

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE
CIENCIAS CONTABLES



“RENTAS DE SUPERVIVENCIA Y
SEGUROS DE VIDA CON PAGOS
VARIABLES”

INFORME FINAL DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Walter Zans Arimana

PERIODO DE EJECUCIÓN: DEL 01/09/2020 AL 31/08/2021

Resolución 492-20-R

Callao, 2021

PERÚ

A handwritten signature in black ink, appearing to be "Walter Zans Arimana".

ÍNDICE

Índice de tablas	2
Resumen	4
Abstract	5
Introducción	6
Capítulo I Planteamiento del problema	7
Capítulo II Marco teórico	10
Capítulo III Hipótesis y variables	16
Capítulo IV Diseño metodológico	19
Capítulo V Resultados	21
Capítulo VI Discusión de resultados	69
Conclusiones	71
Recomendaciones	72
Referencias bibliográficas	73
Anexos	73



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla N° 1. Tabla de mortalidad	22
Tabla N° 2. Tabla de números conmutadores	25
Tabla N° 3. Tabla actuarial de pago: renta vitalicia, inmediata, constante y de pago vencido	28
Tabla N° 4. Tabla actuarial de pago: renta temporal, inmediata, constante y de pago vencido	29
Tabla N° 5. Tabla actuarial de pago: seguro de vida entera, inmediato, constante	35
Tabla N° 6. Tabla actuarial de pago: seguro de vida entera, diferido, constante	36
Tabla N° 7. Tabla actuarial de pago: seguro temporal de vida, inmediato, constante	37
Tabla N° 8. Tabla actuarial de pago: seguro temporal de vida, diferido, constante	39
Tabla N° 9. Tabla actuarial de pago: renta de vida entera, variable, inmediata y de pago vencido	44
Tabla N° 10. Tabla actuarial de pago: renta temporal inmediata, variable y de pago vencido	46
Tabla N° 11. Tabla actuarial de pago: renta temporal inmediata, variable y de pago vencido	46
Tabla N° 12. Tabla actuarial de pago: renta temporal inmediata, variable y de pago vencido	47
Tabla N° 13. Tabla actuarial de pago: renta temporal inmediata, variable y de pago vencido	48
Tabla N° 14. Tabla actuarial de pago: renta de vida entera, variable, diferida y de pago vencido	50
Tabla N° 15. Tabla actuarial de pago: renta de vida entera, variable, diferida y sido	51



Tabla N° 16. Tabla actuarial de pago: renta temporal, variable, diferida y de pago vencido	52
Tabla N° 17. Tabla actuarial de pago: seguro de vida entera, inmediato y variable	54
Tabla N° 18. Tabla actuarial de pago: seguro de vida entera, diferido y variable	56
Tabla N° 19. Tabla actuarial de pago: seguro de vida temporal, inmediato y con pagos variables	57
Tabla N° 20. Tabla actuarial de pago: renta vitalicia, inmediata, constante y de pago vencido	59
Tabla N° 21. Tabla actuarial de pago: renta vitalicia, inmediata, variable y de pago vencido	60
Tabla N° 22. Tabla actuarial de pago: seguro de vida entera, inmediato, constante	63
Tabla N° 23. Tabla actuarial de pago: seguro de vida entera, inmediato, variable	64



RESUMEN

El presente trabajo de investigación abordó el problema del carácter fijo habitual en las rentas de supervivencia y en los pagos de seguros de vida. Para lograr rentas variables y pagos variables, se emprendió la construcción de nuevos números conmutadores y, con ello, la obtención de nuevas fórmulas. En cuanto a la metodología, la investigación fue aplicada, de enfoque cuantitativo, con diseño no experimental y transversal. Los resultados indican que las fórmulas así logradas, permiten en efecto calcular primas únicas para rentas de supervivencia con pagos variables y seguros de vida con pagos variables.

Palabras clave: rentas de supervivencia, seguros de vida, cálculo de primas.

A handwritten signature in black ink, appearing to be the initials 'RMB' followed by a flourish.

ABSTRACT

This research paper addressed the problem of the usual fixed nature of survival income and life insurance payments. In order to achieve variable incomes and variable payments, the construction of new commutator numbers was undertaken and, with it, the obtaining of new formulas. As for the methodology, the research was applied, with a quantitative approach, with a non-experimental and transversal design. The results indicate that the formulas thus achieved, allow in fact to calculate single premiums for survival income with variable payments and life insurance with variable payments.

Keywords: survival income, life insurance, premium calculation.

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'R. J. P.', located at the bottom left of the page.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación, “Rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables” tuvo como objetivo principal la obtención de fórmulas que permitan calcular primas para rentas de supervivencia, tanto temporales como de vida entera, de importes que se incrementan con un gradiente geométrico. Igualmente, la obtención de fórmulas que permitan calcular primas para seguros de vida, tanto temporales como de vida entera, de importes que se incrementan con un gradiente geométrico. Para ello se abordó la construcción de nuevos números conmutadores.

Este trabajo busca ser un material de consulta útil para un mayor conocimiento del cálculo actuarial, el cual permite tomar decisiones en materia previsional.

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'R. P.', located at the end of the introductory text.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la realidad problemática

Una definición habitual del cálculo actuarial sostiene que éste es una rama de la matemática aplicada, que sirve de apoyo para la toma de decisiones en el campo de los seguros.

Los seguros patrimoniales cubren los daños que pueden afectar a los bienes. Los seguros personales cubren los daños que pueden afectar a las personas. En este último ramo existen, básicamente, las rentas de supervivencia y los seguros de vida.

Las rentas de supervivencia aseguran el pago periódico de una cantidad pactada a la persona asegurada, mientras ella se encuentre con vida.

En la literatura disponible en el país, es posible encontrar solamente pagos constantes. Ningún texto conocido aborda la posibilidad de que tales pagos puedan ser variables; esto es, incrementarse de valor de acuerdo con una ley numérica, demostrando tal característica con las respectivas tablas actuariales de pago. Es un vacío de conocimiento que es necesario llenar.

Lo mismo ocurre con los seguros de vida. No se cuenta con fórmulas conocidas que permitan calcular pagos variables. Es un vacío de conocimiento que es necesario llenar.



1.2. Formulación del problema

Problema general

¿Cómo se puede construir fórmulas que permitan calcular primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables?

Problemas específicos

¿Cómo se puede construir fórmulas que permitan calcular primas para rentas de supervivencia con pagos variables?

¿Cómo se puede construir fórmulas que permitan calcular primas para seguros de vida con pagos variables?

1.3 Objetivos

Objetivo general

Contribuir al incremento del conocimiento en el campo del cálculo actuarial.

Objetivos específicos

- Contribuir al incremento del conocimiento de las rentas de supervivencia.
- Contribuir al incremento del conocimiento de los seguros de vida.

1.4. Limitantes de la investigación

1.4.1 Limitación teórica



Este trabajo se circunscribe a las rentas de pago vencido. No aborda las rentas de pago adelantado. En cuanto a los seguros de vida, no hay ninguna limitación

pues, por su propia naturaleza, estos pagos son siempre vencidos; esto es, posteriores a la ocurrencia del siniestro.

1.4.2 Limitación temporal

Por ser de matemática aplicada, el presente trabajo no presenta ninguna limitación temporal.

1.4.3 Limitación espacial

Por ser de matemática aplicada, el presente trabajo no presenta ninguna limitación espacial.

A handwritten signature in black ink, appearing to be the initials 'RJP' followed by a period.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

A nivel internacional, Sandoya F. (2007), en su obra "Matemática financiera y operaciones de seguros" sí aborda el tema de los pagos crecientes pero se limita a plantear un crecimiento que sigue la serie de los números naturales. Esto es; si el primer pago anual es de mil soles, el segundo será de dos mil, el tercero de tres mil y así sucesivamente. No permite fijar un gradiente geométrico para la variación de los pagos. Por tanto, el carácter demasiado pronunciado de los incrementos periódicos, hace que este producto resulte poco practicable.

Igualmente a nivel internacional, Palacios H. (1996) en su obra "Introducción al cálculo actuarial" se limita a estudiar los pagos fijos tanto en rentas como en seguros de vida. No aborda el tema de los pagos variables.

A nivel nacional, Montoya, H. (2005) en la obra "Matemática financiera y actuarial" aborda el tema de las rentas de supervivencia y seguros de vida pero se limita a los pagos fijos y no aborda el tema de los pagos variables.

2.2 Bases teóricas



Los principios que servirán de fundamento de la investigación son los siguientes (Haeussler, et al., 1997):

La probabilidad es el grado de certeza de un resultado favorable para un determinado evento.

El cálculo de probabilidades sirve para medir la probabilidad de un hecho, antes de que ocurra.

Los números reales consisten en todos los números decimales.

Propiedad transitiva de la igualdad.

Propiedad conmutativa de la suma y de la multiplicación.

Propiedad conmutativa de la suma y de la multiplicación.

2.3 Conceptual

El cálculo actuarial es una rama de la matemática aplicada, que sirve de apoyo para la toma de decisiones en el campo de los seguros (Palacios, 1996).

En el ramo de seguros patrimoniales, los seguros permiten cubrir los daños que puedan afectar los bienes. Así, existen los seguros contra robos, incendios, inundaciones y otros siniestros.

En el ramo de personas existen, básicamente, las rentas de supervivencia y los seguros de vida.

Las rentas de supervivencia aseguran el pago periódico de una cantidad pactada a la persona asegurada, mientras ella se encuentre con vida. Estas rentas pueden ser (Palacios, 1996):

De vida entera, cobertura inmediata y pago vencido

De vida entera, cobertura inmediata y pago adelantado

De vida entera, cobertura diferida y pago vencido

De vida entera, cobertura diferida y pago adelantado

Temporal, cobertura inmediata y pago vencido

Temporal, cobertura inmediata y pago adelantado

Temporal, cobertura diferida y pago vencido

Temporal, cobertura diferida y pago adelantado



Asimismo, los seguros de vida otorgan un capital pactado a los beneficiarios del asegurado que fallece. Estos seguros pueden ser:

De vida entera y cobertura inmediata

De vida entera y cobertura diferida

Temporal y cobertura inmediata

Temporal y cobertura diferida

2.3 Definición de términos básicos (Palacios, 1996)

Seguro. Es un convenio de protección del ser humano y de su patrimonio frente a diversos hechos que pueden afectar su integridad, su vida, sus intereses y sus bienes. El seguro garantiza el resarcimiento del daño sufrido, mediante la entrega de un capital para cubrir, reemplazar o afrontar la pérdida. Esto lo hace a cambio de una contraprestación, que no es otra cosa que el precio que cobra, en forma anticipada, por la protección que brinda. Se plasma en un contrato entre la compañía aseguradora (el asegurador) y el asegurado, tomador o contratante.

Riesgo. Es la posibilidad de daño o pérdida. En verdad, son las amenazas que penden sobre el ser humano y su patrimonio. El ser humano puede sufrir enfermedades, accidentes, muerte prematura. Igualmente, sus bienes pueden ser afectados por un robo, incendio, inundación, etc.

Siniestro. Es la ocurrencia del daño o su materialización. Es el robo perpetrado, la inundación ya sufrida, el incendio ya desatado, el fallecimiento prematuro de un padre de familia, etc.

Indemnización. Es la cantidad de dinero que la compañía de seguros paga a favor del asegurado, o a favor de sus beneficiarios, al concretarse el riesgo contemplado en la póliza de seguros suscrita por las partes.



Asegurador. Es la entidad de seguros o empresa de seguros que cubre el riesgo, firmando un contrato y cobrando por adelantado la contraprestación. Es la entidad que, ante el siniestro ocurrido, entregará una indemnización o capital al beneficiario del seguro.

Tomador o contratante. Es la persona o entidad que paga por la protección que brinda el seguro. Algunos podrían llamarlo “el asegurado” pero esa denominación puede ser equívoca, pues no siempre el contratante de un seguro es el beneficiario del mismo.

Beneficiario. Es la persona o entidad que, ante la materialización del daño, recibirá la indemnización que pagará el asegurador.

Si un padre de familia contrata un seguro de vida para que, en caso de muerte prematura suya, se entregue una indemnización a su cónyuge, ese padre de familia es el tomador o contratante, y su cónyuge es la beneficiaria.

Póliza. Es la formalización, en un contrato, del convenio de aseguramiento por el cual la empresa aseguradora se compromete a asumir el riesgo que pende sobre el asegurado. Mediante este contrato, la empresa aseguradora le garantiza al asegurado:

- a) El pago de una suma establecida en caso de fallecimiento,
- b) el pago de una renta que puede ser temporal o vitalicia,
- c) el valor de los daños sufridos por causa de un siniestro, u
- d) otras prestaciones.



Obviamente, esta cobertura se otorga a cambio del pago de una prima.

Prima. Es el precio del seguro, que deberá ser pagado por el asegurado, tomador o contratante en el momento de la emisión de la póliza. Habitualmente una prima se paga por cada año, pues da justamente una cobertura anual. Sin embargo, también se pagan primas únicas para casos específicos (como la prima única de seguros de vida), y también para riesgos de corto plazo como viajes, transporte de mercaderías, etc. Podemos distinguir tres clases de primas:

- Prima pura: es la que se calcula para que el asegurador pueda afrontar el riesgo durante el plazo contratado. En el caso de los seguros de vida, se determina tomando en cuenta la probabilidad de vida (y, por lo tanto, de muerte) del asegurado, así como el interés que se asignará a su aportación.
- Prima comercial: comprende, además de la prima pura, los gastos y el margen de utilidad del asegurador.
- Prima de tarifa: incluye, además de la prima comercial, los impuestos que gravan la operación.

Deducible. Se acostumbra aplicarlo en los seguros contra siniestros. Es una fracción del importe de la pérdida, fracción que está a cargo del propio asegurado, con el fin de que este participe a conciencia en el cuidado del patrimonio asegurado. En pocas palabras, el seguro no indemniza el cien por ciento, para que el asegurado no descuide el bien asegurado. Por ejemplo, en el seguro de un automóvil, puede acordarse que la empresa aseguradora solamente indemnizará el noventa por ciento del valor del vehículo, si este es robado.



El cálculo actuarial emplea, fundamentalmente, las características de las anualidades. Se sabe que “una anualidad es una secuencia periódica de pagos, aun cuando el periodo de pago sea diferente de un año” (Allen, 1995).

Igualmente, el cálculo actuarial emplea los fundamentos del interés compuesto. “Cuando el cobro del interés para cualquier periodo de interés se basa en el monto principal restante más cualquier interés acumulado que se carga al principio de ese periodo, se dice que el interés es compuesto” (DeGarmo, 1997).

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'R. G. DeGarmo', located in the lower-left quadrant of the page.

III. HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1 Hipótesis

Hipótesis general

- La creación de nuevos números conmutadores, añadiendo gradientes geométricos, permitirá calcular primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables.

Hipótesis específicas

- La creación de nuevos números conmutadores, añadiendo gradientes geométricos, permitirá calcular primas para rentas de supervivencia con pagos variables.
- La creación de nuevos números conmutadores, añadiendo gradientes geométricos, permitirá calcular primas para seguros de vida con pagos variables.

3.2 Definición conceptual de las variables



Variable Independiente:

Nuevos números conmutadores

Los números conmutadores son números procesados que no se refieren a ningún elemento de la realidad. Permiten efectuar cálculos de primas, tanto únicas como niveladas, con rapidez y seguridad.

Hay conmutadores simples y conmutadores acumulados.

Variable Dependiente:

Primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables

Una prima es el precio que se paga para contratar una renta de supervivencia o un seguro de vida.

La contratación de una renta establece el pago periódico de un importe a la persona asegurada, siempre y cuando ella se encuentre con vida en cada fecha de pago.

La contratación de un seguro de vida establece el pago de un capital diferido cuando el asegurado fallece.



3.3 Operacionalización de las variables

Variable Independiente

VARIABLE	DIMENSIÓN	INDICADOR	ÍNDICE	TÉCNICA	MÉTODO
Nuevos números conmutadores	Conmutadores simples que procesan número de vivos y número de fallecidos	Tabla de conmutadores	Valores	Cálculo	Cuantitativo
	Conmutadores acumulados	Tabla de conmutadores	Valores	Cálculo	Cuantitativo

Variable Dependiente

VARIABLE	DIMENSIÓN	INDICADOR	ÍNDICE	TÉCNICA	MÉTODO
Primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables	Primas para rentas de supervivencia	Tablas actuariales de pago	Valores	Cálculo	Cuantitativo
	Primas para seguros de vida	Tablas actuariales de pago	Valores	Cálculo	Cuantitativo



IV. DISEÑO METODOLÓGICO

4.1 Tipo y diseño de la investigación

La investigación es descriptiva y transversal. El diseño es no experimental.

4.2 Método de investigación

El método es cuantitativo.

4.3 Población y muestra

La población a ser empleada en el presente estudio, está constituida por los tipos de rentas de supervivencia y seguros conocidos.

La muestra está conformada por los seguros de vida y por las rentas de pago vencido.

4.4 Lugar del estudio

Callao.

4.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información

Se emplearon tablas de mortalidad, tablas de conmutadores y tablas actuariales de pago.



4.6 Análisis y procesamiento de datos

Se empleó hoja de cálculo.

Se emplearon también el coeficiente de correlación de Pearson y la prueba T de Student.

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'R. P.' or similar, located in the lower-left quadrant of the page.

V. RESULTADOS

5.1. Resultados descriptivos

5.1.1. Desarrollo de casos con pagos constantes

Para determinar la probabilidad de supervivencia o de fallecimiento, se emplean tablas de mortalidad.

Una tabla de mortalidad es una secuencia progresiva de reducción de una población. Esa tabla permite determinar las probabilidades que se emplean para los cálculos. La probabilidad de supervivencia se emplea para determinar las primas para contratos de rentas. La probabilidad de fallecimiento se emplea para determinar las primas para contratos de seguros de vida.

A continuación se muestra la tabla de mortalidad que se emplea en el presente trabajo de investigación.



Tabla N° 1

TABLA DE MORTALIDAD				
x Edad al comenzar el año	Número de los que viven al comenzar el año mencionado l_x	Número de los que mueren durante el año mencionado d_x	Probabilidad anual de fallecimiento q_x	Probabilidad anual de supervivencia p_x
0	10,000,000	70,895	0.00708950	0.99291050
1	9,929,105	17,478	0.00176028	0.99823972
2	9,911,627	15,069	0.00152034	0.99847966
3	9,896,558	14,471	0.00146223	0.99853777
4	9,882,087	13,956	0.00141225	0.99858775
5	9,868,131	13,475	0.00136551	0.99863449
6	9,854,656	12,818	0.00130070	0.99869930
7	9,841,838	12,419	0.00126186	0.99873814
8	9,829,419	12,098	0.00123080	0.99876920
9	9,817,321	11,895	0.00121163	0.99878837
10	9,805,426	11,880	0.00121157	0.99878843
11	9,793,546	12,118	0.00123735	0.99876265
12	9,781,428	12,343	0.00126188	0.99873812
13	9,769,085	12,899	0.00132039	0.99867961
14	9,756,186	13,581	0.00139204	0.99860796
15	9,742,605	14,257	0.00146337	0.99853663
16	9,728,348	14,999	0.00154178	0.99845822
17	9,713,349	15,754	0.00162189	0.99837811
18	9,697,595	16,405	0.00169166	0.99830834
19	9,681,190	16,849	0.00174039	0.99825961
20	9,664,341	17,334	0.00179360	0.99820640
21	9,647,007	17,671	0.00183176	0.99816824
22	9,629,336	17,943	0.00186337	0.99813663
23	9,611,393	18,223	0.00189598	0.99810402
24	9,593,170	18,397	0.00191772	0.99808228
25	9,574,773	18,484	0.00193049	0.99806951
26	9,556,289	18,756	0.00196269	0.99803731
27	9,537,533	18,915	0.00198322	0.99801678
28	9,518,618	19,354	0.00203328	0.99796672
29	9,499,264	19,765	0.00208069	0.99791931
30	9,479,499	20,199	0.00213081	0.99786919
31	9,459,300	20,762	0.00219488	0.99780512
32	9,438,538	21,244	0.00225077	0.99774923
33	9,417,294	21,875	0.00232285	0.99767715
34	9,395,419	22,568	0.00240202	0.99759798
35	9,372,851	23,544	0.00251194	0.99748806
36	9,349,307	24,698	0.00264169	0.99735831
37	9,324,609	26,114	0.00280055	0.99719945
38	9,298,495	27,985	0.00300963	0.99699037
39	9,270,510	30,143	0.00325149	0.99674851
40	9,240,367	32,633	0.00353157	0.99646843

Elaboración: Walter Zans Arimana

TABLA DE MORTALIDAD				
x Edad al comenzar el año	Número de los que viven al comenzar el año mencionado l_x	Número de los que mueren durante el año mencionado d_x	Probabilidad anual de fallecimiento q_x	Probabilidad anual de supervivencia p_x
41	9,207,734	35,349	0.00383906	0.99616094
42	9,172,385	38,251	0.00417023	0.99582977
43	9,134,134	41,326	0.00452435	0.99547565
44	9,092,808	44,781	0.00492488	0.99507512
45	9,048,027	48,429	0.00535244	0.99464756
46	8,999,598	52,494	0.00583293	0.99416707
47	8,947,104	56,954	0.00636564	0.99363436
48	8,890,150	61,811	0.00695275	0.99304725
49	8,828,339	67,141	0.00760517	0.99239483
50	8,761,198	72,923	0.00832341	0.99167659
51	8,688,275	79,177	0.00911309	0.99088691
52	8,609,098	85,766	0.00996225	0.99003775
53	8,523,332	92,897	0.01089914	0.98910086
54	8,430,435	100,334	0.01190140	0.98809860
55	8,330,101	108,411	0.01301437	0.98698563
56	8,221,690	117,808	0.01432893	0.98567107
57	8,103,882	127,228	0.01569964	0.98430036
58	7,976,654	139,825	0.01752928	0.98247072
59	7,836,829	148,634	0.01896609	0.98103391
60	7,688,195	159,478	0.02074323	0.97925677
61	7,528,717	171,028	0.02271675	0.97728325
62	7,357,689	182,183	0.02476090	0.97523910
63	7,175,506	198,953	0.02772669	0.97227331
64	6,976,553	205,914	0.02951515	0.97048485
65	6,770,639	225,328	0.03328017	0.96671983
66	6,545,311	236,917	0.03619645	0.96380355
67	6,308,394	249,086	0.03948485	0.96051515
68	6,059,308	261,289	0.04312192	0.95687808
69	5,798,019	269,582	0.04649554	0.95350446
70	5,528,437	282,497	0.05109889	0.94890111
71	5,245,940	291,380	0.05554391	0.94445609
72	4,954,560	298,364	0.06022008	0.93977992
73	4,656,196	299,811	0.06438969	0.93561031
74	4,356,385	302,667	0.06947664	0.93052336
75	4,053,718	303,171	0.07478838	0.92521162
76	3,750,547	303,012	0.08079142	0.91920858
77	3,447,535	302,987	0.08788511	0.91211489
78	3,144,548	304,528	0.09684317	0.90315683
79	2,840,020	296,157	0.10427990	0.89572010
80	2,543,863	295,256	0.11606600	0.88393400

Elaboración: Walter Zans Arimana



TABLA DE MORTALIDAD				
x Edad al comenzar el año	Número de los que viven al comenzar el año mencionado l_x	Número de los que mueren durante el año mencionado d_x	Probabilidad anual de fallecimiento q_x	Probabilidad anual de supervivencia p_x
81	2,248,607	288,915	0.12848621	0.87151379
82	1,959,692	279,823	0.14278928	0.85721072
83	1,679,869	258,634	0.15396081	0.84603919
84	1,421,235	232,589	0.16365274	0.83634726
85	1,188,646	211,322	0.17778380	0.82221620
86	977,324	190,110	0.19452096	0.80547904
87	787,214	168,411	0.21393293	0.78606707
88	618,803	144,225	0.23307095	0.76692905
89	474,578	120,205	0.25328818	0.74671182
90	354,373	104,782	0.29568280	0.70431720
91	249,591	85,204	0.34137449	0.65862551
92	164,387	70,058	0.42617725	0.57382275
93	94,329	52,563	0.55723054	0.44276946
94	41,766	23,658	0.56644160	0.43355840
95	18,108	10,428	0.57587806	0.42412194
96	7,680	5,103	0.66445313	0.33554687
97	2,577	1,945	0.75475359	0.24524641
98	632	503	0.79588608	0.20411392
99	129	129	1.00000000	0.00000000

Elaboración: Walter Zans Arimana

Por otro lado, los números conmutadores son cifras procesadas que no se refieren a ningún elemento o hecho en particular, pero que sirven en gran manera para abreviar los cálculos. Igualmente es pertinente apuntar que las empresas de seguros invierten los recursos captados, y por eso asignan una rentabilidad al dinero que pagan los tomadores.

A continuación se muestra una tabla con los valores de los números conmutadores D , N , C y M . Estos cuatro conmutadores se emplean cuando la renta de supervivencia (que es una secuencia de pagos) es constante y cuando el importe a pagar por seguro de vida (que es un pago único) no se modifica con el tiempo.



Tabla N° 2

TABLA DE NÚMEROS CONMUTADORES: TASA ANUAL COMPUESTA 5%								
x	Número de Edad al comenzar el año	Número de los que viven al comenzar el año mencionado	Número de los que viven al comenzar el año x, actualizado por $(1.05)^{-x}$	Sumatoria de los D_x desde cada valor de x hasta x = 99	Número de los que mueren durante el año mencionado	Probabilidad anual de fallecimiento	Número de fallecidos d_x actualizado por $(1.05)^{-(x+1)}$	Sumatoria de los C_x desde cada valor de x hasta x = 99
	I_x	D_x	N_x	d_x	q_x	C_x	M_x	
0	10,000,000	10,000,000.00	196,433,254.56	70,895	0.00708950	67,519.05	646,035.52	
1	9,929,105	9,456,290.48	186,433,254.56	17,478	0.00176028	15,853.06	578,516.47	
2	9,911,627	8,990,137.87	176,976,964.08	15,069	0.00152034	13,017.17	562,663.41	
3	9,896,558	8,549,018.90	167,986,826.21	14,471	0.00146223	11,905.33	549,646.24	
4	9,882,087	8,130,017.43	159,437,807.31	13,956	0.00141225	10,934.89	537,740.91	
5	9,868,131	7,731,938.85	151,307,789.88	13,475	0.00136551	10,055.25	526,806.02	
6	9,854,656	7,353,696.04	143,575,851.03	12,818	0.00130070	9,109.51	516,750.77	
7	9,841,838	6,994,410.52	136,222,154.99	12,419	0.00126186	8,405.67	507,641.26	
8	9,829,419	6,652,937.69	129,227,744.47	12,098	0.00123080	7,798.48	499,235.59	
9	9,817,321	6,328,332.65	122,574,806.78	11,895	0.00121163	7,302.50	491,437.11	
10	9,805,426	6,019,680.98	116,246,474.13	11,880	0.00121157	6,945.99	484,134.61	
11	9,793,546	5,726,083.51	110,226,793.15	12,118	0.00123735	6,747.76	477,188.62	
12	9,781,428	5,446,665.11	104,500,709.64	12,343	0.00126188	6,545.76	470,440.86	
13	9,769,085	5,180,754.35	99,054,044.53	12,899	0.00132039	6,514.87	463,895.10	
14	9,756,186	4,927,536.89	93,873,290.18	13,581	0.00139204	6,532.69	457,380.23	
15	9,742,605	4,686,359.58	88,945,753.29	14,257	0.00146337	6,531.30	450,847.54	
16	9,728,348	4,456,668.31	84,259,393.71	14,999	0.00154178	6,544.01	444,316.24	
17	9,713,349	4,237,901.99	79,802,725.40	15,754	0.00162189	6,546.11	437,772.23	
18	9,697,595	4,029,551.03	75,564,823.41	16,405	0.00169166	6,492.02	431,226.12	
19	9,681,190	3,831,175.63	71,535,272.38	16,849	0.00174039	6,350.21	424,734.10	
20	9,664,341	3,642,388.48	67,704,096.75	17,334	0.00179360	6,221.91	418,383.89	
21	9,647,007	3,462,719.50	64,061,708.27	17,671	0.00183176	6,040.83	412,161.98	
22	9,629,336	3,291,787.27	60,598,988.77	17,943	0.00186337	5,841.73	406,121.15	
23	9,611,393	3,129,193.77	57,307,201.50	18,223	0.00189598	5,650.37	400,279.42	
24	9,593,170	2,974,534.17	54,178,007.73	18,397	0.00191772	5,432.69	394,629.05	
25	9,574,773	2,827,457.01	51,203,473.56	18,484	0.00193049	5,198.45	389,196.36	
26	9,556,289	2,687,617.74	48,376,016.55	18,756	0.00196269	5,023.76	383,997.91	
27	9,537,533	2,554,612.18	45,688,398.81	18,915	0.00198322	4,825.10	378,974.15	
28	9,518,618	2,428,138.89	43,133,786.63	19,354	0.00203328	4,701.98	374,149.05	
29	9,499,264	2,307,811.24	40,705,647.74	19,765	0.00208069	4,573.18	369,447.07	
30	9,479,499	2,193,342.29	38,397,836.50	20,199	0.00213081	4,451.04	364,873.89	
31	9,459,300	2,084,446.38	36,204,494.21	20,762	0.00219488	4,357.24	360,422.85	
32	9,438,538	1,980,829.79	34,120,047.83	21,244	0.00225077	4,246.09	356,065.61	
33	9,417,294	1,882,258.47	32,139,218.04	21,875	0.00232285	4,164.01	351,819.52	
34	9,395,419	1,788,463.10	30,256,959.57	22,568	0.00240202	4,091.36	347,655.51	
35	9,372,851	1,699,206.83	28,468,496.47	23,544	0.00251194	4,065.05	343,564.15	
36	9,349,307	1,614,227.18	26,769,289.64	24,698	0.00264169	4,061.23	339,499.10	
37	9,324,609	1,533,297.98	25,155,062.46	26,114	0.00280055	4,089.59	335,437.87	
38	9,298,495	1,456,194.20	23,621,764.48	27,985	0.00300963	4,173.91	331,348.28	
39	9,270,510	1,382,677.71	22,165,570.28	30,143	0.00325149	4,281.68	327,174.37	
40	9,240,367	1,312,554.24	20,782,892.57	32,633	0.00353157	4,414.64	322,892.69	

Elaboración: Walter Zans Arimana

TABLA DE NÚMEROS CONMUTADORES: TASA ANUAL COMPUESTA 5%							
x Edad al comenzar el año	Número de los que viven al comenzar el año mencionado I_x	Número de los que viven al comenzar el año x , actualizado por $(1.05)^{-x}$ D_x	Sumatoria de los D_x desde cada valor de x hasta $x = 99$ N_x	Número de los que mueren durante el año mencionado d_x	Probabilidad anual de fallecimiento q_x	Número de fallecidos d_x actualizado por $(1.05)^{-(x+1)}$ C_x	Sumatoria de los C_x desde cada valor de x hasta $x = 99$ M_x
41	9,207,734	1,245,637.01	19,470,338.33	35,349	0.00383906	4,554.35	318,478.05
42	9,172,385	1,181,766.61	18,224,701.32	38,251	0.00417023	4,693.57	313,923.70
43	9,134,134	1,120,798.44	17,042,934.71	41,326	0.00452435	4,829.41	309,230.13
44	9,092,808	1,062,597.68	15,922,136.27	44,781	0.00492488	4,983.97	304,400.72
45	9,048,027	1,007,013.82	14,859,538.59	48,429	0.00535244	5,133.31	299,416.75
46	8,999,598	953,927.47	13,852,524.77	52,494	0.00583293	5,299.23	294,283.44
47	8,947,104	903,203.12	12,898,597.30	56,954	0.00636564	5,475.68	288,984.21
48	8,890,150	854,717.77	11,995,394.18	61,811	0.00695275	5,659.66	283,508.53
49	8,828,339	808,357.27	11,140,676.41	67,141	0.00760517	5,854.95	277,848.87
50	8,761,198	764,009.12	10,332,319.14	72,923	0.00832341	6,056.34	271,993.92
51	8,688,275	721,571.39	9,568,310.02	79,177	0.00911309	6,262.61	265,937.58
52	8,609,098	680,948.24	8,846,738.63	85,766	0.00996225	6,460.74	259,674.97
53	8,523,332	642,061.39	8,165,790.39	92,897	0.01089914	6,664.68	253,214.23
54	8,430,435	604,822.35	7,523,729.00	100,334	0.01190140	6,855.46	246,549.55
55	8,330,101	569,165.83	6,918,906.65	108,411	0.01301437	7,054.60	239,694.09
56	8,221,690	535,008.09	6,349,740.82	117,808	0.01432893	7,301.04	232,639.49
57	8,103,882	502,230.47	5,814,732.73	127,228	0.01569964	7,509.37	225,338.45
58	7,976,654	470,805.37	5,312,502.26	139,825	0.01752928	7,859.88	217,829.08
59	7,836,829	440,526.18	4,841,696.89	148,634	0.01896609	7,957.20	209,969.20
60	7,688,195	411,591.55	4,401,170.71	159,478	0.02074323	8,131.18	202,012.00
61	7,528,717	383,860.77	3,989,579.16	171,028	0.02271675	8,304.83	193,880.82
62	7,357,689	357,276.86	3,605,718.39	182,183	0.02476090	8,425.23	185,575.99
63	7,175,506	331,838.44	3,248,441.53	198,953	0.02772669	8,762.65	177,150.76
64	6,976,553	307,273.96	2,916,603.09	205,914	0.02951515	8,637.37	168,388.11
65	6,770,639	284,004.50	2,609,329.13	225,328	0.03328017	9,001.64	159,750.74
66	6,545,311	261,478.84	2,325,324.63	236,917	0.03619645	9,013.91	150,749.10
67	6,308,394	240,013.56	2,063,845.79	249,086	0.03948485	9,025.62	141,735.19
68	6,059,308	219,558.72	1,823,832.23	261,289	0.04312192	9,016.95	132,709.57
69	5,798,019	200,086.60	1,604,273.51	269,582	0.04649554	8,860.13	123,692.62
70	5,528,437	181,698.54	1,404,186.91	282,497	0.05109889	8,842.47	114,832.49
71	5,245,940	164,203.76	1,222,488.37	291,380	0.05554391	8,686.21	105,990.02
72	4,954,560	147,698.32	1,058,284.61	298,364	0.06022008	8,470.86	97,303.81
73	4,656,196	132,194.21	910,586.29	299,811	0.06438969	8,106.61	88,832.95
74	4,356,385	117,792.63	778,392.08	302,667	0.06947664	7,794.13	80,726.34
75	4,053,718	104,389.33	660,599.45	303,171	0.07478838	7,435.34	72,932.21
76	3,750,547	91,983.07	556,210.12	303,012	0.08079142	7,077.56	65,496.87
77	3,447,535	80,525.36	464,227.05	302,987	0.08788511	6,739.98	58,419.31
78	3,144,548	69,950.83	383,701.69	304,528	0.09684317	6,451.68	51,679.33
79	2,840,020	60,168.17	313,750.86	296,157	0.10427990	5,975.55	45,227.65
80	2,543,863	51,327.46	253,582.69	295,256	0.11606600	5,673.69	39,252.10

Elaboración: Walter Zans Arimana



TABLA DE NÚMEROS CONMUTADORES: TASA ANUAL COMPUESTA 5%							
x	Número de los que viven al comenzar el año mencionado l_x	Número de los que viven al comenzar el año x , actualizado por $(1.05)^{-x}$ D_x	Sumatoria de los D_x desde cada valor de x hasta $x = 99$ N_x	Número de los que mueren durante el año mencionado d_x	Probabilidad anual de fallecimiento q_x	Número de fallecidos d_x actualizado por $(1.05)^{-(x+1)}$ C_x	Sumatoria de los C_x desde cada valor de x hasta $x = 99$ M_x
81	2,248,607	43,209.61	202,255.23	288,915	0.12848621	5,287.47	33,578.41
82	1,959,692	35,864.54	159,045.62	279,823	0.14278928	4,877.21	28,290.94
83	1,679,869	29,279.50	123,181.08	258,634	0.15396081	4,293.23	23,413.73
84	1,421,235	23,592.00	93,901.58	232,589	0.16365274	3,677.04	19,120.50
85	1,188,646	18,791.53	70,309.58	211,322	0.17778380	3,181.74	15,443.46
86	977,324	14,714.95	51,518.05	190,110	0.19452096	2,726.06	12,261.72
87	787,214	11,288.18	36,803.10	168,411	0.21393293	2,299.92	9,535.66
88	618,803	8,450.73	25,514.92	144,225	0.23307095	1,875.83	7,235.74
89	474,578	6,172.48	17,064.19	120,205	0.25328818	1,488.97	5,359.91
90	354,373	4,389.59	10,891.71	104,782	0.29568280	1,236.12	3,870.94
91	249,591	2,944.44	6,502.12	85,204	0.34137449	957.29	2,634.82
92	164,387	1,846.94	3,557.68	70,058	0.42617725	749.64	1,677.53
93	94,329	1,009.35	1,710.74	52,563	0.55723054	535.66	927.89
94	41,766	425.63	701.39	23,658	0.56644160	229.61	392.23
95	18,108	175.75	275.76	10,428	0.57587806	96.39	162.62
96	7,680	70.99	100.01	5,103	0.66445313	44.92	66.23
97	2,577	22.69	29.02	1,945	0.75475359	16.31	21.31
98	632	5.30	6.33	503	0.79588608	4.02	5.00
99	129	1.03	1.03	129	1.00000000	0.98	0.98

Elaboración: Walter Zans Arimana

Se puede desarrollar unos casos de renta de supervivencia, con pagos constantes, vencidos e inmediatos.

Caso 1: Calcular la prima única para una renta anual de S/ 1,800 vitalicia, constante, inmediata y de pago vencido, contratada por un individuo de edad 91 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.

$$U = R \cdot \frac{N_{x+1}}{D_x} \quad 1,800 \quad \times \quad \frac{N_{92}}{D_{91}}$$

$$U = 1,800 \cdot \frac{3,557.68}{2,944.44} = 2,174.89$$

$$10,000 \quad \times \quad 2,174.89 = 21,748,900$$

Tabla N° 3

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA VITALICIA INMEDIATA, CONSTANTE Y DE PAGO VENCIDO					
A	B	A*B	C	R	C-R
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} $(A*B) * S/ 1,800$	Saldo S/
					21,748,900
91	10,000	0.658625510	6,586	22,836,345	11,855,259
92	6,586	0.573822750	3,779	11,530,140	6,802,817
93	3,779	0.442769460	1,673	4,963,689	3,012,080
94	1,673	0.433558400	726	2,049,190	1,305,912
95	726	0.424121940	308	780,441	553,866
96	308	0.335546870	103	237,904	185,848
97	103	0.245246410	25	54,659	45,579
98	25	0.204113920	5	9,534	9,303
99	5	0.000000000	-		

Elaboración: Walter Zans Arimana

Caso 2: Calcular la prima única para una renta anual de S/ 2,100 vitalicia, constante, inmediata, temporal por ocho años y de pago vencido, contratada por un individuo de edad 65 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.



$$U = R \cdot \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$U = R \cdot \frac{N_{65+1} - N_{65+8+1}}{D_{65}}$$

$$U = 2,100 \cdot \frac{N_{66} - N_{74}}{D_{65}}$$

$$U = 2,100 \cdot \frac{2325324.63 - 778392.08}{284004.5}$$

$$U = 11,438.40$$

$$10,000 \times 11,438.40 = 114,384,045$$

Tabla N° 4

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA TEMPORAL INMEDIATA, CONSTANTE Y DE PAGO VENCIDO						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} $(A*B) * S/ 2,100$	Saldo S/	
					114,384,045	
65	10,000	0.966719830	9,667	120,103,247	20,301,116	99,802,131
66	9,667	0.963803550	9,317	104,792,237	19,566,288	85,225,949
67	9,317	0.960515150	8,949	89,487,246	18,793,716	70,693,530
68	8,949	0.956878080	8,563	74,228,206	17,983,295	56,244,911
69	8,563	0.953504460	8,165	59,057,157	17,147,152	41,910,005
70	8,165	0.948901110	7,748	44,005,505	16,270,952	27,734,553
71	7,748	0.944456090	7,318	29,121,281	15,367,199	13,754,082
72	7,318	0.939779920	6,877	14,441,786	14,441,785	1

Elaboración: Walter Zans Arimana



Ahora los seguros de vida.

Los seguros de vida son contratos por los cuales se conviene el pago de un capital a modo de indemnización ante el fallecimiento de una persona. Este capital se entrega a los beneficiarios declarados en el contrato.

En cuanto a la duración de la cobertura, los seguros de vida pueden ser:

- De vida entera: la cobertura se mantiene hasta que el asegurado fallece.
- Temporales: la cobertura tiene un plazo pactado. Vencido ese plazo, termina la obligación de la empresa de seguros.

En cuanto al inicio de la cobertura, los seguros de vida pueden ser:

- Inmediatos: con la firma del contrato se inicia la cobertura.
- Diferidos: hay un tiempo de carencia después de la firma del contrato. Terminado ese tiempo de carencia, se inicia la cobertura.

El seguro de vida por un año se denota por A_x y tiene una cobertura anual. Se calcula de la siguiente manera:

$$1A_x = K q_x (1+i)^{-1}$$



En donde q es la probabilidad de fallecimiento en el año que comienza que corresponde a la edad x . Asimismo, x es la edad en que se contrata el seguro.

Por tanto, la prima U a pagar por este seguro, puede calcularse así:

$$U = K q_x (1+i)^{-1}$$

En donde K es el capital contratado o importe a pagar.

Ejemplo: el señor Juan Lara tiene 45 años de edad. Desea contratar un seguro de vida por un año, por un capital de S/ 8,000. La empresa remunera los aportes con una tasa anual de 5%.

$$U = K \cdot q_x \cdot (1+i)^{-1}$$

$$U = S/ 8,000 \cdot q_{45} \cdot (1.05)^{-1}$$

$$U = S/ 8,000 (0.00535244) (1.05)^{-1}$$

$$U = S/ 40.78$$

Obviamente, el valor q_{45} , que es la probabilidad de muerte a la edad de 45 años, se toma de la tabla de mortalidad.

El número conmutador C



Ahora se modificará la fórmula anterior.

$${}_1A_x = q_x \cdot (1+i)^{-1} = \frac{d_x}{l_x} \cdot (1+i)^{-1}$$

Multiplicando la última expresión por el cociente $(1+i)^{-x}/(1+i)^{-x}$:

$${}_1A_x = \frac{d_x}{l_x} \cdot (1+i)^{-1} \cdot \frac{(1+i)^{-x}}{(1+i)^{-x}} = \frac{d_x \cdot (1+i)^{-(x+1)}}{l_x \cdot (1+i)^{-x}}$$

Lo que se tiene en el denominador es sencillamente D_x . Es el número de vivos a una edad determinada, actualizado financieramente por un plazo igual a esa misma edad.

Lo que se tiene en el numerador es el número de fallecidos a la edad "x" (d_x), actualizado financieramente por un plazo igual a su propia edad más 1; es decir, $(x+1)$. Y a este valor se le puede llamar C_x . Por tanto, se puede concluir:

$${}_1A_x = \frac{C_x}{D_x}$$

Por tanto, la prima U para un seguro de vida por un año, se podrá calcular así:

$$U = K \cdot \frac{C_x}{D_x}$$



Ejemplo: el señor Mario Salas tiene 67 años de edad y desea contratar un seguro de vida por un año, por un capital de S/ 38,000. Calcular la prima que deberá pagar. La tasa de interés es 5% anual.

Empleando los valores de la tabla de mortalidad:

$$U = K \cdot q_x \cdot (1+i)^{-1}$$

$$U = S/ 38,000 \cdot q_{67} \cdot (1.05)^{-1}$$

$$U = S/ 38,000 (0.03948485) (1.05)^{-1}$$

$$U = S/ 1,428.98$$

Empleando los valores de la tabla de números conmutadores:

$$U = K \cdot \frac{C_x}{D_x}$$

$$U = S/ 38,000 \cdot \frac{C_{67}}{D_{67}} = S/ 38,000 \cdot \frac{9,025.62}{240,013.56} = S/ 1,428.98$$

Se llega a la misma cantidad.

El número conmutador M

Indica la suma acumulada de todos los valores del conmutador C, desde la edad x hasta la edad ω , que en la tabla utilizada corresponde a la edad de 99 años.

Las fórmulas para seguros de vida son:

Seguro de vida entera, inmediato:

$$U = K \cdot \frac{M_x}{D_x}$$



Seguro de vida temporal, inmediato:

$$U = K \cdot \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

Seguro de vida entera, diferido:

$$U = K \frac{M_{x+m}}{D_x}$$

$$D_x$$

Seguro de vida temporal, diferido:

$$U = K \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

$$D_x$$

Casos prácticos:

Caso 3: Calcular la prima única para un seguro de vida entera por S/ 5,000 inmediato, contratado por un individuo de edad 85 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.



$$U = K \frac{M_x}{D_x}$$

$$U = 5,000 \frac{M_{85}}{D_{85}} = 5,000 \frac{15,443.46}{18,791.53} = 4,109.15$$

$$10,000 \times 4,109.15 = 41,091,500$$

Tabla N° 5

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO DE VIDA ENTERA, INMEDIATO, CONSTANTE						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir $x+1$ años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos (A*B) * S/ 5,000	Saldo S/	
l_x	q_x	d_x				
					41,091,500	
85	10,000	0.1777838	1,778	43,146,075	8,890,000	34,256,075
86	8,222	0.19452096	1,599	35,968,879	7,995,000	27,973,879
87	6,623	0.21393293	1,417	29,372,573	7,085,000	22,287,573
88	5,206	0.23307095	1,213	23,401,952	6,065,000	17,336,952
89	3,993	0.25328818	1,011	18,203,800	5,055,000	13,148,800
90	2,982	0.2956828	882	13,806,240	4,410,000	9,396,240
91	2,100	0.34137449	717	9,866,052	3,585,000	6,281,052
92	1,383	0.42617725	589	6,595,105	2,945,000	3,650,105
93	794	0.55723054	442	3,832,610	2,210,000	1,622,610
94	352	0.5664416	199	1,703,741	995,000	708,741
95	153	0.57587806	88	744,178	440,000	304,178
96	65	0.66445313	43	319,387	215,000	104,387
97	22	0.75475359	17	109,606	85,000	24,606
98	5	0.79588608	4	25,836	20,000	5,836
99	1	1.00000000	1	6,128	5,000	1,128

Elaboración: Walter Zans Arimana

Caso 4: Calcular la prima única para un seguro de vida entera por S/ 8,000 diferido por dos años, contratado por un individuo de edad 84 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.

Aquí, m indica el tiempo de carencia. Es un plazo inicial en el cual no habrá cobertura. En este caso es de dos años.



$$U = K \frac{M_{x+m}}{D_x} \qquad U = 8,000 \frac{M_{84+2}}{D_{84}}$$

$$U = 8,000 \frac{M_{86}}{D_{84}} = 8,000 \frac{12,261.72}{23,592.00} = 4,157.92$$

$$10,000 \times 4,157.92 = 41,579,200$$

Tabla N° 6

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO DE VIDA ENTERA, DIFERIDO, CONSTANTE

	A	B	A*B	C	R	C-R
	Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir x+1 años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos	Saldo S/
	l_x	q_x	d_x		$(A*B) * S/ 8,000$	
						41,579,200
84	10,000	0.16365274	1,637	43,658,160		43,658,160
85	8,363	0.17778380	1,487	45,841,068		45,841,068
86	6,876	0.19452096	1,338	48,133,121	10,704,000	37,429,121
87	5,538	0.21393293	1,185	39,300,577	9,480,000	29,820,577
88	4,353	0.23307095	1,015	31,311,606	8,120,000	23,191,606
89	3,338	0.25328818	845	24,351,186	6,760,000	17,591,186
90	2,493	0.29568280	737	18,470,745	5,896,000	12,574,745
91	1,756	0.34137449	599	13,203,482	4,792,000	8,411,482
92	1,157	0.42617725	493	8,832,056	3,944,000	4,888,056
93	664	0.55723054	370	5,132,459	2,960,000	2,172,459
94	294	0.5664416	167	2,281,082	1,336,000	945,082
95	127	0.57587806	73	992,336	584,000	408,336
96	54	0.66445313	36	428,753	288,000	140,753
97	18	0.75475359	14	147,791	112,000	35,791
98	4	0.79588608	3	37,581	24,000	13,581
99	1	1.00000000	1	14,260	8,000	6,260

Elaboración: Walter Zans Arimana



Puede notarse que, al existir un tiempo de aplazamiento o carencia, durante los dos primeros años no se hará pago alguno.

Caso 5: Calcular la prima única para un seguro de vida temporal de S/ 6,000 por ocho años e inmediato, contratado por un individuo de edad 40 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.

Aquí, n indica el tiempo de la cobertura. En este caso es de ocho años.

$$U = K \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$U = 6,000 \frac{M_{40} - M_{48}}{D_{40}}$$

$$U = 6,000 \frac{322,892.69 - 283,508.53}{1,312,554.24} = 180.03$$

$$10,000 \times 180.03 = 1,800,300$$

Tabla N° 7

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO DE VIDA TEMPORAL, INMEDIATO, CONSTANTE

	A	B	A*B	C	R	C-R
	Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir $x+1$ años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos	Saldo S/
	l_x	q_x	d_x		$(A*B) * S/ 6,000$	
						1,800,300
40	10,000	0.00353157	35	1,890,315	210,000	1,680,315
41	9,965	0.00383906	38	1,764,331	228,000	1,536,331
42	9,927	0.00417023	41	1,613,148	246,000	1,367,148
43	9,886	0.00452435	45	1,435,505	270,000	1,165,505
44	9,841	0.00492488	48	1,223,780	288,000	935,780
45	9,793	0.00535244	52	982,569	312,000	670,569
46	9,741	0.00583293	57	704,097	342,000	362,097
47	9,684	0.00636564	62	380,202	372,000	8,202

Elaboración: Walter Zans Arimana

Aquí puede verse que la cobertura es temporal. Una vez que ha vencido el plazo contratado de ocho años, cesa toda obligación de la empresa de seguros.

La desviación final de S/ 8,202 no indica un error en los cálculos. Esa desviación, que a veces puede parecer muy alta, se debe al redondeo a cifras enteras que se efectúa en el número de fallecidos por cada año.

Caso 4: Calcular la prima única para un seguro de vida temporal de S/ 4,000 por diez años y diferido por dos años, contratado por un individuo de edad 56 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.

$$U = K \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

$$U = 4,000 \frac{M_{56+2} - M_{56+2+10}}{D_{56}}$$

$$U = 4,000 \frac{M_{58} - M_{68}}{D_{56}}$$

$$U = 4,000 \frac{217,829.08 - 132,709.57}{535,008.09} = 636.40$$

$$10,000 \times 636.40 = 6,364,000$$



Tabla N° 8

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO TEMPORAL DE VIDA, DIFERIDO, CONSTANTE					
A	B	A*B	C	R	C-R
Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir x+1 años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos	Saldo S/
l_x	q_x	d_x		$(A*B) * S/ 4,000$	
					6,364,000
56	10,000	0.01432893	143	6,682,200	6,682,200
57	9,857	0.01569964	155	7,016,310	7,016,310
58	9,702	0.01752928	170	7,367,126	6,687,126
59	9,532	0.01896609	181	7,021,482	6,297,482
60	9,351	0.02074323	194	6,612,356	5,836,356
61	9,157	0.02271675	208	6,128,174	5,296,174
62	8,949	0.02476090	222	5,560,983	4,672,983
63	8,727	0.02772669	242	4,906,632	3,938,632
64	8,485	0.02951515	250	4,135,564	3,135,564
65	8,235	0.03328017	274	3,292,342	2,196,342
66	7,961	0.03619645	288	2,306,159	1,154,159
67	7,673	0.03948485	303	1,211,867	-133

Elaboración: Walter Zans Arimana

Aquí también hay un tiempo de carencia, además del carácter temporal de la cobertura.

5.1.2 Desarrollo de casos con pagos variables

Hasta ahora se ha mantenido el carácter invariable de las cantidades a pagar por parte de la empresa de seguros, tanto para las rentas de supervivencia como para los seguros de vida.

Ahora se comenzará a trabajar las fórmulas para pagos variables. Para ello es necesario elaborar nuevos números conmutadores. Los conmutadores N y M, que son los acumulados de los conmutadores D y C, sirven solamente para cantidades constantes. Por ello, a partir de ahora se construirán nuevos conmutadores.

Se debe tener en cuenta que trabajar con cantidades que varían en el tiempo de acuerdo con una ley matemática, implica usar un gradiente, que no es otra cosa que una razón constante de variación. Para el presente trabajo de investigación, siempre se aplica como un gradiente geométrico positivo. Esto es, el gradiente a usar siempre indica una razón geométrica constante de incremento y nunca de disminución.

g = gradiente geométrico

Los números conmutadores E y G

Capital diferido variable

Supóngase que un individuo de 50 años contrata un capital diferido de S/ 3,000 que será cobrado si llega con vida a los 58 años, con tasa de interés anual 5%. El capital crecerá en 2% anual cada año, a partir del segundo. Por tanto, crecerá geoméricamente $n-1$ veces.

$$U = K \cdot 8p50 (1+i)^{-n} (1+g)^{n-1}$$

$$U = 3,000 \cdot 158/150 (1.05)^{-8} (1.02)^{8-1}$$

$$U = 3,000 (7,976,654/8,761,198) (1.05)^{-8} (1.02)^7$$

$$U = 2,123.56$$



Es lo mismo que si se hiciera:

$$U = K \frac{D_{x+n}}{D_x} (1+g)^{n-1}$$

D_x

Se puede comprobar así:

$$U = 3,000 \frac{\underline{D58} (1.02)^7}{D50}$$

$$U = 3,000 \frac{470,805.37 (1.02)^7}{764,009.12}$$

$$U = 2,123.56$$

Pero si se efectúa el siguiente planteamiento:

$$U = K \frac{\underline{Dx+n} (1+g)^{x+n-1}}{Dx (1+g)^x} \quad (A)$$

Se llega a la misma expresión:

$$U = K \frac{\underline{Dx+n} (1+g)^{n-1}}{Dx}$$

Por tanto, tomando la expresión (A), si se asume que en el numerador siempre se considerará la edad final y en el denominador siempre se consignará la edad inicial (lo cual obligará a definir conmutadores diferentes), se puede concluir lo siguiente:

$$U = K \frac{\underline{Gx}}{Ex}$$



En donde G es el número de vivos / a una edad determinada x, actualizado financieramente por un plazo igual a esa edad, y capitalizado financieramente por un plazo igual a esa edad menos uno.

Igualmente, E es el número de vivos / a una edad determinada x, actualizado financieramente por un plazo igual a esa edad, y capitalizado financieramente por un plazo igual a esa edad.

Entonces, el caso anterior puede resolverse empleando estos nuevos conmutadores.

$$U = 3,000 \frac{G_{58}}{E_{50}}$$

Tomando los valores de la tabla de conmutadores para pagos variables:

$$U = 3,000 \frac{1,455,630.67}{2,056,397.80}$$

$$U = 2,123.56$$

Es la misma cifra. Los conmutadores E y G funcionan.

Rentas con pagos variables

Renta de vida entera variable, inmediata y de pago vencido

Ahora se planteará una renta variable de pago vencido.

$$U = R \cdot \frac{D_{x+1}}{D_x} + R \cdot \frac{D_{x+2}}{D_x} (1+g) + R \cdot \frac{D_{x+3}}{D_x} (1+g)^2 + \dots + R \cdot \frac{D_{\omega}}{D_x} (1+g)^{\omega-1}$$

Pero esto también se puede plantear así:

$$U = R \cdot \frac{D_{x+1} (1+g)^{x-1}}{D_x (1+g)^{x-1}} + R \cdot \frac{D_{x+2} (1+g)^x}{D_x (1+g)^{x-1}} + R \cdot \frac{D_{x+3} (1+g)^{x+1}}{D_x (1+g)^{x-1}} + \dots + R \cdot \frac{D_{\omega} (1+g)^{\omega-1}}{D_x (1+g)^{x-1}}$$

Si se factoriza:

$$U = R \cdot \frac{D_{x+1} (1+g)^{x-1} + D_{x+2} (1+g)^x + D_{x+3} (1+g)^{x+1} + \dots + D_{\omega} (1+g)^{\omega-1}}{D_x (1+g)^{x-1}}$$

Lo que se tiene en el denominador es, sencillamente, G_x .

Lo que se tiene en el denominador es la suma de todos los valores de G , desde la edad x hasta la edad ω . Puede denotarse por A . Por lo tanto:

$$U = R \frac{Ax}{G_x} \quad \text{Fórmula 1: Prima única para una renta de vida entera, vencida y variable.}$$

Aplicación:



Caso 7: Calcular la prima única para una renta anual de S/ 1,000 de vida entera, inmediata y de pago vencido, contratada por un individuo de edad 95 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%. Gradiente anual 2%.

$$U = R \frac{A_{x+1}}{G_x} = 1,000 \times \frac{A_{95+1}}{G_{95}}$$

$$U = 1,000 \frac{A_{96}}{G_{95}} = 1,000 \times \frac{648.02}{1,130.59} = 573.17$$

$$10,000 \times 573.17 = 5,731,700$$

Tabla N° 9

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA DE VIDA ENTERA, VARIABLE, INMEDIATA Y DE PAGO VENCIDO						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} $(A*B) * S/ 1,000$ con incremento anual 2%	Saldo S/	
					5,731,700	
95	10,000	0.42412194	4,241	6,018,285	4,241,000	1,777,285
96	4,241	0.33554687	1,423	1,866,149	1,451,460	414,689
97	1,423	0.24524641	349	435,423	363,100	72,323
98	349	0.20411392	71	75,940	75,346	594
99	71	0	-	-	-	-

Elaboración: Walter Zans Arimana

Renta temporal, variable, inmediata y vencida

Suponiendo ahora que se contrata una renta de supervivencia R por tres años, con una probabilidad de supervivencia p. Se conviene que, a partir del segundo año, el capital a pagar se incrementará anualmente en un porcentaje o gradiente geométrico g.

$$U = R (l_{x+1}/l_x) (1+i)^{-1} + R (l_{x+2}/l_x) (1+i)^{-2} (1+g) + R (l_{x+3}/l_x) (1+i)^{-3} (1+g)^2$$



Caso 8: suponiendo ahora que la edad de contratación es 41 años, la renta contratada R es S/ 1,000 y el gradiente anual es 2%, se tendría lo siguiente:

Tomando los valores de la tabla de mortalidad:

$$U = 1,000 (l_{42} / l_{41}) (1.05)^{-1} + 1,000 (l_{43} / l_{41}) (1.05)^{-2} (1.02) + 1,000 (l_{44} / l_{41}) (1.05)^{-3} (1.02)^2$$

$$U = 1,000 (9172385 / 9207734) (1.05)^{-1} + 1,000 (9134134 / 9207734) (1.05)^{-2} (1.02) + 1,000 (9092808 / 9207734) (1.05)^{-3} (1.02)^2$$

$$U = 1,000 (0.99616094) (1.05)^{-1} + 1,000 (0.99200672) (1.05)^{-2} (1.02) + 1,000 (0.98751853) (1.05)^{-3} (1.02)^2$$

$$U = 948.72 + 917.77 + 887.52$$

$$U = 2,754.01$$

Si son mil asegurados los que contratan esta renta, el importe total a cobrar por primas sería:

$$S/ \times 1,000 = 2,754.01 = 2,754,010.$$



La tabla actuarial de pago sería la siguiente:

Tabla N° 10

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA TEMPORAL INMEDIATA, VARIABLE Y DE PAGO VENCIDO						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} $(A*B) * S/ 1,000$ con incremento anual 2%	Saldo S/	
						2,754,010
41	1,000	0.99616094	996	2,891,711	996,000	1,895,711
42	996	0.99582977	992	1,990,497	1,011,840	978,657
43	992	0.99547565	988	1,027,590	1,027,915	-325

Elaboración: Walter Zans Arimana

La desviación final de -325 es normal. Sin embargo, a algunas personas podría parecerles excesiva e indicadora de un error. Para despejar esa duda, a continuación se desarrolla la misma tabla actuarial, pero considerando seis decimales para los vivos a la edad l_{x+1} .

Tabla N° 11

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA TEMPORAL INMEDIATA, VARIABLE Y DE PAGO VENCIDO						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} $(A*B) * S/ 1,000$ con incremento anual 2%	Saldo S/	
						2,754,010
41	1,000	0.99616094	996.160940	2,891,711	996,161	1,895,550
42	996	0.99582977	992.006720	1,990,328	1,011,847	978,481
43	992	0.99547565	987.518534	1,027,405	1,027,414	-9

Elaboración: Walter Zans Arimana

Puede notarse que la desviación final está muy cerca de cero, con lo cual puede concluirse que el cálculo es correcto.

Si al caso anterior se aplica ahora la propiedad por la cual toda renta temporal se obtiene restando valores acumulados, se tendría lo siguiente:

$$U = R \frac{Ax+1 - Ax+n+1}{Gx}$$

Reemplazando y operando:

$$U = R \frac{Ax+1 - Ax+n+1}{Gx}$$

$$U = 1,000 \frac{A41+1 - A41+3+1}{G41}$$

$$U = 1,000 \frac{A42 - A45}{G41}$$

$$U = 1,000 \frac{51,462,901.46 - 43,888,204.52}{2,750,415.92} = 2,754.02$$

$$1,000 \times 2,754.02 = 2,754,020$$



Tabla N° 12

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA TEMPORAL INMEDIATA, VARIABLE Y DE PAGO VENCIDO					
A	B	A*B	C	R	C-R
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} (A*B) * S/ 1,000 con incremento anual 2%	Saldo S/
					2,754,020
41	1,000	0.99616094	996	2,891,721	996,000
42	996	0.99582977	992	1,990,507	1,011,840
43	992	0.99547565	988	1,027,600	1,027,915
					-315

Elaboración: Walter Zans Arimana

El cálculo es correcto. Por tanto, ya puede establecerse esta nueva fórmula:

$$U = R \frac{Ax+1 - Ax+n+1}{Gx} \quad \text{Fórmula (2) Renta temporal, inmediata y variable, de pago vencido.}$$

Para corroborar, puede desarrollarse un nuevo caso.

Caso 9: calcular la prima única para una renta anual temporal de S/ 2,000 por siete años, variable, inmediata y de pago vencido, contratada por un individuo de edad 68 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%. Incremento anual 2%.

$$U = R \cdot \frac{Ax+1 - Ax+n+1}{Gx}$$

$$U = 2,000 \frac{A_{68+1} - A_{68+7+1}}{G_{68}}$$

$$U = 2,000 \frac{A_{69} - A_{76}}{G_{68}} =$$

$$U = 2,000 \frac{6,772,515.44 - 2,612,815.85}{827,488.94} = \mathbf{10,053.79}$$

$$10,000 \times 10,053.79 = 100,537,900$$


Tabla N° 13

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA TEMPORAL, VARIABLE, INMEDIATA Y DE PAGO VENCIDO					
A	B	A*B	C	R	C-R
Vivos a la edad I_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad I_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos I_{x+1} (A*B) * S/ 2,000 con incremento anual 2%.	Saldo S/
10,000	0.95687808	9,568.780800	105,564,795	19,137,562	100,537,900
68					86,427,233
9,569	0.95350446	9,123.875170	90,748,595	18,612,705	72,135,890
69					57,727,835
9,124	0.94890111	8,657.655276	75,742,684	18,014,849	43,259,708
70					28,787,077
8,658	0.94445609	8,176.775251	60,614,227	17,354,519	14,350,687
71					17
8,177	0.93977992	7,684.369191	45,422,694	16,635,617	
72					
7,684	0.93561031	7,189.575041	30,226,431	15,875,744	
73					
7,190	0.93052336	6,690.067524	15,068,222	15,068,205	
74					

Elaboración: Walter Zans Arimana

Redondeando a cero decimales en la columna A*B, la desviación final es de más de cuatro mil soles. Por ello, esa columna se ha definido a seis decimales, para lograr una desviación mínima y lograr certeza de que el cálculo es correcto.

Renta de vida entera, variable, diferida y de pago vencido

Caso 10: si ahora se considera un tiempo de aplazamiento en el inicio de la cobertura, tiempo denotado por m años, se tendría lo siguiente:



$U = R \frac{A_{x+m+1}}{G_x}$ Fórmula (3) Renta de vida entera, variable, diferida y de pago vencido.

$$U = R \frac{A_{x+m+1}}{G_x}$$

$$U = 700 \frac{A_{92+3+1}}{G_{92}}$$

$$U = 700 \frac{A_{96}}{E_{92}}$$

$$U = 700 \frac{648.02}{11,196.12}$$

$$= 40.52$$

$$10,000 \times 40.52 = 405,200$$

Tabla N° 14

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA DE VIDA ENTERA, VARIABLE, DIFERIDA Y DE PAGO VENCIDO					
A	B	A*B	C	R	C-R
Vivos a la edad I_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad I_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos I_{x+1} $(A*B) * S/ 700$ con incremento anual 2%	Saldo S/
					405,200
92	10,000	0.57382275	5,738	425,460	425,460
93	5,738	0.44276946	2,541	446,733	446,733
94	2,541	0.4335584	1,102	469,070	469,070
95	1,102	0.42412194	467	492,524	346,909
96	467	0.33554687	157	152,896	118,959
97	157	0.24524641	39	35,634	30,141
98	39	0.20411392	8	5,767	6,307
99	8	0			-540

Elaboración: Walter Zans Arimana



Puede efectuarse otro caso práctico:

Caso 11: calcular la prima única para una renta anual de vida entera de S/ 400 variable, diferida por tres años y de pago vencido, contratada por un individuo de edad 89 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%. Incremento anual 2%.

$$U = R \frac{A_{x+m+1}}{G_x}$$

$$U = 400 \frac{A_{89+3+1}}{G_{89}}$$

$$U = 400 \frac{A_{93}}{E_{89}}$$

$$U = 400 \frac{10,506.84}{35,259.41}$$

$$= 119.19$$

$$10,000 \times 119.19 = 1,191,900$$

Tabla N° 15

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA DE VIDA ENTERA, VARIABLE, DIFERIDA Y DE PAGO VENCIDO					
A	B	A*B	C	R	C-R
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} $(A*B) * S/ 400$ con incremento anual 2%	Saldo S/
					1,191,900
89	10,000	0.74671182	7,467	1,251,495	1,251,495
90	7,467	0.7043172	5,259	1,314,070	1,314,070
91	5,259	0.65862551	3,464	1,379,774	1,379,774
92	3,464	0.57382275	1,988	1,448,763	843,873 604,890
93	1,988	0.44276946	880	635,135	381,016 254,119
94	880	0.4335584	382	266,825	168,704 98,121
95	382	0.42412194	162	103,028	72,975 30,053
96	162	0.33554687	54	31,555	24,812 6,743
97	54	0.24524641	13	7,081	6,093 988
98	13	0.20411392	3	1,038	1,434 -396
99	3	0	-	-	-

Elaboración: Walter Zans Arimana

Renta temporal, variable, diferida y de pago vencido



Aquí, por diferencia de sumas acumuladas, se establece la siguiente fórmula:

$$U = R \frac{Ax+m+1 - Ax+m+n+1}{Gx}$$

Caso 12: calcular la prima única para una renta anual temporal de S/ 1,200 por cinco años, diferida por tres años, variable y de pago vencido, contratada por un individuo de edad 46 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%. Incremento anual 2%.

$$U = R \frac{Ax+m+1 - Ax+m+n+1}{Gx}$$

$$U = 1,200 \frac{A46+3+1 - A46+3+5+1}{G46}$$

$$U = 1,200 \frac{A50 - A55}{G46} =$$

$$U = 1,200 \frac{32,871,143.03 - 23,701,245.30}{2,325,536.08} = 4,731.76$$

$$10,000 \times 4,731.76 = 47,317,600$$

Tabla N° 16

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA TEMPORAL, VARIABLE, DIFERIDA Y DE PAGO VENCIDO					
A	B	A*B	C	R	C-R
Vivos a la edad I_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad I_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos I_{x+1} $(A*B) * S/ 1,200$ con incremento anual 2%	Saldo S/
					47,317,600
46	10,000	0.99417026	9,942	49,683,480	49,683,480
47	9,942	0.99363932	9,879	52,167,654	52,167,654
48	9,879	0.9930502	9,810	54,776,037	54,776,037
49	9,810	0.99239835	9,735	57,514,839	12,397,032
50	9,735	0.99167922	9,654	47,373,698	12,539,760
51	9,654	0.99088921	9,566	36,575,635	12,673,964
52	9,566	0.99004425	9,471	25,096,754	12,799,061
53	9,471	0.98910409	9,368	12,912,578	12,913,065
					-487

Elaboración: Walter Zans Arimana



Hasta aquí, puede notarse por simple observación que las nuevas fórmulas cumplen con calcular primas para rentas que implican pagos variables con un gradiente geométrico.

Seguros de vida con pagos variables

Ahora se procede a elaborar fórmulas para seguros de vida con pagos variables.

La prima única para un seguro de vida en donde el capital asegurado K se eleva cada año con un gradiente geométrico g, se puede enunciar así:

$$U = K \cdot \left(\frac{dx (1+i)^{-(x+1)}}{lx (1+i)^{-x}} + \frac{dx+1 (1+i)^{-(x+2)} (1+g)}{lx (1+i)^{-x}} + \dots + \frac{d\omega (1+i)^{-(\omega+1)} (1+g)^{(98)}}{lx (1+i)^{-x}} \right)$$

Al usar una tabla que considera como edad máxima que se puede cumplir los 99 años, es claro que el último pago crece 98 veces, lo que es igual a $\omega - 1$. Por tanto, también se puede enunciar así:

$$U = K \cdot \left(\frac{dx (1+i)^{-(x+1)} (1+g)^{(x-1)}}{lx (1+i)^{-x} (1+g)^{(x-1)}} + \frac{dx+1 (1+i)^{-(x+2)} (1+g)^{(x)}}{lx (1+i)^{-x} (1+g)^{(x-1)}} + \dots + \frac{d\omega (1+i)^{-(\omega+1)} (1+g)^{(\omega-1)}}{lx (1+i)^{-x} (1+g)^{(x-1)}} \right)$$

Lo que se tiene en el numerador es la suma de números conmutadores H. Lo que se tiene en el denominador es, como ya se vio antes, solamente el número conmutador G.

El número conmutador H es igual a la cantidad de fallecidos a la edad x (dx), actualizada financieramente por un plazo igual a (x+1), y capitalizada por un plazo igual a (x-1) años.



Igualmente, el número conmutador G es igual a la cantidad de vivos a la edad x (lx), actualizada financieramente por un plazo igual a esa edad x, y capitalizada por un plazo igual a (x-1) años.

De la misma manera, puede concluirse que lo que está en el numerador, que es la suma de los números conmutadores H desde la edad cero hasta la edad ω, puede denotarse por B. Por tanto:

$$U = K \cdot \frac{B}{G}$$



Es la fórmula para calcular la prima única a pagar, por un seguro inmediato y de vida entera, con capital que crece geoméricamente.

Caso 13: Calcular la prima única para un seguro de vida entera por S/ 3,000 inmediato, contratado por un individuo de edad 91 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%. El capital aumenta cada año con gradiente geométrico 2%.

Tabla N° 17

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO DE VIDA ENTERA, INMEDIATO, CON PAGOS VARIABLES						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir x+1 años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos (A*B) * S/ 3,000 con incremento anual 2%	Saldo S/	
l_x	q_x	d_x				
					27,519,100	
91	10,000	0.34137449	3,414	28,895,055	10,242,000	18,653,055
92	6,586	0.42617725	2,807	19,585,708	8,589,420	10,996,288
93	3,779	0.55723054	2,106	11,546,102	6,573,247	4,972,855
94	1,673	0.5664416	948	5,221,498	3,018,076	2,203,422
95	725	0.57587806	418	2,313,594	1,357,370	956,224
96	307	0.66445313	204	1,004,035	675,697	328,338
97	103	0.75475359	78	344,754	263,522	81,232
98	25	0.79588608	20	85,294	68,921	16,373
99	5	1.00000000	5	17,192	17,575	-383

Elaboración: Walter Zans Arimana

Por tanto, si se considera un tiempo de carencia m antes de que se inicie la cobertura del seguro, la fórmula sería la siguiente:

$$U = K \cdot \frac{B+m}{G}$$

Caso 14: Calcular la prima única para un seguro de vida entera por S/ 700 diferido por cuatro años, contratado por un individuo de edad 90 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%. Gradiente anual de incremento 2%.

$$U = K \frac{B_{x+m}}{G_x} \qquad U = \frac{700}{10,000} \frac{B_{94}}{G_{90}} = \frac{700}{686,000} \frac{2,506.37}{25,576.38} = 68.60$$



Tabla N° 18

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO DE VIDA ENTERA, DIFERIDO Y CON PAGOS VARIABLES					
A	B	A*B	C	R	C-R
Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir x+1 años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos (A*B) * S/ 700 con incremento anual 2%	Saldo S/
l_x	q_x	d_x			
					686,000
90	10,000	0.2956828	2,957	720,300	720,300
91	7,043	0.34137449	2,404	756,315	756,315
92	4,639	0.42617725	1,977	794,131	794,131
93	2,662	0.55723054	1,483	833,838	833,838
94	1,179	0.5664416	668	875,530	506,145 369,385
95	511	0.57587806	294	387,854	227,220 160,634
96	217	0.66445313	144	168,666	113,517 55,149
97	73	0.75475359	55	57,906	44,224 13,682
98	18	0.79588608	14	14,366	11,482 2,884
99	4	1.00000000	4	3,028	3,346 -318

Elaboración: Walter Zans Arimana

Puede notarse que la fórmula es válida, pues la prima calculada permite efectuar pagos variables con gradiente geométrico positivo.

Pasando a los seguros temporales, se tendría lo siguiente:

$$U = K \cdot \frac{B - B+n}{G}$$



Es la prima única para un seguro inmediato, temporal y con capital variable.

Caso 15: Calcular la prima única para un seguro de vida temporal de S/ 1,000 por ocho años e inmediato, contratado por un individuo de edad 38 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%. El capital crece anualmente en 5%.

$$\begin{aligned}
 U &= K \frac{B_x - B_{x+n}}{G_x} \\
 U &= 1,000 \frac{B_{38} - B_{38+8}}{G_{38}} \\
 U &= 1,000 \frac{B_{38} - B_{46}}{G_{38}} \\
 U &= 1,000 \frac{1,176,403.29 - 1,093,406.47}{3,029,881.56} = 27.39 \\
 10,000 \times 27.39 &= 273,900
 \end{aligned}$$

Tabla N° 19

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO DE VIDA TEMPORAL, INMEDIATO Y CON PAGOS VARIABLES						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir x+1 años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos (A*B) * S/ 1,000 con incremento anual 2%	Saldo S/	
l_x	q_x	d_x				
					273,900	
38	10,000	0.00300963	30	287,595	30,000	257,595
39	9,970	0.00325149	32	270,475	32,640	237,835
40	9,938	0.00353157	35	249,727	36,414	213,313
41	9,903	0.00383906	38	223,979	40,326	183,653
42	9,865	0.00417023	41	192,836	44,380	148,456
43	9,824	0.00452435	44	155,879	48,580	107,299
44	9,780	0.00492488	48	112,664	54,056	58,608
45	9,732	0.00535244	52	61,539	59,732	1,807

Elaboración: Walter Zans Arimana



Recolección de datos y tabulación

a) Para contrastación de rentas

Ahora se contrastarán dos casos de rentas con datos similares. Pero un caso implicará pagos constantes y el otro implicará pagos variables. La renta y la edad de contratación serán las mismas.

Caso 16: Calcular la prima única para una renta anual **constante** de S/ 1,000 **vitalicia, inmediata y de pago vencido**, contratada por un individuo de edad 82 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.

$$U = R \frac{N_{x+1}}{D_x} = 1,000 \times \frac{N_{82+1}}{D_{82}}$$
$$U = 1,000 \frac{N_{83}}{D_{82}} = 1,000 \times \frac{123,181.08}{35,864.54} = 3,434.62$$
$$10,000 \times 3,434.62 = 34,346,200$$



Tabla N° 20

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA VITALICIA INMEDIATA Y CONSTANTE DE PAGO VENCIDO						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} $(A*B) * S/ 1,000$	Saldo S/	
						34,346,200
82	10,000	0.85721072	8,572	36,063,510	8,572,000	27,491,510
83	8,572	0.84603919	7,252	28,866,086	7,252,000	21,614,086
84	7,252	0.83634726	6,065	22,694,790	6,065,000	16,629,790
85	6,065	0.8222162	4,987	17,461,280	4,987,000	12,474,280
86	4,987	0.80547904	4,017	13,097,994	4,017,000	9,080,994
87	4,017	0.78606707	3,158	9,535,044	3,158,000	6,377,044
88	3,158	0.76692905	2,422	6,695,896	2,422,000	4,273,896
89	2,422	0.74671182	1,809	4,487,591	1,809,000	2,678,591
90	1,809	0.7043172	1,274	2,812,521	1,274,000	1,538,521
91	1,274	0.65862551	839	1,615,447	839,000	776,447
92	839	0.57382275	481	815,269	481,000	334,269
93	481	0.44276946	213	350,982	213,000	137,982
94	213	0.4335584	92	144,881	92,000	52,881
95	92	0.42412194	39	55,525	39,000	16,525
96	39	0.33554687	13	17,351	13,000	4,351
97	13	0.24524641	3	4,569	3,000	1,569
98	3	0.20411392	1	1,647	1,000	647
99	1	0	-	-	-	-

Elaboración: Walter Zans Arimana

Caso 17: Calcular la prima única para una renta anual de S/ 1,000 **vitalicia, inmediata y de pago vencido, variable con gradiente positivo 2% anual**, contratada por un individuo de edad 82 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.

$$U = R \frac{A_{x+1}}{G_x} = 1,000 \times \frac{A_{82+1}}{G_{82}}$$

$$U = 1,000 \frac{A_{83}}{G_{82}} = 1,000 \times \frac{645,598.32}{178,352.50} = 3,619.79$$

$$10,000 \times 3,619.79 = 36,197,900$$

Tabla N° 21

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: RENTA VITALICIA INMEDIATA Y VARIABLE DE PAGO VENCIDO						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Vivos a la edad l_x	Probabilidad de supervivencia p_x	Vivos a la edad l_{x+1}	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual (multiplicado por 1.05)	Total a pagar a los vivos l_{x+1} $(A*B) * S/ 1,000$	Saldo S/	
						36,197,900
82	10,000	0.85721072	8,572	38,007,795	8,572,000	29,435,795
83	8,572	0.84603919	7,252	30,907,585	7,397,040	23,510,545
84	7,252	0.83634726	6,065	24,686,072	6,310,026	18,376,046
85	6,065	0.8222162	4,987	19,294,848	5,292,244	14,002,604
86	4,987	0.80547904	4,017	14,702,734	4,348,130	10,354,604
87	4,017	0.78606707	3,158	10,872,334	3,486,687	7,385,647
88	3,158	0.76692905	2,422	7,754,929	2,727,565	5,027,364
89	2,422	0.74671182	1,809	5,278,732	2,077,972	3,200,760
90	1,809	0.7043172	1,274	3,360,798	1,492,694	1,868,104
91	1,274	0.65862551	839	1,961,509	1,002,683	958,826
92	839	0.57382275	481	1,006,768	586,336	420,432
93	481	0.44276946	213	441,453	264,839	176,614
94	213	0.4335584	92	185,445	116,678	68,767
95	92	0.42412194	39	72,205	50,451	21,754
96	39	0.33554687	13	22,842	17,153	5,689
97	13	0.24524641	3	5,973	4,038	1,935
98	3	0.20411392	1	2,032	1,373	659
99	1	0	-	-	-	-

Elaboración: Walter Zans Arimana



Ahora se confrontará la evolución de los saldos anuales para ambos casos. Con ello se obtendrá dos matrices de datos.

	X	Y
Edad <i>lx</i>	Saldo con pagos constantes	Saldo con pagos variables
Saldo inicial	34,346,200	36,197,900
Saldo final año 82	27,491,510	29,435,795
Saldo final año 83	21,614,086	23,510,545
Saldo final año 84	16,629,790	18,376,046
Saldo final año 85	12,474,280	14,002,604
Saldo final año 86	9,080,994	10,354,604
Saldo final año 87	6,377,044	7,385,647
Saldo final año 88	4,273,896	5,027,364
Saldo final año 89	2,678,591	3,200,760
Saldo final año 90	1,538,521	1,868,104
Saldo final año 91	776,447	958,826
Saldo final año 92	334,269	420,432
Saldo final año 93	137,982	176,614
Saldo final año 94	52,881	68,767
Saldo final año 95	16,525	21,754
Saldo final año 96	4,351	5,689
Saldo final año 97	1,569	1,935
Saldo final año 98	647	659
Saldo final año 99		



Proceso e interpretación de los datos

Ahora se determinará la correlación de ambas matrices. Para ello se utilizará una fórmula del programa informático Excel:

=COEF.DE.CORREL(MATRIZ1,MATRIZ2)

El resultado que se obtiene es:

$r = 0.999633$

Mientras más se acerca a 1, mayor es la correlación directa. El resultado indica que es una correlación alta.

Pero, para ver si esa correlación es significativa, se tiene que hacer la prueba T y calcular el valor t para compararlo con el valor crítico de T en la tabla de Student.

$$t = r \cdot [(n-2)/(1-r^2)]^{1/2}$$

$$t = 0.999633 [(18-2)/(1-0.999633^2)]^{1/2}$$

$$t = 147.60205$$

La t calculada es 147.60205. El valor crítico de T para un nivel de confianza de 95% con dieciocho grados de libertad, es 2.10092204.

Por tanto, se ve que:

$$\begin{array}{ccc} 147.60205 & > & 2.10092204 \\ t & > & T \end{array}$$



De lo anterior se desprende que la correlación es significativa.

Luego, se puede concluir que, al tener la evolución de los saldos correlación significativa, ambas fórmulas cumplen con la condición de disminución progresiva hasta aproximarse a cero. Por lo cual la fórmula que emplea los nuevos números conmutadores A y G, creados por el autor de este trabajo de investigación, es válida.

b) Para contrastación de seguros

Ahora se contrastarán dos casos de seguros con datos similares. Pero un caso implicará pagos constantes y el otro implicará pagos variables. La renta y la edad de contratación serán las mismas.

Caso 18: Calcular la prima única para un seguro de vida entera por S/ 5,000 inmediato, contratado por un individuo de edad 85 años. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.

$$U = K \frac{Mx}{Dx}$$

$$U = 5,000 \frac{M85}{D85} = 5,000 \frac{15,443.46}{18,791.53} = 4,109.15$$

$$10,000 \times 4,109.15 = 41,091,500$$

Tabla N° 22

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO DE VIDA ENTERA, INMEDIATO, CAPITAL CONSTANTE						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir x+1 años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos (A*B) * S/ 5,000	Saldo S/	
l_x	q_x	d_x				
					41,091,500	
85	10,000	0.1777838	1,778	43,146,075	8,889,190	34,256,885
86	8,222	0.19452096	1,599	35,969,729	7,996,914	27,972,815
87	6,623	0.21393293	1,417	29,371,456	7,084,153	22,287,303
88	5,206	0.23307095	1,213	23,401,668	6,066,777	17,334,891
89	3,993	0.25328818	1,011	18,201,636	5,056,383	13,145,253
90	2,981	0.2956828	882	13,802,515	4,407,620	9,394,895
91	2,100	0.34137449	717	9,864,640	3,584,078	6,280,562
92	1,383	0.42617725	589	6,594,590	2,946,967	3,647,623
93	794	0.55723054	442	3,830,005	2,211,045	1,618,960
94	351	0.5664416	199	1,699,908	995,166	704,742
95	152	0.57587806	88	739,979	438,650	301,329
96	65	0.66445313	43	316,395	214,656	101,739
97	22	0.75475359	16	106,826	81,816	25,010
98	5	0.79588608	4	26,261	21,159	5,102
99	1	1.00000000	1	5,358	5,426	-68

Elaboración: Walter Zans Arimana

Caso 19: Calcular la prima única para un seguro de vida entera por un capital inicial de S/ 5,000 inmediato, contratado por un individuo de edad 85 años. El capital aumentará cada año en 2%. Construir la tabla actuarial de pago, considerando una población inicial de diez mil individuos. Tasa anual 5%.

$$U = K \frac{B_x}{G_x}$$

$$U = 5,000 \frac{B_{85}}{G_{85}} = 5,000 \frac{86,358.23}{99,169.14} = 4,354.09$$

$$10,000 \times 4,354.09 = 43,540,900$$

Tabla N° 23

TABLA ACTUARIAL DE PAGO: SEGURO DE VIDA ENTERA, INMEDIATO, CAPITAL VARIABLE						
A	B	A*B	C	R	C-R	
Número de vivos a la edad x	Probabilidad de muerte	Fallecidos antes de cumplir x+1 años	Saldo anterior S/ capitalizado a 5% anual	Total a pagar a los beneficiarios de los fallecidos (A*B) * S/ 5,000 con incremento anual 2%	Saldo S/	
l_x	q_x	d_x				
					43,540,900	
85	10,000	0.1777838	1,778	45,717,945	8,890,000	36,827,945
86	8,222	0.19452096	1,599	38,669,342	8,154,900	30,514,442
87	6,623	0.21393293	1,417	32,040,164	7,371,234	24,668,930
88	5,206	0.23307095	1,213	25,902,377	6,436,227	19,466,150
89	3,993	0.25328818	1,011	20,439,458	5,471,695	14,967,763
90	2,982	0.2956828	882	15,716,152	4,868,996	10,847,156
91	2,100	0.34137449	717	11,389,513	4,037,292	7,352,221
92	1,383	0.42617725	589	7,719,832	3,382,879	4,336,953
93	794	0.55723054	442	4,553,800	2,589,367	1,964,433
94	352	0.5664416	199	2,062,654	1,189,117	873,537
95	153	0.57587806	88	917,214	536,358	380,856
96	65	0.66445313	43	399,899	267,325	132,574
97	22	0.75475359	17	139,202	107,801	31,401
98	5	0.79588608	4	32,972	25,872	7,100
99	1	1.00000000	1	7,455	6,597	858

Elaboración: Walter Zans Arimana

Ahora se confrontará la evolución de los saldos anuales para ambos casos. Con ello se obtendrá dos matrices de datos.

		X	Y
	Edad <i>ix</i>	Saldo con capital constante	Saldo con capital variable
Saldo inicial		41,091,500	43,540,900
Saldo final año	85	34,256,885	36,827,945
Saldo final año	86	27,972,815	30,514,442
Saldo final año	87	22,287,303	24,668,930
Saldo final año	88	17,334,891	19,466,150
Saldo final año	89	13,145,253	14,967,763
Saldo final año	90	9,394,895	10,847,156
Saldo final año	91	6,280,562	7,352,221
Saldo final año	92	3,647,623	4,336,953
Saldo final año	93	1,618,960	1,964,433
Saldo final año	94	704,742	873,537
Saldo final año	95	301,329	380,856
Saldo final año	96	101,739	132,574
Saldo final año	97	25,010	31,401
Saldo final año	98	5,102	7,100
Saldo final año	99	-68	858

Proceso e interpretación de los datos

Ahora se determinará la correlación de ambas matrices. Para ello se utilizará una fórmula del programa informático Excel:

=COEF.DE.CORREL(MATRIZ1,MATRIZ2)

El resultado que se obtiene es:

$r = 0.9996197$

Mientras más se acerca a 1, mayor es la correlación directa. El resultado indica que es una correlación alta.

Pero, para ver si esa correlación es significativa, se tiene que hacer la prueba T y calcular el valor t para compararlo con el valor crítico de T en la tabla de Student.

$$t = r \cdot [(n-2)/(1-r^2)]^{1/2}$$

$$t = 0.9996197 [(16-2)/(1-0.9996197^2)]^{1/2}$$

$$t = 135.63194$$

La t calculada es 135.63194. El valor crítico de T para un nivel de confianza de 95% con dieciséis grados de libertad, es 2.119905299.

Por tanto, se ve que:

$$\begin{array}{ccc} 135.63194 & > & 2.119905299 \\ t & > & T \end{array}$$

De lo anterior se desprende que la correlación es significativa.



Luego, se puede concluir que, al tener la evolución de los saldos correlación significativa, ambas fórmulas cumplen con la condición de disminución progresiva hasta aproximarse a cero. Por lo cual la fórmula que emplea los nuevos números conmutadores B y G, creados por el autor de este trabajo de investigación, es válida.

5.2. Resultados inferenciales

Primera hipótesis específica

Creando nuevos números conmutadores con uso de gradientes geométricos, se podrá construir fórmulas que permitirán calcular primas para rentas de supervivencia con pagos variables.

La primera hipótesis específica ha sido plenamente demostrada, por cuanto al contrastar el movimiento de ambas cuentas, lo cual corresponde a la disminución progresiva del saldo, se ha establecido una relación significativa. El cálculo inicial correspondió al Coeficiente de correlación lineal de Pearson y la confirmación se efectuó con la prueba T de Student, de la siguiente manera:

Ho La correlación no es significativa.

Ha La correlación sí es significativa

El valor calculado t (147.60205) es mayor que el valor crítico de T en la tabla correspondiente (2.10092204), lo cual significa que la probabilidad de error es mucho menor a 0.05.

En consecuencia, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna, como probablemente cierta.

Segunda hipótesis específica

Creando nuevos números conmutadores con uso de gradientes geométricos, se podrá construir fórmulas que permitirán calcular primas para seguros de vida con pagos variables.



La segunda hipótesis específica ha sido plenamente demostrada, por cuanto al contrastar el movimiento de ambas columnas, lo cual corresponde a la disminución progresiva del saldo, se ha establecido una relación significativa. El cálculo inicial correspondió al Coeficiente de correlación lineal de Pearson y la confirmación se efectuó con la prueba T de Student, de la siguiente manera:

Ho La correlación no es significativa.

Ha La correlación sí es significativa

El valor calculado t (135.63194) es mayor que el valor crítico de T en la tabla correspondiente (2.119905299), lo cual significa que la probabilidad de error es mucho menor a 0.05.

En consecuencia, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna, como probablemente cierta.

Hipótesis general



Al haber sido demostradas la dos hipótesis específicas, se ha demostrado la hipótesis general.

CAPITULO VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

6.1. Contrastación de la hipótesis

Primera hipótesis específica

Creando nuevos números conmutadores con uso de gradientes geométricos, se podrá construir fórmulas que permitirán calcular primas para rentas de supervivencia con pagos variables.

Esta primera hipótesis ha sido demostrada, pues los saldos en la tabla actuarial disminuyen progresivamente, aproximándose a cero. Con ello se verifica que la prima calculada es correcta.

Segunda hipótesis específica

Creando nuevos números conmutadores con uso de gradientes geométricos, se podrá construir fórmulas que permitirán calcular primas para seguros de vida con pagos variables.

Esta primera hipótesis también ha sido demostrada, pues los saldos en la tabla actuarial disminuyen progresivamente, aproximándose a cero. Con ello se verifica que la prima calculada es correcta.

Hipótesis general

Creando nuevos números conmutadores con uso de gradientes geométricos, se podrá construir fórmulas que permitirán calcular primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables.



Al ser probadas las dos hipótesis específicas, referentes a las rentas de supervivencia y seguros de vida, queda también demostrada la hipótesis general.

6.2. Contrastación de la hipótesis con estudios similares

Sandoya, F. (2007) en su obra *Matemática financiera y operaciones de seguros*, sí aborda el tema de los pagos variables, pero se limita a calcular primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con incrementos que obedecen a la serie de los números naturales. Es decir, no emplea un porcentaje o gradiente geométrico. En tal sentido, el presente trabajo de investigación muestra una marcada diferencia.

6.3. Responsabilidad ética

Este trabajo es de absoluta responsabilidad del autor. Asimismo, se han respetado los derechos de autor. Todas las definiciones incluidas en el marco teórico y en otros capítulos, han sido debidamente referenciadas.



CONCLUSIONES

Primer objetivo específico: contribuir al incremento del conocimiento de las rentas de supervivencia.

Se puede considerar que este objetivo ha sido alcanzado, pues las fórmulas aquí creadas permiten calcular primas que implican rentas de supervivencia con pagos que se incrementan periódicamente con un gradiente geométrico.

Segundo objetivo específico: contribuir al incremento del conocimiento de los seguros de vida.

Se puede considerar que este objetivo ha sido alcanzado, pues las fórmulas aquí creadas permiten calcular primas que implican seguros de vida con pagos que se incrementan periódicamente con un gradiente geométrico.

Objetivo general: contribuir al incremento del conocimiento en el campo del cálculo actuarial.

Igualmente, se puede considerar que este objetivo ha sido alcanzado, pues el uso de las fórmulas aquí creadas permite ampliar el conocimiento y las competencias profesionales en el campo del cálculo actuarial.



RECOMENDACIONES

- a) Seguir investigando en el campo del cálculo actuarial, a efectos de encontrar más aplicaciones para apoyar en las operaciones de seguros.
- b) Intensificar la difusión de conocimientos básicos de cálculo actuarial, a efectos de propiciar la aparición de más investigadores que contribuyan en el desarrollo de este campo de la matemática aplicada.

A handwritten signature in black ink, appearing to be the initials 'RJP' followed by a flourish.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allen, Aníbal (1995). *Matemática Financiera*. Lima: Editorial San Marcos.

DeGarmo, Ernest (1997). *Ingeniería Económica*. México: Prentice Hall.

Haeussler, Ernest; et al. (1997) *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. México: Prentice Hall.

Montoya, Héctor (2005). *Matemática financiera y actuarial*. Lima: Ediciones Pacífico.

Palacios, Hugo (1996). *Introducción al cálculo actuarial*. Madrid: MAPFRE.

Sandoya, Fernando (2007). *Matemáticas actuariales y operaciones de seguros*. Quito: ESPOLI.

Valderrama, S. (2014) *Pasos para elaborar proyectos de investigación científica*. Editorial San Marcos, Lima.

Velázquez, A. y Rey, N. (1999). *Metodología de la Investigación científica*. Editorial San Marcos, Lima.



MATRIZ DE CONSISTENCIA

RENTAS DE SUPERVIVENCIA Y SEGUROS DE VIDA CON PAGOS VARIABLES

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA
<p>Problema general</p> <p>¿Cómo se puede construir fórmulas que permitan calcular primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables?</p>	<p>Objetivo general</p> <p>Contribuir al incremento del conocimiento en el campo del cálculo actuarial.</p>	<p>Hipótesis general</p> <p>Creando nuevos números conmutadores con uso de gradientes geométricos, se podrá construir fórmulas que permitirán calcular primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables.</p>	<p>Independiente</p> <p>Nuevos números conmutadores.</p>	<p>V. independiente</p> <p>Nuevos conmutadores simples.</p> <p>Nuevos conmutadores acumulados.</p>	<p>Tablas de conmutadores</p>	<p>Método científico</p> <p>Enfoque: Investigación cuantitativa</p>
<p>Problemas específicos</p> <p>¿Cómo se puede construir fórmulas que permitan calcular primas para rentas de supervivencia con pagos variables?</p> <p>¿Cómo se puede construir fórmulas que permitan calcular primas para seguros de vida con pagos variables?</p>	<p>Objetivos específicos</p> <p>Contribuir al incremento del conocimiento de las rentas de supervivencia.</p> <p>Contribuir al incremento del conocimiento de los seguros de vida.</p>	<p>Hipótesis específicas</p> <p>Creando nuevos números conmutadores con uso de gradientes geométricos, se podrá construir fórmulas que permitirán calcular primas para rentas de supervivencia con pagos variables.</p> <p>Creando nuevos números conmutadores con uso de gradientes geométricos, se podrá construir fórmulas que permitirán calcular primas para seguros de vida con pagos variables.</p>	<p>Dependiente</p> <p>Primas para rentas de supervivencia y seguros de vida con pagos variables.</p>	<p>V. dependiente</p> <p>Primas para rentas de supervivencia.</p> <p>Primas para seguros de vida.</p>	<p>Tablas actuariales de pago</p>	<p>Tipo de investigación: Aplicada</p> <p>Diseño no experimental</p> <p>Coeficiente de Pearson</p> <p>Prueba T de Student</p>

TABLA DE VALORES CRÍTICOS DE STUDENT

$\alpha/2$ gl	0.05	0.025	0.01	0.001	0.0005
1	12.70620474	25.4516996	63.6567412	636.619249	1273.23928
2	4.302652730	6.20534682	9.9248432	31.5990546	44.7045873
3	3.182446305	4.17653485	5.84090931	12.9239786	16.3263346
4	2.776445105	3.49540593	4.60409487	8.61030158	10.3062547
5	2.570581836	3.16338145	4.03214298	6.86882663	7.97565342
6	2.446911851	2.96868668	3.70742802	5.95881618	6.78833999
7	2.364624252	2.84124425	3.49948330	5.40788252	6.08175619
8	2.306004135	2.7515236	3.35538733	5.04130543	5.61741081
9	2.262157163	2.68501085	3.24983554	4.78091259	5.29065384
10	2.228138852	2.63376692	3.16927267	4.58689386	5.04897275
11	2.200985160	2.59309268	3.10580652	4.43697934	4.86333309
12	2.178812830	2.56003296	3.05453959	4.31779128	4.71645866
13	2.160368656	2.53263781	3.01227584	4.22083173	4.59746146
14	2.144786688	2.50956941	2.97684273	4.14045411	4.49915507
15	2.131449546	2.4898797	2.94671288	4.07276520	4.41661283
16	2.119905299	2.47287832	2.92078162	4.01499633	4.34634858
17	2.109815578	2.45805072	2.89823052	3.96512627	4.28582834
18	2.100922040	2.44500562	2.87844047	3.92164583	4.23316730
19	2.093024054	2.43344021	2.86093461	3.88340585	4.18693526
20	2.085963447	2.42311654	2.84533971	3.84951627	4.14602782
21	2.079613845	2.41384502	2.83135956	3.81927716	4.10957893
22	2.073873068	2.40547275	2.81875606	3.79213067	4.07690006
23	2.068657610	2.39787506	2.80733568	3.76762680	4.04743706
24	2.063898562	2.39094932	2.79693950	3.74539862	4.02073902
25	2.059538553	2.38461020	2.78743581	3.72514395	3.99643531
26	2.055529439	2.37878627	2.77871453	3.70661174	3.97421855
27	2.051830516	2.37341720	2.77068296	3.68959171	3.95383169
28	2.048407142	2.36845175	2.76326246	3.67390640	3.93505814
29	2.045229642	2.36384607	2.75638590	3.65940502	3.91771412
30	2.042272456	2.35956246	2.74999565	3.64595864	3.90164268

Elaboración: Walter Zans Arimana



TABLA DE NUEVOS NÚMEROS CONMUTADORES: TASA ANUAL COMPUESTA 5%. GRADIENTE 2%							
x Edad al comenzar el año	Número de los que viven al comenzar el año mencionado	Número de los que viven al comenzar el año x, actualizado por $(1.05)^x$ y capitalizado por $(1+g)^x$ $D \cdot (1.02)^x$	Número de los que viven al comenzar el año x, actualizado por $(1.05)^x$ y capitalizado por $(1+g)^{x-1}$ $D \cdot (1.02)^{x-1}$	Sumatoria de los Gx desde cada valor de x hasta x = 99 actualizada por $(1+g)^{-1}$	Número de los que mueren durante el año mencionado	Número de fallecidos dx actualizado por $(1.05)^{-(x+1)}$ y capitalizado por $(1+g)^{x-1}$ $C \cdot (1.02)^{x-1}$	Sumatoria de los Hx desde cada valor de x hasta x = 99
	lx	E	G	A	dx	H	B
0	10,000,000	10,000,000.00	10,000,000.00	281,362,823.74	70,895	67,519.05	1,579,566.29
1	9,929,105	9,645,416.29	9,456,290.48	271,558,902.17	17,478	15,853.06	1,512,047.24
2	9,911,627	9,353,339.44	9,169,940.63	262,288,029.15	15,069	13,277.51	1,496,194.18
3	9,896,558	9,072,287.25	8,894,399.26	253,297,891.27	14,471	12,386.30	1,482,916.67
4	9,882,087	8,800,192.33	8,627,639.54	244,577,892.00	13,956	11,604.19	1,470,530.37
5	9,868,131	8,536,685.26	8,369,299.27	236,119,421.86	13,475	10,884.13	1,458,926.17
6	9,854,656	8,281,456.12	8,119,074.63	227,914,226.50	12,818	10,057.64	1,448,042.04
7	9,841,838	8,034,379.12	7,876,842.27	219,954,349.41	12,419	9,466.15	1,437,984.40
8	9,829,419	7,794,976.85	7,642,134.17	212,231,955.03	12,098	8,958.00	1,428,518.26
9	9,817,321	7,562,943.32	7,414,650.32	204,739,666.63	11,895	8,556.04	1,419,560.22
10	9,805,426	7,337,957.52	7,194,076.00	197,470,401.61	11,880	8,301.10	1,411,004.22
11	9,793,546	7,119,665.13	6,980,063.85	190,417,385.92	12,118	8,225.48	1,402,703.11
12	9,781,428	6,907,688.34	6,772,243.47	183,574,186.07	12,343	8,138.83	1,394,477.64
13	9,769,085	6,701,858.18	6,570,449.20	176,934,731.69	12,899	8,262.43	1,386,338.81
14	9,756,186	6,501,780.28	6,374,294.40	170,493,114.82	13,581	8,450.74	1,378,076.38
15	9,742,605	6,307,222.99	6,183,551.95	164,243,806.59	14,257	8,617.91	1,369,625.64
16	9,728,348	6,118,050.55	5,998,088.77	158,181,500.75	14,999	8,807.38	1,361,007.74
17	9,713,349	5,934,085.90	5,817,731.28	152,301,021.57	15,754	8,986.41	1,352,200.36
18	9,697,595	5,755,191.13	5,642,344.25	146,597,363.45	16,405	9,090.39	1,343,213.95
19	9,681,190	5,581,299.46	5,471,862.21	141,065,653.40	16,849	9,069.66	1,334,123.56
20	9,664,341	5,412,397.68	5,306,272.23	135,701,082.61	17,334	9,064.14	1,325,053.89
21	9,647,007	5,248,327.41	5,145,419.03	130,498,854.93	17,671	8,976.35	1,315,989.75
22	9,629,336	5,089,036.20	4,989,251.18	125,454,326.47	17,943	8,854.11	1,307,013.40
23	9,611,393	4,934,423.35	4,837,669.95	120,562,903.75	18,223	8,735.35	1,298,159.29
24	9,593,170	4,784,351.57	4,690,540.75	115,820,090.07	18,397	8,566.80	1,289,423.93
25	9,574,773	4,638,742.91	4,547,787.17	111,221,520.71	18,484	8,361.39	1,280,857.14
26	9,556,289	4,497,508.21	4,409,321.78	106,762,905.83	18,756	8,242.02	1,272,495.75
27	9,537,533	4,360,432.99	4,274,934.30	102,440,041.34	18,915	8,074.40	1,264,253.74
28	9,518,618	4,227,448.58	4,144,557.43	98,248,929.28	19,354	8,025.75	1,256,179.33
29	9,499,264	4,098,314.34	4,017,955.24	94,185,637.69	19,765	7,962.01	1,248,153.58
30	9,479,499	3,972,935.97	3,895,035.27	90,246,465.88	20,199	7,904.36	1,240,191.57
31	9,459,300	3,851,199.82	3,775,686.10	86,427,803.85	20,762	7,892.54	1,232,287.21
32	9,438,538	3,732,954.14	3,659,758.96	82,726,150.81	21,244	7,845.03	1,224,394.67
33	9,417,294	3,618,136.34	3,547,192.49	79,138,151.83	21,875	7,847.25	1,216,549.64
34	9,395,419	3,506,596.74	3,437,839.94	75,660,512.14	22,568	7,864.54	1,208,702.39
35	9,372,851	3,398,225.99	3,331,594.11	72,290,080.82	23,544	7,970.24	1,200,837.85
36	9,349,307	3,292,841.58	3,228,276.06	69,023,812.09	24,698	8,122.01	1,192,867.62
37	9,324,609	3,190,310.25	3,127,755.15	65,858,835.56	26,114	8,342.31	1,184,745.60
38	9,298,495	3,090,479.19	3,029,881.56	62,792,408.94	27,985	8,684.58	1,176,403.29
39	9,270,510	2,993,144.35	2,934,455.24	59,821,936.82	30,143	9,087.01	1,167,718.71
40	9,240,367	2,898,171.81	2,841,344.91	56,945,019.92	32,633	9,556.58	1,158,631.70
41	9,207,734	2,805,424.24	2,750,415.92	54,159,387.66	35,349	10,056.19	1,149,075.12
42	9,172,385	2,714,806.80	2,661,575.30	51,462,901.46	38,251	10,570.85	1,139,018.93
43	9,134,134	2,626,242.98	2,574,748.02	48,853,513.91	41,326	11,094.34	1,128,448.08
44	9,092,808	2,539,664.91	2,489,867.56	46,329,251.15	44,781	11,678.38	1,117,353.74
45	9,048,027	2,454,952.87	2,406,816.54	43,888,204.52	48,429	12,268.89	1,105,675.36
46	8,999,598	2,372,046.81	2,325,536.08	41,528,580.46	52,494	12,918.75	1,093,406.47
47	8,947,104	2,290,833.38	2,245,915.08	39,248,643.13	56,954	13,615.88	1,080,487.72
48	8,890,150	2,211,215.03	2,167,857.87	37,046,765.60	61,811	14,354.83	1,066,871.84
49	8,828,339	2,133,102.69	2,091,277.15	34,921,414.75	67,141	15,147.16	1,052,517.01
50	8,761,198	2,056,397.80	2,016,076.27	32,871,143.03	72,923	15,981.54	1,037,369.85

Elaboración: Walter Zans Arimana

TABLA DE NUEVOS NÚMEROS CONMUTADORES: TASA ANUAL COMPUESTA 5%. GRADIENTE 2%							
x Edad al comenzar el año	Número de los que viven al comenzar el año mencionado	Número de los que viven al comenzar el año x, actualizado por $(1.05)^x$ y capitalizado por $(1+g)^x$ $D \cdot (1.02)^x$	Número de los que viven al comenzar el año x, actualizado por $(1.05)^x$ y capitalizado por $(1+g)^{x-1}$ $D \cdot (1.02)^{x-1}$	Sumatoria de los Gx desde cada valor de x hasta x = 99 actualizada por $(1+g)^{-1}$	Número de los que mueren durante el año mencionado	Número de fallecidos dx actualizado por $(1.05)^{-(x+1)}$ y capitalizado por $(1+g)^{x-1}$ $C \cdot (1.02)^{x-1}$	Sumatoria de los Hx desde cada valor de x hasta x = 99
	lx	E	G	A	dx	H	B
51	8,688,275	1,981,016.38	1,942,172.92	30,894,597.67	79,177	16,856.37	1,021,388.31
52	8,609,098	1,906,878.54	1,869,488.77	28,990,506.57	85,766	17,737.45	1,004,531.94
53	8,523,332	1,833,942.26	1,797,982.61	27,157,674.44	92,897	18,663.30	986,794.49
54	8,430,435	1,762,126.61	1,727,575.11	25,394,946.39	100,334	19,581.49	968,131.19
55	8,330,101	1,691,407.55	1,658,242.70	23,701,245.30	108,411	20,553.31	948,549.70
56	8,221,690	1,621,697.95	1,589,899.95	22,075,517.17	117,808	21,696.72	927,996.38
57	8,103,882	1,552,790.45	1,522,343.58	20,516,791.73	127,228	22,762.13	906,299.66
58	7,976,654	1,484,743.29	1,455,630.67	19,024,298.02	139,825	24,301.10	883,537.52
59	7,836,829	1,417,039.18	1,389,254.10	17,597,209.13	148,634	25,094.02	859,236.42
60	7,688,195	1,350,444.53	1,323,965.23	16,235,195.30	159,478	26,155.54	834,142.41
61	7,528,717	1,284,648.18	1,259,459.00	14,937,190.18	171,028	27,248.40	807,986.87
62	7,357,689	1,219,594.71	1,195,681.09	13,702,426.45	182,183	28,196.32	780,738.47
63	7,175,506	1,155,413.70	1,132,758.53	12,530,190.09	198,953	29,912.04	752,542.14
64	6,976,553	1,091,281.39	1,069,883.72	11,419,642.51	205,914	30,074.07	722,630.11
65	6,770,639	1,028,812.86	1,008,640.06	10,370,736.90	225,328	31,969.25	692,556.03
66	6,545,311	966,157.40	947,213.14	9,381,874.10	236,917	32,653.09	660,586.79
67	6,308,394	904,580.62	886,843.75	8,453,233.76	249,086	33,349.42	627,933.69
68	6,059,308	844,038.72	827,488.94	7,583,779.11	261,289	33,983.73	594,584.27
69	5,798,019	784,566.66	769,183.00	6,772,515.44	269,582	34,060.55	560,600.54
70	5,528,437	726,713.88	712,464.59	6,018,414.46	282,497	34,672.52	526,539.99
71	5,245,940	669,877.33	656,742.48	5,319,919.76	291,380	34,740.99	491,867.47
72	4,954,560	614,593.45	602,542.60	4,676,054.59	298,364	34,557.30	457,126.48
73	4,656,196	561,080.22	550,078.65	4,085,326.55	299,811	33,732.75	422,569.18
74	4,356,385	509,953.80	499,954.71	3,546,033.75	302,667	33,081.12	388,836.42
75	4,053,718	460,966.10	451,927.55	3,055,882.08	303,171	32,189.46	355,755.31
76	3,750,547	414,305.73	406,182.09	2,612,815.85	303,012	31,253.36	323,565.85
77	3,447,535	369,952.43	362,698.46	2,214,598.12	302,987	30,357.90	292,312.49
78	3,144,548	327,798.00	321,370.59	1,859,011.39	304,528	29,640.52	261,954.59
79	2,840,020	287,594.34	281,955.24	1,543,942.19	296,157	28,002.16	232,314.07
80	2,543,863	250,243.92	245,337.18	1,267,515.48	295,256	27,119.34	204,311.92
81	2,248,607	214,879.13	210,665.82	1,026,988.83	288,915	25,778.72	177,192.58
82	1,959,692	181,919.55	178,352.50	820,453.72	279,823	24,254.12	151,413.86
83	1,679,869	151,487.87	148,517.52	645,598.32	258,634	21,777.03	127,159.74
84	1,421,235	124,502.82	122,061.59	499,992.91	232,589	19,024.49	105,382.72
85	1,188,646	101,152.52	99,169.14	380,324.69	211,322	16,791.11	86,358.23
86	977,324	80,792.98	79,208.80	283,100.04	190,110	14,674.07	69,567.12
87	787,214	63,217.71	61,978.14	205,444.35	168,411	12,627.78	54,893.05
88	618,803	48,273.55	47,327.01	144,681.47	144,225	10,505.29	42,265.27
89	474,578	35,964.60	35,259.41	98,282.44	120,205	8,505.52	31,759.98
90	354,373	26,087.90	25,576.38	63,714.39	104,782	7,202.38	23,254.47
91	249,591	17,849.18	17,499.20	38,639.51	85,204	5,689.31	16,052.09
92	164,387	11,420.04	11,196.12	21,483.43	70,058	4,544.32	10,362.78
93	94,329	6,365.85	6,241.03	10,506.84	52,563	3,312.09	5,818.46
94	41,766	2,738.07	2,684.38	4,388.19	23,658	1,448.14	2,506.37
95	18,108	1,153.20	1,130.59	1,756.44	10,428	620.08	1,058.23
96	7,680	475.12	465.81	648.02	5,103	294.77	438.16
97	2,577	154.87	151.83	191.34	1,945	109.14	143.39
98	632	36.90	36.17	42.49	503	27.42	34.25
99	129	7.32	7.17	7.03	129	6.83	6.83

Elaboración: Walter Zans Arimana