

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN DE INGENIERÍA QUÍMICA



INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

**“MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE LOS PROCESOS DE
DESOXIGENACIÓN Y REOXIGENACIÓN DE LOS CUERPOS DE
AGUA POR PRESENCIA DE CARGA ORGÁNICA”**

LUÍS CARRASCO VENEGAS

PERÍODO DE EJECUCIÓN: 01/03/2019 al 29/02/2020
(Resolución Rectoral Nro. 365-2019-R)

CALLAO - 2020
PERU

DEDICATORIA

A mi amada familia:
Mi esposa y mis hijos
quienes son la fuerza
impulsora para seguir
esforzándome en mi desarrollo
personal y contribución a la ciencia.

AGRADECIMIENTO

A la Facultad de Ingeniería Química
de la Universidad Nacional del Callao
por darme la oportunidad de desarrollarme
profesionalmente y descubrir mi afición
a la ciencia.

Al Vicerrectorado de Investigación por su
gran preocupación en mejorar los índices de
investigación de nuestra universidad brindando
el apoyo necesario a todos aquellos docentes
que desean destacarse en este campo de la
investigación.

A Rosa Vasquez Condor y David Valencia Pacheco
por su decidido apoyo en el desarrollo de la
presente investigación

INDICE

INDICE DE FIGURAS.....	3
ÍNDICE DE TABLAS.....	4
RESUMEN	5
ABSTRACT	6
INTRODUCCIÓN	7
I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	8
1.1. Descripción de la realidad problemática	8
1.2. Formulación del problema.....	8
1.2.1. Problema general.....	8
1.2.2. Problemas específicos	8
1.3. Objetivos.....	9
1.3.1. Objetivo general.....	9
1.3.2. Objetivos específicos.....	9
1.4. Limitaciones de la investigación.....	9
II. MARCO TEORICO.....	10
2.1. Antecedentes	10
2.1.1. Antecedentes internacional.....	10
2.1.2. Antecedentes nacionales.....	11
2.2. Marco.....	12
2.2.1. Marco teórico	12
Concentración de saturación de oxígeno.	23
2.2.2. Conceptual.....	37
2.3. Definición de términos básicos	40
III. HIPOTESIS Y VARIABLES.....	42
3.1. Hipótesis	42
3.1.1. Hipótesis general.....	42
3.1.2. Hipótesis específica.....	42
3.2. Definición conceptual de variables	42
3.3. Operacionalización de variables.....	43
IV. DISEÑO METODOLÓGICO	44
4.1. Tipo y diseño de investigación	44
4.2. Método de investigación	44
4.3. Población y muestra	45
4.4. Lugar de estudio y periodo desarrollado.....	45

4.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	45
4.6. Análisis y procesamiento de datos	46
V. RESULTADOS.....	47
5.1. Resultados descriptivos	47
Modelo básico de Streeter-Phelps para la remoción de la demanda bioquímica de oxígeno carbonácea.....	47
Modificaciones del modelo básico de Streeter-Phelps	52
Modelos con advección-difusión-reacción: Modelos ADR	56
5.2. Resultados inferenciales	60
5.2.1. Respecto al modelo básico de Streeter-Phelps	60
5.3. Resultados estadísticos de acuerdo al problema y la hipótesis.....	73
VI. DISCUSION DE RESULTADOS.....	74
6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados	74
6.2. Contrastación de la hipótesis con estudios similares.....	74
6.3. Responsabilidad ética	76
CONCLUSIONES.....	77
RECOMENDACIONES.....	78
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	79
ANEXOS	83

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. zonas de autodepuración de un río- Monte (2013).....	14
Figura 2. Cinética de la DBO - Sierra, 2011.	20
Figura 3. Coeficientes de difusión en varios mediaos acuático-Zouiten.....	33
Figura 4. Composición de las aguas residuales - Tebbutt, (1997)	40
Figura 5. Demanda bioquímica de oxígeno carbonácea (L), déficit (D) y concentración (C2) de oxígeno vs tiempo (t).....	61
Figura 6. Demanda bioquímica de oxígeno carbonácea (L) y nitrogenada (L1), déficit (D) y concentración de oxígeno (C2) vs tiempo (t)	63
Figura 7. Demanda bioquímica de oxígeno carbonácea, déficit y concentración de oxígeno vs tiempo (t).....	64
Figura 8. Concentración de DBO en función al tiempo para cada posición axial usando el modelo ADR	65
Figura 9. Déficit de oxígeno (D) en función al tiempo (t) para cada posición axial	66
Figura 10. Déficit (D) y concentración de oxígeno (C) en función al tiempo (t) para cada posición axial	66
Figura 11. Concentración de DBO en función al tiempo para cada posición axial considerando que el ingreso de contaminante a través del contaminante es permanente	67
Figura 12. Concentración de oxígeno disuelto y déficit de oxígeno en función al tiempo para cada posición axial considerando que el ingreso de contaminante a través del contaminante es permanente	67
Figura 13 Concentración de DBO carbonácea y nitrogenada vs tiempo para cada posición longitudinal, usando el modelo ADR, obtenido del programa	69
Figura 14 Concentración de oxígeno y déficit de oxígeno vs tiempo para cada posición longitudinal, usando el programa modelo5.pol, obtenido del programa.	69
Figura 15. Representación la concentración de DBO (L) y déficit de oxígeno (D) del modelo ADR en régimen estacionario obtenido a partir del desarrollo del programa ..	70
Figura 16. Puntos de inyección y muestreo de trazadores para el cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal – Potter (2012).	71

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Estimación del coeficiente de reaereación a partir de la descripción de las corrientes de flujo y factor de purificación a 20°C.....	24
Tabla 2. Valores de los parámetros empíricos para el coeficiente de reaereación ($k_2 = k_a$) en función de las constantes de flujo	25
Tabla 3. Ecuaciones predictivas de las tasas de reaereación en ríos como función de parámetros.....	25
Tabla 4. Ecuaciones predictivas de las tasas de desoxigenación en río $k_r = k_1 = k_d + k_s$, $k_1 = k_d$ si $k_s = 0$	31
Tabla 5. Coeficientes de difusión experimentales para casos diversos.....	33
Tabla 6. Reporte de datos de ingreso y salida en el programa: MODELO1.....	60
Tabla 7. Reporte de datos de ingreso y salida en el programa: MODELO 2.pol	62
Tabla 8. Reporte de datos de ingreso y salida en el programa: MODELO3	63
Tabla 9. Reporte de datos de ingreso en el programa: MODELO4.pol	65
Tabla 10. Datos de ingreso al programa: MODELO5.pol	67
Tabla 11. Rio Mississippi Estación 1	71
Tabla 12. Rio Mississippi Estación 2	71
Tabla 13. Resultados parciales del cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal	72

RESUMEN

El modelamiento y simulación es una herramienta predictiva que permite conocer con antelación los procesos de desoxigenación y desoxigenación de los cuerpos de agua, por presencia de carga orgánica. Se presenta varios modelos para simular la calidad de los cuerpos de agua, en términos de materia orgánica biodegradable y oxígeno disuelto; la materia orgánica considerada es de dos tipos: carbonácea y nitrogenada. Se selecciona seis modelos de calidad del agua, los cuales van desde el modelo básico de Streeter-Phelps, hasta modelos que consideran los procesos de inclusión de cargas puntuales y difusos (respiración y fotosíntesis). La solubilidad del oxígeno en agua se obtiene mediante ecuaciones que consideran la influencia de la temperatura, el contenido de sal y la presión; el coeficiente de dispersión se obtiene por el método de momentos estadísticos; las constantes cinéticas de desoxigenación y reoxigenación se obtiene por medio de correlaciones citadas en las referencias especializadas; los otros parámetros como caudal, concentración inicial de carga orgánica, etc., son estimados. Se desarrollan los programas respectivos y se calibran los modelos considerando que las curvas de decaimiento de la materia orgánica expresada en términos de la variación de la DBO y el déficit de oxígeno tengan una evolución temporal y espacial razonable. Con los modelos calibrados, se obtuvo los diversos tipos de curva esperados que muestran un comportamiento Gaussiano aguas arriba del punto de vertido para el caso de ingreso instantáneo de contaminante y curvas hiperbólicas para el caso de ingreso instantáneo. Los modelos propuestos han permitido modelar y simular la calidad de los cuerpos de agua fluyente obteniendo parámetros como déficit crítico de oxígeno, longitud crítica, y el tiempo y distancia donde el cuerpo de agua recupera sus cualidades originales antes del vertido.

ABSTRACT

Modeling and simulation is a predictive tool that allows to know in advance the processes of deoxygenation and deoxygenation of water bodies, by the presence of organic load. Several models are presented to simulate the quality of water bodies, in terms of biodegradable organic matter and dissolved oxygen; The organic matter considered is of two types: carbonaceous and nitrogenous. Six water quality models are selected, which range from the basic Streeter-Phelps model, to models that consider the processes of including point and diffuse loads (respiration and photosynthesis). The solubility of oxygen in water is obtained through equations that consider the influence of temperature, salt content and pressure; the dispersion coefficient is obtained by the method of statistical moments; the kinetic constants of deoxygenation and reoxygenation are obtained by means of correlations cited in the specialized references; The other parameters such as flow, initial concentration of organic load, etc., are estimated. The respective programs are developed and the models are calibrated considering that the decay curves of the organic matter expressed in terms of the variation of the BOD and the oxygen deficit have a reasonable temporal and spatial evolution. With the calibrated models, the various expected curve types were obtained that show a Gaussian behavior upstream of the pour point in the case of instantaneous contaminant entry and hyperbolic curves in the case of instantaneous entry. The proposed models have allowed to model and simulate the quality of the bodies of flowing water obtaining parameters such as critical oxygen deficit, critical length, and the time and distance where the body of water recovers its original qualities before the discharge.

INTRODUCCIÓN

Los cuerpos de agua permanentemente están sometidos a todo tipo de contaminación ya sea inorgánico: sales, ácidos, metales, álcalis, relaves mineros, etc.; orgánico: municipales, residuos industriales, insecticidas, etc. Uno de estos contaminantes es la materia orgánica proveniente de los procesos industriales que son vertidos en los cuerpos de agua, como son los ríos; en el caso específico de Lima, los ríos más afectados por estos vertidos, son los ríos Rímac, Chillón, Lurín, Cañete, etc. Estos vertidos provocan la disminución del oxígeno disuelto en el agua, afectando negativamente la vida acuática, haciendo que ciertos organismos muy sensibles a estos cambios, se extingan rápidamente.

Para predecir los cambios de forma rápida existen herramientas como el modelamiento y simulación, los cuales se basan en los principios de la conservación de materia y el uso de parámetros experimentales. La importancia de la presente investigación radica en el hecho de que es una herramienta predictiva que permite realizar predicciones de la tasa de déficit de oxígeno como consecuencia de la “inclusión” de materia orgánica a los cuerpos de agua; este procedimiento, en la actualidad es relevante pues muchos estudios de impacto ambiental exigen que se hagan simulaciones de los posibles impactos generados por el inicio de una actividad económica. Además, se constituye en una herramienta fundamental como punto de partida para la realización de un trabajo experimental, pues el programa a través de los datos reportados, permite orientar el rumbo de la investigación experimental.

Como consecuencia de todo ello, se realizará el modelamiento y simulación del proceso de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua cuando son sometidos a la inclusión de carga orgánica, para lo cual se requiere el conocimiento de las constantes cinéticas, el coeficiente de difusión, el caudal y otros parámetros importantes cuyos datos se requieren en función al modelo matemático propuesto.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la realidad problemática

Los cuerpos de agua son sometidos a la inclusión de contaminantes en forma deliberada o accidental. Uno de estos tipos de contaminantes son los compuestos orgánicos provenientes de los procesos industriales que ingresan principalmente por la desembocadura de las alcantarillas que vierten aguas residuales con alta carga orgánica y materiales biológicos. Este conjunto de materiales se denomina carga orgánica que propicia la eutrofización de los cuerpos de agua y como consecuencia de ello disminuye el oxígeno disuelto que, a su vez, hace que los seres vivos tiendan a desaparecer. En la literatura existen una serie de modelos que permiten predecir la tasa de disminución de oxígeno disuelto en los cuerpos de agua como consecuencia de la presencia de materia orgánica expresada en términos de DBO carbonosa y DBO nitrogenada; estas tasas de variación de la concentración de oxígeno y DBO pueden ser obtenidos mediante los modelos mejorados del modelo básico de Streeter- Phelps.

1.2. Formulación del problema

El modelamiento para la predicción de la calidad del agua depende de varios factores como la tasa de ingreso de materia orgánica, las condiciones del medio acuático, las consideraciones del modelo matemático, etc. La información sobre los modelos que predicen la tasa de disminución de oxígeno disuelto, conocido como déficit de oxígeno, es abundante y difusa, hace falta una sistematización adecuada de los modelos existentes, ponerlos a prueba y validarlos frente a modelos particulares propuestos por diferentes autores.

1.2.1. Problema general

¿Será posible modelar y simular los procesos de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua?

1.2.2. Problemas específicos

- ✓ ¿Cuáles son las características hidrodinámicas de los cuerpos de agua como fuente receptora de la carga orgánica?
- ✓ ¿Cuáles son los parámetros utilizados para estimar los coeficientes de desoxigenación y reoxigenación?

- ✓ ¿Cuáles son las ecuaciones más comunes utilizadas para el modelamiento de la tasa de disminución de oxígeno disuelto?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Modelar y simular los procesos de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua.

1.3.2. Objetivos específicos

- ✓ Determinar las características hidrodinámicas de los cuerpos de agua como fuente receptora de la carga orgánica.
- ✓ Determinar cuáles son los parámetros utilizados para estimar los coeficientes de desoxigenación y reoxigenación.
- ✓ Determinar cuáles son las ecuaciones más comunes utilizadas para el modelamiento de la tasa de disminución de oxígeno disuelto.

1.4. Limitaciones de la investigación

Respecto a la parte teórica, una limitación importante consiste en la gran variabilidad de resultados obtenidos de los parámetros cinéticos al aplicar las ecuaciones empíricas para su predicción.

Otro aspecto importante que se ha observado en esta investigación es el uso de nomenclatura muy variada para un mismo tema y hacer la sistematización de dicha nomenclatura ha sido un trabajo adicional importante previo al modelamiento.

No se dispone de datos de simulación o experimentales para casos específicos, salvo el conocimiento de los tipos de curva generada como consecuencia de la ejecución del programa codificado con el software polymath.

II. MARCO TEORICO

2.1. Antecedentes

2.1.1. Antecedentes internacional

González-López y Ramírez-León (2011) en su trabajo “*Modelación numérica de la hidrodinámica, del oxígeno disuelto y la demanda bioquímica de oxígeno en sistemas con vegetación*”, trata sobre la implementación de un modelo numérico para simular la hidrodinámica y el transporte de contaminantes en sistemas donde existe vegetación, tanto sumergida como emergente. Dicho modelo se basa en las ecuaciones de aguas someras para el cálculo de las velocidades del flujo, haciendo énfasis en la evaluación del esfuerzo cortante de arrastre de las plantas y en la turbulencia; así como en la ecuación de advección-difusión-reacción para la simulación del transporte de sustancias disueltas. En este trabajo se presenta el cálculo del transporte de la demanda bioquímica de oxígeno y del oxígeno disuelto. El objetivo principal es reproducir las funciones de filtrado de contaminación y reaeración que cumplen las plantas en cuerpos de agua, como los humedales. En los resultados obtenidos del campo de velocidades se aprecia el cambio de comportamiento por la restricción al flujo que impone la vegetación. Las concentraciones de DBO y OD varían debido al tiempo de residencia y a la reaeración producida por el intercambio atmosférico y la respiración de las plantas. Se concluye que el modelo representa de manera óptima el comportamiento del transporte de sustancias disueltas en flujos con presencia de vegetación y que se puede aplicar a la gran variedad de ecosistemas, siendo capaz de predecir la ruta y destino de la contaminación.

Cajas (2015), en su trabajo: “*Estimación de valores de contaminación difusa para el río Tomebamba en zonas periféricas y urbanas – primera aproximación*”, presenta una modelación de los parámetros más importantes de calidad de agua: demanda bioquímica de oxígeno (DBO), coliformes y oxígeno disuelto (OD), utilizando el software Excel.

Para el estudio estableció una red de monitoreo de trece puntos a lo largo de los tres ríos, que comprenden tres sitios de monitoreo continuo y diez sitios de contaminación puntual. Se realizaron dos muestreos en diferentes épocas del año (lluvia y sequía).

El modelo matemático desarrollado, se basa en la ecuación de Streeter & Phelps, el mismo que ha permitido obtener el transporte de contaminantes puntuales a sitios de monitoreo continuo. Este modelo ha sido ya calibrado y verificado en estudios anteriores de manera que se pueda obtener valores confiables.

Finalmente obtuvieron valores de contaminación difusa de las principales variables de calidad de agua en el Río Tomebamba antes y después de la zona urbana de la ciudad de Cuenca.

Regalado (2008), en su trabajo: *“Cómo hacer un modelo matemático”*, desarrolla un modelo matemático riguroso a través de la aplicación de una teoría establecida donde se toma a la calidad de agua superficial como un caso de estudio. Con este parámetro pretende demostrar como los modelos se pueden complicar dependiendo de la rigurosidad y exactitud que se quiera tener al representar el fenómeno. También, presentan soluciones analíticas de algunos de los modelos y se propone resolver por el método numérico de diferencias finitas los modelos que no tengan solución analítica, dejando las ecuaciones discretizadas.

Brenner, Shacham y Cutlip (2005), presentan el trabajo denominado *“Applications of mathematical software packages for modelling and simulations in environmental engineering educación”*, donde se presenta el modelamiento y simulación del proceso de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua a condiciones diversas de temperatura.

2.1.2. Antecedentes nacionales

En la *“Guía para la determinación de la zona de mezcla y la evaluación del impacto del vertimiento de aguas residuales tratadas a un cuerpo natural de agua”*, presentada por el ANA, describe la metodología de cálculo para determinar la extensión de la zona de mezcla, y las concentraciones de los diferentes parámetros que un vertimiento aporta a

un cuerpo natural de agua después de la mezcla, diferenciando los principales tipos de cuerpos receptores: cuerpos de agua loticos (parte II), lenticos (parte III) y marino costeros (parte IV).

(Guzmán,2014) en su tesis de maestría de la UNMSM denominada “*Modelamiento de la dispersión de pasivos en la bahía Ferrol-Chimbote*” realizo el modelamiento de la dispersión de contaminantes usando el modelo de advección-dispersión; la solución fue desarrollada por el método de diferencias finitas

2.2. Marco

2.2.1. Marco teórico

Materia orgánica en aguas residuales

La materia orgánica en aguas residuales según Ramalho (2003), se constituye básicamente de proteínas (40 a 60 %), carbohidratos (25 a 50 %) grasas y aceites (8 a 12 %). La urea, el mayor constituyente de la orina, es otro componente orgánico importante que hace parte de las aguas residuales frescas. Dada su rápida descomposición no es usual encontrarla en otro tipo de aguas. Además de proteínas, carbohidratos, grasas y aceites. (Benítez, 2013), aclara que las sustancias orgánicas de las aguas residuales urbanas están constituidas mayoritariamente por materia fecal, siendo la contribución diaria de DBO5 por parte de un adulto de 39 a 42 g de los cuales 10.3 g corresponden a orina, entre 24.7 y 30.6 g a materia fecal y de 2.0 a 3.5 g a material de limpieza anal. Además, también contiene hidratos de carbono (celulosa, almidón, y azúcares), grasas y jabones, detergentes sintéticos, proteínas y sus productos de descomposición; así como hidróxido de amonio y sales amoniacaes procedentes de la descomposición de complejos orgánicos nitrogenados, (Cubillos, 1970) agrega que la concentración de materia orgánica en los ríos aumenta por vertimientos de aguas residuales domésticas.

Vertidos de aguas residuales en ríos

Según Boluda (2011), cuando se produce un vertido de agua residual en un río se puede observar variaciones de los niveles de algunos parámetros químicos y especies biológicas aguas abajo del punto de vertido. Los niveles de sólidos en suspensión y DBO son elevados en las

cercanías del punto de vertido y el nivel de oxígeno desciende rápidamente. Los niveles de amonio y fosfatos son elevados en el lugar de vertido, pero a medida que se descompone la materia orgánica van variando sus concentraciones y transformándose en otras especies.

Estas variaciones están relacionadas con los cambios en los microorganismos y macroorganismos de un río. La abundancia de bacterias y hongos en las aguas residuales es elevada en las cercanías del punto de vertido y produce un impacto significativo en el nivel de oxígeno. Esta reducción de oxígeno provoca el declive de la diversidad de macroinvertebrados de aguas limpias. Las especies más tolerantes (ej, gusanos tubiformes) sobreviven y predominan cerca del punto de entrada del efluente y reaparecen progresivamente formas de aguas más limpias a medida que la calidad del agua mejora río abajo.

Se puede establecer cuatro zonas de influencia:

- **Zona de degradación:** es la zona inmediata a la incorporación de las aguas contaminadas al río. Es el área de mayores concentraciones de contaminantes.
- **Zona de descomposición activa:** el oxígeno desciende a los niveles mínimos, pudiendo llegar a cero.
- **Zona de recuperación:** aumento de oxígeno disuelto, agua más clara, reaparición de la vida acuática macroscópica, disminución de hongos y aparición de algas.
- **Zona de agua limpia:** condiciones de corriente natural. El oxígeno disuelto está cerca de la saturación. Quedan bacterias patógenas y compuestos metálicos no alterados por procesos bioquímicos existentes.

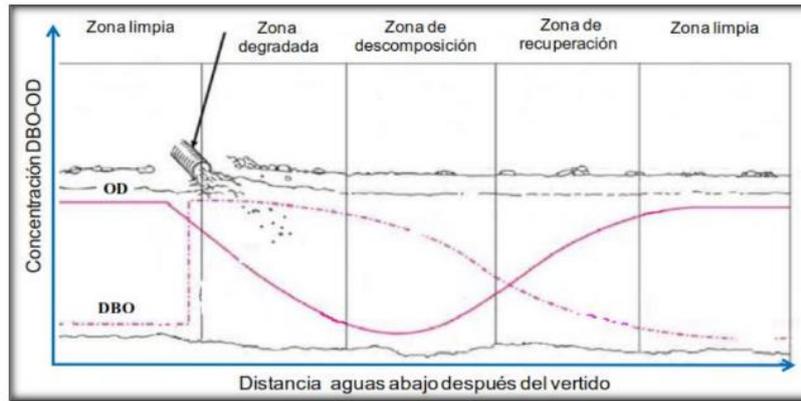


Figura 1. zonas de autodepuración de un río- Monte (2013)

Modelos de calidad del agua

Los contaminantes están en permanente movimiento, ya sea por efecto del propio movimiento del agua, o por la movilidad natural de las moléculas y partículas coloidales, aún en aguas quietas. Los fenómenos de transporte de contaminantes han sido ampliamente estudiados y han dado origen a numerosas formulaciones matemáticas que describen su comportamiento. Estos modelos han mostrado ser de gran utilidad en la planificación de recursos y en el adecuado manejo de la mayoría de los problemas de contaminación del agua.

Un modelo matemático se puede definir como una formulación idealizada que representa la respuesta de un sistema físico a un estímulo externo (Chapra, 1997). La principal ventaja de estos modelos estriba en el hecho de que son herramientas generales aplicables a diferentes condiciones locales.

En la actualidad se utilizan con mayor frecuencia “modelos” para predecir diferentes condiciones físicas. Estos típicamente incluyen un conjunto de relaciones, que, a través de correlaciones o funciones de causa y efecto, pretenden generar una mayor comprensión del proceso o procesos estudiados. Estos modelos proporcionan representaciones de sistemas naturales a varios niveles de complejidad.

El modelo clásico que se utiliza para estudiar las relaciones de OD en ríos, es el trabajo de Streeter y Phelps (1925), ya que éste analiza los niveles de OD utilizando expresiones matemáticas constituidas en su mayor parte a través de mediciones en campo.

La suposición inicial de las ecuaciones propuestas por Streeter y Phelps (1925), es la de considerar un estado estacionario, es decir que el caudal no tiene variaciones durante los experimentos. (Anguiano, 2012)

Tipos de modelos

Según Anguiano (2012), el problema concreto de calidad del agua abordado por un modelo, se tiene la siguiente clasificación:

- **Químicos:** Estudian aspectos químicos de la calidad del agua, como OD, demanda bioquímica de oxígeno, nitrógeno, o metales.
- **Ecológicos:** estudian, además de los anteriores, los componentes biológicos del agua, tanto flora como fauna. Así también, pueden simular el crecimiento, respiración y muerte de algas, zooplancton, o peces.
- **Térmicos:** estudian problemas de difusión térmica del agua.

En particular, la modelación del transporte de contaminantes en ríos requiere contar con información específica sobre diversos parámetros hidrológicos (caudal, velocidad, coeficientes de dispersión) y características geométricas del cauce (profundidad, ancho, sección transversal, pendiente).

La variación del caudal con el tiempo está determinada por el régimen hidrológico anual. Las actividades humanas también han contribuido en gran manera a la modificación del régimen de caudales en los ríos mediante su regulación por medio de embalses y canales para diferentes usos (i.e. riego y recreación).

Los ríos son sistemas representados generalmente de una dimensión en el espacio. La descripción de estos sistemas se realiza asumiendo que, en la sección transversal, la concentración de sustancias se distribuye uniformemente y que además no existe mezcla a lo largo del eje del río. Estas hipótesis se cumplen en ríos poco turbulentos y a partir de cierta distancia del punto de vertido. Asimismo, se consideran perfectamente mezclados en la dirección vertical, ya que el tiempo necesario para la mezcla vertical es muy pequeño comparado con el necesario para la mezcla lateral. Lo que corresponde a un flujo tipo pistón. Si se considera que la sección del río permanece constante en el tramo en estudio, se

puede llegar a obtener una solución analítica para definir la concentración de contaminante en función del tiempo.

En aquellos estudios en los que no se pueda utilizar la solución analítica por ser el sistema muy complejo (i.e. presentan diversos vertidos y caudales variables con el tiempo), es necesario recurrir a aproximaciones numéricas.

Modelo de Streeter & Phelps

Un estudio de los fenómenos de oxidación y reaereación en el río Ohio en los Estados Unidos fue publicado por el ingeniero sanitario Harold Warner Streeter y el asesor y experto sanitario Earl Bernard Phelps. El estudio se basó en una data experimental obtenida de mayo de 1914 a abril de 1915 por la United States Public Health Services bajo la supervisión del cirujano W.H. Frost.

Versiones más complejas del modelo Streeter-Phelps fueron introducidas durante los años 60 donde el uso de las computadoras hizo posible incluir más contribuciones a la evolución del oxígeno en las corrientes. En la cima de estas contribuciones estuvieron O'Connor (1960) y Thomann (1963). O'Connor añadió la contribución de la fotosíntesis, respiración y demanda de oxígeno sedimentado (DOS). Thomann expandió el modelo para que estuviera habilitado para múltiples sistemas (Qinggai, 2013).

Consideraciones

El modelo simple de Streeter-Phelps está basado en la hipótesis de que la descarga de contaminantes en una fuente puntual dada es constante, la tasa de flujo es constante y la sección transversal es uniforme. Las concentraciones lateral y vertical de oxígeno y DBO se asumen uniformes a través de cualquier sección transversal y se mueven o se comportan como un reactor ideal de un flujo en pistón de tal forma que los residuos están uniformemente repartidos en la sección transversal del río y que no se produce mezcla a lo largo del eje de este (es razonable siempre que el flujo del río no sea muy turbulento).

Otras suposiciones básicas son que la desoxigenación y la reaereación son reacciones de primer orden, las velocidades de reacción son

constantes, y el cambio neto del déficit de oxígeno (D) es función solamente de la desoxigenación y la reaireación atmosférica por la absorción del gas a través de la interfaz aire-líquido, realizándose ambas simultánea e independientemente una de otra (Orlob, 1983).

Parámetros analizados

Oxígeno disuelto (OD)

Es la cantidad de oxígeno presente en el agua, su concentración es importante para evaluar la calidad del agua superficial y para el control del proceso de tratamiento de desechos, este parámetro es uno de los factores mas asociados a la vida acuática al incidir en casi todos los procesos químicos y biológicos.

Habitualmente un nivel más alto de oxígeno disuelto indica agua de mejor calidad y si los niveles de oxígeno disuelto son demasiados bajos algunos peces y otros organismos no pueden sobrevivir.

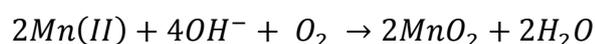
Los niveles bajos de oxígeno disuelto pueden encontrarse en áreas donde el material orgánico (vertidos de depuradoras, plantas muertas y materia animal) esta en descomposición, las bacterias requieren oxígeno para descomponer desechos orgánicos y, por lo tanto, disminuyen el oxígeno del agua.

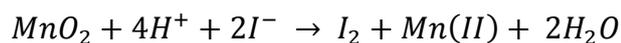
Este indicador además depende de la temperatura, puesto que el agua a menos temperatura guarda mas oxígeno en ella y los niveles de oxígeno disuelto típicamente pueden variar de 0 – 18 partes por millón (ppm) aunque la mayoría de los ríos requieren de 5 – 6 ppm para soportar una diversidad de vida acuática. (Zuñiga, 2014)

Determinación de oxígeno disuelto

Para la determinación del oxígeno disuelto comúnmente se usa el método Winkler, el cual se basa en la reacción que se produce entre el oxígeno y una suspensión de hidróxido de manganeso (II) en solución fuertemente alcalina.

Las principales reacciones que se producen al realizar este método son:





El yodo liberado es equivalente al oxígeno disuelto presente en la muestra (Pérez, 2017).

Demanda bioquímica de oxígeno (DBO)

La mayoría de los métodos para determinar la materia orgánica en aguas se basan en la cantidad de oxígeno que se necesita para convertir el material oxidable en productos finales estables. Así, siendo el oxígeno consumido por los microorganismos, proporcional a la materia degradable aeróbicamente, la Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO), ciertamente se constituye en el parámetro más importante en el control de la contaminación orgánica del agua (Henry y Heinke, 1999).

La DBO se define como la cantidad de oxígeno necesaria para descomponer la materia orgánica presente en el agua residual mediante la acción de bacterias en condiciones aerobias. La DBO es causada por la respiración de las bacterias y cesará al agotarse totalmente la materia orgánica. (Orozco, 2005).

Demanda bioquímica de oxígeno carbonácea (DBOC)

Cuando se analiza la curva de DBO, se observan dos etapas: la primera, caracterizada por la degradación del carbono de la materia orgánica y que es ejercida por organismos heterotróficos; y la segunda, cuando el nitrógeno orgánico presente en el agua se oxida (Sierra, 2011). “Por simplicidad se asume que la DBOC sigue una reacción química de primer orden; se comprende, sin embargo, que este es un supuesto empírico tomado con base en la experiencia...” (Sierra, 2011, pág. 263).

La cinética de DBOC se establece a continuación de acuerdo con el tratamiento matemático adaptado de Chapra (2008): Como la reacción es de primer orden y, experimentalmente, se produce por el consumo de la cantidad total de materia orgánica remanente (DBO) remanente, L , en mg/l) en un sistema por lotes o batch cuyo volumen es V , entonces se tiene el siguiente balance de masas:

$$\frac{dL}{dt} = -k_d L$$

Donde, k_d es la constante de desoxigenación (d^{-1}), y t es el tiempo de la reacción (d).

Reorganizando convenientemente la ecuación anterior e integrando, se obtiene

$$L = L_o e^{-k_d t}$$

Donde, L_o es la DBO última (mg/l) entendida como el oxígeno necesario para oxidar la materia orgánica carbonosa presente al principio.

Demanda bioquímica de oxígeno nitrogenada (DBON)

Este proceso de nitrificación se verifica en dos etapas, según la estequiometría propuesta por Gaudy & Gaudy (1980, citado por Chapra, 2008, pág. 421 - 422):



En la primera reacción, el género de bacterias *Nitrosomonas* consume 3,43 g de O_2 para convertir cada gramo de nitrógeno en nitrito, mediante la oxidación del amonio; y en la segunda, las bacterias del género *Nitrobacter* requieren 1,14 g de O_2 para convertir cada gramo de nitrógeno en el proceso de conversión de nitritos en nitratos. Por lo tanto, el proceso completo de nitrificación necesita de 4,57 g de O_2 por cada gramo de nitrógeno oxidado (Sierra, 2011, pág. 268).

“La formulación matemática de la DBON es muy similar a la de la DBOC, es decir, se supone que la DBON sigue una reacción química de primer orden” (Sierra, 2011, pág. 269), y su ecuación es:

$$DBON = L_o^N (1 - e^{-k_N t})$$

Donde, k_N es la tasa de reacción de la nitrificación, y la DBON última o L_o^N se calcular a partir de la cantidad de nitrógeno Kjeldahl (NTK), con la siguiente expresión:

$$L_o^N = 4.57 * NTK$$

Finalmente, la figura 2 muestra la relación entre la DBOC y la DBON, como la suma de la dos para dar la Demanda Bioquímica de Oxígeno Total (DBOT):

$$y = L_o - L$$

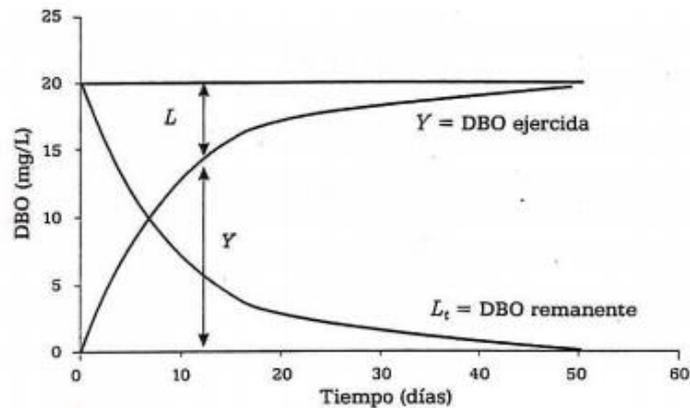


Figura 2. Cinética de la DBO - Sierra, 2011.

Por lo tanto, la DBO ejercida, que constituye la concentración de oxígeno consumido durante el proceso de descomposición de la materia orgánica carbonosa, se calcula mediante la siguiente ecuación deducida como sigue:

$$y = L_o(1 - L_o e^{-k_d t})$$

Constante de desoxigenación carbonosa (k_d)

El coeficiente de desoxigenación indica la velocidad con que se consume el oxígeno disuelto en el tramo de estudio, como consecuencia de la descomposición de la materia orgánica carbonosa que contiene y se calcula con el objetivo de conocer la cantidad de oxígeno que perderá el cuerpo (Solís, 1977).

La concentración de materia orgánica puede expresarse en términos del oxígeno que se consume durante su oxidación por los microorganismos. La constante de desoxigenación caracteriza la cinética del proceso.

Existen diversos métodos para el cálculo de la k_d . Solís (1977), sintetiza los cuatro métodos más empleados para su determinación:

Método de los momentos de Thomas, Moore y Snow

- Método gráfico basado en la remoción de la DBO
- Método simplificado de Thomas Jr
- Método de la DBO remanente

En todos los casos obtenemos la llamada k_d de “botella” o de “laboratorio”. Por su relativa simplicidad se recomiendan los dos últimos (Catasús, 2004).

Según Chapra (1997), pueden existir diferencias entre la k_d determinada en el laboratorio y la que realmente caracteriza este proceso en los ríos, ya que en laboratorio no se tiene en cuenta la influencia de la demanda béntica del fondo de OD, en la columna de agua.

Comúnmente las bacterias que pueblan los sedimentos son mucho más agresivas que las que flotan libremente, la densidad y tipo de estas influyen en la dinámica del consumo de oxígeno. Por otra parte, no es posible reproducir en el laboratorio la actividad biológica existente en las corrientes reales. Otros factores como la rugosidad del lecho y turbulencia de la corriente también son importantes. De forma tal que exista una dependencia del cálculo de k_d de estos fenómenos, se han elaborado fórmulas empíricas que la relacionan con los parámetros hidromorfológicos de las corrientes superficiales. Las diferencias entre los valores del río y del laboratorio son más significativas en ríos poco profundos donde la k_d tiende a ser mayor. Este es el caso de la mayoría de los ríos cubanos (Catasús, 2004).

Constante de reoxigenación

La tasa de reaeración k_a mide la velocidad con la que el oxígeno presente en la atmósfera es transferido a los cuerpos de agua. Este es el principal proceso que sirve como fuente de oxígeno. El principal uso del coeficiente de reaeración es la cuantificación de los procesos de

reaereación en los modelos de OD de calidad del agua. Generalmente, para determinar este coeficiente, se utilizan ecuaciones empíricas predictivas, las cuales al ser aplicadas en condiciones diferentes de las que fueron derivadas, generan valores que están alejados de la realidad. La mayoría de las ecuaciones han sido derivadas para ríos de Europa y Estados Unidos los cuales representan sistemas físicos diferentes a los ríos centro y suramericanos, especialmente en las zonas montañosas.

El trabajo realizado por Streeter y Phelps (1925) fue el pionero en la determinación de las tasas de reaereación en los ríos. Posteriormente muchos investigadores desarrollaron formulas predictivas que correlacionan k_a con las propiedades hidráulicas de la corriente.

Estas ecuaciones se formularon siguiendo dos aproximaciones: métodos semi-empíricos O'Connor y Dobbins (1956), Krenkel y Orlob (1962), Tsvoglou y Wallace (1972), Fok y Stall (1972), y métodos empíricos Churchill HW DO. (1962), Langbein y Durumm (1967), Owens y Gibbs HW (1964), Gil – Rodríguez (1998). Además de las fórmulas, la reaereación puede ser medida directamente en el lugar bajo estudio. Comúnmente se usan cuatro métodos, el balance de oxígeno en estado estable, la desoxigenación con Sulfito de Sodio, la oscilación diurna del oxígeno y la inyección de sustancias volátiles (trazadores), siendo los tres primeros los más inexactos.

La descomposición de la materia orgánica provoca el consumo de OD. La incorporación de oxígeno por reaereación ocurre a través de la capa superficial del agua expuesta a la atmósfera. Un incremento de la materia orgánica estimula el crecimiento de bacterias y algas acelerando así el proceso de oxidación. La concentración puede ser tan grande que el cuerpo de agua puede quedar completamente desprovisto de OD. La reaereación representa el aporte principal de oxígeno al agua y está relacionada primordialmente con la temperatura, velocidad de la corriente, profundidad, tipo de lecho, el grado de turbulencia y el mezclado natural en las aguas.

Cálculo de parámetros

La constante de reaeración depende fundamentalmente de las características hidrodinámicas del flujo de agua tales como el caudal, la velocidad media, la profundidad media, la velocidad cortante entre otros; en consecuencia, su aplicación dependerá de la caracterización previa del flujo de agua respectivo.

Concentración de saturación de oxígeno.

Según Chapra (1997) y Zhen-Gang (2008), basado en la APHA (*American Public Health Association*), la cual es empleada por los modelos QUALK2K la concentración de oxígeno en el agua, se calcula mediante la ecuación:

$$\ln O_{sf} = -139.3441 + \frac{1.575701 \times 10^5}{T_K} - \frac{6.642308 \times 10^7}{T_K^2} + \frac{1.2438 \times 10^{10}}{T_K^3} - \frac{8.621949 \times 10^{11}}{T_K^4} \quad (5.1)$$

$$\ln O_{SS} = \ln O_{sf} - S \left(1.7674 \times 10^{-2} - \frac{1.0754 \times 10^1}{T_K} + \frac{2.1407 \times 10^3}{T_K^4} \right) \quad (5.2)$$

(Chapra y Canale, 1998), derivaron una ecuación de regresión para la concentración de saturación:

$$C_S = 0.0035xT^2 - 0.3369xT + 14.407 \quad (5.3)$$

C_S en mg/L, T , en °C

Otra ecuación para determinar la concentración de oxígeno, incluyendo la salinidad, es la ecuación de Hider y col. (2013) cuya forma es:

$$C_S = 14.6244 - 0.367134xT + 0.00044972xT^2 + S(-0.0966 + 0.00205xT + 0.0002739xS) \quad (5.4)$$

C_S en mg/L, T en °C, S en g/L

La solubilidad del oxígeno en el agua, también puede ser obtenido mediante la Ley de Henry, dado por:

$$S = k_H(T)xP \quad (5.5)$$

S en mol/L; P (presión parcial de oxígeno) en atm; $k_H(T)$, L/mol/atm, constante de la Ley de Henry. Luego, se hace la transformación a mg/L.

La dependencia de la solubilidad del oxígeno con la presión según (Rueda Valdivia, n.d.) Está dada por:

$$O_{sp} = O_{sf} \times P \left[\frac{(1 - \frac{P_{wv}}{P})(1 - \theta \times P)}{(1 - P_{wv})(1 - \theta)} \right] \quad (5.6)$$

$$\ln P_{wv} = 11.8571 - \frac{3840.70}{T_K} - \frac{216.961}{T_K^2} \quad (5.7)$$

$$\theta = 0.0000975 - 1.426 \times 10^{-5} \times T + 6.436 \times 10^{-8} \times T^2 \quad (5.8)$$

Correlaciones para determinar la constante de reaeración u oxigenación ($k_2 = k_a$)

Tabla 1.

Estimación del coeficiente de reaeración a partir de la descripción de las corrientes de flujo y factor de purificación a 20°C.

Descripción del cuerpo de agua	k_2 (días ⁻¹ a 20°C)	Factor de autopurificación
Pequeños estanques y remansos	0,12 – 0,23	0,5 – 1,0
Corrientes lentas y grandes lagos o represas	0,23 – 0,35	1,0 – 1,5
Corrientes de gran extensión y baja velocidad	0,35 – 0,46	1,5 – 2,0
Corrientes de gran extensión y velocidad media	0,46 – 0,69	2,0 – 3,0
Corrientes rápidas	0,69 – 1,15	3,0 – 5,0
Rápidas y cascadas	> 1,15	> 5,0

Cárdenas (2016)

Tabla 2.

Valores de los parámetros empíricos para el coeficiente de reaeración ($k_2 = k_a$) en función de las constantes de flujo
Cárdenas (2016)

Fórmulas	A	B	C	Características físicas del agua
O'Connor y Dobbins (1958)	3,93	0,5	1,5	Ríos profundos y lentos
Churchill y otros (1962)	5,026	0,969	1,673	Corrientes rápidas y de moderada profundidad
Owens y otros (1964)	5,34	0,67	1,85	Corrientes poco profundas

Tabla 3.

Ecuaciones predictivas de las tasas de reaeración en ríos como función de parámetros

Autor (es)	($k_a = k_2$) (d^{-1} a 20 °C)	Aplicabilidad y observaciones
O'Connor y Dobbins, (1958)	$k_a = 3.93 \times \frac{U^{0.5}}{H^{1.5}}$	Profundidad moderada a profunda $0.305 \leq H \leq 9.14$ $0.15 \leq U \leq 0.49$ $0.05 \leq k_a \leq 12.22$
Churchill et. al. (1962)	$k_a = 3.93 \times \frac{U^{0.969}}{H^{1.673}}$	Basado en tasas de reaeración observadas aguas debajo de presas, en las cuales se conocía el déficit de oxígeno. No es aplicable a ríos con pequeñas cascadas (fenómeno de burbujas) $0.61 \leq H \leq 3.35$ $0.55 \leq U \leq 1.5$ $0.225 \leq k_a \leq 5.56$
Krenkely y Orlob, (1962)	$k_a = 173.4 \times \frac{U^{0.408}}{H^{0.66}}$ $k_a = 2750.3 \times \frac{D_L^{1.321}}{H^{2.32}}$	Basado en mediciones realizadas en un canal de 0.305 m. de ancho mediante desoxigenación del agua. $0.02441 \leq H \leq 0.07$

		El coeficiente de dispersión longitudinal en el canal (D_L) estuvo por debajo del rango esperado en sistemas naturales.
Owens et al. (1964)	$k_a = 5.34 \times \frac{U^{0.67}}{H^{1.85}}$ $k_a = 6.935 \times \frac{U^{0.73}}{H^{1.75}}$	<p>Combinó los datos de sus investigaciones con los datos de Churchill en el 1962 y Gameson en el 1955. Se monitoreó la recuperación del oxígeno en seis ríos en Inglaterra, los cuales fueron desoxigenados con sulfito de sodio.</p> <p style="text-align: center;"> $0.122 \leq H \leq 3.35$ $0.0305 \leq U \leq 1.52$ $0.000126 \leq S \leq 0.0106$ $0.31 \leq k_a \leq 49.17$ </p> <p>La segunda ecuación fue propuesta para ríos rápidos y poco profundos, y obtenida con los datos de Water Pollution Research Laboratory (WPRL)</p> <p style="text-align: center;"> $0.122 \leq H \leq 0.7315$ $0.0305 \leq U \leq 0.549$ </p>
	$k_a = \frac{55.4 \times F^2 \times U \times S^{0.375}}{0.9 \times F^{1.5} \times H} \coth(\alpha)$ $\alpha = \left[\frac{4.75 \times U \times S^{0.125}}{0.9 \times F^{0.5}} \right]$	<p>Teoría combinada con mediciones en ríos y datos de canales de Krenkel y Orlob (1963)</p> <p>$\coth =$ cotangente hiperbólica del ángulo en radianes</p>
Langbein y Durum (1967)	$k_a = 5.135 \times \frac{U}{H^{1.33}}$	<p>Basado en los datos de O'Connor y Dobbins (1958), Churchill et al (1962), Krenkel y Orlob (1963) y Streeter et al (1936)</p>

Isaac y Gaudy (1968)	$k_a = 4.75 \times \frac{U}{H^{1.5}}$	Ecuación desarrollada usando un análisis de regresión a los datos recolectados usando un canal con recirculación en un tanque cilíndrico. Posteriormente la relacionó con los datos de campo de Churchill et al (1962) obteniendo unos nuevos coeficientes.
Negulesku y Rojanski (1969)	$k_a = 10.9 \left(\frac{U}{H}\right)^{0.85}$ $k_a = 352.3 \times D_L \times \left(\frac{U}{H}\right)^{0.85}$	Desarrollado para canales con recirculación y es aplicable con: $H = 0.5$ $U = 1.2$
Trackston y Krenkel (1969)	$k_a = \frac{24.9 \times F^{0.5} \times U}{H}$	Basado en mediciones realizadas en un canal de 0.6 m de ancho, mediante desoxigenación del agua: $0.015 \leq H \leq 0.07$
Cadwallader y McDonnell (1969)	$k_a = 185.5 \times \frac{U \times S^{0.5}}{H}$	Basado en un análisis multivariado de datos de reaireación de Churchill et al (1962), Owens et al (1964) y WPRL (1966) $0.06 \leq H \leq 0.274$ $0.0305 \leq U \leq 0.213$ $0.00004 \leq S \leq 0.00092$ $0.26 \leq k_a \leq 8.5$
Padden y Gloyna (1971)	$k_a = 4.547 \times \frac{U^{0.703}}{H^{1.054}}$	Análisis mediante regresión a datos en los cuales la tasa de reaireación estaba en el rango: $9.8 \leq k_a \leq 28.8$
Parkhurs y Pomeroy (1972)	$k_a = 23.04 \times \frac{10.17 \times F^2 \times S \times U^{3/8}}{H}$	Desarrollado en datos de 12 investigaciones en 12 alcantarillados y ríos
Lau (1972)	$k_a = 2515 \left(\frac{U^*}{U}\right)^3 \left(\frac{U}{H}\right)$	Basado en un nuevo análisis de los datos de Thackston y Krenkel

		(1969), Krenkel (1960) y Churchill et al (1962), aplicable a ríos con: $H = 0.6 - 0.9$ $U = 0.1524$
Bennett y Rathbun (1972)	$k_a = 32.5 \times \frac{U^{0.413} \times S^{0.273}}{H^{1.408}}$ $k_a = 5.585 \times \frac{U^{0.607}}{H^{1.689}}$	Estas 2 ecuaciones están basadas en unos nuevos análisis de registro de datos históricos. La segunda ecuación predice mejor, pero no tiene el término de la pendiente.
Tsivoglou y Wallace (1972)	$k_a = 0.573 \left(\frac{H}{t} \right)$	Basado en datos de investigaciones realizadas con trazadores radioactivos en cinco ríos.
Bansal (1973)	$k_a = 1,8 \frac{U^{0.6}}{H^{1.4}}$	Basado en un nuevo análisis de los datos de reaireación realizados por Churchill et al (1962), O'Connor y Dobbins (1958) y Langbein y Durum (1967)
Grant (1976)	$k_a = 0,262 \left(\frac{H}{t} \right)$	Basado en datos de 10 pequeños ríos en Winsconsin, usando técnicas de trazadores radioactivos. $0.008495 \leq Q \leq 1.0477$ $0.000227 \leq S \leq 0.01326$ $2.1 \leq k_a \leq 55$
Foree (1976)	$k_a = 0.266 \times 12.26 S^{1/2}$	La técnica usada fue la de trazadores radioactivos en pequeños ríos en Kentoky $0 \leq S \leq 0.0079548$ $0.38 \leq k_a \leq 23.3$
Tsivoglou y Neal (1976)	$k_a = 0,3609 \left(\frac{H}{t} \right) \quad 0.028 \leq Q \leq 0.28$	Basado en datos recolectados en 24 diferentes ríos usando el

	$k_a = 0.1772 \left(\frac{H}{t} \right) \quad 0.708 \leq Q \leq 0.85$ $k_a = 13566 \times U \times S$	método de trazadores radioactivos.
		KILPATRICK et al, 1989 recomienda utilizar la segunda ecuación de Tsivoglou y Neal para $S = 0.003$
Foree (1977)	$k_a = A \times B$ $A = 0.7809 \times 0.63 \times 7640 \times S^{1.15}$ $B = 91464567 \times q^{0.025}$ <p>Para : $5.46 \times 10^{-10} \leq q \leq 1.09 \times 10^{-8}$</p> $k_a = 0.7809 \times 0.63 \times 153465.5 \times S^{1.5}$ <p>Para : $q \leq 1.09 \times 10^{-8}$</p> $k_a = 0.37 \times 0.63 \times 7640 \times S^{1.15}$ <p>Para: $q \leq 1.09 \times 10^{-10}$</p>	Nuevo análisis a partir de los datos de Foree (1976)
Ice y Brown (1978)	$k_a = 55 \times \frac{W^{2/3} \times S^{1/2} \times U^{7/6} \times g^{1/2}}{Q^{2/3}}$	Basado en datos recolectados en muchos ríos en Oregon, EU
Grant (1978)	$k_a = 0,1748 \left(\frac{H}{t} \right)$	Basado en trazadores radioactivos desarrollado en los ríos Rock, Wisconsin e Illinois $7.36 \leq Q \leq 29.16$ $0.0762 \leq U \leq 0.4877$ $0.000038 \leq S \leq 0.00066$ $0.01 \leq k_a \leq 0.8$
Shindala y Truax (1980)	$k_a = 0,233 \left(\frac{H}{t} \right)$ $Q \leq 0283$ $k_a = 0.1748 \left(\frac{H}{t} \right)$ $0.283 \leq Q \leq 7.93$	Basado en análisis estadísticos de coeficientes de reaireación para siete estados, donde se utilizó el método de trazadores radioactivos.

Long (1983)	$k_a = 1.923 \frac{U^{0.273}}{H^{0.894}}$	Conocida como la reacción de "Texas" basado en datos recolectados en ríos de Texas EU
Parker y Gay (1987)	$k_a = 312 \frac{U^{0.355} \times S^{0.438}}{H^{0.176}}$	Basado en una técnica de regresión múltiple a treinta grupos de datos que contenían características físicas hidrológicas y de calidad de agua
Melching y Flores (1999)	$k_a = 517 \frac{U \times S^{0.524}}{Q^{0.242}} \text{ para ríos y estanques con } Q \leq 0.566$ $k_a = 596 \frac{US^{0.528}}{Q^{0.136}} \text{ para ríos y estanques con } Q \leq 0.566$ $k_a = 88 \frac{US^{0.313}}{H^{0.353}} \text{ para ríos controlados por la forma del canal, con } Q \leq 0.566$ $k_a = 142 \frac{U \times S^{0.333}}{H^{0.66} \times W^{0.243}} \text{ para ríos controlados por la forma del canal, con } Q \leq 0.566$	<p>Ecuaciones derivadas a partir de una compilación de datos, obtenidos con el método de trazadores gaseosos, realizada por el USGS Estados Unidos. Este estudio incluyó 493 tramos en 166 ríos en 23 estados.</p> <p>Después de separar y eliminar las mediciones potencialmente erróneas, el grupo de datos se redujo a 370 mediciones, las cuales se dividieron en cuatro grupos, según el caudal del tramo.</p>
Thackston y Dawson (2001)	$k_a = 0.00002519 \times F^{1/4} \times \frac{U^*}{H}$	Realizaron una calibración de la ecuación de Trackston y Krenkel (1969), a partir de los datos de O'Connor y Dobbins (1956), Churchill et al (1962), Parkhurst y Pomeroy (1972), Ruhl y Smoot (1987) y Parker y De Simone.

Aplicable a ríos con velocidades bajas, con pequeños números de Froude, sin pequeñas cascadas ni macro rugosidades (rocas grandes)

Adaptado de Orduz (2016)

Cálculo de la constante de desoxigenación ($k_1 = k_d$)

En la literatura, no se tiene mucha información en forma de correlaciones sobre las constantes de desoxigenación; se dispone fundamentalmente de datos numéricos comprendidos en ciertos rangos de valores, los cuales deben ser usados para los procesos de modelamiento y simulación en los estudios de calidad de aguas.

Tabla 4.

Ecuaciones predictivas de las tasas de desoxigenación en río $k_r = k_1 = k_d + k_s$, $k_1 = k_d$ si $k_s = 0$

Autor/es	$k_d(a\ 20\ ^\circ C)$ $\left[\frac{1}{d \cdot a}\right]$	Lugar	Método de determinación
Baca et al. (1973)	0.1 - 0.3	Willamette River, OR	
Bauer et al. (1979)	0.16	Chattahoochee River, GA	
Bhargava (1983)	3.5 - 5.6 (k_r) 1.4	Ganga river, India Yamuna River, India	Campo
Deb and Bowers (1983)	0.4 (k_r)	Shenandoah River, Mass	Campo
Camp (1965)	0.01 - 0.1	Merrimack River, Mass	Campo
Crane and Malone (1982)	1.44 (k_r)	Gray's Creek, Louisiana	Calibración de modelo
Greeney and Kraszewski (1981)	0.4	Yampa River, Colorado	Calibración de modelo
Hvitved and Jacobsen (1982)	0.15 0.90 (k_r)	Shavad River, Denmark	Campo
Metropolitan Washington Council	0.008	Seneca Creek	

of Government (1982)	0.02 – 0.60	Kansas (6rivers)	
	0.56 – 3.37	Michigan (3rivers)	
	0.36 – 0.95	Truckee River, Nevada	
	0.30 – 1.25	Virginia (3rivers)	
Reported by Bansal (1975)	0.4	N. Branch, Potomac, WV	Varios
	0.3 – 0.35	South Carolina (3 rivers)	
	0.125 – 0.4	New York (2rivers)	
	0.2 – 0.23	Mew Jersey (3rivers)	
Novotny and Krenkel (1975)	0.4 - 1.5	Holston River, Tennessee	Calibración de modelo
O'Connor et al (1981)	0.05 - 0.25	New York Bight	
Terry et al (1984)	0.004 - 0.66 (k_r)	Withe River, Arkansas	Laboratorio
Tetra Tech (1976)	0.2	N. Fort King River, CA	
Hydroscience (1971)	0.15 0.17 (k_r)	Ouachita River, Arkansas	Calibración
NCASI (1982a)	0.02 (k_1)	Ouachita River, Arkansas	Laboratorio
Wright and McDonnell (1979)	0.08 - 4.24	36 U.S river reaches and laboratory flumes	Campo
Chen and Wells (1975)	0.75	Boise River, ID	
Jennings et al (1982)	0.06 - 0.3	W. Fork, Trinity River, TX	Laboratorio
	0.07 - 0.14	Willamette River, OR	Laboratorio y Campo
McCUTCHEON (1983)	1.5	31 Arkansas River, CO	
Hydroscience (1972)	0.41	Lower Sacramento River, CA	

Gowda (1983)	1	Speed River, Ontario	Campo
--------------	---	----------------------	-------

Adaptado de Amarilla (2017)

Coefficiente de dispersión longitudinal

Los coeficientes de difusión turbulenta, tienen gran importancia en el transporte de contaminantes, sus valores en las direcciones de los ejes coordenados son diferentes, aun siendo el medio isotrópico. Experimentalmente se ha encontrado que el coeficiente de difusión longitudinal, es decir en la dirección del flujo, es mayor comparado con los coeficientes de difusión lateral y vertical. En el grafico N°1, se muestra los diversos coeficientes de difusión.

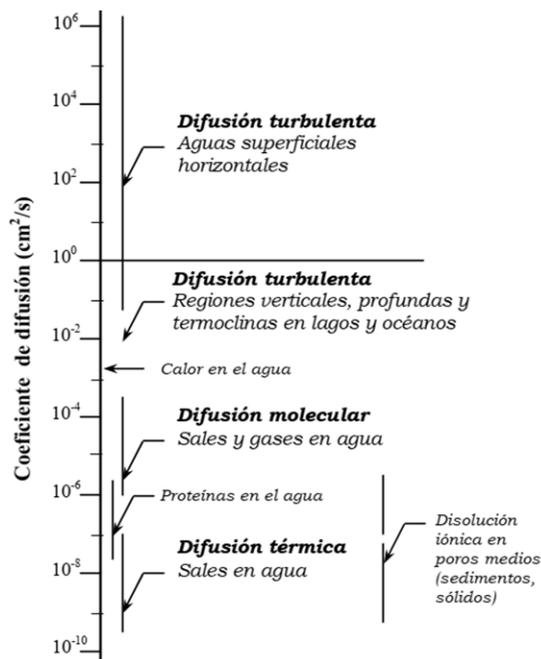


Figura 3. Coeficientes de difusión en varios medios acuático-Zouiten.

Tabla 5. Coeficientes de difusión experimentales para casos diversos

AUTOR	CORRELACIÓN PROPUESTA
Mc Quivey y Keefer	$E = 0.058 \times \frac{Q}{(S \times B)}$ para $F \leq 0.5$
Fisher	$E = 0.011 \times \frac{U^2 \times B^2}{H \times U^*}$
Seo y Cheong	$E = 5.915 \times H \times U^* \left(\frac{B}{H} \right)^{0.620} \left(\frac{U}{U^*} \right)^{1.428}$

Koussis y Rodríguez-
Mirasol

$$E = 0.6 \times \frac{U^* \times B^2}{H}$$

Kashefipour and
Falconer (a)

$$E = 10.612 \times H \times U \left(\frac{U}{U^*} \right)$$

Kashefipour and
Falconer (b)

$$E = \left[7.428 + 1.775 \left(\frac{B}{H} \right)^{0.620} \left(\frac{U^*}{U} \right)^{0.572} \right] H \times U \left(\frac{U}{U^*} \right)$$

Jiménez (2008)

Otras correlaciones para el cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal

Elder (1959):

$$D_L = 5.93xHxU^* \quad (2.9)$$

Fischer (1967) demostró que esta ecuación subestima significativamente D_L .

$$D_L = 0.011x \left(\frac{W}{H} \right)^2 x \left(\frac{U}{U^*} \right)^2 x UxH \quad (2.10)$$

Mc Quivey and Keefer (1974):

$$D_L = 0.058xgx \left(\frac{H}{U^*} \right)^2 x UxH \quad (2.11)$$

Liu (1977):

$$D_L = 0.18x \left(\frac{U^*}{U} \right)^{15} x (UxW)^2 / (U^*xH) \quad (2.12)$$

Liu señala que con su modelo se puede estimar D_L con un error de hasta seis veces entre el valor observado y el estimado

Iwasa and Aya (1991)

$$D_L = 2 \left(\frac{W}{H} \right)^{15} U^* H \quad (2.13)$$

Seo and Cheong (1998)

$$D_L = 5.92x \left(\frac{U}{U^*} \right)^{1.43} x (W/H)^{0.62} x (U^*xH) \quad (2.14)$$

Vargas Baecheler (2001)

$$D_L = 7.39x \left(\frac{W}{H}\right)^{-1.86} (WU)^2 x (U^*/H) \quad (2.15)$$

Para ríos anchos (máximo W / L experimental: 150)

Deng et al. (2001)

$$D_L = 0.111x \left(\frac{W}{H}\right)^{\frac{5}{3}} x \left(\frac{U}{U^*}\right)^2 x (U^*H) / Eps \quad (2.16)$$

$$Eps = 0.145 + 0.00028x \left(\frac{W}{H}\right)^{1.38} x \left(\frac{U}{U^*}\right). \text{ Aplicable para } W / H \text{ mayor de } 10$$

Kashefipour and Falconer (2002)

$$D_L = 10.06x \left(\frac{U}{U^*}\right) x U x H \quad (2.17)$$

Según su análisis, el modelo de Fischer, (1975) sobreestima el coeficiente de dispersión longitudinal. Propusieron que la ecuación anterior sea usada para valores de W / H mayores a 50.

Tavakollizadeh and Kashefipour (2007):

$$D_L = 7.428x 1.775 \left(\frac{U}{U^*}\right)^{1.752} x \left(\frac{W}{H}\right)^{0.62} x (U^*H) \quad (2.18)$$

Rajeev and Dutta (2009):

$$D_L = 2x \left(\frac{W}{H}\right)^{0.96} x \left(\frac{U}{U^*}\right)^{1.25} x (UH), \text{ para } W / H > 50 \quad (2.19)$$

Los autores indican que las expresiones de Seo and Cheong (1998), Deng et al. (2001) y Kashefipour and Falconer (2002) funcionan bien si los valores de D_L mayores a 100 m²/s son excluidos del análisis. Agregan que el parámetro más efectivo para establecer una buena predicción de D_L , es U / U^*

Tayfur (2009)

$$D_L = 0.91x WHU + 9.94 \quad (2.20)$$

Etemad-Shahidi and Taghipour (2012):

$$D_L = 14.12x \left(\frac{U}{U^*}\right)^{0.85} x \left(\frac{W}{H}\right)^{0.61} x (U^*H), \text{ para } W / H > 30 \quad (2.21)$$

Las unidades son las mismas que las de la tabla anterior.

Método de los momentos estadísticos para el cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal

Según Potter (2002). El coeficiente de dispersión longitudinal se calcula mediante la derivada de la varianza espacial respecto al tiempo, es decir:

$$D_x = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_{(x)}^2}{dt} \quad (2.22)$$

Desde el punto de vista experimental, es mucho más factible encontrar la varianza temporal, en lugar de la varianza espacial, cuya relación está dada por la ecuación:

$$\sigma_{(x)}^2 = U^2 \times \sigma_{(t)}^2 \quad (2.23)$$

La varianza temporal, la cual es la medida de la dispersión alrededor del centroide de la concentración promediada a través de la sección transversal, se define como:

$$\sigma_t^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t - \bar{t})^2 C(x, t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} C(x, t) dt} \quad (2.24)$$

Donde el tiempo de travesía del centroide \bar{t} está dado por:

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t \times C(x, t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} C(x, t) dt} \quad (2.25)$$

El denominador de las ecuaciones (2.24) y (2.25) se denomina momento estadístico de orden cero. La ecuación (2.25) se denomina momento estadístico de primer orden. La ecuación (2.24), se denomina momento estadístico de segundo orden. Por tanto, el coeficiente de dispersión se obtiene en forma explícita, mediante:

$$D_x = \frac{1}{2} U^2 \frac{\sigma_t^2(x_2) - \sigma_t^2(x_1)}{t_2 - t_1} \quad (2.26)$$

Donde $\sigma t^2(x)$ es la varianza temporal de la concentración del trazador a través de una sección transversal en los lugares especificados x_1 y x_2 a lo largo del río.

Variación de las constantes de velocidad con la temperatura

Se emplea la función de ajuste exponencial que está basada en la ecuación de Arrhenius-Van't Hoff, dada por:

$$Q_{10} = (k_2 / k_1)^{10/(T_2-T_1)} \quad (2.27)$$

k_1 : Constante de velocidad de reacción a la temperatura T_1

k_2 : Constante de velocidad de reacción a la temperatura T_2

Q_{10} : Relación entre las velocidades de reacción a incrementos de la temperatura de 10 °C. (Catasús, 2004).

$$k_2 = k_1 Q_{10}^{(T_2-T_1)/10} \quad (2.28)$$

De manera general:

$$k(T) = k(T_{ref}) Q_{10}^{(T-T_{ref})/10} = k(T_{ref}) f(T_{ref}) \quad (2.29)$$

$$k(T) = k(T_{ref}) Q_{10}^{(T-T_{ref})/10} = k(T_{ref}) \theta^{(T-T_{ref})} \quad (2.30)$$

Siendo, el factor de influencia de la temperatura y θ el coeficiente de ajuste de la temperatura, cuyo valor suele oscilar entre 1.01 y 1.2. La temperatura de referencia se fija usualmente en 20 °C, (Zouiten, 2012).

2.2.2. Conceptual

Modelamiento y simulación

El modelamiento de un proceso fisicoquímico, es la representación matemática de los fenómenos que ocurren espontáneamente como consecuencia de las interacciones simultaneas de la materia y energía. En este caso particular, se trata de la interacción de los componentes químicos de los efluentes con aquellos que se encuentra en el cuerpo receptor, en cuyo caso, uno de los componentes más fundamentales es

el parámetro denominado oxígeno disuelto, que es un indicador de la calidad del agua. El primer modelo propuesto para este caso es el denominado modelo de Streeter-Phelps, el cual a la fecha aún se usa. Actualmente existen una serie de modelos más sofisticados; sin embargo, su uso no es muy masivo debido al requerimiento de una gran variedad de datos.

Por otro lado, la simulación consiste en resolver el o los modelos propuestos, con la ayuda de un software que a su vez hace uso de herramientas numéricas, hasta lograr su calibración adecuada (programa totalmente depurado). Una vez logrado este propósito, se pueden predecir una serie de escenarios, que nos permitan conocer las situaciones límite que se puedan dar en un determinado proceso estudiado; en este caso, referido a la calidad del agua expresado en términos de oxígeno disuelto.

Proceso de desoxigenación y reoxigenación

Cuando se adiciona carga orgánica a un cuerpo de agua, el oxígeno disuelto presente en el cuerpo de agua, se consume como consecuencia del proceso de oxidación que sufre la materia orgánica; a este proceso se denomina desoxigenación que en esencia es la pérdida de oxígeno disuelto. Por otro lado, a medida que avanza aguas abajo, debido a la turbulencia del cuerpo de agua, se incorpora nuevamente oxígeno, en forma de oxígeno disuelto, recuperando paulatinamente el contenido de oxígeno disuelto inicial; a este proceso se le conoce con el nombre de reoxigenación, pues es un proceso de restauración del contenido de oxígeno, y en esencia es un proceso de restauración de un ecosistema específico afectada por la incorporación de estos compuestos orgánicos.

Cuerpo de agua receptor.

Un cuerpo de agua receptor, en forma genérica, es un volumen de agua en condiciones de flujo o estancadas tal como un río o arroyo; un lago, o un ambiente marino, bahía, estuario, golfo, al cual se descarga uno o más efluentes de aguas servidas, ya sea de áreas urbanas, de industrias, o de sistemas de riego. Asimismo, a estos cuerpos de agua receptor se incorporan aguas de lluvia.

Carga orgánica

Es la materia orgánica en forma sólida o generalmente mezclada en agua que contiene principalmente compuestos de carbono, hidrogeno, nitrógeno y azufre, los cuales se conocen con el nombre genérico de materia orgánica carbonácea y materia orgánica nitrogenada.

Las aguas residuales municipales, e industria de alimentos y papel, contienen una gran cantidad de carga orgánica.

El (MVCS, 2007), define a las aguas residuales como aquellas que han sido usadas por una comunidad o industria y que contiene material orgánico o inorgánico, disuelto o en suspensión.

Para (Benítez, 2013), las aguas residuales pueden definirse como las provenientes de las diversas actividades humanas y que poseen materiales que no son propios de un agua en condiciones normales, denominados contaminantes, que provocan el deterioro de los cuerpos de agua y la contaminación de aquellos que puedan llegar a ser vertidas sin un tratamiento previo.

Las características físicas, químicas y bacteriológicas del agua residual de cada centro urbano varían de acuerdo con los factores externos como: localización, temperatura, origen del agua captada, entre otros; y a factores internos como la población, el desarrollo socioeconómico, el nivel industrial, la dieta en la alimentación, el tipo de aparatos sanitarios, las prácticas de uso eficiente de agua entre otros (Ortega 2015).

Origen. Las aguas residuales pueden ser originadas por las siguientes causas: excretas principalmente heces; residuos domésticos tales como detergentes, pesticidas, sales, grasas, aceites, entre otros; arrastre de lluvias como el hollín, polvo, cemento, restos vegetales; y por último infiltraciones (fuga de tuberías en mal estado o conexiones defectuosas) (Franquet, 2005).

Composición química. las aguas residuales domésticas contienen principalmente proteínas, hidratos de carbono, seguido por los lípidos (grasas y aceites), y por último compuestos que incluyen fenoles,

insecticidas. Los sólidos pueden ser orgánicos e inorgánicos. (Espigares y Pérez 1985).

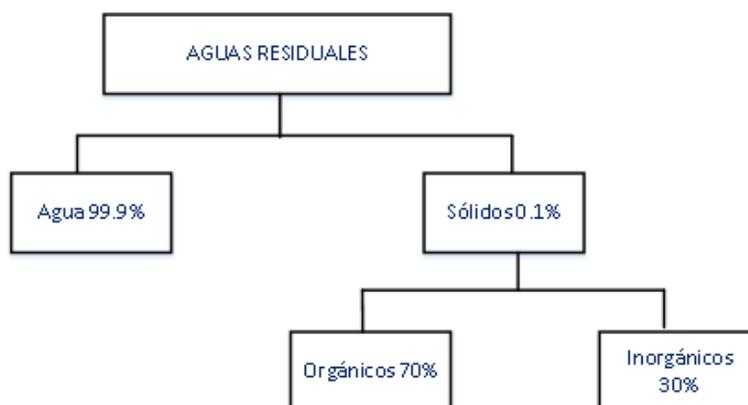


Figura 4. Composición de las aguas residuales - Tebbutt, (1997)

2.3. Definición de términos básicos

- **Oxígeno disuelto:** Cantidad de oxígeno que se encuentra en la fase líquida como consecuencia de la disolución del oxígeno atmosférico, expresado en (mg/L) y que depende de la presión y temperatura.
- **Oxígeno disuelto saturado:** Cantidad máxima de oxígeno que puede ser solubilizada en un cuerpo de agua, expresada en (mg/L) que depende de la presión y temperatura.
- **Déficit de oxígeno:** Diferencia que existe entre la concentración de saturación de oxígeno y la concentración en cualquier instante, expresada en (mg/L).
- **Tiempo crítico:** Tiempo en el cual el déficit de oxígeno toma un valor máximo como consecuencia del consumo de oxígeno por la presencia de la DBO en un sistema cerrado.
- **Longitud crítica:** Longitud en la cual, el déficit de oxígeno toma un valor máximo, como consecuencia del consumo de oxígeno por la presencia de la DBO en un sistema abierto.
- **Déficit crítico:** Es la cantidad máxima de oxígeno consumido por la presencia de la DBO; luego de este déficit comienza la recuperación de oxígeno disuelto por el proceso de reoxigenación.

- **Demanda bioquímica de oxígeno:** Es la cantidad de oxígeno que se consume para degradar la materia orgánica y se expresa en mg de oxígeno por litro de agua
- **Desoxigenación:** Es el proceso en el cual se consume oxígeno para degradar la materia orgánica presente en el cuerpo de agua.
- **Reoxigenación:** Es el proceso en el cual la tasa de disolución de oxígeno en el agua se incrementa como consecuencia de la pérdida de materia orgánica por oxidación de la misma.

III. HIPOTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis

3.1.1. Hipótesis general

Mediante la ecuación de conservación de materia que deriva de la formulación del modelo básico de Streeter-Phelps y sus modificaciones, es posible simular los procesos de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua por la presencia de materia orgánica incorporada de los efluentes industriales y municipales principalmente.

3.1.2. Hipótesis específica

- ✓ Las características hidrodinámicas de los cuerpos de agua como fuente receptora de la carga orgánica, controlan en gran medida con los procesos de desoxigenación y reoxigenación, haciendo que la depuración de la carga orgánica se lleve a cabo con mayor o menor velocidad.
- ✓ Las ecuaciones más comunes utilizadas para estimar la tasa de déficit de oxígeno son aquellos derivados del modelo básico de Streeter-Phelps, cuyas modificaciones describen de una mejor manera los procesos más complejos que incorporan la fotosíntesis y el consumo microbiológico de oxígeno.
- ✓ Hay una gran variedad de parámetros que pueden ser utilizados en la literatura que son utilizadas en base a las características del tipo de contaminante y características hidrodinámicas de la fuente receptora.

3.2. Definición conceptual de variables

La investigación que se va desarrollar se caracteriza por ser longitudinal estudiando la variable a lo largo del tiempo establecido, por ser este el determinante en la relación causa efecto.

Por su naturaleza, todas las variables identificadas son del tipo cualitativa y cuantitativa. Por su dependencia Y es dependiente, y las variables X₁, X₂, X₃ son independientes.

Es decir:

$$Y = f (X_1, X_2, X_3)$$

Y: Tasa de oxigenación y desoxigenación de los cuerpos de agua, obtenidas por modelamiento y simulación

X1: Las características hidrodinámicas de los cuerpos de agua

X2: Ecuaciones modificadas del modelo básico de Streeter-Phelps

X3: Estimación de los parámetros físicos de los modelos propuestos.

3.3. Operacionalización de variables

VARIABLE DEPENDIENTE	DIMENSIONES	INDICADOR	ÍNDICE	TÉCNICAS ESTADÍSTICAS	MÉTODO
Y: Tasa de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua obtenidas por modelamiento y simulación	Dependencia espacial y temporal de la desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua	Diferencia entre la concentración de saturación y la concentración en función al tiempo y/o distancia	Concentración de oxígeno disuelto (mg/L)	Analítica y numérica	Resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales
VARIABLE INDEPENDIENTE	DIMENSIONES	INDICADOR	ÍNDICE	TÉCNICAS ESTADÍSTICAS	MÉTODO
X ₁ = Características hidrodinámicas de los cuerpos de agua.	Tipo de flujo: Turbulento, torrentoso, laminar	Parámetros característicos del flujo.	Velocidad, caudal y números adimensionales	Valores medios, varianza	Comparación con los valores reportados en la literatura.
X ₂ = Ecuaciones modificadas del modelo básico de Streeter-Phelps	Incorporación de la interacción espacial y el término difusional en los modelos derivados.	Capacidad de generar datos esperados en concordancia con los reportados	Variación (%) respecto al modelo básico	Estadística descriptiva	Comparativo entre los modelos propuestos y el de Streeter-Phelps
X ₃ = Estimación de los parámetros físicos	Amplitud de los valores máximos y mínimos	Valores numéricos obtenidos de los parámetros de operación	Porcentaje de variación	Correlación lineal y no lineal	Comparativo con los valores reportados.

IV. DISEÑO METODOLÓGICO

4.1. Tipo y diseño de investigación

Por el propósito o finalidad, es una investigación aplicada; por las clases de medios utilizados para obtener los datos, es de tipo pseudo experimental; por el nivel de conocimientos que se adquieren, es de tipo correlacional; según la naturaleza de la información que se recoge para responder al problema de investigación, es de tipo cuantitativa.

4.2. Método de investigación

Dado que el presente trabajo es de modelamiento y simulación, es no experimental, por tanto, no se aplica el diseño experimental. Los valores de los parámetros y otros datos requeridos se toman directamente de la literatura disponible.

La investigación se diseñó del siguiente modo:

- **Primera etapa:** Revisión de estado del arte
- **Segunda etapa:** Selección de los modelos que describen los procesos de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua.
- **Tercera etapa:** Selección y cálculo de los parámetros de los modelos seleccionados.
- **Cuarta etapa:** Resolución de los modelos asociados a los procesos de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua.
- **Quinta etapa:** Calibración computacional de los modelos seleccionados
- **Sexta etapa:** Análisis de los resultados y simulación para su optimización
- **Séptima etapa:** Presentación del informe final.

4.3. Población y muestra

Población

El universo está constituido por los cuerpos de agua fluyentes (ríos y riachuelos) cuyas características hidrodinámicas deben ser conocidas para la aplicación del modelamiento y simulación. Respecto a los contaminantes, está constituido por una amplia gama de concentraciones de materia orgánica carbonosa y nitrogenada; respecto a los modelos, son aquellos derivados del modelo básico de Streeter-Phelps.

Muestra

De todas las posibilidades de condiciones hidrodinámicas de los cuerpos de agua, se seleccionará el de flujo turbulento sin dispersión y con dispersión longitudinal y/o lateral, con inclusión permanente o instantánea de materia orgánica, con posibles escenarios de inclusión de contaminantes y ver la posibilidad de los efectos adversos a los seres vivos presentes en estos cuerpos de agua. Respecto a los modelos, es el mismo que se señala en el universo.

4.4. Lugar de estudio y periodo desarrollado

La investigación se realizará en la en el Centro de Computo de la Facultad de Ingeniería Química; para tal efecto, se requiere la adquisición de una buena base de datos y artículos de investigación relacionados al tema, así como un software matemático y uno estadístico, con los cuales se cuenta en la actualidad. El periodo de desarrollo es aquel comprendido en el proyecto de investigación.

4.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para el modelamiento del proceso de desoxigenación y reoxigenación de un cuerpo receptor, se requieren básicamente los siguientes datos:

- ✓ Concentraciones de materia orgánica: porcentaje de materia orgánica carbonosa y materia orgánica nitrogenada en el efluente
- ✓ Características hidrodinámicas del cuerpo receptor
- ✓ Modelos matemáticos que describen el proceso de desoxigenación y reoxigenación de un cuerpo receptor

✓ Parámetros de los modelos indicados

Todos estos datos han sido obtenidos de fuentes secundarias:

Los modelos básicos serán tomados de la literatura especializada; sin embargo, es posible realizar nuevos aportes con la inclusión de los términos de dispersión a los modelos básicos existentes. Se tomarán de la literatura las ecuaciones empíricas para el cálculo de los parámetros.

4.6. Análisis y procesamiento de datos

En esta investigación se hará un análisis estadístico para ver la influencia de cada uno de los parámetros en el proceso de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua, mediante un análisis de varianza; además se estudiará el nivel de significancia de cada uno de estos parámetros y si están relacionados o no entre sí y determinarse cuales de los parámetros son los más relevantes que contribuyen a ambos procesos de desoxigenación y reoxigenación.

V. RESULTADOS

5.1. Resultados descriptivos

Los resultados descriptivos se expresan en términos de los modelos matemáticos sistematizados de la literatura y resueltos con la ayuda de un software especializado

Modelo básico de Streeter-Phelps para la remoción de la demanda bioquímica de oxígeno carbonácea

Balance de materia de la demanda bioquímica de oxígeno

En la literatura, hay una serie de diferencias en cuanto a la nomenclatura de las constantes de desoxigenación y aireación o reaireación, por lo cual se uniformizará considerando dichos criterios

La cinética de degradación de la DBO y la desoxigenación y reoxigenación del agua, se consideran de primer orden

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint L dv = \iiint R_{DBO} dv \quad (5.1)$$

Integrando la ecuación (5.1)

$$v \frac{dL}{dt} = -k_1 L v \quad (5.2)$$

Siendo $R_{DBO} = -k_1 L$ la tasa de oxidación de la materia orgánica

Dado que el volumen es constante, la integración de la ecuación (5.2) con la condición inicial, $t = 0 \quad L = L_0$ conduce a:

$$L = L_0 e^{-k_1 t} \quad (5.3)$$

La ecuación (5.3) permite calcular la demanda bioquímica de oxígeno en cualquier instante

Balance de materia de materia de oxígeno en la solución acuosa.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint C dv = \iiint R_o dv \quad (5.4)$$

La tasa neta de velocidad de reacción, está dada por la tasa de consumo de oxígeno más la tasa de disminución de déficit, es decir:

$$\frac{dC}{dt} = -k_1L + k_2(C_s - C) \quad (5.5)$$

Siendo $R_0 = -k_1L + k_2(C_s - C)$ la tasa neta de consumo de oxígeno

El déficit de oxígeno, está definido por:

$$D = (C_s - C) \quad (5.6)$$

Luego, derivando se tiene:

$$\frac{dD}{dt} = -\frac{dC}{dt} \quad (5.7)$$

Reemplazando (5.6) y (5.7) en (5.5), se tiene:

$$\frac{dD}{dt} = k_1L - k_2D \quad (5.8)$$

Reemplazando (5.3) en (5.8), se tiene:

$$\frac{dD}{dt} + k_2D = k_1L_0 e^{-k_1t} \quad (5.9)$$

La ecuación (5.9), es una ecuación diferencial lineal, cuya forma general es:

$$\frac{dy}{dt} + p(t)y = q(t) \quad (5.10)$$

La solución de (5.10) tiene la siguiente forma:

$$y \times FI = \int FI \times q(t) dt + C \quad (5.11)$$

El factor integrante FI viene dado por: $FI = e^{\int p(t) dt}$

Al aplicar estos criterios, a la ecuación (5.9), con la condición inicial, $t=0 \quad D=D_0$, se obtiene la ecuación que permite determinar el déficit instantáneo de oxígeno, es decir:

$$D = \frac{(k_1 L_0)}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) + D_0 e^{-k_2 t} \quad (5.12)$$

La concentración instantánea de oxígeno, se encuentra a partir de la ecuación (5.6)

$$C = C_s - D = C_s - \left[\frac{(k_1 L_0)}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) + D_0 e^{-k_2 t} \right] \quad (5.13)$$

El déficit crítico se obtiene derivando la ecuación (5.12) respecto al tiempo, es decir:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{(k_1 L_0)}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) + D_0 e^{-k_2 t} \right] = 0 \quad (5.14)$$

A partir de la ecuación (5.14) se obtiene:

$$\left[\frac{k_1 L_0}{k_2 - k_1} (-k_1 e^{-k_1 t} + k_2 e^{-k_2 t}) - D_0 k_2 e^{-k_2 t} \right] = 0 \quad (5.15)$$

Dividiendo la ecuación (5.15) por $e^{-k_2 t}$ y haciendo $t = t_c$ en (5.15), se obtiene:

$$t_c = \left(\frac{1}{k_2 - k_1} \right) \times \ln \left[\frac{k_2}{k_1} \left(1 - \frac{D_0 (k_2 - k_1)}{k_1 L_0} \right) \right] \quad (5.16)$$

El déficit crítico de oxígeno se obtiene reemplazando en la ecuación (5.12), el valor del tiempo crítico de la ecuación (5.16); sin embargo, su tratamiento algebraico es bastante complejo, por lo cual, a partir de la ecuación (5.8), se tiene:

$$\frac{dD}{dt} = k_1 L_0 e^{-k_1 t} - k_2 D_c = 0 \quad (5.17)$$

A partir de la ecuación (5.17) se obtiene:

$$D_c = \left(\frac{k_1}{k_2} \right) \times L_0 \times e^{-k_1 t_c} \quad (5.18)$$

El déficit crítico, también puede ser encontrado mediante:

$$D_c = \left(\frac{k_1 \times L_0}{k_2} \right) \times \left[\frac{k_2}{k_1} \left(1 - \frac{D_0(k_2 - k_1)}{k_1 L_0} \right) \right]^{\frac{k_1}{k_2 - k_1}} \quad (5.19)$$

Ahora, la concentración mínima se obtiene mediante:

$$C_{\min} = C_s - D_c \quad (5.20)$$

Las ecuaciones anteriores pueden ser puestas en términos de la distancia en lugar del tiempo, es decir:

A partir de la ecuación (5.3), se obtiene:

$$L = L_0 e^{-k_1 \left(\frac{x}{u} \right)} \quad (5.21)$$

A partir de la ecuación (5.12), se obtiene:

$$D = \frac{(k_1 L_0)}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 \left(\frac{x}{u} \right)} - e^{-k_2 \left(\frac{x}{u} \right)}) + D_0 e^{-k_2 \left(\frac{x}{u} \right)} \quad (5.22)$$

A partir de la ecuación (5.16) se obtiene la distancia crítica:

$$x_c = \left(\frac{u}{k_2 - k_1} \right) \times \ln \left[\frac{k_2}{k_1} \left(1 - \frac{D_0(k_2 - k_1)}{k_1 L_0} \right) \right] \quad (5.23)$$

A partir de la ecuación (1.18) se obtiene:

$$D_c = \left(\frac{k_1}{k_2} \right) \times L_0 \times e^{-k_1 \frac{x_c}{u}} \quad (5.24)$$

Si consideramos el consumo de oxígeno por la demanda bioquímica carbonosa y la re oxigenación por solubilidad del oxígeno del aire en el agua, se puede usar la siguiente nomenclatura, $k_d = k_1$ y $k_a = k_2$, entonces las dos ecuaciones básicas integradas se convierten en:

A partir de la ecuación (5.3), se tiene:

$$L = L_0 e^{-k_d t} \quad (5.25)$$

A partir de la ecuación (5.12), se tiene

$$D = \frac{(k_d L_0)}{k_a - k_d} (e^{-k_d t} - e^{-k_a t}) + D_0 e^{-k_a t} \quad (5.26)$$

Una ligera variante del modelo de Streeter-Phelps, consiste en considerar que la tasa de remoción de la DBO se ve incrementada por la tasa de sedimentación, k_s , entonces, la velocidad de remoción de materia orgánica, será: $k_r = k_d + k_s$, luego, la ecuación (5.3) integrada se transforma en:

$$L = L_0 e^{-k_r t} \quad (5.27)$$

La ecuación (5.5) toma la forma:

$$\frac{dC}{dt} = -k_d L + k_a (C_s - C) \quad (5.28)$$

Con la hipótesis que la desoxigenación se produce como consecuencia del consumo de oxígeno por las bacterias heterótrofas y la sedimentación, la ecuación (5.28) en términos del déficit de oxígeno, está dado por:

$$\frac{dD}{dt} + k_a D = k_d L_0 e^{-k_r t} \quad (5.30)$$

La integración de la ecuación (5.30) conduce a:

$$D = \frac{(k_d L_0)}{k_a - k_r} (e^{-k_r t} - e^{-k_a t}) + D_0 e^{-k_a t} \quad (5.31)$$

Las ecuaciones (5.27) y (5.31), también pueden ser expresadas en términos de la distancia y velocidad al ser reemplazadas en el tiempo.

Luego, el tiempo crítico estará dado por:

$$t_c = \left(\frac{1}{k_a - k_r} \right) \times \ln \left[\frac{k_a}{k_r} \left(1 - \frac{D_0 (k_a - k_r)}{k_d L_0} \right) \right] \quad (5.32)$$

La demanda crítica, por su parte es:

$$D_c = \left(\frac{k_d \times L_0}{k_a} \right) \times \left[\frac{k_a}{k_r} \left(1 - \frac{D_0 (k_a - k_r)}{k_d L_0} \right) \right]^{-\left(\frac{k_r}{k_a - k_r} \right)} \quad (5.33)$$

Luego, la longitud crítica está dada por:

$$x_c = \left(\frac{u}{k_a - k_r} \right) \times \ln \left[\frac{k_a}{k_r} \left(1 - \frac{D_0(k_a - k_r)}{k_d L_0} \right) \right] \quad (5.34)$$

El factor de depuración se define según las consideraciones anteriores por las siguientes equivalencias

$$f = \frac{k_2}{k_1} = \frac{k_a}{k_r} = \frac{k_a}{k_d} \quad (5.35)$$

Modificaciones del modelo básico de Streeter-Phelps

Modelo básico de Streeter-Phelps con remoción de demanda bioquímica de oxígeno carbonácea y nitrogenada

$$\frac{dL_C}{dt} = -k_r L_C \quad (5.36)$$

$$\frac{dL_N}{dt} = -k_{rN} L_N \quad (5.37)$$

$$\frac{dD}{dt} = -k_a D + k_d L_C + k_n L_N \quad (5.38)$$

Fuentes o sumideros difusos de la demanda bioquímica de oxígeno carbonácea (DBOC)

Supongamos un río con un fondo poroso y contaminado en la que la concentración de materia orgánica en el espacio intersticial del sedimento es tal que la DBO desde el sedimento a la columna de agua puede ser parametrizada utilizando una cinética de orden cero, (Rueda, 2015); en estas condiciones, el balance de materia considerando un flujo pistón, está dado por:

$$\frac{dL}{dt} = -k_r L + S_L \quad (5.38)$$

Si integramos la ecuación (5.38) con la condición: $t = 0 \quad L = 0$, la solución correspondiente es:

$$L = \frac{S_L}{k_r} (1 - e^{-k_r t}) \quad (5.39)$$

La ecuación (5.39) indica que la DBOC aumenta en forma de pulso tendiendo de forma asintótica a:

$$\bar{L} = \frac{S_L}{k_r} \quad (5.40)$$

El balance de oxígeno, se obtiene, en términos del déficit como:

$$\frac{dD}{dt} + k_a D = k_d \frac{S_L}{k_r} (1 - e^{-k_r t}) \quad (5.41)$$

Se obtiene una solución particular con la condición: $t = 0 \quad D = 0$

$$D = \frac{k_d}{k_r} \times \frac{S_L}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) - \frac{k_d}{k_r} \times \frac{S_L}{k_a - k_r} (e^{-k_r t} - e^{-k_a t}) \quad (5.42)$$

Que, de forma asintótica, tiende a un valor:

$$\bar{D} = \frac{k_d}{k_r} \times \frac{S_L}{k_a} \quad (5.43)$$

Modelos con demanda bioquímica carbonácea de oxígeno y con fuentes o sumideros difusos de oxígeno disuelto

El balance de déficit de oxígeno, considerando el efecto de la fotosíntesis y la respiración de las plantas acuáticas (P y R respectivamente), y de la demanda sedimentaria de oxígeno, S_B e ignorando la demanda para la oxidación de materia orgánica, se tiene:

$$\frac{dD}{dt} = -k_a D - P + R + S_B \quad (5.44)$$

Integrando la ecuación (5.44) con la condición inicial, $t = 0 \quad D = 0$

$$D = \frac{R - P + S_B}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) \quad (5.45)$$

Lo que indica que el déficit aumenta y tiende a un valor asintótico equivalente a:

$$\bar{D} = \frac{R - P + S_B}{k_a} \quad (5.46)$$

Las ecuaciones que describen la evolución de la DBOC y el déficit de oxígeno en un río aguas debajo de un vertido puntual y con fuentes-sumideros difusos son:

$$L = L_0 e^{-k_r t} + \frac{S_L}{k_r} (1 - e^{-k_r t}) \quad (5.47)$$

El primer término del lado derecho de (5.47) representa el vertido puntual inicial de DBO, el segundo término representa los vertidos difusos de la DBOC. El déficit total de oxígeno se obtiene por la suma de las diferentes contribuciones, es decir:

$$D = D_0 e^{-k_a t} + \frac{(k_d L_0)}{k_a - k_r} (e^{-k_r t} - e^{-k_a t}) + \frac{R - P + S_B}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) + \frac{k_d}{k_r} \times \frac{S_L}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) - \frac{k_d}{k_r} \times \frac{S_L}{k_a - k_r} (e^{-k_r t} - e^{-k_a t}) \quad (5.48)$$

El primer término del segundo miembro de la ecuación (5.48) representa el efecto del déficit puntual inicial de oxígeno; el segundo término representa el aporte del déficit difuso de DBO en el punto de vertido; el tercer término es el efecto conjunto de las fuentes/sumideros distribuidos y los términos cuarto y quinto representan el efecto de la fuente distribuida de DBO en el déficit de oxígeno.

La demanda de oxígeno de los sedimentos, se obtiene mediante:

$$S_B = A(1 - e^{-1.22 \times OD}) \quad (5.49)$$

Modelos con demanda bioquímica carbonácea y nitrogenada de oxígeno y con fuentes o sumideros difusos de oxígeno disuelto

Mediante el proceso de nitrificación, el amonio se convierte en nitrato, en dos etapas; en la primera etapa las bacterias denominadas *nitrosomonas*, convierten el amonio en nitrito, según la ecuación:



Y en la segunda etapa, las bacterias *Nitrobacter*, transforman el nitrito en nitrato, según:



Cabe mencionar, que normalmente, el déficit de oxígeno debido a la presencia de amonio se realiza luego del déficit crítico, por tanto, en primer lugar, se produce déficit debido a la materia orgánica carbonosa y aguas abajo, el déficit debido la presencia de amonio.

La ecuación de la demanda de oxígeno nitrogenada, está dada por:

$$\frac{dL_N}{dt} = -k_{rN} L_N \quad (5.50)$$

$$L_N = L_{N0} e^{-k_{rN} t} \quad (5.51)$$

La ecuación de la demanda de oxígeno es:

$$\frac{dD}{dt} = k_N L_N - k_a D \quad (5.52)$$

Reemplazando (5.50) en (5.51), se tiene:

$$\frac{dD}{dt} + k_a D = k_N L_{N0} e^{-k_{rN} t} \quad (5.53)$$

Cuya solución es:

$$D = \frac{(k_N L_{N0})}{k_a - k_{rN}} (e^{-k_{rN} t} - e^{-k_a t}) + D_0 e^{-k_a t} \quad (5.54)$$

El efecto del déficit de oxígeno debido a la presencia de la DBOC y DBON, es una propiedad aditiva, por tanto:

$$D = D_0 e^{-k_a t} + \frac{(k_d L_0)}{k_a - k_r} (e^{-k_r t} - e^{-k_a t}) + \frac{(k_N L_{N0})}{k_a - k_{rN}} (e^{-k_{rN} t} - e^{-k_a t}) + \frac{R - P + S_B}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) + \frac{k_d}{k_r} \times \frac{S_L}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) - \frac{k_d}{k_r} \times \frac{S_L}{k_a - k_r} (e^{-k_r t} - e^{-k_a t}) \quad (5.55)$$

El primer término del miembro de la derecha describe el déficit puntual de oxígeno; el segundo término, representa el déficit debido al aporte puntual al DBOC en el punto de vertido; el tercer término representa el déficit debido al aporte puntual de DBON en el punto de vertido; el cuarto termino representa el efecto conjunto de fuentes/sumideros distribuidos; y los dos últimos términos representa el efecto de la fuente distribuida de DBOC en el déficit de oxígeno.

El valor de L_{N0} , se obtiene mediante:

$$L_{N0} = 4.75 TKN \quad (5.56)$$

La DBON debe ser despreciada cuando la temperatura del agua sea menor a 10 oC, o cuando la concentración promedio de oxígeno disuelto sea menor a 1.5 mg/L o la carga de DBOC sea alta (Rojas, 2013)

TKN : Nitrógeno total Kjeldahl, (mg / L)

La limitación en la aplicación de este modelo es la determinación experimental de los parámetros, que es bastante tediosa.

Modelos con advección-difusión-reacción: Modelos ADR

Condiciones aerobias sin cargas puntuales en régimen no estacionario

En este modelo, se considera los términos de flujo y dispersión en régimen turbulento; para saber la importancia entre la transferencia de masa advectiva y difusiva, se analiza el número de Peclet dado por:

$$P_e = \frac{U \times \Delta x}{D}$$

Si este número es mayor a 10 predomina el flujo advectivo;

por el contrario, si es menor a 1, predomina el flujo difusivo; para valores intermedios ambos procesos de transferencia de masa son importantes.

$$\frac{\partial L}{\partial t} = E \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - U \frac{\partial L}{\partial x} - k_r L \quad (5.57)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = E \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} - U \frac{\partial D}{\partial x} - k_a D + k_d L \quad (5.58)$$

La solución de las ecuaciones diferenciales (3.1) y (3.2) se realiza utilizando el método de Lines, para lo cual se discretiza el lado derecho de las ecuaciones indicadas, es decir:

$$\frac{dL_i}{dt} = E \times \frac{(L_{i+1} - 2L_i + L_{i-1}))}{\Delta x^2} - U \times \frac{(L_i - L_{i-1}))}{\Delta x} - k_r L_i \quad (5.59)$$

$$\frac{dD_i}{dt} = E \times \frac{(D_{i+1} - 2D_i + D_{i-1}))}{\Delta x^2} - U \times \frac{(D_i - D_{i-1}))}{\Delta x} - k_a D_i + k_d L_i \quad (5.60)$$

Con las condiciones iniciales:

$$L(0) = L_0, D(0) = D_0$$

Condiciones anaerobias sin cargas puntuales en régimen no estacionario

En este caso, el oxígeno que contiene el cuerpo de agua se consume permanentemente, así que el déficit crece permanentemente, sin tener la posibilidad de reducir dicho incremento.

$$\frac{\partial L}{\partial t} = E \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - U \frac{\partial L}{\partial x} - k_a \times O_s \quad (5.61)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = E \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} - U \frac{\partial D}{\partial x} \quad (5.62)$$

Con las condiciones iniciales:

$$L(0) = L_0, D(0) = D_0$$

La solución de las ecuaciones (5.61) y (5.62) se realiza mediante el método de Lines, para lo cual se hace una discretización parcial, procediendo del siguiente modo:

$$\frac{dL_i}{dt} = E \times \frac{(L_{i+1} - 2L_i + L_{i-1}))}{\Delta x^2} - U \times \frac{(L_i - L_{i-1}))}{\Delta x} - k_r L_i \quad (5.63)$$

$$\frac{dD_i}{dt} = E \times \frac{(D_{i+1} - 2D_i + D_{i-1}))}{\Delta x^2} - U \times \frac{(D_i - D_{i-1}))}{\Delta x} - k_a D_i + k_d L_i \quad (5.64)$$

Modelo advección-difusión-reacción sin cargas puntuales en régimen estacionario

Se plantea las ecuaciones de transferencia de materia para la demanda bioquímica de oxígeno carbonácea, así como el balance de materia de la tasa de consumo y reaireación de oxígeno, los cuales están dados por:

$$E \frac{d^2 L}{dx^2} - U \frac{dL}{dx} - k_r L = 0 \quad (5.65)$$

$$E \frac{d^2 D}{dx^2} - U \frac{dD}{dx} - k_a D + k_d L = 0 \quad (5.66)$$

Con las condiciones de frontera:

$$x=0 \quad L=L_0 \quad y \quad D=D_0$$

Se resuelve mediante el proceso de discretización de las ecuaciones (5.65) y (5.66), lo cual permite obtener un sistema de ecuaciones algebraicas lineales

$$E \times \frac{(L_{i+1} - 2L_i + L_{i-1}))}{\Delta x^2} - U \times \frac{(L_i - L_{i-1}))}{\Delta x} - k_r L_i = 0 \quad (5.67)$$

$$L_{i+1} - 2L_i + L_{i-1} - \frac{U}{E} \times \Delta x \times (L_i - L_{i-1}) - \frac{k_r}{E} \Delta x^2 L_i = 0 \quad (5.68)$$

$$E \times \frac{(D_{i+1} - 2D_i + D_{i-1}))}{\Delta x^2} - U \times \frac{(D_i - D_{i-1}))}{\Delta x} - k_a D_i + k_d L_i = 0 \quad (5.69)$$

$$D_{i+1} - 2D_i + D_{i-1} - \frac{U}{E} \times \Delta x \times (D_i - D_{i-1}) - \frac{k_a}{E} \Delta x^2 D_i + \frac{k_d}{E} \Delta x^2 L_i = 0 \quad (5.70)$$

Las ecuaciones (5.69) y (5.70) pueden ser ordenadas del siguiente modo:

$$L_{i+1} + AL_i + BL_{i-1} = 0 \quad (5.71)$$

$$D_{i+1} + PD_i + QD_{i-1} + SL_i = 0 \quad (5.72)$$

Con:

$$A = \left(-2 - \frac{U}{E} \times \Delta x - \frac{k_r}{E} \Delta x^2\right) \quad (5.73)$$

$$B = \left(1 + \frac{U}{E} \times \Delta x\right) = Q$$

(5.74)

$$P = \left(-2 - \frac{U}{E} \times \Delta x - \frac{k_a}{E} \Delta x^2\right) \quad (5.75)$$

$$S = \frac{k_r}{E} \Delta x^2 \quad (5.76)$$

Las ecuaciones (5.71) y (5.72) representa un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, con las condiciones: $x=0 \quad L=L_0 \quad D=D_0$

Modelos con dispersión-advección-reacción en régimen no estacionario con cargas puntuales con presencia de carga orgánica conteniendo DBOC y DBON

$$\frac{\partial L_C}{\partial t} = E \frac{\partial^2 L_C}{\partial x^2} - U \frac{\partial L_C}{\partial x} - k_r L_C + W_L^1 \quad (5.77)$$

$$\frac{\partial L_N}{\partial t} = E \frac{\partial^2 L_N}{\partial x^2} - U \frac{\partial L_N}{\partial x} - k_{rN} L_N + W_N^1 \quad (5.78)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = E \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} - U \frac{\partial D}{\partial x} - k_a D + k_d L_C + k_n L_N + \sum W_2 \quad (5.79)$$

Con las condiciones iniciales:

$$t=0 \quad L_c(0)=L_{c0} \quad y \quad L_N(0)=L_{N0} \quad y \quad D(0)=D_0$$

Este sistema de ecuaciones diferenciales parciales se resuelve por el proceso de transformación a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

$$\frac{dL_{Ci}}{dt} = E \left(\frac{L_{Ci+1} - 2L_{Ci} + L_{Ci-1}}{\Delta x^2} \right) - U \frac{(L_{Ci} - L_{Ci-1})}{\Delta x} - k_r L_{Ci} + W_{Li}^1 \quad (5.80)$$

$$\frac{dL_{Ni}}{dt} = E \left(\frac{L_{Ni+1} - 2L_{Ni} + L_{Ni-1}}{\Delta x^2} \right) - U \frac{(L_{Ni} - L_{Ni-1})}{\Delta x} - k_{rN} L_{Ni} + W_{Ni}^1 \quad (5.81)$$

$$\frac{dD_i}{dt} = E \left(\frac{D_{i+1} - 2D_i + D_{i-1}}{\Delta x^2} \right) - U \frac{(D_i - D_{i-1})}{\Delta x} - k_a D_i + k_d L_{Ci} + k_n L_{Ni} + \sum W_{2i} \quad (5.82)$$

Modelo advección-difusión-reacción en estado estacionario con cargas puntuales de demanda bioquímica de oxígeno carbonácea y nitrogenada.

$$E \frac{d^2 L_C}{dx^2} - U \frac{dL_C}{dx} - k_r L_C + W_L^1 = 0 \quad (5.83)$$

$$E \frac{d^2 L_N}{dx^2} - U \frac{dL_N}{dx} - k_{rN} L_N + W_N^1 = 0 \quad (5.84)$$

$$E \frac{d^2 D}{dx^2} - U \frac{dD}{dx} - k_a D + k_d L_C + k_n L_N + \sum W_2 = 0 \quad (5.85)$$

$$x = 0 \quad L_C = L_{C0} \quad y \quad L_N = L_{N0} \quad y \quad D = D_0$$

Se procede a la discretización, con lo cual se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, los cuales se resuelven con la ayuda de un software.

$$E \left(\frac{L_{Ci+1} - 2L_{Ci} + L_{Ci-1}}{\Delta x^2} \right) - U \frac{(L_{Ci} - L_{Ci-1})}{\Delta x} - k_r L_{Ci} + W_{Li}^1 = 0 \quad (5.86)$$

$$E \left(\frac{L_{Ni+1} - 2L_{Ni} + L_{Ni-1}}{\Delta x^2} \right) - U \frac{(L_{Ni} - L_{Ni-1})}{\Delta x} - k_{rN} L_{Ni} + W_{Ni}^1 = 0 \quad (5.87)$$

$$E \left(\frac{D_{i+1} - 2D_i + D_{i-1}}{\Delta x^2} \right) - U \frac{(D_i - D_{i-1})}{\Delta x} - k_a D_i + k_d L_{Ci} + k_n L_{Ni} + \sum W_{2i} = 0 \quad (5.88)$$

La discretización de las ecuaciones anteriores permite transformar el sistema de ecuaciones diferenciales parciales a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

5.2. Resultados inferenciales

5.2.1. Respecto al modelo básico de Streeter-Phelps

Se ha ejecutado el programa *MODELO1.pol* y se ha obtenido el siguiente reporte. Los valores de las variables como la demanda bioquímica de oxígeno, el déficit de oxígeno y la concentración de oxígeno disuelto presentan valores iniciales, valor mínimo, valor máximo y valor final, cuya evolución se muestra en la Tabla 6.

Tabla 6.

Reporte de datos de ingreso y salida en el programa: MODELO1.pol

	Variable	Valor inicial
Constante de remoción	k10 (1/d)	0.95
Altura de la columna de fluido	H (m)	2

Temperatura del fluido	T (°C)	20
Temperatura del fluido	TK (K)	293.15
Concentración de sal	S (g/L)	25
Velocidad del flujo	U (m/s)	0.15
Constante de reoxigenación	k20 (1/d)	0.5381374
Flujo de efluente	Qsw (m3/s)	1000
Concentración de oxígeno en el efluente	Csw (m3/s)	0
Concentración de DBO en el efluente	Lsw (ppm)	300
Flujo de agua en la corriente principal	Qr (m3/s)	2.00E+04
Concentración de oxígeno en el punto de mezcla	Ca (ppm)	7.471947
Concentración de DBO en el flujo de agua	Lr (ppm)	0
Concentración de DBO en el punto de mezcla	L0 (ppm)	14.28571
Déficit inicial de oxígeno	D0 (ppm)	0.3735973

Elaboración propia

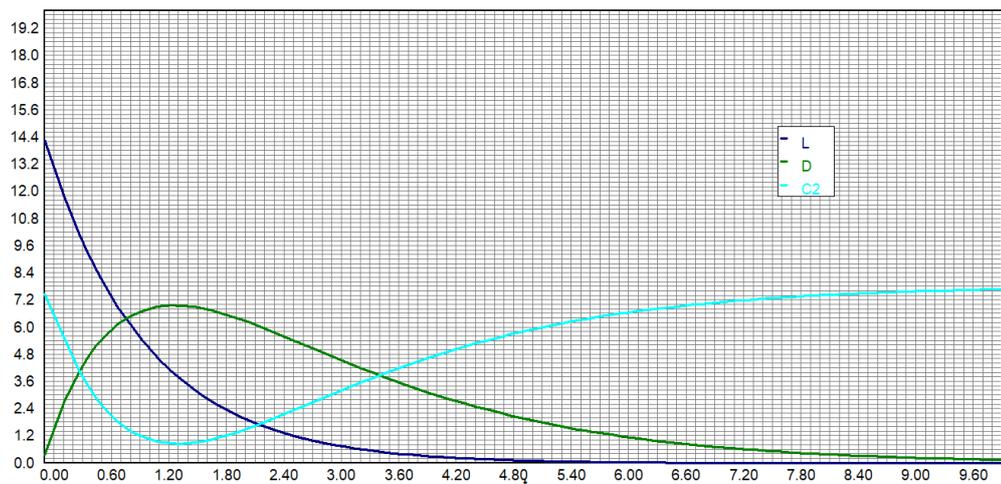


Figura 5. Demanda bioquímica de oxígeno carbonácea (L), déficit (D) y concentración (C2) de oxígeno vs tiempo obtenida a partir del programa

5.2.2. Respecto a las modificaciones del modelo básico de Streeter-Phelps

Modelo básico de Streeter-Phelps con remoción de demanda bioquímica de oxígeno carbonácea y nitrogenada.

Tabla 7.

Reporte de datos de ingreso y salida en el programa: MODELO 2.pol

	Variable	Valor inicial
Demanda bioquímica carbonácea	L (ppm)	14.28571
Demanda bioquímica nitrogenada	L1 (ppm)	3.809524
Déficit de oxígeno	D (ppm)	0.3735973
Constante de remoción de materia carbonácea	k10 (1/d)	0.95
Constante de remoción de materia nitrogenada	k110 (1/d)	0.3
Profundidad del flujo	H (m)	2
Temperatura del fluido	T (°C)	15
Temperatura del fluido	TK (K)	288.15
Concentración de sal en el flujo	S (g/L)	25
Presión atmosférica	P (atm)	0.9
Velocidad media	U (m/s)	0.15
Constante de reoxigenación de la demanda carbonácea de oxígeno	k20 (1/d)	0.5381374
Flujo volumétrico de efluente	Qsw (m3/s)	1000
Concentración de oxígeno en el efluente	Csw (ppm)	0
Demanda carbonácea en el efluente	Lsw (ppm)	300
Flujo volumétrico del flujo de agua	Qr (m3/s)	2.00E+04
Carga orgánica carbonácea en el río	Lr (ppm)	0
Carga orgánica carbonácea inicial	L0 (ppm)	14.28571

Carga orgánica nitrogenada en el efluente Lsw1(ppm) 80
 Déficit inicial de oxígeno D0 (ppm) 0.4119026

Elaboración propia

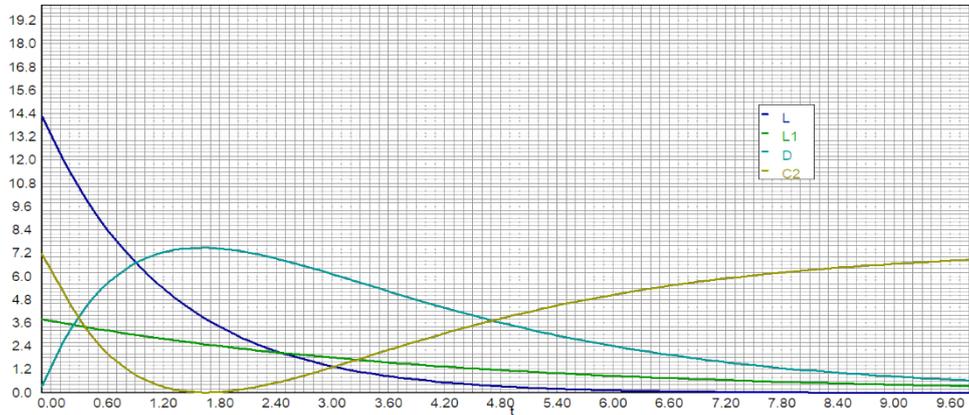


Figura 6. Demanda bioquímica de oxígeno carbonácea (L) y nitrogenada (L1), déficit (D) y concentración de oxígeno (C2) vs tiempo (t), obtenido a partir de la ejecución del programa.

Modelo de Streeter-Phelps modificado con remoción de DBO desde la fase líquida y liberación de carga orgánica desde el sedimento.

En este caso se considera que el flujo de agua contiene carga orgánica carbonácea lo cual consume oxígeno y por otro lado el material poroso del fondo del río libera carga orgánica con una cinética de orden cero. Los resultados se muestran en la Tabla 8.

Tabla 8.

Reporte de datos de ingreso y salida en el programa: MODELO3.pol

	Variable	Valor inicial
Demanda bioquímica de oxígeno	L (mg/L)	10
Déficit de oxígeno	D (mg/L)	0.5
Temperatura del agua	T (oC)	25
Demanda bioquímica inicial de oxígeno	L0 (mg/L)	10
Demanda bioquímica inicial de oxígeno	D0 (mg/L)	0.5

Constante de reaireacion del cuerpo de agua	k_a (1/d)	0.9
Constante de remoción de carga orgánica	k_r (1/d)	0.4
Constante de remoción por reacción química	k_d (1/d)	0.3
Const. de liberación de materia orgánica	S (ppm/d)	0.2
Temperatura en Kelvin	TK (K)	298.15
Concentración de oxígeno saturado	C_s (ppm)	8.263457
Concentración instantánea de oxígeno	C (ppm)	7.763457
Demanda bioquímica de oxígeno método analítico.	L_1 (mg/L)	10

Elaboración propia

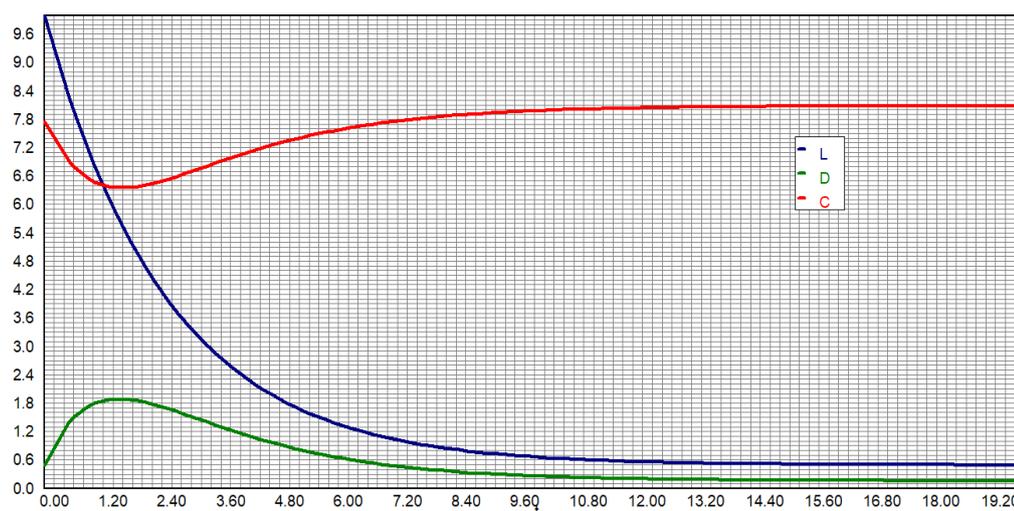


Figura 7. Demanda bioquímica de oxígeno carbonácea, déficit y concentración de oxígeno vs tiempo, obtenida a partir de la ejecución del programa.

Modelo advección-difusión-reacción (ADR) con ingreso instantáneo de contaminante con demanda carbonácea de oxígeno

En este caso se considera un modelo matemático que considera la advección (flujo), difusión (proceso por variación de concentración) y reacción química (consumo de DBO e incremento de déficit de oxígeno) con ingreso instantáneo de contaminante.

Tabla 9.

Reporte de datos de ingreso en el programa: MODELO4.pol

	Variable	Valor de ingreso
Velocidad media del flujo	U (m/s)	4
Carga orgánica inicial	Lo (ppm)	40
Déficit inicial de oxígeno	Do (ppm)	0.2
Incremento longitudinal	DX (m)	10
Constante de aireación	ka (1/d)	0.25
Constante de remoción por oxidación química	kd (1/d)	0.06
Constante de remoción por reacción y sedimentación	kr (1/d)	0.08
Concentración de saturación	C10 (ppm)	8.7
Coeficiente de dispersión	E (m ² /h)	0.8

Elaboración propia

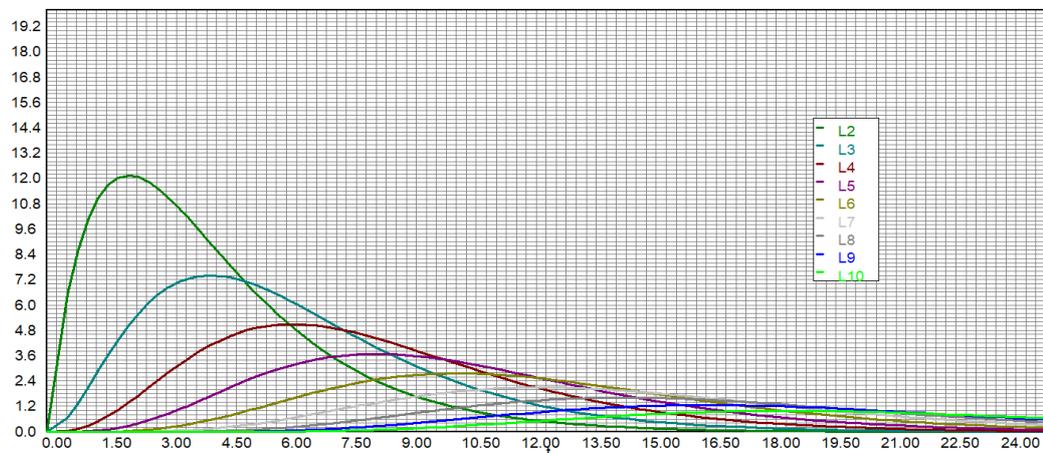


Figura 8. Concentración de DBO en función al tiempo para cada posición axial usando el modelo ADR, obtenida a partir de la ejecución del programa.

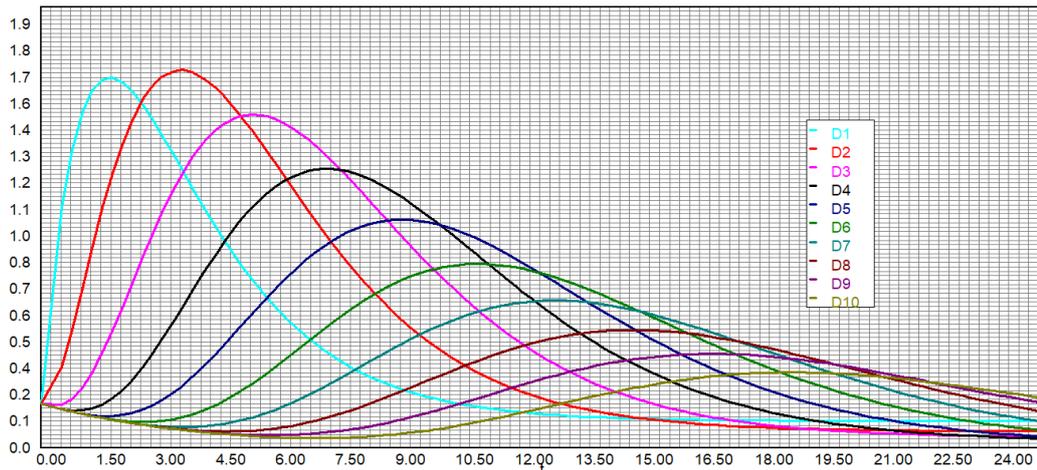


Figura 9. Déficit de oxígeno (D) en función al tiempo (t) para cada posición axial, obtenido a partir de la ejecución del programa

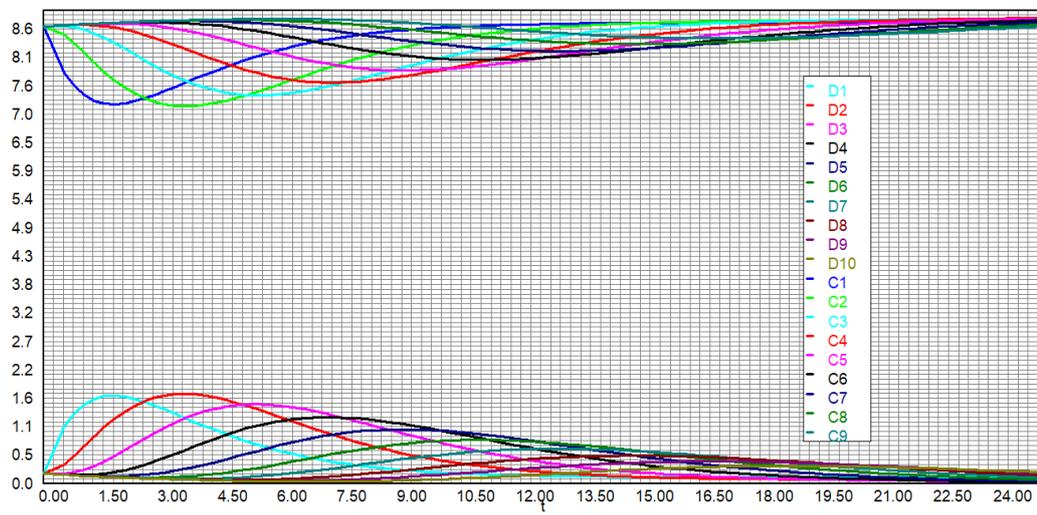


Figura 10. Déficit (D) y concentración de oxígeno (C) en función al tiempo (t) para cada posición axial, obtenido a partir de la ejecución del programa.

En este caso se considera un modelo matemático que considera la advección (flujo), difusión (proceso por variación de concentración) y reacción química (consumo de DBO e incremento de déficit de oxígeno) con ingreso permanente de contaminante. Se utiliza el mismo programa modelo4.pol.

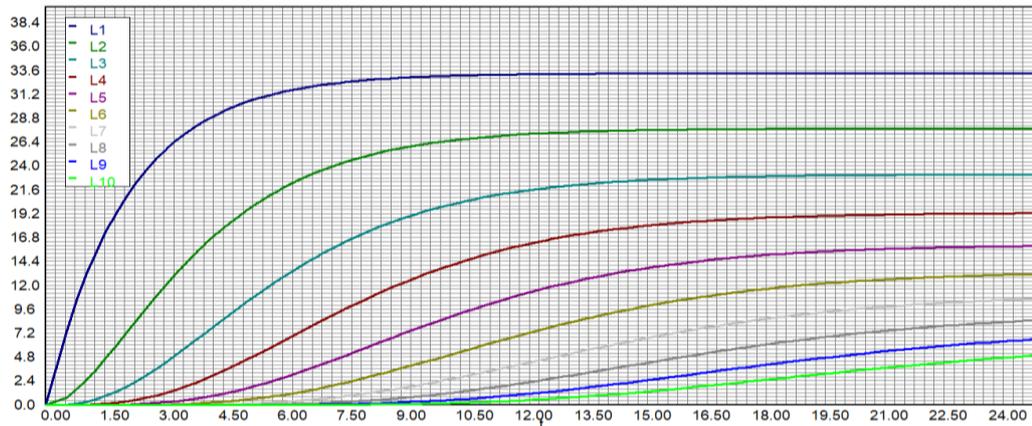


Figura 11. Concentración de DBO en función al tiempo para cada posición axial considerando que el ingreso de contaminante a través del contaminante es permanente, obtenido a partir de la ejecución del programa

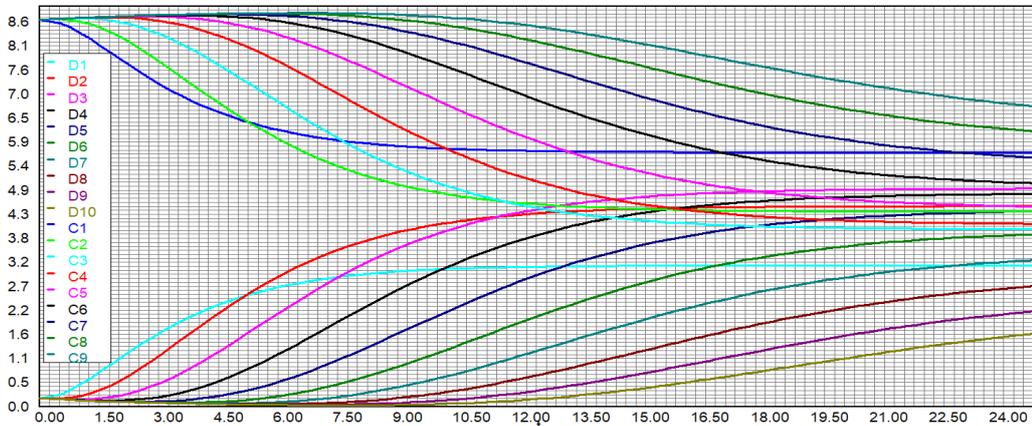


Figura 12. Concentración de oxígeno disuelto y déficit de oxígeno en función al tiempo para cada posición axial considerando que el ingreso de contaminante a través del contaminante es permanente, obtenido a partir de la ejecución del programa.

Modelo advección-difusión-reacción (ADR) con ingreso instantáneo de contaminante con demanda carbonácea y nitrogenada de oxígeno e ingreso de cargas puntuales de tipo carbonácea y nitrogenada y fuentes y sumideros.

Tabla 10.

Datos de ingreso al programa: MODELO5.pol

	Variable	Valor inicial
déficit inicial de oxígeno	Do (ppm)	0.2
Incremento longitudinal	DX (m)	10
Constante de reaireacion	ka (1/d)	0.2

Constante de remoción química por DBOC	kd (1/d)	0.06
Constante de remoción química por DBON	kn (1/d)	0.04
Constante de remoción de DBOC	kr (1/d)	0.08
Constante de remoción de DBON	k _{rn} (1/d)	0.04
Concentración de saturación	C10 (ppm)	8.7
Coeficiente de difusión	E (m ² /s)	0.08
Carga orgánica carbonácea	WC1 (ppm/d)	0.005
Carga orgánica carbonácea	WC2 (ppm/d)	0.006
Carga orgánica carbonácea	WC3 (ppm/d)	0.002
Carga orgánica carbonácea	WC4 (ppm/d)	0.007
Carga orgánica carbonácea	WC5 (ppm/d)	0.008
Carga orgánica carbonácea	WC6 (ppm/d)	0.002
Carga orgánica carbonácea	WC7 (ppm/d)	0.004
Carga orgánica carbonácea	WC8 (ppm/d)	0.003
Carga orgánica carbonácea	WC9 (ppm/d)	0.002
Carga orgánica carbonácea	WC10 (ppm/d)	0.001
Carga orgánica nitrogenada	WN1 (ppm/d)	0.004
Carga orgánica nitrogenada	WN2 (ppm/d)	0.001
Carga orgánica nitrogenada	WN3 (ppm/d)	0.002
Carga orgánica nitrogenada	WN4 (ppm/d)	0.008
Carga orgánica nitrogenada	WN5 (ppm/d)	0.007
Carga orgánica nitrogenada	WN6 (ppm/d)	0.002
Carga orgánica nitrogenada	WN7 (ppm/d)	0.004
Carga orgánica nitrogenada	WN8 (ppm/d)	0.006
Carga orgánica nitrogenada	WN9 (ppm/d)	0.002
Carga orgánica nitrogenada	WN10 (ppm/d)	0.001
Consumo por fuente difusa	SW21 (ppm/d)	-0.002
Ingreso por fuente difusa	SW22 (ppm/d)	0.002
Ingreso por fuente difusa	SW23 (ppm/d)	0.002
Ingreso por fuente difusa	SW24 (ppm/d)	0.002
Consumo por fuente difusa	SW25 (ppm/d)	-0.002

Ingreso por fuente difusa	SW26 (ppm/d)	0.002
Consumo por fuente difusa	SW27 (ppm/d)	-0.0002
Ingreso por fuente difusa	SW28 (ppm/d)	0.0002
Ingreso por fuente difusa	SW29 (ppm/d)	0.002
Ingreso por fuente difusa	SW210 (ppm/d)	0.0001

Elaboración propia

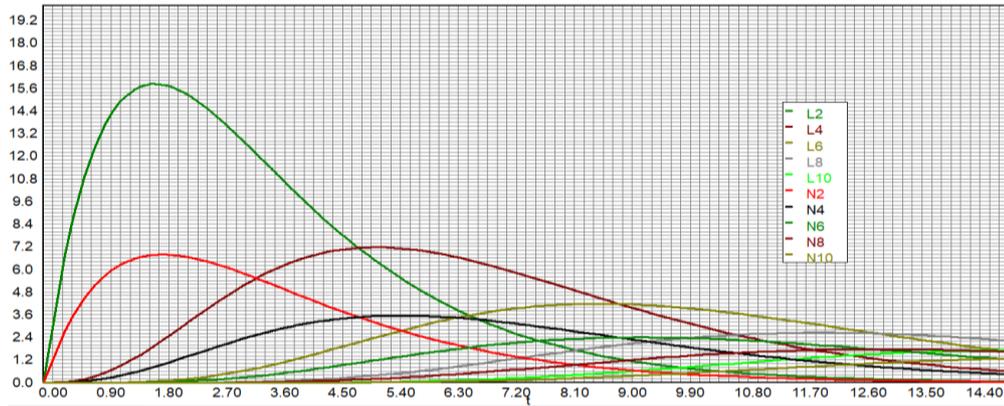


Figura 13. Concentración de DBO carbonácea y nitrogenada vs tiempo para cada posición longitudinal, usando el modelo ADR, obtenido del programa

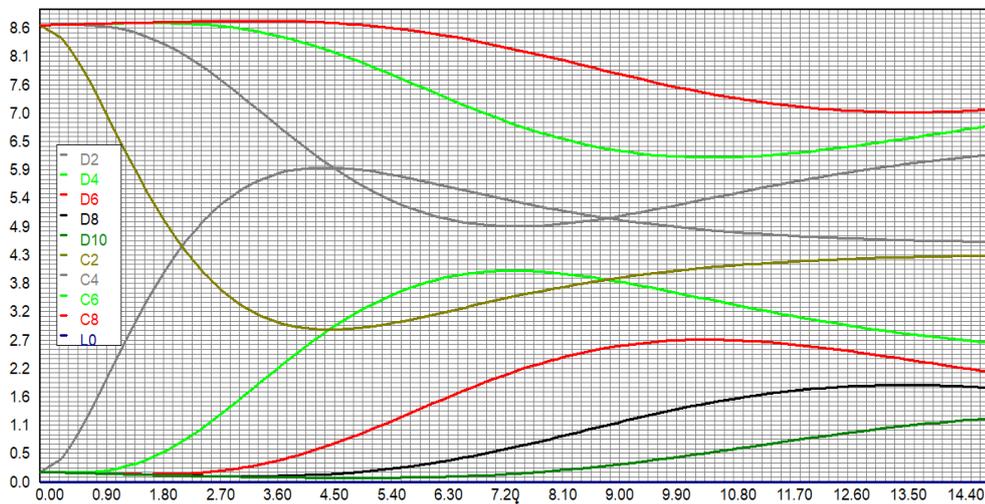


Figura 14. Concentración de oxígeno y déficit de oxígeno vs tiempo para cada posición longitudinal, usando el programa modelo5.pol, obtenido del programa.

Modelo advección-difusión-reacción (ADR) con ingreso sin cargas puntuales en régimen estacionario.

Tabla 11.

Datos de ingreso al programa: MODELO6.pol

	Variable	Datos de entrada
Velocidad media del fluido	U (m/s)	3.5
Coeficiente de difusión	E (m ² /d)	0.4
Constante de reaireación	ka (1/d)	0.18
Incremento longitudinal	DX (m)	10
Constante de remoción de la DBO	kr (1/d)	0.08
Carga orgánica carbonácea inicial	Lo (ppm)	20
Déficit de oxígeno inicial	Do (ppm)	0.2

Elaboración propia

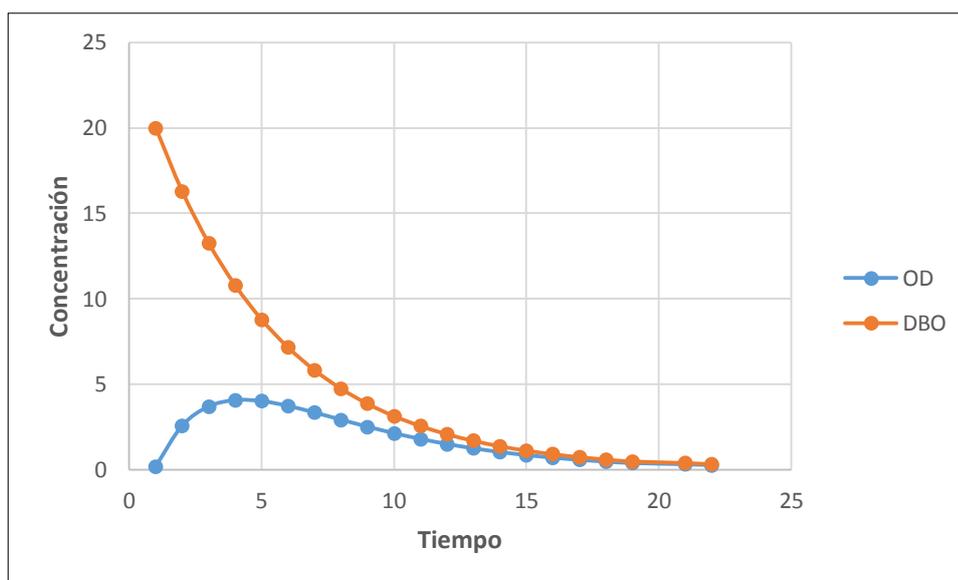


Figura 135.

Representación la concentración de DBO (L) y déficit de oxígeno (D) del modelo ADR en régimen estacionario obtenido a partir del desarrollo del programa.

5.2.3. Coeficiente de dispersión longitudinal usando el método de momentos estadísticos

Se ilustra un ejemplo de cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal, cuyos datos fueron tomados de Potter (2002).

Se realizaron estudios de asignación de cargas de desechos en el área metropolitana de Minneapolis/St. Paul con un modelo de calidad de agua corriente. Se realizaron estudios con colorantes (Rhodamine WT) en el río Mississippi. Se dan los datos de muestreo tomados en las estaciones 1 y 2. La velocidad de flujo del río es $Q=131 \text{ m}^3/\text{s}$ y su sección transversal promedio es $A=1254\text{m}^2$. La distancia entre los sitios de muestreo es de 5.3 km. la ubicación y extensión de los tramos estudiados se muestra en la figura siguiente:

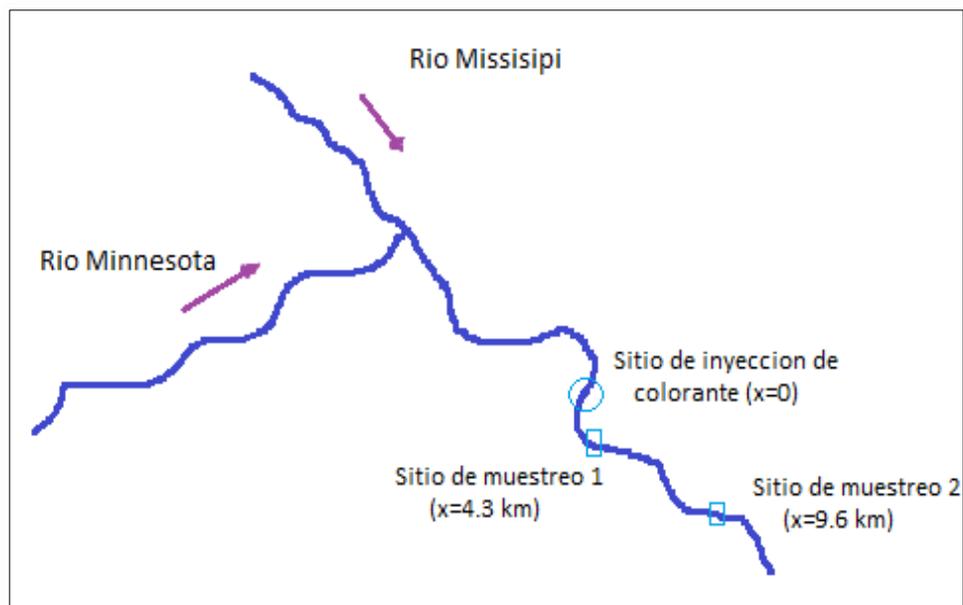


Figura 14. Puntos de inyección y muestreo de trazadores para el cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal – Potter (2012).

Los datos reportados en el estudio fueron los siguientes:

Tabla 11.
Río Mississippi Estación 1

	11 de mayo											12 de mayo				
t(horas)	0	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
C(mg/L)	0	0.18	0.94	12.9	19	8.5	2.5	1.4	0.93	0.71	0.51	0.4	0.29	0.21	0.16	0.13

Fuente: Potter (2002)

Río Mississippi Estación 2

	11 de mayo					12 de mayo										
t(horas)	20	20.5	22	24	25.5	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47
C(mg/L)	0	0.2	2.8	5.0	8.8	8.1	7.4	6.0	4.4	3.0	2.0	1.45	1.0	0.75	0.56	0.72

t(horas)	49	51	53	55	57
C(mg/L)	0.32	0.25	0.19	0.15	0.11

Para determinar el coeficiente de dispersión longitudinal se requiere hacer uso de las ecuaciones (5.22) al (5.26)

El momento estadístico de orden cero se calcula mediante:

$$\mu_0 = \sum_1^n \left[\frac{C(t_i) + C(t_{i-1})}{2} \right] \times \Delta t_i$$

El momento estadístico de orden uno se obtiene mediante:

$$\mu_1 = t_p = \frac{\sum_1^n t_i \left[\frac{C(t_i) + C(t_{i-1})}{2} \right] \times \Delta t_i}{\mu_0}$$

El momento estadístico de orden dos se obtiene mediante:

$$\mu_2 = \sigma_t^2 = \frac{\sum_1^n (t_i - t_p)^2 \left[\frac{C(t_i) + C(t_{i-1})}{2} \right] \times \Delta t_i}{\mu_0}$$

Reemplazando datos se tiene:

Tabla 12.

Resultados parciales del cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal

Ubicación	Estación 1	Estación 2
X (m)	4300	9600
t(h)	8.91	31.23
σ_t^2	14.82	38.72

Elaboración propia

La velocidad media del centroide se obtiene del siguiente modo

$$U = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{9600 - 4300}{31.23 - 8.91} = 237.4 \text{ m/h} = 6.6 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

Finalmente, el coeficiente de dispersión se obtiene mediante:

$$D_x = \frac{1}{2}U^2 \times \frac{\sigma_t^2(x_2) - \sigma_t^2(x_1)}{t_2 - t_1} = \frac{1}{2} \times 237.4^2 \times \frac{38.72 - 14.82}{31.23 - 8.91} = 30173m^2 / h = 8.4m^2 / s$$

Los resultados se observan en el programa MODELO7_C que previamente hace uso de los programas MODELO7_A y MODELO7_B que se encuentra en el anexo correspondiente.

5.3. Resultados estadísticos de acuerdo al problema y la hipótesis

En este trabajo se ha utilizado el método de momentos estadísticos para el cálculo del coeficiente de difusión turbulenta, la misma que requiere datos de concentración en función al tiempo y la distancia, cuya ilustración se muestra en el ítem 5.2.3.

VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados

Mediante la simplificación de la ecuación general de conservación de materia es posible derivar la ecuación básica de Streeter-Phelps, cuyo modelo es usado tradicionalmente para estimar la calidad del agua en términos de contenido de carga orgánica carbonácea y nitrogenada y oxígeno disuelto.

Las características hidrodinámicas del cuerpo de agua receptor responsable es en gran medida de la tasa de reoxigenación del cuerpo de agua. Un cuerpo de agua con una gran turbulencia se oxigena más rápidamente debido al mayor contacto del agua en la interfase líquido gas.

A pesar que el modelo básico de Streeter-Phelps es tradicionalmente el modelo más usado para predecir la calidad del agua, han surgido una serie una serie de modelos basados en los procesos de advección-difusión-reacción (ADR), aplicable a situaciones particulares; es más; es posible generar modelos aún más específicos en base a las características del cuerpo de agua receptor y al medio por donde se desplaza.

Respecto a las constantes de remoción de carga orgánica y reoxigenación, se ha publicado numerosas correlaciones, aplicable a diversas condiciones de flujo, debiendo tenerse bastante cuidado durante su aplicación. También respecto a los coeficientes de difusión, se dispone de numerosas correlaciones que permite aproximar al termino difusivo de la ecuación de conservación de materia; sin embargo, el método más preciso para determinar el coeficiente de difusión turbulenta antes indicado es el método experimental de momentos estadísticos que es aplicado en este trabajo.

6.2. Contrastación de la hipótesis con estudios similares

Los resultados del programa *modelo1.pol* desarrollado en este trabajo en base al modelo básico de Streeter-Phelps usando los procedimientos analítico y numérico son similares al obtenido por (Brenner, A.; Shacham, Cutlip, M., 2005) en el trabajo denominado: *“Applications of mathematical*

software packages for modelling and simulations in environmental engineering education”, donde se reporta las curvas de la demanda bioquímica de oxígeno, déficit de oxígeno, concentración de oxígeno, el tiempo crítico, el déficit crítico y el factor de depuración; no toma en cuenta la variación de la solubilidad respecto a la presión y al contenido de sal, como si se hace en el trabajo de investigación desarrollado. Se presenta una ampliación del presente modelo, considerando la demanda nitrogenada de oxígeno; el programa respectivo se denomina *modelo2.pol* que se encuentra en el anexo respectivo. Otra modificación se presenta en el programa *modelo3.pol*, cuyas curvas de déficit de oxígeno y concentración de DBO son similares a las curvas anteriores, hecho que se observa en el anexo 2.

Kumarasamy, M. (2014), en su artículo: “*Deoxygenation and Reaeration Coupled hybrid Mixing cells Based Pollutant Transport Model to Assess water Quality Status of River*”, analiza el modelo de Streeter-Phelps modificado, donde considera un modelo híbrido de flujo continuo y uno de dos sistemas semicontinuos. El sistema de ecuaciones diferenciales generado, es resuelto usando un método analítico. Las curvas obtenidas en el presente trabajo, considerando el modelo advección-reacción son bastante similares; el programa respectivo denominado *modelo4.pol* se presenta en el anexo 5.

Cárdenas, A., (2016) desarrolla el modelamiento matemático de la calidad del agua considerando las demandas bioquímicas de oxígeno carbonosa y nitrogenada, además del déficit de oxígeno que está involucrado en los procesos de dispersión axial, ingreso de fuentes puntuales y procesos de respiración y fotosíntesis en régimen no estacionario. Dicho modelo fue interpretado y llevado al programa denominado *modelo5.pol*, cuya codificación se encuentra en el anexo 6

En el trabajo antes indicado también se presenta el mismo modelo anterior en régimen estacionario, cuyo desarrollo se presenta en el programa *modelo6.pol*, que permite obtener un sistema de ecuaciones lineales.

Los programas *modelo7_A.pol*, *modelo7_B.pol*, y *modelo7_C.pol* permiten obtener el coeficiente de dispersión longitudinal, usando el método de momentos estadísticos, cuyos datos y ecuaciones de cálculo fueron obtenidos de Potter (2002). Estos procedimientos descritos permiten obtener el coeficiente de dispersión longitudinal en forma experimental. (Anexos 7, 8 y 9)

6.3. Responsabilidad ética

Los resultados de la presente investigación son reportados en forma íntegra incorporando los respectivos programas, los cuales serán proporcionados a los interesados en realizar consultas con la finalidad de continuar la investigación o en su defecto hacer uso de los mismos para realizar predicciones en los diversos cuerpos de agua previo a los estudios experimentales.

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado siete programas de cálculo para modelar los procesos simultáneos de depuración de carga orgánica carbonácea y nitrogenada, la desoxigenación y reoxigenación.

El programa molelo1.pol utiliza el modelo básico de Streeter-Phelps, teniendo como datos de entrada las tasas de remoción de carga orgánica y reoxigenación, que son funciones de las condiciones hidrodinámicas (velocidad de flujo, profundidad del cuerpo de agua), así como la carga inicial de la DBO, el déficit inicial de oxígeno, la ecuación que permite el cálculo de la solubilidad del oxígeno obteniéndose como resultado las curvas de la demanda bioquímica de oxígeno, el déficit de oxígeno, la concentración instantánea de oxígeno, etc. También se obtiene el déficit crítico, el tiempo y la distancia críticas, así como la concentración mínima de oxígeno.

Se ha ampliado el modelo de Streeter-Phelps lo cual se representa mediante el programa2.pol. Se utiliza los mismos parámetros usados en el ítem anterior; sin embargo, también se considera la demanda nitrogenada de oxígeno; se obtiene las curvas de DBOC, DBON, déficit y concentración de oxígeno y los demás parámetros antes indicados.

El programa modelo3.pol es una modificación del modelo de Streeter-Phelps que consiste en la modificación del modelo básico considerando que la tasa de remoción de oxígeno se ve alterado por la incorporación de carga orgánica desde la superficie del cauce hacia los cuerpos de agua. Como resultado se obtiene las curvas de remoción de DBO, déficit y concentración de oxígeno.

El programa 4.pol es un modelo modificado del modelo básico de Streeter-Phelps denominado modelo de advección-difusión-reacción (ADR); en este caso se considera que además del transporte de masa por flujo y reacción, el transporte difusivo consistente en el transporte de masa por gradiente de concentración. Se obtiene las curvas de concentración de DBO, concentración y déficit de oxígeno en función al tiempo para dos casos: Ingreso instantáneo e ingreso continuo.

Una modificación del programa anterior denominado programa5.pol resuelve el modelo ADR considerando el ingreso de cargas puntuales y cargas difusas debido a los procesos de respiración y fotosíntesis; se obtiene las curvas de DBOC y DBON, así como el déficit y concentración de oxígeno disueltos como función del tiempo.

El programa6.pol permite modelar un proceso en régimen estacionario del proceso de contaminación por aguas con contenido de material orgánico, lo cual permite obtener las curvas de la demanda bioquímica de oxígeno, así como el déficit correspondiente.

Los programas modelo7_A.pol y modelo8_B.pol permite el cálculo de los momentos estadísticos de orden cero, orden uno y orden dos. El programa modelo7_C.pol permite utilizar los datos obtenidos en los programas anteriores para calcular el coeficiente de difusión turbulenta.

RECOMENDACIONES

Cuando se realiza un estudio experimental, se recomienda utilizar previamente los programas desarrollados, para tener una idea de cómo se debe realizar el diseño experimental, y al mismo tiempo, tener una idea de los resultados a obtenerse.

También es posible encontrar más modelos matemáticos particulares en base a los requerimientos, como por ejemplo que contengan términos como difusión lateral y vertical, los cuales no han sido considerados en este trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anguiano, J. (2012). Determinación del coeficiente de reaireación en un tramo corto de un río caudaloso con flujo turbulento, mediante el uso de los trazadores hexafluoruros de azufre (SF₆) y Rodamina WT. Facultad de Ingeniería Química, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. México.
- Amarilla, R., (2017),. Modelamiento matemático del contenido de oxígeno disuelto en el brazo aña cua, aguas abajo de la represa de Yacireta. Tesis de maestría en ecología, Universidad de Buenos Aires, Argentina.
- Autoridad Nacional del Agua (2017). Guía para la determinación de la zona de mezcla y a evaluación del impacto del vertimiento de aguas residuales tratadas a un cuerpo natural de agua. Perú.
- Benítez, G. (2013). Análisis y modelización de la inactivación de escherichia coli en aguas residuales. (En línea). Consultado 15 febrero. 2016. Disponible en: <http://mail.conacyt.gov.py/proniii/2955172.pdf>
- Boluda, B. (2011) "Modelización de Vertidos de Aguas Residuales en Sistemas Fluviales". Departamento de Ingeniería Química, Universidad de Alicante. Francia.
- Brenner, A., Shacham, M. y Cutlip, M. (2005). Applications of mathematical software packages for modelling and simulations in environmental engineering education; Environmental Modelling and Software 20 (2005) 1307 - 1313.
- Cajas, V., (2015). Estimación de valores de contaminación difusa para el río Tomebamba en zonas periféricas y urbanas – primera aproximación.
- Cárdenas, A. (2016), Propuesta y análisis de un modelo matemático para la determinación de la calidad del agua de aguas superficiales. Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas, Facultad Matemática Física Computación, Departamento de Física, La Habana, Cuba.
- Catasús, J. (2004). Modelación de la calidad del agua del río Almendares. Tesis doctoral, Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas

- Chapra, S. (1997). Surface Water – Quality Modeling.
- Chapra, S. (2008). A Modeling Framework for Simulating River and Stream Water Quality. Documentation and Users Manual. Civil and Environmental Engineering Dept., Tufts University, Medford. EE.UU.
- Cubillos, J. (1970). Lagunas de Estabilización, su eficiencia en la remoción de materia orgánica y microorganismos en las condiciones de la trópica universidad del valle Cali.
<http://www.bvsde.paho.org/bvsacd/scan2/011643/011643-09.pdf>
- Franquet, J. (2005). Agua que no has de beber 60 respuestas al Plan Hidrológico Nacional. <http://www.eumed.net/libros-gratis/2005/jmfb-h/1s.pdf>
- González-López, R. & Ramírez-León, H. (2011). Modelación numérica de la hidrodinámica, del oxígeno disuelto y la demanda bioquímica de oxígeno en sistemas con vegetación.
- Guzmán, E. (2014), Modelamiento de la dispersión de contaminantes pasivos en la bahía Ferrol-Chimbote. Tesis de maestría de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos en Hidráulica Computacional.
- Hider, H. & Haydar, S. (2013). A review of dissolved oxygen and biochemical oxygen demand models for large rivers. 12. (Accessed enero, 2013).
- Jiménez, M., (2008). MTC – Un modelo de transporte en ríos: Aplicación al río Sinú. Escuela de geociencias y medio ambiente, Facultad de minas, Universidad nacional de Colombia. Medellín – Colombia
- Kumarasamy, V. (2015), Deoxygenation and Reaeration Coupled hybrid Mixing cells Based Pollutant Transport Model to Assess wáter Quality Status of River, Int. J. Environ. Res., 9(1):341-350, Winter.
- Monte, R. (2013). Metodología para evaluar la modificación de la capacidad de autodepuración de los ríos.
<http://www.bvsde.Paho.org/bvsaidis/aresidua/mexico/01020e21.pdf>
- Ministerio de Vivienda Construcción y Saneamiento, (2007). Normas de Saneamiento. Norma OS 090.
http://www.construccion.org.pe/normas/rne2009/rne2006/files/titulo2/03_OS/RNE2006_OS_090.pdf

- Orlob, G. (1983). *Mathematical Modeling of Water Quality: Streams, Lakes, and Reservoirs*. University of California, Davis. Chichester-New York- Brisbane-Toronto-Singapore.
- Orduz, L. (2016). *Determinación y comparación de la tasa de reaireación de los ríos molinos, torca, arzobispo y de la quebrada La Vieja, en la ciudad de Bogotá mediante la aplicación de ecuaciones empíricas*. Facultad de Ingeniería Ambiental- Universidad Santo Tomas, Colombia.
- Ortega, L. (2014). *La hidrosfera. Contaminación*.
http://roble.pntic.mec.es/lorg0006/dept_biologia/archivos_texto/ctma_t5_hidrosfera_contaminacion.pdf
- Pérez, N. (2017). "Simulación Matemática de la Interacción entre la Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO) y el Oxígeno Disuelto (OD) en el Río Chili con el Método de los Elementos Finitos". Universidad Nacional de San Agustín Facultad de Ingeniería de Procesos. Arequipa - Perú.
- Potter, M. & Wiggert, D. (2002), *Mecánica de Fluidos*; Edit. Thomson, Tercera Edic., Mexico.
- Qinggai, W., Shibeil L., Peng J., Changjun Q., & Feng, D. (2013). A Review of Surface Water Quality Models. Hindawi, A Review of Surface Water Quality Models, The Scientific World Journal.
- Ramalho, R. (2003). *Tratamiento de Aguas Residuales. Niveles de Tratamiento de Aguas Residuales y Calidad de las Aguas*. Editorial Reverté, S.A. Segunda Edición. España.
- Regalado, M., (2008); *Temas de Ciencia y Tecnología*, Vol. 12, Nro. 35, Mexico
- Rojas, R. (2013), *Metodología para evaluar la modificación de la capacidad de autodepuración de los ríos por efecto del cambio climático*, Tesis Doctoral de la Universidad Autónoma de México. Rueda, V., F, (s. f.), *Autodepuración y vertidos en cursos fluviales*, Universidad de Granada, España.
- Rueda, V. (s. f.), *Autodepuración y vertidos en cursos fluviales*, Universidad de Granada, España.

- Rueda , J. (n.d.). *Autodepuración y Vertidos en cursos fluviales*. 18. Retrieved from http://www.ugr.es/~iagua/LICOM_archivos/Tema_AD2DOC.pdf
- Rutherford, A. (1976). How to get the most out of an equation without really trying, *Chemical Engineering Education*, 24(2)
- Sierra, R (2011). *Calidad del Agua – Evaluación y diagnóstico*. Universidad de Medellín. Colombia.
- Solís, A. (1977). *Metodología para determinar las constantes de desoxigenación, remoción de DBO y reoxigenación en una corriente*, México.
- Streeter, H. & Phelps, B. (1925). *A study of the pollution and natural purification of the Ohio river*. Public Health Bulletin. Estados Unidos.
- Tebbutt, H. (1997). *Principles of Water Quality Control*. 2nd Ed. Oxford Inglaterra. http://www.samples.sainsburysebooks.co.uk/9781483285979_sample_9_24737.pdf
- Thomann, R. & Mueller, J. (1987), *Principles of Surface Water Quality Modeling and Control*. Harper-Collins, New York, 644 p.
- Zhen-Gang, J. (2008), *Hydrodynamics and water quality: modeling rivers, lakes and estuaries*, New Jersey, Estados Unidos, John Wiley and Sons, Inc.
- Zouiten, H. (2012), *Análisis mediante modelado avanzado de procesos de eutrofización en lagunas litorales: Aplicación a masas de agua atlánticas y mediterráneas*, Tesis doctoral - Universidad de Cantabria, Santander, España.
- Zúñiga T. (2014). *Modelación de la calidad de agua del río Malacatos, tramo comprendido desde el Sector Dos Puentes hasta Sauces Norte*. Universidad Técnica Particular de Loja, Ingeniería Civil. Loja – Ecuador.

ANEXOS

ANEXO 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA

ANEXO 2: PROGRAMA MODEL01.POL

ANEXO 3: PROGRAMA MODEL02.POL

ANEXO 4: PROGRAMA MODEL03.POL

ANEXO 5: PROGRAMA MODEL04.POL

ANEXO 6: PROGRAMA MODEL05.POL

ANEXO 7: PROGRAMA MODEL06.POL

ANEXO 8: PROGRAMA MODEL07_A.POL

ANEXO 9: PROGRAMA MODEL07_B.POL

ANEXO 10: PROGRAMA MODEL07_C.POL

NOMENCLATURA

ANEXO 1: Matriz De Consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	INDICADORES	MÉTODO
General	General	General	Dependiente		
¿Sera posible modelar y simular la tasa de desoxigenación y re oxigenación de los cuerpos de agua?	Modelar y simular los procesos de desoxigenación y reoxigenación de los cuerpos de agua	Mediante la ecuación de conservación de materia que deriva en la formulación del modelo básico de Streeter-Phelps y sus modificaciones, es posible simular los procesos de desoxigenación y reoxigenacion de los cuerpos de agua por la presencia de materia orgánica incorporada de los efluentes industriales y municipales.	Y: Modelamiento y simulación de los procesos de desoxigenación y reoxigenacion de los cuerpos de agua.	Evolucion de la diferencia entre la concentracion de saturacion y la concentracion espacial y/o temporal.	Resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales y/o temporal.
Específico	Específico	Específicas	Independientes		
¿Cuáles deben ser las características hidrodinámicas de los cuerpos de agua?	Determinar cuáles son las características. Hidrodinámicas de los cuerpos de agua.	Las características hidrodinámicas de los cuerpos de agua como fuente receptora de la carga orgánica, controlan en gran medida los procesos de desoxigenación y reoxigenacion, haciendo que la depuración de la carga orgánica se lleve a cabo con mayor o menor velocidad	X1: Las características hidrodinámicas de los cuerpos de agua.	Parametrons' característicos asociados al tipo de fluido específico.	Comparación contra los valores reportados en la referencia bibliográfica.
¿Cuáles son las ecuaciones modificadas del modelo básico de Steeter-Phelps a ser utilizados?	Determinar las ecuaciones modificadas del modelo básico de Steeter-Phelps a ser utilizados	Las ecuaciones más comunes utilizadas para estimar la tasa de déficit de oxígeno son aquellos derivados del modelo básico de Streeter-Phelps.	X2: Las ecuaciones modificadas a partir del modelo básico de Streeter-Phelps.	Capacidad de generar datos esperados en concordancia con los reportados.	Simplificación de las ecuaciones de conservación de materia según los casos analizados
¿Cómo deberá estimarse los parámetros físicos de los modelos a emplearse para la simulación?	Estimar los parámetros de los modelos a usar mediante correlaciones empíricas	Hay una gran variedad de parámetros que pueden ser utilizados en la literatura que son utilizadas en base a las características del tipo de contaminante y características hidrodinámicas de la fuente receptora	X3: Estimación de los parámetros de los modelos a ser empleados en la simulación	Valores numericos obtenidos de los parametros de operacion.	Comparación con los valores reportados en la literatura.

ANEXO 2: PROGRAMA MODELO1.POL

```
# MODELO BASICO DE STREETER-PHELPS
d(L)/d(t) = -k1 * L
d(D)/d(t) = k1 * L - k2 * D
L(0) = 14.28571
D(0) = 0.3735973
k10 = 0.95 # Baca el al
k20 = 3.93 * U ^ 0.5 / H ^ 1.5 # O'Connor y Dobbins
# C1=CS1-D
C2 = CS2 - D
CS1 = exp(-139.34411 + 1.575701E5 / TK - 6.642308E7 / TK ^ 2 + 1.2438E10 / TK ^ 3 -
8.621949E11 / TK ^ 4)
CS2 = exp(ln(CS1) - S * (1.7674E-2 - 1.0754E1 / TK + 2.1407E3 / TK ^ 2)) # Revisar esta
formula
CSP2 = CS2 * P * ((A / B))
A = (1 - PWV / P) * (1 - THETA * P)
B = (1 - PWV) * (1 - THETA)
PWV = exp(11.8571 - 3840.70 / TK - 216.961 / TK ^ 2)
THETA = 0.000975 - 1.426E-5 * T + 6.436E-8 * T ^ 2
P = 548 / 760
T = 20
TK = T + 273.15
U = 0.15
H = 2
S = 25 # concentración de sal
tc = (1/(k2 - k1)) * ln((k2 / k1) * (1 - D0 * (k2 - k1) / (k1 * L0)))
Dc = (k1/k2) * L0 * exp(-k1 * tc)
Dc1 = (k1 * L0 / k2) * ((k2 / k1) * (1 - D0 * (k2 - k1) / (k1 * L0))) ^ m
m = -(k1 / (k2 - k1))
xc = tc * U * 24 * 3600 / 1000 # En kilómetros
f = k2 / k1 # Factor de depuración
k1 = k10 * 1.047 ^ (T - 20)
k2 = k20 * 1.024 ^ (T - 20)
Qr = 20000
Qsw = 1000
Lr = 0 # DBO en el rio
Lsw = 300 # DBO en el efluente
Cr = CS2 # Esto se puede cambiar por CS2, CS3, CS$
Csw = 0
L0 = (Qr * Lr + Qsw * Lsw) / (Qr + Qsw) # DBO en el punto de mezcla
Ca = (Qr * Cr + Qsw * Csw) / (Qr + Qsw) # Concentración de oxígeno en el punto de mezcla
D0 = CS2 - Ca
t(0) = 0
t(f) = 10
```

ANEXO 3: PROGRAMA MODELO2.POL

```
# MODELO BASICO DE STREETER-PHELPS MODIFICADO QUE INCLUYE
# LA DEMANDA NITROGENADA DE OXIGENO
d(L)/d(t) = -k1 * L
d(L1)/d(t) = -k11 * L1
d(D)/d(t) = k1 * L - k2 * D + k11 * L1
L(0) = 14.28571
L1(0) = 3.809524
D(0) = 0.3735973
k10 = 0.95 # Baca el al
```

```

k110 = 0.30
k20 = 3.93 * U ^ 0.5 / H ^ 1.5 # O'Connor y Dobbins
C2 = CSP2 - D
CS1 = exp(-139.34411 + 1.575701E5 / TK - 6.642308E7 / TK ^ 2 + 1.2438E10 / TK ^ 3 -
8.621949E11 / TK ^ 4)
CS2 = exp(ln(CS1) - S * (1.7674E-2 - 1.0754E1 / TK + 2.1407E3 / TK ^ 2)) # Revisar esta
formula
CSP2 = CS2 * P * ((A / B))
A = (1 - PWV / P) * (1 - THETA * P)
B = (1 - PWV) * (1 - THETA)
PWV = exp(11.8571 - 3840.70 / TK - 216.961 / TK ^ 2)
THETA = 0.000975 - 1.426E-5 * T + 6.436E-8 * T ^ 2
P = 0.9
T = 15
TK = T + 273.15
U = 0.15
H = 2
S = 25 # concentración de sal
tc = (1 / (k2 - k1)) * ln((k2 / k1) * (1 - D0 * (k2 - k1) / (k1 * L0)))
Dc = (k1 / k2) * L0 * exp(-k1 * tc)
Dc1 = (k1 * L0 / k2) * ((k2 / k1) * (1 - D0 * (k2 - k1) / (k1 * L0))) ^ m
m = -(k1 / (k2 - k1))
xc = tc * U * 24 * 3600 / 1000 # En kilómetros
f = k2 / k1 # Factor de depuración
k1 = k10 * 1.047 ^ (T - 20)
k2 = k20 * 1.024 ^ (T - 20)
k11 = k110 * 1.047 ^ (T - 20)
Qr = 20000
Qsw = 1000
Lr = 0 # DBO en el rio
Lsw = 300 # DBO en el efluente
Lsw1 = 80
Cr = CS2 # Esto se puede cambiar por CS2, CS3, CS$
Csw = 0
L0 = (Qr * Lr + Qsw * Lsw) / (Qr + Qsw) # DBO en el punto de mezcla
L10 = (Qr * Lr + Qsw * Lsw1) / (Qr + Qsw)
Ca = (Qr * Cr + Qsw * Csw) / (Qr + Qsw) # Concentración de oxígeno en el punto de mezcla
D0 = CS2 - Ca

t(0) = 0
t(f) = 10

```

ANEXO 4: PROGRAMA MODELO3.POL

```

# MODELO DE STREETER PHELPS MODIFICADO PARA EL CASO DE REMOCION DE
OXIGENO
# MEDIANTE UNA CINETICA DE PRIMER ORDEN Y PARA EL CONSUMO DE OXIGENO
POR EL
# SEDIMENTO CON UNA CINETICA DE ORDEN CERO
d(L)/d(t) = -kr * L + S
d(D)/d(t) = -ka * D + kd * L
C = Cs - D
L(0) = 10
L0 = 10
D(0) = 0.5
D0 = 0.5
ka = 0.9

```

```

kr = 0.4
kd = 0.3
S = 0.2
Cs = exp(-139.34411 + 1.575701E5 / TK - 6.642308E7 / TK ^ 2 + 1.2438E10 / TK ^ 3 -
8.621949E11 / TK ^ 4)
T = 25
TK = T + 273.15
# Calculo teorico
L1 = (S/kr) - (-L0 + S / kr) * exp(-kr * t)
A = kd * S / kr
B = (kd * L0 - kd * S / kr)
D1 = (A/ka) * (1 - exp(-ka * t)) + (B / (ka - kr)) * (exp(-kr * t) - exp(-ka * t)) + D0 * exp(-ka * t)
DASINT = (kd * S) / (kr * ka)
t(0) = 0
t(f) = 20

```

ANEXO 5: PROGRAMA MODELO4.POL

```

# Ecuaciones diferenciales para la demanda bioquimica de oxigeno
d(L1)/d(t) = -U * (L1 - L0) / DX + E * (L2 - 2 * L1 + L0) / DX ^ 2 - kr * L1
d(L2)/d(t) = -U * (L2 - L1) / DX + E * (L3 - 2 * L2 + L1) / DX ^ 2 - kr * L2
d(L3)/d(t) = -U * (L3 - L2) / DX + E * (L4 - 2 * L3 + L2) / DX ^ 2 - kr * L3
d(L4)/d(t) = -U * (L4 - L3) / DX + E * (L5 - 2 * L4 + L3) / DX ^ 2 - kr * L4
d(L5)/d(t) = -U * (L5 - L4) / DX + E * (L6 - 2 * L5 + L4) / DX ^ 2 - kr * L5
d(L6)/d(t) = -U * (L6 - L5) / DX + E * (L7 - 2 * L6 + L5) / DX ^ 2 - kr * L6
d(L7)/d(t) = -U * (L7 - L6) / DX + E * (L8 - 2 * L7 + L6) / DX ^ 2 - kr * L7
d(L8)/d(t) = -U * (L8 - L7) / DX + E * (L9 - 2 * L8 + L7) / DX ^ 2 - kr * L8
d(L9)/d(t) = -U * (L9 - L8) / DX + E * (L10 - 2 * L9 + L8) / DX ^ 2 - kr * L9
d(L10)/d(t) = -U * (L10 - L9) / DX + E * (L11 - 2 * L10 + L9) / DX ^ 2 - kr * L10

# Ecuaciones diferenciales para el calculo del deficit de oxigeno
d(D1)/d(t) = -U * (D1 - D0) / DX + E * (D2 - 2 * D1 + D0) / DX ^ 2 - ka * D1 + kd * L1
d(D2)/d(t) = -U * (D2 - D1) / DX + E * (D3 - 2 * D2 + D1) / DX ^ 2 - ka * D2 + kd * L2
d(D3)/d(t) = -U * (D3 - D2) / DX + E * (D4 - 2 * D3 + D2) / DX ^ 2 - ka * D3 + kd * L3
d(D4)/d(t) = -U * (D4 - D3) / DX + E * (D5 - 2 * D4 + D3) / DX ^ 2 - ka * D4 + kd * L4
d(D5)/d(t) = -U * (D5 - D4) / DX + E * (D6 - 2 * D5 + D4) / DX ^ 2 - ka * D5 + kd * L5
d(D6)/d(t) = -U * (D6 - D5) / DX + E * (D7 - 2 * D6 + D5) / DX ^ 2 - ka * D6 + kd * L6
d(D7)/d(t) = -U * (D7 - D6) / DX + E * (D8 - 2 * D7 + D6) / DX ^ 2 - ka * D7 + kd * L7
d(D8)/d(t) = -U * (D8 - D7) / DX + E * (D9 - 2 * D8 + D7) / DX ^ 2 - ka * D8 + kd * L8
d(D9)/d(t) = -U * (D9 - D8) / DX + E * (D10 - 2 * D9 + D8) / DX ^ 2 - ka * D9 + kd * L9
d(D10)/d(t) = -U * (D10 - D9) / DX + E * (D11 - 2 * D10 + D9) / DX ^ 2 - ka * D10 + kd * L10

# Carga organica inicial en cada punto
L1(0) = 0 # Carga organica inicial
L2(0) = 0
L3(0) = 0
L4(0) = 0
L5(0) = 0
L6(0) = 0
L7(0) = 0
L8(0) = 0
L9(0) = 0
L10(0) = 0

# Deficit inicial de oxigeno en cada punto
D1(0) = 0.2
D2(0) = 0.2
D3(0) = 0.2
D4(0) = 0.2

```

$$D5(0) = 0.2$$

$$D6(0) = 0.2$$

$$D7(0) = 0.2$$

$$D8(0) = 0.2$$

$$D9(0) = 0.2$$

$$D10(0) = 0.2$$

$$D11 = D10$$

Concentración de oxígeno en ppm en cada punto

$$C1 = Cs - D1$$

$$C2 = Cs - D2$$

$$C3 = Cs - D3$$

$$C4 = Cs - D4$$

$$C5 = Cs - D5$$

$$C6 = Cs - D6$$

$$C7 = Cs - D7$$

$$C8 = Cs - D8$$

$$C9 = Cs - D9$$

$$C10 = Cs - D10$$

$U = 4$ # Velocidad del flujo

$L0 = 40$ # Carga orgánica aguas arriba

$D0 = 0.2$ # Déficit inicial

$DX = 10$ # Incremento longitudinal

$ka = 0.25$ # Constante de reoxigenación

$kd = 0.06$ # Constante de remoción por reacción

$kr = 0.08$ # Constante de remoción por reacción y sedimentación

$Cs = 8.9$ # Concentración de oxígeno saturado

$L11 = L10$

$E = 0.8$ # Coeficiente de dispersión

$t(0) = 0$

$t(f) = 30$

ANEXO 6: PROGRAMA MODELO5.POL

Balance de materia de carga orgánica carbonácea

$$d(L1)/d(t) = -U * (L1 - L0) / DX + E * (L2 - 2 * L1 + L0) / DX ^ 2 - kr * L1 + WC1$$

$$d(L2)/d(t) = -U * (L2 - L1) / DX + E * (L3 - 2 * L2 + L1) / DX ^ 2 - kr * L2 + WC2$$

$$d(L3)/d(t) = -U * (L3 - L2) / DX + E * (L4 - 2 * L3 + L2) / DX ^ 2 - kr * L3 + WC3$$

$$d(L4)/d(t) = -U * (L4 - L3) / DX + E * (L5 - 2 * L4 + L3) / DX ^ 2 - kr * L4 + WC4$$

$$d(L5)/d(t) = -U * (L5 - L4) / DX + E * (L6 - 2 * L5 + L4) / DX ^ 2 - kr * L5 + WC5$$

$$d(L6)/d(t) = -U * (L6 - L5) / DX + E * (L7 - 2 * L6 + L5) / DX ^ 2 - kr * L6 + WC6$$

$$d(L7)/d(t) = -U * (L7 - L6) / DX + E * (L8 - 2 * L7 + L6) / DX ^ 2 - kr * L7 + WC7$$

$$d(L8)/d(t) = -U * (L8 - L7) / DX + E * (L9 - 2 * L8 + L7) / DX ^ 2 - kr * L8 + WC8$$

$$d(L9)/d(t) = -U * (L9 - L8) / DX + E * (L10 - 2 * L9 + L8) / DX ^ 2 - kr * L9 + WC9$$

$$d(L10)/d(t) = -U * (L10 - L9) / DX + E * (L11 - 2 * L10 + L9) / DX ^ 2 - kr * L10 + WC10$$

Balance de materia de carga orgánica nitrogenada

$$d(N1)/d(t) = -U * (N1 - N0) / DX + E * (N2 - 2 * N1 + N0) / DX ^ 2 - km * N1 + WN1$$

$$d(N2)/d(t) = -U * (N2 - N1) / DX + E * (N3 - 2 * N2 + N1) / DX ^ 2 - km * N2 + WN2$$

$$d(N3)/d(t) = -U * (N3 - N2) / DX + E * (N4 - 2 * N3 + N2) / DX ^ 2 - km * N3 + WN3$$

$$d(N4)/d(t) = -U * (N4 - N3) / DX + E * (N5 - 2 * N4 + N3) / DX ^ 2 - km * N4 + WN4$$

$$d(N5)/d(t) = -U * (N5 - N4) / DX + E * (N6 - 2 * N5 + N4) / DX ^ 2 - km * N5 + WN5$$

$$d(N6)/d(t) = -U * (N6 - N5) / DX + E * (N7 - 2 * N6 + N5) / DX ^ 2 - km * N6 + WN6$$

$$d(N7)/d(t) = -U * (N7 - N6) / DX + E * (N8 - 2 * N7 + N6) / DX ^ 2 - km * N7 + WN7$$

$$d(N8)/d(t) = -U * (N8 - N7) / DX + E * (N9 - 2 * N8 + N7) / DX ^ 2 - km * N8 + WN8$$

$$d(N9)/d(t) = -U * (N9 - N8) / DX + E * (N10 - 2 * N9 + N8) / DX ^ 2 - km * N9 + WN9$$

$$d(N10)/d(t) = -U * (N10 - N9) / DX + E * (L11 - 2 * N10 + N9) / DX ^ 2 - km * N10 + WN10$$

Balance de materia de deficit de oxigeno

$$\begin{aligned}d(D1)/d(t) &= -U * (D1 - D0) / DX + E * (D2 - 2 * D1 + D0) / DX^2 - ka * D1 + kd * L1 + kn * N1 + SW21 \\d(D2)/d(t) &= -U * (D2 - D1) / DX + E * (D3 - 2 * D2 + D1) / DX^2 - ka * D2 + kd * L2 + kn * N2 + SW22 \\d(D3)/d(t) &= -U * (D3 - D2) / DX + E * (D4 - 2 * D3 + D2) / DX^2 - ka * D3 + kd * L3 + kn * N3 + SW23 \\d(D4)/d(t) &= -U * (D4 - D3) / DX + E * (D5 - 2 * D4 + D3) / DX^2 - ka * D4 + kd * L4 + kn * N4 + SW24 \\d(D5)/d(t) &= -U * (D5 - D4) / DX + E * (D6 - 2 * D5 + D4) / DX^2 - ka * D5 + kd * L5 + kn * N5 + SW25 \\d(D6)/d(t) &= -U * (D6 - D5) / DX + E * (D7 - 2 * D6 + D5) / DX^2 - ka * D6 + kd * L6 + kn * N6 + SW26 \\d(D7)/d(t) &= -U * (D7 - D6) / DX + E * (D8 - 2 * D7 + D6) / DX^2 - ka * D7 + kd * L7 + kn * N7 + SW27 \\d(D8)/d(t) &= -U * (D8 - D7) / DX + E * (D9 - 2 * D8 + D7) / DX^2 - ka * D8 + kd * L8 + kn * N8 + SW28 \\d(D9)/d(t) &= -U * (D9 - D8) / DX + E * (D10 - 2 * D9 + D8) / DX^2 - ka * D9 + kd * L9 + kn * N9 + SW29 \\d(D10)/d(t) &= -U * (D10 - D9) / DX + E * (D11 - 2 * D10 + D9) / DX^2 - ka * D10 + kd * L10 + kn * N10 + SW210\end{aligned}$$

$$L1(0) = 50 \text{ \# Carga orgánica carbonácea inicial}$$

$$L2(0) = 0$$

$$L3(0) = 0$$

$$L4(0) = 0$$

$$L5(0) = 0$$

$$L6(0) = 0$$

$$L7(0) = 0$$

$$L8(0) = 0$$

$$L9(0) = 0$$

$$L10(0) = 0$$

$$N1(0) = 20 \text{ \# Carga orgánica nitrogenada inicial}$$

$$N2(0) = 0$$

$$N3(0) = 0$$

$$N4(0) = 0$$

$$N5(0) = 0$$

$$N6(0) = 0$$

$$N7(0) = 0$$

$$N8(0) = 0$$

$$N9(0) = 0$$

$$N10(0) = 0$$

Deficit inicial de oxigeno a lo largo del flujo

$$D1(0) = 0.2$$

$$D2(0) = 0.2$$

$$D3(0) = 0.2$$

$$D4(0) = 0.2$$

$$D5(0) = 0.2$$

$$D6(0) = 0.2$$

$$D7(0) = 0.2$$

$$D8(0) = 0.2$$

$$D9(0) = 0.2$$

$$D10(0) = 0.2$$

$$D11 = D10$$

Concentración instantánea de oxigeno

$$C1 = Cs - D1$$

$$C2 = Cs - D2$$

$$C3 = Cs - D3$$

$$C4 = Cs - D4$$

$$C5 = Cs - D5$$

$$C6 = Cs - D6$$

$$C7 = Cs - D7$$

$$C8 = Cs - D8$$

$$C9 = Cs - D9$$

$$C10 = Cs - D10$$

$U = 5$ # Velocidad del fluido (m/d)
 $L0 = 0$ # Carga orgánica carbonácea aguas arriba
 $N0 = 0$ # Carga orgánica nitrogenada carbonácea aguas arriba
 $D0 = 0.2$ # Déficit inicial de oxígeno disuelto
 $DX = 10$ # Incremento longitudinal
 $ka = 0.20$ # Constante de reaireacion
 $kd = 0.06$ # Constante de remoción de materia carbonácea por reacción
 $kn = 0.04$ # Constante de remoción de materia nitrogenada por reacción
 $kr = 0.08$ # Tasa de remoción de materia carbonaces
 $k_{rn} = 0.04$ # Tasa de remoción de materia nitrogenada
 $Cs = 8.9$ # Concentración de oxígeno saturado
 $L11 = L10$
 $E = 0.08$ # Coeficiente de difusión turbulenta

Carga orgánica carbonácea

$WC1 = 0.005$
 $WC2 = 0.006$
 $WC3 = 0.002$
 $WC4 = 0.007$
 $WC5 = 0.008$
 $WC6 = 0.002$
 $WC7 = 0.004$
 $WC8 = 0.003$
 $WC9 = 0.002$
 $WC10 = 0.001$

Carga orgánica nitrogenada

$WN1 = 0.004$
 $WN2 = 0.001$
 $WN3 = 0.002$
 $WN4 = 0.008$
 $WN5 = 0.007$
 $WN6 = 0.002$
 $WN7 = 0.004$
 $WN8 = 0.006$
 $WN9 = 0.002$
 $WN10 = 0.001$

Fuentes difusas

$SW21 = -0.002$
 $SW22 = 0.002$
 $SW23 = 0.002$
 $SW24 = 0.002$
 $SW25 = -0.002$
 $SW26 = 0.002$
 $SW27 = -0.0002$
 $SW28 = 0.0002$
 $SW29 = 0.002$
 $SW210 = 0.0001$

$t(0) = 0$
 $t(f) = 20$

ANEXO 7: PROGRAMA MODELO6.POL

Ecuaciones del balance de materia de la DBO carbonácea

$$f(L1) = L2 + A * L1 + B * L0$$

$f(L2) = L3 + A * L2 + B * L1$
 $f(L3) = L4 + A * L3 + B * L2$
 $f(L4) = L5 + A * L4 + B * L3$
 $f(L5) = L6 + A * L5 + B * L4$
 $f(L6) = L7 + A * L6 + B * L5$
 $f(L7) = L8 + A * L7 + B * L6$
 $f(L8) = L9 + A * L8 + B * L7$
 $f(L9) = L10 + A * L9 + B * L8$
 $f(L10) = L11 + A * L10 + B * L9$
 $f(L11) = L12 + A * L11 + B * L10$
 $f(L12) = L13 + A * L12 + B * L11$
 $f(L13) = L14 + A * L13 + B * L12$
 $f(L14) = L15 + A * L14 + B * L13$
 $f(L15) = L16 + A * L15 + B * L14$
 $f(L16) = L17 + A * L16 + B * L15$
 $f(L17) = L18 + A * L17 + B * L16$
 $f(L18) = L19 + A * L18 + B * L17$
 $f(L19) = L20 + A * L19 + B * L18$
 $f(L20) = L21 + A * L20 + B * L19$

Ecuaciones del balance de materia del deficit

$f(D1) = D2 + P * D1 + Q * D0 + S * L1$
 $f(D2) = D3 + P * D2 + Q * D1 + S * L2$
 $f(D3) = D4 + P * D3 + Q * D2 + S * L3$
 $f(D4) = D5 + P * D4 + Q * D3 + S * L4$
 $f(D5) = D6 + P * D5 + Q * D4 + S * L5$
 $f(D6) = D7 + P * D6 + Q * D5 + S * L6$
 $f(D7) = D8 + P * D7 + Q * D6 + S * L7$
 $f(D8) = D9 + P * D8 + Q * D7 + S * L8$
 $f(D9) = D10 + P * D9 + Q * D8 + S * L9$
 $f(D10) = D11 + P * D10 + Q * D9 + S * L10$
 $f(D11) = D12 + P * D11 + Q * D10 + S * L11$
 $f(D12) = D13 + P * D12 + Q * D11 + S * L12$
 $f(D13) = D14 + P * D13 + Q * D12 + S * L13$
 $f(D14) = D15 + P * D14 + Q * D13 + S * L14$
 $f(D15) = D16 + P * D15 + Q * D14 + S * L15$
 $f(D16) = D17 + P * D16 + Q * D15 + S * L16$
 $f(D17) = D18 + P * D17 + Q * D16 + S * L17$
 $f(D18) = D19 + P * D18 + Q * D17 + S * L18$
 $f(D19) = D20 + P * D19 + Q * D18 + S * L19$
 $f(D20) = D21 + P * D20 + Q * D19 + S * L20$

$$A = -(2 + U * DX / E + kr * DX ^ 2 / E)$$

$$B = (1 + U * DX / E)$$

$$P = -(2 + U * DX / E + ka * DX ^ 2 / E)$$

$$Q = B$$

$$S = kr * DX ^ 2 / E$$

Valores iniciales

$$L0 = 20$$

$$D0 = 0.2$$

Condiciones de frontera

$$L21 = L20$$

$$D21 = D20$$

$U = 3.5$ # Velocidad del flujo de agua

$DX = 10$ # Incremento longitudinal

$E = 0.4$ # Coeficiente de difusion turbulenta

$kr = 0.08$ # Constante de remocion

$ka = 0.18$ # Constante de reoxigenacion

Valores de prueba

L1(0) = 10
L2(0) = 10
L3(0) = 10
L4(0) = 10
L5(0) = 10
L6(0) = 10
L7(0) = 10
L8(0) = 10
L9(0) = 10
L10(0) = 10
L11(0) = 10
L12(0) = 10
L13(0) = 10
L14(0) = 10
L15(0) = 10
L16(0) = 10
L17(0) = 10
L18(0) = 10
L19(0) = 10
L20(0) = 10

Valores de prueba

D1(0) = 4
D2(0) = 4
D3(0) = 4
D4(0) = 4
D5(0) = 4
D6(0) = 4
D7(0) = 4
D8(0) = 4
D9(0) = 4
D10(0) = 4
D11(0) = 4
D12(0) = 4
D13(0) = 4
D14(0) = 4
D15(0) = 4
D16(0) = 4
D17(0) = 4
D18(0) = 4
D19(0) = 4
D20(0) = 4

ANEXO 8: PROGRAMA MODELO7_A.POL

Este programa varianza temporal1 y el programa varianza temporal 2 permite obtener precisamente las varianzas temporales en los puntos 1 y dos
cuando se vierte un trazador en el lecho de un rio. Estas varianzas temporales sirven para calcular el coeficiente de dispersion del contaminante
mediante la aplicacion de los momentos estadisticos.
El procedimiento y los han sido tomados delo Texto Mecanica de Fluidos de Potter Ejemplo 14.10, pag. 652
El programa completo se se denomina coeficiente de dispersion.

$$\mu_{01} = ((C1 + C0) / 2) * dt1 + ((C2 + C1) / 2) * dt2 + ((C3 + C2) / 2) * dt3 + ((C4 + C3) / 2) * dt4 + ((C5 + C4) / 2) * dt5 + ((C6 + C5) / 2) * dt6 + ((C7 + C6) / 2) * dt7$$

$$\mu_{02} = ((C8 + C7) / 2) * dt8 + ((C9 + C8) / 2) * dt9 + ((C10 + C9) / 2) * dt10 + ((C11 + C10) / 2) * dt11 + ((C12 + C11) / 2) * dt12 + ((C13 + C12) / 2) * dt13 + ((C14 + C13) / 2) * dt14 + ((C15 + C14) / 2) * dt15$$

$$\mu_0 = \mu_{01} + \mu_{02}$$

$$\mu_{011} = t1 * ((C1 + C0) / 2) * dt1 + t2 * ((C2 + C1) / 2) * dt2 + t3 * ((C3 + C2) / 2) * dt3 + t4 * ((C4 + C3) / 2) * dt4 + t5 * ((C5 + C4) / 2) * dt5 + t6 * ((C6 + C5) / 2) * dt6 + t7 * ((C7 + C6) / 2) * dt7$$

$$\mu_{022} = t8 * ((C8 + C7) / 2) * dt8 + t9 * ((C9 + C8) / 2) * dt9 + t10 * ((C10 + C9) / 2) * dt10 + t11 * ((C11 + C10) / 2) * dt11 + t12 * ((C12 + C11) / 2) * dt12 + t13 * ((C13 + C12) / 2) * dt13 + t14 * ((C14 + C13) / 2) * dt14 + t15 * ((C15 + C14) / 2) * dt15$$

$$m1 = \mu_{011} + \mu_{022}$$

$$\mu_{012} = (t1 - tp) ^ 2 * ((C1 + C0) / 2) * dt1 + (t2 - tp) ^ 2 * ((C2 + C1) / 2) * dt2 + (t3 - tp) ^ 2 * ((C3 + C2) / 2) * dt3 + (t4 - tp) ^ 2 * ((C4 + C3) / 2) * dt4 + (t5 - tp) ^ 2 * ((C5 + C4) / 2) * dt5 + (t6 - tp) ^ 2 * ((C6 + C5) / 2) * dt6 + (t7 - tp) ^ 2 * ((C7 + C6) / 2) * dt7$$

$$\mu_{023} = (t8 - tp) ^ 2 * ((C8 + C7) / 2) * dt8 + (t9 - tp) ^ 2 * ((C9 + C8) / 2) * dt9 + (t10 - tp) ^ 2 * ((C10 + C9) / 2) * dt10 + (t11 - tp) ^ 2 * ((C11 + C10) / 2) * dt11 + (t12 - tp) ^ 2 * ((C12 + C11) / 2) * dt12 + (t13 - tp) ^ 2 * ((C13 + C12) / 2) * dt13 + (t14 - tp) ^ 2 * ((C14 + C13) / 2) * dt14 + (t15 - tp) ^ 2 * ((C15 + C14) / 2) * dt15$$

$$\mu_2 = \mu_{012} + \mu_{023}$$

$$tp = m1 / \mu_0$$

$$st1 = \mu_2 / \mu_0$$

$$t0 = 0$$

$$t1 = 1$$

$$t2 = 3$$

$$t3 = 5$$

$$t4 = 7$$

$$t5 = 9$$

$$t6 = 11$$

$$t7 = 13$$

$$t8 = 15$$

$$t9 = 17$$

$$t10 = 19$$

$$t11 = 21$$

$$t12 = 23$$

$$t13 = 25$$

$$t14 = 27$$

$$t15 = 29$$

$$C0 = 0$$

$$C1 = 0.18$$

$$C2 = 0.94$$

$$C3 = 12.9$$

$$C4 = 19$$

$$C5 = 8.5$$

$$C6 = 2.5$$

$$C7 = 1.4$$

$$C8 = 0.93$$

$$C9 = 0.71$$

$$C10 = 0.51$$

$$C11 = 0.4$$

$$C12 = 0.29$$

$$C13 = 0.21$$

$$C14 = 0.16$$

$$C15 = 0.13$$

$dt1 = 1$
 $dt2 = 2$
 $dt3 = 2$
 $dt4 = 2$
 $dt5 = 2$
 $dt6 = 2$
 $dt7 = 2$
 $dt8 = 2$
 $dt9 = 2$
 $dt10 = 2$
 $dt11 = 2$
 $dt12 = 2$
 $dt13 = 2$
 $dt14 = 2$
 $dt15 = 2$

ANEXO 9: PROGRAMA MODELO7_B.POL

$mu01 = ((C1 + C0) / 2) * dt1 + ((C2 + C1) / 2) * dt2 + ((C3 + C2) / 2) * dt3 + ((C4 + C3) / 2) * dt4$
 $+ ((C5 + C4) / 2) * dt5 + ((C6 + C5) / 2) * dt6 + ((C7 + C6) / 2) * dt7$
 $mu02 = ((C8 + C7) / 2) * dt8 + ((C9 + C8) / 2) * dt9 + ((C10 + C9) / 2) * dt10 + ((C11 + C10) / 2)$
 $* dt11 + ((C12 + C11) / 2) * dt12 + ((C13 + C12) / 2) * dt13 + ((C14 + C13) / 2) * dt14 + ((C15 +$
 $C14) / 2) * dt15$
 $mu03 = ((C16 + C15) / 2) * dt16 + ((C17 + C16) / 2) * dt17 + ((C18 + C17) / 2) * dt18 + ((C19 +$
 $C18) / 2) * dt19 + ((C20 + C19) / 2) * dt20$

$mu011 = t1 * ((C1 + C0) / 2) * dt1 + t2 * ((C2 + C1) / 2) * dt2 + t3 * ((C3 + C2) / 2) * dt3 + t4 *$
 $((C4 + C3) / 2) * dt4 + t5 * ((C5 + C4) / 2) * dt5 + t6 * ((C6 + C5) / 2) * dt6 + t7 * ((C7 + C6) / 2) *$
 $dt7$
 $mu022 = t8 * ((C8 + C7) / 2) * dt8 + t9 * ((C9 + C8) / 2) * dt9 + t10 * ((C10 + C9) / 2) * dt10 + t11$
 $* ((C11 + C10) / 2) * dt11 + t12 * ((C12 + C11) / 2) * dt12 + t13 * ((C13 + C12) / 2) * dt13 + t14 *$
 $((C14 + C13) / 2) * dt14 + t15 * ((C15 + C14) / 2) * dt15$
 $mu033 = t16 * ((C16 + C15) / 2) * dt16 + t17 * ((C17 + C16) / 2) * dt17 + t18 * ((C18 + C17) / 2)$
 $* dt18 + t19 * ((C19 + C18) / 2) * dt19 + t20 * ((C20 + C19) / 2) * dt20$

$mu012 = (t1 - tp) ^ 2 * ((C1 + C0) / 2) * dt1 + (t2 - tp) ^ 2 * ((C2 + C1) / 2) * dt2 + (t3 - tp) ^ 2 *$
 $((C3 + C2) / 2) * dt3 + (t4 - tp) ^ 2 * ((C4 + C3) / 2) * dt4 + (t5 - tp) ^ 2 * ((C5 + C4) / 2) * dt5 + (t6$
 $- tp) ^ 2 * ((C6 + C5) / 2) * dt6 + (t7 - tp) ^ 2 * ((C7 + C6) / 2) * dt7$

$mu023 = (t8 - tp) ^ 2 * ((C8 + C7) / 2) * dt8 + (t9 - tp) ^ 2 * ((C9 + C8) / 2) * dt9 + (t10 - tp) ^ 2 *$
 $((C10 + C9) / 2) * dt10 + (t11 - tp) ^ 2 * ((C11 + C10) / 2) * dt11 + (t12 - tp) ^ 2 * ((C12 + C11) /$
 $2) * dt12 + (t13 - tp) ^ 2 * ((C13 + C12) / 2) * dt13 + (t14 - tp) ^ 2 * ((C14 + C13) / 2) * dt14 + (t15$
 $- tp) ^ 2 * ((C15 + C14) / 2) * dt15$
 $mu034 = (t16 - tp) ^ 2 * ((C16 + C15) / 2) * dt16 + (t17 - tp) ^ 2 * ((C17 + C16) / 2) * dt17 + (t18 -$
 $tp) ^ 2 * ((C18 + C17) / 2) * dt18 + (t19 - tp) ^ 2 * ((C19 + C18) / 2) * dt19 + (t20 - tp) ^ 2 * ((C20$
 $+ C19) / 2) * dt20$

$mu0 = mu01 + mu02 + mu03$
 $mu1 = mu011 + mu022 + mu033$
 $mu2 = mu012 + mu023 + mu034$
 $tp = mu1 / mu0$
 $st1 = mu2 / mu0$

$t0 = 0 + 20$
 $t1 = 0.5 + 20$
 $t2 = 2 + 20$

$$\begin{aligned}t_3 &= 4 + 20 \\t_4 &= 5.5 + 20 \\t_5 &= 7 + 20 \\t_6 &= 9 + 20 \\t_7 &= 11 + 20 \\t_8 &= 13 + 20 \\t_9 &= 15 + 20 \\t_{10} &= 17 + 20 \\t_{11} &= 19 + 20 \\t_{12} &= 21 + 20 \\t_{13} &= 23 + 20 \\t_{14} &= 25 + 20 \\t_{15} &= 27 + 20 \\t_{16} &= 29 + 20 \\t_{17} &= 31 + 20 \\t_{18} &= 33 + 20 \\t_{19} &= 35 + 20 \\t_{20} &= 37 + 20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_0 &= 0 \\C_1 &= 0.2 \\C_2 &= 2.8 \\C_3 &= 5 \\C_4 &= 8.8 \\C_5 &= 8.1 \\C_6 &= 7.4 \\C_7 &= 6 \\C_8 &= 4.4 \\C_9 &= 3 \\C_{10} &= 2 \\C_{11} &= 1.45 \\C_{12} &= 1 \\C_{13} &= 0.75 \\C_{14} &= 0.56 \\C_{15} &= 0.42 \\C_{16} &= 0.32 \\C_{17} &= 0.25 \\C_{18} &= 0.19 \\C_{19} &= 0.15 \\C_{20} &= 0.11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}dt_1 &= 0.5 \\dt_2 &= 1.5 \\dt_3 &= 2 \\dt_4 &= 1.5 \\dt_5 &= 1.5 \\dt_6 &= 2 \\dt_7 &= 2 \\dt_8 &= 2 \\dt_9 &= 2 \\dt_{10} &= 2 \\dt_{11} &= 2 \\dt_{12} &= 2 \\dt_{13} &= 2 \\dt_{14} &= 2 \\dt_{15} &= 2 \\dt_{16} &= 2 \\dt_{17} &= 2 \\dt_{18} &= 2\end{aligned}$$

$dt19 = 2$
 $dt20 = 2$

ANEXO 10: PROGRAMA *MODELO7_C.POL*

*# Este programa calcula el coeficiente de dispersión de un trazador en el lecho
de un río a partir de los datos de los programas temporal1 y temporal2.
El enunciado de este problema se encuentra en un archivo adjunto en word.*

$DISP = (1/2) * U * U * (st2 - st1) / (tp2 - tp1)$ # m2/hora
 $tp1 = 8.910997$ # del programa varianza temporal1
 $st1 = 14.81757$ # del programa varianza temporal1

$tp2 = 31.23519$ # del programa varianza temporal2

$st2 = 38.71944$ # del programa varianza temporal2

$U = (X2 - X1) / (tp2 - tp1)$ # m/hora
 $X2 = 9600$
 $X1 = 4300$
 $DISP1 = DISP / 3600$

NOMENCLATURA

T_K : es la temperatura en grados Kelvin

O_{sf} : en mg/L, denota la concentración de oxígeno en agua dulce a 1 atm.

O_{ss} : en mg/L, denota la concentración de oxígeno a 1 atm. en presencia de sal

S: salinidad en g/L.

Q : Flujo volumétrico (m^3/s)

q : Caudal del flujo dividido por el área de drenaje de la cuenca (m^3/s) / m^2

D_L : Coeficiente de dispersión longitudinal (m^2/s)

t : Tiempo transcurrido entre los centroides de las curvas del trazador en los dos sitios medidos (d)

H : Profundidad media (m)

U : Velocidad media del flujo (m/s)

W : Ancho superior del flujo de agua (m)

S : Pendiente del cauce (m/m)

U^* : Velocidad cortante del fluido, $\sqrt{g \times R \times S}$, (m/s)

R : radio hidráulico (m)

g : Aceleración del campo gravitacional (m/s^2)

F : Número de Froude, $U / \sqrt{g \times H}$

P : Es la presión atmosférica (atm)

P_{wv} : Es la presión de vapor de agua (atm)

θ : Parámetro adimensional que depende de la temperatura en °C.

E : Coeficiente de dispersión longitudinal (m^2)

B : Ancho del canal (m)

U^* : Velocidad cortante (m/s)

U : Velocidad media del flujo (m/s)

H : Profundidad del flujo (m)

F : Numero de Froude

S : Pendiente del flujo de agua (m/m)

k_1 : Constante de velocidad de remoción de materia orgánica biodegradable de primer orden debido solo a la presencia de carga orgánica carbonosa, (DBO carbonosa), (d^{-1})

k_2 : Constante de velocidad de reaireación de primer orden, solo debido a la solubilidad del oxígeno en el cuerpo de agua, generalmente, (d^{-1})

k_r : Es la tasa de remoción de materia orgánica, (d^{-1})

k_d : Constante de velocidad de remoción de materia orgánica biodegradable de primer orden debido solo a la presencia de carga orgánica carbonosa, (DBO carbonosa), (d^{-1})

k_s : Tasa de sedimentación de materia orgánica (d^{-1})

D_0 : Déficit inicial de oxígeno en el cuerpo de agua, (mg. O_2/L)

L_0 : DBO ultima por presencia de materia carbonosa, (mg. O_2/L)

L : DBO en una determinada distancia y tiempo por presencia de materia carbonosa, (mg. O_2/L)

D_c : Déficit crítico de oxígeno, (mg. O₂/L)

C_s : Concentración de saturación de oxígeno disuelto, (mg. O₂/L)

C : Concentración de oxígeno en una determinada condición de tiempo y espacio, (mg. O₂/L)

x_c : Distancia a la cual la concentración de oxígeno en el agua es mínima, (m)

t_c : Tiempo transcurrido en la cual la concentración de oxígeno tiene un nivel mínimo (d)

U : Velocidad media del flujo de agua, (m/d)

v : Volumen de fluido conteniendo la materia orgánica biodegradable (L)

C_{\min} : Concentración mínima de oxígeno, (mg/L)

R_{DBO} : Velocidad de degradación de la DBO carbonosa, (mg/L/d)

R_o : Velocidad neta de desoxigenación del cuerpo de agua, (mg/L/d)

S_L : Es la constante de orden cero con la que se caracteriza una fuente distribuida de la DBO

S_B : Demanda sedimentaria de oxígeno (mg/L/d)

L_C : demanda bioquímica de oxígeno carbonosa remanente (mg/L)

L_N : demanda bioquímica de oxígeno nitrogenada remanente (mg/L)

D : Déficit de oxígeno ($C_s - C$), (mg/L)

w_L^1 : Carga contaminante de DBO carbonosa, (mg/L/h)

w_N^1 : Carga contaminante de DBO nitrogenada, (mg/L/h)

$\sum W_2$: Fuentes y sumideros de oxígeno (fotosíntesis, respiración, sedimentación, etc. (mg/L/h).

k_r : Tasa de remoción de la demanda bioquímica de oxígeno carbonosa (d⁻¹)

k_{rn} : Tasa de remoción de la demanda bioquímica de oxígeno nitrogenada (d^{-1})

k_a : Tasa de reaireación, (d^{-1})

k_d : Tasa de desoxigenación carbonácea, (d^{-1})

k_n : Tasa de nitrificación, (d^{-1})

E : Coeficiente de dispersión longitudinal (m^2/s)

U : Velocidad media (m/s)

S_b : Demanda béntica de oxígeno ($mg/L/d$)

OD : Oxígeno disuelto (mg/L)

A : Es un valor constante que depende de la naturaleza del sedimento ($mg/L/d$)

k_N : Constante de nitrificación debido por demanda nitrogenada de oxígeno
(d^{-1})

k_{rN} : Constante de remoción de DBO nitrogenada debido a las reacciones
químicas y a la sedimentación, (d^{-1})

L_{N0} : Demanda bioquímica de oxígeno nitrogenada en el punto de vertido,
(mg / L)

L_N : Demanda bioquímica de oxígeno nitrogenada, (mg / L)