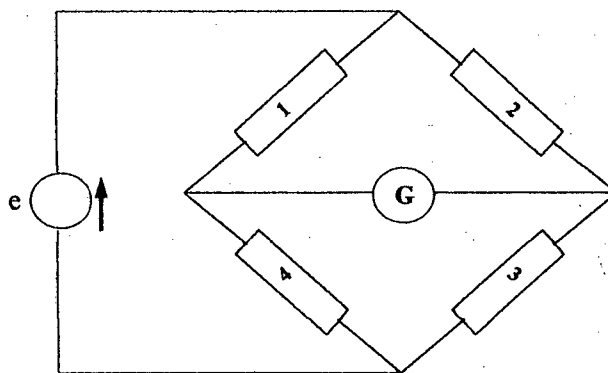


Fig. (2-4)

fuerza de tensión (e) se aplica entre las dos conexiones diagonalmente opuestas de los cuatro brazos y un detector "D" entre las dos restantes. Normalmente se emplea como detector un galvanómetro (G).

Cuando se usa el puente en medidas comparativas se varia uno o más parámetros hasta que el detector marque cero. Se dice entonces que el puente está en equilibrio (que nosotros le hemos llamado **estado de equilibrio dinámico**). Los parámetros variables pueden ser elementos de circuito contenidos en los brazos, o parámetros asociados a la fuente de energía, tales como la frecuencia. La magnitud que interesa conocer se establece a partir de las condiciones conocidas en que se obtiene el cero.

La forma más sencilla de puente es la llamada puente Wheatstone. Su fuente de energía es una batería, los cuatro brazos son resistencias y el detector es un

dispositivo sensible a la tensión o a la corriente. En la Fig. (2-5), la batería, de fuerza electromotriz "E", está en serie con la resistencia "R"; la resistencia del detector se designa por "R_G" (de galvanómetro), la resistencia del potenciómetro se designa por "R_p", y una de las resistencias de los brazos del puente, que llamamos "R_x", se determina usando el puente.

La condición de cero se halla fácilmente, sin obtener la solución general de la corriente del galvanómetro, imponiendo que la corriente en el galvanómetro sea cero ($I_G = 0$). Entonces pueden deducirse directamente las relaciones que deben

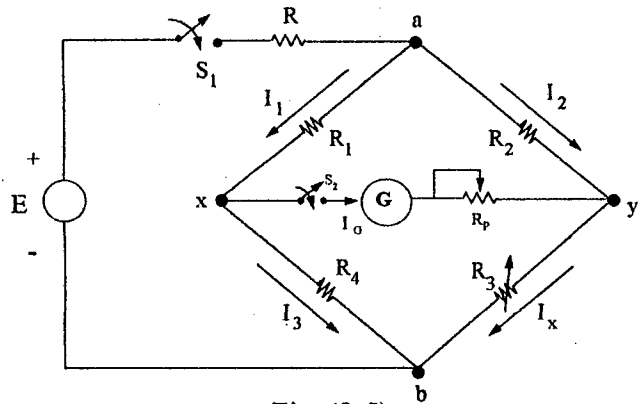


Fig. (2-5)

cumplir los parámetros. Si " $I_G = 0$ " la tensión entre los extremos de la rama del galvanómetro debe ser cero. Esto significa que la caída de tensión en "R₃" debe ser igual que en "R₄". También debe ser igual la caída de tensión en "R₁" con la que cae en "R₂". Expresando cualquiera de estas dos condiciones (que no son independientes, pues la suma de todas las caídas de tensión, recorriendo los cuatro brazos, debe ser cero) obtendremos la condición de cero. Así por ejemplo, la caída de tensión en "R₃" es

$$V_{xb} = \frac{R_4}{R_1 + R_4} E$$

la caída de tensión a través de "R₄" es:

$$V_{yb} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} E$$

Por análogo razonamiento, se deduce que

$$V_{ax} = \frac{R_1}{R_1 + R_4} E \quad V_{ay} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} E$$

Por lo tanto, la condición de cero se puede expresar de cualquiera de las formas

$$\frac{R_4}{R_1+R_4} E = \frac{R_3}{R_2+R_3} E \qquad \frac{R_1}{R_1+R_4} E = \frac{R_2}{R_2+R_3} E$$

multiplicando en cruz y simplificando se obtiene la condición de cero para ambos casos, esto es:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \qquad (2-4)$$

Hay que resaltar dos importantes propiedades del puente, la primera surge en el desarrollo de la condición de cero. La condición de cero se cumple cualquiera que sea el voltaje aplicado al puente. "E" es decir, en principio, el equilibrio es independiente de la corriente que recorren los brazos del puente. La segunda propiedad es que intercambiando el detector y el generador no cambia la condición de equilibrio³.

2.4 Análisis del puente Wheatstone de corriente continua

La aplicación más importante del método de cero, es en la medición de resistencias en el Puente Wheatstone; método que se utiliza para efectuar medidas rápidas. Este dispositivo fue sugerido primeramente por S. Hunter en 1833, pero no mereció ninguna atención,

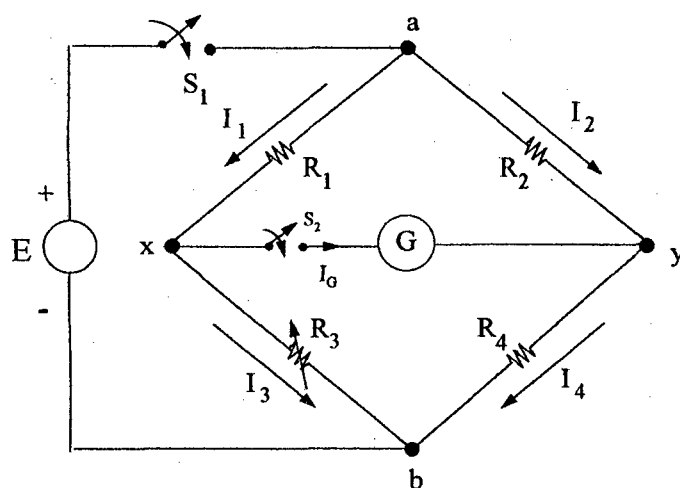


Fig. (2-6)

hasta que el físico inglés Charles Wheatstone, lo aplicó en 1843 para medir resistencias, No está limitado a la medición de resistencias, y sus cuatro brazos pueden estar contruidos por una gran variedad de diferentes elementos de circuito.

En la Fig. (2-6), se muestra el Puente Wheatstone, donde las resistencias "R₁", "R₂" son fijas y "R₃" es una resistencia variable, que se hace variar con la

³ FRANK, Ernest, Análisis de Medidas Eléctricas, 19679, p.p. 265 - 266.

finalidad de poner en estado de equilibrio dinámico al puente, lo cual ocurre cuando el galvanómetro “G” indica corriente cero y, “R₄” representa la resistencia desconocida, que se desea medir.

Para llevar a cabo esta medición se cierran los interruptores “S₁” y “S₂”, en esta condición, al circuito se le denomina **puente Wheatstone en estado dinámico**, luego se hace variar la resistencia “R₃” hasta que el galvanómetro indique medición cero; en este momento los nodos “x” y “y” están al mismo potencial ($V_{xy} = 0$), ó en otras palabras la caída de tensión entre “a” y “x” (V_{ax}) es igual a la caída de tensión entre “a” e “y” (V_{ay}). Así mismo, la caída de tensión entre “x” y “b” (V_{xb}) es igual a la caída de tensión entre “y” y “b” (V_{yb}). Puesto que la intensidad de corriente eléctrica que circula por el galvanómetro es cero ($I_G = 0$), en consecuencia la intensidad de corriente en la resistencia “R₁” es igual a la que circula por “R₄”, o sea “I₁”, y la intensidad de la corriente en la resistencia “R₂” es igual a la que circula por “R₃”, o sea “I₂”.

En consecuencia, en virtud de lo expuesto tenemos:

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \quad (2-5)$$

$$I_1 \cdot R_4 = I_2 \cdot R_3 \quad (2-6)$$

Dividiendo estas dos últimas ecuaciones, obtenemos

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \quad (2-7)$$

De donde, despejando “R₄”, tenemos:

$$R_4 = \frac{R_1}{R_2} R_3 \quad (2-8)$$

En consecuencia, como se conocen “R₁”, “R₂” y “R₃”, se puede determinar a partir de ellas “R₄”. A la ecuación (2-8), se le ha denominado **condición de equilibrio estático del puente Wheatstone**, que nos servirá para demostrar experimentalmente el nuevo concepto de la **paradoja Circuital**, estando el puente en estado pasivo. La **condición de equilibrio dinámico del puente Wheatstone**, se obtiene cuando el galvanómetro indicado cero.

2.5 El nuevo concepto de La Paradoja Circuital

Sea el puente Wheatstone que se muestra en la Fig. (2-6), el cual se encuentra en estado de equilibrio dinámico. Por lo expuesto anteriormente, podemos concluir lo siguiente:

- 1) Entre los nodos “x” e “y” no circula corriente ($I_{xy} = 0$), y
- 2) La diferencia de potencial entre los nodos “x” e “y” es cero ($V_{xy} = 0$).

En consecuencia, aplicando la interpretación física, de los conceptos de tensión y corriente cero, expuestos en las secciones (2-1) y (2-2), podemos concluir que los nodos “x” e “y” se encuentran a la vez:

- 1) En circuito abierto, y
- 2) En corto circuito.

Esta condición contradictoria, que presenta el puente Wheatstone tanto en **estado de equilibrio dinámico** como en **estado de equilibrio estático**, da lugar a lo que se le ha denominado en este trabajo de investigación, “**la Paradoja Circuital**”.

En consecuencia, la **Paradoja Circuital** la enunciamos en el puente Wheatstone en estado de:

a) **Equilibrio dinámico:**

“En todo puente Wheatstone en equilibrio dinámico, los nodos “x” e “y” se encuentran en corto circuito y circuito abierto a la vez”.

Esta condición de equilibrio dinámico, se utilizará en el laboratorio para la demostrar experimentalmente la existencia de la **Paradoja Circuital**, utilizando los conceptos de tensión y corriente cero.

b) **Equilibrio estático:**

“En todo puente Wheatstone en equilibrio estático, el producto de las resistencias en cruz debe ser igual”.

Esto es:

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3 \quad (2-9)$$

Ver el circuito de la Fig.(2-6).

Esta condición de **equilibrio estático**, se utilizará en el laboratorio para la demostrar experimentalmente la existencia de la Paradoja Circuital, estando el puente Wheatstone en estado pasivo.



CAPITULO III

PRUEBA TEÓRICA DE LOS CONCEPTOS DE TENSIÓN Y CORRIENTE CERO Y DE LA EXISTENCIA DE LA PARADOJA CIRCUITAL

3.1 Prueba teórica de la existencia de los concepto de tensión cero y corriente cero: Circuito "R-C"

Las secciones anteriores tratan de circuitos en los cuales los elementos del circuito eran resistencias, en los cuales las corrientes no variaban con el transcurso del tiempo. Ahora vamos a introducir al

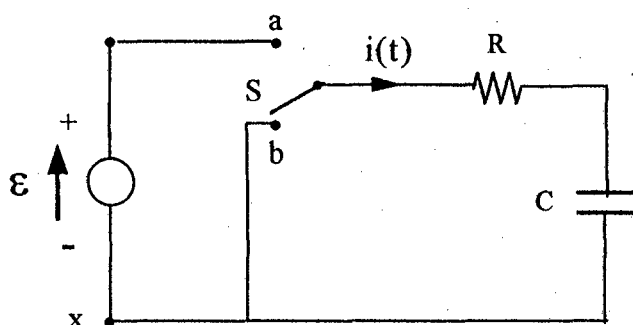


Fig. (3-1)

condensador como un elemento del circuito, lo que nos conducirá al concepto de corrientes variables con el tiempo.

Consideremos al circuito de la Fig. (3-1), en el cual se conmuta el interruptor "S" a la posición "a". ¿Qué corriente se producirá en el circuito simple así formado?. Apliquemos el principio de la conservación de la energía.

En el tiempo "dt", se mueve una carga "dq" [$dq = i(t) dt$], pasando a través de cualquier sección del circuito. El trabajo hecho por la fuente de fem. "ε" (" $dW = \epsilon dq$ "), debe ser igual a la energía que aparece como calor por efecto Joule en la resistencia durante el tiempo "dt" [$dW = i^2(t) R dt$], más el aumento en la cantidad de energía "U" que se almacena en el condensador [$dU = d(q^2/2C)$].

En forma de ecuación, tenemos,

$$\varepsilon dq = i^2(t) R dt + d\left(\frac{q^2}{2C}\right)$$

o sea:

$$\varepsilon dq = i^2(t) R dt + \frac{q}{C} dq$$

Dividiendo entre "dt" resulta:

$$\varepsilon \frac{dq}{dt} = i^2(t) R + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt}$$

Pero "dq/dt" es simplemente "i(t)" de tal manera que la ecuación anterior se transforma en:

$$\varepsilon = i(t) R + \frac{q}{C} \quad (3-1)$$

Esta ecuación también se ajusta al teorema de la trayectoria o segunda ley de Kirchhoff, como debiera ser, puesto que el teorema de la Trayectorias se derivó del principio de la conservación de la energía. Partiendo del punto "x" y siguiendo el circuito en dirección de las manecillas del reloj, experimentamos un aumento de potencial al pasar por la fuente de fem. "ε" y una disminución de potencial al atravesar la resistencia y el condensador, o sea:

$$\varepsilon - i(t) R - \frac{q}{C} = 0$$

que es idéntica a la ecuación (3-1).

No podemos resolver inmediatamente la ecuación (3-1) porque contienen dos variables, "q(t)" e "i(t)", las cuales, sin embargo, están relacionadas por:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad (3-2)$$

Sustituyendo este valor de "i(t)" en la ecuación (3-1) resulta:

$$\varepsilon = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \quad (3-3)$$

El problema ahora es encontrar la función "q(t)" que satisfaga esta ecuación diferencial. Aun cuando esta ecuación diferencial no es difícil de resolver,

preferimos evitar complicaciones matemáticas presentando simplemente la solución, que es:

$$q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) \quad (3-4)$$

Fácilmente podemos comprobar que esta función “q(t)” es realmente una solución de la ecuación (3-3) sustituyendo este valor en aquella ecuación y viendo si resulta una identidad. Derivando la ecuación (3-4) con respecto al tiempo resulta:

$$\frac{dq}{dt} = i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} \quad (3-5)$$

Sustituyendo “q(t)” [ecuación (3-4)] y “dq/dt” [ecuación (3-5)] en la ecuación (3-3) resulta una identidad, como se puede comprobar. Así pues la ecuación (3-4) es una solución de la ecuación (3-3)⁴.

En consecuencia, como la caída de tensión a través del condensador esta dada por:

$$v_C(t) = \frac{q(t)}{C} \quad (3-6)$$

reemplazando (3-4) obtenemos:

$$v_C(t) = \varepsilon (1 - e^{-t/RC}) \quad (3-7)$$

Ecuación que nos permite **probar teóricamente la existencia del concepto de tensión cero** en el circuito “R-C”, cuando la variable “t” toma el valor de cero. esto es,

$$v_C(0) = 0 \quad (3-8)$$

3.2 Interpretación física del concepto de tensión cero: Circuito R-C.

La caída de tensión instantánea en el condensador está dada por la ecuación (3-7), en consecuencia la interpretación física del comportamiento del condensador en “t = 0”, o sea en el estado inicial, es un corto circuito, debido a la interpretación física del **concepto de tensión cero**, estudiado en la sección (2-1).

⁴ HOLLIDAY, David y RESNICK, Robert. FÍSICA PARA ESTUDIANTES DE CIENCIAS E INGENIERIA; 1965, pp 996 y 997.

Esta interpretación queda corroborada, por la corriente instantánea “ $i(t)$ ”, ecuación(3-5), evaluada en “ $t = 0$ ”, puesto que:

$$i(0) = \frac{\varepsilon}{R} \quad (3-9)$$

En consecuencia, el comportamiento físico del condensador en el estado inicial, es un corto circuito.

3.3 Interpretación física del concepto de corriente cero: Circuito R-C

Determinando el límite, de la corriente “ $i(t)$ ”, cuando el tiempo “ t ” tiende a infinito, o sea en el estado estable, de la ecuación (3-5), tenemos

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = 0$$

En consecuencia, en el estado final o estado estable, el comportamiento físico del condensador es un circuito abierto

3.4 Prueba teórica de la existencia de los conceptos de corriente cero y tensión cero: Circuito “R-L”

En el sección (2-1) vimos que si se introduce repentinamente una fem., por ejemplo usando una batería, en un circuito simple que contenga una resistencia “R” y un condensador “C”, la carga no toma inmediatamente su valor final de equilibrio ($Q = C \varepsilon$) sino que se va acercando a él siguiendo una ley exponencial descrita por la ecuación (3-4), o sea que

$$q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) \quad (3-10)$$

El retraso en el aumento de la carga se designa constante de tiempo capacitiva “ τ_c ”, que se define así:

$$\tau_c = RC \quad (3-11)$$

Si en este mismo circuito se quita repentinamente la fem. “ ε ” de la batería, la carga no baja inmediatamente a cero sino que tiende a cero según una ley exponencial, descrita por la ecuación (3-4), o sea

$$q(t) = C\varepsilon e^{-t/\tau_c} \quad (3-12)$$

La misma constante de tiempo " τ_c " que determina el aumento de carga determina su disminución.

En consecuencia, la ecuación (3-7), la podemos escribir:

$$v_C(t) = \varepsilon (1 - e^{-t/\tau_c}) \quad (3-13)$$

esta ecuación nos permitirá probar experimentalmente la existencia del concepto de tensión cero. Excitando al circuito "R-C" con una onda cuadrada de frecuencia determinada, que permitirá observar en la pantalla del osciloscopio de rayos catódicos, que la variable " $v_C(t)$ " cumple con la ley exponencial descrita por la ecuación (3-13).

Un retraso análogo en el aumento o en la disminución de la corriente se presenta si introduce repentinamente una fem. " ε ", o si se retira, en un circuito simple que contenga una resistencia " R " y una inductancia " L ". Cuando el

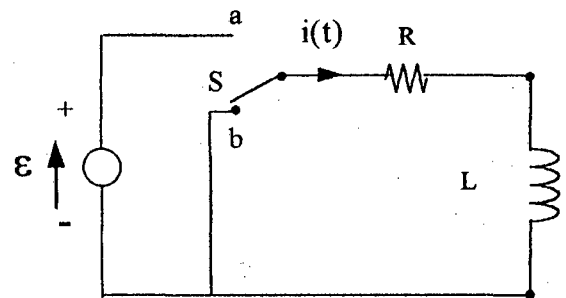


Fig. (3-2)

interruptor "S" del circuito de la Fig. (3-2) se cierra en "a", por ejemplo, la corriente en la resistencia comienza a elevarse.

Sí no hubiera inductancia, la corriente aumentaría rápidamente a un valor constante " ε/R ". Ahora bien, debido a la inductancia, aparece una fem. autoinducida " ε_L " en el circuito y, de acuerdo a la ley de Lenz, esta ley. se opone al crecimiento de la corriente, lo que significa que se opone en polaridad a la fem. " ε " de la batería. Así pues la resistencia responde a la diferencia entre dos fem., una constante " ε " y una variable " ε_L " ($\varepsilon_L = L di(t)/dt$) debida a la autoinducción. Todo tiempo que esta segunda fem. esté presente la corriente en la resistencia será menor que " ε/R ".

Al transcurrir el tiempo, se hace menor la rapidez con que aumenta la corriente, y por consiguiente la fem. autoinducida " ε_L ", que es proporcional a " $di(t)/dt$ ", se

hace más pequeña. Así pues, se introduce un retardo en el tiempo, y la corriente en el circuito se acerca al valor de “ ϵ/R ” asintóticamente.

Cuando el interruptor “S” de la Fig. (3-2) se pasa al punto “a”, el circuito se reduce al representado en la Fig. (3-3). Apliquemos el teorema de la trayectoria, comenzando en “x” en esta figura, y continuando en el sentido de las manecillas alrededor del circuito. Para la dirección de la corriente indicada, “x” tendrá un potencial mayor que “y”, lo que significa que encontraremos un descenso de potencial de valor “ $-i(t) R$ ” al atravesar la

resistencia. El punto “y” está a mayor potencial que el punto “z” debido a que, al aumentar la corriente, la fem. inducida se opone al aumento de la corriente, apuntando como se indica en la figura. Así pues al atravesar la inductancia de “y” a “z”

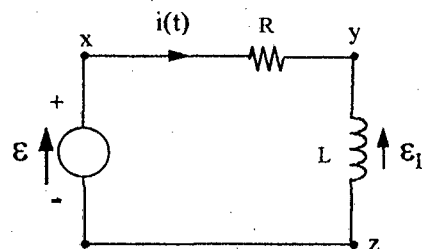


Fig. (3-3)

encontramos una caída de potencial de “ $-L(di(t)/dt)$ ”. Al atravesar la batería de “z” a “x” encontramos un aumento de potencial “ $+\epsilon$ ”. Entonces el teorema de la trayectoria nos da lo siguiente:

$$-i(t)R - L \frac{di(t)}{dt} + \epsilon = 0$$

o sea,

$$L \frac{di(t)}{dt} + i(t)R = \epsilon \quad (3-14)$$

La ecuación (3-14) es una ecuación diferencial en la que interviene la variable “ $i(t)$ ” y su primera derivada “ $di(t)/dt$ ”. Buscamos una función “ $i(t)$ ” tal que, cuando esa función y su primera derivada se sustituyen en la ecuación (3-14), la ecuación quede satisfecha.

Aun cuando hay reglas formales para resolver diversas clases de ecuaciones diferenciales [y la ecuación (3-14) se puede de hecho resolver fácilmente por integración directa, después de ordenarla], a menudo encontramos que lo más fácil es conjeturar la solución, guiados por razonamientos físicos y por la experiencia previa. Cualquier solución que se proponga debe verificarse

sustituyéndola en la ecuación diferencial y viendo si efectivamente esa ecuación se reduce a una identidad.

Afirmamos que la solución de la ecuación (3-14) es:

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L}) \quad (3-15)$$

Para probar esta solución por sustitución, obtenemos la derivada “ $di(t)/dt$ ”, que es

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} e^{-Rt/L} \quad (3-16)$$

Sustituyendo “ $i(t)$ ” y “ $di(t)/dt$ ” en la ecuación (3-14) se obtiene una identidad, como se puede comprobar fácilmente. Así pues, la ecuación (3-15) es una solución de la ecuación (3-14)⁵.

En consecuencia como la corriente instantánea que circula a través del inductor esta dada por:

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Ra/L}) \quad (3-17)$$

Esta ecuación que nos permitirá **probar teóricamente la existencia del concepto de corriente cero** en el circuito “R-L”, cuando la variable “ t ” toma el valor de cero, esto es,

$$i(0) = 0 \quad (3-18)$$

Así mismo, la ecuación (3-17) nos permitirá probar experimentalmente la ley exponencial de la variable “ $i(t)$ ”.

El atraso en el aumento de la corriente se designa constante de tiempo inductiva “ τ_L ”, que se define:

$$\tau_L = \frac{L}{R} \quad (3-19)$$

En consecuencia, la ecuación (3-15) la escribimos

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (3-20)$$

⁵ HALLIDAY, David y RESNICK., Robert; FÍSICA PARA ESTUDIANTES DE CIENCIAS E INGENIERIA; 1965, p.p. 1121 - 1123.

Esta ecuación nos permitirá **probar experimentalmente** la existencia del **concepto de corriente cero**, asignándole a la variable “t” diferentes valores múltiplos de la constante de tiempo “ τ_L ”.

3.5 Interpretación física del concepto de corriente cero: Circuito R-L.

La corriente instantánea en el inductor está dada por la ecuación (3-17), en consecuencia, la interpretación física del comportamiento del inductor en “t = 0”, es un **circuito abierto**, debido a la interpretación física del **concepto de corriente cero**, estudiado en la sección (2-2).

Por lo tanto, el comportamiento físico del inductor en “t = 0”, o sea en el estado inicial, es un **circuito abierto**.

3.6 Interpretación física del concepto de tensión cero: Circuito R-L.

La caída de tensión instantánea en el inductor, la determinamos por

$$\varepsilon_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

reemplazando la ecuación (3-16), tenemos

$$\varepsilon_L(t) = \varepsilon e^{-R/Lt}$$

Llevando al límite cuando “t” tienda a infinito, a esta última expresión, tenemos

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_L(t) = 0$$

En consecuencia, en el **estado final o estado estable**, el comportamiento físico del inductor es un **corto circuito**, por la interpretación física del **concepto de tensión cero**.

3.7 Prueba teórica de la existencia de la Paradoja Circuital: El puente Wheatstone

3.7.1 En redes activas lineales (R.A.L.)

Sea el puente Wheatstone en estado dinámico que se muestra en el circuito de la Fig. (3-4):

• **Cálculo de la diferencia de potencial " V_{xy} "**

La diferencia de potencial entre los nodos "x" e "y" del circuito de la Fig. (3-4), esta dada por:

$$V_{xy} = V_{xa} - V_{ay} \quad (1)$$

De donde, por el concepto de divisor de tensión, tenemos:

$$V_{xa} = - \frac{R_1}{R_1 + R_3} E$$

$$V_{ay} = \frac{R_2}{R_2 + R_4} E$$

Reemplazando datos en " V_{xy} ", en la ecuación (1), tenemos:

$$V_{xy} = E \left[\frac{R_2}{R_2 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_3} \right]$$

Operando y reduciendo términos semejantes, tenemos

$$V_{xy} = E \cdot \left[\frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_2 + R_4)(R_1 + R_3)} \right] \quad (3-21)$$

• **Cálculo de la corriente I_{xy}**

La corriente " I_{xy} " que circula entre los nodos "x" e "y" del circuito de la Fig.(3-5), la calculamos aplicando el teorema de Thévenin, entre los referidos nodos, para ello obtenemos la tensión equivalente Thévenin y la resistencia equivalente Thévenin, y del circuito equivalente, obtenemos:

$$I_{xy} = E \left[\frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 R_3 (R_2 + R_4) + R_2 R_4 (R_1 + R_3)} \right] \quad (3-22)$$

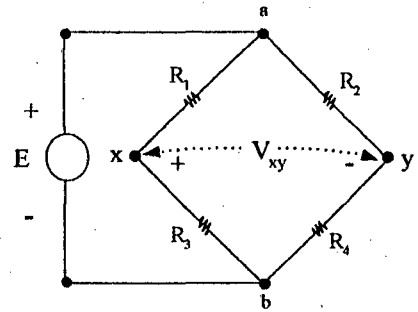


Fig. (3-4)

La existencia de la "Paradoja Circuital", en el puente Wheatstone, la probamos teóricamente, igualando a cero la corriente y la diferencia de potencial entre los nodos "x" e "y", obteniendo para ambos casos:

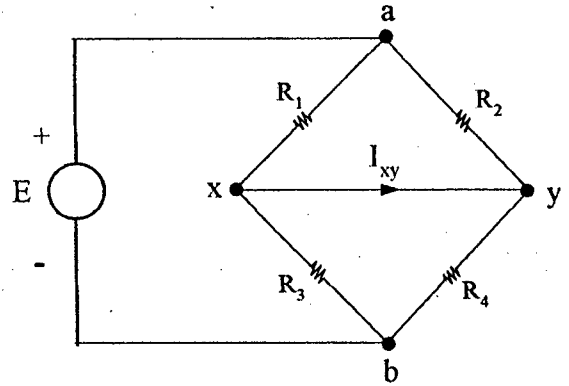


Fig. (3-5)

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

Condición de equilibrio, que ha sido obtenido del análisis del puente Wheatstone en estado dinámico, condición que nos permitirá en el laboratorio probar la existencia de la Paradoja Circuital.

3.7.2 En redes pasivas lineales (R.P.L.)

a) Cálculo de la resistencia equivalente "R_{mn}"

De acuerdo a la teoría de circuitos eléctricos, la resistencia equivalente vista entre los puntos "m" y "n" del circuito de la Fig. (3-6), esta dada por:

$$R_{mn} = \frac{(R_1 + R_3)(R_4 + R_2)}{R_1 + R_3 + R_4 + R_2}$$

operando,

$$R_{mn} = \frac{(R_1 R_4 + R_1 R_2 + R_3 R_4 + R_2 R_3)}{R_1 + R_3 + R_4 + R_2}$$

como el puente se encuentra en estado de equilibrio estático, tenemos

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

de donde,

$$R_3 = \frac{R_1 R_4}{R_2}$$

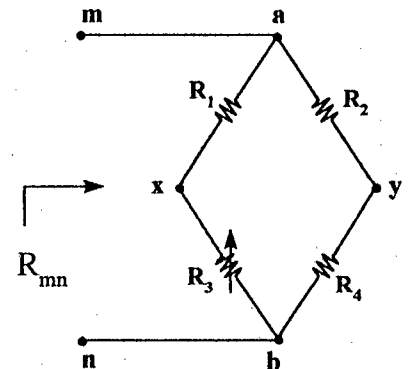


Fig. (3-6)

reemplazando "R₃" en "R_{mn}", se tiene:

$$R_{mn} = \frac{R_1 R_2 + \frac{R_1 R_4^2}{R_2} + 2R_1 R_4}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_4^2}{R_2} + R_4}$$

operando algebraicamente

$$R_{mn} = \frac{R_1(R_2^2 + 2R_2 R_4 + R_4^2)}{R_2(R_1 + R_2) + R_4(R_1 + R_2)}$$

factorizando en el numerador y denominador,

$$R_{mn} = \frac{R_1(R_2 + R_4)^2}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_4)}$$

realizando las simplificaciones correspondientes

$$R_{mn} = \frac{R_1(R_2 + R_4)}{(R_1 + R_2)} \quad (3-23)$$

b) Calculo de la resistencia equivalente "R_{pq}"

De acuerdo a la teoría de circuitos eléctricos, la resistencia equivalente vista entre los puntos "m" y "n" del circuito de la Fig. (3-7), esta dada por:

$$R_{pq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

operando,

$$R_{pq} = \frac{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

como el puente se encuentra en estado de equilibrio estático, tenemos

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

de donde,

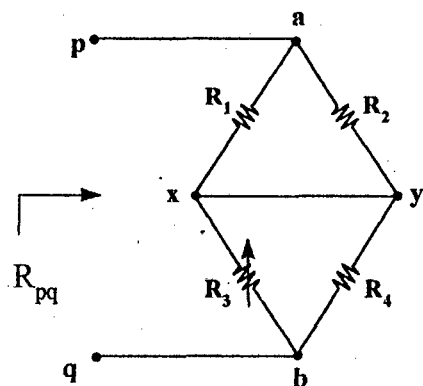


Fig. (3-7)

$$R_3 = \frac{R_1 R_4}{R_2}$$

reemplazando "R₃" en "R_{pq}", operando algebraicamente se tiene:

$$R_{pq} = \frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2) + R_4 R_1 (R_1 + R_2)}{(R_1^2 + 2R_2 R_1 + R_2^2)}$$

factorizando numerador y denominador, tenemos:

$$R_{pq} = \frac{R_1 (R_1 + R_2) (R_4 + R_2)}{(R_1 + R_2)^2}$$

simplificando factores comunes, obtenemos

$$R_{pq} = \frac{R_1 (R_4 + R_2)}{R_1 + R_2} \quad (3-24)$$

Como podemos observar las ecuaciones (3-23) y (3-24) son iguales, en consecuencia, los circuitos mostrados en las figuras (3-6) y (3-7), son equivalentes. De esta forma podemos probar experimentalmente, la existencia de la **Paradoja Circuital** en el puente Wheatstone, en estado de equilibrio estático.

CAPITULO IV

PRUEBA EXPERIMENTAL DE LOS CONCEPTOS DE TENSIÓN Y CORRIENTE CERO Y DE LA EXISTENCIA DE LA PARADOJA CIRCUITAL

4.1 Prueba experimental de la existencia del concepto de tensión cero: Circuito "R-C"

Para comprobar experimentalmente la existencia del concepto de tensión cero, se utilizo en el laboratorio, el circuitos mostrado en la Fig. (4-1), que fue excitado con una generador de onda cuadrada de frecuencia variable, cuyo mínimo periodo debió ser " $T = 10 RC$ "; puesto que un circuito "R-C" se considera prácticamente en estado estable cuando han transcurrido cinco constantes de tiempo (" $5RC$ "), o sea que la frecuencia máxima de la onda cuadrada debe ser " $f = 1/(10 RC)$ ", no debiendo llegando en ningún momento a una frecuencia cero, lo que no posibilitaría observar la respuesta del circuito "R-C", en el dominio del tiempo, en la pantalla del osciloscopio de rayos catódicos (O.R.C.).

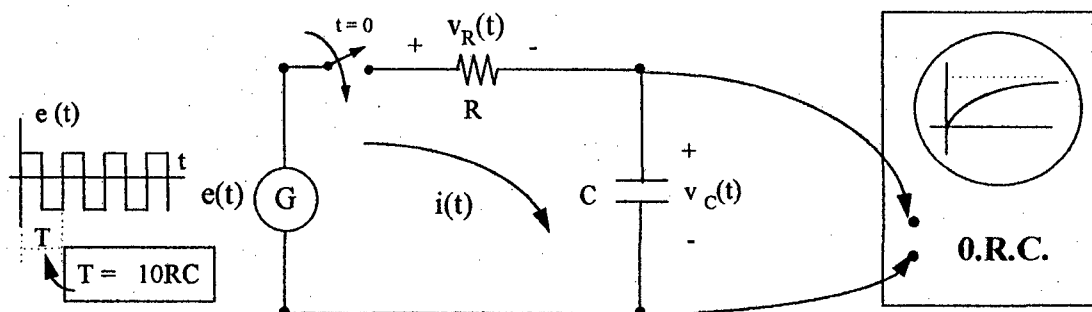
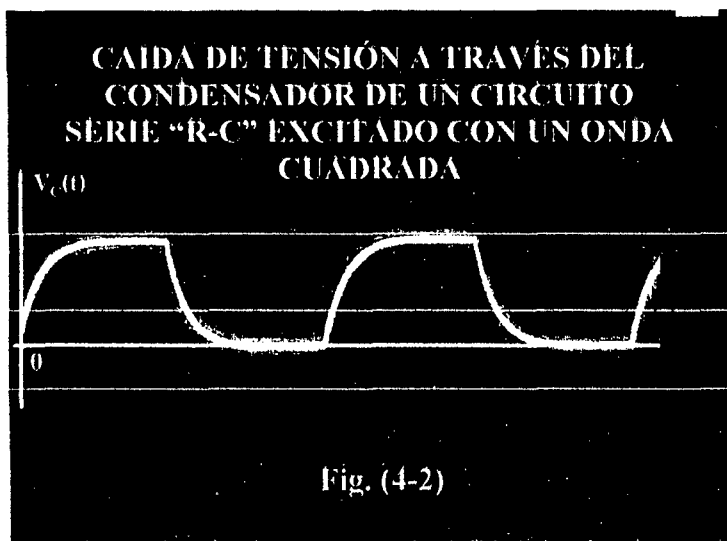


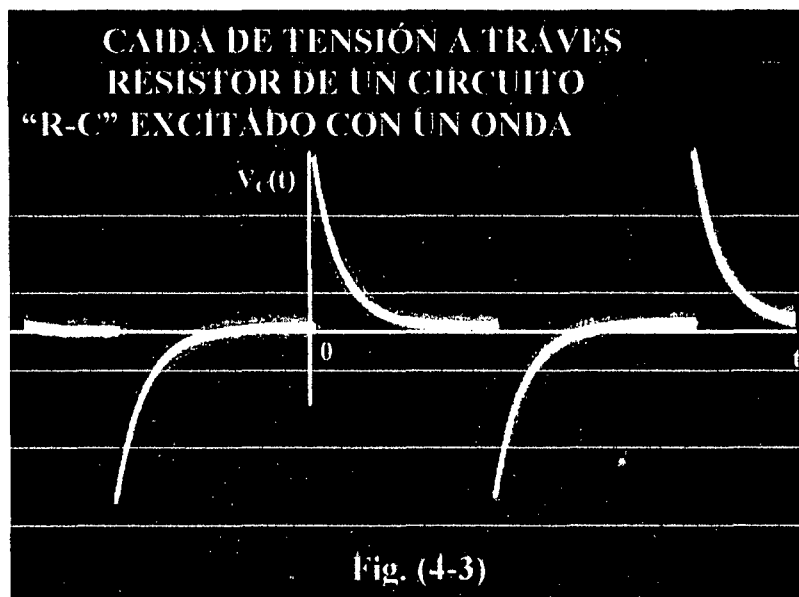
Fig. (4-1)

4.2 Prueba experimental de la interpretación física del concepto de tensión cero

En la Fig. (4-2) se muestra la carga del condensador , " $v_C(t)$ ", que obedece a la ley exponencial de la ecuación (3-7). En el circuito de la Fig. (4-1) se utilizo un condensador de capacidad de $0.22 \mu\text{F}$ y una resistencia variable de $15 \text{ K}\Omega$. En consecuencia, de esta forma se probó experimentalmente la existencia del concepto de tensión cero.



En la Fig. (4-3) se muestra la caída de tensión instantánea en la resistencia , " $v_R(t)$ "; gráfico que es concordante con la ecuación " $v_R(t) = E e^{-t/R-C}$ ", permitiéndonos corroborar la ley exponencial de la carga del condensador, puesto que además cumple con la segunda ley de Kirchoff.



4.3 Prueba experimental de la existencia del concepto de corriente cero: Circuito R-L

Para comprobar experimentalmente la existencia del concepto de corriente cero se utilizó en el laboratorio el circuito mostrado en la Fig. (4-4), que fue excitado con un generador de onda cuadrada de frecuencia variable, cuyo mínimo período debió ser " $T = 10L/R$ ", puesto que un circuito "R-L" se considera prácticamente en estado estable en cinco constantes de tiempo (" $5L/R$ "), o sea que la frecuencia máxima de la onda cuadrada debe ser " $f = R/(10L)$ ", no llegando en ningún momento a una frecuencia cero, lo que no posibilitaría observar la respuesta del circuito "R-L", en el dominio del tiempo, en la pantalla del osciloscopio de rayos catódicos (O.R.C.).

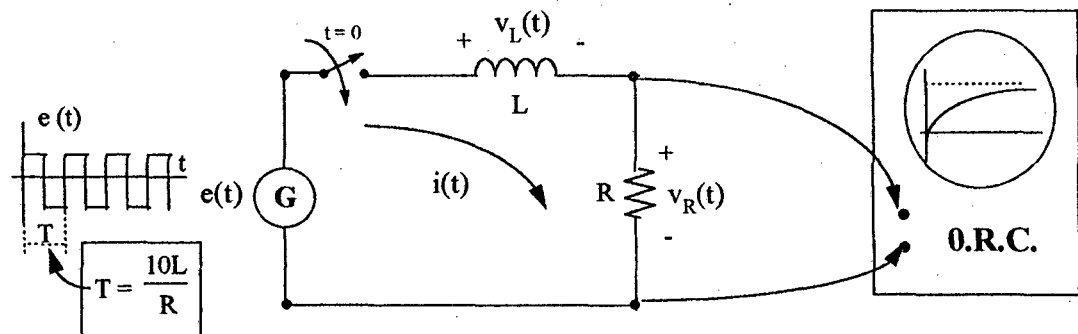
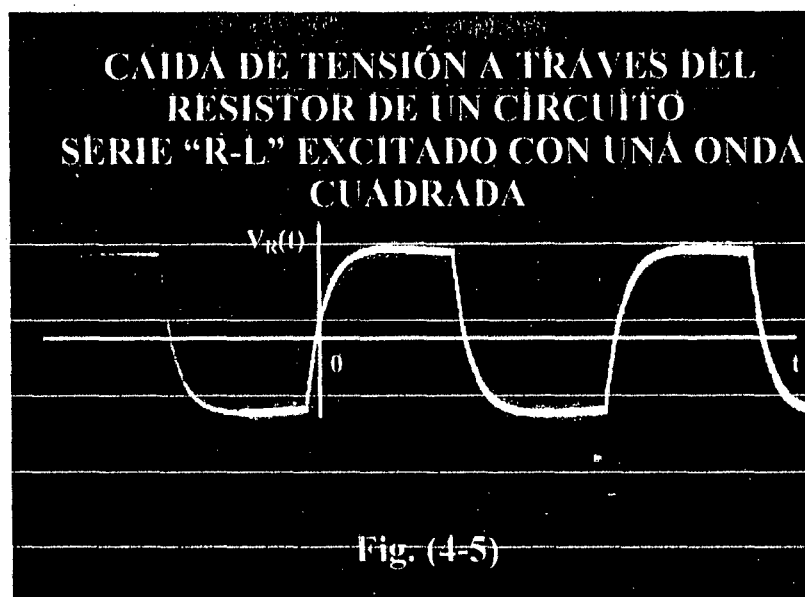


Fig. (4-4)

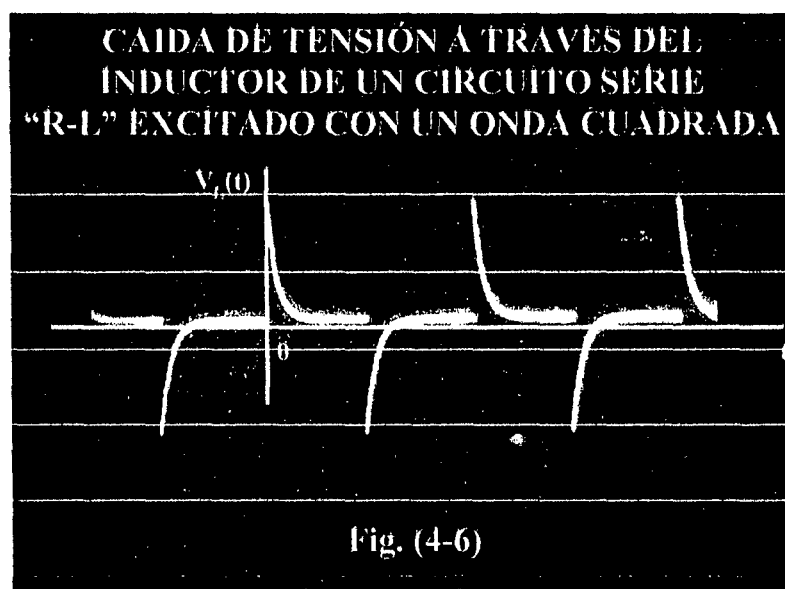
Como se puede apreciar, lo que estamos apreciando en el osciloscopio de rayos catódicos es la caída de tensión en el resistor, pero por la ley de Ohm " $v_R(t) = R i(t)$ ", en consecuencia " $i(t) = v_R(t)/R$ ", por lo tanto la corriente instantánea " $i(t)$ " es directamente proporcional a " $v_R(t)$ ".

4.4 Interpretación experimental del concepto de corriente cero

En la Fig. (4-5) se utilizó un inductor de inductancia de 3.4 H con una resistencia interna de 25 Ω y un resistor variable de 15 K Ω , así mismo se muestra la caída de tensión en el resistor, " $v_R(t)$ "; pero por la ley de Ohm sabemos que " $i(t) = v_R(t)/R$ ", de donde se deduce que esta variable, que se muestra en la ecuación (3-15), cumple con la ley exponencial; en consecuencia, de esta forma se mostró experimentalmente el concepto de corriente cero.



En la Fig. (4-6) se muestra la caída instantánea en el inductor, " $v_L(t)$ ", gráfico que nos permitió corroborar la ley exponencial de la de la corriente a través del inductor, puesto que además se tiene que cumplir con la segunda ley de Kirchhoff.



4.5 Prueba experimental de la existencia de la Paradoja Circuitual: El puente Wheatstone

Esta prueba experimental la vamos a realizar en el puente Wheatstone en estado dinámico y en estado estático.

4.5.1 El puente Wheatstone en estado dinámico

Esta prueba experimental la vamos a realizar en dos tipos de puentes, uno no simétrico y el otro simétrico, tal como se muestra en las Figuras (4-7) y Fig. (4-8).

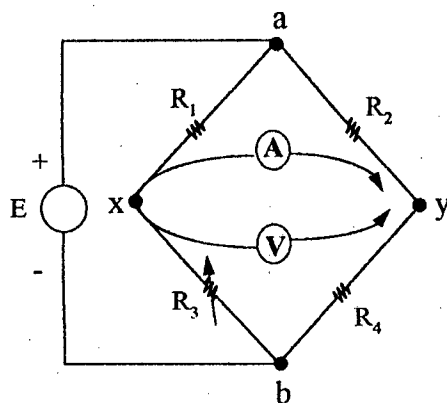


Fig. (4-7)

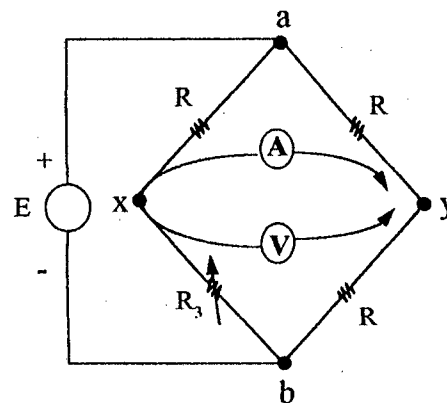


Fig. (4-8)

Toma de datos en el laboratorio: puente Wheatstone en estado dinámico

a) Puente Wheatstone no simétrico

El puente mostrado en el circuito de las Figuras (4-7) y (4-8), en los cuales las variables exógenas toman los siguientes valores: “ $E = 10$ Vol. ”, “ $R_1 = 2 \text{ K}\Omega$ ”, “ $R_2 = 1 \text{ K}\Omega$ ”y “ $R_4 = 5 \text{ K}\Omega$ ”. Lo que nos permite tabular las variables endógenas “ V_{xy} ” e “ I_{xy} ”, tal como se muestra en la tabla (4-1), al hacer variar “ R_3 ”.

TABLA (4-1)

Nº	R_3	V_{xy}	I_{xy}
01	5.0 K Ω	-1190.5 mV	-526.2 μA
02	6.0 K Ω	-833.3 mV	-357.5 μA
03	7.0 K Ω	-555.6 mV	-232.5 μA
04	8.0 K Ω	-333.3 mVol	-137.0 μA
05	9.0 K Ω	-157.5 mVol	-61.35 μA
06	9.5 K Ω	-72.46 mVol	-29.15 μA
07	10.0 K Ω	00.00 mVol.	00.00 μA
08	10.5 K Ω	66.67 mVol	26.56 μA
09	11.0 K Ω	128.2 mVol	50.76 μA
10	12.0 K Ω	238.1 mVol	93.43 μA
11	13.0 K Ω	333.3 mVol	129.9 μA
12	14.0 K Ω	416.7 mV	161.3 μA
13	15.0 K Ω	490.2 mV	188.7 μA

Los datos obtenidos en el laboratorio y tabulados en la tabla (4-1) nos permite apreciar la variación de " V_{xy} " e " I_{xy} ", cuando varia la variable independiente " R_3 ". La fila N° 07 hace posible la comprobación experimental, que se cumple experimentalmente el estudio teórico de la **Paradoja Circuital**, en el puente Wheatstone en estado dinámico, formulado en las ecuaciones (3-21) y (3-22), para redes no simétricas.

Se debe tener presente, en este experimento, que las mediciones con el voltímetro y con el amperímetro, se han realizado alternativamente (no se pueden conectar ambos instrumentos en paralelo), sólo se realiza ambas mediciones, al mismo tiempo, cuando ocurre el fenómeno de la **Paradoja Circuital**.

b) **Puente Wheatstone simétrico**

El Puente Wheatstone simétrico mostrado en el circuito de la Fig. (4-8) en el cual, las variables exógenas toman los siguientes valores: " $E = 10 \text{ Vol.}$ ", " $R_1 = 8 \text{ K}\Omega$ ", " $R_2 = 8 \text{ K}\Omega$ " y " $R_4 = 8 \text{ K}\Omega$ ". Lo que nos permite tabular las variables endógenas " V_{xy} " e " I_{xy} ", tal como se muestra en la tabla (4-2), al hacer variar " R_3 ".

TABLA (4-2)

N°	R_3	V_{xy}	I_{xy}
01	3.0 K Ω	-2252.7 mV	-367.6 μA
02	4.0 K Ω	-1666.7 mV	-250.0 μA
03	5.0 K Ω	-1153.8 mV	-163.0 μA
04	6.0 K Ω	-714.3 mV	-96.15 μA
05	7.0 K Ω	-333.3 mV	-43.10 μA
06	7.5 K Ω	-161.3 mV	-20.49 μA
07	8.0 KΩ	00.0 mV.	00.00 μA.
08	8.5 K Ω	151.5 mV	18.66 μA
09	9.0 K Ω	294.1 mV	35.71 μA
10	10.0 K Ω	555.6 mV	65.79 μA
11	11.0 K Ω	798.5 mV	91.46 μA
12	12.0 K Ω	01.00 mV	113.6 μA
13	13.0 K Ω	1.190 mV	133.0 μA

Los datos obtenidos en el laboratorio y tabulados en la tabla N° (4-2) nos permite apreciar la variación de " V_{xy} " e " I_{xy} ", cuando varia la variable independiente " R_3 ". La fila N° 07 hace posible la comprobación experimental del cumplimiento del estudio teórico de la **Paradoja Circuital**, en el puente Wheatstone en estado dinámico, formulando en las ecuaciones (3-21) y (3-22), para redes simétricas. Se debe tener presente, en este experimento, que las mediciones con el voltímetro y con el amperímetro, se han realizado alternativamente, sólo es posible realizar ambas mediciones, al mismo tiempo, cuando ocurre el fenómeno de la **Paradoja Circuital**.

4.5.2 El puente Wheatstone en estado estático

Para probar experimentalmente la existencia de la **Paradoja Circuital** en el puente Wheatstone en estado estático, se utilizaron los circuitos que se muestran en la Fig.(4-9) y Fig.(4-10), midiendo con un óhmetro las resistencias equivalentes " R_{mn} " y " R_{pq} ", cuando a " R_3 " se le asigna diferentes valores.

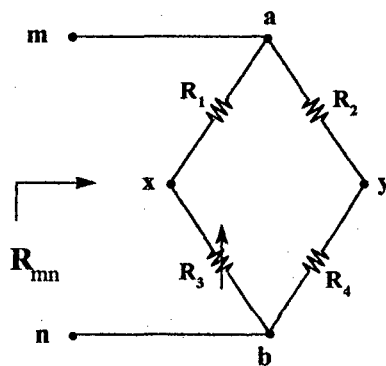


Fig. (4-9)

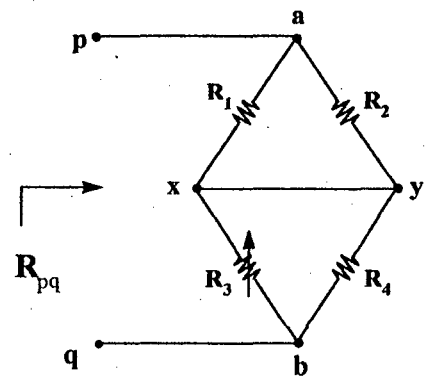


Fig. (4-10)

a) Puente Wheatstone no simétrico,

Sea el puente mostrado en los circuitos de la Fig.(4-9) y Fig.(4-10), en los cuales las variables exógenas toman los siguientes valores: " $R_1 = 8 \text{ K}\Omega$ ", " $R_2 = 2 \text{ K}\Omega$ " y " $R_4 = 4 \text{ K}\Omega$ ". Lo que nos permite tabular las

variables endógenas " R_{mn} " e " R_{pq} ", tal como se muestra en la tabla (4-3), al hacer variar " R_3 ".

TABLA (4-3)

Nº	R_3	R_{mn}	R_{pq}
01	11.0 K Ω	4.560 K Ω	4.533 K Ω
02	12.0 K Ω	4.615 K Ω	4.600 K Ω
03	13.0 K Ω	4.666 K Ω	4.658 K Ω
04	14.0 K Ω	4.714 K Ω	4.711 K Ω
05	15.0 K Ω	4.758 K Ω	4.757 K Ω
06	15.5 K Ω	4.779 K Ω	4.779 K Ω
07	16.0 K Ω	4.800 K Ω	4.800 K Ω
08	16.5 K Ω	4.838 K Ω	4.838 K Ω
09	17.0 K Ω	4.857 K Ω	4.855 K Ω
10	18.0 K Ω	4.875 K Ω	4.873 K Ω
11	19.0 K Ω	4.909 K Ω	4.904 K Ω
12	20.0 K Ω	4.941 K Ω	4.933 K Ω
13	21.0 K Ω	4.971 K Ω	4.960 K Ω

Comprobándose así, en forma experimental, que se cumple el estudio teórico de la **Paradoja Circuital**, en el puente Wheatstone en estado estático, formulando en las ecuaciones (3-23) y (3-24), para redes no simétricas.

b) Puente Wheatstone simétrico

El puente mostrado en los circuitos de la Fig. (4-9) y Fig(4-10), en los cuales las variables exógenas tomaron los siguientes valores:

" $R_1 = 12 \text{ K}\Omega$ ", " $R_2 = 12 \text{ K}\Omega$ " y " $R_4 = 12 \text{ K}\Omega$ ". Lo que nos permite tabular las variables endógenas " R_{mn} " e " R_{pq} ", tal como se muestra en la tabla (4-4), al hacer variar " R_3 ".

TABLA (4-4)

Nº	R_3	R_{mn}	R_{pq}
01	7.0 K Ω	10.60 K Ω	10.42 K Ω
02	8.0 K Ω	10.91 K Ω	10.80 K Ω
03	9.0 K Ω	11.20 K Ω	11.14 K Ω
04	10.0 K Ω	11.48 K Ω	11.45 K Ω
05	11.0 K Ω	11.74 K Ω	11.74 K Ω

06	11.5 K Ω	11.87 K Ω	11.87 K Ω
07	12.0 KΩ	12.00 KΩ	12.00 KΩ
08	12.5 K Ω	12.12 K Ω	12.12 K Ω
09	13.5 K Ω	12.36 K Ω	12.35 K Ω
10	14.5 K Ω	12.59 K Ω	12.57 K Ω
11	15.5 K Ω	12.82 K Ω	12.76 K Ω
12	16.5 K Ω	13.03 K Ω	12.95 K Ω
13	17.5 K Ω	13.23 K Ω	13.12 K Ω

Comprobándose experimentalmente, que se cumple el estudio teórico de la **Paradoja Circuital**, en el puente Wheatstone en estado estático, formulando en las ecuaciones (3-23) y (3-24), para redes simétricas.



CAPITULO V

APLICACIÓN DE LOS CONCEPTOS DE TENSIÓN Y CORRIENTE CERO Y DE LA PARADOJA CIRCUITAL

5.1 Simetría de redes eléctricas de dos pares de terminales

Una red eléctrica de dos pares de terminales o cuadripolo se muestra en la Fig. (5-1), Los terminales “a” y “b” son el puerto de entrada, y los “c” y “d”, los terminales del puerto de salida. Así mismo, se muestran los ejes de simetría de transferencia y de simetría balanceada, que nos permitirán cortar el circuito, en base a la interpretación física de los conceptos de tensión y corriente cero, facilitando el calculo de tensiones , corrientes y resistencias equivalentes.

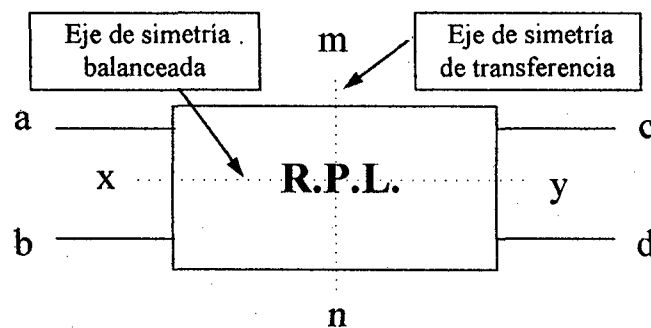


Fig. (5-1)

5.1.1 Simetría balanceada

Con relación al cuadripolo mostrado en la Fig.(5-1). Si la red es simétrica con respecto al eje “x” e “y”, se dice que la red de dos puertos tiene simetría balanceada. Estas redes pueden ser convertidas directamente en redes de tres terminales.

5.1.2 Simetría de transferencia

Se denominan así a las redes eléctricas de dos puertos que tienen simetría con respecto al eje "m" y "n", tal como se muestra en el cuadripolo de la Fig.(5-1). En este caso los terminales o puertos de entrada y de salida son indistinguibles.

Estas redes eléctricas pueden ser resueltas aplicando la interpretación física de los conceptos de tensión y corriente cero, estudiados en las secciones (2-1) y (2-2).

Con respecto a los cuadripolos o redes de dos puertos, la presencia de simetría hace posible la reducción del número de parámetros, de corto circuito o circuito abierto, requeridos para describir la red eléctrica.

Para la mejor aplicación del concepto de simetría se hace necesario exponer los siguientes términos: Tipos de simetría en redes eléctricas con dos pares de terminales; Dipolos con simetría física; Sustento de los elementos activos y pasivos para la aplicación de simetría física; Dipolos con simetría eléctrica; Reglas aplicables a las redes eléctricas, basadas en los conceptos de tensión y corriente cero: Ramas activas sin diferencia de potencial o c corriente cero, Nodos activos al mismo potencial, Corrientes de ramas adyacentes, iguales y de igual sentido.

- **Tipos de simetría en redes eléctricas con dos pares de terminales**

Dentro de las redes eléctricas distinguimos dos tipos de simetría: Simetría física y simetría eléctrica, no necesariamente coincidentes una con otra, por lo que estudiaremos separadamente cada una de ellas y referidas al caso específico de dipolos pasivos y resistivos, cuya caracterización se ve simplificada por la simetría que ellos pueden poseer, como se mostrará seguidamente.

- **Dipolos con simetría física**

Se dice que un dipolo presenta simetría física, cuando puede ser dividido por un plano en dos mitades exactamente simétricas. De acuerdo a esta definición la simetría física resulta muy fácil de descubrir, por simple inspección.

• **Sustento de los elementos activos y pasivos, para la aplicación de simetría física**

Para que el lector vea lo sencillo que es la aplicación teórica - experimental de la simetría física, seguidamente desarrollamos su concepto fundamental para elementos pasivos y activos.

a) Para elementos pasivos

El siguiente gráfico muestra, la simetría física en un resistor.

En la Fig.(5-2), se han dibujado las diferentes formas que se puede aplicar este

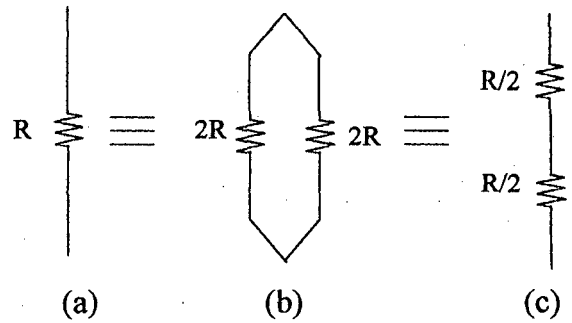


Fig. (5-2)

tipo de simetría a los elementos pasivos, cuyo fundamento radica en el análisis de circuitos eléctricos. En este caso la resistencia (a) de la Fig. (5-2), se le puede dibujar como en la (b), para el caso de simetría de transferencia y (c) para el caso de simetría balanceada.

b) Para elementos activos

En las Fig.(5-3) y Fig.(5-4), se muestran estas simetrías para las fuentes de tensión y las fuentes de corriente, las cuales se sustentan

en el análisis de los circuitos eléctricos y son aplicados estos conceptos en los cuadripolos con simetría eléctrica, como se explica más adelante.

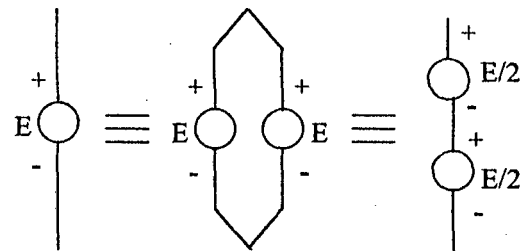


Fig. (5-3)

b-1) Fuentes de tensión

En concordancia con el fundamento teórico de la segunda ley de Kirchhoff o teorema de la trayectoria, las fuentes de tensión pueden ser dibujadas en forma equivalente que se muestra en la Fig.(5-3).

b-2) Fuentes de corriente

En concordancia con el fundamento teórico del análisis de los circuitos eléctricos de corriente continua,

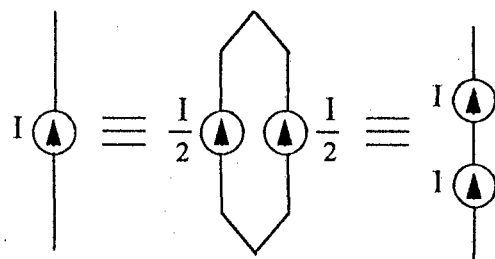


Fig. (5-4)

las fuentes de corriente pueden ser dibujadas en la forma equivalente, tal como se muestran, en la Fig. (5-4), cuyo sustento esta en la primera ley de Kirchhoff ó ley de las corrientes.

5.2 Aplicación de los conceptos de tensión y corriente cero a las redes simétricas.

Como se observará, en las siguientes aplicaciones, los nuevos conceptos de tensión y corriente cero, hacen posible sustentar los cortes en los circuitos con simetría balanceada y de transferencia.

Aplicación N° 01

Consideremos el circuito de la Fig.(5-5), en el cual en una forma imaginaria podemos trazar una recta entre los nodos "m", "x" y "y", del circuito de la Fig. (5-5a); y entre los puntos "p" y "q", de la Fig. (5-5b), teniendo en cuenta el circuito equivalente de la Fig.(5-1), encontramos que existe simetría balanceada y simetría transferencia, como veremos más adelante, también existe simetría eléctrica.

En consecuencia, el circuito se le puede cortar, por la interpretación física de los

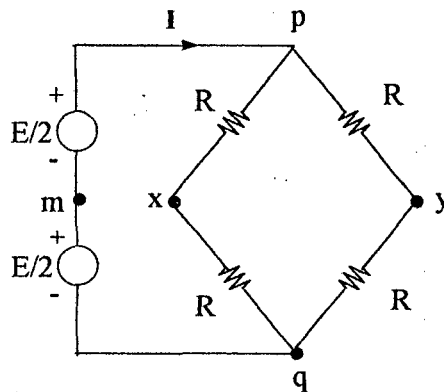


Fig. (5-5a)

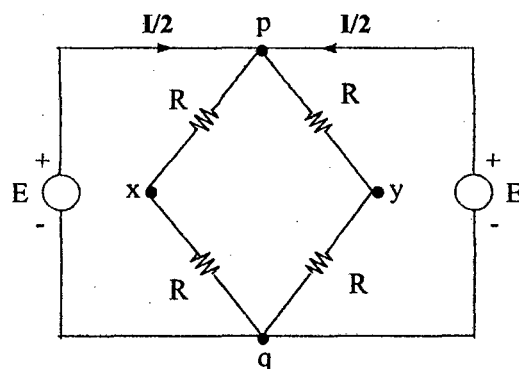


Fig. (5-5b)

conceptos de tensión y corriente cero, no afectado el cálculo de la resistencia equivalente o resistencia de entrada del circuito mostrado.

Una vez descubierta la simetría eléctrica, nos permite calcular con suma facilidad, la resistencia equivalente, corrientes y caídas de tensión; con la aplicación de los conceptos de tensión cero y corriente cero, explicados anteriormente.

Aplicación N° 02

Observemos el circuito de la Fig. (5-6), si hacemos pasar un plano imaginario por los nodos "a", "b", "c", y "d". La fuente de tensión y el dipolo conectado entre sus bornes, queda dividido simétricamente, en consecuencia el dipolo presenta simetría física.

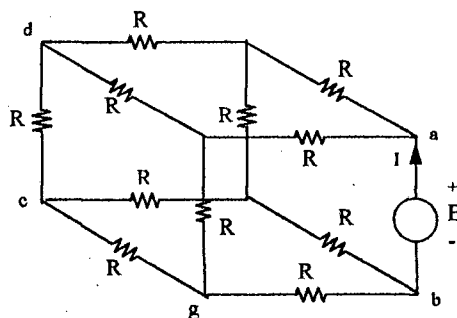


Fig. (5-6)

La simetría física, que acabamos de explicar líneas arriba, se puede observar mejor si dibujamos el dipolo en un plano, tal como se muestra en la Fig. (5-7). Ahora en lugar del plano imaginario, indicado anteriormente, tracemos el eje, "a", "b", "c" y "d", lo que nos permite visualizar con mucha facilidad la simetría física que posee el dipolo analizado.

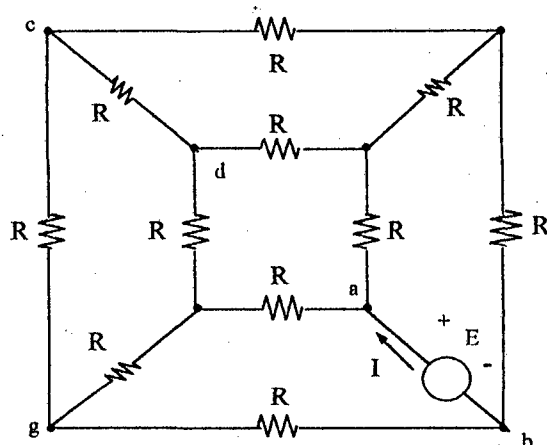


Fig. (5-7)

Lo cual nos permitirá como veremos más adelante, reducir enormemente, el procedimiento del análisis de los circuito eléctrico, en el calculo de resistencias equivalentes, de los circuitos simétricos.

5.2.1 Dipolos con simetría eléctrica

Un dipolo eléctrico, presenta simetría eléctrica cuando puede ser dividido en dos mitades (dos partes iguales). O sea, teniendo cada una de ellas igual conformación topológica, presentando también igual distribución de

fuentes de tensión y fuentes de corriente. En la Fig.(5-8), se muestra al circuito de la Fig. (5-7), con el eje de simetría "m - n".

Cuando una red eléctrica presenta este tipo de simetría, se aplican los conceptos estudiados de corriente cero y tensión cero, esto es, conceptos de circuito abierto y de corto circuito, con la finalidad de reducir la red eléctrica y que su análisis resulte menos tedioso.

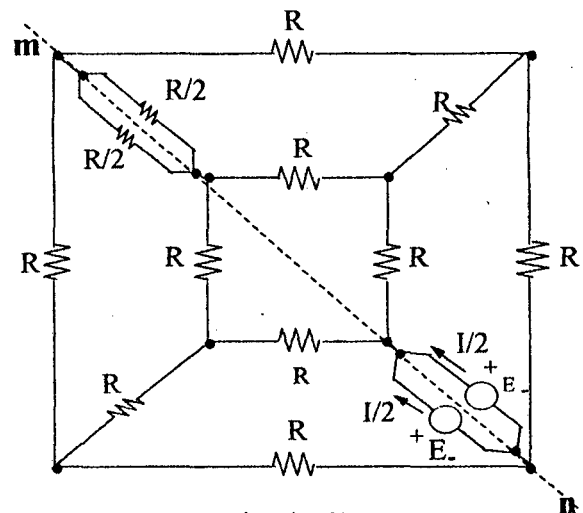


Fig. (5-8)

La distribución equitativa de caídas de tensión en las ramas de los dipolos eléctricos con simetría eléctrica, nos permite descubrir nodos de igual potencial o diferencia de potencial cero, lo que da como resultado ramas sin corriente eléctrica.

Este razonamiento, nos conduce a los conceptos de tensión cero y corriente cero, de los circuitos activos, cuya interpretación eléctrica es: corto circuito (resistencia cero) o circuito abierto (resistencia infinita).

5.2.2 Reglas aplicables a las redes simétricas, basadas en los conceptos de tensión cero y corriente cero

El reconocer la simetría y aprovecharla en la solución o caracterización de redes eléctricas que la poseen, es parte de la práctica que pueda tenerse en el análisis de circuitos eléctricos; sin embargo existen algunas reglas que responden a situaciones generalmente presentes en redes simétricas, que ayuden a una tarea. Tales situaciones y las reglas que para ellas son aplicables, se indican a continuación

a) Ramas activas sin diferencia de potencial o tensión cero

En una red resistiva activa, al ser su caída de tensión cero, implica al mismo tiempo no tener corriente eléctrica a través de ella.

Descubierta cualquiera de estas dos condiciones, puede sustituirse la rama por un corto circuito o por un circuito abierto, sin alterar en nada tal sustitución al circuito en estudio.

b) Nodos activos al mismo potencial

Si en una red activa se descubren dos o más nodos al mismo potencial, puede establecerse entre ambos nodos un corto circuito, sin que tal sustitución altere en nada las corrientes, caídas de tensión o diferencias de potencial en la red.

c) Corrientes de ramas adyacentes, iguales y de igual sentido

Si después de establecerse para las corrientes de malla el mismo sentido, horario o antihorario, se descubre por la simetría física de la red eléctrica, que existen dos de estas corrientes, que siendo adyacentes son iguales, la rama entre las mallas correspondiente puede ser sustituida por un circuito abierto ó por un corto circuito, puesto que no hay corriente a través de ella.

5.3 Aplicación del concepto de la Paradoja Circuitual.

a) Primer caso

El primer caso consiste en determinar la resistencia equivalente del dipolo eléctrico mostrado en la fig. (5-9), vista entre los nodos "m" y "n", en otras palabras se va a determinar la resistencia de entrada del dipolo. Para determinar la resistencia equivalente " R_{mn} " se procede como se estudio líneas arriba. Entonces

procedemos a energizar el circuito con una fuente de tensión "E", tal como se muestra en la fig. (5-10); procediendo luego a observar si posee simetría balanceada y determinar la simetría física y simetría eléctrica, para luego

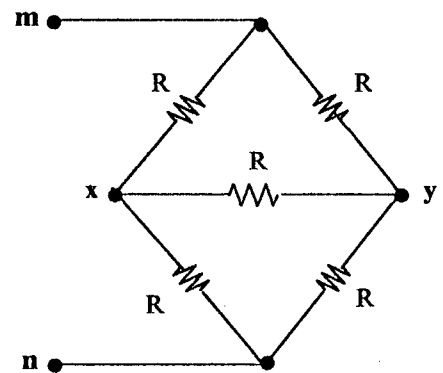
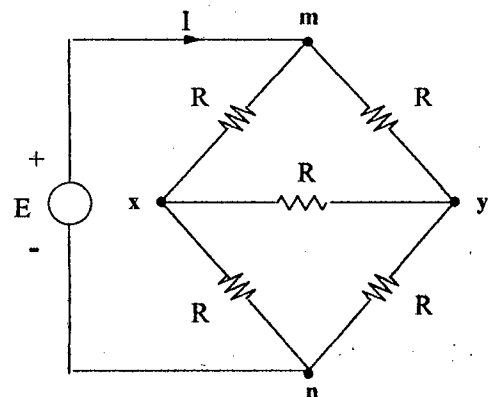


Fig. (5-9)



aplicar los conceptos de tensión cero y corriente cero, que nos permitirán hacer los cortes correspondientes, facilitando así la determinación de la resistencia entre los nodos "m" y "n", ver los circuitos mostrados en las Fig. (5-9) y Fig. (5-10).

Se determinan los ejes de simetría de transferencia y balanceada [ver Fig. (5-11)],

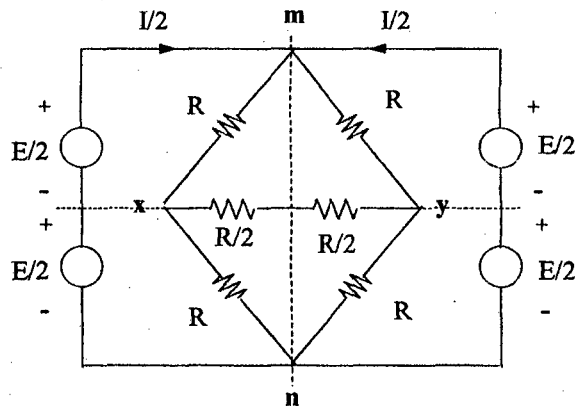


Fig. (5-11)

Lo que nos permitirá cortar el dipolo a lo largo de la simetría de transferencia (eje "m - n"), ver Fig. (5-12):

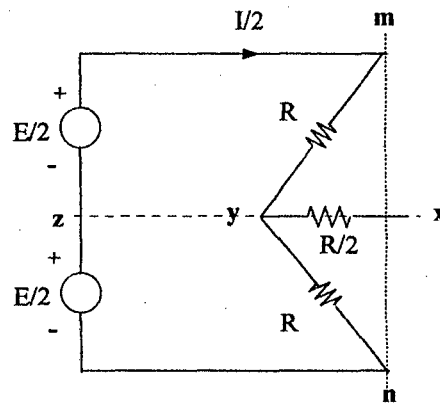


Fig. (5-12)

O, a través, del eje de simetría balanceada (eje "x - y"),

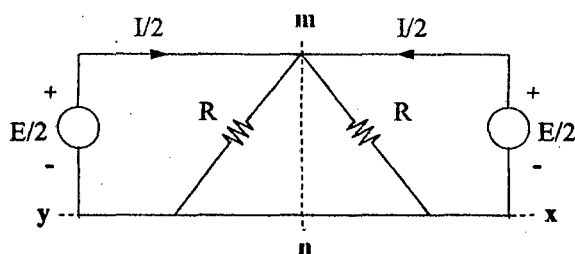


Fig. (5-13)

Para luego obtener el circuito que se presenta en la Fig. (5-14), cuando se corta el circuito a través del eje de simetría de transferencia [eje “m-n”]:

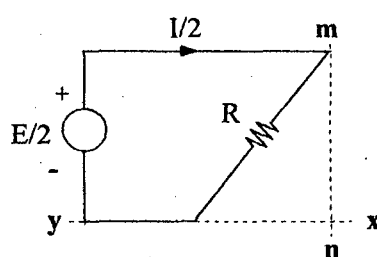


Fig. (5-14)

De donde, determinamos el valor de la resistencia equivalente, vista desde los nodos “m” y “n”,

$$R_{mn} = R$$

que es igual a la resistencia equivalente del dipolo de la Fig. (5-9).

b) SEGUNDO CASO

La aplicación del concepto de simetría nos permite llegar a la respuesta, sin necesidad de plantear ecuaciones y resolver sistema de ecuaciones, si no por aplicación combinada de las dos formas de caracterización de dipolos simétricos estudiados anteriormente, es decir relacionando estímulo con respuesta y reduciendo la red parcial, por la aplicación de los conceptos de tensión y corriente cero, para calcular fácilmente tal relación.

Con un ejemplo de aplicación se verá, en forma práctica lo explicado,

Ejemplo

Determinar la resistencia equivalente entre los nodos “x” e “y”, del circuito mostrado en la Fig.(5-15),

Energizamos al circuito con una fuente de tensión "E", [ver Fig.(5-15)], con la finalidad de poder encontrar las simetrías estudiadas anteriormente, y así minimizar el cálculo de la resistencia equivalente o

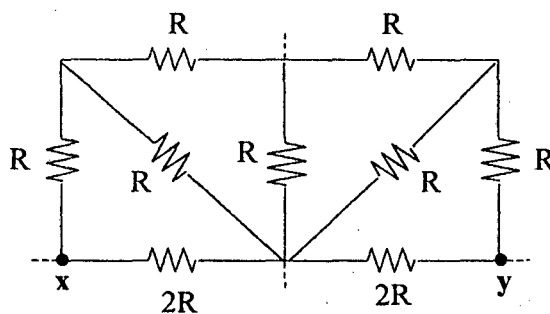


Fig. (5-15)

resistencia que ve la fuente de tensión, aplicando la interpretación física de los conceptos de tensión y corriente cero.

En consecuencia, tenemos el circuito de la Fig. (5-16),

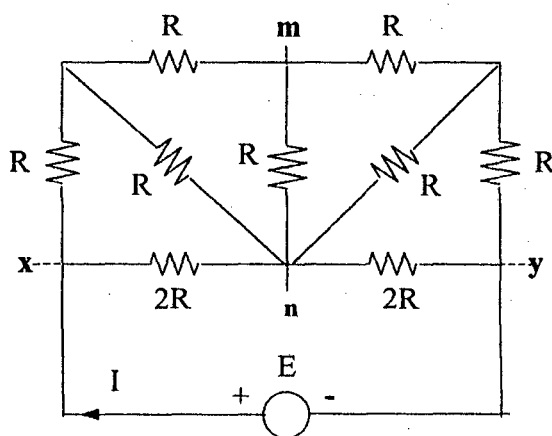


Fig. (5-16)

Si observamos el circuito, se ve que posee simetría física y simetría eléctrica a través del eje "m - n", por tal motivo, dibujamos el circuito tal como se muestra en la fig. (5-17),

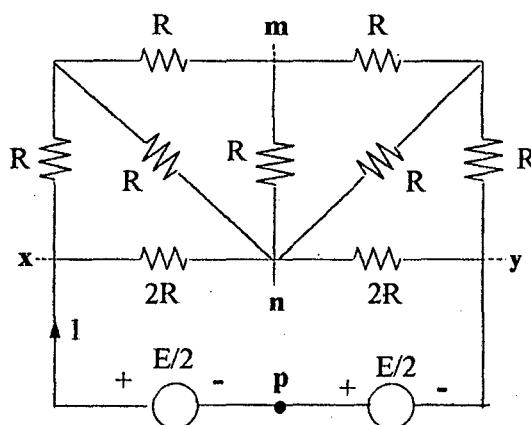


Fig. (5-17)

Puesto que los nodos "m", "n" y "p" se encuentran al mismo potencial, aplicando el concepto de corriente cero, y cortamos el circuito a través del eje de simetría correspondiente, obteniendo el circuito de la Fig.(5-18).

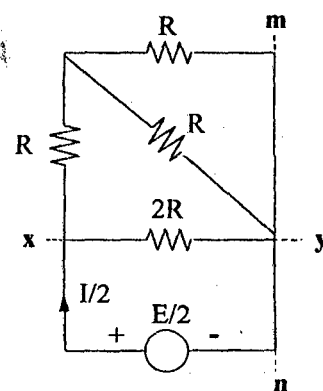


Fig. (5-18)

Para determinar la resistencia equivalente vista entre los nodos "x" e "y", se aplica lo estudiado en la asignatura de análisis de circuitos eléctricos I, al circuito de la fig. (5-18); obteniendo como resultado el circuito mostrado en la Fig. (5-19).

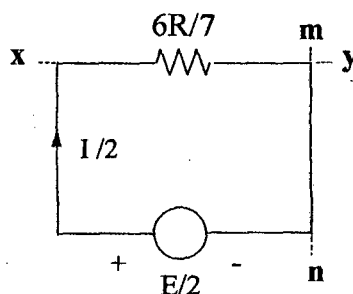


Fig. (5-19)

En consecuencia la resistencia equivalente vista entre los nodos "x" e "y", es

$$R_{xy} = \left(\frac{6}{7}\right) R$$

5.4 Relación entre las variables de entrada y salida de los cuadripolos

Para una mejor exposición de esta sección, se definirá el concepto de cuadripolo; se clasificara a los cuadripolos y se definirá Cuadripolos lineales y Cuadripolos bilaterales.

- **Definición de cuadripolo**

Los Cuadripolos se definen como sistemas físicos - eléctricos, que tienen cuatro bornes, dos de entrada y dos de salida. Los cuadripolos son redes pasivas lineales (RPL), en consecuencia no tienen elementos activos (fuentes de tensión y fuentes de corriente).

5.4.1 Relación entre las variables de entrada y salida de los cuadripolos

En la red de dos puertos mostrado en la Fig. (5-21), se identifican cuatro variables, dos voltajes (“ V_1 ” y “ V_2 ”) y dos corrientes (“ I_1 ” y “ I_2 ”), que son las variables de entrada y salida.

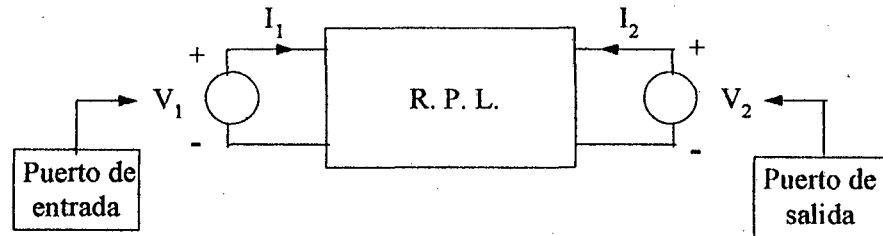


Fig. (5-20), Se muestran los puertos de entrada y salida

Se supone que las variables son transformadas de cantidades, y se usan “ V_1 ” y “ I_1 ” como símbolos de las variables de entrada, del puerto “1”, y “ V_2 ” y “ I_2 ” como símbolos de las variables de salida del puerto “2”. Como se puede observar, dos de las cuatro variables son independientes y la especificación de cualquiera de ellas determina las dos restantes. La dependencia de dos de las cuatro variables en función de las otras dos se describen en varias formas, dependiendo de cuáles sean las variables que se hayan seleccionado para ser independientes.

5.4.2 Determinación del número de combinaciones de las variables de un cuadripolo

El número de combinaciones de las variables de entrada y salida, nos permite determinar el número de parámetros de los cuadripolos.

Para determinar el número de las combinaciones de las variables hacemos uso del análisis combinatorio, esto es: la combinación de cuatro variables tomadas de dos en dos, es

$$C_2^4 = \binom{4}{2} = 6$$

Obteniéndose como resultado seis (06) combinaciones diferentes

En consecuencia existen seis tipos diferentes de parámetros, para el análisis de los cuadripolos: parámetros resistencia [r], parámetros conductancia [g],

parámetros transmisión [T], parámetros inversos de transmisión [T'], parámetros híbridos [h] y parámetros inversos de los híbridos [h']; los cuales se muestran en la tabla (5-1).

El análisis de los cuadripolos a través de sus parámetros, se realiza en base de los circuitos equivalentes.

Es así cuando se estudian los amplificadores electrónicos, con mucha facilidad se obtiene la amplificación de tensión, la amplificación de corriente y la amplificación de potencia. Así como la llamada, amplificación de resistencia, la cual es muy empleada cuando se estudian los amplificadores transistorizados

5.4.3 Parámetros de los cuadripolos

Los nombres de los parámetros se escogen para indicar sus dimensiones que poseen, la carencia de dimensiones consistentes o la ampliación principal del parámetro.

Por esta razón se estudiarán los siguientes parámetros:

- a) Parámetros resistencia.
- b) Parámetros conductancia.
- c) Parámetros transmisión
- d) Parámetros inversos de transmisión
- e) Parámetros híbridos
- f) Parámetros inversos de los híbridos.

PARÁMETROS DE LOS CUADRIPOLOS

TABLA (5-1)

Nº	PARÁMETROS	ECUACIÓN
01	RESISTENCIA	$V_1 = r_{11} I_1 + r_{12} I_2$ $V_2 = r_{21} I_1 + r_{22} I_2$
02	CONDUCTANCIA	$I_1 = g_{11} V_1 + g_{12} V_2$ $I_2 = g_{21} V_1 + g_{22} V_2$
03	TRANSMISIÓN	$V_1 = A V_2 - B I_2$

		$I_1 = C V_2 - D I_1$
04	INVERSOS DE TRANSMISIÓN	$V_2 = A' V_1 - B' I_2$ $I_2 = C' V_1 - D' I_1$
05	HÍBRIDOS	$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2$ $I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2$
06	INVERSOS DE LOS HÍBRIDOS	$I_1 = h'_{11} V_1 + h'_{12} I_2$ $V_2 = h'_{21} V_1 + h'_{22} I_2$

Una vez determinados los parámetros de los cuadripolos, es posible construir sus circuitos equivalentes y, a partir de ellos, estudiarlos a plenitud. Determinando a partir de ellos, la amplificación de voltaje, la amplificación de corriente, la amplificación de resistencia, la cual es utilizada cuando se analizan los amplificadores transistorizados.

Así mismo, es posible pasar con suma facilidad de una clase de parámetro a otro, permitiéndonos reducir el esfuerzo analítico que se tiene que desplegar, de acuerdo a la conexión de los cuadripolos. Estos es:

- a) Cuadripolos en cascada,
- b) Cuadripolos en serie,
- c) Cuadripolos en paralelo,
- d) Cuadripolos en serie - paralelo, y
- e) Cuadripolos en paralelo - serie.

5.5 Aplicación de los conceptos de tensión y corriente cero en la determinación de los parámetros de los cuadripolos de corto circuito y circuito abierto

5.5.1 Determinación de los parámetros de los cuadripolos

A) Parámetros resistencia o de circuito abierto

❖ Procedimiento analítico - experimental para determinar los parámetros resistencia

Como se ha expuesto referente al cuadripolo de la Fig. (5-20), es una red pasiva lineal (RPL), compuesta sólo por resistores, o sea no contiene fuentes activas.

En consecuencia, la relación de los parámetros resistencia los obtenemos de la tabla (5-1), que están determinados por,

$$V_1 = r_{11}I_1 + r_{12}I_2 \quad (5-1)$$

$$V_2 = r_{21}I_1 + r_{22}I_2 \quad (5-2)$$

Ecuaciones que se obtienen aplicando la regla de las mallas, la cual es una consecuencia de la segunda ley de Kirchhoff.

❖ **Procedimiento matemático .- experimental para la determinación de los parámetros resistencia**

Aplicando el concepto de corriente cero (circuito abierto), cualquiera de los parámetros resistencia se pueden determinar analítica o experimentalmente en función de un voltaje y de una corriente. Esta afirmación se obtiene, a partir de las ecuaciones (5-1) y (5-2), en consecuencia las fórmulas a utilizar, se muestran en las ecuaciones (5-3), (5-4), (5-5) y (5-6), que se muestran seguidamente:

$$r_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (5-3)$$

$$r_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (5-4)$$

$$r_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (5-5)$$

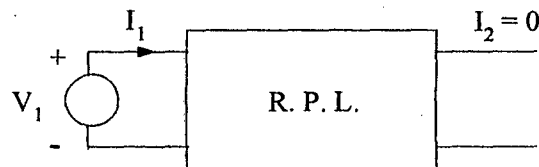
$$r_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (5-6)$$

A partir de las ecuaciones (5-3) a la (5-6), y las ecuaciones del (5-1) al (5-2), se construyen los circuitos mostrados en la Fig. (5-21a) y Fig. (5-21b), y se procede en forma analítica o experimental. Para determinar los parámetros experimentalmente en el laboratorio, tenemos que tener a nuestro alcance fuentes de tensión constante y medidores eléctricos (voltímetros y amperímetros). Como se puede

observar, para determinar estos parámetros hacemos las variables " $I_1 = 0$ " e " $I_2 = 0$ ", por esta razón se les denomina parámetros de circuito abierto (concepto de corriente cero).

a) Determinación de " r_{11} ", y " r_{21} "

Para determinar los parámetros " r_{11} " y " r_{21} ", debemos de contar con el circuito de la Fig. (5-21a),

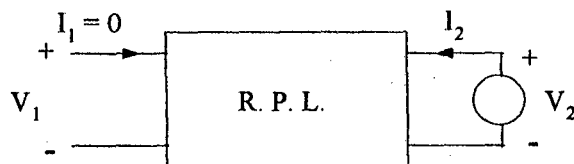


Circuito para determinar de " r_{11} " y " r_{21} "
Fig. (5-21a)

y procedemos tanto analítica como experimentalmente en el laboratorio, para determinar el valor de " r_{11} " y " r_{21} ".

b) Determinación de " r_{12} " y " r_{22} "

Para ello debemos de contar con el circuito de la fig. (5-21b),



Circuito para determinar de " r_{12} " y " r_{22} "
Fig. (5-21b)

y procedemos tanto analítica o experimentalmente en el laboratorio, para determinar " r_{12} " y " r_{22} ".

❖ **Característica importante de los parámetros [r]**

Por la característica lineal de los elementos que conforman los cuadripolos, los parámetros [r] tienen la siguiente característica:

$$r_{12} = r_{21}$$

La cual es una característica de todos los sistemas lineales - recíprocos.

B) Parámetros conductancia o de corto circuito

❖ Procedimiento analítico - experimental para determinar los parámetros conductancia

Como se ha expuesto referente a la Fig. (5-20), el cuadripolo a estudiar teórica - experimentalmente, es una red pasiva lineal. De la tabla (5-1) se expresa " V_1 " y " V_2 " en función de " I_1 " y " I_2 ", esto es,

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}V_2 \quad (5-7)$$

$$I_2 = g_{21}V_1 + g_{22}V_2 \quad (5-8)$$

Ecuaciones que se obtienen aplicando el método de las tensiones nodales.

❖ Procedimiento matemático - experimental para la determinación de los parámetros conductancia

Como se ha expuesto referente a la Fig. (5-20), el cuadripolo es una red eléctrica pasiva lineal (RPL),.

En consecuencia, de la tabla (5-1), tenemos

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad (5-9)$$

$$g_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad (5-10)$$

$$g_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad (5-11)$$

$$g_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad (5-12)$$

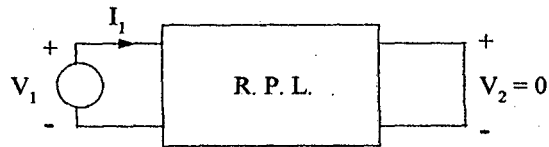
A partir de las ecuaciones (5-9) a la (5-12), y las ecuaciones del (5-7) a la (5-8), se construyen los circuitos (5-22a) y (5-22b), y se procede en forma analítica o experimental.

Para determinarlos experimentalmente en el laboratorio, tenemos que tener a nuestro alcance fuentes de tensión constante y medidores eléctricos (voltímetros y amperímetros).

Como se puede observar, para determinar estos parámetros hacemos " $V_1 = 0$ " y " $V_2 = 0$ ", por esta razón se les denomina parámetros de corto circuito (interpretación física del concepto de tensión cero).

a) Determinación de " g_{11} " y " g_{21} ",

Para determinar " g_{11} " y " g_{21} ", debemos de contar con el circuito de la fig. (5-22a),

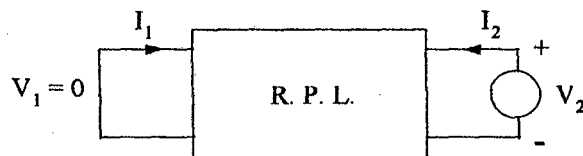


Circuito para determinar de " g_{11} " y " g_{21} "
Fig. (5-22a)

y procedemos tanto analítica o experimentalmente en el laboratorio, para determinar " g_{11} " y " g_{21} ".

b) Determinación de " g_{12} " y " g_{22} "

Para ello debemos de contar con el circuito de la fig. (5-22b),



Circuito para determinar de " g_{12} " y " g_{22} "
Fig. (5-22b)

de donde determinamos " g_{11} " y " g_{21} ".

❖ Característica importante de los parámetros [g]

Por la característica lineal de los elementos que conforman los cuadripolos, los parámetros Y tienen la siguiente característica:

$$g_{12} = g_{21} \quad (4-14)$$

La cual es una característica de todos los sistemas lineales - recíprocos.

C) Parámetros transmisión

❖ Procedimiento para la determinación de los parámetros de transmisión

Los parámetros transmisión sirven para relacionar para relacionar el voltaje y la corriente de un puerto con el voltaje y la corriente del otro puerto. Estas relaciones se encuentran en la tabla (5-1), esto es

$$V_1 = A V_2 - B I_2 \quad (5-15)$$

$$I_1 = C V_2 - D I_2 \quad (5-16)$$

Donde "A", "B", "C", y "D" son los parámetros transmisión. Estos parámetros se le denomina con varios nombres, entre los que se encuentran **los parámetros de cadena**, **los parámetros de Blondel**, etc.

Su primera aplicación fue en las líneas de transmisión, de allí su nombre, por tal motivo también se les conocen como **parámetros de circuito general**.

El signo negativo del segundo término de las ecuaciones (5-14) y (5-16), se originan de dos convenciones diferentes para asignar un sentido positivo a "I₂". En los problemas de transmisión de potencia se acostumbra a asignar a la corriente un sentido de referencia opuesto al que se muestra en la Fig. (5-2). Por lo tanto los signos menos de las ecuaciones (5-14) y (5-15), son para la corriente "I₂" y no para los parámetros "B" y "D".

Los parámetros transmisión son usados cuando los cuadripolos son conectados en cascada, como se verá más adelante. Parámetros que tienen una aplicación en las líneas de transmisión.

❖ Interpretación física de los parámetros de transmisión

Seguidamente se da la interpretación de "A", "B", "C" y "D" en función de las relación de transformada de cantidades para condiciones de circuito abierto (conceptos de corriente cero) y de corto circuito (concepto de tensión cero).

A partir de las ecuaciones (5-14) y (5-15), se pueden hacer las siguientes identificaciones, dispuestas en forma recíproca para estar de acuerdo con otras funciones de transferencia, estas son:

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad (5-16)$$

$$B = - \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_1=0} \quad (5-17)$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad (5-18)$$

$$D = - \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0} \quad (5-19)$$

Se observa que “1/A” es una ganancia de voltaje en circuito abierto, que “- 1/B” es una conductancia de transferencia en corto circuito, que “1/C” es una resistencia de transferencia en circuito abierto y que “-1/D” es una ganancia de corriente en corto circuito⁶.

❖ **Utilización de los parámetros transmisión: cuadripolos en cascada.**

Los parámetros transmisión son útiles para describir redes de dos puertos que están conectados en cascada (o en arreglo en cadena). Para justificar esta afirmación véase la Fig. (5-23),

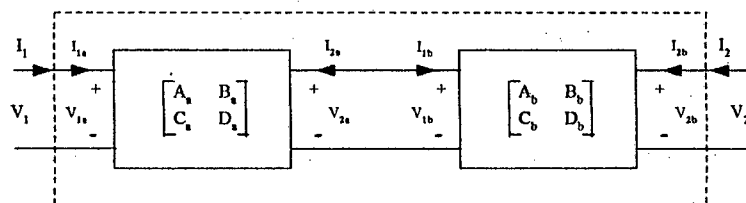


Fig. (5-23)

⁶ VALKENBURG, VAN. Análisis de Redes, p.p. 373 - 387

Los dos cuadripolos están conectados en cascada. Para dichos redes de dos puertos las ecuaciones (5-14) y (5-15), se les escribe en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{2a} \\ -I_{2a} \end{bmatrix} \quad (5-20)$$

$$\begin{bmatrix} V_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{2b} \\ -I_{2b} \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

Para la red equivalente, que se muestra en la Fig. (5-23) con líneas punteadas, se tiene

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (5-22)$$

❖ Determinación de los parámetros transmisión de la red equivalente

Nuestro objetivo es determinar los parámetros transmisión: A, B, C y D, de la ecuación matricial (5-22). Esto se logra al observar lo siguiente:

$$V_1 = V_{1a}, I_1 = I_{1a}, V_{2a} = V_{1b}, I_{2a} = -I_{1b}, I_{2b} = -I_2 \text{ y } V_{2b} = -I_2$$

Si se utilizan tales condiciones, para reemplazar voltajes y corrientes con un subíndice "a" o "b", entonces las ecuaciones (5-20) y (5-21), se pueden expresar en la forma de la ecuación (5-22).

Una vez logrado esto, se concluye:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \quad (5-23)$$

que es el resultado deseado.

El resultado anteriormente expuesto se puede generalizar para cualquier número de redes de dos puertos conectadas en cascada y se verá que el parámetro matricial de transmisión general para los cuadripolos conectados en cascada es, sencillamente, el producto

matricial de las matrices de transmisión de cada uno de los cuadripolos.

❖ **Aplicación de las matrices transmisión conectadas en cascada.**

a) Representación matricial del circuito de la Fig. (5-24)

Aplicando los conceptos básicos de matriz de transmisión, formulados en las ecuaciones (5-16), (5-18), (5-18) y (5-19), al circuito de la Fig. (5-24),

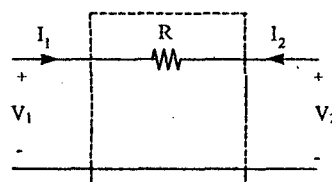


Fig. (5-24)

obtenemos la siguiente matriz de transmisión:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

b) Representación matricial del circuito de la Fig. (5-25)

Aplicando los conceptos básicos de matriz de transmisión, formulados en las ecuaciones (5-16), (5-18), (5-18) y (5-19), al circuito de la

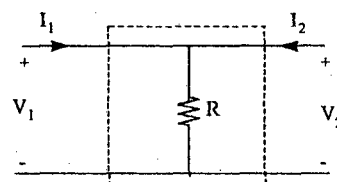


Fig. (5-25)

Fig. (5-25), obtenemos la siguiente matriz de transmisión:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \quad (5-25)$$

Nueva metodología matricial, usando cuadripolos conectados en cascada, para resolver circuitos eléctricos.

b) Aplicación de las matrices transmisión conectadas en cascada a la solución de circuito eléctricos

Dada la red mostrada de la Fig. (5-26), determinar, aplicando los conceptos de las matriz de transmisión conectadas en cascada, el valor de la resistencia "R" para que se transfiera la máxima potencia.

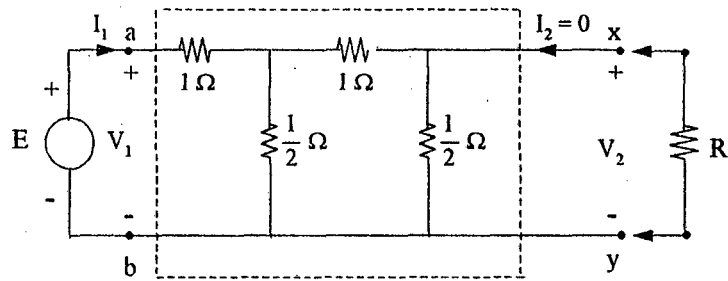


Fig. (5-26)

Solución

La matriz de transmisión del cuadripolo dado, esta conformada por cuatro cuadripolos en conectados en cascada, tal como se muestran en la Fig. (5-27)

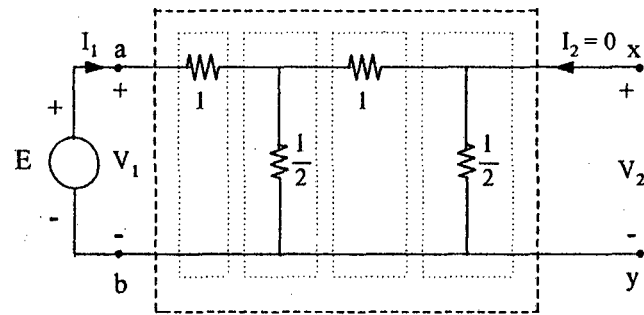


Fig. (5-27)

en consecuencia, la matriz de transmisión, por aplicación de las ecuaciones (5-24) y (5-25), esta dada por:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

efectuando el producto matricial, tenemos:

$$T = \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Pero por la definición de matriz de transmisión, tenemos,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

de donde, y como " $V_1 = E$ ", entonces

$$V_2 = \frac{E}{11} \quad (2)$$

En consecuencia, la matriz de transmisión total (T_T), una vez que se conecta "R", del circuito de la Fig. (5-28)

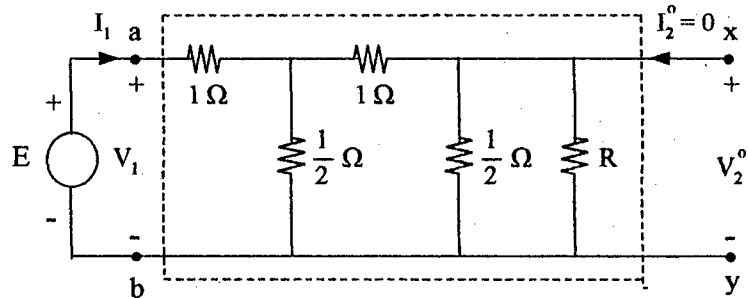


Fig. (5-28)

esta dada por:

$$T_T = \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix}$$

efectuando el producto matricial,

$$T_T = \begin{bmatrix} 11 + \frac{4}{R} & 4 \\ 8 + \frac{3}{R} & 3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Aplicando nuevamente la definición de matriz de transmisión, se tiene

$$\begin{bmatrix} E \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 + \frac{1}{R} & 1 \\ 5 + \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^o \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

como se debe de transmitir la máxima potencia a la resistencia de carga "R", entonces tenemos que tener presente el teorema de la máxima transferencia de energía, en consecuencia:

$$V_2^o = \frac{E}{22} \quad (5)$$

efectuando el producto matricial de la ecuación (4) y reemplazando (5), tenemos:

$$E = \left(11 + \frac{4}{R}\right) \frac{E}{22}$$

de donde,

$$R = \frac{4}{11} \Omega$$

D) Parámetros de transmisión inversos

En las ecuaciones (4-15) y (4-16) se expresaron “ V_1 ” e “ I_1 ” en función de “ V_2 ” e “ I_2 ”. Si se expresaran “ V_2 ” e “ I_2 ” en función de “ V_1 ” e “ I_1 ”, entonces las ecuaciones que se obtienen son,

$$V_2 = A' V_1 - B' I_1 \quad (5-26)$$

$$I_2 = C' V_1 - D' I_1 \quad (5-27)$$

Donde los parámetros de transmisión inversos son “ A' ”, “ B' ”, “ C' ” y “ D' ”. Estas ecuaciones se aplican a la transmisión en sentido opuesto al que se indica en las ecuaciones (5-14) y (5-15).

Los parámetros “ A' ”, “ B' ”, “ C' ” y “ D' ” tienen propiedades similares a las que se describen para los parámetros “ A ”, “ B ”, “ C ”, y “ D ”.

❖ Relación con otros parámetros y características importantes

En el estudio de los parámetros resistencia y conductancia, se llegó a la conclusión que en las redes recíprocas y lineales, se da necesariamente lo siguiente:

$$r_{12} = r_{21}, \quad y \quad g_{12} = g_{21} \quad (5-28)$$

En el estudio de los parámetros de transmisión también se puede demostrar que,

$$A = r_{11}/r_{21}, \quad B = \Delta_r/r_{21}, \quad C = 1/r_{21} \quad y \quad D = r_{22}/r_{21} \quad (5-29)$$

Obsérvese que,

$$A D - B C = r_{12} / r_{21} \quad (5-30)$$

Y como, los cuadripolos son lineales y recíprocos, entonces

$$A D - B \cdot C = 1 \quad (5-31)$$

De manera que si se conocen tres de los parámetros de transmisión el cuarto queda determinado.

De igual forma, se puede demostrar que para los parámetros inversos de transmisión, por reciprocidad, se concluye en,

$$A' D' - B' \cdot C' = 1 \quad (5-32)$$

E) Parámetros híbridos

A los parámetros híbridos se les llama así, porque las unidades de los parámetros son diferentes. Estos parámetros se les utiliza ampliamente en los amplificadores electrónicos transistorizados.

Las propiedades de estos parámetros y su interpretación en función de las variables para redes de dos puertos se basan en las ecuaciones de definición, ver tabla (4-1),

$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \quad (5-33)$$

$$I_1 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \quad (5-34)$$

Tal como hemos visto, los parámetros h se definen en función de dos de las variables, haciendo $I_1 = 0$ ó $V_2 = 0$. A partir de la aplicación de los conceptos de corriente cero y tensión cero, se obtiene

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad (5-35)$$

$$h_{12} = \left. -\frac{I_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad (5-36)$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad (5-37)$$

$$h_{22} = -\frac{I_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} \quad (5-38)$$

❖ Interpretación física de los parámetros híbridos

De acuerdo con las ecuaciones (5-35), (5-36), (5-37) y (5-38), es evidente que, los parámetros “h”, representan, en cada cuadripolo, lo siguiente:

h_{11} = Es la impedancia de entrada en corto circuito.

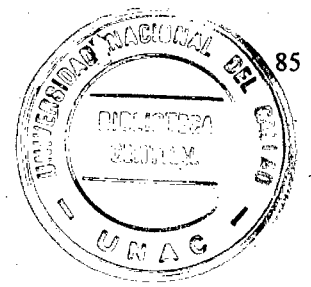
h_{21} = Es la ganancia de corriente en corto circuito.

h_{12} = Es la ganancia de voltaje inverso en circuito abierto,

y

h_{22} = Es la conductancia de salida en circuito abierto.

Tales parámetros son dimensionalmente mixtos y por esta razón se les denomina parámetros “híbridos”.



CONCLUSIONES y RECOMENDACIONES

a. CONCLUSIONES

1. Se ha probado teórica y experimentalmente la existencia del nuevo concepto de **Tensión Cero**.
2. Se ha probado teórica y experimentalmente la existencia del nuevo concepto de **Corriente Cero**.
3. Se ha probado teórica y experimentalmente la existencia del nuevo concepto de la **Paradoja Circuitual**.
4. La interpretación física del nuevo **Concepto de Tensión cero**, es una resistencia de **cero ohmios**, o sea un **cortocircuito**.
5. La interpretación física del nuevo concepto de **Corriente Cero**, es una **resistencia de infinitos ohmios**, o sea un **circuito abierto**.
6. El condensador en el **estado inicial** se comporta como un **cortocircuito**, y en el **estado final** o estado estable como un **circuito abierto**.
7. El inductor se comporta en el **estado inicial** como un **circuito abierto**, y en el **estado final** o estado estable como un **cortocircuito**.
8. En los circuitos simétricos:
 - En el eje de simetría balanceada se aplica el **Concepto de Tensión Cero**.
 - En el eje de simetría de transferencia se aplica el **Concepto de Corriente Cero**.
9. Se ha probado que los conceptos de **Tensión y Corriente cero**, se aplican para la determinación de los **parámetros de los cuadripolos**.
10. Se ha probado que los **parámetros transmisión**, posibilitan la aplicación del **Teorema de la Máxima transferencia de potencia**, en forma matricial, a las

redes eléctricas tipo escalera, constituyéndose en otra metodología para solucionar circuitos eléctricos.

11. Los circuitos de primer orden que son excitados por una fuente de tensión constante, son gobernados por la ley exponencial;

- La respuesta en el dominio del tiempo esta dada por: $f(t) = A + B e^{-t/\tau}$, donde
 - ◇ “ τ ” es la constante de tiempo del sistema
 - ◇ “A” y “B” son constantes de integración, que dependen de las condiciones iniciales y finales.
- Considerando las condiciones iniciales y finales, la respuesta en el dominio del tiempo es:

$$f(t) = f(\infty) + [f(0^+) - f(\infty)] e^{-t/\tau}, \text{ para todo } t \geq 0.$$

Donde $f(0^+)$ es la condición inicial del sistema y, $f(\infty)$ es la condición en el estado estable o final del sistema.

b. RECOMENDACIONES

1. Se hace necesario que los profesores de la asignatura de **Análisis de Circuitos Eléctricos I**, de la FIEE - UNAC, investiguen la aplicación de los parámetros resistencia, conductancia, híbridos e inversos de los híbridos, en la solución de circuitos eléctricos, con la finalidad que el sujeto del aprendizaje resuelva los circuitos en forma matricial, permitiéndole comparar con el método tradicional, posibilitando que cultive la confianza en si mismo, lo que dará lugar a una sólida formación académica y profesional, que redundará en un mejor servicio a la sociedad, que es el fin supremo de todo futuro profesional.
- 2- Que en la sumilla de la asignatura de **Análisis de Circuitos Eléctricos I** de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional del Callao, se incluyan los nuevos conceptos de **Tensión Cero**, **Corriente Cero** y la **Paradoja Circuital**, así como sus correspondientes interpretaciones físicas, a partir del semestre académico 2002-A. Así mismo, se incorporen los nuevos términos acuñados en el presente trabajo de investigación: **el Puente Wheatstone en estado dinámico** y **el Puente Wheatstone en estado estático**, con sus condiciones de equilibrio

3. Se hace necesario que **estos nuevos conceptos**, formulados en la presente tesis de investigación, que constituyen un aporte no sólo para la **Teoría de Circuitos Eléctricos I** y la **Electrotecnia en particular**, sino especialmente para la **Ciencia en general**, sean difundidos en el sistema universitario y en instituciones relacionadas con este quehacer, tanto en el ámbito nacional como internacional.

4. Considerando que las tesis de Maestría en Investigación y Docencia Universitaria a la fecha, no han sido difundidas a través del sistema de digitalización Internacional (INTERNET), se recomienda que a partir de la fecha, todas las Tesis de la Maestría en Investigación y Docencia Universitaria, así como sus correspondientes Proyectos de Investigación, sean mostrados a Instituciones Académicas de rango superior, a través de este medio, que es el mejor sistema a nivel mundial para este propósito, con la finalidad de elevar el prestigio institucional de esta nuestra Casa Superior de Estudios, la Universidad Nacional del Callao.

BIBLIOGRAFÍA

- CABALLERO ROMERO, Alejandro E. Metodología de la Investigación Científica, Lima - Perú, Editorial Técnico Científica S. A., 1990, 180 pp.
- FISHBANE, Paul M y otros, Física para Ciencias en Ingeniería, México, Ediciones Prentice -Hall Hispanoamericana S. A., 1993, 1377 pp.
- FLORES BARBOZA, José. La Investigación Educacional, Una Guía para la Elaboración y Desarrollo de Proyectos de Investigación, Lima - Perú, Ediciones Desirée, 1999, 500 pp.
- HOLLIDAY, David y RESNICK, Robert. Física, Para estudiantes de Ciencias e Ingeniería, México, Compañía Editorial Continental S. A., Sexta edición, 1970, 1558 pp.
- IRWIN, David. Análisis Básico de Circuitos en Ingeniería, México, Ediciones Prentice -Hall Hispanoamericana S. A., Segunda edición, 1997, 952 pp.
- KIP, Artur. Fundamentos de la Electricidad y Magnetismo, Madrid, Ediciones Castilla S. A., 1967, 427 pp.
- KUO, Benjamin. Sistemas Automáticos de Control, México, Editorial CONTINENTAL, 1970, 575 pp.
- KUO, Franklin F. Network Análisis ad Synthesis, Tokyo, Wiley Internacional Edition, New York, 1962, 515 pp.
- OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderno, México, Printce - Hall Hispanoamericana, 1992, 1020 pp.
- QUINET, J. Circuitos de Electrónica y de Amplificadores, Madrid, Editorial PARANINFO, 1967, Tomo I : 377 pp, Tomo II : 479 pp, Tomo III : 277 pp.
- REYNAFARJE, Davila Víctor, Análisis de Circuitos Eléctricos Lineales en el Dominio del Tiempo, Lima - Perú, Universidad Nacional de Ingeniería, 1982, 680 pp.
- REITZ, John R y otros. Fundamentos de la Teoría Electromagnética, Madrid, Wiley Internacional Edición, 1996, 641 pp.
- SÁNCHEZ CARLESSI, Hugo. Metodología de la Investigación Científica, Lima - Perú, Editorial Mantaro., 1996, 174 pp.
- SCOTT, Donal E. Introducción al Análisis de Circuitos, Un enfoque sistémico, España, Editorial McGraw-Hill, 1988, 717 pp.
- SPIEGEL, Murray R. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas, México, Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana, décima edición, 1965, 426 pp.
- SEARS, Francis W. Electricidad y Magnetismo, Madrid, Ediciones Aguilar, segunda edición, 1959, 440 pp.

- TORRES BARDALES, Colonibol. Orientación Básica de Metodología de la Investigación Científica, Lima - Perú, G. Herrera Editores, segunda edición, 1998, 251 pp.
- TORRES BARDALES, Colonibol. Proyecto de Investigación Científica, Lima - Perú, G. Herrera Editores, séptima edición, 2000, 376 pp.
- VAN VALKENBURG, M.E. Análisis de Redes, México, Editorial LIMUSA, 1989, 636 PP.



ANEXOS

APLICACIONES TECNOLÓGICAS

Estos anexos se presentan por recomendación de los miembros del Jurado Examinador, que fueron designados mediante Resolución N° 019-2001-MIDU-SPG-FCE, del 23 de noviembre del 2001.

ANEXOS I

TERMISTORES Y DETECTORES RESISTIVOS DE TEMPERATURA (RTDs)⁷

Además de utilizar el voltaje de una termocupla para medir eléctricamente una temperatura, es también posible utilizar el cambio de resistencia que presentan muchos materiales a medida que cambia la temperatura. Los materiales utilizados para este fin son de dos clases, metales puros y óxidos metálicos.

Los metales puros tienen un coeficiente térmico positivo de resistencia bastante constante. El coeficiente térmico de resistencia, generalmente **denominado coeficiente térmico**, es la relación de cambio en la resistencia al cambio en la temperatura. Un coeficiente positivo significa que la resistencia se hace mayor a medida que aumenta la temperatura. Si el coeficiente es una constante significa que el factor de proporcionalidad entre resistencia y temperatura es constante y que resistencia y temperatura serán graficados como una línea recta. La Figura 11-9(a), muestra la gráfica de resistencias versus temperaturas para varios metales comunes. El **factor de resistencia** en esta gráfica indica el factor por el cual la resistencia es más grande que la resistencia de referencia a 0° F. Cuando se utiliza un conductor de metal puro para la medida de temperatura, nos referimos a él como un detector resistivo de temperatura, o un RTD (resistive temperature detector).

La Figura 11-10 muestra tres circuitos para la utilización de termistores y/o RTDs. En los diagramas esquemáticos, las resistencias sensitivas de temperatura se simbolizan por medio de una resistencia atravesada por una flecha y encerrada por un círculo, y una letra T en la parte de afuera. Una resistencia con un coeficiente térmico positivo puede indicarse por una flecha apuntando hacia la parte superior del círculo, y una resistencia con coeficiente térmico negativo puede simbolizarse con una flecha apuntando hacia la parte inferior del círculo. Estas no son reglas universalmente aceptadas, pero las utilizaremos en el este libro.

La Figura 11-10(a) se muestra el transductor de temperatura en serie con un amperímetro y una fuente de tensión constante. A medida que la temperatura aumenta, la resistencia disminuye la corriente aumenta. Si se conoce la característica específica

⁷ Maloney Timothy J., **Electrónica Industrial. Dispositivos y Sistemas**, PRENTICE-HALL HISPANPO AMERICANA, S. A., México, 1983, pág. 439 - 443.

del termistor, es posible relacionar la medida de corriente con la temperatura operante. La fuente de voltaje no debe cambiar o de lo contrario la correspondencia corriente - temperatura no será válida. En la Figura 11-10(b), el transductor de temperatura aumenta su resistencia a medida que la temperatura aumenta.

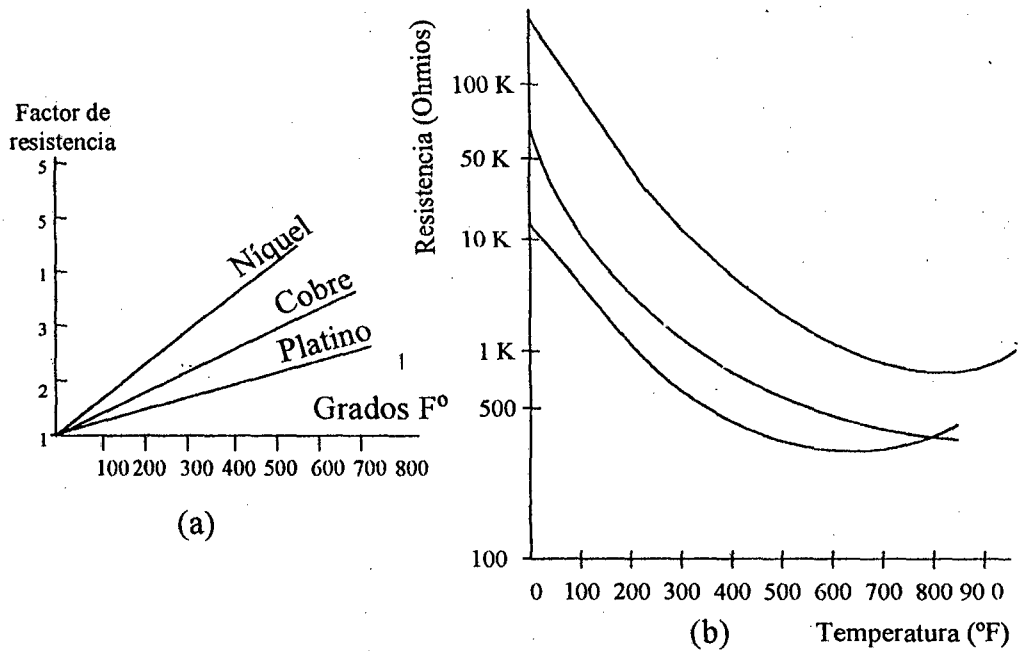


Figura 11-9. (a) Curvas de resistencia versus temperatura para metales puros (RTDs).
(b) Curvas de resistencia versus temperatura para termistores típicos.

Esto hace que una mayor parte de la fuente de voltaje constante aparezca a través de sus terminales. De este modo la lectura del voltímetro puede relacionarse a la temperatura. Si se desea, la escala del voltímetro puede marcarse en unidades de temperatura en lugar de voltios para así obtener una lectura directa de temperatura.

En la Figura 11-10(c) se utiliza un **circuito puente**. En cuanto a precisión, las medidas de los circuitos puente son inherentemente superiores a otras medidas debido a que el medidor que detecta el balance del puente puede ser muy sensible. Por lo tanto, puede detectarse un ligero desbalance en el puente y corregirlo. El medidor de detección del puente puede ser muy sensible, porque cuando el puente está muy cercano al balance (**Paradojas Circuital**), el voltaje a través del puente es cercano a cero; dado que el medidor de detección no tiene que medir un gran voltaje, puede hacerse que responda ampliamente a un pequeño voltaje. En otras palabras, puede ser muy sensible. En contraste, los medidores de la Figuras 11-10(a) y (b) no pueden ser muy sensibles

debido a que deben ser capaces de leer (relativamente) grandes valores de voltaje o corriente.

El **circuito puente** trabaja de la siguiente manera: A medida que la temperatura del termistor aumenta, su resistencia disminuye. Esto altera la relación de la resistencia en el lado derecho y por consiguiente **desbalancea al puente** (asumiendo que estaba balanceado al principio)

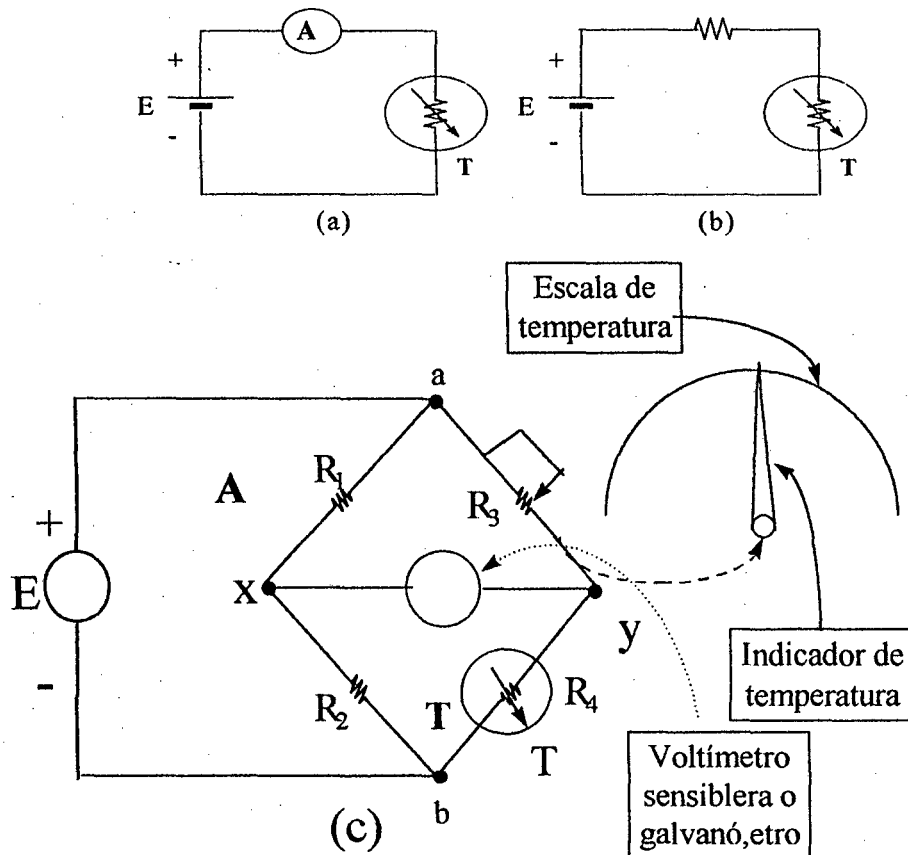


Figura 11-10. Circuitos que se usan traductores resistivos de temperatura. (a) La lectura del amperímetro equivalente a la medida de temperatura, (b) La lectura del voltímetro equivalente a la medida de temperatura, (c) Distribución puente. Cuando el puente está balanceado, la posición del contacto del potenciómetro equiv. a la medida de la temperatura.

De cualquier manera manual o automáticamente, R_3 se ajusta hasta cuando la relación de las resistencias en el lado derecho sean nuevamente igual a la relación de las del lado izquierdo, llevando nuevamente al puente al **estado de equilibrio dinámico**. La posición del eje del potenciómetro R_3 representa entonces la temperatura, dado que para cada valor posible de resistencia R_4 hay un sólo valor de la resistencia R_3 que balanceará al puente. El eje de R_3 está unido mecánicamente a otro eje el cual posiciona al indicador de temperatura.

Cuando se utiliza el método de medida por balance del puente (**estado de equilibrio dinámico del puente Wheatstone**), la escala de temperatura será lineal si el transductor es lineal. Una escala de lectura lineal significa que iguales distancias en la escala representa iguales **diferencias** de temperaturas, o, dicho de otra manera, las marcas en la escala de temperaturas están todas igualmente espaciadas. Dado que hemos visto que un termistor es bastante no lineal, podríamos esperar que la escala de temperaturas en la Figura 11-10(c) fuese también no lineal⁸. La no linealidad extrema de los termistores los hacen poco deseados para medir temperaturas en rangos amplios. Sin embargo, para medir temperaturas en bandas estrechas, son bastante utilizados, debido a que proporcionan una gran respuesta a pequeños cambios de temperatura.

La no linealidad natural, de los termistores puede corregirse parcialmente conectando varios termistores apareados entre sí en una combinación serie - paralelo. El circuito resultante se denomina **termistor de red compuerta**. Estas redes son bastante lineales sobre un rango de temperaturas bastante ancho (al rededor de 200 °F), pero naturalmente son más costosos que los simples termistores.

Como regla general, los termistores son preferibles cuando se estrecha la banda esperada de temperaturas, y las RTDs son preferibles cuando es ancha la banda esperada de temperaturas. La mayoría de los termistores se fabrican para utilizarse en un rango comprendido entre -150 °F y +800°F, no obstante, se han desarrollado termistores especiales para ser utilizados a temperaturas extremadamente bajas, cercanas al cero absoluto. Hay disponibles termistores de RTDs a utilizarse a temperaturas desde -400 °F a +2,000 °F. Además de sus usos como medidores de temperaturas en un medio externo, los termistores también tienen aplicaciones que hacen uso del calor generado internamente por el paso de la corriente. En cualquier aplicación de medida de temperaturas externas, es importante eliminar el efecto del calor generado internamente por el termistor; esto se logra haciendo que la corriente que lo atraviesa sea muy pequeña, sin embargo, la capacidad del termistor para cambiar su propia resistencia a medida que genera energía calorífica debido al I^2R puede ser muy útil. Por ejemplo, el termistor auto - calentado puede utilizarse para establecer tiempos de retardo, proteger componentes delicados de las sobrecorrientes, detectar la presencia o ausencia de un material térmicamente conductor.

⁸ Como ejemplo de una escala no lineal, mire la escala de ohmios de un VOM. Las marcas que representan una diferencia dada en ohmios están más apartadas a la derecha pero más cercanas a la izquierda.

ANEXOS II

FOTOCELDAS Y DISPOSITIVOS FOTOELECTRICOS⁹

Las fotoceldas son pequeños dispositivos que producen una variación eléctrica en respuesta a un cambio de la **intensidad luminosa**. Las fotoceldas pueden clasificarse bien sea como celdas **fotovoltaicas** o celdas **fotoconductoras**.

Una **celda fotovoltaica** es una fuente de energía cuyo voltaje de salida varía en relación a la intensidad luminosa en su superficie.

Industrialmente, las aplicaciones de las fotoceldas están en dos categorías generales:

a. Para detectar la presencia de un objeto opaco

1. La detección puede hacerse en una base de todo o nada, en la cual el circuito de la fotocelda tiene solamente dos estados de salida, representando bien sea la presencia o la ausencia de un objeto, esta es la clase de fotoceldas utilizadas para contar piezas que se mueven en una banda transportadora o para impedir que opere un determinado mecanismo si las manos del operador no se encuentran en lugar seguro.
2. La detección puede hacerse en una base continua, en la cual el circuito de la fotocelda tiene una salida variable en forma continua, representando la posición variable del objeto. Esta es la clase de detección utilizada para "vigilar" el borde de una cinta móvil de material y evitar que se desvíe demasiado de la posición apropiada.

b. Para detectar el grado de translucidez (capacidad para dejar la luz) o el grado de luminiscencia (capacidad para generar luz) de un fluido o un sólido. En estas aplicaciones el proceso ha sido acomodado de modo que la translucidez o la luminiscencia representan algunas variables importantes del proceso. Algunos ejemplos de variables que medirse de esta forma son densidad, temperatura, y concentración de algún compuesto químico específico (monóxido de carbono, dióxido de carbono, agua, etc.)

Las principales ventajas de las fotoceldas sobre otros dispositivos sensores es que no requieren contacto físico con el objeto que se está detectando.

⁹ Maloney Timothy J., **Electrónica Industrial. Dispositivos y Sistemas**, PRENTICE-HALL HISPANPO AMERICANA, S. A., México, 1983, pág. 443 - 448.

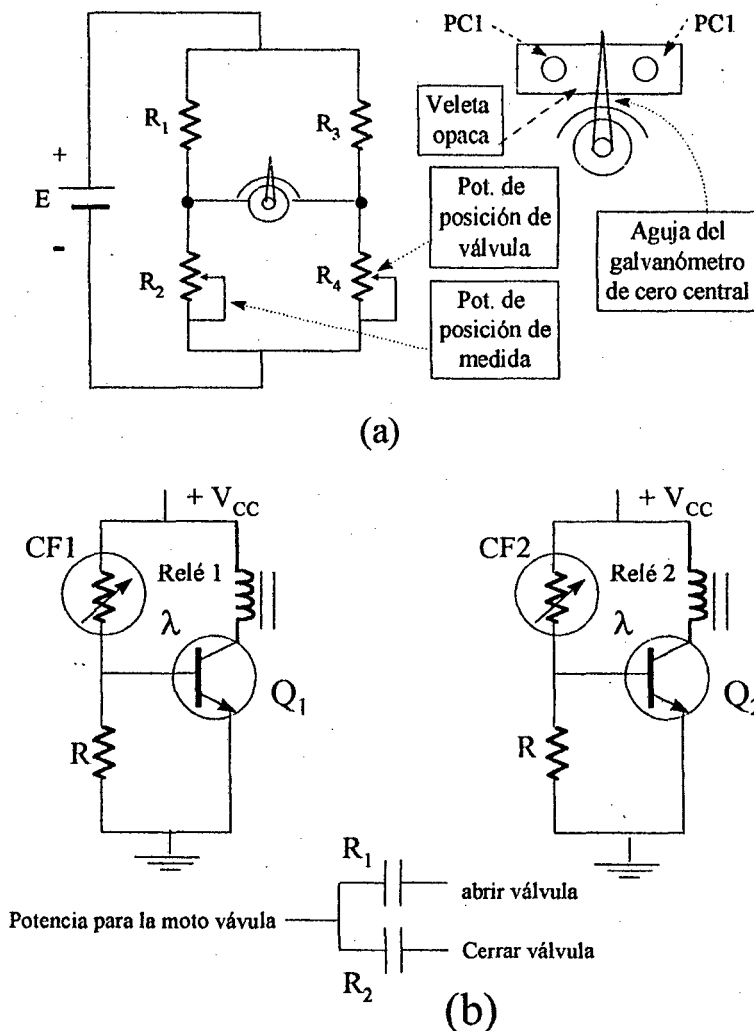


Figura 11-16. Celdas Fotoconductoras utilizadas para el balancear automáticamente un puente. (a) Circuito puente, con una veleta opaca adherida a la aguja del galvanómetro. (b) Circuito de la fotoceldas. Si ambas fotoceldas están en la obscuridad, ningún relé es energizado, y la moto válvula no se mueve. Si una cualquiera de las fotoceldas se ilumina, el relé apropiado se energiza y aplica potencia a la moto válvula y lleva al puente de nuevo al estado de equilibrio.

Fotoceldas para el balanceo automático de un puente. El circuito puente en la Figura 11-16 (al balancea el potenciómetro de medida contra el potenciómetro (le posición de la válvula para brindar un control proporcional. El conjunto galvanómetro y fotocelda presentado en esta figura es un método barato y confiable para realizar el balanceo automático de un puente. Veamos como trabaja.

El galvanómetro es un medidor de cero central. Es decir, si no fluye corriente a través de él, la aguja regresa al centro de la escala. Si la corriente fluye de izquierda a derecha, la aguja se mueve del centro a la derecha; si la corriente fluye de derecha a izquierda, la aguja se mueve del centro hacia la izquierda. Adherida a la aguja hay una veleta muy liviana la cual es opaca. Dos celdas fotoconductoras se encuentran montadas a una

pequeña distancia de una cara de la veleta, y hay dos fuentes luminosas montadas a una pequeña distancia de la otra cara de la veleta. Refiérase al detalle del dibujo en la Figura 11-16(a). Si la aguja del galvanómetro está centrada, la veleta cubre ambas fotoceldas, haciendo sus resistencias altas. Si la aguja se descentra una cualquiera de las fotoceldas 1 ó 2 se descubrirá, dependiendo de la dirección del movimiento de la aguja. Cuando una fotocelda es descubierta, su resistencia cae drásticamente debido a que la luz alcanza su superficie. La disminución de la resistencia pone en CONDUCCION uno de los transistores como interruptor en la Figura 11-16(b), energizando uno de los relés. Entonces los contactos del relé hacen que la moto válvula abra o cierre, moviendo el pot. de posición de la válvula hasta cuando el puente regrese a su posición de equilibrio. Cuando el puente está de nuevo en equilibrio, la corriente por el galvanómetro cae a cero, y la aguja regresa al centro de la escala. Ambas fotoceldas están de nuevo en la oscuridad, llevando a CORTE el transistor que haya sido llevado a CONDUCCION. El relé que fue energizado se desenergiza, y la válvula permanece en dicha posición particular.



ANEXOS III

TRANSDUCTORES PARA MAGNITUDES MECÁNICAS DE TRASLACIÓN

TRANSDUCTORES DE ALARGAMIENTO ¹⁰

Tienen una especial importancia ya que no sólo se los emplea para la medición de alargamientos y consiguientemente de fuerzas elásticas en la superficie del material, sino también son apropiados para la medición de todas las magnitudes mecánicas que pueden ser reducidas a un alargamiento proporcional de piezas de muelles elásticas (como por ejemplo espacios, aceleraciones, fuerzas, momentos de flexión, presión de los gases y líquidos, así como momentos de giro).

Las cintas extensiométricas (denominadas abreviadamente CEM) equivalen a un detector de resistencia. Se construyen con una o varias rejillas de medidas, formando rosetas, de acuerdo a los tipos básicos representados en la figura 11.13. en muy diversos modelos o combinaciones. Existen CEM de filamento con hilos de resistencia delgados de metal con diámetro aproximado de $20 \mu\text{m}$ en forma de bandas de rejillas con el filamento de medida en un plano, de bandas de bobinas planas con el hilo de medida enrollado sobre un núcleo plano o de bandas de puentes transversales gruesos. Las rejillas de medidas estas dispuestas sobre o entre laminas portadoras de papel o material sintético (resina acrílica, resina epoxido, resina fenolica o poliamida). Las CEM de láminas están compuestas de películas de resistencias de metal (películas de constatan) de unos $5 \mu\text{m}$ de espesor que están grabadas en forma de meandros (o en forma circular y espiral como tipos membranas) según el procedimiento para circuitos impresos y unidos con una película portadora de resina sintética. En las CEM de semiconductores, el filamento de medida se reemplaza por un semiconductor recto y delgado (silicio dotado positiva o negativamente con efecto piezoresistivo). Las cintas extensiométricas de hilo libre con hilos de alargamiento sin soportes son empleadas para transductores de aceleración, presión y presión diferencial.

¹⁰ Stöckl. M. y Winterling, H., *Técnicas de las medidas Eléctricas*, Editorial Labor S. A., Barcelona, España, 1979, pág. 363 -367.

Las resistencias nominales (resistencias propias) de CEM de filamento y CEM de láminas, están comprendidas entre $R = 60 \Omega$ y 1000Ω (con tolerancias inferiores al 1%) y en CEM de semiconductor aproximadamente entre $R = 120 \Omega$ y 250Ω .

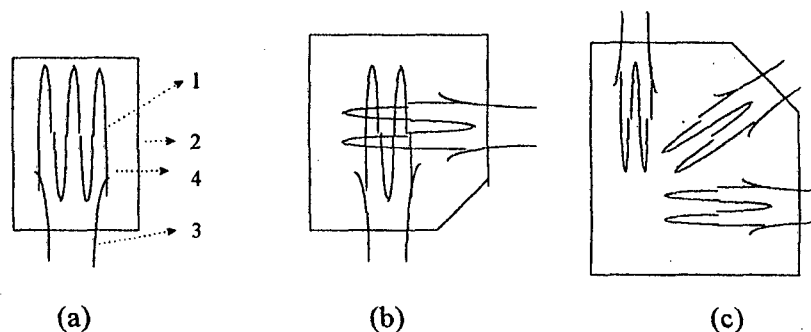


Fig. 11.13. Tipos básicos de cintas extensiométricas (CEM).

a) CEM sencilla, b) CEM, de torsión.

- 1 Filamento de resistencia.
- 2 Soporte de papel o material sintético.
- 3 Hilos de conexión.
- 4 Uniones soldadas

Las longitudes de diferentes tipos de CEM son de unos $l = 0,6 \text{ mm}$ a 150 mm , con muchas variantes de formas y ancho de las superficies de medidas comprendidas entre $l = 4 \text{ mm}$ y 21 mm y resistencias nominales de $R = 120 \Omega$ y 600Ω . El filamento de una CEM se alarga (acorta) en toda la longitud por efecto del alargamiento (acortamiento) de la superficie de medida transmitido por un pegamento especial, produciéndose un aumento (disminución) de su resistencia efectiva como consecuencia de la variación de sus magnitudes físicas y geométricas de longitud, sección transversal y resistencia específica.

La sensibilidad al alargamiento esta determinado por la relación entre el alargamiento.

$$\varepsilon = \Delta l / l \quad (11.5)$$

Y la variación de la resistencia $\Delta R / R$, por la sensibilidad

$$k = \frac{\Delta R / R}{\varepsilon} \quad (1-16)$$

Esta se halla indicada por el fabricante con una inseguridad de aproximadamente 0.5 % a 1.5% del valor de régimen. Para CEM metálicas $k \cong 2$, para CEM semiconductores por el contrario $k \cong 120$. Las CEM semiconductores cuentan principalmente con la desventaja de que k no es constante en el campo de medida debido a que R varia

acentuadamente con la dilatación y la temperatura. La indicación dada aquí sobre el valor de k esta referida a la resistencia en el estado no deformado.

La influencia de la temperatura en CEM de hilo y semiconductor (consecuencia de la deformación aparente de las CEM pegadas sobre cada superficie de acero, y del propio aumento de resistencia por caldeo), es de unos $- 15 \mu\text{m}/(\text{Km})$ a $+ 15 \mu\text{m}/(\text{Km})$. Esta fluctuación no se corrige normalmente por cálculos. Para la compensación de la temperatura se conectan entre sí por ejemplo según la figura 11.14 CEM activa y pasiva (mejor aún otras activas), formando semipuentes o puentes enteros, siendo las CEM activas aquellas que captan la deformación del punto de medida y pasivas aquellas que están colocadas sobre el mismo material o sobre el punto de medida, de modo que tienen la misma temperatura pero sin estar expuestas al alargamiento.

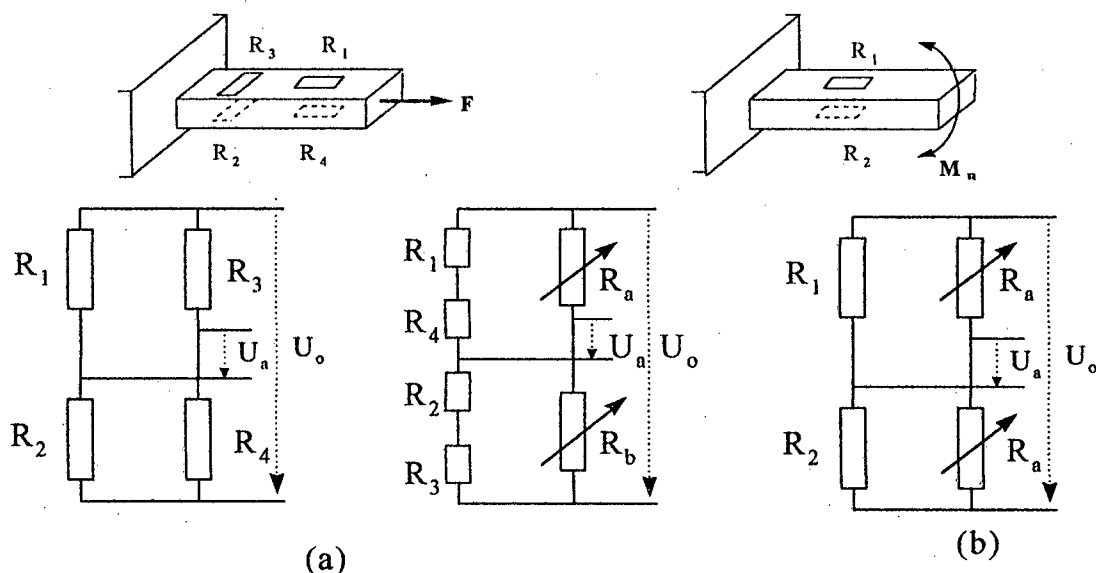


Fig. 11.14. Medición de esfuerzos mecánicos con CEM. Disposición conexión (de arriba hacia abajo) de varias cintas extensiométricas en esfuerzos compuestos (tensiones compuestas) para la determinación de:

- Una fuerza de tracción y de compresión pura F (R_1 y R_4) CEM activas R_2 y R_3 , CEM pasivas en conexión de puente entero (a la izquierda) y de semipunto (a la derecha); R_a y R_b resistencias de equilibrio.
- Un momento de flexión M_b (R_1 y R_2) CEM activas: R_a y R_a resistencias de equilibrio.

En casos especiales se emplean CEM con compensación propia de temperatura las cuales sin embargo, excepto en conexiones especiales, solo pueden ser compensadas para un material determinado. Las temperaturas de las CEM normales, según el tipo, están comprendidas aproximadamente entre $- 150^\circ \text{C}$ y un máximo de 200°C . A

temperaturas muy elevadas hasta unos 1000°C hay que colocar, ya sea CEM de rejilla sin soporte sobre el elemento de construcción mediante metalización con llama, o bien soldar con el elemento de construcción bandas portadoras sencillas de metal (con el tubo metálico fijado sobre un soporte metálico con hilo de medida incrustado aislado) mediante soldadura por puntos.

Para mantener los errores de medida por influencia de la humedad dentro de límites despreciables, las CEM deben estar protegidas contra la humedad y deben de tener resistencias de aislamiento contra superficies de medidas puestas a tierra de más de 10^6 veces de la resistencia de régimen.

Mediante conexiones de medidas adecuadas, con una, dos, cuatro o más CEM activas es posible investigar sobre las superficies, estados de tensiones referidos a uno o varios ejes. Según la figura 11.14 se puede considerar (por ejemplo, en esfuerzos compuestos) cada uno de los esfuerzos separadamente como fuerza de tracción, de compresión o flexión (o también momento de rotación según la figura 11.14).

La duración de las CEM es prácticamente ilimitada, sin embargo pueden ser pegadas una sola vez. El alargamiento máximo admisible según el tipo, es de unos $\epsilon_m = 1$ mm/m, para modelos especiales hasta un máximo de 100 mm/m; el campo de frecuencias de medida es de $f_M = 0$, hasta 50 kHz.

La sensibilidad de una conexión de medida con CEM para un alargamiento $\epsilon = (\Delta R/R)/k$, puede ser determinada con un disonancia de calibración conocida $\Delta R/R$, incluida en el puente de medida y con la sensibilidad k dada por el fabricante.

Para el dimensionamiento de un transductor con CEM, para magnitudes mecánicas se considera para el punto de medida de la CEM un alargamiento $\epsilon = 1$ mm/m = 1% = 10^{-3} , correspondiente a una tensión elástica en el acero de $\sigma = 210$ N/mm², para el valor final de la magnitud de medida. Con esto resulta una variación de resistencia $\Delta R/R = k\epsilon = 2\%$, para cada CEM activa, con $k = 2$.

Para la medición de esta ínfima variación de resistencia se conectan normalmente las CEM formando puentes de medida alimentados con corrientes continuas o alterna. La tensión de alimentación admisible $U_1 = R_1 I_{adm}$, para una CEM se calcula en base a la resistencia de entrada R_1 de la CEM y la corriente de medida máxima admisible I_{adm} , que según el tipo de CEM es de unos $I_{adm} = 10$ mA a 50 mA. El cálculo de la tensión en la diagonal del puente se encuentra en el siguiente ejemplo:

EJEMPLO

Se trata de medir el alargamiento $e = 1\text{mm/m} = 10^{-1} = 1\%$ sobre una superficie de acero con una CEM activa. La CEM a ser utilizada tiene una resistencia $R_1 = 300\ \Omega$, una corriente de medida máxima admisible I_{adm} y una sensibilidad de alargamiento según la ecuación (11.6) de $k = 2$. La medición debe ser efectuada según la figura (11.14) en un puente de medidas cuyas otras tres resistencias son de $300\ \Omega$ respectivamente, es decir $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 300\ \Omega$. Calcular la tensión U_a en la diagonal del puente de medidas.

Siendo la resistencia en el brazo diagonal suficientemente elevada, se tiene en ese caso según la ecuación,

$$U_a = U_o (\Delta R/R)/4$$

con U_o como tensión de alimentación del puente. Con la ecuación (11-6) se obtiene,

$$\Delta R/R) k \varepsilon = 2 \times 10^{-3}$$

Además se obtiene con $I_{\text{adm}} = 10\text{mA}$ en la CEM la tensión de alimentación admisible del puente $U_o = 2RI_{\text{adm}} = 2 \times 300\Omega \times 10^{-2}\text{ A} = 6\text{ V}$, de modo que se dispone de la tensión diagonal,

$$U_a = 6\text{ V} \times 2 \times 10^{-2} \times 0.25 = 3\text{ mV}$$

para la amplificación e indicación.

Cuando esta CEM se utiliza en un transductor para la medición del valor nominal de otras magnitudes físicas de medida, entonces resulta para el transductor una sensibilidad de medición de $0.5\text{ mV/valor final de la magnitud de medida por cada V de la tensión de alimentación}$. Conectando correctamente varias cintas extensiométricas en el puente de medida se eleva correspondientemente la tensión diagonal y por lo tanto la sensibilidad.

Los transductores inductivos para dilatación miden el alargamiento $\varepsilon = \Delta l/l$, son un detector inductivo pasivo para espacios pequeños a través del alargamiento Δl de la base de medida l .

Como datos nominales del transductor inductivo se tiene, en forma aproximada, los siguientes límites: base entre las puntas de palpo $l = 5\text{ mm a } 200\text{ mm}$, variación máxima de longitud que puede ser medida $\Delta l = \pm 20\ \mu\text{m}$ hasta 10mm , alargamiento

máximo admisible $\epsilon = \Delta l/l = \text{mm/m}$, campo de medida de frecuencia admisible $f_M = 0$ a 1000 Hz. Por cierto que los transductores inductivos para alargamiento, en contraposición a las bandas extensiométricas, pueden ser empleadas repetidas veces, pero tienen una masa mucho mayor.

Los transductores para alargamiento de hilos cuentan con un detector en que el alargamiento a ser medido es proporcional al cuadrado de la frecuencia natural de un hilo de oscilación transversal. Esto sólo es aplicable para mediciones estáticas, debido a que el alargamiento se determina en base a dos mediciones de frecuencias.