UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE INGENIERIA QUIMICA

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN

INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

“LAS SITUACIONES DIDACTICAS EN EL APRENDIZAJE DE LOS EXTREMOS RELATIVOS DE FUNCIONES REALES EN LOS ESTUDIANTES DE LA FACULTAD DE INGENIERIA QUIMICA DE LA UNAC”

VICTORIA YSABEL ROJAS ROJAS

Callao, 2021

PERÚ

DEDICATORIA

A mi hija por su paciencia y apoyo con sus observaciones pertinentes en la redacción de la investigación.

A mis estudiantes de la Facultad por su colaboración en el presente trabajo de investigación.

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Nacional del callao por apoyo en el financiamiento económico en el desarrollo de la investigación mediante el (FEDU).

ÍNDICE

TABLAS DE CONTENIDO

TABLA DE FIGURAS

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo demostrar que mediante situaciones didácticas se logra un aprendizaje significativo de los extremos relativos de las funciones reales de valor real en los estudiantes de la Facultad de Ingeniería Química (FIQ) de la Universidad Nacional del Callao (UNAC). Se diseñaron secciones de clases siguiendo la teoría de situaciones didácticas. Teoría de la ingeniería didáctica, desarrollada por el matemático francés Guy Brousseau (1970)

El problema desarrollado fue la determinación de máximos y mínimos, para ello se trabajaron, cuatros situaciones didácticas, correspondientes a la derivada, función creciente, monótona y finalmente para la determinación de extremos relativos. Las situaciones didácticas presentadas para las cuatro dimensiones fueron elaboradas con el apoyo del software dinámico GeoGebra.

Es una investigación de tipo aplicada de diseño cuasi experimental con un pre y post test, cuatro dimensiones de cuatro ítems haciendo un cuestionario con un total de 16 preguntas en la escala de Likert, que se aplicó a los estudiantes de matemática de la FIQ de la UNAC. Para llevar a cabo la contrastación de la hipótesis se realizó una comparación de medias y se usó la prueba de asignación de Wilcoxom.

De los resultados obtenidos por el estadístico podemos afirmar que las sesiones de aprendizaje aplicando las situaciones didácticas de Guy Brousseau que siguen el esquema de situación acción, situación de formulación, situación de validación y situación de Institucionalización Brousseu, contribuyen de manera significativa en el aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real.

.

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje significativo, situación didáctica, extremos relativos,

ABSTRACT

The present research aimed to demonstrate that through didactic situations a significant learning of the relative extremes of the real functions of real value is achieved in the students of the Faculty of Chemical Engineering (FIQ) of the National University of Callao (UNAC). Sections of classes were designed following the theory of didactic situations. Didactic engineering theory, developed by the French mathematician Guy Brousseau (1970)

The problem developed was the determination of maximums and minimums, for this, four didactic situations were worked, corresponding to the derivative, increasing, monotonic function and finally for the determination of relative extremes. The didactic situations presented for the four dimensions were elaborated with the support of the dynamic GeoGebra software.

It is an applied type of investigation of quasi-experimental design with a pre and posttest, four dimensions of four items, making a questionnaire with a total of 16 questions on the Likert scale, which was applied to mathematics students of the FIQ of the ONE C. To carry out the testing of the hypothesis, a comparison of means was carried out and the Wilcoxom assignment test was used.

From the results obtained by the statistician, we can affirm that the learning sessions applying Guy Brousseau's didactic situations that follow the action situation scheme, formulation situation, validation situation and Brousseu Institutionalization situation, contribute significantly to the learning of Relative extremes of real real-valued functions

KEY WORDS: Meaningful learning, didactic situation, relative extremes.

INTRODUCCIÓN

El concepto de valores infinitesimales, próximos o limites, son conceptos que estuvieron desde la época de Arquímedes (287 años A.C) conocido como el “método de exhaución” inventado por Eudoxo, quien aproxima dos figuras una conocida B y otra desconocida Y mediante una sucesión monótona creciente S_n. Arquímedes introduce una sucesión monótona decreciente P_n “contigua” a la dada tal que entre las dos “comprimen” a B y a Y “forzándolas” a ser iguales.

En siglo XVII Leibniz, siguiendo el método de exhaución considera una curva como un polígono de infinitos lados de longitud. Asociando sucesiones de valores sobre las abscisas $x_1, x_{2,} x_3, \ldots$ y las ordenadas $y_1, y_2, y_3, \ldots.$ por tanto los pares ordenados (x_i, y_i) estarán en la curva y son los vértices del poligonal de infinitos lados que forma la curva. luego los términos sucesivos de la sucesión x se denota mediante dx, asimilar dy. Ahora bien $dx\ y\ dy$ son valores infinitesimales fijos no nulos infinitamente pequeño en comparación con $x\ e\ y$, por tanto, los lados del polígono que constituyen la curva son representados por ds.

Mientras la teoría de “Situación Didáctica” (SD) es una teoría de enseñanza, fue desarrollada por Guy Brousseau (1970) quien trata de interpretar y describir los procesos relacionados a la adquisición y transmisión del conocimiento matemático. se destacan dos convicciones epistemológicas. En primer lugar, para la identificación e interpretación de objetos se necesita una base teórica que no se aprende por simple observación a partir de experiencias ajenas, y en segundo lugar la base teórica debe ser específico del saber matemático.

La teoría de situación didáctica fundamenta la enseñanza en una concepción fuertemente influenciada por la teoría piagetiana del constructivismo. Brousseau menciona que el estudiante aprende adaptándose a un medio con dificultades, contradicciones y el saber consecuencia de la adaptación del estudiante, se presenta con respuestas nuevas que son resultado del aprendizaje.

Las situaciones didácticas presentadas en las sesiones de aprendizaje de extremos relativos se construyeron haciendo uso del software dinámico GeoGebra, debido al cual se puede observar los diferentes cambios que presenta una función en valores muy pequeños como son los infinitesimales. Logrado de esta manera que el estudiante descubrirá los conceptos de extremos relativos a partir de la experiencia de transitar por las tres formas de representación que presenta el software y así lograr un aprendizaje significativo.

Las situaciones didácticas desarrolladas fueron un total de tres, la primera permite determinar la derivada a partir de una recta secante en el punto dado y que se aproxima a una recta tangente, el concepto de proximidad se logra comprender en la medida que el estudiante manipula a partir del GeoGebra valores tan pequeños que tiendan a cero. La segunda situación es planteada para definir las funciones monótonas las cuales nos llevan a definir los extremos relativos y por último una aplicación de los extremos relativos, y así logra la validación de todo lo desarrollado.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Descripción de la realidad problemática

En las últimas décadas la enseñanza aprendizaje superior viene sufriendo grandes cambios, esto debido a las investigaciones de psicólogos como Piaget, quien estudia el origen del aprendizaje, Vygotsky la influencia de la sociedad en el aprendizaje y Ausubel, quien definiendo el aprendizaje significativo, como aquel conocimiento que logra relacionarse con los conocimientos previos ya existente en el estudiante de manera natural.

Por otro lado, la ingeniería didáctica quien estudia las relaciones entre la investigación y la acción en el sistema de enseñanza, así como el papel de las relaciones didácticas en clases, (Chavallard 1982). La construcción de una sesión de aprendizaje secuencialmente organizada, articulada en el tiempo, coherente con el profesor (ingeniero) cuyo proyecto es el aprendizaje de un saber a una determinada población de estudiantes (Douaydy 1995). Nos brinda el marco teórico para desarrollar el presente trabajo de investigación.

En el Perú a partir de la ley Universitaria, aprobada el 14 de junio de 2014 mediante Ley Nº 30220, en su capítulo VIII menciona que es función del docente el mejoramiento continuo y permanente de la enseñanza, Ahora bien, el modelo educativo de la Universidad Nacional del callao (UNAC) con fines de acreditación, basa su enseñanza en las teorías constructivistas y conectivistas, teorías que a la vez son bases para en la teoría de situación didáctica.

La teoría de situación didáctica fue desarrollada por Guy Brousseau, en Francia por la década de los 70. Las situaciones que se presenta en la presente investigación fueron elaboradas en el software GeoGebra. en los cuales se buscó que el estudiante genere a partir de la observación y manipulación los conceptos de extremos relativos de funciones reales de variables reales.

En la Facultad de Ingeniería Química (FIQ) uno de los cursos con mayor tasa de desaprobados son los cursos de ciencias básicas entre ellos los cursos de Matemática I, por semestre solo deberían programarse dos aulas, pero debido a los alumnos desaprobados se programan cuatro, esto se debe principalmente a que los estudiantes no consiguen un aprendizaje significativo de los límites de una función, definición fundamental en calculo.

La derivada junto con el problema de máximos y mínimos es clave para el avance de los estudiantes en cursos posteriores de matemáticas y lógicamente para su formación profesional ya que deberá modelar sus procesos químicos mediante ecuaciones diferenciales.

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema General

¿Cuál es el efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC?

1.2.2 Problemas específicos

¿Cuál es efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?

¿Cuál es efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de puntos críticos en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?

¿Cuál es efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de funciones monótonas en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?

¿Cuál es efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de los criterios de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?

1.3. Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Demostrar que la aplicación de situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

1.3.2 Objetivos específicos

Determinar de qué manera la aplicación de situaciones didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

Concretar de qué manera la aplicación de situaciones didácticas influye significativamente en el aprendizaje de los puntos críticos en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

Expresar de qué manera la aplicación de situaciones didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la Funciones Monótonas en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

Interpretar de qué manera de qué manera la aplicación de situaciones didácticas influye significativamente en el aprendizaje de los criterios de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

1.4 Limitantes de la Investigación

1.4.1 Limitante teórica.

Una de las limitantes para la presente investigación es el material bibliográfico ya que existe poca investigación sobre las situaciones didácticas a nivel de enseñanza superior.

1.4.2 Limitante temporal.

Dentro de las limitaciones que se presentaron esta es la que más afecto ya que es poco el tiempo para poder construir sesiones de aprendizaje que puedan generar situaciones de desequilibrio y despertar atención a los estudiantes.

14.3 Limitante espacial.

La presente investigación se llevó a cabo con los estudiantes de la FIQ-UNAC de manera virtual, aun cuando a un inicio el proyecto fue proyectado a llevarse a cabo de manera presencial se debió realizar algunos ajustes como el trabajo con la pizarra jamboard de la suite de Google.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

2.1.1 Antecedentes Internacionales

Marroquín (2019) realizó un estudio titulado *Construcción del concepto de ecuaciones con dos variables mediante visualización y registros de representación en alumnos de primer semestre de ingeniería agroindustrial: secuencia didáctica*, tesis para optar el grado de magister en matemática educativa en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, dirección de postgrado. El objetivo de esta investigación fue la de investigar la comprensión y habilidad matemática de los estudiantes de ingeniería agroindustrial en cuanto a las ecuaciones lineales en dos variables. Para ello se hizo uso del programa GeoGebra esto favoreció la habilidad visual de los estudiantes. Teniendo como primer objetivo específico la transformación de registros de representación en los sistemas de ecuaciones lineales y como segundo objetivo describir las dificultades que presentan los estudiantes para obtener aprendizaje.

Concluyó lo siguiente:

- La situación didáctica planteada proporciono las bases para que el estudiante se diera cuenta de que un mismo objeto matemático en este caso las ecuaciones en dos variables se pueden representar de distinta manera como lo es: geométrica, algebraica y verbalmente.

- La comprensión gráfica del tema se vio favorecida con el uso del GeoGebra ello represento un avance en cuanto a la comprensión del cambio de registro.

- La situación didáctica presentada ayudo en la mejora de la comprensión de las ecuaciones lineales en dos variables. Ello se hace evidente al tener en cuenta los resultados de la prueba de requisitos. Luego en el transcurso de las actividades tanto individuales como grupales se puedo ver la mejora paulatina en la comprensión del tema de estudio.

Mendoza (2018) en su trabajo de investigación sobre: *Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática*. Tesis para optar el grado de magister en educación matemática, en el Instituto Politécnico Nacional; Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN Unidad Legaría. El objetivo de esta investigación fue buscar generalizar el método de factorización en la solución de ecuaciones cuadráticas. Claro está, ello en el marco de la teoría de situaciones didácticas de Brousseau.

Concluyendo que fue de gran ayuda comprender las nociones que tienen los estudiantes de este tema, ello permitió construir situaciones didácticas acorde al ambiente donde posteriormente serian implementadas. Para luego ejecutarlas siguiendo los pasos propuestos por Guy Brousseau. Observándose una mejora con el transcurso de las actividades tanto individuales como grupales.

González (2015) realizó un estudio titulado: *Una propuesta para la enseñanza de las funciones trigonométricas seno y coseno integrando GeoGebra*, tesis para optar el grado de licenciado en matemáticas y física, en la Universidad del Valle, instituto de educación y pedagogía. El objetivo de esta investigación fue mejorar el desarrollo del pensamiento variacional y los procesos de visualización en los estudiantes del cuarto de secundaria ello fundamentándose en la teoría de Brousseau. Además, analizar el papel que tiene la visualización de las funciones trigonométricas seno y coseno en la comprensión de estos.

Una vez ejecutada la tesis se concluyó que la visualización potencia la comprensión de los entes matemáticos en este caso las nociones de seno y coseno. Ello se vio favorecido además con el uso del GeoGebra ya que este programa nos permite trabajar con la geometría dinámica. A su vez esto favoreció el cambio de registros de representación en los estudiantes.

San Martín (1942) realizó un estudio sobre: *Una exploración de un proceso de construcción del significado del seno de un ángulo agudo como función y como razón*, tesis para optar el grado de maestro en matemáticas con mención en matemática educativa.

El objetivo de esta investigación fue diseñar y experimentar una propuesta para la enseñanza de las funciones trigonométricas seno y coseno como razón y como función. El estudio se realizó en estudiantes de 5to de secundaria, fundamentándose en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau.

Concluyéndose lo siguiente. Se logró que los estudiantes mejoren sus nociones acerca de la función seno. Más aún, 16 de 26 estudiantes lograron entender su significado. Pero solo 6 de 26 estudiantes pudieron comprender plenamente la noción de coseno. Esto es atribuido a distintas causas, como lo es la complejidad que existe entre su representación.

2.1.2 Antecedentes Nacionales

Núñez (2016), realizó una investigación titulada: *La resolución de problemas con inecuaciones cuadráticas. Una propuesta en el marco de la teoría de situaciones didácticas*. Tesis para optar el grado de magister en educación matemática en la Pontificia Universidad Católica del Perú. El objetivo de esta investigación fue la elaboración, aplicación y análisis de resultados de una secuencia didáctica orientada a superar las dificultades que tienen los estudiantes en la comprensión de la resolución de inecuaciones cuadráticas. La secuencia didáctica fue diseñada teniendo como marco teórico la Teoría de Situaciones Didácticas.

Obteniendo como conclusiones lo siguiente: La creación de problemas contextualizados es de suma importancia para motivar el estudio de un objeto matemático. En el caso particular de las inecuaciones cuadráticas, parte importante de esta investigación ha sido crear los problemas contextualizados y proponerlos considerando actividades individuales y grupales, con dificultades graduadas que pongan a prueba diversas estrategias de resolución.

Advincula (2018) realizó un estudio sobre: *Una Situación didáctica para la enseñanza de la función exponencial, dirigida a estudiantes de las carreras de humanidades*, tesis para optar el grado de magister en educación matemática en la Pontificia Universidad Católica del Perú.

La finalidad de esta investigación fue proponer una situación didáctica que permitiese al estudiante construir el concepto de función exponencial, para ello se usó la teoría de situaciones didácticas de Brousseau. Se realizó un análisis a priori y luego se pasó a la experimentación en aulas, esto permitió rediseñar la situación original y así tener una situación didáctica óptima.

Se llegó a la siguiente conclusión, al presentárseles la situación didáctica original los estudiantes presentan los mismos obstáculos descritos por Brousseau, como son el cambio de registro de representación semiótica. Más específicamente la dificultad para graficar funciones exponenciales a partir de sus expresiones analíticas Es por ello que el autor modifico la situación didáctica original por una que atienda estas dificultades obteniendo así resultados óptimos.

2.2 Bases Teóricas

2.2.1 Marco teórico.

Ingeniería didáctica

Según Artigue (1995) la Ingeniería Didáctica, es una metodología de investigación, surge en el seno de la didáctica de las matemáticas a comienzos de los ochenta, es un trabajo que asemeja al desarrollado por un ingeniero, quien al ejecutar un proyecto tomo como base conocimientos científicos de su dominio y acepta la supervisión y control de tipo científico, es este caso la base de la investigación será un saber matemático y su complejidad en el proceso de enseñanza aprendizaje (pág. 34).

La ingeniería didáctica tiene dos posturas: una como metodología investigación, donde el objetivo será el *proceso*: como por ejemplo el uso del software GeoGebra para el aprendizaje de máximos y mínimos o el rol docente en la enseñanza del máximo y mínimos de funciones reales. Mientras que en la metodología de enseñanza tiene como fin un *producto* es decir una planificación de una clase didáctica en base a una teoría.

Tiene una corriente constructivista de Piaget y surge para atender a la complejidad de las clases de matemáticas, presenta cuatro etapas: El análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y por último el análisis a posteriori.

El análisis preliminar: que bien podría considerarse un diagnóstico de la realidad, dentro de los cuales existen varios análisis a realizar, pero los más frecuentes se mencionan en el siguiente cuadro.

Tabla 1

Análisis preliminares

Epistemológico de los contenidos	Didáctico de contenidos	Concepciones	Cognitivo de la población
Analizar el contenido, desde su origen, y el tiempo que transcurre hasta su formulación	Analizar la enseñanza como se enseña, sus elementos, libros, programas, etc.	Un análisis de los estudiantes sus dificultades y obstáculos.	Describe las características de la población a la que va dirigida el concepto

Fuente: Artigue (1995)

A partir del este análisis la ingeniería didáctica (principalmente del análisis cognitivo) diseña secuencias didácticas para controlar la evolución de las concepciones.

El análisis a priori: en esta etapa el investigador diseña la secuencia didáctica y realiza una descripción de acciones a realizar: tareas, el tiempo de ejecución de cada una de ella, el rol del docente, anticipación de errores, (predecir posibles errores de los estudiantes), y por ultimo las variables. Para llegar a este análisis se debe contar con el análisis preliminar, es decir el diagnostico.

Experimentación: En esta etapa se implementa la secuencia didáctica y lo más importante de ella son los resultados obtenidos. Los cuales se deberán documentan, como por ejemplo que realizaron los estudiantes, donde se llevaron a cabo el experimento, cual fue la participación del docente, fue buena, se lograron los objetivos, entre otros.

El análisis a posteriori: en esta etapa se contrata el análisis a priori con la experimentación es decir debe observar si tuvo éxito o no, y esto va a producir una validación interna que permitirá decir si la investigación realizada es una metodología de enseñanza donde el producto es un concepto matemático. Pero si es tomada como una metodología de investigación se tomaría como proceso, por ejemplo, el uso de material didáctico para la enseñanza de un concepto matemático.

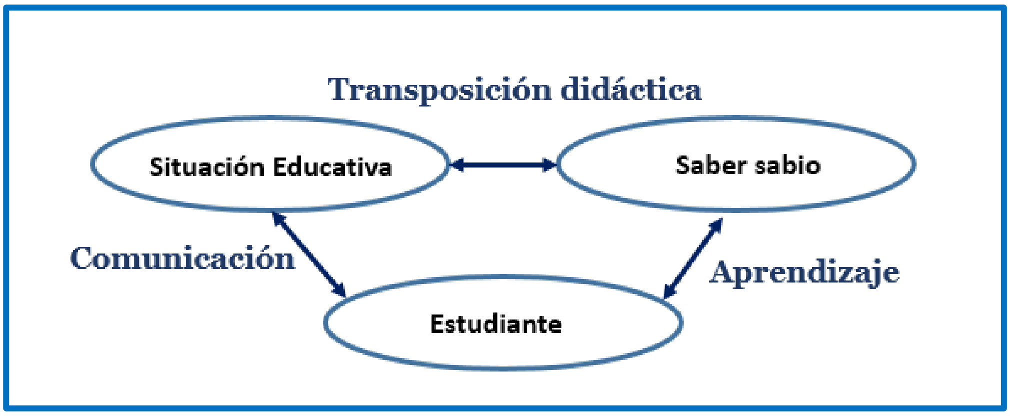
Para Douady (1995) la construcción de un problema es acciones de la ingeniería didáctica, donde docente investigador deberá construir una secuencia de clases organizadas y articuladas en el tiempo y de manera coherente, con la finalidad de obtener un aprendizaje para una determinada población de estudiantes. En el proceso de interacción profesor estudiante en el aula, el proyecto va evolucionando, teniendo en cuenta la reacción de los estudiantes y las decisiones que tome el docente. De esta manera la ingeniería didáctica es al mismo tiempo un *producto*, consecuencia de un análisis a priori y un *proceso* donde profesor ejecuta el producto teniendo en cuenta a la población de estudiantes y la dinámica que se desarrolla en clase

Situación didáctica

En el año 2003 la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI) fundado en Roma en 1908, otorga la medalla Félix Klein a Guy Brousseau, por su contribución en la enseñanza de la matemática con la teoría de Situaciones Didácticas (SD) quien contribuyo dando un enfoque distinto a visión cognitiva de piagetiana, en la teoría de SD permite comprender la interacción social entre docente saberes matemáticos y estudiante que se desarrollan en una sesión de clases, asimismo controlan lo que el estudiante aprende y el cómo lo aprende.

Figura 1

Interpretación de la relación didáctica



Fuente: Guy Brousseau (2007)

La teoría de Situación didáctica se describe por Brousseau por tres subsistemas (El famoso triángulo didáctico) donde intervienen: El profesor, como instructor el que tiene el conocimiento a saber o construir. El alumno, quien es responsable de responder las preguntas que deja el docente, y por último el saber, que para ingresar (Transposición didáctica) se aíslan algunas nociones y propiedades donde ellas han tomado su origen su sentido su motivación y su empleo para llevarlas al contexto educativo

La teoría de SD manifiesta que los conocimientos matemáticos no se construyen espontáneamente, sino socialmente y en interacción con otros, motivo por el cual busca las condiciones para una génesis artificial de los mismos. las SD se generan para enseñar sin considerar el rol del profesor.

La ingeniería didáctica identifica, la Situación como, un entorno del alumno, diseñado y manipulado por el docente, la considera una herramienta. Asimismo, una Situación Matemática es aquella que provoca una actividad matemática en el estudiante sin intervención del docente. Mientras que la *Situación Didáctica* es un conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante-medio didáctico. figura (1). Brousseau (2007).

Momentos de una Situación Didáctica

En una SD se deben formar grupos de estudiantes y proponer situaciones que los grupos deberán enfrentar con sus conocimientos y deberán proponer respuestas a las preguntas solicitadas por el docente. En una SD se presenta cuatro momentos que son los siguientes:

Situación acción, cada estudiante propone soluciones una vez analizado el problema, al cabo de un determinado tiempo presenta sus propuestas y se podrá calificar como adecuado o inadecuado. Así el podrá descartar las que fueron erradas y aceptar las correctas, obteniendo un premio para aquellas que fueron las correctas por parte del docente. Cabe mencionar que en este momento el estudiante toma decisiones sin tener conciencia de ellas y mucho menos de poder llegar a una formulación.

Figura 2

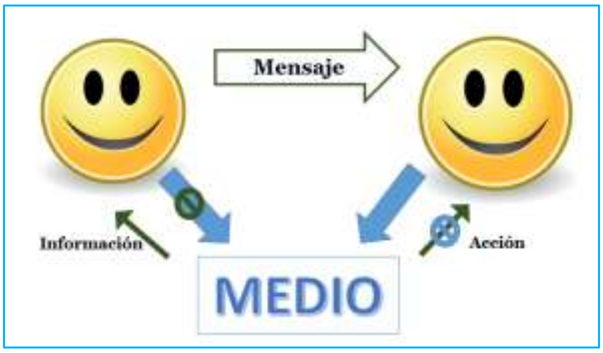
Esquema de la situación de acción

Fuente: Guy Brousseau (2007)

Situación de formulación, en este momento se presentan dos situaciones, la primera en la cual el líder del grupo expone y los miembros del grupo discuten, en este momento los lideres están en el momento de acción mientras los miembros del grupo observan lo que presentan los líderes. Los miembros del grupo llevan un registro de los resultados lo que vendría a ser el medio en especial el ultimo. Ahora bien, no es suficiente con que el líder llegue al resultado es importante comunicar el resultado y que se comprenda y asimismo poder aplicarlo.

Figura 3

Esquema de situación de formulación

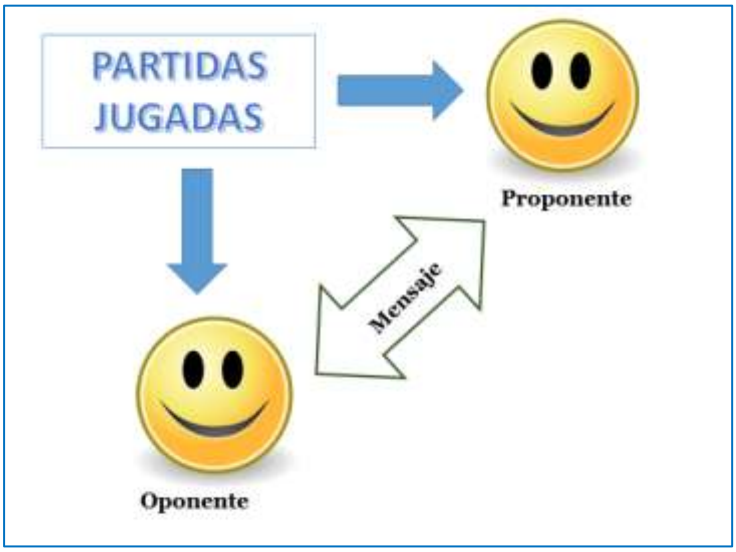


Fuente: Guy Brousseau (2007)

Situación de validación, es la oportunidad del grupo en proponer un enunciado, que resuelva el problema, o intentar de demostrar que el enunciado del otro grupo es falso. Todo ello bajo un ambiente de debate constructivo debatido, el estudiante que propone un enunciado no solo debe realizarlo sino también debe demostrarlo en un sistema determinado, sostenerlo y presentar una demostración.

Figura 4

Esquema de situación de validación



Fuente: Guy Brousseau (2007)

Al llegar a este punto pareciera que se concluyó el trabajo y podría pensarse que el aprendizaje se reduce a un esquema de situaciones didáctica, pero Brousseau plantea, que la última situación.

Situación de Institucionalización, es el docente que deberá vincular los nuevos conceptos con los conocimientos existentes y ubicarlo en un contexto real. Los conocimientos aislados desaparecerán si no se le ubica en un repertorio especial.

Conocimiento Matemático

El significado que presenta Douady (1995) a las palabras conocimiento, enseñanza y aprendizaje, en un aula donde se encuentran docente y estudiante, el docente para enseñar un conocimiento y el estudiante para aprenderlo.

El Saber, matemática implica dos aspectos, en primer lugar, se refiere a la disposición que se tienen de un conjunto de nociones, definiciones, teorías y teoremas matemáticos, para abordar resolver y construir nuevos problemas y nociones. Al conjunto de teorías, teoremas y nociones se le da el estatus de *herramientas*. Asimismo, el saber matemático es tener la capacidad de identificar, nociones y teoremas dentro de un cuerpo y demostrarlos y de allí que las nociones y los teoremas matemáticos en este contexto tienen el estatus de *objetos.* Se logra un conocimiento matemático si se descontextualizar, despersonalizar los teoremas y nociones.

La ingeniería didáctica, es un método de investigación, cuyos productos se aplican a la enseñanza, como una metodología que se experimenta en aula. Su base teórica se obtiene de las situaciones y la transposición didácticas de ambas se obtiene el carácter sistémico de la investigación, Cantoral (2001).

La enseñanza de los principios del calculo

según Artigue (2006) las dificultades que presenta un estudiante frente a los conceptos del cálculo son de diversa índole, pudiendo ser agrupadas en tres tipos de dificultades:

La primera está asociada a los objetos de estudio que son los números reales, funciones. Luego aquella que es la más crítica la noción de limite parte medular del cálculo diferencial e integral y por último a la ruptura que deberá enfrentar a un pensamiento netamente algebraico que le es muy familiar, con un trabajo técnico en el cálculo.

Didáctica de la Matemática

Es el arte de crear y concebir condiciones para lograr el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del estudiante, el aprendizaje se presenta en la medida que se observen cambios de comportamientos, en el caso de las matemáticas la adquisición de registros, el uso de diversos lenguajes (símbolos), el control de notaciones, de justificaciones y obligaciones. Todo ello deberá ser puesta en acción, es decir de prácticas didácticas que son condiciones que llegan a ser objeto de estudio. Por tanto, la didáctica es presentada como un estudio de todo este medio.

2.3 Conceptual

El aprendizaje de extremos relativos inicia con el estudio de la derivada y a la vez la definición de derivada se fundamenta en el concepto de limite, objeto matemático con mayor dificulta para comprender que enfrentan los estudiantes.

La derivada es un concepto que se puede representar de manera gráfica y geométrica lo cual ayuda su aprendizaje. según Duval (2004) la matemática demanda funcionamiento cognitivo que necesita la movilización de sistemas determinados de representación, con lo cual la representación semiótica es la base de esa compresión. Motivo por el cual se representó la derivada haciendo de GeoGebra por ser un software dinámico.

Duval (1995) manifiesta que lo particular en el aprendizaje de las matemáticas son las actividades cognitivas esenciales, como por ejemplo el raciocinio, resolución de problemas, la conceptualización y la comprensión de enunciados, necesita la utilización de un sistema de expresiones y representaciones, asimismo de un lenguaje especial y de imágenes. Siendo que su forma de comunicación y de generar nuevas teorías. Cabe mencionar que para el autor es fundamental que el estudiante no confunda los objetos con su representación.

Según Hermani (2016) para logra aprendizaje conceptual se deben generar tareas valiosas, que permitan generar ideas matemáticas importantes y desafiar al estudiante intelectualmente, muchos investigadores a nivel mundial trabajan en diseñar tales tareas.

Orton (2005) define el aprendizaje significativo como un proceso, que tiene como producto un nuevo conocimiento, que toma su base en conocimientos existente en la estructura de conocimientos del estudiante. El nuevo conocimiento modifica los existentes o establece relaciones entre ellos.

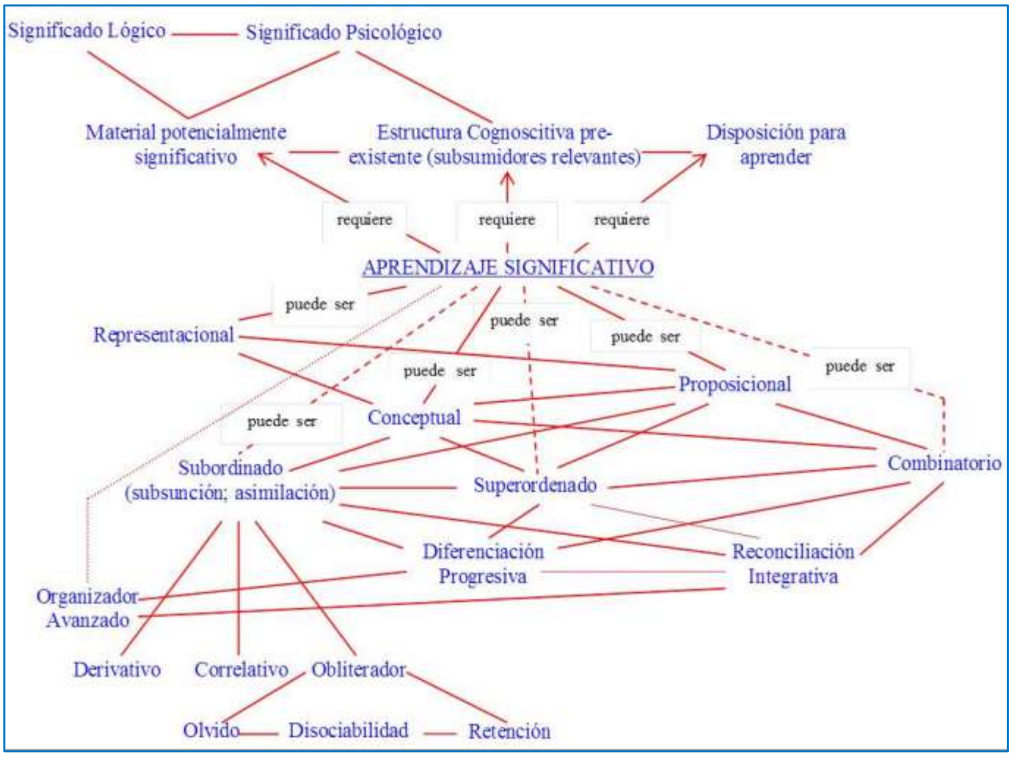
Para Ausubel (2000) para obtener un aprendizaje significativo, se requiere tres elementos; materiales potencialmente significativos, motivación para aprender y estructura cognitiva. Un material potencialmente significativo, debe estar organizada de forma jerárquica, su estructura de relaciones debe ser clara, y tener una adecuada relación con los conceptos.

Mientras la motivación para aprender debe estar presente en el estudiante, asimismo la motivación debe contar con tres componentes; el desarrollo de inclusores, un repertorio de relaciones entre los inclusores y el nuevo material, y la predisposición del estudiante a establecer relaciones y asimilar significativamente cada una de ellas. Además, se debe tener en cuenta que cada estudiante presenta diferentes estados de motivación, que se deben considerar.

La estructura cognitiva debe contar con inclusores relevantes que faciliten la interacción entre el nuevo material y el material que ya se tiene, la estructura cognitiva del estudiante sufre cambios en la medida que los nuevos conocimientos se incluyan.

Figura 5

Mapa conceptual del Aprendizaje Significativo de Ausubel



Fuente: aprendizaje significativo y formación del profesorado. Palmero (2011)

2.4 Definición de términos básicos

Aprendizaje; Proceso por el cual se modifica los conocimientos para llega a obtener nuevos conocimientos.

Concepción; Es la forma organizada, pero peculiar de tratar una noción matemática.

Contrato didáctico; son normas y reglas implícitas y explicitas que se lleva a cabo dentro del aula. Es lo que espera el estudiante del docente y viceversa.

Enseñanza; acción de crear condiciones con el objetivo de que, el estudiante se apropie del conocimiento.

Ingeniería didáctica; es una secuencia de clases, diseñadas de forma coherente por un profesor, organizadas y articuladas con el objetivo de realizar un proyecto de aprendizaje, para un grupo de estudiantes en particular.

Medio; es considerado así al subsistema antagónico del sujeto (textos, materiales, etc.)

Saberes; Son llamados así a los instrumentos culturales de reconocimientos y organización de los conocimientos.

Saberes matemáticos; disponibilidad de teorías, teoremas y conceptos matemáticas, (llamadas también herramientas) para resolver e interpretar problemas.

Situación; se llama así al entorno del estudiante creado y manipulado por el docente, quien lo considera como una herramienta para generar aprendizaje.

Situación didáctica; es el conjunto de correspondencia entre docente-estudiante-medio didáctico.

Situación matemática; son aquellas situaciones que provocan actividad matemática en el estudiante sin la participación del docente.

Transposición didáctica; se llama así a la transformación de un saber científico en un saber posible de enseñar.

.

III. HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis

3.1.1. Hipótesis General

La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC

3.1.2. Hipótesis Específicas

La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de la derivada de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los puntos críticos en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de las funciones monótonas en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la

UNAC.

La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los criterios de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

3.2. Definición conceptual de variables.

X: Situación didáctica: Es un entorno de los estudiantes construido y diseñado por el docente que lo considera como herramienta, para enseñar un determinado conocimiento.

Y: Extremos relativos de funciones reales: los aquellos valores que pertenecen al dominio de definición de la función real, donde la función toma sus valores máximo y mínimo.

3.2.1 Operacionalización de la variable.

Tabla 2

Operacionalización de la variable aprendizaje de los extremos relativos

Variable	Dimensión	Indicador
Aprendizaje de los extremos relativos.	Derivada	- Recta tangente - Tangente a una curva - Tasa de crecimiento - Derivada de una función.
	Puntos críticos	- Graficas de funciones diferenciables - Reglas de diferenciación - Tasas de crecimiento - Diferenciabilidad y monotonía
	Funciones monótonas	-Máximos y mínimos -Valor medio -Valor máximo relativo -Valor mínimo relativo -Valor medio -Función creciente -Función decreciente
	Criterios de la primera derivada	-Criterio de la primera derivada -Derivada de orden superior -Criterio de la segunda derivada

IV. DISEÑO METODOLÓGICO

4.1. Tipo y diseño de la investigación.

La presente investigación es de tipo aplicada ya que se diseñan situaciones de aprendizaje que se aplican en las sesiones de aprendizaje de máximos y mínimos de funciones reales de los estudiantes de la escuela de ingeniería Química de la UNAC.

Es transversal debido a que se comparó las características y situaciones de diferentes estudiantes en el mismo tiempo. Diseño preexperimental, buscando servir a futuras investigaciones. Según Roberto Hernández Sampiere (2003)

$$\boxed{G \quad O_1 \; X \quad O_2}$$

Donde:

- G : Grupo de investigación
- O_1 : Medición previa (Pre-Test)
- X : Administración del tratamiento
- O_2 : Mediciones posterior (Post Test).

4.2. Método de investigación.

La investigación se desarrolló mediante sesiones de aprendizaje, debido a en el semestre 2021 I solo se contaba con alumnos repitentes en el curso de matemática I se tomó un primer cuestionario de 22 preguntas con una escala de Likert. Considerando las dimensiones de las situaciones didácticas establecidas por Guy Brousseau (2007) de; acción, formulación, validación e institucionalización.

Se diseñaron tres situaciones didácticas haciendo uso del software GeoGebra., la primera relacionada a la determinación de la derivada con valores infinitesimales, se formó grupos conformado por cuatro estudiantes, y se les presento la misma situación didáctica, pero con diferentes valores, y solicitando que mediante el deslizador que presenta el GeoGebra ya que es un software dinámico que permite ver los cambios de las variables, asimismo diferentes formas de representación. Que determinen la recta tangente a una curva en un punto dado.

En la segunda situación didáctica se solicitó se les presenta una situación didáctica también en GeoGebra donde se les pide determinar los valores máximos y mínimos en un determinado intervalo, además de deducir el concepto de función creciente y decreciente de una función.

Por último, se presentó un problema real en el cual se pedía determinar el volumen máximo que tendrá un cilindro inscrito en un cono de base circular dada. Esperando que a partir de las dos situaciones didácticas precedentes el estudiante pueda obtener con facilidad el volumen máximo de forma visual a partir del deslizador del software GeoGebra. Cabe mencionar que fue de gran ayuda el software ya que permite presentar la representación algebraica y geométrica y pasar de una a otra representación semiótica con gran facilidad, Duval (1993).

4.3 Población y muestra

La población de estudio estuvo conformada por los 700 estudiantes de matemática de la Facultad de Ingeniería Química en el semestre 2021 I, de la Universidad Nacional del Callao. Pero por motivos de pandemia por el COVID 19 se realizado un trabajo con los estudiantes que llevan cursos de matemática.

4.4 Lugar de estudio y periodo desarrollado

La presente investigación se llevó a cabo en la Universidad Nacional del Callao en el semestre 2021 I, llegándose a desarrollar de manera virtual en su totalidad en 12 meses.

4.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información

La confiabilidad del instrumento de medición se aplicó a un piloto de tamaño 20, para observar el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales de valor real, mediante situaciones didácticas.

El grado de confiabilidad del instrumento de medición se verifico con el Coeficiente Alfa de Cronbach**,** cuya fórmula a usar es:

$$\alpha = \frac{m\bar{r}}{1+\bar{r}.(m-1)}$$

Siendo

$\bar{r} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} r_i$ es el promedio correlaciones entre ítems

m**:** es el número de ítems

$k = \frac{m(m-1)}{2}$ es el número de correlaciones no repetidas o no incluidas

Se uso el software estadístico SPSS para determinar el coeficiente de Cronbach partiendo de la matriz de correlación de ítems correspondientes a las variables estudiadas y sus respectivas dimensiones.

Asimismo, el criterio que se debe considerar para que un instrumento será confiable el coeficiente alfa de Cronbach deberá ser mayor de 0.700.

A) CONFIABILIDAD DE LA VARIABLE APRENDIZAJES DE LOS EXTREMOS RELATIVOS DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

Mediante el Software Estadístico SPSS, el Coeficientes Alfa de Cronbach a partir de la Matriz de correlaciones de los ítems correspondiente a la variable, Aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales de variable real, se presenta en la Tabla siguiente.

Tabla 3

Coeficiente Alfa de Cronbach de la variable aprendizaje de los extremos relativos de las funciones reales de valor real.

Dimensión	Numero de ítems	Coeficiente de Cronbach α
La derivada	4	0.851
Puntos críticos	4	0.709
Funciones monótonas	4	0.861
Criterio de la derivada	4	0.709
Total, de ítems	**16**	

Fuente: creación propia

La tabla 3 permite observar los valores del Alfa de Cronbach para las cuatro dimensiones que se plantearon con respecto a la variable aprendizaje de los extremos relativos de las funciones reales de valor real, la cual es superior a 0.700, esto nos permite implica que el instrumento que se aplicó en la presente investigación es CONFIABLE.

B) CONFIABILIDAD CONJUNTA DE LA VARIABLE APRENDIZAJE DE LOS EXTREMOS RELATIVOS DE LAS FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL.

Mediante el software estadístico SPSS se estableció el Coeficientes Alfa de Cronbach a partir de la Matriz de correlaciones de los ítems pertinente a la variable, Aprendizaje de los extremos relativos de las funciones reales de variable real**.**

Tabla 4

Coeficiente Alfa de Cronbach de la variable aprendizaje de los extremos relativos de las funciones reales de variable real.

Variable	**Numero de ítems**	**Coeficiente alfa de Cronbach:** α
Aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales de variable real	16	0.805
Total, de ítems	**16**	

Fuente: Creación propia

Mediante la Tabla 4, el coeficiente Alfa de Cronbach para la variable aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales de variable real es mayor a 0.700 con lo cual se puede asegurar que el instrumento elaborado para la variable estudiada es CONFIABLE**.**

4.6 Análisis y procesamiento de datos

En el procesamiento estadístico

Para el procesamiento de la información recabada mediante el instrumento cuestionario, de la investigación presentada, y la obtención de los estadísticos en mención, asimismo los cálculos numéricos se usó el software estadístico SPSS 22.0 y hoja de cálculo Excel 2010; al mismo tiempo para la presentación de trabajo desarrollado se llevó a cabo mediante el procesador de texto Word 365.

El instrumento de recolección de datos fue validado por expertos en el área de matemática y educación, tal validación se presentada en el anexo 03 de la presente investigación.

Toma de datos

En una primera instancia se tono en cuestionario A, que fue un diagnóstico, para observar el grado de conocimiento que poseían los estudiantes, en referencia a los números infinitesimales y los conceptos de aproximación, recordar que en la presente los estudiantes en su mayoría ya habían desarrollado el curso de matemática I, pues eran repitentes, por tanto, tenían conocimientos previos de los temas desarrollados.

Posteriormente luego de aplicado la situación didáctica en cuatro sesiones trabajando con pizarras activas en el caso nuestro se trabajó con la pizarra Jamboard, que está presente en la Suite de Google. Tal es así que se le permitió manipular los trabajos diseñados en software GeoGebra de recta tangente, función creciente decreciente y de máximos y mínimos. Donde ellos mismo, observan lo fácil de manipular los conceptos y por ende entender y poder deducir los conceptos, se volvió a aplicar el mismo cuestionario que es esta oportunidad se le llamo cuestionario B.

Secuencia Didáctica 1:

Se forman grupos conformados por 4 estudiantes y en un ambiente de virtual en el correo institucional se ingresa a la suite de Google y se genera una carpeta derivada y el enlace se comparte con los estudiantes donde cada grupo podrá ingresar y trabajar y compartir sus ventanas de trabajo. El estudiante podrá manipular los objetos ya que el software GeoGebra que no tiene costo además de poderse descarga en un teléfono móvil inteligente.

El software GeoGebra, dentro de la teoría de representación semiótica de Duval (2014) el estudiante podrá observar y trabajar en dos tipos de representaciones, la gráfica y algebraica en una sola pantalla.

- Situación a didáctica

  Situación de Acción:

  Motivación: Determinar la recta tangente a una curva abierta en el punto dado usando

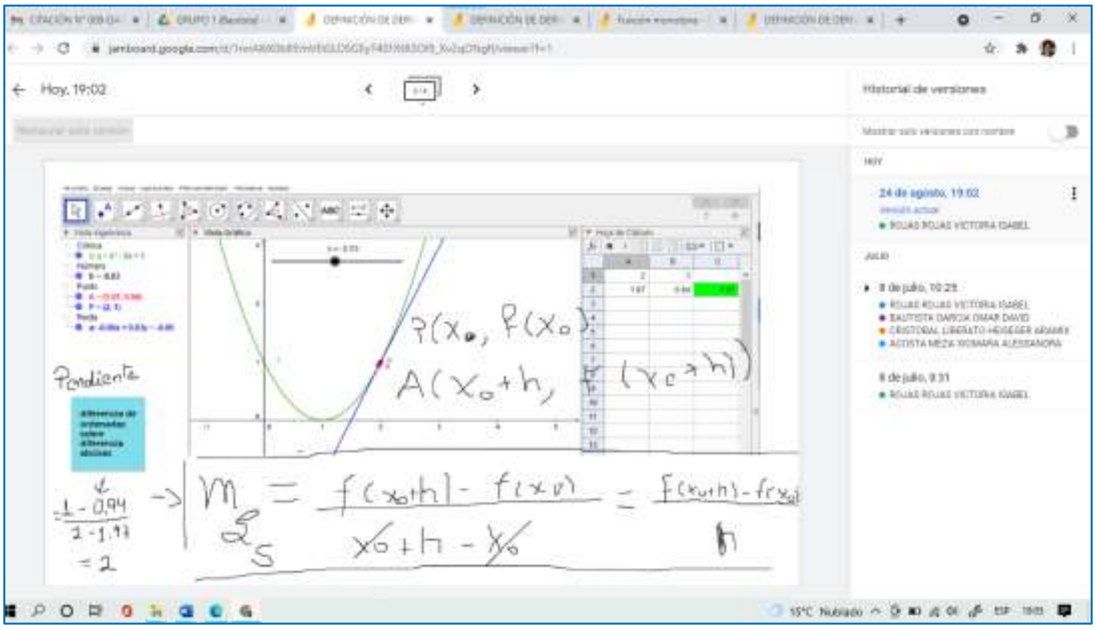
  Materiales: El enlace generado y el software GeoGebra

  - La parábola $y = x^2 - 2x + 1$ en el punto $P(2,1)$
  - La parábola $y = x^2 + 2x + 1$ en el punto $P(0,1)$
  - La parábola $y = -x^2 + 2x + 1$ en el punto $P(2,1)$
  - La parábola $y = -x^2 - 2x + 1$ en el punto $P(0,1)$

Se deberán tomar apuntes de todos los resultados obtenidos por cada grupo. Los estudiantes buscaran muchos caminos los grupos, pero se le proporciono.

Figura 6

Trabajo colaborativo en las situaciones a didácticas mediante la suite de Google en la pizarra Jamboard.



Fuente: desarrollo en clase, creación propia

Situación formulación

Luego de 20 minutos se les pedirá a los estudiantes los resultados obtenidos, y alguna fórmula que determinaros Se formula un resultado ya sea por la secuencia de acciones realizadas por el grupo o por lo que el alumno observo en otro grupo. Y debe comunicar al grupo.

Situación de validación

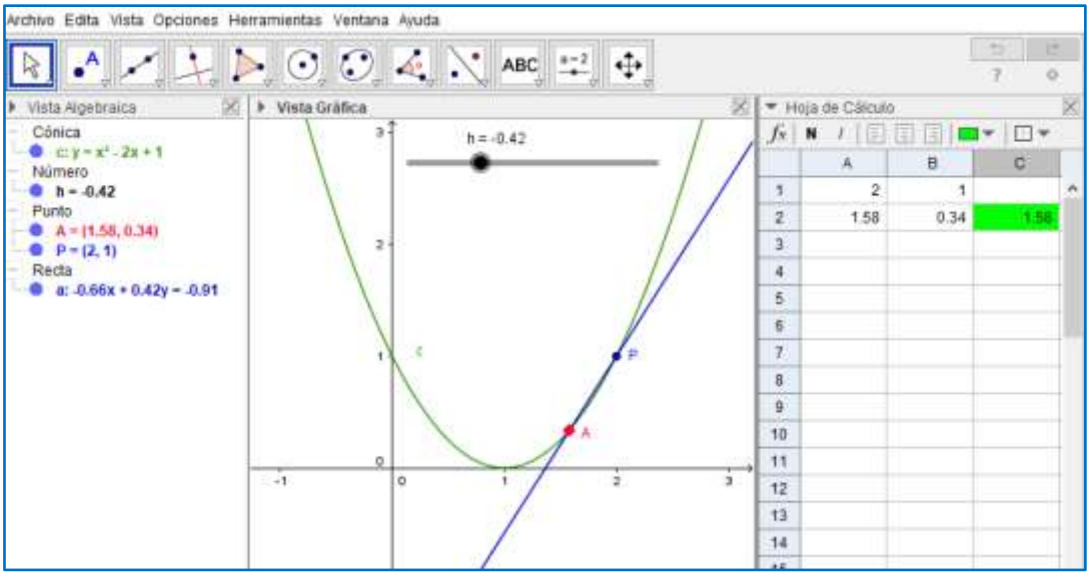
Una vez concluida la presentación de resultados se solicitará que compruebe sus resultados con un ejercicio en particular

Institucionalización del saber

Luego de que los estudiantes accionaron sobre el problema establecido docente y estudiantes deberán rescatar los resultados obtenidos de esta situación didáctica, debiendo llegar a definir la derivada, es el momento en que ingresa el docente y se presenta la situación didáctica

Figura 7

Situación de acción:



Nota: La recta tangente a una curva en un punto dado, se observa que a medida que $h \to 0$ *la deriva la pendiente de la recta tangente se acerca a 2.*

Fuente: creación propia

Llenaremos los valores obtenidos por cada uno de los grupos de trabajo para tal caso realizamos una tabla de valores. Cabe indicar que la tabla es realizada con anticipación y presentada a cada uno de los grupos formados. Los resultados se presentan en la tabla 05, es un resultado que se presenta es un consolidado de los cuatro grupos.

Tabla 5

Determinación de la pendiente a la curva en el punto dada

Grupo Nº 01		Grupo Nº 02		Grupo Nº 03		Grupo Nº 04	
x	$y = x^2 - 2x + 1$	x	$y = x^2 + 2x + 1$	x	$y = -x^2 + 2x + 1$	x	$y = -x^2 - 2x + 1$
2.09	2.09	0.09	2.09	2.09	-2.09	0.09	-2.09
2.08	2.08	0.08	2.08	2.08	-2.08	0.08	-2.08
2.07	2.07	0.07	2.07	2.07	-2.07	0.07	-2.07
2.06	2.06	0.06	2.06	2.06	-2.06	0.06	-2.06
2.05	2.05	0.05	2.05	2.05	-2.05	0.05	-2.05
2.04	2.04	0.04	2.04	2.04	-2.04	0.04	-2.04
2.03	2.03	0.03	2.03	2.03	-2.03	0.03	-2.03
2.02	2.02	0.02	2.02	2.02	-2.02	0.02	-2.02
2.01	2.01	0.01	2.01	2.01	-2.01	0.01	-2.01
1.99	1.99	-0.01	1.99	1.99	-1.99	-0.01	-1.99
1.98	1.98	-0.02	1.98	1.98	-1.98	-0.02	-1.98
1.97	1.97	-0.03	1.97	1.97	-1.97	-0.03	-1.97
1.96	1.96	-0.04	1.96	1.96	-1.96	-0.04	-1.96
1.95	1.95	-0.05	1.95	1.95	-1.95	-0.05	-1.95
1.94	1.94	-0.06	1.94	1.94	-1.94	-0.06	-1.94
1.93	1.93	-0.07	1.93	1.93	-1.93	-0.07	-1.93
1.92	1.92	-0.08	1.92	1.92	-1.92	-0.08	-1.92
1.91	1.91	-0.09	1.91	1.91	-1.91	-0.09	-1.91

Nota: se realizaron aproximaciones con centésimos, donde se observa que a medida que se aproxima al punto especificado los valores se acerca por la derecha e izquierda a un número.

Fuente: creación propia

Llegando a las siguientes conclusiones por los grupos, se observa que para el primer grupo la pendiente de la recta secante se aproxima a 2 en la medida que x se aproxima a 2 por la derecha y por la izquierda. En forma similar para los otros tres casos. La diferencia que se observa en el signo es debido a que la curva se abre hacia abajo. Luego usando la notación de limite y el teorema de unicidad de limite los estudiantes se llega a los siguientes resultados, que se deberán trabajar con cada uno de los grupos y con la participación de todos los estudiantes es una situación didáctica.

Tabla 6

En notación de límites laterales.

Grupos	Limite por la derecha	Limite por la izquierda
1	$\lim_{x\to 2^+} m_{\mathcal{L}_s} = 2$	$\lim_{x\to 2^-} m_{\mathcal{L}_s} = 2$
2	$\lim_{x\to 0^+} m_{\mathcal{L}_s} = 2$	$\lim_{x\to 0^-} m_{\mathcal{L}_s} = 2$
3	$\lim_{x\to 2^+} m_{\mathcal{L}_s} = -2$	$\lim_{x\to 2^-} m_{\mathcal{L}_s} = -2$
4	$\lim_{x\to 0^+} m_{\mathcal{L}_s} = -2$	$\lim_{x\to 0^-} m_{\mathcal{L}_s} = -2$

Nota: Los resultados de la tabla Nº 05 en notación de limite

Fuente: creación propia

Llegando a concluir que la recta tangente a la curva abierta en este caso de la parábola deberá tener pendiente

$$m_{\mathcal{L}_t} = \lim_{x\longrightarrow 2} m_{\mathcal{L}_s} = \lim_{x\to 2}\frac{f(x+h)-f(x)}{(x+h)-x}$$

Secuencia Didáctica 2:

El siguiente trabajo que deberán desarrollar los grupos de trabajo es determinar los intervalos donde las funciones crecen y donde decrecen. Para tal efecto se les pide determinar las rectas tangentes en todo su dominio de definición.

- Situación a didáctica

Situación de Acción:

Motivación: De los resultados de la situación didáctica (1) para que valores del intervalo definido en los ejercicios propuesto, la derivada, tomo su mayor y menor valor. A que deducen ustedes estos cambios. Indique los resultados de forma gráfica y numérica en centésimos de aproximación.

Materiales: El enlace generado y el software GeoGebra

- La parábola $y = x^2 - 2x + 1$ en el intervalo [0,2]

- La parábola $y = x^2 + 2x + 1$ en el intervalo [-2,0]
- La parábola $y = -x^2 + 2x + 1$ en el intervalo [0,2]
- La parábola $y = -x^2 - 2x + 1$ en el intervalo [-2,0]

Se deberán tomar apuntes de todos los resultados obtenidos por cada grupo. Los estudiantes buscaran muchos caminos los grupos, pero se le proporciono algunos alcances con respecto al GeoGebra y las bondades del deslizador lo demás será aporte de los estudiantes.

Situación formulación

Luego de 20 minutos se les pedirá a los estudiantes los resultados obtenidos, y alguna fórmula que determinaros Se formula un resultado ya sea por la secuencia de acciones realizadas por el grupo o por lo que el alumno observo en otro grupo, y debe comunicar al grupo.

Situación de validación

Una vez concluida la presentación de resultados se solicitará que compruebe sus resultados con un ejercicio en particular

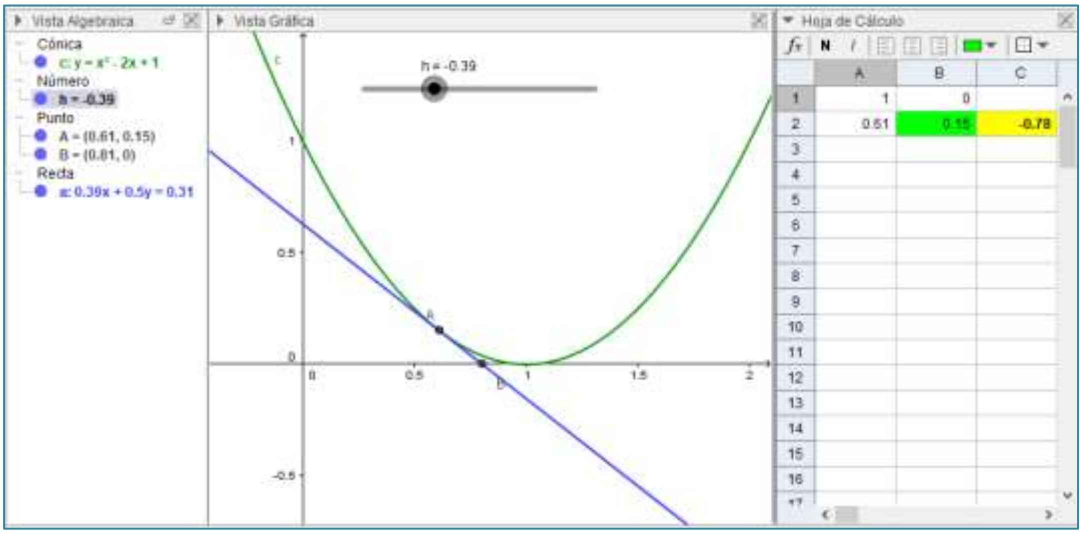
Institucionalización del saber

Luego de que los estudiantes accionaron sobre el problema y una serie de problemas propuestos para validar sus afirmaciones, con el docente y con los datos proporcionaron por los estudiantes se deberá formar una tabla de resultados y una gráfica mediante GeoGebra para deducir la fórmula de máximo mínimo y puntos críticos, siempre preguntando a los estudiantes que traten de ver sus resultados y comprobar con los resultados que se presentan con el docente.

Se presenta la tabla de resultados de los cuatro grupos con los cuales se pretende trabajar, todo ello deberá ya estar llenado con prioridad por el tiempo restringido d horas de clases con las que cuenta el curso de Matemática I.

Figura 8

Situación de acción:



Nota: Crecimiento de la derivada a medida que se aleja de cero y decrece cuando se acerca a cero con deslizador en [-1,1]

Fuente: creación propia

Tabla 7

Valores función monótona, Puntos críticos

FUNCIÓN MONOTONA Y PUNTOS CRITICOS DEL GRUPO (1) $y = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y' = 2x - 2$														
[0,0.2]	$y = f(x)$	y'	[0.21,0.4]	$y = f(x)$	y'	[0.41,0.6]	$y = f(x)$	y'	[0.61,0.8]	$y = f(x)$	y'	[0.81,1]	$y = f(x)$	y'
0.01	0.98	-1.98	0.21	0.62	-1.58	0.41	0.35	-1.18	0.61	0.15	-0.78	0.81	0.04	-0.38
0.02	0.96	-1.96	0.22	0.61	-1.56	0.42	0.34	-1.16	0.62	0.15	-0.76	0.82	0.03	-0.36
0.03	0.94	-1.94	0.23	0.59	-1.54	0.43	0.32	-1.14	0.63	0.14	-0.74	0.83	0.03	-0.34
0.04	0.92	-1.92	0.24	0.58	-1.52	0.44	0.31	-1.12	0.64	0.13	-0.72	0.84	0.03	-0.32
0.05	0.9	-1.9	0.25	0.56	-1.5	0.45	0.3	-1.1	0.65	0.12	-0.7	0.85	0.02	-0.3
0.06	0.88	-1.88	0.26	0.55	-1.48	0.46	0.29	-1.08	0.66	0.12	-0.68	0.86	0.02	-0.28
0.07	0.86	-1.86	0.27	0.53	-1.46	0.47	0.28	-1.06	0.67	0.11	-0.66	0.87	0.02	-0.26
0.08	0.85	-1.84	0.28	0.52	-1.44	0.48	0.27	-1.04	0.68	0.1	-0.64	0.88	0.01	-0.24
0.09	0.83	-1.82	0.29	0.5	-1.42	0.49	0.26	-1.02	0.69	0.1	-0.62	0.89	0.01	-0.22
0.1	0.81	-1.8	0.3	0.49	-1.4	0.5	0.25	-1	0.7	0.09	-0.6	0.9	0.01	-0.2
0.11	0.79	-1.78	0.31	0.48	-1.38	0.51	0.24	-0.98	0.71	0.08	-0.58	0.91	0.01	-0.18
0.12	0.77	-1.76	0.32	0.46	-1.36	0.52	0.23	-0.96	0.72	0.08	-0.56	0.92	0.01	-0.16
0.13	0.76	-1.74	0.33	0.45	-1.34	0.53	0.22	-0.94	0.73	0.07	-0.54	0.93	0	-0.14
0.14	0.74	-1.72	0.34	0.44	-1.32	0.54	0.21	-0.92	0.74	0.07	-0.52	0.94	0	-0.12
0.15	0.72	-1.7	0.35	0.43	-1.3	0.55	0.2	-0.9	0.75	0.06	-0.5	0.95	0	-0.1
0.16	0.71	-1.68	0.36	0.41	-1.28	0.56	0.19	-0.88	0.76	0.06	-0.48	0.96	0	-0.08
0.17	0.69	-1.66	0.37	0.39	-1.26	0.57	0.18	-0.86	0.77	0.05	-0.46	0.97	0	-0.06
0.18	0.67	-1.64	0.38	0.38	-1.24	0.58	0.18	-0.84	0.78	0.05	-0.44	0.98	0	-0.04
0.19	0.66	-1.62	0.39	0.37	-1.22	0.59	0.17	-0.82	0.79	0.04	-0.42	0.99	0	-0.02
0.2	0.64	-1.6	0.4	0.36	-1.2	0.6	0.16	-0.8	0.8	0.04	-0.4	1	0	0

Fuente: creación propia

Nota: La variación de la pendiente en el intervalo [0,1], resultados de GeoGebra. de lo cual se observa que va decreciendo va decreciendo de manera continua (en caso de trabajar con infinitesimales) desde -1.98 hasta llegar a 0.

De lo observado en GeoGebra figura 7 y la tabla 7 genera otra tabla de resultado que deberá su creación a la participación de los estudiantes y la formalización que deberá darse a estos nuevos resultados.

Tabla 8

Resumen de la tabla (7).

Grupo 1
- Los valores de $f(x)$ decrecen continuamente, en la medida que x se acerca a 1 por la izquierda - Los valores de $f(x)$ decrecen continuamente, en la medida que x se acerca a 1 por la derecha - La derivada de f en el intervalo $]0,1[$ toma siempre valores negativos, que se van aproximando de forma continua a cero en la medida que x se aproxima a 1 por la izquierda - La derivada de f en el intervalo $]1,2[$ toma siempre valores positivos, que se van aproximando de forma continua a cero en la medida que x se aproxima a 1 por la derecha. - La derivada de f cuando $x = 1$ es igual a cero - La recta tangente en el punto $P(1,0)$ es una recta horizontal. - El valor de $f(1) < f(x)$ para todos los valores para $x \in [0,2]$

Nota: resultados de las dos tablas que se espera obtener luego de la segunda situación didáctica.
Fuente: creación propia

Tabla 9

De los resultados obtenidos en la tabla (8) de los cuatro grupos

Grupos	Variación continua del dominio	Variación continua de la imagen
1	$x_{i-1} < x_i$	$f(x_{i-1}) > f(x_i)$
2	$x_{i-1} < x_i$	$f(x_{i-1}) > f(x_i)$
3	$x_{i-1} < x_i$	$f(x_{i-1}) > f(x_i)$
4	$x_{i-1} < x_i$	$f(x_{i-1}) > f(x_i)$

Nota: Los resultados de la tabla Nº 07 en notación de limite

Fuente: creación propia

Con lo cual llegamos a los siguientes resultados. Dado $f: I \subset R \longrightarrow R$,una función real definimos:

1. $f\ es\ creciente\ en\ I$ si $f(x) < f(y)$ siempre que $\forall x, y \in I,$ con $x < y$
2. $f\ es\ decrecien\ en\ I$ si $f(x) > f(y)$ siempre que $\forall x, y \in I,$ con $x < y$
3. Una función siempre creciente o decreciente es llamada función $monótona$.

Los resultados obtenidos por los grupos también llevan a los siguientes resultados, que vienen a ser corolarios:

4. Si $f' < 0$ en el intervalo I, entonces $f\ es\ \ decreciente$.
5. Si $f' > 0$ en el intervalo $I,$ entonces $f\ es\ creciente$.

Asimismo, se observarán dos intervalos uno donde es creciente y otro donde es decreciente y el punto donde la derivada cambia de signo de positiva a negativa (o de negativo a positivo según el problema) es el punto donde la derivada toma el valor de cero. Es este punto en particular a quien le definiremos como máximo o mínimo

6. Diremos que x_0 es un *máximo local* de f si existe una vecindad de $V(x_0) \subset I$ tal que $f(x_0) \geq f(x),\ \ \forall x \in I$.
7. Diremos que x_0 es un *mínimo local* de f si existe una vecindad de $V(x_0) \subset I$ tal que $f(x_0) \leq f(x),\ \ \forall x \in I$.

De la tabla podemos concluir al siguiente Teorema que dice: Dado f una función continua en $I = [a, b] \subset R$ y diferenciable en el abierto, si f tiene un extremo local en un punto $x_0 \in\ ]a, b[$, entonces $f'(x) = 0$.

siempre preguntando a los estudiantes que traten de ver sus resultados y comprobar con los resultados que se presentan con el docente.

V. RESULTADOS

5.1. Resultados descriptivos.

Al realizar el análisis de los resultados de la creación de situaciones didácticas en el aprendizaje de extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la FIQ de la UNAC se tomó en consideración lo siguiente:

Las variables que se estudiaron fueron:

Y: Aprendizaje de extremos relativos de valores reales

X: Situaciones didácticas

Siendo las dimensiones del aprendizaje de extremos relativos de valores reales los siguientes:

Y_1: La derivada

Y_1: Puntos críticos

Y_1: Funciones monótonas

Y_1: Criterio de la primera derivada

Los ítems que formaron el instrumento tanto para el Pre-Test como para el Post Test se designaron considerando la escala de Likert como se muestra en la tabla siguiente:

Tabla 10

Escala de calificación de la variable aprendizaje de extremos relativos de funciones reales

TOTALMENTE NECESARIO	NECESARIO	PARCIALMENTE DE NECESARIO	NO NECESARIO	TOTALMENTE INNECESARIO
5	4	3	2	1

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11

Consolidado del puntaje de la variable Aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de variable real y sus dimensiones

Variable / Dimensión	# de Items	P.T.Min	P.T.Max
Aprendizaje de los extremos relativos	**16**	**16**	**80**
La derivada	4	4	20
Puntos críticos	4	4	20
Funciones monótonas	4	6	20
Criterio de la derivada	4	4	20

Nota: T.Min puntaje mínimo, P.Max máximo, P.T.Max. Puntaje máximo

Fuente: Elaboración propia

Al calificar los Niveles de Aprendizaje de los extremos relativos de las funciones reales de variable real y sus dimensiones, se tomó en cuenta los puntajes totales de la encuesta que fue el instrumento aplicado para la presente investigación, tomando como criterios los siguientes intervalos.

Tabla 12

Niveles de Aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de variables reales.

Niveles	Intervalo de Puntajes Totales
Muy Malo	**[16.00 –28.80>**
Malo	**[28.80–41.60>**
Regular	**[41.60 – 54.40>**
Bueno	**[54.40 – 67.20>**
Muy Bueno	**[67.20– 80.00]**

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13

Niveles de las dos primeras dimensiones del aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real

NIVELES	INTERVALO DE PUNTAJES TOTALES
Muy Malo	**[05.00 –09.00>**
Malo	**[09.00–13.00>**
Regular	**[13.00 – 17.00>**
Bueno	**[17.00 – 21.00>**
Muy Bueno	**[21.00– 25.00]**

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14

Niveles de las dos últimas dimensiones del Aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real.

NIVELES	INTERVALO DE PUNTAJES TOTALES
Muy Malo	**[06.00 –10.80>**
Malo	**[10.80–15.60>**
Regular	**[15.60 – 20.40>**
Bueno	**[20.40 – 25.20>**
Muy Bueno	**[25.20– 30.00]**

Fuente: Elaboración propia

5.1.1 Análisis descriptivo de la variable aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real, en el pretest.

Tabla 15:

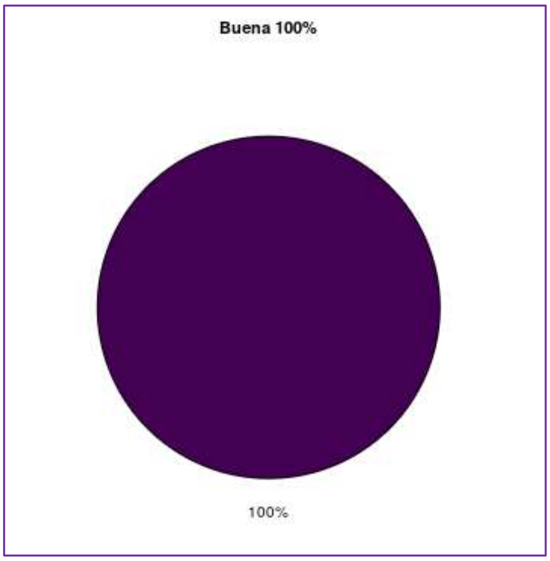
Aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real con el método tradición (sin situaciones didácticas)

NIVELES	FRECUENCIAS	PORCENTAJE (%)	PORCENTAJE ACUMULADA (%)
Buena	80	100.0	100.0

Fuente: Elaboración propia

Figura 9

Aprendizaje de extremos con método tradicional



Nota: Aprendizaje de extremos relativos de funciones reales

De la tabla 15 y figura 8, se desprende que respecto a los niveles de aprendizaje de extremos relativos de las funciones reales de valor real en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021, el 100% de los encuestados consideran que es Buena.

Tabla 16:

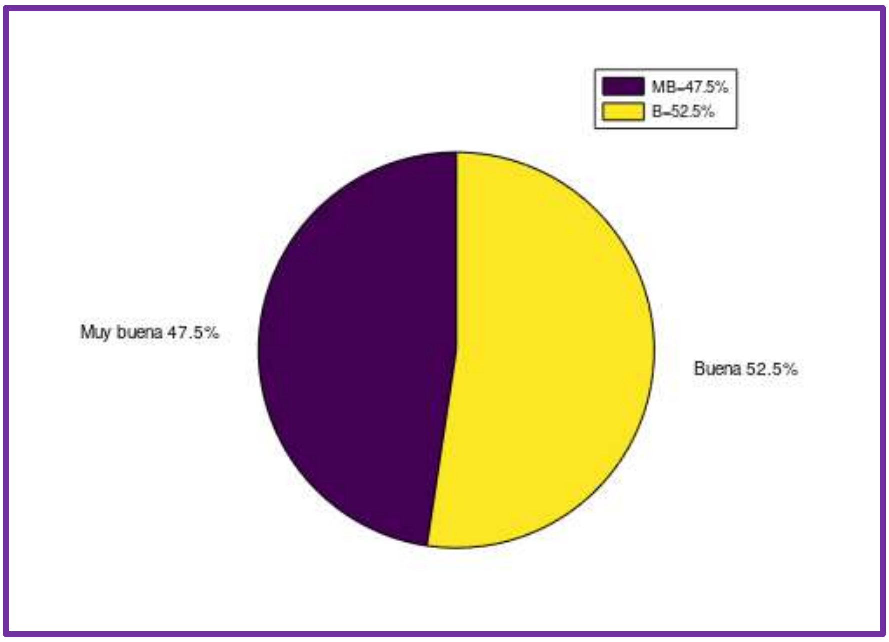
Aprendizaje de la derivada de funciones reales de valor real en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

Niveles	Frecuencias	Porcentaje (%)	Porcentaje Acumulada (%)
Buena	42	52.5	52.5
Muy Buena	38	47.5	100.0
Total	**80**	**100.0**	

Fuente: Elaboración propia

Figura 10

Aprendizaje de la derivada



Nota: La grafica es explicita con respecto al aprendizaje de la derivada.

La tabla 16 y figura 9, nos muestran que los niveles de aprendizaje de la derivada de modo tradicional sin apoyo de una situación didáctica en los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021 A, solo el 47,5% lo consideran muy buena y un 52,5% buena.

Tabla 17

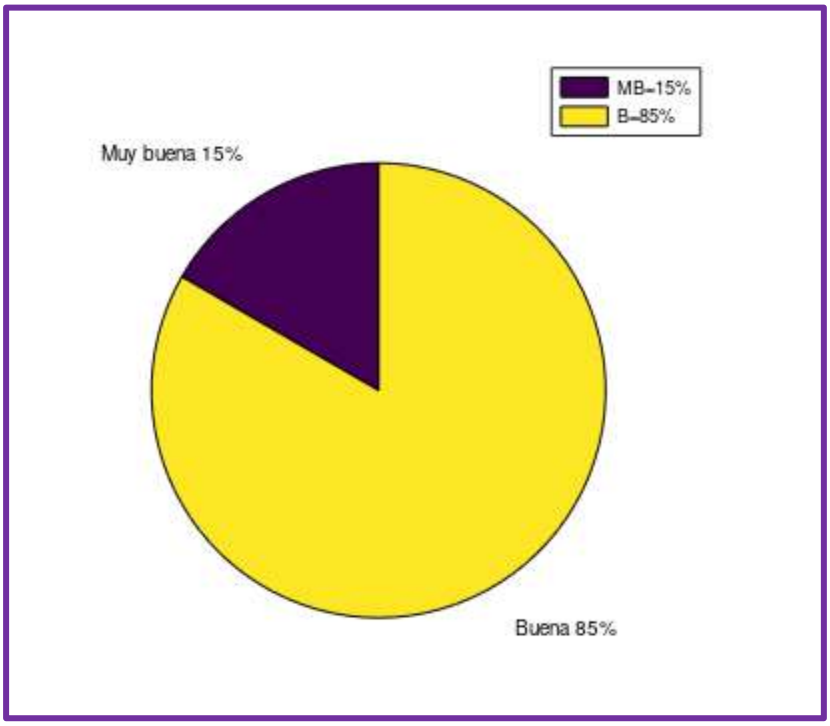
Aprendizaje de puntos crítico de funciones reales sin situaciones didácticas en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

Niveles	Frecuencias	Porcentaje (%)	Porcentaje Acumulada (%)
Buena	68	85	85
Muy Buena	12	15	100.0
Total	80	100.0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 10

Aprendizaje de puntos críticos



Nota: Aprendizaje de puntos críticos es buen en un 85%

En la tabla 17 y figura 10, que, respecto a los niveles de aprendizaje de los puntos críticos de funciones reales sin presentar situaciones didácticas, solo con el método de exposiciones en el curso de matemática I, de los estudiantes de la FIQ de la UNAC en el semestre 2021A: el 8.5% considera que es buena, y solo el 15%, muy buena.

Tabla 18

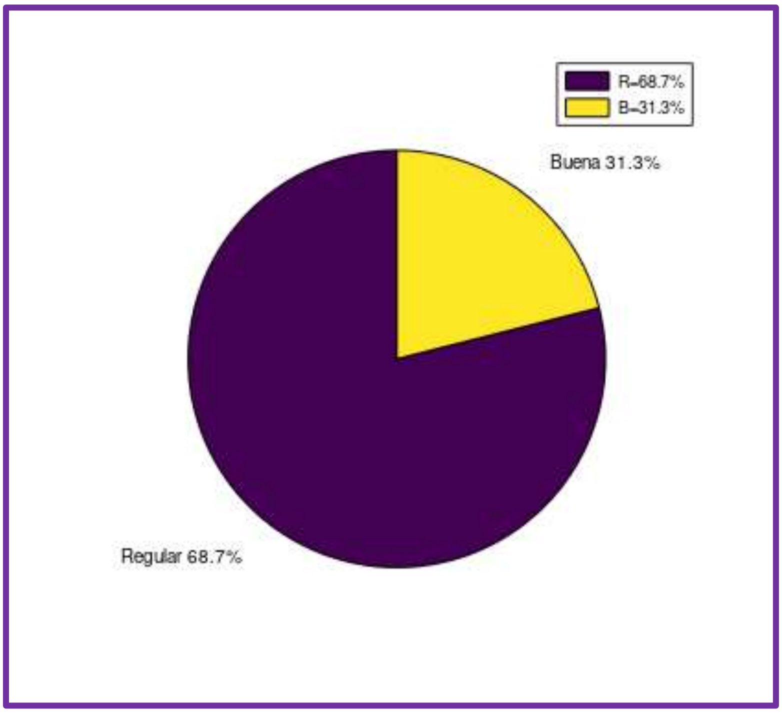
Aprendizaje de las funciones monótonas sin situaciones didácticas en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

Niveles	Frecuencias	Porcentaje (%)	Porcentaje Acumulada (%)
Regular	55	68.7	68.7%
Buena	25	31.3	100.0
Total	80	100.0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 11

Aprendizaje de funciones monótonas



Nota: Aprendizaje de funciones monótonas sin presentar situaciones didácticas.

De la tabla 18 y figura11, en referencia a los niveles de aprendizaje de funciones monótonas de forma expositivas sin situaciones didácticas en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021: el 68.7% de los considera que regular, mientras el 31.3%, buena.

5.1.2 Análisis descriptivo de la variable aprendizaje de los extremos relativos en la etapa post test.

Tabla 19

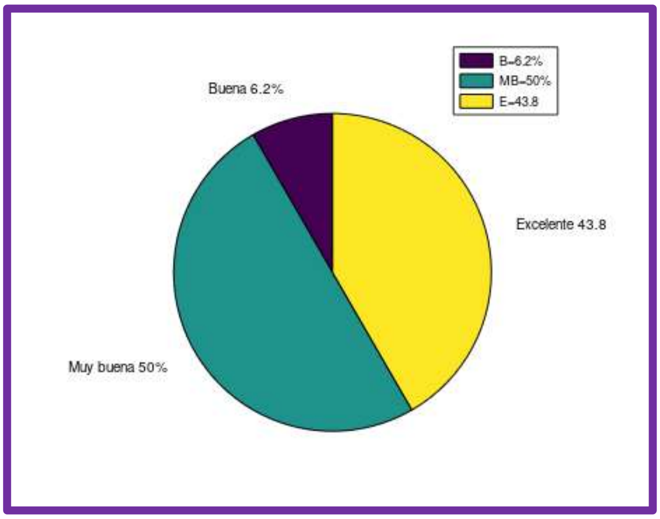
Aprendizaje de la derivada de funciones presentado situaciones didácticas en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

Niveles	Frecuencias	Porcentaje (%)	Porcentaje Acumulada (%)
Buena	5	6.2	6.2
Muy Buena	40	50.0	56.2
Excelente	35	43.8	100.0
Total	**80**	**100.0**	

Fuente: Elaboración propia

Figura 12

Aprendizaje de la derivada presentando situación didáctica



Nota: Aprendizaje de la derivada con situación didáctica los estudiantes consideran excelente.

La tabla 19 y figura 13, pone de manifiesta los niveles de aprendizaje de la derivada mediante situaciones didáctica, en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021: el 43.8% de lo considera que es excelente, el 50%, Muy Buena; y solo el 6.2%, buena.

Tabla 20

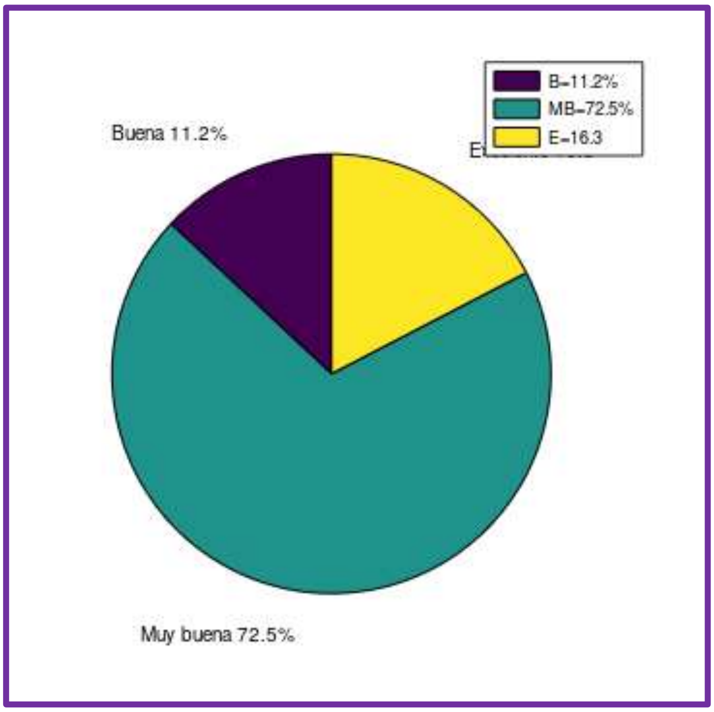
Aprendizaje de los puntos críticos mediante situaciones didácticas en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

Niveles	Frecuencias	Porcentaje (%)	Porcentaje Acumulada (%)
Buena	9	11.2	11.2
Muy Buena	58	72.5	83.7
Excelente	13	16.3	100.0
Total	80	100.0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 13

Situación didáctica para el aprendizaje de puntos críticos



Nota: la gráfica nos permite observar que se observa la excelencia con respecto al método de situación didáctica

La tabla 20 y figura 14, en referencia a los niveles de aprendizaje de funciones monótonas desarrollado mediante situación didáctica de la FIQ de la UNAC 2021; el 11.2% de los considera excelente, el 72.5%, muy buena; y el 11.2%, buena.

Tabla 21

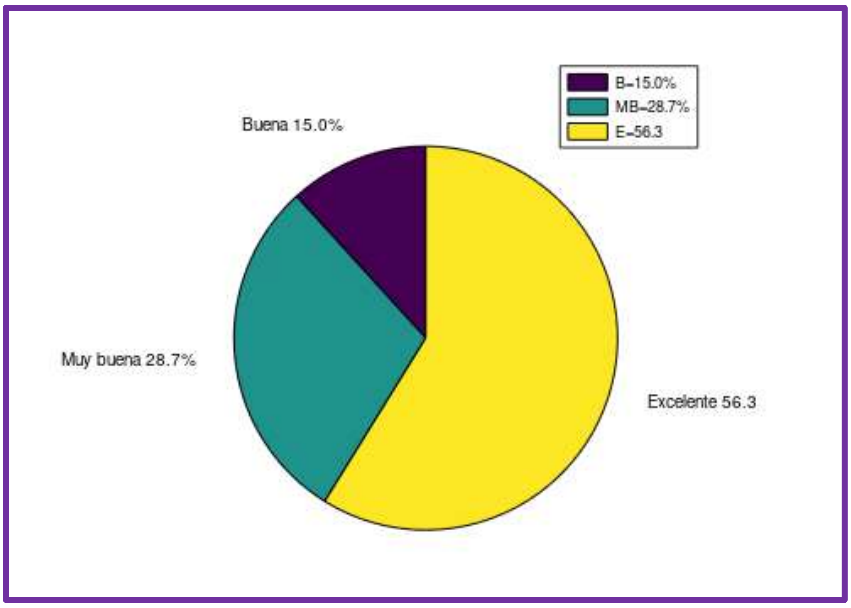
Aprendizaje de las funciones monótonas mediante situación didáctica en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

Niveles	Frecuencias	Porcentaje (%)	Porcentaje Acumulada (%)
Buena	12	15.0	15.0
Muy Buena	23	28.7	43.7
Excelente	45	56.3	100.0
Total	80	100.0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 14

Situación didáctica para funciones monótonas



Nota: Aprendizaje de funciones monótonas mediante situación didáctica se observa el aumento de la parte excelencia.

La Tabla 21 y Figura 15, en referencia a los niveles de aprendizaje de las funciones monótonas mediante situaciones didácticas en la FIQ de la UNAC 2021; donde el 56.3% los considera excelente, el 28.7%, muy buena; mientras que el 15.0%, buena**.**

Tabla 22

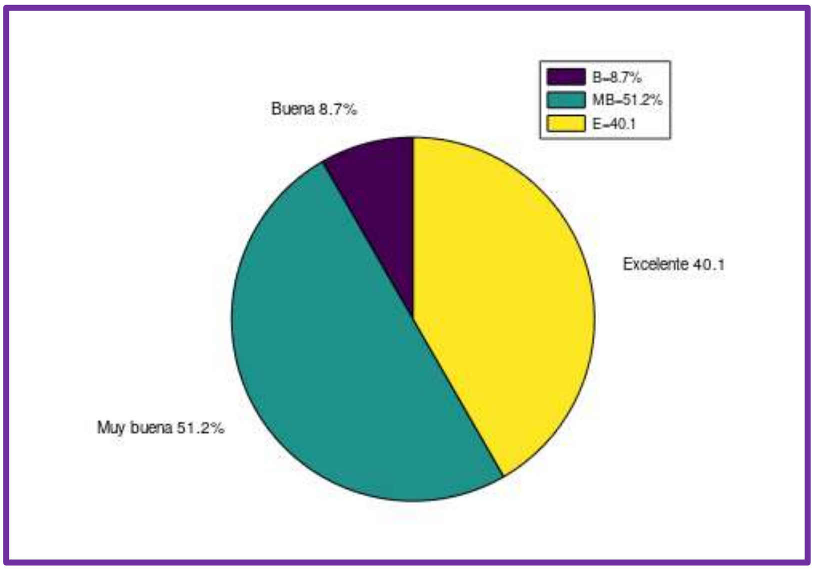
Aprendizaje de extremos relativos con situaciones didácticas en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

Niveles	Frecuencias	Porcentaje (%)	Porcentaje Acumulada (%)
Buena	7	8.7	8,7
Muy Buena	41	51.2	59.9
Excelente	32	40.1	100.0
Total	80	100.0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 15

Situación didáctica para extremos relativos



Nota: Aprendizaje de funciones extremos relativo mediante situaciones didácticas en estudiantes de la FIQ de la UNAC; 2021.

La tabla 22 y Figura 15, en referencia a los niveles de aprendizaje de extremos relativos con situaciones didácticas en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021; el 51.2% manifiesta que es muy buena, el 40.1% excelente; y el 8.7%, buena.

5.1.3 Análisis descriptivo de la variable situación didáctica en el aprendizaje de extremos relativos

Tabla 23

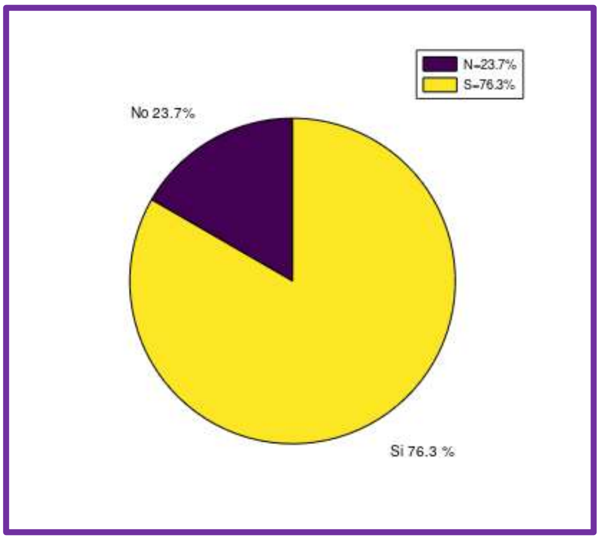
Alumnos de la FIQ de la UNAC que cuentan con el software GeoGebra.

Niveles	Frecuencias	Porcentaje (%)	Porcentaje Acumulada (%)
No	19	23.7	23.7
Si	61	76.3	100.0
Total	80	100.0	

Fuente: Elaboración propia

Figura 16

Instalación del software GeoGebra



Nota: La gran mayoría de los estudiantes cuentan con el software ya que no tiene costo.

La tabla 23 y figura 16, se observa que los estudiantes tienen el GeoGebra en computadora 2021; el 76.3% de los encuestados contestó Sí; y el 23.7%, No

5.2. Resultados inferenciales

5.2.1 Bases teóricas para la contratación de hipótesis

Mediante la prueba por rangos de Wilcoxon

$$\begin{cases} H_0: No\ se\ induce\ cambios\ significativos\ en\ los\ resultados \\ H_1: Se\ induce\ cambios\ positivos\ significativos\ en\ los\ resultados \end{cases}$$

La prueba de Wilcoxon que se desarrolló es una prueba de rangos asignados, siendo una prueba de Hipótesis no paramétrica se puede presentar la hipótesis de manera simbólica por:

Hipótesis

$$\begin{cases} \mathbf{H_0:}\ \boldsymbol{Me_2 \leq Me_1} \\ \mathbf{H_1:}\ \boldsymbol{Me_2 > Me_1} \end{cases}$$

Donde:

$\boldsymbol{Me_1}$: Representa la mediana del puntaje del primer grupo sin el uso de situación didáctica

$\boldsymbol{Me_2}$: Representa el puntaje del segundo grupo luego de aplicar la situación didáctica

La prueba de hipótesis por el método de rangos asignados de Wilcoxon presenta la siguiente metodología.

Notación de las variables y operaciones iniciales

Sean las $n-\ adas\ \vec{\boldsymbol{x}} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ y $\vec{\boldsymbol{y}} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ que denotan las puntuaciones de las variables estudiadas (Pre-Test y Post-Test), de donde se obtiene los rangos (siendo los rangos valores asignados correspondientes al orden que ocupan las puntuaciones)

Se estableció los rangos y/o empates y suma de rangos con el apoyo de software estadístico SPSS.

Tabla 24

Rangos y/o empates determinados:

Rangos y/o empates	$\boldsymbol{N_i}$	**Suma de Rangos de las diferencias**
Número de Rangos Positivas	a	T^+
Número de Rangos Negativos	$N - a$	T^-
Número de Empates	m	$\dots$
Total ($\boldsymbol{n}$)	n	$N(N+1)/2$

Fuente: Elaboración propia

Siendo

$T^+ =$ Suma de rangos de diferencias positivos.

$T^- =$ Suma de rangos de diferencias negativas.

$N =$ Número de diferencias no cero.

$n =$ Número total de pares de datos (Tamaño de Muestra).

$m =$ Número de empates (Número de diferencias cero)

$n = m + N$

$$T^+ + T^- = \frac{N(N+1)}{2} \Rightarrow T^- = \frac{N(N+1)}{2} - T^+$$

Se establece el nivel de significancia α, donde:

α es la probabilidad de desestimar H_0 (hipótesis nula), cuando H_0 es cierto.

La regla de decisión y el estadístico de prueba.

Si la muestra es grande $(N > 15)$ se determina el valor de $\boldsymbol{Z}$, siendo la normal estándar aproximadamente de la siguiente forma.

$$\boldsymbol{Z} = \frac{T^{+} - \frac{N(N+1)}{4}}{\sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}} - \frac{1}{2}G$$

Donde

$$G = \sum_{j=1}^{m} t_j(t_j - 1)(t_j + 1)$$

Siendo:

$\boldsymbol{t_j}$ = Número de rangos empatados en el grupo j

m =Número de agrupaciones de diferencias empatadas.

T^{+} =Suma de rangos de diferencias positivas.

Si fuera el caso de que no hay empates de los valores de las variables, entonces $G = 0$.

Determinar el valor de significancia $\boldsymbol{p}$ que relaciona al valor $\boldsymbol{z = Z}$ mediante el uso de la distribución Normal

Siendo:

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{Z} > \boldsymbol{z})$$

Elección:

Cuando $\boldsymbol{p} < \boldsymbol{\alpha}$, se rechaza $\boldsymbol{H_0}$, es de esperar que el valor de significancia $\boldsymbol{p}$ relacionado al valor calculado $\boldsymbol{Z}$ es menor que $\boldsymbol{\alpha}$, por tal motivo se rechaza $\boldsymbol{H_0}$.

Mediante el software estadístico SPSS, se determinaron los cálculos anteriores mencionados, los cuales se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 25

Estadístico de prueba:

Estadístico de Prueba	Prueba Bilateral	Prueba Unilateral
$\boldsymbol{Z}$	P_0	$P_0/2$

Fuente: Elaboración propia

Paso seguido se plantea la regla de decisión:

Regla de Decisión

Prueba de Hipótesis Unilateral:

$$\begin{cases} \boldsymbol{H_0}: \boldsymbol{M_{e_2}} \leq \boldsymbol{M_{e_1}} \\ \boldsymbol{H_1}: \boldsymbol{M_{e_2}} > \boldsymbol{M_{e_1}} \end{cases}$$

Luego si $\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{2}} < \boldsymbol{\alpha}$, se rechaza $\boldsymbol{H_0}$.

5.2.2 Contrastación de la hipótesis general

Hipótesis General

H_1: La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC

H_0: La aplicación de las situaciones didácticas no favorece significativamente el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC

Para confrontar la hipótesis se hiso uso de la prueba de “rangos de asignados de Wilcoxon”, basados en las medianas de la suma de puntajes de la encuesta PRE (sin presentación de situaciones didácticas) y POST TEST (desarrollo de clase con situaciones didácticas) a los estudiantes de la FIQ de la UNAC del 2021.

Los valores que se observan en la tabla 26 se obtuvieron con el software estadístico SPSS versión 23.0

Tabla 26

Rangos y suma de rango de puntajes totales de encuestados sobre la sensación de su aprendizaje sobre extremos relativos.

Rangos y/o empates	**Rango, N_i**	**Suma de rangos de las diferencias**
Número de rangos positivas	80	3240.0
Número de rangos negativos	0	0.0
Número de empates	0	-----------
Total ($\boldsymbol{n}$)	80	

Fuente: Elaboración propia

Siendo: $n = N + m = 80 + 0 = 80$

Consolidando el nivel de significancia α, para $\alpha = 0.05$.

Donde α es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula $\boldsymbol{H_0}$, cuando esta hipótesis $\boldsymbol{H_0}$, es verdadero.

Con la ayuda también del software estadístico SPSS los cálculos a realizarse y que fueron indicados anteriormente, lo ubicamos en la tabla de la siguiente forma:

Tabla 27

Niveles de significancia.

Estadístico de Prueba	Prueba Bilateral	Prueba Unilateral
Valor Calculado, Z	Valor de Significancia P_b	Valor de significancia $P = \frac{P_b}{2}$
7.777	0.000	0.000

Fuente: Elaboración propia

Se concluye:

Siendo $p = 0.000 < \alpha = 0.05$, se rechaza H_0, con lo cual existe evidencias estadísticas para aseverar que, la aplicación de situaciones didáctica mejora significativamente el aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real en estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

5.2.3. Contrastación de las hipótesis secundarias

Primera Hipótesis Secundaria

H_1: La aplicación de situaciones didácticas mejora significativamente el aprendizaje de la derivada de una función real de valor real en los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

H_0: La aplicación de situaciones didácticas no mejora significativamente el aprendizaje de la derivada de una función real de valor real en los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

Con la ayuda del software estadístico SPSS 23.0 se tienen los siguientes valores que ubicamos en la tabla:

Tabla 28

Rangos y suma de rango de puntajes totales de encuestados en estudio sobre la impresión de la derivada.

Rangos y/o empates	N_i	Suma de Rangos de las diferencias
Numero de Rangos Positivas	61	21.5
Numero de Rangos Negativos		2290.5
Número de Empates	16	-----------
Total (n)	**80**	

Fuente: Elaboración propia

Establecido el nivel de significancia $\boldsymbol{\alpha = 0.05}$.

Aplicando el software estadístico SPSS los cálculos indicados se ubican en la tabla siguiente:

Tabla 29

Tabla de indicadores del nivel de significancia

Estadístico de prueba	Prueba bilateral	Prueba unilateral
Valor determinado $\boldsymbol{Z}$	Valor de significancia, $\boldsymbol{P_b}$	Valor de significancia, $\boldsymbol{P = \frac{P_b}{2}}$
6.952	0.000	0.000

Fuente: Elaboración propia

Con lo cual si $P = 0.000 < 0.05$, entonces se rechaza H_0, de tal forma que podemos aseverar que existe certezas estadísticas para afirmar que, la aplicación de situación didáctica como medio mejora significativamente el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de la FIQ de la UNAC. para el aprendizaje de la derivada l uso del software GeoGebra mejora significativamente el aprendizaje de las Funciones Circulares en los estudiantes de la Facultad de Ingeniería Química de la UNAC.

Segunda Hipótesis Secundaria

$\boldsymbol{H}_1$: La aplicación de situaciones didáctica contribuye significativamente en el aprendizaje de puntos críticos de funciones reales de valor real en los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

$\boldsymbol{H}_0$: La aplicación de situaciones didáctica no contribuye significativamente en el aprendizaje de puntos críticos de funciones reales de valor real en los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021

Aplicando el software estadístico SPSS 20.0 se tienen los siguientes valores que se presentan en la tabla 30

Tabla 30

Rangos y suma de rango de puntajes totales sobre la impresión de su aprendizaje de los puntos críticos.

Rangos y/o empates	$\boldsymbol{N_i}$	Suma de Rangos de las diferencias
Numero de Rangos Positivas	72	2983.0
Numero de Rangos Negativos		42.0
Número de Empates	4	-----------
Total(n)	**80**	

Fuente: Elaboración propia

Estableciendo el nivel de Significancia $\alpha = 0.05$

Desarrollando la prueba estadística en el software estadístico SPSS los cálculos que se indican, lo presentamos en la siguiente tabla:

Tabla 31

Tabla de indicadores del nivel de significancia

Estadístico de Prueba	Prueba Bilateral	Prueba Unilateral
Valor Calculado, $\boldsymbol{Z}$	Valor de significancia P_b	Valor de significancia, $P = \frac{P_b}{2}$
7.460	0.000	

Fuente: Elaboración propia

Siendo $P = 0.000 < \alpha = 0.0$, se desaprueba o rechaza la hipótesis H_0, con lo cual se evidencia por el resultado estadístico, que la aplicación de situación didáctica contribuye significativamente en el aprendizaje de puntos críticos en los estudiantes de la FIQ de la UNAC en el 2021.

Tercera Hipótesis Secundaria

$\boldsymbol{H}_1$: La aplicación de situaciones didácticas mejora significativamente el aprendizaje de funciones monótonas en los estudiantes los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

$\boldsymbol{H_0}$: La aplicación de situaciones didácticas no mejora significativamente el aprendizaje de funciones monótonas en los estudiantes los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021

Mediante el software estadístico SPSS se obtienen los valores que se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 32

Rangos y suma de rango de los puntajes totales sobre su impresión del aprendizaje de funciones monótonas.

Rangos y/o empates	N_i	Suma de Rangos de las diferencias
Numero de rangos positivas	75	2985.0
Numero de rangos negativos	0	41
Número de empates	4	-----------
Total (n)	**80**	

Fuente: Elaboración propia

Establecido el nivel de significancia en $\alpha = 0.05$

Trabajando los datos con software estadístico SPSS se determinan los siguientes resultados que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 33

Tabla de indicadores del nivel de significancia

Estadístico de Prueba	Prueba Bilateral	Prueba Unilateral
Valor Calculado, $\boldsymbol{Z}$	Valor de Significancia, P_b	Valor de significancia, $P = \frac{P_b}{2}$
7.674	0.000	0.000

Fuente: Elaboración propia

Se concluye que:

Como el valor de $P = 0.000 < \alpha = 0.05$ nos lleva a rechazar la hipótesis nula H_0, es decir el estadístico evidencia que la aplicación de situación didáctica mejora significativamente el aprendizaje de funciones monótonas en los estudiantes de la FIQ de la UNAC en el 2021 A.

Cuarta Hipótesis Secundaria

H_1: La aplicación de situaciones didácticas mejora significativamente el aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real en los estudiantes los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021.

H_0: La aplicación de situaciones didácticas no mejora significativamente el aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real en los estudiantes los estudiantes de la FIQ de la UNAC 2021

Mediante el software estadístico SPSS se obtienen los valores que se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 34

Rangos y suma de rango de los puntajes totales sobre su impresión del aprendizaje de extremos relativos.

Rangos y/o empates	N_i	Suma de Rangos de las diferencias
Numero de rangos positivas	75	2975.0
Numero de rangos negativos	0	40
Número de empates	3	-----------
Total (n)	**80**	

Fuente: Elaboración propia

Establecido el nivel de significancia en $\alpha = 0.05$

Trabajando los datos con software estadístico SPSS se determinan los siguientes resultados que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 35

Tabla de indicadores del nivel de significancia

Estadístico de Prueba	Prueba Bilateral	Prueba Unilateral
Valor Calculado, Z	Valor de Significancia, P_b	Valor de significancia, $P = \frac{P_b}{2}$
7.567	0.000	0.000

Fuente: Elaboración propia

Se concluye que:

Como el valor de $P = 0.000 < \alpha = 0.05$ nos lleva a desestimar la hipótesis nula H_0, con lo cual el estadístico evidencia que la aplicación de situación didáctica mejora significativamente el aprendizaje de extremos relativos en los estudiantes de la FIQ de la UNAC en el 2021 A.

VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados

De los resultados al aplicar la primera y segundo cuestionario se tiene los siguiente; en el primer cuestionario se observó que los estudiantes no comprenden los infinitesimales no ven la trascendencia cuando se dice $h \to 0$, más aún algunos piensan que no es necesario, se enfocan en operar y obtener un resultado.

Posteriormente luego de presentado las cuatro situaciones didácticas todas ellas siguiendo los pasos para comprender los extremos relativos, se presentó en la primera situación el hecho de determinar la derivada en una presentación de GeoGebra y la tabla de los resultados en valores próximos al punto donde se pretende determinar la derivada.

Los estudiantes solo manipularon los resultados y comprobaron los cambios que se presentan en las proximidades del punto en especial y logran comprender la importancia de los infinitesimales y sobre todo que si h tiene a cero, no es igual a decir $h = 0$, que jamás toma el valor de $cero$.

Asimismo, se observa que ellos logran dar resultados muy próximos a las definiciones de derivada, función monótona, creciente, de forma natural observando el comportamiento de la función. Cabe mencionar que las situaciones que se presentaron fueron las mismas para los cuatro grupos, solo se cambiaron los datos, dando el mismo tiempo a cada uno de los grupos.

De la misma forma comprueba que ellos manejan la información que se presenta en cada una de las situaciones, pero temen aun manifestar lo aprendido, por temor a equivocarse, pero cabe mencionar el software GeoGebra que se usó para presentar las diferentes situaciones didácticas es dinámico y libre para descargar, por lo cual todos pueden participar, y ver los cambios que se presentan.

Cabe mencionar que al presentar las diferentes situaciones didácticas los estudiantes se sienten motivados ya que verifican los resultados que se presentaron en Excel y como se observa las cuatro hipótesis propuestas se llegan a verificar, es decir le logra aprendizaje significativo en la derivada, función creciente, monótonas y por último en el aprendizaje de extremos relativos de funciones reales de valor real.

El aprendizaje obtenido es considerado significativo ya que ellos logran internalizar y hacer propios estos conceptos, ciertamente el método de situación didáctica tiene como base el método constructivista. Y las cuatro hipótesis planteadas se llevan a verificar.

6.2 Contrastación de los resultados con otros estudios realizados.

En referencia los estudios internacionales, Marroquín (2019) concluye que mediante situación didáctica el estudiante logra representar un objeto matemático con varios registros, algebraico, geométrico y verbal. La presente investigación reafirma lo que manifiesta Marroquín, ya que se le presenta la situación didáctica usando en registros gráfico y se busca una representación algebraica, con algunas deficiencias ya que son ingresantes que no tienen madures matemática, con el apoyo en clase y participación de todos en aula se logra llegar a una definición de la derivada de manera natural así ellos logran internalizar la definición sin necesidad de memorizar.

Por otro lado, Mendoza (2018) quien concluyo que le fue de gran ayuda las situaciones didácticas para comprender cual es la base que tienen los estudiantes con respecto a la factorización. En el trabajo desarrollado también se pudo observar que los alumnos no dan importancia a los valores infinitesimales y mucho menos al hecho de ser función creciente o decreciente base para la definición de función monótona y por tanto para después comprender la convergencia de series. Luego de plantear la situación didáctica de función creciente o decreciente el estudiante observa la continuidad y el concepto de vecindad, por tanto, los conceptos de cercanía asumen su verdadero valor y comprensión por parte de los estudiantes.

Por su parte González (2015) analiza el rol que tiene la visualización para el aprendizaje de las funciones trigonométricas y concluye que la visualización potencia la compresión de las funciones trigonométrica. Observamos en el presente trabajo que efectivamente el estudiante se siente cómodo trabajando con graficas dinámicas, y su participación es activa, con lo cual logra construir su aprendizaje y favorece el registro de representación como menciona el autor.

Mientras que San Martín (1942) observa una mejoría en el aprendizaje de funciones seno, coseno aplicando situaciones didácticas en el aprendizaje se funciones seno y coseno. En la investigación se observa que luego se aplica una practica dirigida de aplicaciones de la derivada y los estudiantes se sienten cómodos y seguros de los pasos que deben seguir observando una mejoría con respecto a sus resultados de evaluación.

Con respecto a trabajos nacionales mencionamos a Núñez (2016), menciona que contextualizar los problemas cuadráticos es de suma importancia para activar la participación de los estudiantes, y poder observar las diferentes formas que tienen los estudiantes de enfrentar un problema, en el trabajo de investigación también se pudo observar que los estudiantes aprenden de diferentes formas, lo cual es favorable en las situaciones didácticas porque todos aportan y a partir del error y corrección llegan a resultados precisos.

Asimismo, Advíncula (2018) en su estudio sobre la enseñanza de funciones exponenciales mediante situación didáctica, llego a la siguiente conclusión; los estudiantes presentan los mismos obstáculos mencionados por Brousseau, es decir el cambio de representación semiótica, de algebraica a geométrica y literaria, sobre todo la gráfica de funciones exponenciales. En la presente investigación se observó esta dificultad, de expresar mediante limites los conceptos de derivada y su aplicación para determinar máximo y mínimos. Pero cabe mencionar que cuando se institucionaliza los conceptos el estudiante se siente cómodo porque observa las cantidades obtenidas y la grafica me permite visualizar las definiciones.

6.3 Responsabilidad ética

Como responsable de la presente investigación, me responsabilizo por la información presentada y desarrollada, de acuerdo con el Reglamento del **Código de Ética de la Investigación de la UNAC,** aprobada con Resolución de Consejo Universitaria N.º 260-2019-CU. En el cual se indica los principios éticos tales como las normas conductuales, Al mismo tiempo manifiesto estar de acuerdo con el reglamento que reconoce la investigación como función esencial y obligatoria en la Universidad Nacional del Callao, Por tal razón asumo la responsabilidad del procedimiento, diseño, desarrollo, conclusiones y evaluación de la investigación. En ese sentido el investigador se actualiza sus conocimientos continuamente y destina un tiempo necesario y suficiente para llevar a desarrollar sus trabajos de investigación.

CONCLUSIONES

Con la presente investigación se llego a las siguientes conclusiones:

1.- Los estudiantes se sienten cómodos cuando trabajan con situaciones didácticas, ya que le permite ver registros de representación algebraica geométrica de forma dinámica a partir del uso del GeoGebra.

2.- Los nuevos conceptos de derivada, función creciente, monotonía y extremos relativos, logran internalizarse en el estudiante y el conflicto cognitivo, se va desvaneciendo de manera natural, ya que se logra apreciar los cambios de forma gráfica y cuantitativa.

3.-Si bien no llegan a institucionalizar los conceptos, se llega a ellos de manera natural con el apoyo de ellos, de tal suerte que ellos sienten que son parte de la generación del conocimiento y la sesión de clase se vuelve dinámica.

4.-Es probable que algunos estudiantes no cuenten con una computadora para poder manejar el software GeoGebra, y solo participe de forma visual, pero si se fija en el contrato didáctico un puntaje de trabajo en equipo, ellos se organizan y se apoyan de tal suerte que todos cumplan una función.

RECOMENDACIONES

1. Realizar antes del cada tema a desarrollar un diagnóstico, sobre la base que presentan los estudiantes en referencia a los temas anteriores necesarios para el nuevo tema, y desterminar los puntos álgidos que podrían generar problemas al desarrollar el nuevo tema.
2. Definir de forma precisa el contrato didáctico, es decir la forma en cómo se desarrollará la clase la forma de evaluar y los tiempos, para no generar conflicto con los estudiantes, ya que ellos siempre exigirán mejores notas, pero si el contrato fue claro, ya no reclamaran.
3. El método de enseñanza de situación didáctica es efectivo como se aprecia en los resultados obtenidos, pero se hace necesario de una preparación por parte de todos los docentes que dictan el curso, para diseñar los cuatro pasos para las diferentes situaciones didácticas y a didácticas.
4. Seguir capacitando a la plana docente con respecto a medios de aprendizaje porque ello repercute en los estudiantes para la mejora en el aprendizaje y se evitara aulas con estudiantes que repiten el curso.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Advíncula, E. (2018) *Una Situación didáctica para la enseñanza de la función exponencial, dirigida a estudiantes de las carreras de humanidades*, (Tesis para obtener el grado de magister en enseñanza de las matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú).

Alsina, C. (2000) *Invitación a la Didáctica de la geometría.*, Editorial Síntesis, S.A. 142 pp. España.

Artigue, M. (1985). Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática *Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, grupo editorial Iberoamérica s.a. Bogotá Colombia.

Álava, P. (2013) "*Análisis de la influencia tecnológica en el aprendizaje de la matemática en la escuela Oscar Bajaña y propuesta de un módulo de aprendizaje".* (Tesis de grado. Universidad de Guayaquil. Ecuador).

Barraza, O. (2012) Introducción al Estudio de las Geometrías no Euclidianas a través de la Geometría Esférica. *Desde una perspectiva docente.* (Tesis para obtener el título de Licenciado en Educación de Física y Matemática. Santiago, Chile)

Balacheff, N. (1982). *Preuve et démonstration en mathématiques au collège.* En Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 3, nº 3 (pp.261-304)

Brousseau, G. (1978). Los diferentes roles del maestro. En Parra, C. y Saiz, I. (Eds.): *Didáctica de las matemáticas,* Buenos Aires: Paidós. 92

Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas.* Universidad de Burdeos. Traducción de J. Centeno y otros. Francia.

Brousseau, G. (1992). La Teoría de Situaciones *Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática,* Universidad de Burdeos su contribución teórica esencial al campo de la Didáctica de la Matemática.

Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En Parra, C. y Saiz, I. (Eds.): *Didáctica de las matemáticas,* (p. 65-95) Buenos Aires: Paidós.

Cabanillas, G. (2004). *Influencia de la enseñanza directa en el mejoramiento de la comprensión lectora de los estudiantes de la facultad de Ciencias de la Educación de la UNSCH.* Tesis para optar el grado de Doctor en Educación. UNMSM, Perú.

Cruz, E. (2008) *Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática.* Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias. México, D.F.

Dienes, Z. (1970). *La Construcción de las Matemáticas*. Editorial Vinces-Vives, 177 pp. España.

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de la relación con el conocimiento matemático. En Pedro Gómez (Ed.), Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Grupo Editorial Iberoamérica. México

Ferrari, M. (2001). "*Una visión socio epistemológica. Estudio de la función logaritmo"*. Tesis de Maestría Cinvestav-IPN, México. 93.

Figueroa, E. (2013). "*Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la Teoría de Situaciones Didácticas*" (Tesis para obtar el grado de magister en enseñanza de las matemáticas Pontificia Universidad Católica del Perú).

González, H. (2011) una propuesta para la enseñanza de las funciones trigonométricas seno y coseno integrando GeoGebra. Trabajo de Trabajo de Grado para optar el título de Licenciado en Matemáticas y Física.

Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Santiago de Cali, Colombia.

Godino, J. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.* Godino Carmen Batanero Vicenç Font Edición

González, H. (2015). *"Una propuesta para la enseñanza de las funciones trigonométricas seno y coseno integrando GeoGebra".* (Tesis para optar el grado de magister en educación matemática. Universidad del Valle, instituto de educación y pedagogía).

Jara, A. (2010) Modelos de Interacción como Estrategia Metodológica en la Resolución de Problemas para el Aprendizaje de la Matemática en los alumnos del 6to. Grado de Educación Primaria, en las Instituciones Educativas Estatales, UGEL Nº 1, San Juan de Miraflores". Universidad Nacional DE educación. Dirección del Instituto de Investigación.

Lezama Andalón, Javier (1994). Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas. 94.

Leitão, L. (2006) "*Argumentação na linguagem infantil: algumas abordagens".* In DEL RÉ, Adriana (org) Aquisição da Linguagem: uma abordagem psicolingüística. São Paulo: Contexto.

Llanos, C. (2018). *Argumentación matemática en los libros de texto de la enseñanza media.* Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs. As., Tandil, Argentina. Facultad de Educación- UNICAMP- Brasil.

Marroquín, R. (2019). *"Construcción del concepto de ecuaciones con dos variables mediante visualización y registros de representación en alumnos de primer semestre de ingeniería agroindustrial: secuencia didáctica" Tesis para obtener el grado de maestro en matemática educativa.* Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Tegucigalpa, Honduras.

Muñetón, P. (2009). *“Entrevista: Las Matemáticas, herramientas invaluables de la vida cotidiana”*. Revista Digital Universitaria [en línea]. Vol. 10, No. 1. http://www.revista.unam.mx/vol.10/num1/art04/int04.htm ISSN: 1607-6079.

Núñez N. (2016). “*La resolución de problemas con inecuaciones cuadráticas. Una propuesta en el marco de la teoría de situaciones didácticas”.* Tesis para obtener el grado de magister en enseñanza de la matemática pontificia universidad católica del Perú.

Ñaupas, H. & otros. (2011). Metodología de la *investigación científica y asesoramiento de tesis*. Lima: UNMSM.

Panizza, M. (2016). *Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas. Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB: Análisis y* Buenos Aires: Paidós

Piscoya, L. (2007). *Procesos de la investigación. Lima:* Universidad Inca Garcilaso de la Vega.

Portillo, M. (2012). *Investigación cualitativa y cuantitativa en educación*. Lima: Universidad Nacional del Altiplano.

Reaño, P. (2011) *sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas y problemas de programación lineal. Una mirada desde la teoría de situaciones didácticas.* Tesis para optar el grado de magister en enseñanza de las matemáticas PUCP.

Rodríguez, G. (1996) *Metodología de la Investigación Cualitativa.* Málaga Aljibe Editores.

Rotaeche, A. (2008) *La construcción del concepto de ángulo en estudiantes de secundaria.* Tesis para obtener el grado de maestra en ciencias en matemática educativa. Instituto Politécnico Nacional México.

San Martín, J. (1942) "*Una exploración de un proceso de construcción del significado del seno de un ángulo aguado como función y como razón".* (Tesis optar el grado de maestro en educación, Colombia)

Segura, S. (2004) "*Sistema de ecuaciones lineales: Una secuencia didáctica". Revista oficial del comité latinoamericano de matemática* educativa A.C. Departamento de Ciencias. Mendoza-Argentina. 96

Vásquez, M. (2010) *Efecto del programa "matemática para todos" en el logro de aprendizajes en matemática de alumnos de primaria – ventanilla.* Tesis para optar el grado académico de maestro en educación en la mención problemas de aprendizaje. USIL, Perú.

Anexos

Matriz de Consistencia

Título: "LAS SITUACIONES DIDACTICAS EN EL APRENDIZAJE DE LOS EXTREMOS RELATIVOS DE FUNCIONES REALES EN LOS ESTUDIANTES DE LA FIQ DE LA UNAC".

<table>
<tr><th>PROBLEMA GENERAL</th><th>OBJETIVO GENERAL</th><th>HIPOTESIS GENERAL</th><th>VARIABLES</th><th>DIMENSIONES</th><th>METODOLOGIA</th></tr>
<tr><td>¿Cuál es el efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?</td><td>Demostrar que la aplicación de situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC</td><td>La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC</td><td rowspan="2">Variables independientes
Las situaciones didácticas</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="3">Tipo
Aplicada
Enfoque
Cuantitativo
Diseño
Cuasi experimental
Diseño con preprueba – posprueba
Población
Estudiantes matriculados en la Facultad de Ingeniería Química en el semestre 2021
Muestra
No probabilística, conformada por el número de estudiantes matriculados en el curso de Matemática I del semestre 2021</td></tr>
<tr><th>PROBLEMAS ESPECIFICOS</th><th>OBJETIVOS ESPECIFICOS</th><th>HIPOTESIS ESPECIFICAS</th></tr>
<tr><td>¿Cuál es efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?
¿Cuál es efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de puntos críticos en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?

¿Cuál es efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de funciones monótonas en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?

¿Cuál es efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de los criterios de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?

¿Cuál es el efecto de la aplicación de situaciones didácticas en el aprendizaje de los criterios de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC?</td><td>Determinar de qué manera la aplicación de situaciones didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC

Concretar de qué manera la aplicación de situaciones didácticas influye significativamente en el aprendizaje de los puntos críticos en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC

Expresar de qué manera la aplicación de situaciones didácticas influye significativamente en el aprendizaje de la Funciones Monótonas en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

Interpretar de qué manera de qué manera la aplicación de situaciones didácticas influye significativamente en el aprendizaje de los criterios de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.</td><td>La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de la derivada de funciones reales en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los puntos críticos en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de las funciones monótonas en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC.

La aplicación de las situaciones didácticas favorece significativamente el aprendizaje de los criterios de la derivada en los estudiantes de la Facultad de ingeniería química de la UNAC</td><td>Variables dependientes

Aprendizaje de los extremos relativos de funciones reales.</td><td>• La derivada
• Puntos críticos
• Funciones monótonas.
• Criterio de las derivadas</td></tr>
</table>

CUESTIONARIO (A)

LAS SITUACIONES DIDACTICAS EN EL APRENDIZAJE DE LOS EXTREMOS RELATIVOS DE FUNCIONES REALES EN LOS ESTUDIANTES DE LA FIQ DE LA UNAC

Estimados estudiantes el presente cuestionario elaborado con fines académicos, tiene el propósito determinar la relación entre las situaciones didácticas diseñadas como medio de aprendizaje de los extremos relativos de las funciones reales. La información proporcionada es completamente anónima, por lo que se le solicita responder todas las preguntas con sinceridad teniendo en cuenta sus propias experiencias.

Tiene instalado: (marque con una X):

	Teléfono	CPU	Laptop	No cuenta con el software
GeoGebra				

Indicaciones

Marque con una (x) y con la mayor objetividad posible, cada aspecto del cuestionario y la respuesta que mejor represente su opinión. Agradecemos su amable colaboración

La escala de calificación

TOTALMENTE NECESARIO	NECESARIO	PARCIALMENTE DE NECESARIO	NO NECESARIO	TOTALMENTE INNECESARIO
5	4	3	2	1

APRENDIZAJE DE LOS EXTREMOS RELATIVOS DE FUNCIONES REALES						
A	**LA DERIVADA**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
Si se desea determinar la ecuación de la recta tangente a una curva en un punto dado						
1	¿Es necesario que la recta secante en el punto se mueva hasta llegar a ser tangente?					
2	¿Crees necesario trabajar la función con valores infinitesimales?					
3	¿es necesario trabajar alrededor del punto dado?					
4	¿Consideras necesario más información de la existente?					
B	**PUNTOS CRÍTICOS**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
Si se desea determinar los valores máximos y mínimos de una función real						

5	¿es necesario observar la variación de la recta tangente en todo dominio?					
6	¿es necesario que la función sea continuidad en su dominio de definición?					
7	¿Crees necesario trabajar la función con valores infinitesimales para observar el crecimiento (o decrecimiento)?					
8	¿Los valores extremos son necesarios para observar el cambio de una función?					
C	**FUNCIONES MONOTONAS**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
9	¿Es necesario la continuidad para definir una función monótona?					
10	¿La derivada es necesaria para definir las funciones monótonas?					
11	¿Los cálculos infinitesimales de la función, son necesario para definir si es creciente (decreciente)?					
12	¿Los cálculos infinitesimales de la función permiten deducir los criterios de la derivada?					
D	**CRITERIO DE LA DERIVADA**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
13	¿Al determinar áreas máximas es necesario aplican el criterio de la primera derivada?					
14	¿Al determinar volúmenes máximos es necesario aplican el criterio de la primera derivada?					
15	¿Los cálculos de una función en valores infinitesimales permiten verificar el criterio de la primera derivada?					
16	¿El cálculo infinitesimal y la gráfica de la función son necesarios para definir los criterios de la derivada?					

I DATOS GENERALES DEL EXPERTO

1.1 Apellidos y nombres: Rubén Orlando Arbañil Rivadeneira

1.2 Grados Académicos: Magister

II TIPO DE INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: cuestionario

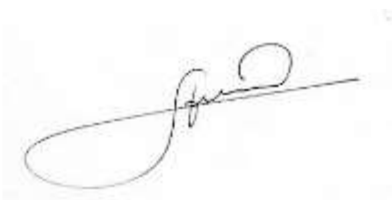
INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0-20%				BAJA 21-40%				REGULAR 41-60%				BUENO 61-80%				MUY BUENO 81-100%			
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado																x				
OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables																		x		
ACTUALIDAD	Esta adecuado al avance de la ciencia y la tecnología																		x		
ORGANIZACIÓN	Esta ordenado en forma lógica																x				
SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos																x				
INTENCIONALIDAD	Es adecuado para valorar la imparcialidad																	x			
CONSISTENCIA	Evidencia coherencia entre variables, dimensiones e indicadores															x					
COHERENCIA	Está basado en aspectos teóricos y científicos																	x			
METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación, sobre los objetivos a lograr																		x		
PERTINENCIA	El instrumento es pertinente de ser aplicado																			x	

I. OPCIÓN DE APLICABILIDAD: El instrumento que el instrumento puede ser utilizado para aplicarlo.

II. PROMEDIO DE VALORACIÓN: Observo que la valoración ponderada es de un 89 %.

III. RECOMENDACIONES: El investigador debe realizar las correcciones señaladas.

Lima, 28 de abril del 2021



Mg. Rubén O. Arbañil Rivadeneira

I DATOS GENERALES DEL EXPERTO

1.1 Apellidos y nombres: Carmen Angelica Salazar Deza

1.2 Grados Académicos: Magister

II TIPO DE INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN: cuestionario

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0-20%				BAJA 21-40%				REGULAR 41-60%				BUENO 61-80%				MUY BUENO 81-100%			
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado																x				
OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables																	x			
ACTUALIDAD	Esta adecuado al avance de la ciencia y la tecnología																	x			
ORGANIZACIÓN	Esta ordenado en forma lógica																x				
SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos																	x			
INTENCIONALIDAD	Es adecuado para valorar la imparcialidad																x				
CONSISTENCIA	Evidencia coherencia entre variables, dimensiones e indicadores															x					
COHERENCIA	Está basado en aspectos teóricos y científicos																x				
METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación, sobre los objetivos a lograr																	x			
PERTINENCIA	El instrumento es pertinente de ser aplicado																	x			

I. OPCIÓN DE APLICABILIDAD: El instrumento que el instrumento puede ser utilizado para aplicarlo.

II. PROMEDIO DE VALORACIÓN: Observo que la valoración ponderada es de un 85%.

III. RECOMENDACIONES: El investigador debe realizar las correcciones señaladas.

Lima, 30 de abril del 2021

Mg. Carmen Angelica Salazar Deza

DATA EN EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES EXTREMOS RELATIVOS DE FUNCIONES REALES

	LA DERIVADA				PUNTOS CRITICOS				FUNCIONES MONOTONAS				CRITERIO DE LA DERIVADA			
N°	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
1	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	2	1	2	3	3
2	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	2	2	2	2
3	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	3	2	3	2
4	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2
5	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	2	2	2
6	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	2	2	2	2
7	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	2	1	2	2	3
8	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	3	2	2	3
9	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	3	2	2	3
10	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	3
11	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	1	2	2	3
12	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	3	2	2	3
13	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	2	2	2	3
14	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	1	2	2	3
15	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	2	3	2	3
16	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3
17	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	3	2	3
18	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	3	3	2	3
19	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	1	2	2	3
20	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	3	2	2	3
21	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	2	2	2	3
22	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3
23	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3
24	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	4	3	3	2
25	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	3	3	3	2
26	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	2	3	3	2
27	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	3	3	2
28	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	3	3	2	2
29	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	3	3	2	2
30	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	2	3	2	2
31	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	1	3	2	2
32	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	3	3	2	2
33	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
34	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	3	3	2	2
35	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	3	3	2	3
36	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	2	3	2	3
37	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3
38	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	2	3	3	3
39	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3

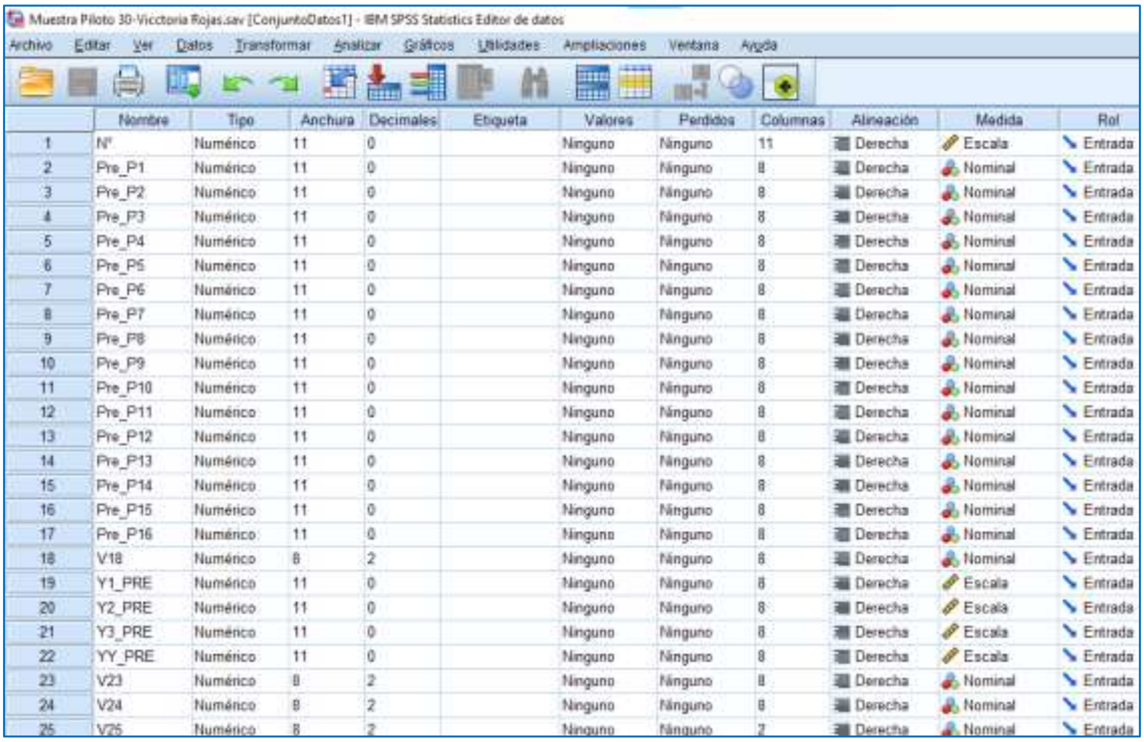
40	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3
41	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	2	2	3	2
42	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	2	2	3	2
43	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	2	2	3	2
44	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	1	2	3	3
45	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3
46	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	2	3	3
47	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	2	2	3	3
48	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	2	2	2	3
49	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	2	4	4	2
50	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2
51	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3
52	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	3	2	2	2
53	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	3	2	2	3
54	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3
55	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	1	3	3	3
56	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2
57	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	2	2	2
58	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	3	2	2	2
59	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	3	3	3	3
60	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	3	2	2	2
61	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	3	3	3	3
62	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2
63	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3
64	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	2	3	3	3
65	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	2	3	2	3
66	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	2	2	2	2
67	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	2	3	3	3
68	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3
69	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	2	2	2
70	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2
71	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	3	3	3	3
72	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	3	2	2	2
73	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2
74	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	3	3	3	1
75	4	3	3	3	4	3	3	4	3	2	3	3	3	2	2	2
76	4	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	2	3	3	3
77	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	3	2	3	2	2
78	4	3	4	4	4	3	3	4	3	3	3	2	2	3	2	2
79	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3
80	4	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	2	2	3	2	2

DATA DE LA APLICACIÓN DE SITUACIONES DIDACTICAS EN EL APRENDIZAJE DE EXTREMOS RELATIVOS

	Tiene instalado el software GeoGebra en				La derivada				Puntos críticos				Funciones monótonas				Criterio de la derivada			
N°	T	CPU	L	N	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P9	P10	P11	P12
1			x		4	4	4	4	4	5	5	5	5	4	3	4	5	4	3	4
2		x			4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4
3	x		x		4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4			x		3	4	4	4	4	5	4	4	4	4	5	5	4	4	5	5
5	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
6	x		x		4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
7	x	x	x		4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4
8	x				4	4	4	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5
9	x		x		4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
10			x		3	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4	5	5
11	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
12	x				4	4	4	4	5	5	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
13	x				4	4	4	4	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
14			x		4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	4	5	5	5
15	x				4	4	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4
16				x	5	5	5	5	4	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
17	x	x			5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4
18	x				4	5	5	5	5	5	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4
19	x		x		4	3	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	4	4	3	3
20			x		3	4	4	4	4	5	4	4	4	4	5	5	4	4	5	5
21	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
22	x		x		4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
23	x	x	x		4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4
24	x				4	4	4	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5
25	x		x		4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
26			x		3	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4	5	5
27	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
28	x				4	4	4	4	5	5	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
29	x				4	4	4	4	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
30			x		4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	4	5	5	5
31	x				4	4	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4
32				x	5	5	5	5	4	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
33	x	x			5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4
34	x				4	5	5	5	5	5	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4
35	x		x		4	3	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	4	4	3	3
36		x			4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4
37	x		x		4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
38			x		3	4	4	4	4	5	4	4	4	4	5	5	4	4	5	5
39	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5

40	x		x		4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
41	x	x	x		4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4
42	x				4	4	4	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5
43	x		x		4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
44			x		3	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4	5	5
45	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
46	x				4	4	4	4	5	5	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
47	x				4	4	4	4	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
48			x		4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	4	5	5	5
49	x				4	4	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4
50				x	5	5	5	5	4	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
51	x	x			5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4
52	x				4	5	5	5	5	5	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4
53	x		x		4	3	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	4	4	3	3
54			x		3	4	4	4	4	5	4	4	4	4	5	5	4	4	5	5
55	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
56	x		x		4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
57	x	x	x		4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4
58	x				4	4	4	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5
59	x		x		4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
60			x		3	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4	5	5
61	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
62	x				4	4	4	4	5	5	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
63	x				4	4	4	4	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
64			x		4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	4	5	5	5
65	x				4	4	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4
66				x	5	5	5	5	4	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5
67	x	x			5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4
68	x				4	5	5	5	5	5	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4
69	x		x		4	3	4	4	4	4	3	3	4	4	3	3	4	4	3	3
70		x			4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4
71	x		x		4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
72			x		3	4	4	4	4	5	4	4	4	4	5	5	4	4	5	5
73	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
74	x		x		4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
75	x	x	x		4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4
76	x				4	4	4	4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	4	5	5
77	x		x		4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
78			x		3	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	4	4	5	5
79	x		x		5	4	4	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
80	x				4	4	4	4	5	5	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4

ESTRUCTURA DE VARIABLE EN EL SPSS


Muestra Piloto 30-Vicctoria Rojas.sav [ConjuntoDatos1] - IBM SPSS Statistics Editor de datos

Archivo Editar Ver Datos Transformar Analizar Gráficos Utilidades Ampliaciones Ventana Ayuda

	Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
1	N°	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	11	Derecha	Escala	Entrada
2	Pre_P1	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
3	Pre_P2	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
4	Pre_P3	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
5	Pre_P4	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
6	Pre_P5	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
7	Pre_P6	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
8	Pre_P7	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
9	Pre_P8	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
10	Pre_P9	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
11	Pre_P10	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
12	Pre_P11	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
13	Pre_P12	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
14	Pre_P13	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
15	Pre_P14	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
16	Pre_P15	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
17	Pre_P16	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
18	V18	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
19	Y1_PRE	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Escala	Entrada
20	Y2_PRE	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Escala	Entrada
21	Y3_PRE	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Escala	Entrada
22	YY_PRE	Numérico	11	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Escala	Entrada
23	V23	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
24	V24	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Nominal	Entrada
25	V25	Numérico	8	2		Ninguno	Ninguno	7	Derecha	Nominal	Entrada

SECUENCIA DIDÁCTICA 3:

Una vez desarrollados las definiciones derivadas, máximo, mínimo, y puntos críticos el estudiante está en condiciones de desarrollar problemas prácticos donde se podrá apreciar si se logró un aprendizaje significativo.

Situación de Acción:

Motivación: Aplique las definiciones obtenidas en las situaciones (1) y (2) para para resolver los siguientes ejercicios:

Grupo (1): Demostrar que el rectángulo de área máxima para un perímetro dado es un cuadrado

Grupo (2): Determinar las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede inscribirse en un semicírculo de radio r.

Grupo (3): Determinar las dimensiones del cilindro recto de mayor volumen que puede ser inscrito en un cono recto de base circular de radio a y altura h.

Grupo (4): Determinar las dimensiones que debe tener una lata de forma de un cilindro reto de un litro de volumen, tal que el material usado en su fabricación sea mínimo.

Materiales: El enlace generado y el software GeoGebra

Situación formulación

Luego de 20 minutos se les pedirá a los estudiantes los resultados obtenidos, y alguna fórmula que determinaros Se formula un resultado ya sea por la secuencia de acciones realizadas por el grupo o por lo que el alumno observo en otro grupo, y debe comunicar al grupo.

Situación de validación

Una vez concluida la presentación de resultados se solicitará que compruebe sus resultados con un ejercicio en particular

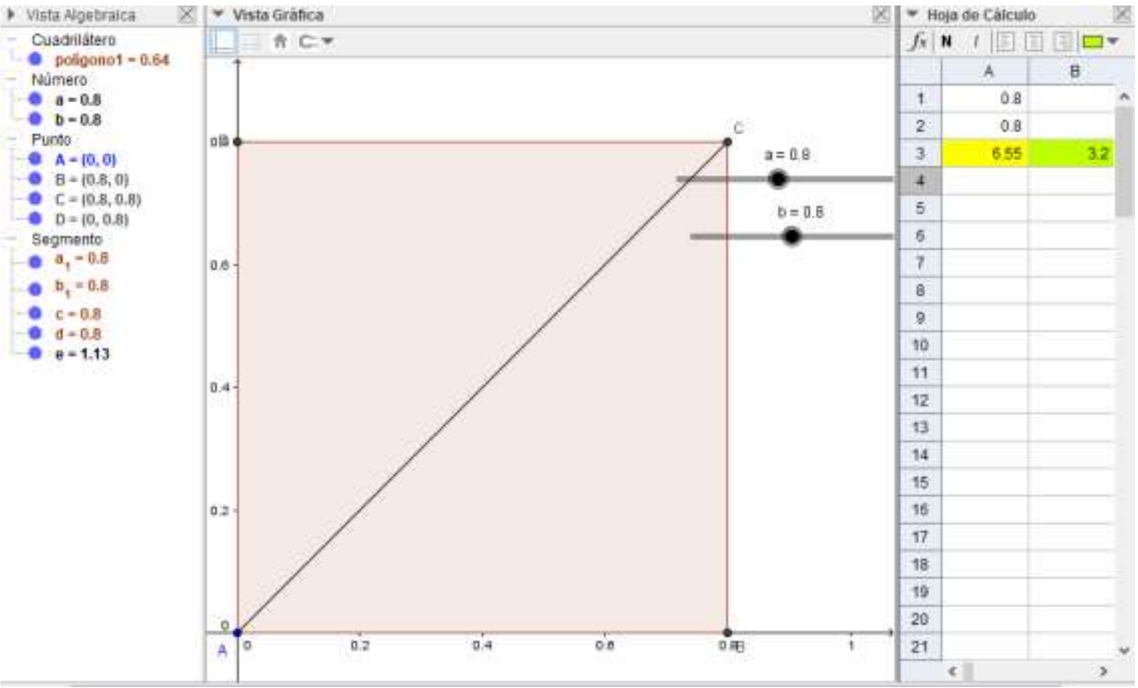
Institucionalización del saber

Luego de que los estudiantes accionaron sobre el problema y una serie de problemas propuestos para validar sus afirmaciones, con el docente y con los datos proporcionaron por los estudiantes se deberá formar una tabla de resultados y una gráfica mediante GeoGebra que permitirán comprobar la utilidad de la definición de valores máximos y mínimos de una función, siempre preguntando a los estudiantes que traten de ver sus resultados y comprobar con los resultados que se presentan con el docente.

Se presenta la tabla de resultados de los cuatro grupos con los cuales se pretende trabajar, todo ello deberá ya estar llenado con prioridad por el tiempo restringido de horas de clases con las que cuenta el curso de Matemática I.

Figura

Rectángulo en GeoGebra, donde se observa la variación de lado



Tabla

Variación de áreas y perímetros.

AREAS Y PERIMETRO DE UN RECTÁNGULO EN CENTECIMOS.															
Base	Altura	Área	Perímetro	Base	altura	Área	Perímetro	Base	Altura	Área	Perímetro	Base	Altura	Área	Perímetro
0.01	0.1	0.001	0.22	0.11	0.2	0.022	0.62	0.21	0.3	0.063	1.02	0.31	0.4	0.124	1.42
0.02	0.1	0.002	0.24	0.12	0.2	0.024	0.64	0.22	0.3	0.066	1.04	0.32	0.4	0.128	1.44
0.03	0.1	0.003	0.26	0.13	0.2	0.026	0.66	0.23	0.3	0.069	1.06	0.33	0.4	0.132	1.46
0.04	0.1	0.004	0.28	0.14	0.2	0.028	0.68	0.24	0.3	0.072	1.08	0.34	0.4	0.136	1.48
0.05	0.1	0.005	0.3	0.15	0.2	0.03	0.7	0.25	0.3	0.075	1.1	0.35	0.4	0.14	1.5
0.06	0.1	0.006	0.32	0.16	0.2	0.032	0.72	0.26	0.3	0.078	1.12	0.36	0.4	0.144	1.52
0.07	0.1	0.007	0.34	0.17	0.2	0.034	0.74	0.27	0.3	0.081	1.14	0.37	0.4	0.148	1.54
0.08	0.1	0.008	0.36	0.18	0.2	0.036	0.76	0.28	0.3	0.084	1.16	0.38	0.4	0.152	1.56
0.09	0.1	0.009	0.38	0.19	0.2	0.038	0.78	0.29	0.3	0.087	1.18	0.39	0.4	0.156	1.58
0.1	0.1	0.01	0.4	0.2	0.2	0.04	0.8	0.3	0.3	0.09	1.2	0.4	0.4	0.16	1.6
0.1	0.11	0.011	0.42	0.2	0.21	0.042	0.82	0.3	0.31	0.093	1.22	0.4	0.41	0.164	1.62
0.1	0.12	0.012	0.44	0.2	0.22	0.044	0.84	0.3	0.32	0.096	1.24	0.4	0.42	0.168	1.64
0.1	0.13	0.013	0.46	0.2	0.23	0.046	0.86	0.3	0.33	0.099	1.26	0.4	0.43	0.172	1.66
0.1	0.14	0.014	0.48	0.2	0.24	0.048	0.88	0.3	0.34	0.102	1.28	0.4	0.44	0.176	1.68
0.1	0.15	0.015	0.5	0.2	0.25	0.05	0.9	0.3	0.35	0.105	1.3	0.4	0.45	0.18	1.7
0.1	0.16	0.016	0.52	0.2	0.26	0.052	0.92	0.3	0.36	0.108	1.32	0.4	0.46	0.184	1.72
0.1	0.17	0.017	0.54	0.2	0.27	0.054	0.94	0.3	0.37	0.111	1.34	0.4	0.47	0.188	1.74
0.1	0.18	0.018	0.56	0.2	0.28	0.056	0.96	0.3	0.38	0.114	1.36	0.4	0.48	0.192	1.76
0.1	0.19	0.019	0.58	0.2	0.29	0.058	0.98	0.3	0.39	0.117	1.38	0.4	0.49	0.196	1.78
0.1	0.2	0.02	0.6	0.2	0.3	0.06	1	0.3	0.4	0.12	1.4	0.4	0.5	0.2	1.8

Nota: La variación de área y perímetro el intervalo [0,0.4], resultados de GeoGebra. de lo cual se observa que el área crece en medida que la base y la altura son iguales.

Recordar a los grupos que para aplicar los conceptos de máximo mínimo se deber tener una relación entre las variables, es decir deben ser una función. Para lo cual se invita a participar a todos los estudiantes a trabajar de forma colectiva y dar sus aportes para llegar a los siguientes resultados:

El perímetro del cuadrado es

$$2(x+y)=k \quad \Rightarrow \quad y=\frac{k-2x}{2} \qquad \ldots (1)$$

Área

$$A=x.y=x\left(\frac{k-2x}{2}\right)=\frac{1}{2}(xk-2x^2) \qquad \ldots (2)$$

De los resultados el área máxima se presenta cuando $x=y$

$$\Rightarrow área=x^2 \qquad \ldots (3)$$

De (2) y (3)

$$\frac{1}{2}(xk - 2x^2) = x^2 \Rightarrow k = 4x \qquad \ldots\ldots. \ (4)$$

De (4) en (1)

Luego $2(x + y) = 4k \quad \Rightarrow x = y$

Luego se observa que el área está expresando en función de la variable x **derivando e igualando a cero** se obtiene:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{1}{2}(k - 4x) = 0 \Leftrightarrow k = 4x$$

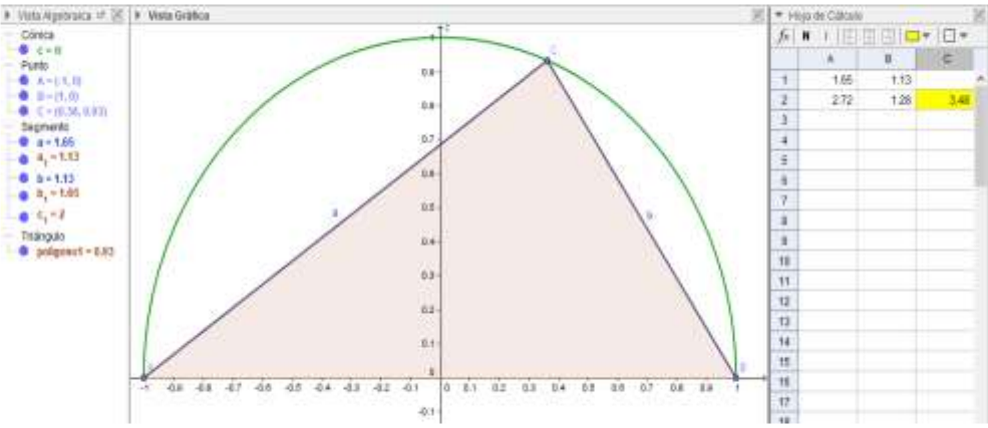
El mismo resultado que se obtuvo mediante aproximaciones por GeoGebra.

Grupo (2)

Determinar las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede inscribirse en un semicírculo de radio r.

Figura 4

Semicircunferencia en GeoGebra, donde se inscribe un triángulo rectángulo



.

Tabla 7

Variación de áreas y perímetros.

Área de un rectangulo inscrito en la semi circunferencia unitaria								
a	b	$(a.b)/2$	a	b	$(a.b)/2$	a	b	$(a.b)/2$
1.99	0.15	0.14925	1.79	0.89	0.79655	1.59	1.21	0.96195
1.98	0.25	0.2475	1.78	0.91	0.8099	1.58	1.22	0.9638
1.97	0.32	0.3152	1.77	0.93	0.82305	1.57	1.24	0.9734
1.96	0.38	0.3724	1.76	0.95	0.836	1.56	1.25	0.975
1.95	0.44	0.429	1.75	0.97	0.84875	1.55	1.26	0.9765
1.94	0.47	0.4559	1.74	0.99	0.8613	1.54	1.27	0.9779
1.93	0.51	0.49215	1.73	1	0.865	1.53	1.28	0.9792
1.92	0.57	0.5472	1.72	1.02	0.8772	1.52	1.29	0.9804
1.91	0.6	0.573	1.71	1.04	0.8892	1.51	1.31	0.98905
1.9	0.61	0.5795	1.7	1.05	0.8925	1.5	1.32	0.99
1.89	0.65	0.61425	1.69	1.07	0.90415	1.49	1.33	0.99085
1.88	0.67	0.6298	1.68	1.08	0.9072	1.48	1.34	0.9916
1.87	0.7	0.6545	1.67	1.09	0.91015	1.47	1.36	0.9996
1.86	0.73	0.6789	1.66	1.11	0.9213	1.46	1.37	1.0001
1.85	0.77	0.71225	1.65	1.13	0.93225	1.45	1.38	1.0005
1.84	0.79	0.7268	1.64	1.14	0.9348	1.44	1.39	1.0008
1.83	0.81	0.74115	1.63	1.16	0.9454	1.43	1.4	1.001
1.82	0.84	0.7644	1.62	1.18	0.9558	1.42	1.41	1.0011
1.81	0.85	0.76925	1.61	1.19	0.95795	1.41	1.41	0.99405
1.8	0.87	0.783	1.6	1.2	0.96			

Nota: La variación de área del rectángulo inscrito en una circunferencia unitaria, se observa que la variación de los catetos determina el área de rectángulo, a medida que ellos son iguale el área aumenta.

Recordar a los grupos que para aplicar los conceptos de máximo mínimo se deber tener una relación entre las variables, es decir deben ser una función. Para lo cual se invita a participar a todos los estudiantes a trabajar de forma colectiva y dar sus aportes para llegar a los siguientes resultados:

Sea r el radio de una circunferencia, siendo su diámetro:

$$d = 2r \qquad \ldots (1)$$

Asimismo a y b los lados de un del triángulo rectángulo inscrito en la semicircunferencia

Luego por Pitágoras

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \Rightarrow área = (a.b)/2 \qquad \ldots (3)$$

De (2) y (3)

$$\frac{1}{2}(xk - 2x^2) = x^2 \Rightarrow k = 4x \qquad \ldots. \ (4)$$

De (4) en (1)

Luego $2(x + y) = 4k \quad \Rightarrow x = y$

Luego se observa que el área está expresando en función de la variable x **derivando e igualando a cero** se obtiene:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{1}{2}(k - 4x) = 0 \Leftrightarrow k = 4x$$

El mismo resultado que se obtuvo mediante aproximaciones por GeoGebra.