

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA



“COHERENCIA ATÓMICA Y SU APLICACIÓN A UN DIVISOR DE
LUZ INDUCIDO ELECTROMAGNÉTICAMENTE EN UN MEDIO
ATÓMICO DE CUATRO NIVELES EN LA CONFIGURACIÓN TIPO
N”

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
LICENCIADO EN FÍSICA**

EMILIO MANUEL BECERRA CASTRO

Callao, 2022

PERÚ

HOJA DE REFERENCIA DEL JURADO Y APROBACIÓN

“COHERENCIA ATÓMICA Y SU APLICACIÓN A UN DIVISOR DE LUZ
INDUCIDO ELECTROMAGNÉTICAMENTE EN UN MEDIO ATÓMICO DE
CUATRO NIVELES EN LA CONFIGURACIÓN TIPO N”

EMILIO MANUEL BECERRA CASTRO

Tesis presentada a consideración del Cuerpo Docente de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, como parte de los requisitos para obtener el Título Profesional de Licenciado en Física. Aprobado por:



Dr. Flores Vega Walter
Presidente



Mg. Levano Huamaccto Carlos A.
Vocal



Mg. Angeles Villón Luis Rosas
Secretario



Dr. Jorge Abel Espichán Carrillo
Asesor

Callao-Perú

2022

***Dedico esta Disertación a mi tía y amigo que fallecieron
víctimas del Covid y a todos los que la padecemos y seguimos
de pie.***

Agradecimiento

- Al profesor Dr. Jorge Abel Espichán Carrillo por acompañarme en todo este proceso y ser mi asesor de tesis. Muchas Gracias.!!
- A mi familia por el tiempo que deje de compartir para poder realizar este trabajo de investigación.

Índice general

Agradecimientos	ii
Lista de Figuras	vii
Lista de símbolos	xi
Resumen	1
Abstract	2
Introducción	3
I. Planteamiento del Problema	7
1.1. Descripción de la realidad problemática	7
1.2. Formulación del problema	8
1.2.1. Problema General	8
1.2.2. Problemas específicos	8
1.3. Objetivos	9

1.3.1. Objetivo General	9
1.3.2. Objetivos específicos	9
1.4. Limitantes de la Investigación	9
1.4.1. Limitante teórico	10
1.4.2. Limitante Temporal	10
1.4.3. Limitante Espacial	10
II. Marco Teórico	11
2.1. Antecedentes de estudio	11
2.1.1. Antecedentes internacionales	11
2.1.2. Antecedentes nacionales	14
2.2. Bases teóricas	14
2.2.1. Interacción radiación - materia	14
2.2.2. Propagación del campo en medios atómicos	17
2.2.3. Interacción átomo-campo para un átomo de dos niveles	20
2.2.4. Ecuaciones ópticas de Bloch	24
2.2.5. El átomo de tres de niveles	31
2.2.6. Transparencia Inducida Electromagnéticamente	32
2.2.7. Derivando el operador hamiltoniano para EIT	33
2.2.8. Absorción y Dispersión en un medio atómico con EIT	38
2.2.9. No-linealidades Kerr gigantes	41
2.3. Definición de términos básicos	45

III. Hipótesis y Variables	47
3.1. Hipótesis	47
3.1.1. Hipótesis General	47
3.1.2. Hipótesis Específicas	47
3.2. Definición conceptual de variables	48
3.2.1. Operacionalización de variable	48
IV. Diseño Metodológico	49
4.1. Tipo y Diseño de la investigación	49
4.2. Método de investigación	49
4.3. Población y muestra	50
4.4. Lugar de estudio	50
4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información	51
4.6. Análisis y procesamiento de datos	51
V. Resultados	52
5.1. Divisor de luz Inducido electromagnéticamente	52
5.2. Modelo atómico y ecuaciones de amplitud de probabilidad acopladas	53
5.3. Resultados descriptivos	62
5.4. Resultados Inferenciales	62
5.5. Otro tipo de resultados estadísticos, de acuerdo a la naturaleza del problema y la hipótesis	63
VI. Discusión de Resultados	64

6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados. . .	64
6.1.1. Rejilla de Difracción Inducida	65
6.1.2. Divisor de luz del tipo simétrico vía una rejilla de Difracción Inducida electromagnéticamente	67
6.1.3. Divisor de luz del tipo asimétrico vía una rejilla de Difracción Inducida electromagnéticamente	68
6.2. Contrastación de los resultados con otros estudios similares. . . .	70
6.3. Responsabilidad ética	71
VII.Conclusiones	72
Bibliografía	74
Anexo	79

Índice de figuras

2.2.1 Diagrama de niveles de energía del sistema atómico de dos niveles. Los dos niveles están ligados por un campo laser, el cual tiene una frecuencia angular ω y frecuencia de Rabi Ω . El campo presenta una desintonía δ de la resonancia atómica. El estado excitado y fundamental tiene una largura de línea γ_2 y γ_1 respectivamente.	21
2.2.2 Curvas de absorción(a) y dispersión(b) de un sistema atómico de dos niveles en la presencia de un campo de prueba desintonizado de la transición atómica $ 1\rangle \rightarrow 2\rangle$ por $\delta = \omega_{21} - \omega$	31
2.2.3 Sistema atómico de tres niveles en la configuración Λ , con estados metaestables $ 1\rangle$ y $ 2\rangle$, así como el estado excitado $ 3\rangle$. Los laser de acoplamiento y prueba son denotados por Ω_c y Ω_p , respectivamente. En esta figura también son mostradas las desintonías de los laser de prueba (Δ) y acoplamiento (δ). Aquí γ la tasa de decaimiento del estado excitado para los estados mas bajos, en cuanto γ_0 representa la perdida de la coherencia entre los estados fundamentales	33
2.2.4(a) Parte imaginaria y (b) parte real de la susceptibilidad compleja de una sistema atómico de tres niveles en la configuración Λ sobre la condición de EIT, para $\gamma_{21} = 0$	39

2.2.5	Parte imaginaria de la susceptibilidad para tasas de decaimiento de la transición $ 1\rangle \rightarrow 2\rangle$ diferentes de cero. (a) $\gamma_{21} = 0, 1\gamma_{31}$; (b) $\gamma_{21} = 10\gamma_{31}$. En todos los casos $\gamma_{31} = 1$ e $\Omega_c = 0, 5\gamma_{31}$	40
2.2.6(a)	Sistema atómico de 4 niveles para generar no linealidades gigantes. En esta figura, Ω_s , Ω_c y Ω_p son las frecuencias de Rabi de los laser señal, acoplamiento y prueba, respectivamente. $\Delta\omega_s$ es la desintonía del campo señal con la transición atómica $ 2\rangle \rightarrow 4\rangle$. γ_3 y γ_4 son las tasas de decaimiento. (b) Sistema atómico en la configuración cascada de un átomo de 3 niveles convencional. . .	43
2.2.7	$Re[\chi]$ en función de la desintonía del haz de prueba para $\gamma_{21} = 0$ y $\Omega_c = \gamma_{31}$, con $\gamma_{31} = 1$. La diferencia entre la curva punteada con la curva continua es que esta última presenta el efecto adicional del campo señal.	44
5.2.1	Sistema atómico de cuatro niveles en la configuración del tipo N , abierto, interactuando con tres campos laser: campo señal (Ω_s), campo de acoplamiento (Ω_c) y campo de prueba (Ω_p). En esta figura, el campo señal es desintonizado por δ de la transición atómica $ 2\rangle \rightarrow 4\rangle$, en cuanto que las tasas de decaimiento de los estados $ 3\rangle$ y $ 4\rangle$, son γ_3, γ_4 , respectivamente.	54
5.2.2	Línea D_1 del ^{87}Rb con la estructura de niveles hiperfinos. Fuente: https://steck.us/alkalidata/	55
5.2.3	Esquema propuesto para inducir una rejilla de difracción en un medio atómico frío. Es mostrado también la configuración espacial de los laser con respecto a la muestra atómica (copropagantes). . .	59
6.1.1	Línea continua: función de transmisión $ T(x) $ (color azul) y línea punteada roja: modulación de fase en función de x (medido en función del periodo de la rejilla).	65
6.1.2	Patrón de difracción del campo de prueba con modulación de fase (línea negra) y sin modulación de fase $\Phi(x) = 0$ (línea azul). El haz de prueba ilumina 5 periodos de la rejilla de difracción	66

6.1.3	Línea continua: función de transmisión $ T(x) $ (color azul) y línea punteada roja: modulación de fase en función de x (medido en función del periodo de la rejilla).	68
6.1.4	Patrón de difracción del campo lejano del sistema atómico propuesto. Los parámetros atómicos son los mismos que la rejilla de dispersión mostrada anteriormente.	69
6.1.5	Patrón de difracción del campo lejano para el divisor de luz asimétrico propuesto, en el caso que: (a) $R = 2,3$ y (b) $R=2,5$. Los otros parámetros son los mismos que la Fig.6.1.2.	70

Lista de Símbolos

Ω_p	Frecuencia de Rabi del haz de prueba
Ω_c	Frecuencia de Rabi del haz acoplamiento
Ω_s	Frecuencia de Rabi del haz señal
ω	Frecuencia óptica del haz señal
ω_c	Frecuencia óptica del haz de acoplamiento
ω_p	Frecuencia óptica del haz de prueba
ω_{21}	Frecuencia de transición atómica 21
ω_{24}	Frecuencia de transición atómica 24
χ	Susceptibilidad atómica
α_0	Coefficiente de absorción de un f6ton
α	Coefficiente de absorci6n de dos fotones
ϕ	Cambio de fase debido a modulaci6n de fase cruzada
ϕ_0	Cambio de fase pico debido a modulaci6n de fase cruzada
γ_4	Tasa de decaimiento del estado excitado $ 4\rangle$
γ_3	Tasa de decaimiento del estado excitado $ 3\rangle$

δ	Desintonía del haz señal
L	Longitud física de la muestra atómica
ℓ	Profundidad óptica
\aleph	Número de Fresnel
ε_0	Permisividad eléctrica
\hbar	Constante de Planck reducida
d_{ij}	Elemento de matriz de dipolo atómico
N	Densidad atómica
R	Razón entre las frecuencias de Rabi de los haces señal y acoplamiento
R_0	Razón pico entre las frecuencias de Rabi de los haces señal y acoplamiento
Γ	Razón entre las tasas de decaimiento de los estados excitados
Δ	Razón entre la desintonía del haz señal y la tasa de decaimiento γ_3

Resumen

En esta tesis presentamos un estudio teórico sobre la coherencia atómica y su aplicación a un divisor de luz inducido electromagnéticamente. El esquema propuesto está basado en las no linealidades Kerr gigantes experimentado por un medio atómico de cuatro niveles en la configuración tipo N sobre la condición de la Transparencia Inducida Electromagnéticamente (EIT).

Mostramos que debido a las propiedades especiales inducidas en las curvas de absorción y dispersión obtenidas a través de EIT, se puede crear no solo una rejilla de difracción, sino también, al aplicar imágenes más sofisticadas en el campo de señal, se puede utilizar dicha rejilla de difracción para obtener un divisor de luz atómico del tipo simétrico, el cual divide el haz de entrada en dos haces de igual energía. La eficiencia y el orden de difracción se muestra que es sensible a los parámetros atómicos, por lo tanto la rejilla de difracción también puede funcionar como un divisor de luz del tipo asimétrico, el cual divide el campo de entrada en dos haces de diferente energía. Los resultados mostrados en esta tesis son importantes, pues tienen aplicaciones en diferentes campos, tal como comunicación óptica, redes ópticas, entre otros, donde es necesario tener un control preciso de la dirección de propagación de luz, manteniendo una alta eficiencia.

Abstract

In this thesis we present a theoretical study on atomic coherence and its application to an electromagnetically induced light splitter. The proposed scheme is based on the giant Kerr nonlinearities experienced by a four-level atomic medium in the N-type configuration over the Electromagnetically Induced Transparency (EIT) condition.

We show that due to the special properties induced in absorption and scattering curves obtained through EIT, not only a diffraction grating can be created, but also, by applying more sophisticated imaging in the signal field, such a diffraction grating can be used to obtain an atomic light splitter of the symmetrical type, which divides the input beam into two beams of equal energy. The efficiency and order of diffraction are shown to be sensitive to atomic parameters, therefore the diffraction grating can also function as an asymmetric light splitter, which splits the input field into two beams of different energy. The results shown in this thesis are important, since they have applications in different fields, such as optical communication, optical networks, among others, where it is necessary to have a precise control of the direction of light propagation, maintaining high efficiency.

Introducción

La óptica no lineal es el estudio de fenómenos que ocurren como consecuencia de la modificación de las propiedades de un sistema material por la presencia de luz. El campo de la óptica no lineal existe hace más de sesenta años, con la primera observación experimental en el año 1961, consistiendo del fenómeno de generación segundo armónico (Boyd, 2008). El interés en óptica no lineal abarca desde estudios fundamentales de la interacción radiación materia hasta aplicaciones como conmutación óptica. Para altas intensidades de luz, la polarización $P(\omega)$ inducida en un material puede ser escrita como una serie de potencia en la amplitud del campo eléctrico $E(\omega)$, es decir: $P(\omega) = \chi^1 E(\omega) + \chi^2 E^2(\omega) + \chi^3 E^3(\omega) + \dots$, donde χ^2, χ^3 , etc, son las susceptibilidades no lineales de segundo y tercer orden, respectivamente. Asimismo, el efecto Kerr, asociado con χ^3 , es una de las no linealidades ópticas con mayores aplicaciones en computación óptica, comunicación óptica, procesamiento de información cuántica y muchas otras áreas (Nielsen and Chuang, 2001), tal efecto produce un índice de refracción que depende de la intensidad de luz, es decir, $n = n_0 + n_2 I$, donde I es la intensidad del láser y n_2 es el índice de refracción no lineal.

Generalmente, los efectos no lineales se encuentran asociados solo para campos ópticos con grandes intensidades, obtenidos con láser pulsado, los cuales contienen una gran cantidad de fotones (típicamente del orden de 10^{10} fotones). Por lo tanto, las propiedades ópticas, tanto lineales como no lineales de sistemas atómicos pueden ser manipuladas y alteradas drásticamente a través de la interacción con estos campos de luz. Tales manipulaciones se basan en la inducción de coherencia atómica e interferencia cuántica entre los diferentes

niveles de energía atómicos.

Por otro lado, coherencia e interferencia cuántica han llevado a nuevos y numerosos efectos ópticos, tales como laser sin inversión (Gong et al., 1995; Harris, 1989; Scully et al., 1989), aumento del índice de refracción (Rathe et al., 1993; Scully, 1991; Scully and Zhu, 1992); destacando, atrapamiento coherente de población, CPT (del inglés “Coherent Population Trapping”) (Arimondo, 1996; Fleischhauer et al., 2005) y Transparencia Inducida Electromagnéticamente (EIT) (Alzetta, 1997; Boller et al., 1991; Fleischhauer et al., 2005; Harris et al., 1992, 1990; Xiao et al., 1995), los cuales han sido abordados y utilizados en estudios de Información Cuántica (Bajcsy et al., 2003; Hau et al., 1999; Heinze et al., 2013; Kasapi et al., 1995).

Uno de esos efectos con mayor potencial de aplicaciones es la Transparencia inducida Electromagnéticamente, la cual es una técnica usada para modificar la respuesta óptica de un medio atómico para campos laser resonantes, que está íntimamente relacionada con el fenómeno de CPT. Debido a la condición de EIT, un medio normalmente opaco se torna transparente a la radiación laser resonante. Además de la cancelación de la absorción del haz de prueba, en la condición de EIT también se observa una alta dispersión del índice de refracción del medio, dando como resultado la propagación de pulsos de luz a velocidades varias órdenes de magnitud debajo de la velocidad de la luz en el vacío (Hau et al., 1999).

El término EIT fue introducido por primera vez en el año 1990 por Harris (Harris et al., 1990). En este trabajo los autores mostraron que cuando un láser de acoplamiento fuerte es usado para excitar una transición resonante en un sistema atómico de 3 niveles, la absorción del láser de prueba débil puede ser reducida o completamente eliminada siempre y cuando dos transiciones estén coherentemente acoplada a un estado común. Poco después en el año 1991, usando láser pulsados de alta potencia, los autores reportaron la primera observación experimental de EIT en vapor de estroncio (Boller et al., 1991). La investigación inicial realizada por Harris y colaboradores es ahora referida como EIT tipo lambda Λ , donde los dos estados de energía “fundamentales” son acoplados a un nivel excitado común; la utilización del término EIT es desde entonces utilizada para incluir configuraciones tipo \vee y cascada Ξ (Gea-Banacloche et al., 1995a).

Un interés grande existe desde hace aproximadamente dos décadas por investigar óptica no lineal a bajas intensidades de luz, usando para ello medios preparados coherentemente. Disminuyendo la intensidad necesaria para alcanzar efectos ópticos no lineales, nuevas aplicaciones se tornan posibles. Una de ellas, es la modulación de fase cruzada XPM (del inglés “Cross Phase Modulation”), en la cual un cambio de fase no lineal de un campo óptico es inducido por otro campo, los cuales tienen diferentes longitudes de onda, dirección o estado de polarización, en este sentido no linealidades Kerr son usadas para realizar medidas cuánticas no destructivas, QND (sigla en inglés para “Quantum Nondestructive Measurement”) (Barrett et al., 2005; Greentree et al., 2009). Usando la Transparencia Inducida Electromagnéticamente, Schmidt e Imamoglu (Schmidt and Imamoglu, 1996) mostraron teóricamente que es posible alcanzar no linealidades Kerr hasta 10 órdenes de magnitudes mayores que no linealidades Kerr convencionales. En el análisis de su trabajo los autores concluyeron: “Es mostrado que nuestro esquema hace posible un cambio de fase condicional del orden de π con poco fotones, lo cual puede ser beneficioso para medidas cuánticas no destructivas de campo señal débil y operaciones de puertas lógicas. El principal resultado es que se puede obtener cambio de fase de XPM arbitrariamente grandes en campos de prueba con campos señal relativamente débiles”. En resumen, los autores concluyeron que es posible lograr cambios de fase grandes en el campo de prueba con campos de señal arbitrariamente pequeños, estos cambios de fase del orden de π con poco fotones son beneficiosos para hacer medidas cuánticas no destructivas u operaciones lógicas. La observación experimental de estas no linealidades Kerr gigantes fueron posteriormente realizadas por Hoonsoo y colaboradores (Kang and Zhu, 2003).

La teoría basada en EIT se ha aplicado a muchos campos, de los cual podemos destacar: Laser sin inversión de población; aumento del índice refractivo; reducción de velocidad de la luz (luz lenta); transferencia de estados cuánticos entre fotón y átomos; llaves ópticas; almacenamiento y recuperación de pulsos de luz; procesamiento de información cuántica y rejilla inducida electromagnéticamente EIG (sigla en inglés para “Electromagnetically Induced Grating”) (Brown and Xiao, 2005; de Araujo, 2010; Ling et al., 1998; Xiao et al., 2010) entre otras.

Ling et. al. (Ling et al., 1998) fueron los primeros en introducir la notación EIG, la cual puede difractar un campo de prueba débil en ordenes de difracción

mayor; también implementó teóricamente EIG en un átomo de tres niveles tipo Λ en la presencia de un campo de acoplamiento de onda estacionaria vía EIT. Mitsunaga et. al. (Mitsunaga and Imoto, 1999) observó experimentalmente EIG usando una configuración de mezcla de cuatro ondas en átomos fríos de sodio. En el año 2005 Brown y Xiao (Brown and Xiao, 2005) demostraron experimentalmente un enrutador óptico de dos puertos a través de EIG en un vapor de átomos de rubidio de tres niveles en la configuración tipo Λ sobre la condición de EIT.

Aplicando un campo de acoplamiento de onda estacionaria, las regiones transparentes y opacas aparecen alternadamente, por lo que una rejilla de amplitud fue propuesta (Ling et al., 1998). Las propiedades de refracción del campo de prueba es también alterada por el campo de acoplamiento y una modulación de fase es por lo tanto inducida aquí. Como resultado, una rejilla de fase fue propuesta en un sistema de tres niveles (Ling et al., 1998). La rejilla atómica realizada en este sistema fue aplicada a conmutación toda óptica y enrutamiento (Brown and Xiao, 2005). Mediante la introducción de un campo de microondas, la eficiencia de difracción puede mejorarse aún más (Xiao et al., 2010). La máxima intensidad de la difracción de mayor orden puede también ser mejorada en un sistema de tres niveles tipo ladder Ξ (escalera) (Dutta and Mahapatra, 2006). Además, se han propuestos algunos esquemas para realizar EIG para diferentes sistemas atómicos (Brown and Xiao, 2005; de Araujo, 2010; Dutta and Mahapatra, 2006; Mitsunaga and Imoto, 1999; Wan et al., 2011; Xiao et al., 2010).

En el siguiente trabajo, usando la Transparencia Inducida Electromagnéticamente, se estudió teóricamente un divisor de haces inducido electromagnéticamente vía una rejilla de difracción atómica en un sistema atómico de cuatro niveles en la configuración tipo N . El modelo presentado es diferente al propuesto por Yu-Yuan Chen y colaboradores (Chen et al., 2017), en nuestro modelo se utilizó un esquema basado en la modulación de fase cruzada (XPM) del campo de prueba, en el cual se producen no linealidades Kerr gigantes en la muestra atómica sobre la condición de la Transparencia Inducida Electromagnéticamente.

Capítulo I

Planteamiento del Problema

1.1. Descripción de la realidad problemática

Las propiedades ópticas tanto lineales como no lineales de sistemas atómicos pueden ser manipuladas o alteradas a través de la interacción de estos sistemas atómicos con haces de luz láser. Dichas manipulaciones se basan en la inducción de coherencia atómica e interferencia cuántica entre los diferentes niveles de energía de los átomos.

La transparencia inducida electromagnéticamente (EIT) es uno de los efectos más fundamentales y novedosos de la Coherencia atómica inducida por láser. En este sentido, al interactuar el medio atómico con un campo láser sus propiedades ópticas pueden ser drásticamente modificadas.

Usando EIT se puede obtener una rejilla de difracción inducida electromagnéticamente, esto sucede al reemplazar el campo de onda viajera por un padrón de onda estacionario, dando como resultado la variación periódica de la absorción y refracción del campo de prueba. Sin embargo, un problema fundamental que dichos dispositivos tienen es que difractan la luz en varios órdenes de difracción con intensidades desiguales, lo cual no permite un control preciso, siendo esto una desventaja para su uso en el procesamiento de señales ópticas en la cual se requiere que la propagación de luz sea controlada de forma precisa y eficaz. En consecuencia, se hace necesario estudiar como la coherencia atómica

puede ser usada para generar un divisor de luz inducido electromagnéticamente, el cual nos permitiría tener un control preciso de la propagación de la luz en el medio atómico.

1.2. Formulación del problema

Por todo lo expuesto, se plantea e intentará resolver las siguientes interrogantes:

1.2.1. Problema General

¿De qué manera la coherencia atómica de un medio atómico de 4 niveles en la configuración tipo N puede ser usada en la formación de un divisor de luz inducido electromagnéticamente?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿Puede una máscara de intensidad con dos dominios simétricos ser utilizada para crear un divisor de luz inducido electromagnéticamente en una muestra atómica de cuatro niveles?
- ¿Pueden los parámetros atómicos influir en la eficiencia y el orden de difracción de tal manera que se puede formar un divisor de haces del tipo asimétrico en una muestra atómica?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Determinar como la Coherencia Atómica de un Medio Atómico de cuatro niveles en la configuración tipo N puede ser usada para generar un Divisor de Luz Inducido Electromagnéticamente.

1.3.2. Objetivos específicos

- Estudiar teóricamente como una máscara de intensidad con dos dominios simétricos puede ser utilizada para crear un divisor de haz del tipo simétrico.
- Estudiar cómo los parámetros atómicos influyen en la eficiencia y el orden de difracción de la rejilla atómica y como esta puede funcionar como un divisor de haz del tipo asimétrico.

1.4. Limitantes de la Investigación

Para el presente trabajo de investigación, el cual trata en sí de la interacción radiación con la materia, se tiene varios factores que pueden limitar nuestra investigación, entre ellos está el modelo atómico y los parámetros atómicos a considerar en la simulación de nuestros resultados; ambos factores en sí son muy importantes y la correcta elección de los mismos nos va a permitir observar por ejemplo, el fenómeno de la Transparencia Inducida Electromagnéticamente o el fenómeno de Modulación de Fase Cruzada, ambos muy relevantes para nuestros resultados del divisor de luz inducido electromagnéticamente.

1.4.1. Limitante teórico

Como indicado anteriormente, existen varios limitantes teóricos en el modelo de la interacción radiación con la materia, entre los más relevantes es la elección del modelo atómico a usar, así como establecer las simplificaciones adecuadas a nuestro modelo. Por ejemplo, hacemos un tratamiento cuántico para el átomo, pero un tratamiento clásico para el campo, de esta manera simplificamos grandemente nuestro tratamiento y disminuimos de forma considerable el tiempo de simulación de nuestros resultados. Otro factor que limita nuestros resultados es la elección adecuada de los parámetros atómicos, pues nuestro modelo es no solo del tipo teórico que busca mostrar que es posible generar un divisor de haces inducido electromagnéticamente en una muestra atómica, sino también que pueda ser reproducido de forma experimental. Por lo tanto, la elección correcta de estos parámetros es relevante para alcanzar nuestros objetivos.

1.4.2. Limitante Temporal

La simulación de los resultados es la parte más crucial de nuestro trabajo, por lo tanto, si escogemos un sistema atómico completo, es decir con una estructura de niveles de energía bastante compleja, la simulación resultaría casi imposible o demoraría mucho tiempo (días) con la tecnología que tenemos disponible en nuestras manos (laptop personal), impidiendo quizás la observación o análisis más detallado del fenómeno a observar, es por este motivo que se estableció el plazo de 12 meses como límite temporal para el desarrollo de todo el proyecto de investigación.

1.4.3. Limitante Espacial

El limitante espacial se encuentra dentro del enfoque teórico de la interacción radiación con la materia y la coherencia atómica inducida por láser.

Capítulo II

Marco Teórico

2.1. Antecedentes de estudio

2.1.1. Antecedentes internacionales

Un estudio interesante sobre el divisor de luz vía un bombeo incoherente fue presentado en la referencia (Chen et al., 2017). En este artículo, los autores demostraron de forma teórica la posibilidad de realizar un divisor de haz de luz, así como un enrutador del mismo a través de una rejilla de difracción inducida electromagnéticamente en un sistema atómico doble Λ , excitado por un campo de acoplamiento modulado en intensidad sobre la presencia de un campo de bombeo incoherente. De esta manera, los autores mostraron que el campo de bombeo incoherente puede inducir el desvanecimiento de la absorción e incluso ganancia en el campo de prueba, acompañada por una gran refracción. Si una imagen con dos dominios simétricos es impuesta en el campo de acoplamiento, un divisor de haz eficiente y simétrico puede ser obtenido mediante dicha rejilla de difracción. También investigaron el efecto de la intensidad del campo de acoplamiento en la potencia de difracción de la rejilla; el resultado obtenido muestra que la eficiencia de difracción y el orden de difracción dependen enormemente del campo de acoplamiento, basado en dicho resultado, la rejilla de difracción propuesta puede entonces funcionar como un divisor de haz asimétrico sintoni-

zable o un enrutador de haz eficiente a través de la manipulación adecuada de los parámetros atómicos.

Estudios sobre rejillas de difracción inducidas electromagnéticamente en diferentes configuraciones de sistemas atómicos, en lo cual fue basado nuestro trabajo y el presentado por (Chen et al., 2017), existen varios en la literatura, vamos a mencionar algunos de ellos.

En la referencia (Ling et al., 1998) los autores muestran un estudio teórico de cómo es posible inducir una rejilla de difracción en una muestra alargada homogéneamente, consistiendo de un átomo de tres niveles en la configuración tipo Λ . De esta manera los autores investigaron la función de transmisión y el padrón de difracción de Fraunhofer del campo de prueba, cuando el campo de acoplamiento y el campo de prueba están en resonancia con sus respectivas transiciones atómicas. Sobre estas condiciones los autores mostraron que el medio atómico sirve como una rejilla de amplitud para el campo de prueba con una potencia de difracción muy limitada, debido a que el campo de acoplamiento fuerte hace que la mayor parte de un periodo de esta rejilla sea transparente, limitando que la luz se propague a lo largo de la dirección de primer orden. Finalmente los autores también mostraron que esta rejilla de difracción inducida en la muestra atómica puede ser utilizada como un divisor de haz para campos cuyas frecuencias están fuera del alcance de las rejillas disponibles comercialmente.

Un estudio experimental del fenómeno de EIG en un sistema atómico de tres niveles en la configuración Λ en una celda de vapor, fue presentado en la referencia (Brown and Xiao, 2005). Los autores investigaron el comportamiento de reflexión y transmisión del haz señal y el haz de prueba y como estos dependen en la desafinación de la frecuencia del láser. En este trabajo los autores, haciendo uso de las propiedades especiales de transmisión y reflexión del EIG, presentaron un esquema para alcanzar un enrutador totalmente óptico en un sistema EIT de tres niveles, el cual es un elemento muy importante en el procesamiento de información cuántica, así como redes cuánticas con sistema atómicos.

Un estudio teórico interesante del fenómeno de la rejilla de fase inducida electromagnéticamente en un sistema atómico de doble estado oscuro de átomo de Rubidio, ^{87}R . fue presentado en la referencia (Xiao et al., 2010). El resultado obtenido muestra que la eficiencia de difracción de la rejilla de fase es mejorada

por la presencia de un campo de microondas débil, alcanzando una eficiencia de difracción de aproximadamente 33 % cuando ambos campos están presentes, a decir, campo de microondas débil y el campo de onda estacionario débil. Los autores concluyeron que dicho sistema es apropiado para la investigación de EIG, desde que la intensidad y la desafinación del campo de microondas pueden ser controladas de forma experimental.

Finalmente Mitsunaga y colaboradores, en la referencia (Mitsunaga and Imoto, 1999) hicieron un análisis teórico y experimental del fenómeno llamado rejilla inducida electromagnéticamente, EIG. Para hacer dicho estudio, los autores utilizaron la teoría de perturbaciones para mostrar un esquema de detección de EIT o EIG, el cual emplea una mezcla de cuatro ondas casi degenerado, la cual les permitió hacer una medida sin precedentes del fenómeno de EIT. Con una muestra de átomos fríos de sodio (Na), los autores pudieron verificar experimentalmente las predicciones teóricas, y concluyeron que el tipo de medición de alta sensibilidad utilizado mitiga el requerimiento de intensidades de bombeo altas que causan el efecto de saturación, así como también encontraron que dicho esquema es particularmente adecuado para la investigación del ancho de línea de la señal final, la cual debe ser extremadamente angosta.

Nuestro proyecto de investigación a diferencia del trabajo citado anteriormente (Chen et al., 2017) sobre el divisor de haz de luz inducido electromagnéticamente, utiliza un esquema de modulación de fase cruzada (XPM) del campo de prueba, en el cual se producen no linealidades Kerr gigantes en la muestra atómica sobre la condición de EIT. Estudiando efectos transversales a bajas intensidades de luz, es posible observar que las propiedades de absorción y dispersión del campo de prueba dependen de la desafinación de fotones, la cual resulta del cambio Stark-ac a través del campo señal. Con la elección de una máscara de intensidad adecuada es posible generar una rejilla de difracción en la muestra atómica la cual va experimentar el haz de prueba. Si nosotros elegimos una máscara de intensidad con dos dominios simétricos es posible entonces generar el divisor de haz de luz inducido electromagnéticamente, el cual es el objetivo de este trabajo de investigación.

2.1.2. Antecedentes nacionales

No se encontraron referencias bibliográficas relacionadas al proyecto en el ámbito nacional al formular el proyecto.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. Interacción radiación - materia

Una descripción cuántica completa de la interacción radiación-materia no es fácil, por lo tanto es mejor aproximar la interacción considerando el sistema atómico y el campo de radiación separadamente. En este sentido usaremos una aproximación semi clásica, donde el campo de radiación lo consideraremos como un campo clásico y una descripción cuántica será usada para el sistema atómico. La interacción de estas dos descripciones es dada por la aproximación de dipolo eléctrico. Es decir, vamos asumir que el campo eléctrico interactúa con el átomo a través de su dipolo eléctrico. Asimismo, consideraremos que la variación del campo eléctrico puede ser despreciada dado que su longitud de onda es mucho mayor que las dimensiones atómicas. Estas aproximaciones van a permitir ignorar los efectos cuánticos y simplemente considerar una onda clásica interactuando con un átomo. De esta manera damos inicio a la descripción de la interacción radiación materia.

2.2.1.1. Aproximación Semi Clásica

Para a empezar nuestro estudio de la interacción átomo luz, vamos a utilizar el hamiltoniano de un electrón ligado a un átomo en la ausencia de campos externos, dado por:

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \frac{1}{2m} \hat{p}^2 + V(r), \quad (2.2.1)$$

donde $V(r)$ es la interacción de Coulomb habitual ligando al electrón con el núcleo, y $r = |\vec{r}|$. En la representación del espacio de configuraciones, $\hat{p} = -i\nabla$ y la

función de onda es dada por: $\psi(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \psi \rangle$.

Asumiremos que los autoestados de energía $|k\rangle$ de $\hat{\mathcal{H}}_0$ satisfacen la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo

$$\hat{\mathcal{H}}_0 \psi_k^{(0)}(\vec{r}) = E_k \psi_k^{(0)}(\vec{r}), \quad (2.2.2)$$

donde $\langle \vec{r} | k \rangle = \psi_k^{(0)}(\vec{r})$ son conocidos.

En la presencia de campos externos, el modelo que resulta corresponde a un electrón de carga e y masa m confinado por un potencial $V(r)$ determinado por el núcleo, con un campo electromagnético externo el cual es descrito por el potencial vector $\vec{A}(\vec{r}, t)$ y potencial escalar $\Phi(\vec{r}, t)$, con la interacción dada por la prescripción de acoplamiento mínimo (Scully, 1997), es decir

$$\hat{\mathcal{H}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2m} [\vec{p} + e\vec{A}(\vec{r}, t)]^2 - e\Phi(\vec{r}, t) + V(r), \quad (2.2.3)$$

donde $-e$ es la carga del electrón, e tomada como positiva, con los campos siendo dado por

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\nabla\Phi(\vec{r}, t) - \frac{\partial\vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t},$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}, t), \quad (2.2.4)$$

los cuales son invariantes sobre las transformaciones de calibre

$$\Phi'(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}, t) - \frac{\partial\chi(\vec{r}, t)}{\partial t},$$

$$\vec{A}'(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}, t) + \nabla\chi(\vec{r}, t). \quad (2.2.5)$$

Considerando la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo

$$\hat{\mathcal{H}}(\vec{r}, t)\Psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial\Psi(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (2.2.6)$$

Y con el fin de simplificar la forma de la interacción átomo-campo, se define un operador unitario \hat{R} , tal que $\Psi'(\vec{r}, t) = \hat{R}\Psi(\vec{r}, t)$. Así, reemplazando esta nueva

función de onda en la ecuación de Schrödinger, ecuación (2.2.6), tenemos

$$\hat{\mathcal{H}}' \Psi'(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi'(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.2.7)$$

con

$$\hat{\mathcal{H}}' = \hat{R} \hat{\mathcal{H}} \hat{R}^\dagger + i\hbar \frac{\partial \hat{R}}{\partial t} \hat{R}^\dagger. \quad (2.2.8)$$

Escogiendo $\hat{R} = e^{-ie\chi(\vec{r}, t)/\hbar}$ de modo que (usando $\vec{p} = -i\hbar\nabla$)

$$\hat{\mathcal{H}}' = \frac{1}{2m} [\vec{p} + e\vec{A}]^2 - e\Phi' + V(r), \quad (2.2.9)$$

donde \vec{A} y Φ' son dados por la ecuación (2.2.5). En este punto escogemos el llamado calibre de Coulomb (o radiación), para el cual $\Phi = 0$ y \vec{A} satisface la condición de transversalidad, $\nabla \cdot \vec{A} = 0$. El potencial vector \vec{A} cuando no hay fuentes ($J = 0$) situadas próximo del átomo, satisface la ecuación de onda

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.2.10)$$

El calibre de Coulomb tiene la ventaja que el campo de radiación es completamente descrito por el potencial vector, como puede ser evidente a partir de la ecuación (2.2.3), que en este calibre es

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2m} [\vec{p} + e\vec{A}(\vec{r}, t)]^2 + V(r) \\ &= \frac{p^2}{2m} + \frac{e}{m} \vec{A} \cdot \vec{p} + \frac{e^2}{2m} \vec{A}^2 + V(r). \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

La ecuación (2.2.9) ahora puede ser reescrita como

$$\hat{\mathcal{H}}'(\vec{r}, t) = \frac{1}{2m} [\vec{p} + e(\vec{A} + \nabla\chi)]^2 + e \frac{\partial \chi}{\partial t} + V(r). \quad (2.2.12)$$

En este punto se puede hacer una simplificación adicional, usando la aproximación de dipolo. Para un campo electromagnético que posea una longitud de onda característico λ mucho mayor que las dimensiones atómicas ¹ r , se puede despreciar la variación espacial del campo a lo largo del átomo. La aproximación de dipolo (Schleich, 2011) consiste entonces en hacer $\vec{k} \cdot \vec{r} \ll 1$, lo cual permite

¹El tamaño del átomo es del orden de 1Å. Así para frecuencias menores que 10¹⁸ Hz los campo miran el átomo como un punto

escribir el potencial vector en la forma:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}(t)e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}. \quad (2.2.13)$$

Escogiendo,

$$\begin{aligned} \nabla\chi(\vec{r}, t) &= -\vec{A}(t), \\ \frac{\partial\chi(\vec{r}, t)}{\partial t} &= -\vec{r} \cdot \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} = -\vec{r} \cdot \vec{E}(t), \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

la ecuación (2.2.12) puede ser reescrita en esta aproximación como:

$$\hat{\mathcal{H}}' = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(r) + e\vec{r} \cdot \vec{E}(t). \quad (2.2.15)$$

Se observa que esta ecuación solo contiene un término de interacción (dentro de la aproximación de dipolo), contrario a los dos términos de la ecuación (2.2.11). Esta aproximación para el Hamiltoniano de interacción va ser utilizada a lo largo de este trabajo de investigación. La cantidad $-e\vec{r}$ es el momento de dipolo: $\vec{d} = -e\vec{r}$. En general, esto es para una representación no especificada. El momento de dipolo es un operador, \hat{d} , lo denotaremos como tal en lo que sigue. Así podemos escribir

$$\hat{\mathcal{H}}' = \hat{\mathcal{H}}_0 - \hat{d} \cdot \vec{E}(t), \quad (2.2.16)$$

donde $\hat{\mathcal{H}}_0$ es dado por la ecuación.(2.2.1).

2.2.2. Propagación del campo en medios atómicos

En la sección anterior vimos que cuando consideramos la interacción de un átomo con el campo de radiación cuya longitud de onda es grande en comparación con el tamaño del átomo, la aproximación de dipolo produce la contribución dominante para el acoplamiento átomo-campo. En esta sección vamos a trabajar a partir de las ecuaciones de Maxwell para describir la propagación de luz a través del medio atómico en la *aproximación de amplitud variando lentamente*, SVEA, (SVEA, sigla em inglés para, "Slowly varying amplitude approximation").

2.2.2.1. Ecuación de propagación del campo en la aproximación de amplitud variando lentamente

Las ecuaciones de Maxwell son formuladas para los campos electromagnéticos: el campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$ y el campo magnético $\vec{B}(\vec{r}, t)$. Dos variables relacionadas a esos campos son definidas, el vector de desplazamiento

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{r}, t), \quad (2.2.17)$$

y la intensidad de campo magnético, $\vec{H}(\vec{r}, t)$, la cual está relacionada con el vector inducción magnética $\vec{B}(\vec{r}, t)$, por:

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{M}(\vec{r}, t). \quad (2.2.18)$$

En las ecuaciones anteriores son definidas la polarización $\vec{P}(\vec{r}, t)$ y la magnetización $\vec{M}(\vec{r}, t)$ que pueden ser inducidas en el medio; también ϵ_0 y μ_0 son la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética en el vacío. La densidad de carga y corriente son representadas por $\rho(\vec{r}, t)$ y $\vec{j}(\vec{r}, t)$, respectivamente.

Considerando que el campo electromagnético interactúa con una muestra atómica neutra, es decir, $|\vec{j}(\vec{r}, t)| = \rho(\vec{r}, t) = 0$, y que además solo estamos interesados en los efectos de la polarización eléctrica inducida en el medio atómico por el campo electromagnético, podemos ignorar cualquier efecto proveniente de la magnetización, por lo tanto $|\vec{M}(\vec{r}, t)| = 0$. Sobre estas premisas, encontramos que la ecuación para una onda electromagnética en el medio se reduce a:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t)) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (2.2.19)$$

Empleando la identidad vectorial $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = \nabla(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t)) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}(\vec{r}, t)$, además asumiendo que el campo eléctrico varía lentamente en el plano transversal a la dirección de propagación, $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \simeq 0$, llegamos a la ecuación de onda

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (2.2.20)$$

Como es típico en óptica, consideraremos una propagación unidireccional del campo a lo largo del eje z , en tal situación los vectores campo eléctrico y la

polarización inducida pueden ser expresados como

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E(z, t)\hat{e}_{xy} \quad P(\vec{r}, t) = P(z, t)\hat{e}_{xy}, \quad (2.2.21)$$

donde \hat{e}_{xy} es el vector polarización unitario en el plano perpendicular a la dirección de propagación. Debido al hecho que el campo se propaga en la dirección z , podemos reescribir la ecuación (2.2.20), la cual se reduce a una ecuación en $1D$, dada por:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (2.2.22)$$

Si ahora consideramos que el campo eléctrico es casi monocromático y con frecuencia portadora ω , el módulo del vector de onda es dado por, $|\vec{k}| = k = \omega/c$,

$$E(z, t) = E_0(z, t)e^{i(kz - \omega t)} + c.c., \quad (2.2.23)$$

donde $c.c$ indica el conjugado complejo y $E_0(z, t)$ es la envoltura (envelope) del campo, el cual en general es una función compleja. Este campo induce la polarización en el medio

$$P(z, t) = P_0(z, t)e^{i(kz - \omega t)} + c.c., \quad (2.2.24)$$

donde P_0 es generalmente una función compleja.

Asumiremos que la envoltura del campo $E_0(z, t)$ varía lentamente en una escala temporal mucho mayor que un ciclo de oscilación del campo y prácticamente es constante en dimensiones cuando comparado con las dimensiones atómicas. Estas aproximaciones son bastante plausibles para longitudes de onda típicas en la región óptica del espectro electromagnético. Es conocida como *aproximación de amplitud lentamente variable*, la cual lleva a las siguientes relaciones para la variable espacial.

$$\left| \frac{\partial E_0(z, t)}{\partial t} \right| \ll \omega |E_0(z, t)|, \quad \left| \frac{\partial E_0(z, t)}{\partial z} \right| \ll k |E_0(z, t)|,$$

$$\left| \frac{\partial P_0(z, t)}{\partial t} \right| \ll \omega |P_0(z, t)|, \quad \left| \frac{\partial P_0(z, t)}{\partial z} \right| \ll k |P_0(z, t)|, \quad (2.2.25)$$

sustituyendo las ecuaciones (2.2.21) en la ecuación (2.2.22) y aplicando la apro-

aproximación de amplitud lentamente variable, tenemos:

$$\frac{\partial E_0(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_0(z, t)}{\partial t} = i \frac{k}{2\varepsilon_0} P_0(z, t). \quad (2.2.26)$$

En términos de cantidades reales, esta ecuación es,

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) E_0(z, t) = -\frac{k}{2\varepsilon_0} \text{Im}(P_0(z, t)), \quad (2.2.27)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) E_0(z, t) = \frac{k}{2\varepsilon_0} \text{Re}(P_0(z, t)). \quad (2.2.28)$$

En muchos problemas de óptica cuántica y óptica no lineal envolviendo la propagación de campos ópticos variando lentamente en medios casi resonantes, la ecuación (2.2.27) o la ecuación (2.2.28) constituyen el punto de partida de la discusión. Como se puede observar, estas ecuaciones describen la interacción de un conjunto de átomos con un campo de radiación. El campo de radiación es representado por $E_0(z, t)$, mientras que el conjunto de átomos (el cual va constituir el medio) solo es descrito por $P_0(z, t)$. En los capítulos siguientes, discutiremos varios aspectos de la propagación de un pulso de luz en medios atómicos sobre la condición de la Transparencia Inducida Electromagnéticamente.

2.2.3. Interacción átomo-campo para un átomo de dos niveles

El mundo real de los átomos, moléculas y sólidos es bastante complicado y hasta el átomo más simple (el átomo de hidrógeno) tienen una estructura de niveles de energía no trivial, por lo tanto muchas veces es necesario o deseable aproximar el comportamiento de un átomo real para un sistema cuántico más simple. Para muchos fines, apenas un átomo de dos niveles de energía desempeña un papel significativo en la interacción con el campo electromagnético, de modo que se ha tornado bastante habitual en muchos tratamientos teóricos representar el átomo por un sistema cuántico de únicamente dos auto estados de energía. Este, el más básico de todos los sistemas cuánticos generalmente simplifica el tratamiento substancialmente (Allen and Eberly, 1987; Fox, 2006).

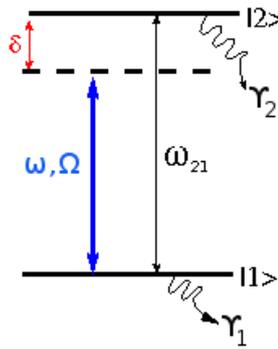


Figura 2.2.1: Diagrama de niveles de energía del sistema atómico de dos niveles. Los dos niveles están ligados por un campo laser, el cual tiene una frecuencia angular ω y frecuencia de Rabi Ω . El campo presenta una desintonía δ de la resonancia atómica. El estado excitado y fundamental tiene una largura de línea γ_2 y γ_1 respectivamente.

Mismo que el modelo de dos niveles es bastante simple e ignora muchas de las características presentes en el sistema atómico real, hay una enorme riqueza en el proceso físico que es descrito en la aproximación de átomos de dos niveles (Abate, 1974), lo cual nos permite obtener información esencial acerca de la interacción entre el átomo y el campo electromagnético. Por lo tanto un conocimiento adecuado de este modelo atómico simplificado permite el estudio de situaciones bastante más complejas, tales como aquellas que envuelven un medio extendido de estos sistemas con un campo dado. En un átomo real las reglas de selección limitan las transiciones entre los estados, de modo que en algunos casos un cierto estado solo puede acoplar únicamente a otro. La aproximación de átomos de dos niveles por lo tanto está cerca de la realidad y no es apenas una conveniencia matemática en algunas situaciones experimentales. En seguida comenzaremos a desarrollar el álgebra para la interacción del campo y el átomo de dos niveles.

En la aproximación de átomos de dos niveles, para un átomo (o molécula), identificamos el nivel superior del átomo de dos niveles por $|2\rangle$, y el nivel inferior por $|1\rangle$ como es mostrado en la Fig.2.2.1. La función de onda correspondiente para tal situación, y en el caso en que el sistema se encuentre en un estado puro, puede ser escrita como:

$$|\psi(t)\rangle = c_2(t)|2\rangle + c_1(t)|1\rangle, \quad (2.2.29)$$

donde $c_2(t)$ e $c_1(t)$ son las amplitudes de probabilidad de encontrar el átomo en

el estado $|2\rangle$ o $|1\rangle$ respectivamente.

A partir de la ecuación (2.2.29) podemos escribir el operador densidad para el sistema ilustrado na Fig.2.2.1.

El correspondiente operador densidad $\hat{\rho}$ para el caso de un estado puro, es definido como el proyector $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$ para este estado, y los elementos de matriz densidad $\rho_{ij} = \langle j|\hat{\rho}|i\rangle$ son dados por los productos bilineales

$$\begin{aligned}\rho_{22} &= c_2(t)c_2^*(t), & \text{probabilidad de estar en el nivel superior;} \\ \rho_{21} &= c_2(t)c_1^*(t), & \text{coherencia entre los estados;} \\ \rho_{12} &= c_1(t)c_2^*(t) = \rho_{21}^*, \\ \rho_{11} &= c_1(t)c_1^*(t), & \text{probabilidad de estar en el nivel inferior.}\end{aligned}$$

En la notación matricial, el operador densidad $\hat{\rho}$ es por consiguiente,

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} c_1(t)c_1^*(t) & c_1(t)c_2^*(t) \\ c_2(t)c_1^*(t) & c_2(t)c_2^*(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix}. \quad (2.2.30)$$

Esta matriz densidad es precisamente el producto externo

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1^*(t) & c_2^*(t) \end{pmatrix}. \quad (2.2.31)$$

En termino de la matriz densidad, ecuación (2.2.30), el valor esperado para cualquier variable dinámica \hat{O} del sistema, es dado por el cálculo $Tr()$ del operador $O\rho(t)$, es decir

$$\begin{aligned}\langle \hat{O} \rangle &= \langle \psi|\hat{O}|\psi \rangle = \sum_{m,n} c_m^*(t)c_n(t)\langle m|\hat{O}|n \rangle \\ &= \sum_{m,n} \rho_{nm}O_{mn} \\ &= Tr(\hat{O}\hat{\rho})\end{aligned} \quad (2.2.32)$$

Ecuación de Liouville

Al tratar con cada uno de los estados puros, la ecuación de Schrödinger describe la evolución de los estados. En principio esta puede ser extendida para aplicar a sistemas formado por muchas partículas. En este sentido, cuando el número de partículas aumenta, el número de cálculos necesarios para describir como el sistema evoluciona, se incrementa, dificultando la descripción del sistema. Por lo tanto, un enfoque alternativo debe ser tomado en cuenta. Para esto, se considera un estado, $|\psi(t_0)\rangle$, en algún tiempo t ha evolucionado para el estado $|\psi(t)\rangle$, tal que :

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle. \quad (2.2.33)$$

Obviamente

$$\hat{U}(t = t_0, t_0) = 1. \quad (2.2.34)$$

Sustituyendo (2.2.33) en la ecuación de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}}|\psi(t)\rangle, \quad (2.2.35)$$

se obtiene

$$i\hbar \left[\frac{\partial \hat{U}(t, t_0)}{\partial t} |\psi(t_0)\rangle + \hat{U}(t, t_0) \frac{\partial |\psi(t_0)\rangle}{\partial t} \right] = \hat{\mathcal{H}}|\psi(t)\rangle$$

$$\therefore i\hbar \frac{\partial \hat{U}(t, t_0)}{\partial t} |\psi(t_0)\rangle = \hat{\mathcal{H}}\hat{U}(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle. \quad (2.2.36)$$

De las ecuaciones (2.2.34) y (2.2.36), para un operador hamiltoniano independiente del tiempo, tenemos

$$\hat{U}(t, t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{\mathcal{H}}t}. \quad (2.2.37)$$

Si consideramos ahora una variable $\hat{\mathcal{G}}$ que evoluciona cuando el estado $|\psi(t)\rangle$ evoluciona conforme la ecuación (2.2.33), entonces

$$\langle \psi(t) | \hat{\mathcal{G}} | \psi(t) \rangle = \langle \psi(t_0) | \hat{U}^\dagger \hat{\mathcal{G}} \hat{U} | \psi(t_0) \rangle$$

$$= \langle \psi(t_0) | \hat{\mathcal{G}}_0 | \psi(t_0) \rangle \quad (2.2.38)$$

$$\Rightarrow \hat{U}^\dagger \hat{\mathcal{G}} \hat{U} = \hat{\mathcal{G}}_0, \quad (2.2.39)$$

como

$$\hat{U}^\dagger \hat{U} = 1, \quad (2.2.40)$$

tenemos que,

$$\hat{\mathcal{D}} = \hat{U} \hat{\mathcal{D}}_0 \hat{U}^\dagger. \quad (2.2.41)$$

Diferenciando respecto del tiempo t , tenemos

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathcal{D}}}{dt} &= \hat{U} \hat{\mathcal{D}}_0 \frac{\partial \hat{U}^\dagger}{\partial t} + \hat{U} \frac{\partial \hat{\mathcal{D}}_0}{\partial t} \hat{U}^\dagger + \frac{\partial \hat{U}}{\partial t} \hat{\mathcal{D}}_0 \hat{U}^\dagger, \\ &= \frac{1}{i\hbar} (\hat{\mathcal{H}} \hat{\mathcal{D}} - \hat{\mathcal{D}} \hat{\mathcal{H}}) + \hat{U} \frac{\partial \hat{\mathcal{D}}_0}{\partial t} \hat{U}^\dagger, \\ \Rightarrow \frac{d\hat{\mathcal{D}}}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} [\hat{\mathcal{H}}, \hat{\mathcal{D}}] + \frac{\partial \hat{\mathcal{D}}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.2.42)$$

Si ahora hacemos que $\hat{\mathcal{D}}$ sea el operador densidad $\hat{\rho}$, se sigue que

$$\dot{\hat{\rho}} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{\mathcal{H}}] + \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}, \quad (2.2.43)$$

donde

$$\left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \right|_{relax} = \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\gamma \hat{\rho},$$

por lo tanto

$$\dot{\hat{\rho}} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{\mathcal{H}}] - \gamma \hat{\rho}. \quad (2.2.44)$$

Conocida como la ecuación de Liouville-von Neumann, la cual describe la evolución temporal del operador densidad, que es equivalente a la ecuación de Schrödinger. En forma matricial esta ecuación puede ser escrita como:

$$\dot{\rho}_{mn} = \frac{i}{\hbar} \sum_k (\rho_{mk} \mathcal{H}_{kn} - \mathcal{H}_{mk} \rho_{kn}) - \gamma_{mn} \rho_{mn}, \quad (2.2.45)$$

con

$$\gamma_{mn} = \frac{\gamma_m + \gamma_n}{2} \quad (2.2.46)$$

2.2.4. Ecuaciones ópticas de Bloch

Las ecuaciones ópticas de Bloch son una herramienta útil para entender la interacción de un sistema atómico con una radiación monocromática casi reso-

nante. La evolución de la coherencia y de la población pueden ser derivadas a partir de la ecuación de Liouville, ecuación (2.2.44).

Para un átomo de dos niveles interactuando con un campo de radiación casi monocromático, la aproximación más común para la interacción es la del dipolo eléctrico, discutida en la sección anterior, acoplando dos niveles de diferentes paridades. En esta aproximación el operador hamiltoniano para el sistema está dado por:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_a - \hat{d} \cdot \vec{E}, \quad (2.2.47)$$

de esta expresión podemos escribir el operador hamiltoniano del átomo libre en una representación matricial definida por la base de dos estados, usando la relación de completitud, dada por, $|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2| = 1$. Por lo tanto, el operador hamiltoniano del átomo libre es

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_a &= (|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|) \hat{H}_a (|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|) \\ &= \hbar\omega_1 |1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2 |2\rangle\langle 2|. \end{aligned} \quad (2.2.48)$$

Ahora usaremos la relación de completitud para expresar el operador de posición \vec{r} en auto-estados de energía. Desde que los auto-estados de energía de la función de onda $\psi_j(\vec{r})$ tienen paridad bien definida, los elementos diagonales desaparecen, esto es

$$\langle j | \vec{r} | j \rangle = \int d^3r |\psi_j(\vec{r})|^2 \vec{r} = 0. \quad (2.2.49)$$

De hecho, desde que $|\psi_j(\vec{r})|^2$ es una función par y \vec{r} una función impar, el integrando es igual a cero. Los elementos fuera de la diagonal pueden ser escritos como,

$$e \langle 2 | \vec{r} | 1 \rangle = e \int d^3r \psi_2^*(\vec{r}) \vec{r} \psi_1(\vec{r}) \equiv d_{21}, \quad (2.2.50)$$

y

$$e \langle 1 | \vec{r} | 2 \rangle = e \int d^3r \psi_1^*(\vec{r}) \vec{r} \psi_2(\vec{r}) \equiv d_{21}^*, \quad (2.2.51)$$

por lo tanto, el operador de dipolo $e\vec{r}$ toma la forma

$$\vec{d} = e\vec{r} = d_{21} |2\rangle\langle 1| + d_{21}^* |1\rangle\langle 2| \quad (2.2.52)$$

Notamos que el operador describe transiciones del estado fundamental $|1\rangle$ hacia

el estado excitado $|2\rangle$ y vice-versa. A fin de destacar esas propiedades de manera más clara, aplicaremos el operador $e^{\vec{r}}$ en el estado $|1\rangle$, de lo cual encontramos

$$e^{\vec{r}}|1\rangle = d_{21}|2\rangle\langle 1|1\rangle + d_{21}^*|1\rangle\langle 2|1\rangle = d_{21}|2\rangle, \quad (2.2.53)$$

mientras que para el estado $|2\rangle$, encontramos

$$e^{\vec{r}}|2\rangle = d_{21}|2\rangle\langle 1|2\rangle + d_{21}^*|1\rangle\langle 2|2\rangle = d_{21}^*|1\rangle. \quad (2.2.54)$$

Suponiendo que el campo electromagnético (clásico) el cual interactúa con la muestra atómica de dos niveles posee frecuencia angular ω y está desintonizado de la transición atómica por un δ , tal como se muestra en la Fig.2.2.1, es dado por :

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t} + E_0^* e^{-i\omega t}, \quad (2.2.55)$$

el hamiltoniano de interacción puede entonces ser reescrito como

$$\hat{\mathcal{H}}_i = -[d_{21}E_0 e^{i\omega t}|2\rangle\langle 1| + d_{21}^*E_0 e^{i\omega t}|1\rangle\langle 2|] - [d_{21}E_0^* e^{-i\omega t}|2\rangle\langle 1| + d_{21}^*E_0^* e^{-i\omega t}|1\rangle\langle 2|]. \quad (2.2.56)$$

Definiendo la frecuencia de Rabi como : $\Omega = 2d_{21}E_0/\hbar$ el hamiltoniano ahora es expresado como

$$\hat{\mathcal{H}}_i = -\frac{\hbar}{2}[\Omega e^{i\omega t} + \Omega^* e^{-i\omega t}]|2\rangle\langle 1| - \frac{\hbar}{2}[\Omega e^{i\omega t} + \Omega^* e^{-i\omega t}]|1\rangle\langle 2|. \quad (2.2.57)$$

En este punto se aplica la aproximación de onda giratoria (RWA, sigla en inglés para "*Rotating Wave Approximation*"). Como la aproximación de dipolo ha sido asumida, y para que siga siendo válida, el campo eléctrico debe ser próximo de la resonancia con la transición atómica. Esto indica que el término $\omega - \omega_{21} \ll \omega + \omega_{21}$, y las exponenciales complejas que multiplican Ω y Ω^* pueden ser consideradas que oscilan rápidamente. De esta manera, en cualquier escala de tiempo apreciable las oscilaciones en promedio tienden a cero. La aproximación de onda giratoria, por lo tanto consiste en poder despreciar justamente los términos que oscilan rápidamente y conservar solo aquellos de oscilación lenta. En esta aproximación, el hamiltoniano de interacción es reescrito como

$$\hat{\mathcal{H}}_i = -\frac{\hbar}{2}[\Omega^* e^{-i\omega t}|2\rangle\langle 1| + \Omega e^{i\omega t}|1\rangle\langle 2|]. \quad (2.2.58)$$

Por lo tanto, del operador hamiltoniano del átomo libre, ecuación (2.2.48), y el

operador hamiltoniano de interacción, ecuación (2.2.58), tenemos que el hamiltoniano total del sistema es dado por

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega_1|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2|2\rangle\langle 2| - \frac{\hbar}{2}[\Omega^*e^{-i\omega t}|2\rangle\langle 1| + \Omega e^{i\omega t}|1\rangle\langle 2|]. \quad (2.2.59)$$

Así, de la ecuación de Liouville (2.2.45), utilizando (2.2.46) y (2.2.59), las ecuaciones de movimiento para los elementos de matriz densidad son

$$\dot{\rho}_{21} = i\frac{\Omega^*}{2}e^{-i\omega t}(\rho_{11} - \rho_{22}) - (i\omega_{21} + \gamma_{21})\rho_{21}, \quad (2.2.60)$$

$$\dot{\rho}_{22} = i\frac{\Omega^*}{2}e^{-i\omega t}\rho_{12} - i\frac{\Omega}{2}e^{i\omega t}\rho_{21} - \gamma_2\rho_{22}, \quad (2.2.61)$$

$$\dot{\rho}_{11} = i\frac{\Omega}{2}e^{i\omega t}\rho_{21} - i\frac{\Omega^*}{2}e^{-i\omega t}\rho_{12} - \gamma_1\rho_{11} + \gamma_2\rho_{22}, \quad (2.2.62)$$

$$\dot{\rho}_{12} = \dot{\rho}_{21}^*. \quad (2.2.63)$$

Dado que estas cuatro ecuaciones diferenciales presentan coeficientes que dependen del tiempo, entonces podemos buscar reescribirlas a través de un cambio de variable con la intención de tornarlas ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Con este propósito, definimos

$$\rho_{22} = \tilde{\rho}_{22}, \quad (2.2.64)$$

$$\rho_{11} = \tilde{\rho}_{11}, \quad (2.2.65)$$

$$\rho_{21} = \tilde{\rho}_{21}e^{-i\omega t}. \quad (2.2.66)$$

Como se puede observar fácilmente, tal intercambio de variables nos lleva al

siguiente sistema de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes.

$$\dot{\tilde{\rho}}_{21} = \frac{i\Omega^*}{2}(\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{22}) + (i\delta - \gamma_{21})\tilde{\rho}_{21}, \quad (2.2.67)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{22} = \frac{i\Omega^*}{2}\tilde{\rho}_{12} - \frac{i\Omega}{2}\tilde{\rho}_{21} - \gamma_2\tilde{\rho}_{22}, \quad (2.2.68)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{11} = \frac{i\Omega}{2}\tilde{\rho}_{21} - \frac{i\Omega^*}{2}\tilde{\rho}_{12} - \gamma_1\tilde{\rho}_{11} + \gamma_2\rho_{22}, \quad (2.2.69)$$

donde $\delta = \omega_{21} - \omega$ es la desintonía entre el campo y la transición atómica.

Para poder estudiar las características estacionarias del sistema atómico de dos niveles ilustrado en la Fig.2.2.1, hacemos que

$$\dot{\tilde{\rho}}_{21} = \dot{\tilde{\rho}}_{22} = \dot{\tilde{\rho}}_{11} = 0, \quad (2.2.70)$$

y, en el caso de que el sistema de dos niveles sea cerrado,

$$\gamma_1 = 0, \quad (2.2.71)$$

$$\rho_{11} + \rho_{22} = 1. \quad (2.2.72)$$

En este régimen, las ecuaciones ópticas de Bloch se reducen a,

$$\gamma_2\tilde{\rho}_{22} = \frac{i}{2}\Omega(\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21}), \quad (2.2.73)$$

$$(\gamma_{21} - i\delta)\rho_{21} = \frac{i}{2}\Omega(\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{22}). \quad (2.2.74)$$

Sustituyendo la ecuación (2.2.72) en (2.2.74) lleva a

$$\tilde{\rho}_{21} = \frac{i\Omega}{2(\gamma_{21} - i\delta)}(1 - 2\tilde{\rho}_{22}). \quad (2.2.75)$$

Si sustituimos la ecuación (2.2.75) y su complejo conjugado en (2.2.73) permite encontrar la solución para $\tilde{\rho}_{22}$

$$\tilde{\rho}_{22} = \frac{\Omega^2\gamma_{21}}{2\gamma_2(\gamma_{21}^2 + \delta^2) + 2\gamma_{21}\Omega^2}. \quad (2.2.76)$$

Como el sistema de dos niveles en consideración es cerrado, para el cual $\gamma_1 = 0$,

entonces de (2.2.46), tenemos que $\gamma_{21} = \frac{\gamma_2}{2}$, por lo tanto substituyendo este valor, la ecuación (2.2.76) se reduce a

$$\tilde{\rho}_{22} = \frac{\Omega^2}{\gamma_2^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2}. \quad (2.2.77)$$

Para encontrar la solución de estado estacionario para la coherencia entre los dos niveles atómicos, sustituimos la ecuación (2.2.77) en (2.2.75) y encontramos que la coherencia es dada por la siguiente expresión

$$\tilde{\rho}_{21} = \frac{\Omega(i\gamma_2 - 2\delta)}{\gamma_2^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2}. \quad (2.2.78)$$

2.2.4.1. Susceptibilidad Compleja

La polarización macroscópica \vec{P} para un medio con N osciladores por unidad de volumen, con momento de dipolo \vec{d} , es dado por

$$\vec{P}(t) = N\langle\vec{d}\rangle. \quad (2.2.79)$$

Partiendo del supuesto que \vec{P} es proporcional al campo eléctrico aplicado \vec{E} , \vec{P} puede ser escrito como:

$$\vec{P} = \varepsilon_0\vec{E}(\chi e^{-i\omega t} + \chi^* e^{i\omega t}), \quad (2.2.80)$$

donde χ es la susceptibilidad compleja del medio (Gea-Banacloche et al., 1995b). De las ecuaciones (2.2.32), (2.2.79) y (2.2.80) obtenemos que

$$N(\tilde{\rho}_{21}e^{-i\omega t}d_{12} + \tilde{\rho}_{12}e^{i\omega t}d_{21}) = \varepsilon_0E_0(\chi e^{-i\omega t} + \chi^* e^{i\omega t}), \quad (2.2.81)$$

sustituyendo la frecuencia de Rabi en esta última ecuación, tenemos

$$Nd_{21}^2(\tilde{\rho}_{21}e^{-i\omega t} + \tilde{\rho}_{12}e^{i\omega t}) = \frac{\varepsilon_0\hbar\Omega}{2}(\chi e^{-i\omega t} + \chi^* e^{i\omega t}). \quad (2.2.82)$$

De la igualdad de los coeficientes con $e^{-i\omega t}$, encontramos que la susceptibilidad compleja es dada por

$$\chi = \frac{2Nd_{21}^2}{\varepsilon_0\hbar\Omega}\tilde{\rho}_{21}. \quad (2.2.83)$$

La dependencia de la polarización lineal sobre los elementos de la matriz densidad se presentan de forma más clara si la susceptibilidad se expresa en términos de la parte real (χ_r) e imaginario (χ_i) como

$$\chi = \chi_r + i\chi_i,$$

al sustituir la expresión de $\tilde{\rho}_{21}$, dado por la ecuación (2.2.78), en la ecuación (2.2.83), finalmente encontramos que la susceptibilidad compleja es dada por:

$$\chi = \frac{2Nd_{21}^2}{\epsilon_0\hbar} \left(\frac{-2\delta}{\gamma_2^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2} + i \frac{\gamma_2}{\gamma_2^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2} \right), \quad (2.2.84)$$

donde

$$\chi_r = -\frac{4Nd_{21}^2}{\epsilon_0\hbar} \left(\frac{\delta}{\gamma_2^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2} \right), \quad (2.2.85)$$

y

$$\chi_i = \frac{2Nd_{21}^2}{\epsilon_0\hbar} \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_2^2 + 4\delta^2 + 2\Omega^2} \right), \quad (2.2.86)$$

Para un campo estacionario $E_0(z, t) = E_0(z)$ y $P_0(z, t) = P_0(z)$, la ecuación (2.2.26) se reduce a la ecuación de propagación independiente del tiempo

$$\frac{\partial E_0(z)}{\partial z} = \frac{ik}{2}(\chi_r + i\chi_i)E_0(z), \quad (2.2.87)$$

En esta última ecuación sustituimos $P_0(z) = \epsilon_0\chi E_0(z)$. Finalmente resolviendo (2.2.87), la amplitud del campo luego después de propagarse en el medio atómico de longitud L puede ser expresado como:

$$E_0(z) = E_0 e^{-\alpha_0 L/2} e^{i\phi L}, \quad (2.2.88)$$

en la cual el coeficiente de absorción es dado como: $\alpha_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \text{Im}(\chi)$ y la fase que gana el campo al atravesar la muestra atómica $\phi = \frac{\pi L}{2} \text{Re}(\chi)$. A pesar de que tratamos de manera separada las partes real e imaginaria de la coherencia atómica $\tilde{\rho}_{21}$, estamos siempre refiriéndonos a la misma información del sistema, encontrándose asociadas a través de las relaciones de Kramers-Kroning (Boyd, 2003).

La Fig.2.2.2 nos muestra la parte real e imaginaria de la susceptibilidad. Como podemos observar en la Fig. 2.2.2(a), el perfil de absorción presenta un perfil del tipo Lorentziano, con una longitud de línea determinado por la tasa de deca-

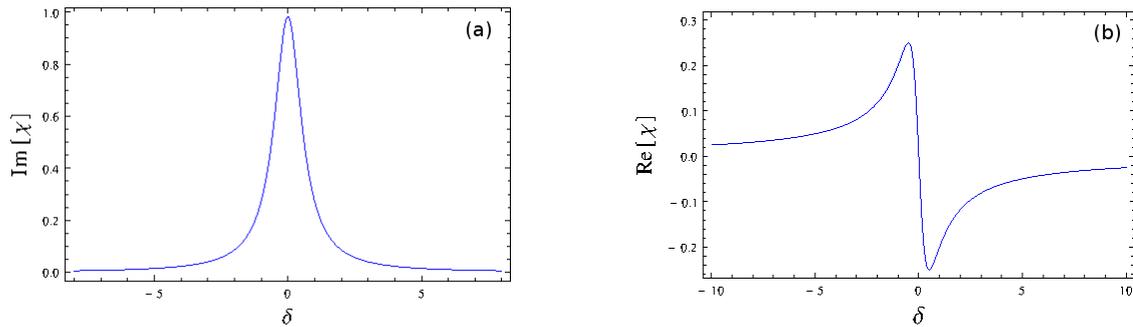


Figura 2.2.2: Curvas de absorción(a) y dispersión(b) de un sistema atómico de dos niveles en la presencia de un campo de prueba desintonizado de la transición atómica $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ por $\delta = \omega_{21} - \omega$.

miento del estado excitado, $\Delta\omega = \sqrt{\gamma_2^2 + 2\Omega^2}$. En la condición de resonancia del campo con la transición atómica ($\delta = 0$), esa curva presenta su valor máximo. En el caso de la curva de dispersión, Fig.2.2.2(b), como podemos observar esta curva tiene un perfil de dispersión familiar, con dispersión anómala (disminución de $Re(\chi)$ con la frecuencia) en la parte central del perfil de absorción dentro de la longitud de línea. Finalmente, para grandes desintonías del campo en relación con la frecuencia de transición atómica, tanto las curvas de absorción y dispersión presentan un valor nulo, tal como puede ser observado.

2.2.5. El átomo de tres de niveles

La interacción entre la luz y la materia representada por un sistema atómico de dos niveles, es la base para la descripción de muchos aspectos en la física atómica, tales como oscilaciones de Rabi, relojes atómicos y la fuerza de radiación usada en el enfriamiento por laser (Boyd, 2003; Metcalf and van der Straten, 2012). Contrariamente para átomos de dos niveles, muchos más efectos físicos pueden ser observados en otros tipos de sistemas atómicos.

Desde el año de 1990 la comunidad científica en el área de óptica cuántica ha buscado desarrollar su comprensión de la dinámica de sistemas atómicos más complejos, esto es, con más de dos niveles. Por ejemplo, se observo que sistemas de tres niveles pueden exhibir características nuevas que no son posible ser observadas en sistema atómico de dos niveles. Por este motivo, los sistemas atómicos de tres niveles han sido objeto de extensos estudios, tanto teóricos como experimentales en los últimos 30 años. La razón de estar interesados en los

sistemas atómicos de tres niveles, es la utilización de este sistema para observar efectos de interferencia cuántica. Un ejemplo interesante es la Transparencia Inducida Electromagnéticamente (EIT) (Fleischhauer et al., 2005).

2.2.6. Transparencia Inducida Electromagnéticamente

La abreviatura EIT intenta describir la reducción de la absorción de un campo laser de prueba, debido al efecto de interferencia cuántica, lo cual permite la propagación de dicho haz a través de un medio atómico, de otra forma opaco; un laser de “acoplamiento” es usado para crear la interferencia necesaria para permitir la transmisión de pulsos de prueba resonantes. Las resonancias absorptivas normalmente asociadas a un sistema de dos niveles pueden ser hechas parcialmente transparentes sobre alguna frecuencia. Como demostrado por medio de las reglas de Kramers-Kroning cualquier alteración en la absorción de un medio también modifica la dispersión (Boyd, 2003). Debido a la ventana de transmisión bastante estrecha, característica del fenómeno de EIT, mayor dispersión ocurre. Este control de la respuesta óptica de un medio es debido a la capacidad de inducir coherencia utilizando campos laser, más específicamente, la evolución del sistema átomo-luz depende de la fase de las amplitudes atómicas del estado y no apenas de la dinámica poblacional de los niveles atómicos.

La primera observación experimental de EIT fue hecha en el año 1990 por Harris, en vapor de estroncio (Boller et al., 1991). Para dicho experimento, los haces se acoplan para formar un sistema atómico del tipo Λ , así llamado por la forma hecha por los haces, la cual se asemeja a la letra griega, tal como puede ser observado en la Fig.2.2.3. Existen otras dos configuraciones de estado generalmente usadas también para el estudio de EIT, Ξ (cascada) y V . En la descripción que presentamos a continuación, el sistema atómico tipo Λ será presentado. Sin embargo, los otros dos sistemas son descritos fácilmente por alteraciones apropiadas en los niveles de energía y acoplamientos. Común a todas estas configuraciones es el hecho que hay acoplamiento entre dos de los estados constituyentes $|1\rangle$ y $|2\rangle$ de la Fig.2.2.3.

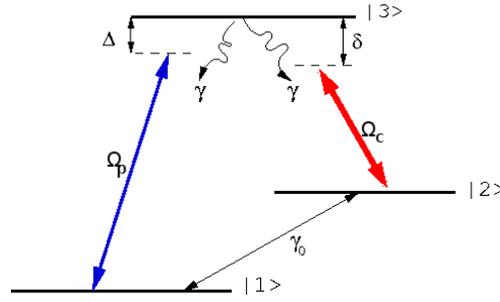


Figura 2.2.3: Sistema atómico de tres niveles en la configuración Λ , con estados metaestables $|1\rangle$ y $|2\rangle$, así como el estado excitado $|3\rangle$. Los láser de acoplamiento y prueba son denotados por Ω_c y Ω_p , respectivamente. En esta figura también son mostradas las desintonías de los láser de prueba (Δ) y acoplamiento (δ). Aquí γ la tasa de decaimiento del estado excitado para los estados más bajos, en cuanto γ_0 representa la pérdida de la coherencia entre los estados fundamentales

2.2.7. Derivando el operador hamiltoniano para EIT

Vamos a considerar el sistema de tres niveles en la configuración del tipo Λ , tal como esquemáticamente mostrado en la Fig.2.2.3. De la misma forma que la susceptibilidad compleja, y por lo tanto la absorción y dispersión del medio, para el sistema atómico de dos niveles fue calculada en el capítulo anterior, es posible calcular la susceptibilidad compleja para el sistema atómico de tres niveles en la configuración Λ . Dentro de la aproximación de dipolo, el operador hamiltoniano del sistema completo puede ser escrito como

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_a - \hat{d} \cdot \vec{E}. \quad (2.2.89)$$

Utilizando la relación de completitud, $|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2| + |3\rangle\langle 3| = 1$, el hamiltoniano del sistema atómico, $\hat{\mathcal{H}}_a$ es dado por

$$\hat{\mathcal{H}}_a = \hbar\omega_1|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2|2\rangle\langle 2| + \hbar\omega_3|3\rangle\langle 3|, \quad (2.2.90)$$

Suponiendo que los campos que interactúan con el sistema atómico están en fase y poseen amplitudes reales y constantes. Además de eso, como estamos trabajando en la aproximación de dipolo, la estructura espacial del campo no va ser tomada en cuenta, de esta forma los campos de acoplamiento y prueba son

dados por :

$$E_c(t) = E_c^0(e^{-i\omega t} + e^{i\omega t}), \quad (2.2.91)$$

$$E_p(t) = E_p^0(e^{-i\omega_p t} + e^{i\omega_p t}), \quad (2.2.92)$$

mientras que el hamiltoniano de interacción, en la aproximación de onda giratoria es dado

$$\hat{\mathcal{H}}_i = -\frac{\hbar\Omega_p}{2} (|3\rangle\langle 1|e^{-i\omega_p t} + |1\rangle\langle 3|e^{i\omega_p t}) - \frac{\hbar\Omega_c}{2} (|3\rangle\langle 2|e^{-i\omega t} + |2\rangle\langle 3|e^{i\omega t}), \quad (2.2.93)$$

La frecuencia de rabi del haz de prueba es $\Omega_p = \frac{2E_p^0 d_{31}}{\hbar}$, mientras que para el laser de acoplamiento es dada por, $\Omega_c = \frac{2E_c^0 d_{32}}{\hbar}$, donde hemos considerado que las frecuencias de Rabi de los laser de acoplamiento y prueba son cantidades reales. En esta aproximación el hamiltoniano total del sistema puede ser escrito como

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}} &= \hbar\omega_1|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2|2\rangle\langle 2| + \hbar\omega_3|3\rangle\langle 3| \\ &- \frac{\hbar\Omega_p}{2} (|3\rangle\langle 1|e^{-i\omega_p t} + |1\rangle\langle 3|e^{i\omega_p t}) - \frac{\hbar\Omega_c}{2} (|3\rangle\langle 2|e^{-i\omega t} + |2\rangle\langle 3|e^{i\omega t}) \end{aligned} \quad (2.2.94)$$

La función de onda correspondiente para el sistema atómico de tres niveles es representado por

$$|\Psi(t)\rangle = c_1(t)|1\rangle + c_2(t)|2\rangle + c_3(t)|3\rangle, \quad (2.2.95)$$

mientras que el operador densidad es escrito como,

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} |c_1(t)|^2 & c_1(t)c_2^*(t) & c_1(t)c_3^*(t) \\ c_2(t)c_1^*(t) & |c_2(t)|^2 & c_2(t)c_3^*(t) \\ c_3(t)c_1^*(t) & c_3(t)c_2^*(t) & |c_3(t)|^2 \end{pmatrix}. \quad (2.2.96)$$

Usando la ecuación de Liouville (2.2.44)

$$\dot{\hat{\rho}} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{\mathcal{H}}, \hat{\rho}] - \gamma\hat{\rho}, \quad (2.2.97)$$

podemos hallar las ecuaciones que gobiernan la evolución de la población del

sistema de tres niveles, las cuales en este caso son dadas por:

$$\dot{\rho}_{33} = \frac{i\Omega_p}{2}(\rho_{13}e^{-i\omega_p t} - \rho_{31}e^{i\omega_p t}) + \frac{i\Omega_c}{2}(\rho_{23}e^{-i\omega t} - \rho_{32}e^{i\omega t}) - \gamma\rho_{33}, \quad (2.2.98)$$

$$\dot{\rho}_{22} = \frac{i\Omega_c}{2}(\rho_{32}e^{i\omega t} - \rho_{23}e^{-i\omega t}) - \gamma_0\rho_{22} + \frac{\gamma}{2}\rho_{33} + \gamma_0\rho_{11}, \quad (2.2.99)$$

$$\dot{\rho}_{11} = \frac{i\Omega_p}{2}(\rho_{31}e^{i\omega_p t} - \rho_{13}e^{-i\omega_p t}) - \gamma_0\rho_{11} + \frac{\gamma}{2}\rho_{33} + \gamma_0\rho_{22}. \quad (2.2.100)$$

De la misma manera, las ecuaciones de movimiento para la coherencia atómica son dadas por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\dot{\rho}_{31} = \frac{i}{2}\Omega_p e^{-i\omega_p t}(\rho_{11} - \rho_{33}) - i\omega_{31}\rho_{31} + \frac{i}{2}\rho_{21}\Omega_p e^{-i\omega_p t} - \gamma_{31}\rho_{31}, \quad (2.2.101)$$

$$\dot{\rho}_{32} = \frac{i}{2}\Omega_c e^{-i\omega t}(\rho_{22} - \rho_{33}) - i\omega_{32}\rho_{32} + \frac{i}{2}\rho_{12}\Omega_p e^{-i\omega_p t} - \gamma_{32}\rho_{32}, \quad (2.2.102)$$

$$\dot{\rho}_{21} = i\frac{\Omega_c}{2}\rho_{31}e^{i\omega t} - i\frac{\Omega_p}{2}\rho_{23}e^{-i\omega_p t} - i\omega_{21}\rho_{21} - \gamma_{21}\rho_{21}, \quad (2.2.103)$$

donde $\gamma_{31} = \frac{\gamma+\gamma_0}{2}$, $\gamma_{32} = \frac{\gamma+\gamma_0}{2}$ y $\gamma_{12} = \frac{\gamma_0+\gamma_0}{2}$, respectivamente.

Dado que estas ecuaciones diferenciales presentan coeficientes que dependen del tiempo; de la misma forma como fue hecho en el capítulo anterior, es deseable que se busque reescribirlas a través de un cambio de variable con el afán de tornarlas ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes, así.

$$\rho_{33} = \tilde{\rho}_{33}, \quad (2.2.104)$$

$$\rho_{22} = \tilde{\rho}_{22}, \quad (2.2.105)$$

$$\rho_{11} = \tilde{\rho}_{11}, \quad (2.2.106)$$

$$\rho_{31} = \tilde{\rho}_{31}e^{-i\omega_p t}, \quad (2.2.107)$$

$$\rho_{32} = \tilde{\rho}_{32}e^{-i\omega t}, \quad (2.2.108)$$

$$\rho_{21} = \tilde{\rho}_{21}e^{-(\omega_p-\omega)t}, \quad (2.2.109)$$

Con dicho cambio de variable, podemos obtener el siguientes conjunto de ecua-

ciones diferenciales para la población atómica.

$$\dot{\tilde{\rho}}_{33} = i\frac{\Omega_p}{2}(\tilde{\rho}_{13} - \tilde{\rho}_{31}) + i\frac{\Omega_c}{2}(\tilde{\rho}_{23} - \tilde{\rho}_{32}) - \gamma\tilde{\rho}_{33}, \quad (2.2.110)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{22} = i\frac{\Omega_c}{2}(\tilde{\rho}_{32} - \tilde{\rho}_{23}) - \gamma_0\tilde{\rho}_{22} + \frac{\gamma}{2}\tilde{\rho}_{33} + \gamma_0\rho_{11}, \quad (2.2.111)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{11} = i\frac{\Omega_p}{2}(\tilde{\rho}_{31} - \tilde{\rho}_{13}) - \gamma_0\tilde{\rho}_{11} + \frac{\gamma}{2}\tilde{\rho}_{33} + \gamma_0\rho_{22}, \quad (2.2.112)$$

y la coherencia del sistema

$$\dot{\tilde{\rho}}_{31} = i\frac{\Omega_p}{2}(\tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{33}) - (i\Delta + \gamma_{31})\tilde{\rho}_{31} + i\frac{\Omega_c}{2}\tilde{\rho}_{21}, \quad (2.2.113)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{32} = i\frac{\Omega_c}{2}(\tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{33}) - (i\delta + \gamma_{32})\tilde{\rho}_{32} + i\frac{\Omega_p}{2}\tilde{\rho}_{12}, \quad (2.2.114)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{21} = i\frac{\Omega_c}{2}\tilde{\rho}_{31} - i\frac{\Omega_p}{2}\tilde{\rho}_{23} - \tilde{\rho}_{21}(i(\Delta - \delta) + \gamma_{21}), \quad (2.2.115)$$

donde hemos definido las desintonías de los laser de prueba y acoplamiento con sus respectivas transiciones atómicas, las cuales son dadas por $\Delta = \omega_{31} - \omega_p$ y $\delta = \omega_{32} - \omega$, respectivamente.

Las ecuaciones (2.2.110-2.2.115) forman un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden con coeficientes constantes. Además de esas ecuaciones, tenemos también la condición de normalización $\tilde{\rho}_{11} + \tilde{\rho}_{22} + \tilde{\rho}_{33} = 1$, la cual está asociado al hecho que la población total del sistema es conservada.

Para estudiar las características estacionarias del sistema atómico de tres niveles ilustrado en la Fig.2.2.3, hacemos que

$$\dot{\tilde{\rho}}_{31} = \dot{\tilde{\rho}}_{32} = \dot{\tilde{\rho}}_{21} = 0. \quad (2.2.116)$$

De la misma forma, podemos considerar las características estacionarias de la población. En este régimen, tenemos

$$\dot{\tilde{\rho}}_{33} = \dot{\tilde{\rho}}_{22} = \dot{\tilde{\rho}}_{11} = 0. \quad (2.2.117)$$

En el caso de EIT, donde $\Omega_c \gg \Omega_p$, podemos considerar que el sistema esta

inicialmente preparado en el estado fundamental $|1\rangle$, así,

$$\tilde{\rho}_{33} \simeq \tilde{\rho}_{22} \simeq 0, \quad (2.2.118)$$

$$\tilde{\rho}_{11} \simeq 1. \quad (2.2.119)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.2.116, 2.2.118) y la ecuación (2.2.119), en la ecuación de movimiento para las coherencias, encontramos el siguiente conjunto de ecuaciones

$$i\Omega_c \tilde{\rho}_{21} \simeq 2\Gamma_{31} \tilde{\rho}_{31} - i\Omega_p, \quad (2.2.120)$$

$$i\Omega_p \tilde{\rho}_{12} \simeq 2\Gamma_{32} \tilde{\rho}_{32}, \quad (2.2.121)$$

$$i\Omega_c \tilde{\rho}_{31} \simeq 2\Gamma_{21} \tilde{\rho}_{21} + i\Omega_p \tilde{\rho}_{23}, \quad (2.2.122)$$

donde hemos definido $\Gamma_{31} = \gamma_{31} + i\Delta$, $\Gamma_{32} = \gamma_{32} + i\delta$ y $\Gamma_{21} = \gamma_{21} + i(\Delta - \delta)$, respectivamente.

Dado que estamos considerando que la población atómica esta inicialmente preparada en el estado fundamental $|1\rangle$, esto es, $\tilde{\rho}_{33} = \tilde{\rho}_{22} \simeq 0$, por lo tanto la coherencia entre los niveles $|3\rangle$ y $|2\rangle$ puede ser considerada también pequeña, esto junto con el hecho que $\Omega_c \gg \Omega_p$, entonces el termino $i\Omega_p \tilde{\rho}_{23}$, en la ecuación (2.2.122) puede ser despreciado.

Con esas consideraciones y dado que las propiedades de dispersión y absorción del medio experimentada por el haz de prueba son dadas por la parte real e imaginaria de la coherencia atómica $\tilde{\rho}_{31}$, vamos en seguida a sustituir la ecuación (2.2.122) en (2.2.120), con lo cual encontramos que la coherencia entre los niveles $|3\rangle$ y $|1\rangle$, es dado por:

$$\tilde{\rho}_{13} = \frac{2\Omega_p(\delta - \Delta + i\gamma_{21})}{4\gamma_{21}\gamma_{31} + 4\Delta(\delta - \Delta) + \Omega_c^2 + 4i(\gamma_{21}\Delta + \gamma_{31}(\Delta - \delta))}. \quad (2.2.123)$$

2.2.8. Absorción y Dispersión en un medio atómico con EIT

Para determinar las propiedades ópticas del medio EIT medidas por el haz de prueba, necesitamos encontrar una expresión matemática para la susceptibilidad lineal como función de la frecuencia del laser de prueba. Tal como fue mostrado en el capítulo 2, la susceptibilidad esta directamente relacionada a la coherencia de la transición atómica $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, y es dada por la siguiente expresión

$$\chi = \frac{Nd_{31}^2}{\varepsilon_0 \hbar \Omega_p} \tilde{\rho}_{31}. \quad (2.2.124)$$

Para el caso cuando el campo de acoplamiento está en resonancia ($\delta = 0$) con la transición atómica $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$, podemos sustituir la ecuación (2.2.123) en (2.2.124) y encontrar que la parte real (χ_r) e imaginaria (χ_i) de la susceptibilidad compleja, $\chi = \chi_r + i\chi_i$, son dadas por:

$$\chi_r = \frac{2Nd_{31}^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{\Delta(4\gamma_{21}^2 + 4\Delta^2 - \Omega_c^2)}{(4\gamma_{21}\gamma_{31} - 4\Delta^2 + \Omega_c^2)^2 + 16\Delta^2(\gamma_{21} + \gamma_{31})^2}, \quad (2.2.125)$$

$$\chi_i = \frac{2Nd_{31}^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{4\gamma_{31}(\gamma_{21}^2 + \Delta^2) + \gamma_{21}\Omega_c^2}{(4\gamma_{21}\gamma_{31} - 4\Delta^2 + \Omega_c^2)^2 + 16\Delta^2(\gamma_{21} + \gamma_{31})^2}. \quad (2.2.126)$$

La susceptibilidad lineal tal como mostrado en la Fig.2.2.4 exhibe un cierto número de características importantes del fenómeno de EIT. Primeramente se puede observar que en la condición de resonancia $\Delta = 0$, tanto la parte real como imaginaria de la susceptibilidad son iguales a cero en el limite cuando la tasa de decaimiento de la coherencia $\tilde{\rho}_{21}$ es cero, es decir $\gamma_{21} = 0$. Este es el límite ideal de EIT, una vez que esta condición no es alcanzada en la naturaleza dado que la tasa de decoherencia del estado fundamental $|2\rangle$ siempre es diferente de cero.

Como podemos observar en la Fig.2.2.4(a), debido a la presencia del campo de acoplamiento, el campo de prueba resonante ($\Delta = 0$) experimenta un medio totalmente transparente dejando de ser absorbido. En esta situación el campo de acoplamiento fuerte causa un desdoblamiento tanto del nivel excitado cuanto del nivel fundamental $|2\rangle$ debido al desdoblamiento Stark, llevando al átomo a una configuración de átomo vestido.

Cuando el laser de acoplamiento fuera tal que la separación entre los niveles vestidos del estado excitado $|3\rangle$, debido al desdoblamiento Stark fuera menos que

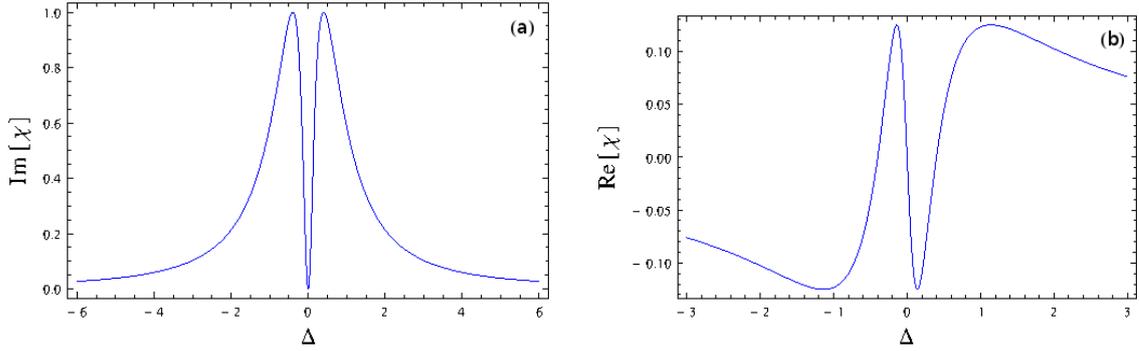


Figura 2.2.4: (a) Parte imaginaria y (b) parte real de la susceptibilidad compleja de una sistema atómico de tres niveles en la configuración Λ sobre la condición de EIT, para $\gamma_{21} = 0$.

la longitud de línea, esto es $\Omega_c < \gamma$, el haz de prueba experimenta dos caminos indistinguibles para la transición $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$. En esta situación ocurre el surgimiento de una interferencia cuántica destructiva entre los dos caminos posibles, con el cual la absorción del campo de prueba es completamente cancelada. Esa interferencia destructiva es máxima cuando el campo de prueba está en resonancia con su respectiva transición atómica.

Sin embargo, en sistemas atómicos reales la tasa de decaimiento de la transición prohibida $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ es diferente de cero debido a las colisiones atómicas y el tiempo de tránsito. Todas las características importantes de EIT permanecen observables mismo cuando $\gamma_{21} \neq 0$, desde que a frecuencia de Rabi del campo de acoplamiento satisface la siguiente desigualdad,

$$\sqrt{\gamma_{31}\gamma_{21}} \ll |\Omega_c| \ll \gamma_{31}. \quad (2.2.127)$$

En la Fig.2.2.5 es mostrada la parte imaginaria de la susceptibilidad lineal χ , para dos diferentes valores de la tasa de decaimiento de la coherencia $\tilde{\rho}_{21}$, esto es: $\gamma_{21} = 0,1\gamma_{31}$ [Fig.2.2.5(a)], y $\gamma_{21} = 10\gamma_{31}$, [Fig.2.2.5(b)]. En estos gráficos tomamos $\Omega_c = 0,5\gamma_{31}$. Como podemos observar en la Fig.2.2.5(a) el perfil de absorción aún muestra una pequeña cancelación de la absorción del campo de prueba en la condición de resonancia ($\Delta = 0$), desde que la desigualdad dada en la ecuación (2.2.127) es aún satisfecha. Para el caso en que $\gamma_{21} \gg \gamma_{31}$, como mostrado en la Fig.2.2.5(b), el mínimo de absorción está ausente. En dicho límite la interferencia constructiva aumenta el coeficiente de absorción, disminuyendo la transmisión del campo de prueba. Esto implica que los efectos de EIT pueden ser observados en gases atómicos densos, o mismo en sólidos, desde que haya

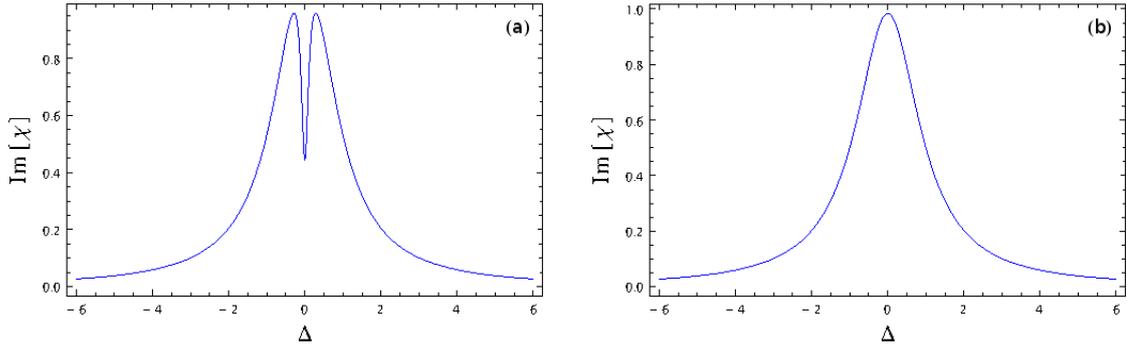


Figura 2.2.5: Parte imaginaria de la susceptibilidad para tasas de decaimiento de la transición $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ diferentes de cero. (a) $\gamma_{21} = 0,1\gamma_{31}$; (b) $\gamma_{21} = 10\gamma_{31}$. En todos los casos $\gamma_{31} = 1$ e $\Omega_c = 0,5\gamma_{31}$.

una transición metaestable con una tasa de decaimiento relativamente grande, la cual satisface $\gamma_{21} \ll \gamma_{31}$.

Finalmente como podemos observar en la Fig.2.2.4(b) para el caso de EIT ideal, la curva de dispersión presenta una variación muy rápida en torno de la resonancia, cuando comparada con el caso de átomos de dos niveles, Fig.2.2.2(b). En módulo esta curva tiene una inclinación mucho mayor que la observada para el caso de átomos de dos niveles. Esto lleva vía la ecuación (2.2.128)

$$v_{gr} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}, \quad (2.2.128)$$

a velocidades de grupo muy pequeñas asociadas a este fenómeno, tal como demostrado experimentalmente por Hau y colaboradores (Hau et al., 1999), donde los autores reportaron velocidades de grupo entorno de 17m/s.

Asociado con la reducción de la velocidad de pulsos de luz, también es observado el almacenamiento de luz y consecuentemente la información contenida en ella. En el artículo (Liu et al., 2001) publicado en la revista Nature en el año 2001 por Liu y colaboradores, se confirmó experimentalmente que es posible almacenar la información en un medio atómico y posteriormente recuperarla utilizando el fenómeno de EIT. Otros experimentos asociados con la reducción de la velocidad de pulsos de luz, como almacenamiento de imágenes también fueron reportados posteriormente. (Lvovsky et al., 2009; Shuker et al., 2008).

2.2.9. No-linealidades Kerr gigantes

En el año 1678, Christiaan Huygens dijo que "... haces de luz viajando en una misma región del espacio o en un medio no tienen cualquier efecto entre si, tal que luz no puede ser utilizada para controlar luz". Esta característica esencial de la luz en el espacio libre significa que las interacciones entre los campos solo son posibles de ocurrir sin el uso de un medio absorbente. Con la demostración del laser por Maiman en el año de 1960 (Maiman et al., 1960), empezó un esfuerzo gigantesco dirigido al estudio y desenvolvimiento de fuentes de luz laser intensos y de medios no lineales para controlar luz con luz.

Tal como fue mostrado en el capítulo anterior, para el caso de la óptica convencional (esto es, lineal), la polarización inducida en el medio dependen linealmente de la amplitud del campo eléctrico, así

$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (2.2.129)$$

Para altas intensidades de luz, podemos esperar que la relación entre la polarización eléctrica y la intensidad del campo eléctrico se torne no lineal, es decir, la relación dada por la ecuación (2.2.129) puede ahora ser escrita como una serie de potencias de la amplitud del campo eléctrico $E(t)$. Considerando solamente escalares, tenemos que

$$P(t) = \chi^{(1)} E(t) + \chi^{(2)} E^2(t) + \chi^{(3)} E^3(t) + \dots, \quad (2.2.130)$$

donde $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$ es la susceptibilidad no lineal de segunda y tercer orden, etc. En la presencia de campo laser intenso, muchos materiales muestran no linealidades las cuales pueden causar que el perfil del índice de refracción siga el perfil de intensidad del campo laser aplicado. El efecto Kerr, el cual está relacionado con la susceptibilidad de tercer orden, $\chi^{(3)}$, es un efecto óptico que ocurre cuando un haz de luz muy intenso se propaga a través de cristales, vidrios, así como también en otros medios, tales como gases. Su origen física es la polarización no lineal generada en el medio, que por si modifica las propiedades de la propagación de luz. El efecto Kerr es una respuesta no lineal ocurriendo instantáneamente la cual puede ser descrita como una modificación del índice de refracción. En particular, el índice de refracción para haces de laser muy intensos

es modificado de acuerdo a

$$n = n_0 + n_2 I, \quad (2.2.131)$$

donde n_0 es el índice de refracción lineal, n_2 es el índice de refracción no lineal y I es la intensidad óptica. La no linealidad Kerr cruzada, también llamada modulación de fase cruzada (XPM, sigla en inglés para “Cross-Phase Modulation”), es el cambio de fase de un haz de luz causado por la interacción con otro haz en un medio no lineal, específicamente un medio Kerr. Estas no linealidades Kerr cruzadas han recibido mucha atención, una vez que pueden ser utilizadas en muchas aplicaciones, como detección no destructiva de estado de Bell (Barrett et al., 2005; Greentree et al., 2009), y puertas de fase cuánticas para operaciones lógicas cuánticas (Turchette et al., 1995). En estas aplicaciones, susceptibilidades no lineales grandes son deseables para bajas intensidades de la potencia de bombeo. Al mismo tiempo, la susceptibilidad lineal debe ser la más baja posible para todos los campos que participan en el proceso no lineal y de esta manera minimizar la absorción. Esos objetivos por lo tanto son incompatibles utilizando dispositivos convencionales.

La observación de estos efectos ópticos no lineales siempre estaba asociado a altas intensidades de luz, con campos conteniendo una gran cantidad de fotones. Usando la transparencia inducida electromagnéticamente, Schmidt y Imamoğlu en el año 1996 mostraron que teóricamente es posible alcanzar no linealidades Kerr gigantes en un sistema atómico de 4 niveles en la configuración del tipo N . En este trabajo de investigación nosotros exploramos este sistema atómico para estudiar efectos ópticos no lineales transversales a bajas intensidades de luz para poder generar un divisor de haz de luz del tipo simétrico y asimétrico.

El sistema usado por Schmidt y Imamoğlu para generar no linealidades Kerr gigantes, es mostrado en la Fig.2.2.6(a). El elemento principal aquí es nuevamente el sub sistema EIT tipo Λ , consistiendo de los niveles $|1\rangle$, $|2\rangle$ y $|3\rangle$. Los niveles $|2\rangle$ y $|3\rangle$ son coherentemente acoplados por un laser de acoplamiento con frecuencia de Rabi Ω_c , el cual asumimos como no perturbativo, permanece inalterado, y puede ser tratado clásicamente.

El estado $|2\rangle$ es asumido como siendo metaestable de modo que la tasa de decaimiento de este estado puede ser despreciada. Por otra parte, un campo

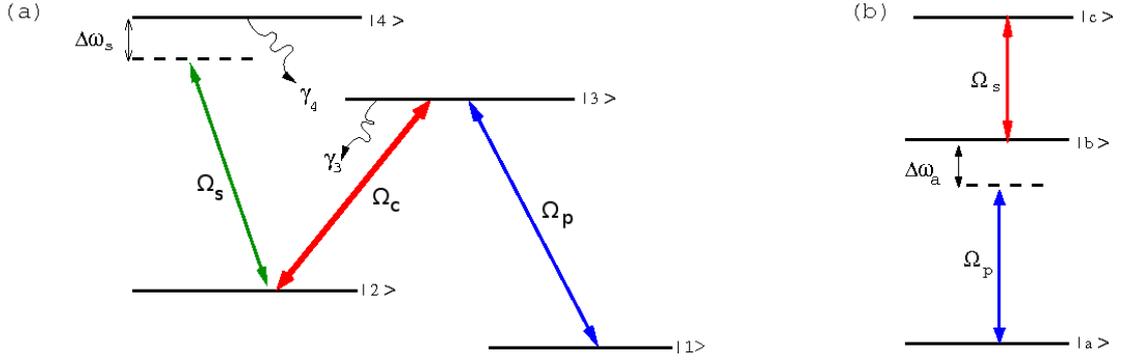


Figura 2.2.6: (a) Sistema atómico de 4 niveles para generar no linealidades gigantes. En esta figura, Ω_s , Ω_c y Ω_p son las frecuencias de Rabi de los laser señal, acoplamiento y prueba, respectivamente. $\Delta\omega_s$ es la desintonía del campo señal con la transición atómica $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$. γ_3 y γ_4 son las tasas de decaimiento. (b) Sistema atómico en la configuración cascada de un átomo de 3 niveles convencional.

señal está presente, el cual tiene frecuencia de Rabi Ω_s y es desintonizado con la transición $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$ por $\Delta\omega_s$. Esta es la pieza fundamental en el esquema propuesto por los autores: en este sentido podemos entender el aumento previsto de la no linealidad Kerr, recordando la dispersión acentuada obtenida en la transparencia para $\Omega_c \ll \gamma_3$. En este límite, una pequeña alteración de la desintonía de dos fotones que es causada, por ejemplo, por un cambio de energía del estado $|2\rangle$, puede dar origen a un aumento drástico de $Re[\chi]$, el cual es experimentado por el haz de prueba. Este cambio de fase en la dispersión del medio puede ser observada en la curva punteada en la Fig.2.2.7, la cual tiene los mismos parámetros de la curva continua, pero con la presencia de una pequeña perturbación aplicada en el nivel $|2\rangle$.

En esta situación podemos comprender el papel del campo señal como el responsable de crear un cambio Stark-ac en el estado fundamental $|2\rangle$, conduciendo así a un cambio grande en el índice de refracción en la frecuencia del laser de prueba.

La no linealidad de modulación de fase cruzada entre los campos señal y prueba, el cual aplicado a la transición $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, fue calculada y presentada por lo autores asumiendo condiciones perturbativas para Ω_p . De estos cálculos, la susceptibilidad de tercer orden fue mostrada para ser

$$\chi_{xpm}^{(3)} = \frac{N|\mu_{13}|^2|\mu_{24}|^2}{2\varepsilon_0\hbar^3} \left[\frac{1}{\Omega_c^2\Delta\omega_s} + i\frac{\gamma_4}{2\Omega_c^2\Delta\omega_s^2} \right]. \quad (2.2.132)$$

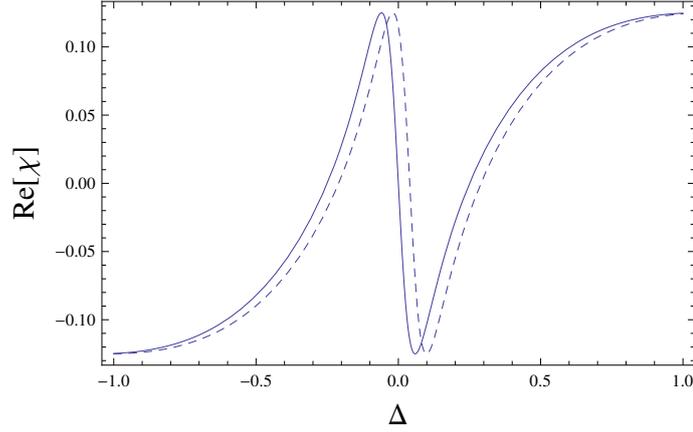


Figura 2.2.7: $Re[\chi]$ en función de la desintonía del haz de prueba para $\gamma_{21} = 0$ y $\Omega_c = \gamma_{31}$, con $\gamma_{31} = 1$. La diferencia entre la curva punteada con la curva continua es que esta última presenta el efecto adicional del campo señal.

Para evaluar la importancia del resultado mostrado en la ecuación (2.2.132), es ilustrativo compararlo con la susceptibilidad Kerr no-lineal ($\chi_{3-level}^{(3)}$) de un sistema atómico padrón, representado en la Fig.2.2.6(b). Para este sistema, consistiendo de un estado fundamental $|a\rangle$, un estado intermedio $|b\rangle$ y un estado excitado $|c\rangle$, encontramos

$$Re[\chi_{3-level}^{(3)}] = \frac{|\mu_{ab}|^2 |\mu_{bc}|^2 N}{2\varepsilon_0 \hbar^3} \frac{1}{\Delta\omega_a^2 \Delta\omega_s}. \quad (2.2.133)$$

En ambas susceptibilidades ($\chi_{xpm}^{(3)}$ y $\chi_{3-level}^{(3)}$) tenemos que μ_{ij} denota los elementos de matriz de dipolo eléctrico para una transición dada, $\Delta\omega_i$ denota la desintonía del campo con respecto a la transición atómica $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ y N la densidad atómica.

Al examinar la dependencia en la desintonía de la frecuencia para $Re[\chi^{(3)}]$ en ambos esquemas mostrados en la Fig.2.2.6, se puede observar que la desintonía del nivel intermedio para el sistema de tres niveles padrón es sustituida por la frecuencia de Rabi del laser de acoplamiento en el sistema de cuatro niveles propuesto por los autores. Para el caso del sistema de tres niveles descrito en la Fig.2.2.6(b), se puede aumentar la no linealidad a través de la disminución de la desintonía, especialmente en relación al estado intermedio $|b\rangle$, el cual, como puede ser observado en la ecuación (2.2.133), aparece de forma cuadrático en $Re[\chi_{3-level}^{(3)}]$. Por lo tanto, esto puede hacer que haya un aumento muy grande en la absorción de la onda incidente con frecuencia ω_a . Para el caso del sistema de cuatro niveles, el valor de la frecuencia de Rabi del campo de acoplamiento solamente es limitado por la condición de EIT ($\Omega_c^2 > \gamma_2 \gamma_3$), por lo tanto Ω_c puede

ser escogido para ser mucho menor que γ_3 , desde que $\gamma_2 \approx 0$. Esto a su vez, implica que la magnitud de la no linealidad Kerr puede ser ordenes de magnitud mayor en este último caso. Esta es la esencia del efecto Kerr gigante, propuesto por Schmidt e Imamoğlu. Finalmente podemos mencionar que la observación de no linealidades Kerr gigantes a bajas intensidades de luz fueron reportadas experimentalmente en el año de 2003, por Hoonsoo Kang y Yifu Zhu (Kang and Zhu, 2003).

Coeficientes de XPM, $n_2 = 2 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{W}$ fueron observado en células de vapor de átomos de ^{87}Rb (Li et al., 2008). Este valor es grande si comparado con los valor obtenidos para cristales ($10^{-16} - 10^{-14} \text{ cm}^2/\text{W}$), vidrios ($10^{-16} - 10^{-15} \text{ cm}^2/\text{W}$) y semi conductores ($10^{-14} - 10^{-13} \text{ cm}^2/\text{W}$) (Boyd, 2003).

2.3. Definición de términos básicos

En lo que sigue de este proyecto de tesis se mencionarán algunos términos básicos importantes que servirán de fundamento para la investigación planteada.

- **Óptica no lineal:** Es el estudio de fenómenos que ocurren como consecuencia de la modificación de las propiedades de un sistema material por la presencia de luz.
- **Interferencia:** Es un fenómeno bastante simple el cual revela la naturaleza de onda de la radiación. La interferencia generalmente ocurre cuando una onda de luz es dividida y entonces recombinada con una fase diferente entre dos caminos (Malyshev and Domínguez-Adame, 2003).
- **Transparencia Inducida Electromagnéticamente:** La Transparencia Inducida Electromagnéticamente, también conocida como EIT, por sus siglas en inglés, es una técnica por la cual un medio inicialmente opaco se torna transparente a la radiación incidente, es decir un haz de luz se propaga por un medio como si este no estuviera presente.
- **Atrapamiento de Población Coherente:** Es un caso particular de la Transparencia Inducida Electromagnéticamente, lo cual ocurre cuando dos campos ópticos resonantes interactúan con átomos en la configuración Λ .

- **Modulación de fase cruzada (XPM):** Se refiere a un cambio de fase no lineal de un campo óptico inducido por otro campo teniendo diferentes longitudes de onda, dirección o estado de polarización (Agrawal, 2000).
- **Efecto Stark:** El efecto Stark es el desplazamiento y desdoblamiento de las líneas espectrales de los átomos y moléculas debido a la presencia de un campo eléctrico estático. Fue descubierto en el año 1913 por el físico alemán Johannes Stark (1874-1957), lo cual le valió la obtención del premio Nobel de Física en el año 1919.

Capítulo III

Hipótesis y Variables

3.1. Hipótesis

3.1.1. Hipótesis General

La coherencia atómica de una medio atómico de 4 niveles en la configuración tipo N permitirá la generación de un Divisor de Luz Inducido Electromagnéticamente.

3.1.2. Hipótesis Específicas

- Puede una rejilla de difracción ser utilizada para formar un divisor de haz de luz del tipo simétrico, el cual puede dividir el haz de entrada en dos haces de igual energía.
- Pueden los parámetros atómicos influir en la eficiencia y orden de difracción, tal que la rejilla de difracción formada puede ser usada como un divisor de haces del tipo asimétrico, el cual distribuye el campo de prueba en diferentes direcciones espaciales.

3.2. Definición conceptual de variables

Variable dependiente:

Divisor de luz inducido electromagnéticamente: Componente óptico con el cual se puede dividir un haz de luz en dos partes iguales (divisor de luz simétrico) o desiguales (divisor de luz asimétrico)

Variable Independiente: Coherencia atómica de un medio atómico de cuatro niveles en la configuración tipo N: La coherencia atómica es la coherencia inducida entre los niveles de un sistema atómico lo cual se observa cuando este átomo interactúa con campos electromagnético coherente (Malyshev and Domínguez-Adame, 2003).

3.2.1. Operacionalización de variable

Variable	Dimensiones	Indicadores	índices	Métodos	Técnicas
Independiente Coherencia atómica de un medio atómico de cuatro niveles en la configuración tipo N	Interacción radiación materia	Aproximación de dipolo eléctrico	$\Omega_c \gg \Omega_p$	Deductivo	Analítica
Dependiente Divisor de luz inducido electromagnéticamente	Intensidad de difracción	Absorción del material	Función de transmisión entorno de 1 y modulación de fase cruzada entorno de 2π	Deductivo	Analítica

Capítulo IV

Diseño Metodológico

4.1. Tipo y Diseño de la investigación

De acuerdo con el propósito de la investigación, el presente proyecto de investigación está enmarcado en el tipo de investigación aplicada, cualitativa y transversal.

El diseño de la investigación a desarrollar será del tipo teórico y consiste en determinar la expresión para la susceptibilidad atómica y, a partir de ella estudiar la propagación del campo de prueba través de la muestra atómica con la finalidad de estudiar el patrón de difracción del campo lejano

4.2. Método de investigación

Según el conocimiento que se tiene del tema en estudio vamos hacer uso del método del tipo analítico/deductivo ya que partiremos de una formulación general de la interacción radiación con la materia, para luego particularizarlo a un modelo que consiste simplemente de un átomo de 4 niveles interactuando con 3 campos laser. En este sentido nosotros utilizaremos una aproximación semi clásica, en la cual describimos al átomo mediante una formulación cuántica, mientras que los tres campos son considerados como siendo campos clásicos. La evolución del sistema atómico es descrita por las ecuaciones ópticas de Bloch, a partir de este

conjunto de ecuaciones podemos obtener una expresión analítica para la parte real e imaginaria de la susceptibilidad del campo de prueba, lo cual está relacionado con la fase e absorción de dicho campo. Un análisis de las gráficas de estas dos magnitudes físicas son realizada con el afán de encontrar la máxima transmisión del campo de prueba para una modulación de fase cruzada en torno a 2π . Una elección adecuada de los parámetros atómicos es necesaria en este punto. Una vez efectuado el análisis de la función de transmisión e fase del campo de prueba mostraremos la ecuación de propagación del campo en el medio atómico, la cual es derivada a partir de las ecuaciones de Maxwell. Solución numérica es requerida en este punto para mostrar el patrón de difracción de campo lejano (difracción de Fraunhofer) del campo de prueba. Un análisis de dicho resultado nos va permitir verificar nuestra hipótesis, así como también cumplir nuestros objetivos. Elección adecuada de los parámetros atómicos es requerida, lo cual nos va permitir observar un divisor de haz de luz del tipo simétrico y anti simétrico inducido electromagnéticamente.

4.3. Población y muestra

Dado el tipo de investigación teórico que se va realizar en este trabajo de investigación no se requiere definir población y muestra.

4.4. Lugar de estudio

Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao (Trabajo Remoto).

4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información

Las técnicas e instrumentos usados para el siguiente trabajo de investigación son del tipo analíticas y técnicas computacionales. En lo que refiere a las técnicas analíticas estas servirán para la adecuación de los modelos matemáticos que usaremos, lo cual va a permitir simplificar el modelo. Serán usadas ecuaciones diferenciales y cálculo integral. En lo que respecta a las técnicas computacionales, estas serán nuestro soporte para poder mostrar algún comportamiento cuando una solución analítica no es posible encontrar o demanda mucho cálculo. Vamos a usar simulaciones numéricas escritas en lenguaje de computación avanzado. Finalmente los instrumentos que usaremos para la recolección de la información necesaria serán, lápiz, papel y un computador personal.

4.6. Análisis y procesamiento de datos

Dado que el trabajo por su naturaleza no requiere un análisis del tipo estadístico, nosotros solo vamos hacer un análisis e interpretación detallada de las gráficas de la función de transmisión, la fase y el padrón de difracción del campo lejano (difracción de Fraunhofer) para el campo de prueba. Para ello vamos obtener primero una expresión analítica para dichas magnitudes físicas, las cuales van a ser simuladas mediante la elaboración de un programa en lenguaje de programación de alto nivel. Una vez simulada las magnitudes físicas obtenidas, procederemos al análisis de las mismas. Una elección adecuada de los parámetros atómicos nos va permitir observar el mecanismos de modulación de fase cruzada experimentado por el campo de prueba debido al campo señal, en este sentido analizando el padrón de difracción de campo lejano, nosotros vamos a poder observar como este mecanismos hace posible crear una rejilla de difracción la cual difracta el campo de prueba del orden cero a un orden mayor. Eligiendo una máscara de intensidad un poco más sofisticada, la rejilla de difracción creada puede ser utilizada para crear un divisor de luz.

Capítulo V

Resultados

En este capítulo presentamos los resultados de nuestro trabajo, el cual consiste en generar un divisor de haces de luz, basado en las no linealidades Kerr gigantes que puede experimentar una muestra atómica sobre la condición de la transparencia inducida electromagnéticamente. En este sentido, a partir del fenómeno de la transparencia inducida electromagnéticamente, EIT y el mecanismo de modulación de fase cruzada, XPM, una rejilla de difracción de luz inducida en una muestra atómica de cuatro niveles es generada, a partir de dicha rejilla de difracción, aplicando mascaradas de intensidad más sofisticadas, un divisor de luz del tipo simétrico es formado. Con una apropiada modulación de los parámetros atómicos un divisor del tipo asimétrico también es generado mediante dicho mecanismo.

5.1. Divisor de luz Inducido electromagnéticamente

En los capítulos anteriores hemos presentado todo el formalismo necesario para entender el fenómeno de la transparencia inducida electromagnéticamente, en este sentido fue visto que no linealidades ópticas gigantes pueden ser obtenidas perturbando el sistema atómico tipo N ; esto es introduciendo un campo adicional llamado campo señal el cual está en la resonancia o fuera de resonancia con la transición atómica $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$ (ver Fig.5.2.1). Como indicado en la

referencia (Schmidt and Imamoglu, 1996) este esquema de excitación produce no linealidades ópticas gigantes a bajas intensidades de luz. En este sentido nosotros investigamos las no linealidades ópticas gigantes que un vapor atómico puede exhibir sobre la condición de EIT, la cual va inducir un cambio de fase (XPM) en el haz de prueba el cual varía radialmente.

5.2. Modelo atómico y ecuaciones de amplitud de probabilidad acopladas

La Fig.5.2.1 muestra el sistema atómico considerado; este consiste de un átomo de 4 niveles abierto, en la configuración del tipo N , el cual está interactuando con tres campos laser de onda continua (cw). Tal como mostrado en dicha figura, el nivel $|1\rangle$ es el estado fundamental, mientras que el estado $|2\rangle$ es un estado meta estable, el cual tiene una tasa de decaimiento insignificante ($\gamma_2 \simeq 0$); los niveles $|3\rangle$ y $|4\rangle$ son los estados excitados los cuales tienen tasa de decaimiento γ_3 y γ_4 respectivamente. Las transiciones $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ y $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$, son transiciones permitidas por interacción de dipolo eléctrico, mientras que las transiciones $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ y $|3\rangle \rightarrow |4\rangle$ son prohibidas por dipolo eléctrico. Como se aprecia en la Fig.5.2.1, los niveles $|1\rangle$ y $|3\rangle$ están conectados por el laser de prueba débil, el cual tiene una frecuencia de Rabi Ω_p y longitud de onda λ , mientras que la transición atómica $|2\rangle$ y $|3\rangle$ es excitada por el laser de acoplamiento (frecuencia de Rabi Ω_c), como mostrado, ambos laser están en resonancia con sus respectivas transiciones, tal que EIT del laser de prueba ocurre si $\Omega_c \gg \Omega_p$. En esta figura también se puede observar que el laser señal, con frecuencia de Rabi, Ω_s es desintonizado de la transición $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$ por $\delta = \omega_{24} - \omega$, donde ω_{24} es la frecuencia de la transición atómica y ω es la frecuencia óptica del laser señal.

Desde el punto de vista experimental, por ejemplo, nuestro sistema puede ser aplicado a la línea D_1 de átomos fríos de ^{87}Rb confinados en una trampa magneto óptica, de tal manera que el efecto Doppler y el alargamiento colisional pueden ser ignorados. En este sistema, el tiempo de vida del nivel excitado es de aproximadamente 27 ns, mientras que el estado fundamental $|2\rangle$ tiene una tasa de decaimiento aproximadamente igual a, $\gamma_{21} \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$. Un conjunto de laser de Diodo pueden proporcionar las potencias necesarias para los laser: señal,

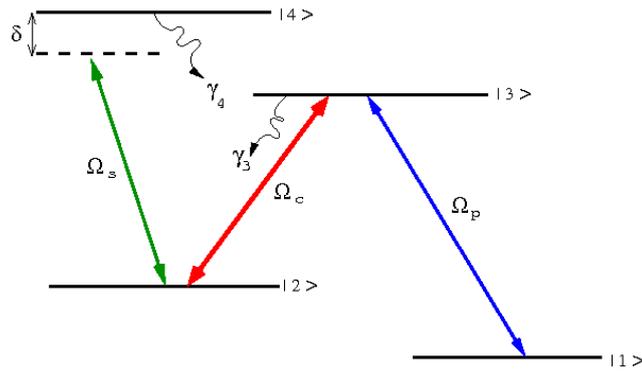


Figura 5.2.1: Sistema atómico de cuatro niveles en la configuración del tipo N , abierto, interactuando con tres campos laser: campo señal (Ω_s), campo de acoplamiento (Ω_c) y campo de prueba (Ω_p). En esta figura, el campo señal es desintonizado por δ de la transición atómica $|2\rangle \rightarrow |4\rangle$, en cuanto que las tasas de decaimiento de los estados $|3\rangle$ y $|4\rangle$, son γ_3, γ_4 , respectivamente.

acoplamiento y de prueba, respectivamente. Por ejemplo para el sub sistema EIT del tipo Λ , descrito anteriormente, un campo de prueba débil y un laser de acoplamiento fuerte son empleados para excitar la transición D_1 de $|F = 1\rangle \equiv |1\rangle \leftrightarrow |F = 2\rangle \equiv |3\rangle$ y $|F = 2\rangle \equiv |2\rangle \leftrightarrow |F' = 2\rangle \equiv |3\rangle$ respectivamente. La XPM o equivalente la no linealidad del tipo Kerr es realizada a través de la aplicación del campo señal que excita la transición $|2\rangle \leftrightarrow |F' = 3\rangle \equiv |4\rangle$ (Lo et al., 2010). La estructura de la transición hiperfina de la línea D_1 del ^{87}Rb en la cual puede ser implementado nuestro esquema es mostrado en la Fig.5.2.2.

Para el sistema atómico mostrado en la Fig.??, la interacción entre los tres campos laser y átomo de cuatro niveles, es descrito por el siguiente hamiltoniano

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_a - \vec{d} \cdot \vec{E}, \quad (5.2.1)$$

donde el hamiltoniano de átomo libre es

$$\hat{\mathcal{H}}_a = \sum_{n=1}^4 \hbar\omega_n |n\rangle\langle n|, \quad (5.2.2)$$

mientras que los campos laser interactuando con el sistema atómico es descrito como,

$$E(t) = E_p e^{-i\omega_p t} + E_c e^{-i\omega_c t} + E_s e^{-i\omega_s t} + c.c., \quad (5.2.3)$$

donde c.c representa el complejo conjugado.

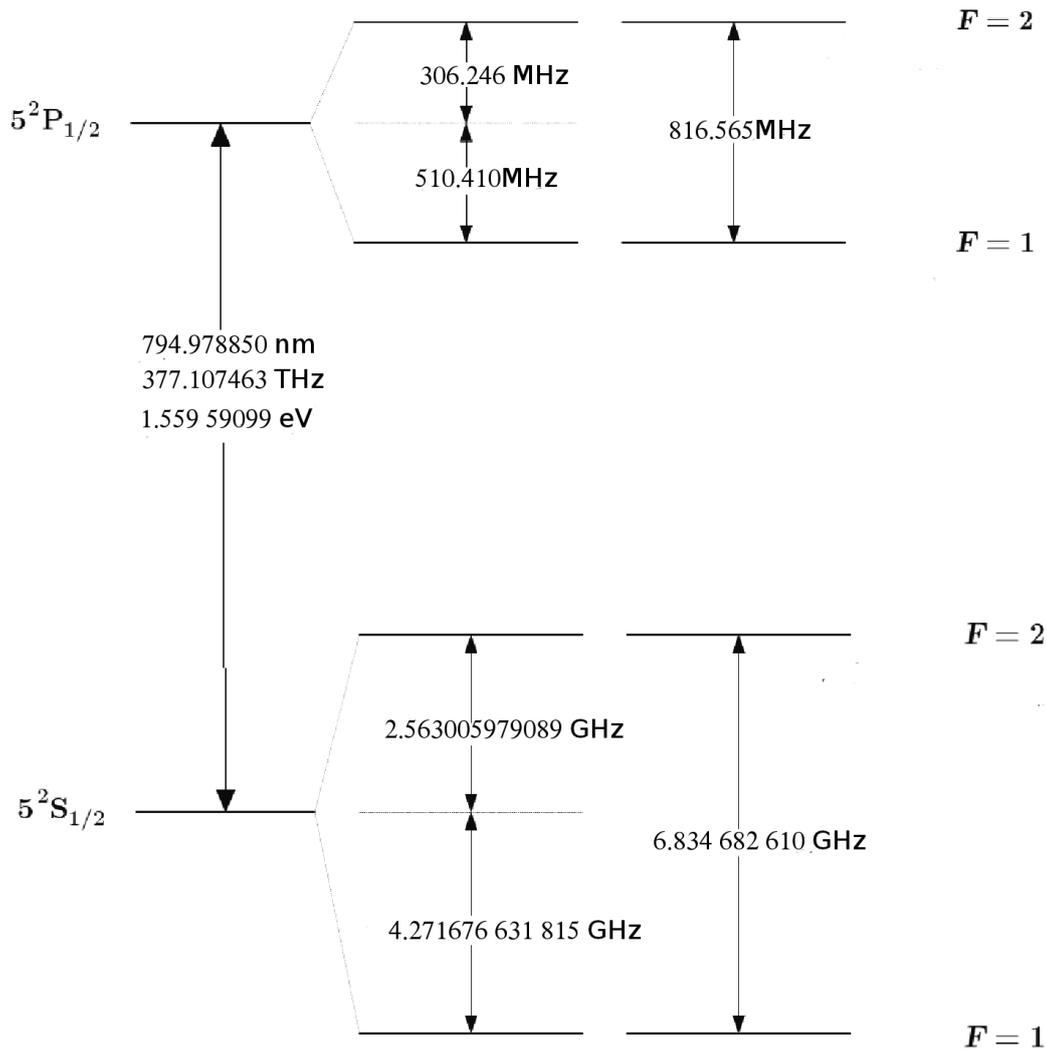


Figura 5.2.2: Línea D_1 del ^{87}Rb con la estructura de niveles hiperfinos. Fuente: <https://steck.us/alkalidata/>

La función de onda del sistema atómico de 4 niveles puede ser escrita como

$$|\psi(\vec{r}, t)\rangle = b_1(t)|1\rangle + b_2(t)|2\rangle e^{-i(\omega_p - \omega_c)t} + b_3(t)|3\rangle e^{-i\omega_p t} + b_4(t)|4\rangle e^{-i(\omega_p + \omega_s - \omega_c)t}, \quad (5.2.4)$$

donde la función base $|i\rangle$, ($i = 1, 2, 3, 4$) son auto funciones del operador hamiltoniano atómico, $\hat{\mathcal{H}}_a$, determinada por

$$\hat{\mathcal{H}}_a|i\rangle = E_i|i\rangle, \quad (5.2.5)$$

aquí ω_i está relacionado con los auto valores de la energía de acuerdo con,

$E_i = \hbar\omega_i$. De la ecuación de Schrödinger

$$i\hbar\frac{\partial|\psi(\vec{r}, t)\rangle}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}}|\psi(\vec{r}, t)\rangle, \quad (5.2.6)$$

sustituyendo las ecuaciones (5.2.2-5.2.4) en (5.2.6) y dado que los auto estados de energía del estado $|\psi(\vec{r}, t)\rangle$ tienen paridad bien definida [ecuación (2.2.49)] los elementos en la diagonal principal del operador de dipolo eléctrico son iguales a cero, esto es, $d_{11} = d_{22} = d_{33} = d_{44} = 0$, así como también las transiciones prohibidas por dipolo eléctrico, $d_{12} = d_{12}^* = d_{14} = d_{41}^* = d_{34} = d_{43}^* = 0$.

Definiendo las frecuencias de Rabi para los tres campos laser como: $\Omega_p = 2\mu_{13}E_p/\hbar$, $\Omega_c = 2\mu_{23}E_c/\hbar$ y $\Omega_s = 2\mu_{24}E_s/\hbar$. La evolución temporal del sistema atómico es dado por el siguiente conjunto de ecuaciones de movimiento para las amplitudes probabilidad, dentro de la aproximación de onda giratoria (RWA), estas son dadas por:

$$\dot{b}_1 = \frac{i}{2}\Omega_p b_3, \quad (5.2.7)$$

$$\dot{b}_2 = -i\Delta\omega_{21}b_2 + \frac{i}{2}\Omega_c b_3 + \frac{i}{2}\Omega_s b_4, \quad (5.2.8)$$

$$\dot{b}_3 = \frac{i}{2}\Omega_p b_1 + \frac{i}{2}\Omega_c b_2 - i(\Delta\omega_{31} - \frac{i}{2}\gamma_3)b_3, \quad (5.2.9)$$

$$\dot{b}_4 = \frac{i}{2}\Omega_s b_2 - i(\delta - \frac{i}{2}\gamma_4)b_4, \quad (5.2.10)$$

en este conjunto de ecuaciones hemos adicionado fenomenológicamente los decaimientos de los estados excitados, γ_3 y γ_4 para el sistema atómico de cuatro niveles, para ello hacemos que : $\Delta\omega_{13} \rightarrow \Delta\omega_{13} - i\gamma_3$ y $\delta \rightarrow \delta - i\gamma_4$.

En este punto vamos a considerar que el laser de prueba es muy débil y está en resonancia con la transición atómica $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, ($\Delta\omega_{31} = 0$), de tal forma que la población del sistema atómico es preparada inicialmente en el estado fundamental $|1\rangle$, esto es, $b_1 \approx 1$. Dado que EIT requiere resonancia de dos fotones, en la ecuación (5.2.8) escogemos $\Delta\omega_{21} = \omega_{21} + \omega_c - \omega_p = 0$. De las consideraciones propuestas, podemos resolver el conjunto de ecuaciones (5.2.7 - 5.2.10) en el régimen perturbativo, considerando en este caso solo hasta primer orden para el laser de prueba y de todas las ordenes para los demás campos (acoplamiento

y señal). En el régimen de estado estacionario obtenemos que la amplitud de probabilidad para el estado excitado b_3 es dado por:

$$b_3 = \frac{i\Omega_p\Omega_s^2}{2\Omega_c^2\Gamma_4 + 2\Gamma_3\Omega_s^2}, \quad (5.2.11)$$

donde hemos definido $\Gamma_3 = \gamma_3/2$ y $\Gamma_4 = i\delta + \gamma_4/2$.

La polarización inducida en la muestra atómica en la frecuencia del campo de prueba esta dada por

$$P_{13} = Nd_{13}b_1^*b_3, \quad (5.2.12)$$

en esta última ecuación, N es la densidad atómica. Escribiendo la polarización, ecuación (5.2.12) como

$$P_{13} = \varepsilon_0\chi E_p, \quad (5.2.13)$$

donde χ es la susceptibilidad y E_p es la amplitud del campo de prueba. De las ecuaciones (5.2.12) y (5.2.13) podemos encontrar que la susceptibilidad está dada por

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{Nd_{13}b_1^*b_3}{\varepsilon_0 E_p}, \\ &= \frac{2Nd_{13}^2b_1^*b_3}{\varepsilon_0\hbar\Omega_p}, \end{aligned} \quad (5.2.14)$$

en esta última ecuación hemos sustituido $\Omega_p = 2d_{13}E_p/\hbar$. Al sustituir las amplitudes de probabilidad, b_1 y b_3 , obtenemos que la parte real e imaginaria de la susceptibilidad es dada por el siguiente conjunto de ecuaciones,

$$Re[\chi] = \frac{4Nd_{13}^2\Omega_s^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{\Omega_c^2\delta}{4\Omega_c^4\delta^2 + (\Omega_c^2\gamma_4 + \Omega_s^2\gamma_3)^2}, \quad (5.2.15a)$$

$$Im[\chi] = \frac{2Nd_{13}^2\Omega_s^2}{\varepsilon_0\hbar} \frac{\Omega_c^2\gamma_4 + \Omega_s^2\gamma_3}{4\Omega_c^4\delta^2 + (\Omega_c^2\gamma_4 + \Omega_s^2\gamma_3)^2}. \quad (5.2.15b)$$

Al derivar las ecuaciones (5.2.15), no fue efectuada ninguna aproximación con respecto a las magnitudes de Ω_s , Ω_c o δ . Para presentar los resultados de una

forma adimensional, definimos: $R = \Omega_s/\Omega_c$, $\Gamma = \gamma_4/\gamma_3$ y $\Delta = \delta/\gamma_3$.

$$Re[\chi] = 2K \frac{R^2 \Delta}{4\Delta^2 + (\Gamma + R^2)^2}, \quad (5.2.16a)$$

$$Im[\chi] = K \frac{\Gamma R^2 + R^4}{4\Delta^2 + (\Gamma + R^2)^2}. \quad (5.2.16b)$$

En el límite en que $\Delta \gg \Gamma, R$ las ecuaciones (5.2.16) pueden ser simplificadas para

$$Re[\chi] = K \frac{R^2}{2\Delta}, \quad (5.2.17a)$$

$$Im[\chi] = K \frac{\Gamma R^2 + R^4}{4\Delta^2}, \quad (5.2.17b)$$

donde hemos definido, $K = 2Nd_{13}^2/\hbar\epsilon_0\gamma_3$. De las ecuaciones (5.2.17), cuando el campo señal es cero, ($R=0$) la susceptibilidad atómica χ se vuelve nula una vez que el campo de acoplamiento torna al átomo transparente para el campo de prueba. En este par de ecuaciones también puede ser observado que la parte real de la susceptibilidad es directamente proporcional a la intensidad del campo señal a través de R^2 . Aquí también podemos observar que si el campo de prueba atraviesa el medio atómico de longitud L , este experimenta un cambio de fase $\phi = \pi L Re(\chi)/\lambda$, el cual es proporcional a la intensidad del campo señal, lo cual es característico del fenómeno de modulación de fase cruzada, XPM. De estas ecuaciones también es posible observar de forma clara que la susceptibilidad χ del campo de prueba es dependiente de dos parámetros controlados externamente: la desintonía del campo señal y el radio entre las frecuencias de Rabi señal y acoplamiento, R . Esto también es claro que si el radio señal-acoplamiento es dependiente de la posición x , tal que, $R = R(x)$, por lo tanto, cuando se impone un campo con un patrón de intensidad en los átomos, el campo de prueba experimenta absorción y refracción modulada espacialmente, de tal forma que los átomos actúan como una rejilla de difracción.

En el orden para crear un divisor de haces inducido electromagnéticamente, nosotros primero necesitamos crear una rejilla de difracción, para ello adicionamos una mascara de intensidad para el campo señal, tal como esquemáticamente mostrado en la Fig. 5.2.3, tal que R^2 muestra un perfil diente de sierra en la

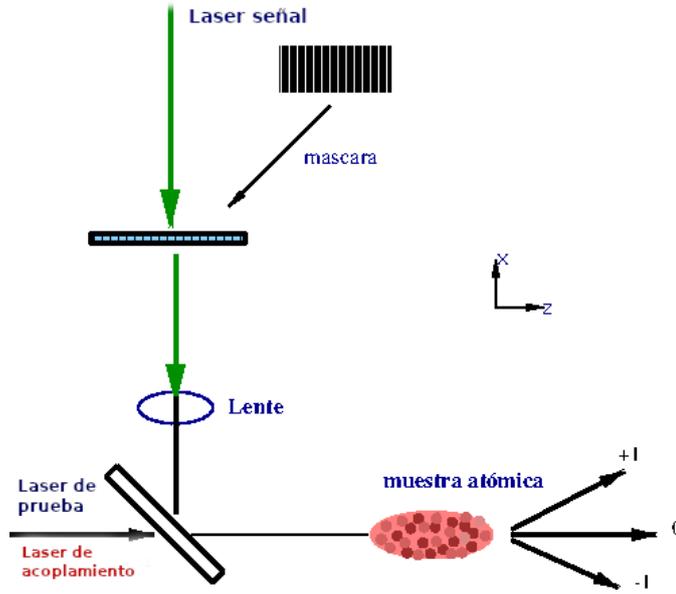


Figura 5.2.3: Esquema propuesto para inducir una rejilla de difracción en un medio atómico frío. Es mostrado también la configuración espacial de los laser con respecto a la muestra atómica (copropagantes).

dirección x , en este sentido la frecuencia de Rabi del radio señal acoplamiento dentro de un periodo Λ de la rejilla puede ser representada por: .

$$R(x) = R_0 \sqrt{\frac{x}{\Lambda}}, \quad 0 < x < \Lambda, \quad (5.2.18)$$

donde R_0 es la frecuencia de Rabi pico del radio señal acoplamiento. Dado que la fase esta íntimamente relacionada con la parte real de la susceptibilidad, podemos observar que el cambio de fase de XPM que va experimentar el campo de prueba es $\phi = \phi(x)$, el cual va incrementar linealmente con x dentro del intervalo $0 < x < \Lambda$. Aquí nosotros vamos asumir que la intensidad del campo de acoplamiento es uniforme y que el campo de prueba es una onda plana monocromática, la cual entra en una muestra atómica extendida de longitud L .

Para calcular el patrón de difracción del campo de prueba, vamos a empezar de las ecuaciones de Maxwell. Como se sabe, dado que la interacción átomo campo induce una polarización que oscila en la frecuencia del campo de prueba, conviene en este caso expresar la polarización de la siguiente forma

$$P = P_{13}(z, \rho) e^{-i\omega_p t + ik_p z} + c.c., \quad (5.2.19)$$

donde c.c es el complejo conjugado y P_{13} es dado por la ecuación (5.2.13), el cual es la amplitud de la polarización variando lentamente. La propagación del haz de prueba a través de la muestra atómica es descrita por la ecuación de onda de Maxwell, ecuación (2.2.20), con la polarización actuando como fuente de excitación. En la aproximación de envoltura variando lentamente, tenemos

$$-i \frac{1}{2k_p} \nabla_T^2 E_p + \frac{\partial E_p}{\partial z} = i \frac{k_p}{2\varepsilon_0} P_p, \quad (5.2.20)$$

donde ∇_T es el gradiente transversal, $k_p = 2\pi/\lambda$, es el número de onda, $E_p \equiv E_p(z, \rho)$ y $P_p \equiv P_{13}(z, \rho)$. Substituyendo la ecuación (5.2.13) con (5.2.17) en (5.2.20), puede ser escrita como:

$$-i \frac{1}{2k_p} \nabla_T^2 E_p + \frac{\partial E_p}{\partial z} = i \frac{4Nd_{13}^2\pi}{\lambda\gamma_3\hbar\varepsilon_0} \left(\frac{R^2}{4\Delta} + \frac{i}{2} \frac{\Gamma R^2 + R^4}{4\Delta^2} \right) E_p, \quad (5.2.21)$$

En este punto vamos a suponer que el haz de prueba se propaga a lo largo de la dirección z y entra en una muestra atómica extendida de longitud L en $z = 0$, tal como esquemáticamente mostrado en la Fig.5.2.3. Asumiendo que el campo de prueba incidente en la muestra atómica sea una onda plana con perfil de intensidad del tipo gaussiano, esto es

$$E_p(z = 0, \rho, t) = E_0(\rho) e^{i(k_p z - \omega t)}, \quad (5.2.22)$$

con

$$E_0(\rho) = E_p^0 e^{-\rho^2/a^2}, \quad (5.2.23)$$

siendo E_p^0 la amplitud del campo de prueba de entrada y a el diámetro del haz.

En este punto también asumimos que el campo de acoplamiento tiene un perfil transversal uniforme o que el diámetro del haz es mucho mayor que el diámetro del haz de prueba. Para simplificar aún más la notación, escogemos el diámetro del haz de prueba a como la unidad para la coordenada radial ρ y z_0 como la unidad para la coordenada longitudinal z , donde $z_0 = 1/\alpha_0 = \hbar\varepsilon_0\gamma_3\lambda/4N\pi d_{13}^2$ es la longitud de absorción de un fotón de prueba en la ausencia del campo de acoplamiento. Por lo tanto, en forma adimensional, la ecuación (5.2.21) es dada por,

$$-i \frac{1}{\aleph} \nabla_T^2 E_p + \frac{\partial E_p}{\partial z'} = (-\alpha/2 + i\sigma) E_p, \quad (5.2.24)$$

donde $\alpha = (\Gamma R^2 + R^4)/4\Delta^2$ es el coeficiente de absorción de dos fotones; $\sigma = R^2/4\Delta$ es proporcional a la modulación de fase cruzada inducida por el haz señal al haz de prueba; $\aleph = 4\pi a^2/\lambda z_0$ es el numero de Fresnel del haz de prueba.

En el caso que $\aleph \gg 1$, el término transversal $\nabla_T^2 E_p$ en la ecuación (5.2.24) puede ser eliminado. En nuestro esquema podemos escoger, por ejemplo, para una muestra de vapor rubidio, elegimos como parámetros atómicos típicos: diámetro del haz de prueba, $a = 1$ mm, $\gamma_3/2\pi = 5,8$ MHz, $N \approx 3 \times 10^{12}$ cm⁻³ y $d_{13} = 2,5 \times 10^{-29}$ Cm, con dichos parámetros, el número de Fresnel para el haz de prueba calculado fue aproximadamente, $\aleph \approx 1,6 \times 10^6$. Sobre esta condición, la difracción del haz de prueba dentro de la muestra atómica puede ser despreciado y su propagación en la muestra puede ser descrita por la siguiente ecuación

$$\frac{\partial E_p}{\partial z'} = (-\alpha/2 + i\sigma)E_p. \quad (5.2.25)$$

La ecuación (5.2.25) se puede resolver analíticamente para obtener la función de transmisión del campo de prueba para una longitud de interacción L , la cual es dada por:

$$T(x) = e^{-\alpha(x)L/2} e^{i\sigma(x)L}, \quad (5.2.26)$$

donde el primer y segundo término en la ecuación (5.2.26) corresponde a la modulación de amplitud y modulación de fase, respectivamente. En el caso que estamos considerando, es decir, el campo de prueba es una onda plana, tomando la transformada de Fourier de la función de transmisión $T(x)$, podemos obtener la ecuación de difracción de Fraunhofer, dada por:

$$I_p(\theta) = |E(\theta)|^2 \frac{\sin^2(N\pi\Lambda \sin \theta/\lambda)}{N^2 \sin^2(\pi\Lambda \sin \theta/\lambda)}, \quad (5.2.27)$$

donde $E(\theta) = \int_0^A T(x) \exp(-2\pi i \Lambda x \sin \theta/\lambda)$ corresponde a la difracción de Fraunhofer de un único periodo espacial.

En la ecuación (5.2.27), N es el número de periodos espaciales de la rejilla creada, la cual es iluminada por el haz de prueba, θ es el ángulo de difracción con respecto a la dirección z . En esta expresión, $E(\theta)$ y $I(\theta)$ es normalizado tal que si $T(x) = 1$ entonces $I_p(0) = 1$. En este caso, la eficiencia de difracción en cualquiera de los ordenes de difracción es dada por la amplitud de $I_p(\theta)$ para dicho orden. El ángulo de difracción es determinado por la ecuación de la rejilla,

$\sin \theta = m\lambda/\Lambda$, de tal manera que el periodo de la rejilla es elegido para ser, $\Lambda/\lambda = 4$ de esta forma podemos obtener las intensidades de difracción de orden cero, primer, segundo y tercer orden, respectivamente.

$$I_p(\theta_0) = \left| \int_0^\Lambda T(x)dx \right|^2, \quad (5.2.28a)$$

$$I_p(\theta_1) = \left| \int_0^\Lambda T(x)\exp(-2\pi ix/\lambda)dx \right|^2, \quad (5.2.28b)$$

$$I_p(\theta_2) = \left| \int_0^\Lambda T(x)\exp(-4\pi ix/\lambda)dx \right|^2, \quad (5.2.28c)$$

$$I_p(\theta_3) = \left| \int_0^\Lambda T(x)\exp(-6\pi ix/\lambda)dx \right|^2. \quad (5.2.28d)$$

En lo que sigue nosotros mostraremos como crear una rejilla de difracción, de tal forma que esta pueda luego ser usada para crear un divisor de haces de luz inducido electromagnéticamente.

5.3. Resultados descriptivos

Siendo está una investigación que no requirió de datos estadísticos o la aplicación de la estadística descriptiva, no se obtienen resultados descriptivos.

5.4. Resultados Inferenciales

Siendo está una investigación que no requirió de datos estadísticos o la aplicación de la estadística inferencial, no se obtienen resultados inferenciales.

5.5. Otro tipo de resultados estadísticos, de acuerdo a la naturaleza del problema y la hipótesis

Por la naturaleza de nuestra investigación no se requirió de datos estadísticos o similares por lo que no se obtuvo resultado estadístico alguno

Capítulo VI

Discusión de Resultados

6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados.

En el proyecto de investigación propuesto se formuló la Hipótesis General que establecía si la coherencia atómica de una medio atómico de 4 niveles en la configuración tipo N permitiría la generación de un Divisor de Luz Inducido Electromagnéticamente, lo cual también nos permitió formular las siguientes Hipótesis Específicas

- Puede una rejilla de difracción ser utilizada para formar un divisor de haz de luz del tipo simétrico, el cual puede dividir el haz de entrada en dos haces de igual energía.
- Pueden los parámetros atómicos influir en la eficiencia y orden de difracción, tal que la rejilla de difracción formada puede ser usada como un divisor de haces del

De lo desarrollado en la presente investigación, con lo establecido en el marco teórico y lo mostrado en el capítulo de resultados, podemos constatar y demostrar nuestra Hipótesis con los siguientes resultados

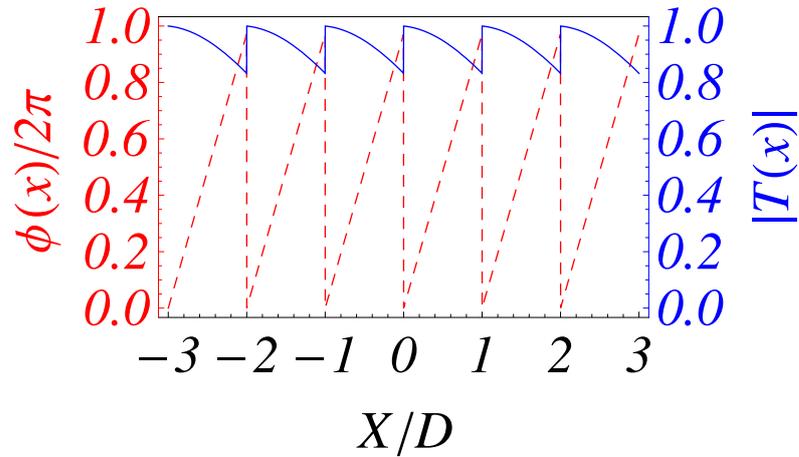


Figura 6.1.1: Línea continua: función de transmisión $|T(x)|$ (color azul) y línea punteada roja: modulación de fase en función de x (medido en función del periodo de la rejilla).

6.1.1. Rejilla de Difracción Inducida

Nosotros empezamos el análisis del esquema atómico propuesto, primero analizando el comportamiento de la función de transmisión y la modulación de fase en función de la distancia transversal x . Para las siguientes figuras usamos los siguientes parámetros atómicos, $l = 160$, desintonía señal $\Delta = 55$ y $R_0 = 3$. Como puede ser observado en la Fig 6.1.1, para un patrón de intensidad señal del tipo diente de sierra, es posible observar no solo una modulación de fase, sino también modulación de amplitud. Para la modulación de fase, una modulación del tipo periódica es observada, la cual tiene un valor aproximado de 2π con un cambio abrupto entre los periodos de la rejilla. En cuanto a la modulación de amplitud, la función de transmisión alcanza un valor máximo de 100 en $x = 0$ decreciendo a un valor de aproximadamente 80% para $x = 1$. Tal como puede ser observado en la Fig.6.1.1 la rejilla de difracción generada es una mezcla de rejilla de fase y amplitud, sin embargo un análisis muestra que la rejilla de amplitud no es relevante para la difracción del campo de prueba. Para mostrar que la rejilla de difracción atómica es una rejilla de fase y no de amplitud, mostramos el patrón de difracción de campo lejano (Far-field diffraction) correspondiente a la difracción mostrada en la figura Fig.6.1.1.

Para mostrar la difracción de campo lejano en nuestro esquema propuesto,

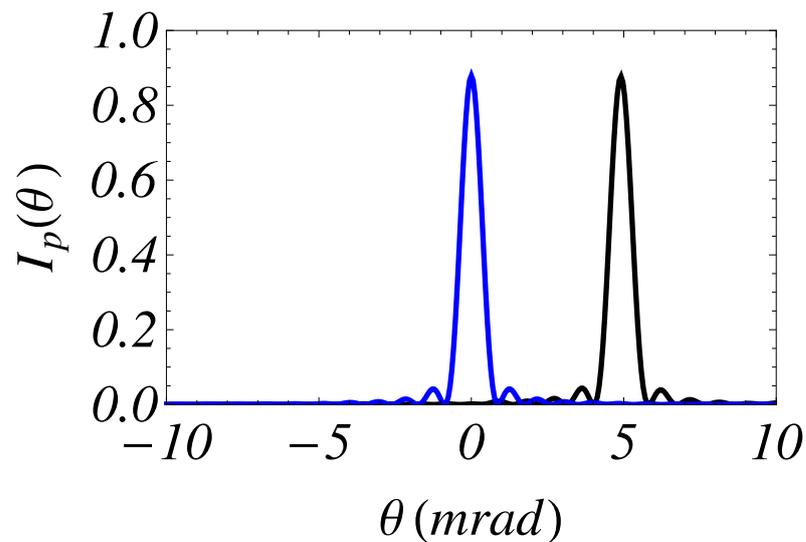


Figura 6.1.2: Patrón de difracción del campo de prueba con modulación de fase (línea negra) y sin modulación de fase $\Phi(x) = 0$ (línea azul) . El haz de prueba ilumina 5 periodos de la rejilla de difracción

hicimos uso de la ecuación (5.2.27), con los resultados obtenidos mostrados en la Fig.6.1.2. Como es observado en la Fig.6.1.2 la rejilla de difracción obtenida desvía el haz de prueba a través de un ángulo de 5 mrad, con una alta eficiencia de difracción de aproximadamente 90% en el primer orden de difracción. En este sentido, el ángulo de difracción es determinado por la ecuación de la rejilla, la cual es dada por, $\sin \theta = \lambda/\Lambda$. En esta figura también puede ser observado que cuando la modulación de fase es escogida artificialmente para ser igual a cero, el haz de prueba se propaga en la misma dirección incidente y no puede ser desviado (línea sólida azul en la Fig.6.1.2). De los resultados observados, podemos concluir que nuestra rejilla de difracción se da únicamente cuando la modulación de fase está presente, siendo esta la causante de la transferencia de energía del pico central al primer orden de difracción, mientras que la modulación de amplitud no tiene ningún efecto en el esquema propuesto pese a que también es modulada, sin embargo la absorción no puede ser desconsiderada pues eso limita la eficiencia de la difracción de la rejilla generada.

6.1.2. Divisor de luz del tipo simétrico vía una rejilla de Difracción Inducida electromagnéticamente

Tal como indicado en la discusión anterior, para poder generar un divisor de luz del tipo simétrico mediante el mecanismo de modulación de fase cruzada vía una rejilla de difracción inducida electromagnéticamente, vamos a imponer para ello una máscara más sofisticada en el campo señal, tal como fue discutido en la sección anterior y mostrado en la Fig.5.2.3, esto va permitir obtener un divisor de luz (beam splitter) el cual va abrir el haz de entrada en dos haces de igual energía.

Para poder conseguir nuestro objetivo, hacemos que el radio señal-acoplamiento sea dado por:

$$R(x) = R_0 \sqrt{\frac{|x|}{\Lambda}}, \quad 0 < x < \Lambda. \quad (6.1.1)$$

En este sentido, la intensidad de difracción del campo lejano para el laser de prueba es representada por la siguiente expresión:

$$I_p(\theta) = |E_1(\theta) + E_2(\theta)|^2 \frac{\sin^2(N\pi\Lambda \sin \theta/\lambda)}{N^2 \sin^2(\pi\Lambda \sin \theta/\lambda)}, \quad (6.1.2)$$

donde

$$E_1(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\Lambda}^0 T(x) \exp(-2\pi i \Lambda x \sin \theta/\lambda)$$

y

$$E_2(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\Lambda} T(x) \exp(-2\pi i \Lambda x \sin \theta/\lambda).$$

Tal como fue mostrado en el caso de la rejilla de difracción, debido a que la susceptibilidad del campo de prueba es dependiente de la intensidad; si imponemos una máscara de intensidad al campo señal, tal como dado en la ecuación (6.1.1), obtenemos una función de transmisión que tiene dos dominios simétricos, tal como es mostrado en la Fig.6.1.3. Como el caso de la rejilla de difracción, la modulación de amplitud (curva continua en azul) alcanza un valor máximo en $x = 0$ mientras que un valor mínimo de aproximadamente 80 % es alcanzado para $x = 1$, para dichas condiciones, una modulación de fase de aproximadamente 2π es también observada. .

En la Fig. 6.1.4 es mostrado el padrón de difracción del campo lejano para el

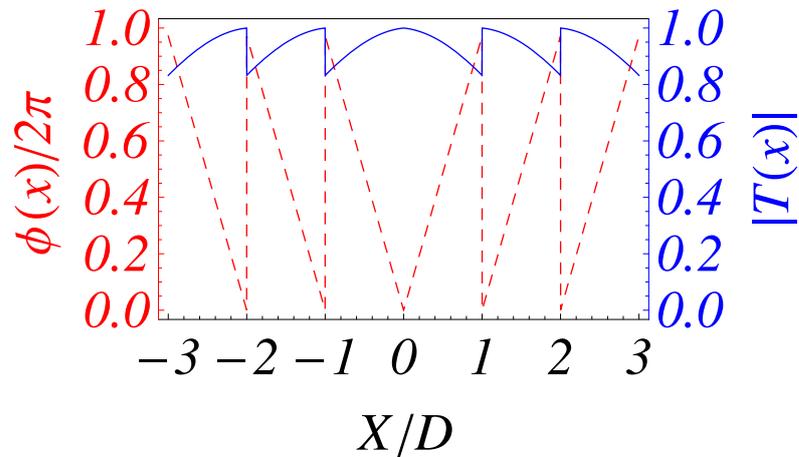


Figura 6.1.3: Línea continua: función de transmisión $|T(x)|$ (color azul) y línea punteada roja: modulación de fase en función de x (medido en función del periodo de la rejilla).

sistema atómico propuesto. Como puede ser observado en dicha figura, el campo de prueba es abierto en dos haces con igual energía, siendo que el ángulo de separación de los picos de intensidad es de 10 mrad. En este sentido es formado en el medio atómico un divisor de luz del tipo simétrico totalmente óptico, el cual divide el haz de prueba incidente en una dirección perpendicular a la dirección inicial transversal del movimiento .

6.1.3. Divisor de luz del tipo asimétrico vía una rejilla de Difracción Inducida electromagnéticamente

Mediante el mecanismo que acabamos de presentar, también es posible generar un divisor de luz del tipo asimétrico, el cual va enviar más potencia a uno de los picos de difracción (orden cero, orden uno). En este sentido, la Fig.6.1.5 muestra los resultados obtenidos para el divisor del luz del tipo asimétrico.

Tal como se observa en la figura, cuando el radio señal-acoplamiento es pequeño, ($R \approx 2,3$) la profundidad de la modulación de fase es pequeña y por lo tanto más energía es enviada al pico de difracción de orden cero que al pico de difracción de orden uno (ver Fig.6.1.5(a)). Para el caso en que el radio señal/acoplamiento es mayor ($R \approx 2,5$) la profundidad de modulación de fase

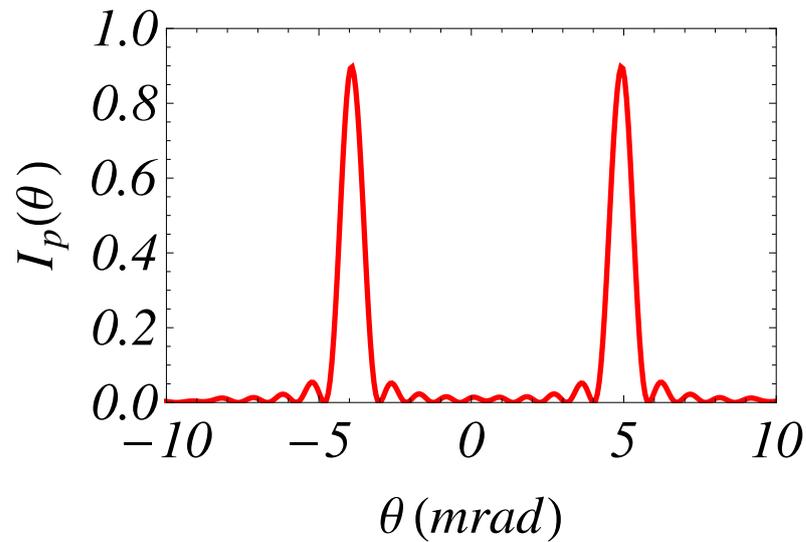


Figura 6.1.4: Padrón de difracción del campo lejano del sistema atómico propuesto. Los parámetros atómicos son los mismos que la rejilla de dispersión mostrada anteriormente.

es aumentada produciendo que una cantidad mayor de energía sea transferida al pico de difracción del primer orden, manteniendo de esta manera una menor potencia en el pico de difracción de orden cero, tal como puede ser verificado en en la Fig.6.1.5(b).

En este sentido, tal como fue mostrado en la Fig.6.1.5, un mayor estudio del patrón de difracción del campo lejano en función del ángulo de difracción es necesario, siendo los parámetros atómicos, específicamente el radio entre las frecuencias de Rabi señal/acoplamiento un factor relevante para poder transmitir energía de forma más eficaz entre los picos de difracción de orden cero y orden uno respectivamente. En este sentido es necesario ver como influye este parámetro (radio señal/acoplamiento) en las intensidades de orden cero y orden y uno, respectivamente. Ese análisis no lo realizamos aquí, quedando pendiente para un estudio futuro.

En lo que sigue vamos a discutir si el esquema propuesto puede ser reproducido en el laboratorio con la tecnología hoy existente. En vapor atómico con alargamiento homogéneo, EIT ocurre para $\Omega_c^2 > \gamma_2\gamma_3$, esta expresión indica el límite inferior necesario para la frecuencia de Rabi del laser de acoplamiento. Típicamente en trampas magneto ópticas tenemos los siguientes parámetros atómicos: $\gamma_2/2\pi \approx 1$ kHz (Kang and Zhu, 2003), $\gamma_3/2\pi \approx 10$ MHz, en este sentido es preci-

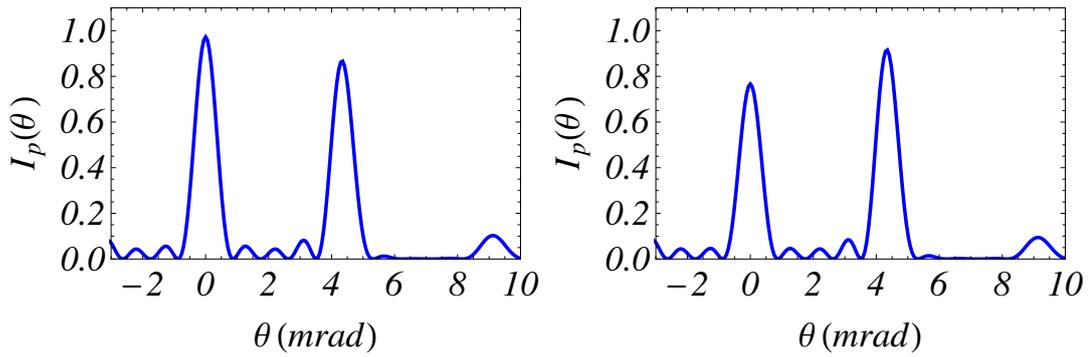


Figura 6.1.5: Padrón de difracción del campo lejano para el divisor de luz asimétrico propuesto, en el caso que: (a) $R = 2,3$ y (b) $R=2,5$. Los otros parámetros son los mismos que la Fig.6.1.2.

so tener que $\Omega_c/2\pi > 100\text{kHz}$. Por lo tanto, para átomos dentro de una célula de vapor alargada colisionalmente, tenemos los siguientes parámetros, $\gamma_3/2\pi \approx 650$ MHz y $\gamma_2/2\pi \leq 1$ kHz (Pack et al., 2007), con dichos parámetros la frecuencia de Rabi del campo de acoplamiento es: $\Omega_c/2\pi \gg 800\text{kHz}$. En este análisis se consideró el régimen de excitación en el cual se cumple que, $\Omega_s \geq \Omega_c \gg \Omega_p$.

Por lo tanto, nosotros podemos concluir que la máscara de intensidad impuesta en el haz señal, la cual induce el efecto de la rejilla en el sistema atómico, dio origen a un divisor de luz inducido electromagnéticamente el cual presenta alta eficiencia y puede ser implementado con haces de baja intensidad de luz.

6.2. Contrastación de los resultados con otros estudios similares.

En este punto consideramos la investigación presentada en los antecedentes presentados en la marco teórico.

En la investigación propuesta por Chen y colaboradores, (Chen et al., 2017), los autores demostraron de forma teórica la posibilidad de realizar un divisor de haz de luz, a través de una rejilla de difracción inducida electromagnéticamente en un sistema atómico de 4 niveles doble Λ , excitado por un campo de acoplamiento modulado en intensidad sobre la presencia de un campo de bombeo incoherente; en este sentido, los autores mostraron que no solo es posible gene-

rar un divisor de luz simétrico, sino también uno asimétrico, siendo la intensidad de difracción observada aproximadamente del 80 %; en nuestra investigación, a diferencia del esquema de Chen y colaboradores, nosotros usamos un esquema de modulación de fase cruzada (XPM) del campo de prueba, en el cual se produce no linealidades Kerr gigantes en la muestra atómica sobre la condición de EIT, es decir dicho esquema puede ser implementado con campos arbitrariamente débiles. Para el esquema propuesto, vía una rejilla de difracción, fue posible la generación de un divisor de haz de luz del tipo simétrico; con la selección adecuada de los parámetros atómicos también fue posible generar un divisor de luz del tipo asimétrico. En nuestro esquema una intensidad de difracción de aproximadamente 80 % también fue observada.

6.3. Responsabilidad ética

De acuerdo con los principios establecidos en el Código de ética de investigación de la Universidad Nacional del Callao aprobado por Resolución del Consejo Universitario N^o 210-2017-CU del 06 de julio de 2017, en esta investigación se respetó y cumplió con las normativas institucionales que regulan sus procesos; se actuó con todo el rigor científico para la validación, fiabilidad y credibilidad de los métodos y fuentes de consulta utilizados ejerciéndose con responsabilidad y transparencia en todo su proceso y culminación.

Capítulo VII

Conclusiones

En esta tesis realizamos una investigación teórica sobre la coherencia atómica y su aplicación a un divisor de luz inducido electromagnéticamente en un medio atómico de cuatro niveles en la configuración tipo N. Mostramos en el capítulo 5 que usando el esquema de excitación propuesto por Schmidt e Imamoglu (Schmidt and Imamoglu, 1996) para demostrar las no linealidades Kerr gigantes, es posible también la generación de un divisor de luz inducido electromagnéticamente.

En los capítulos 5 y 6 demostramos teóricamente la posibilidad de crear un divisor de luz vía un esquema de excitación que genera no linealidades gigantes en vapor atómico. Para cumplir dicho objetivo, fue primero necesario la creación de una rejilla de difracción, para lo cual fue aplicada una mascara de intensidad en el campo señal, tal que el radio entre la frecuencia de Rabi señal/acoplamiento a través de R^2 , muestra un perfil diente de sierra en la dirección x . En este punto, dos requisitos importantes fueron impuestos; el primero, que el cambio de fase dentro de un periodo de difracción sea aproximadamente igual a 2π , el segundo, que la absorción sea la más baja posible, en este sentido, con los parámetros atómicos usados se alcanzaron dichos objetivos, el cambio de fase fue de 2π dentro de un periodo de difracción de la rejilla, mientras que la transmisión del haz de prueba fue aproximadamente 80%. En este punto, estudiando el padrón de intensidad de campo lejano se pudo verificar un punto importante, la rejilla de difracción creada es de fase y no de amplitud, para ello fue necesario considerar

la fase igual a cero y mantener los parámetros atómicos. En ausencia de modulación de fase, únicamente la difracción de orden cero es visible, confirmando que la transferencia de energía es debido a la modulación de fase.

Se demostró que cuando se impone una máscara de intensidad con dos dominios simétricos para el campo señal, un divisor de luz del tipo simétrico puede ser creado, el cual es capaz de dividir el haz de entrada en dos haces con igual energía. Tal como fue mostrado, debido a que la susceptibilidad del campo de prueba es dependiente de la intensidad, al imponer una máscara de intensidad con dos dominios simétricos a la frecuencia de Rabi del campo señal/acoplamiento, nosotros mostramos que es posible obtener una función de transmisión que tiene una distribución simétrica, cuyo valor máximo alcanzado fue de aproximadamente 80 % para un cambio de fase igual a 2π . Analizando el patrón de difracción de Fraunhofer mostramos que un divisor de luz sintonizable puede ser obtenido con la elección adecuada de los parámetros atómicos. En este sentido se observó que el campo de prueba que ingresa es dividido en dos haces de igual intensidad con un ángulo de separación de 10 mrad entre los dos picos. Por lo tanto, el medio atómico se comporta como un divisor de luz simétrico óptico que puede dividir el haz incidente a lo largo de una dirección perpendicular a la dirección inicial del movimiento.

Finalmente en este trabajo también fue mostrado que es posible hacer un divisor de luz del tipo asimétrico que difracta la luz de entrada en dos picos de diferentes intensidades. Para ello, fue necesario la elección adecuada de los parámetros atómicos. Se demostró que para valores de $R \simeq 2,3$ la modulación de fase es pequeña, con lo cual se tiene mayor energía en el pico de difracción de orden cero respecto del orden uno, sin embargo, al aumentar el radio señal/acoplamiento la modulación de fase también es aumentada. Por lo tanto, más energía es enviada al orden uno que al orden cero. Para dicho divisor de luz de tipo asimétrico un mayor estudio es necesario pues es muy sensible a la variación de los parámetros atómicos.

Bibliografía

- Abate, J. A. (1974). Preparation of atomic sodium as a two-level atom. *Optics Communications*, 10(3):269–272. (Cited on page 21.)
- Agrawal, G. P. (2000). Nonlinear fiber optics. In *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*, pages 195–211. Springer. (Cited on page 46.)
- Allen, L. and Eberly, J. H. (1987). *Optical resonance and two-level atoms*, volume 28. Courier Corporation. (Cited on page 20.)
- Alzetta, G. (1997). Induced transparency. *Phys. Today*, 50(7):36–42. (Cited on page 4.)
- Arimondo, E. (1996). V coherent population trapping in laser spectroscopy. In *Progress in optics*, volume 35, pages 257–354. Elsevier. (Cited on page 4.)
- Bajcsy, M., Zibrov, A. S., and Lukin, M. D. (2003). Stationary pulses of light in an atomic medium. *Nature*, 426(6967):638. (Cited on page 4.)
- Barrett, S. D., Kok, P., Nemoto, K., Beausoleil, R. G., Munro, W. J., and Spiller, T. P. (2005). Symmetry analyzer for nondestructive bell-state detection using weak nonlinearities. *Physical Review A*, 71(6):060302. (Cited on pages 5 and 42.)
- Boller, K.-J., Imamoğlu, A., and Harris, S. E. (1991). Observation of electromagnetically induced transparency. *Physical Review Letters*, 66(20):2593. (Cited on pages 4 and 32.)
- Boyd, R. W. (2003). *Nonlinear optics*. Elsevier. (Cited on pages 30, 31, 32 and 45.)

- Boyd, R. W. (2008). The nonlinear optical susceptibility. *Nonlinear optics*, 3:1–67. (Cited on page 3.)
- Brown, A. W. and Xiao, M. (2005). All-optical switching and routing based on an electromagnetically induced absorption grating. *Optics letters*, 30(7):699–701. (Cited on pages 5, 6 and 12.)
- Chen, Y.-Y., Liu, Z.-Z., and Wan, R.-G. (2017). Beam splitter and router via an incoherent pump-assisted electromagnetically induced blazed grating. *Applied optics*, 56(20):5736–5744. (Cited on pages 6, 11, 12, 13 and 70.)
- de Araujo, L. E. (2010). Electromagnetically induced phase grating. *Optics letters*, 35(7):977–979. (Cited on pages 5 and 6.)
- Dutta, B. K. and Mahapatra, P. K. (2006). Electromagnetically induced grating in a three-level ξ -type system driven by a strong standing wave pump and weak probe fields. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 39(5):1145. (Cited on page 6.)
- Fleischhauer, M., Imamoglu, A., and Marangos, J. P. (2005). Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media. *Reviews of modern physics*, 77(2):633. (Cited on pages 4 and 32.)
- Fox, M. (2006). *Quantum optics: an introduction*, volume 15. OUP Oxford. (Cited on page 20.)
- Gea-Banacloche, J., Li, Y.-q., Jin, S.-z., and Xiao, M. (1995a). Electromagnetically induced transparency in ladder-type inhomogeneously broadened media: Theory and experiment. *Physical Review A*, 51(1):576. (Cited on page 4.)
- Gea-Banacloche, J., Li, Y.-q., Jin, S.-z., and Xiao, M. (1995b). Electromagnetically induced transparency in ladder-type inhomogeneously broadened media: Theory and experiment. *Physical Review A*, 51(1):576. (Cited on page 29.)
- Gong, S.-q., Teng, H.-g., and Xu, Z.-z. (1995). Lasing without population inversion in a simple three-level atomic system. *Physical Review A*, 51(4):3382. (Cited on page 4.)
- Greentree, A. D., Beausoleil, R., Hollenberg, L., Munro, W., Nemoto, K., Prawer, S., and Spiller, T. (2009). Single photon quantum non-demolition measure-

ments in the presence of inhomogeneous broadening. *New Journal of Physics*, 11(9):093005. (Cited on pages 5 and 42.)

Harris, S., Field, J., and Kasapi, A. (1992). Dispersive properties of electromagnetically induced transparency. *Physical Review A*, 46(1):R29. (Cited on page 4.)

Harris, S. E. (1989). Lasers without inversion: Interference of lifetime-broadened resonances. *Physical review letters*, 62(9):1033. (Cited on page 4.)

Harris, S. E., Field, J., and Imamoglu, A. (1990). Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency. *Physical Review Letters*, 64(10):1107. (Cited on page 4.)

Hau, L. V., Harris, S. E., Dutton, Z., and Behroozi, C. H. (1999). Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, 397(6720):594. (Cited on pages 4 and 40.)

Heinze, G., Hubrich, C., and Halfmann, T. (2013). Stopped light and image storage by electromagnetically induced transparency up to the regime of one minute. *Physical review letters*, 111(3):033601. (Cited on page 4.)

Kang, H. and Zhu, Y. (2003). Observation of large kerr nonlinearity at low light intensities. *Physical review letters*, 91(9):093601. (Cited on pages 5, 45 and 69.)

Kasapi, A., Jain, M., Yin, G., and Harris, S. E. (1995). Electromagnetically induced transparency: propagation dynamics. *Physical review letters*, 74(13):2447. (Cited on page 4.)

Li, S., Yang, X., Cao, X., Zhang, C., Xie, C., and Wang, H. (2008). Enhanced cross-phase modulation based on a double electromagnetically induced transparency in a four-level tripod atomic system. *Physical review letters*, 101(7):073602. (Cited on page 45.)

Ling, H. Y., Li, Y.-Q., and Xiao, M. (1998). Electromagnetically induced grating: Homogeneously broadened medium. *Physical Review A*, 57(2):1338. (Cited on pages 5, 6 and 12.)

Liu, C., Dutton, Z., Behroozi, C. H., and Hau, L. V. (2001). Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature*, 409(6819):490. (Cited on page 40.)

- Lo, H.-Y., Su, P.-C., and Chen, Y.-F. (2010). Low-light-level cross-phase modulation by quantum interference. *Physical Review A*, 81(5):053829. (Cited on page 54.)
- Lvovsky, A. I., Sanders, B. C., and Tittel, W. (2009). Optical quantum memory. *Nature photonics*, 3(12):706. (Cited on page 40.)
- Maiman, T. H. et al. (1960). Stimulated optical radiation in ruby. (Cited on page 41.)
- Malyshev, V. A. and Domínguez-Adame, F. (2003). *Efectos de coherencia atómica en la interacción luz-materia*, volume 21. editorial Complutense. (Cited on pages 45 and 48.)
- Metcalf, H. and van der Straten, P. (2012). *Laser Cooling and Trapping*. Graduate Texts in Contemporary Physics. Springer New York. (Cited on page 31.)
- Mitsunaga, M. and Imoto, N. (1999). Observation of an electromagnetically induced grating in cold sodium atoms. *Physical Review A*, 59(6):4773. (Cited on pages 6 and 13.)
- Nielsen, M. A. and Chuang, I. L. (2001). Quantum computation and quantum information. *Phys. Today*, 54:60–2. (Cited on page 3.)
- Pack, M., Camacho, R., and Howell, J. (2007). Transients of the electromagnetically-induced-transparency-enhanced refractive kerr nonlinearity. *Physical Review A*, 76(3):033835. (Cited on page 70.)
- Rathe, U., Fleischhauer, M., Zhu, S.-Y., Hänsch, T., and Scully, M. (1993). Non-linear theory of index enhancement via quantum coherence and interference. *Physical Review A*, 47(6):4994. (Cited on page 4.)
- Schleich, W. P. (2011). *Quantum optics in phase space*. John Wiley & Sons. (Cited on page 16.)
- Schmidt, H. and Imamoglu, A. (1996). Giant kerr nonlinearities obtained by electromagnetically induced transparency. *Optics letters*, 21(23):1936–1938. (Cited on pages 5, 53 and 72.)
- Scully, M. O. (1991). Enhancement of the index of refraction via quantum coherence. *Physical Review Letters*, 67(14):1855. (Cited on page 4.)

- Scully, M. O. and Zhu, S.-Y. (1992). Ultra-large index of refraction via quantum interference. *Optics communications*, 87(3):134–138. (Cited on page 4.)
- Scully, M. O., Zhu, S.-Y., and Gavrielides, A. (1989). Degenerate quantum-beat laser: Lasing without inversion and inversion without lasing. *Physical review letters*, 62(24):2813. (Cited on page 4.)
- Scully, Marlan O, Z. M. S. (1997). *Quantum optics*, volume 100. Cambridge University Press, Cambridge ; New York. (Cited on page 15.)
- Shuker, M., Firstenberg, O., Pugatch, R., Ron, A., and Davidson, N. (2008). Storing images in warm atomic vapor. *Physical review letters*, 100(22):223601. (Cited on page 40.)
- Turchette, Q. A., Hood, C. J., Lange, W., Mabuchi, H., and Kimble, H. J. (1995). Measurement of conditional phase shifts for quantum logic. *Physical Review Letters*, 75(25):4710. (Cited on page 42.)
- Wan, R.-G., Kou, J., Jiang, L., Jiang, Y., and Gao, J.-Y. (2011). Electromagnetically induced grating via enhanced nonlinear modulation by spontaneously generated coherence. *Physical Review A*, 83(3):033824. (Cited on page 6.)
- Xiao, M., Li, Y.-q., Jin, S.-z., and Gea-Banacloche, J. (1995). Measurement of dispersive properties of electromagnetically induced transparency in rubidium atoms. *Physical Review Letters*, 74(5):666. (Cited on page 4.)
- Xiao, Z.-H., Shin, S. G., and Kim, K. (2010). An electromagnetically induced grating by microwave modulation. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 43(16):161004. (Cited on pages 5, 6 and 12.)

ANEXO

ANEXO: MATRIZ DE CONSISTENCIA

Problema	Objetivos	Hipótesis	Variables	Metodología
<p>Problema General</p> <p>¿De qué manera la coherencia atómica de un medio atómico de 4 niveles en la configuración tipo N puede ser usada en la formación de un divisor de luz inducido electromagnéticamente?</p>	<p>Objetivo General</p> <p>Determinar como la Coherencia Atómica de un Medio Atómico de cuatro niveles en la configuración tipo N puede ser usada para generar un Divisor de Luz Inducido Electromagnéticamente.</p>	<p>Hipótesis General</p> <p>La coherencia atómica de una medio atómico de 4 niveles en la configuración tipo N permitirá la generación de un Divisor de Luz Inducido Electromagnéticamente.</p>	<p>- Divisor de luz inducido electromagnéticamente</p>	<p>Nivel de la Investigación</p> <p>Investigación descriptiva y explicativa</p> <p>Tipo y Diseño de la investigación</p> <p>Investigación aplicada, cualitativa y transversal.</p> <p>Diseño de la Investigación</p> <p>Teórico. Consiste en determinar la expresión para la susceptibilidad atómica y, a partir de ella estudiar la propagación del campo de prueba través de la muestra atómica con la finalidad de estudiar el patrón de difracción del campo lejano</p>
<p>Problemas específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Puede una máscara de intensidad con dos dominios simétricos ser utilizada para crear un divisor de luz inducido electromagnéticamente en una muestra atómica de cuatro niveles? • ¿Pueden los parámetros atómicos influir en la eficiencia y el orden de difracción de tal manera que se puede formar un divisor de haces del tipo asimétrico en una muestra atómica? 	<p>Objetivos específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estudiar teóricamente como una máscara de intensidad con dos dominios simétricos puede ser utilizada para crear un divisor de haz del tipo simétrico. • Estudiar cómo los parámetros atómicos influyen en la eficiencia y el orden de difracción de la rejilla atómica y como esta puede funcionar como un divisor de haz del tipo asimétrico. 	<p>Hipótesis Específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Puede una rejilla de difracción ser utilizada para formar un divisor de haz del tipo simétrico, el cual puede dividir el haz de entrada en dos haces de igual energía. • Pueden los parámetros atómicos influir en la eficiencia y orden de difracción, tal que la rejilla de difracción formada puede ser usada como un divisor de haces del tipo asimétrico, el cual distribuye el campo de prueba en diferentes direcciones espaciales. 	<p>- Coherencia atómica de un medio atómico de cuatro niveles en la configuración tipo N.</p>	

