UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICA

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE UNA APLICACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN EL CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL PARA ESTUDIANTES DE LA FCNM – UNAC, 2016

TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL PARA OPTAR

EL TÍTULO PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

PRESENTADO POR

Bach. FLORESMILO ISAAC FLORES OSTOS

Callao, 2022

PERÚ

INFORMACIÓN BÁSICA

FACULTAD: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN: UNIDAD DE LA FCNM

TÍTULO: ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE UNA APLICACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN EL CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL PARA ESTUDIANTES DE LA FCNM – UNAC, 2016

ASESOR: MG. ELMER ALBERTO LEÓN ZARATE/0000-0002-8611/17987517

AUTOR: FLORESMILO ISAAC FLORES OSTOS/ 0000-0001-6130-4639/09653904

LUGAR DE EJECUCIÓN: UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO – AV. JUAN PABLO II 306 BELLAVISTA – CALLAO

ACTA N° 005-2023-JEITST-FCNM-UNAC DE EXPOSICIÓN DEL INFORME DE TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN FÍSICA O MATEMÁTICA

LIBRO N°01-2023 FOLIO N°13 ACTA N° 005-2023-JEITSP-FCNM-UNAC DE EXPOSICIÓN DEL INFORME DE TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN FÍSICA O MATEMÁTICA.

A los 24 días del mes de enero del año 2023, siendo las 12:40 horas se reunió en el auditorio de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática el JURADO DE EXPOSICIÓN DEL INFORME DE TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL, según la **Resolución Nº09-2023-D-FCNM**, para la obtención del título profesional de Licenciado en Física o Matemática de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática conformado por los siguientes docentes ordinarios de la Universidad Nacional del Callao:

Dr. Whualkuer Enrique Lozano Bartra	Presidente
Mg. Roel Mario Vidal Guzmán	Secretario
Dr. Miguel Ángel De la Cruz Cruz	Vocal
Dr. Pablo Godofredo Arellano Ubilluz	Suplente

Se dio inicio a las 12:40 horas, al acto de exposición del informe de trabajo de suficiencia profesional del Bachiller **Floresmilo Isaac Flores Ostos**, quien habiendo cumplido con los requisitos para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, sustenta el informe titulado: "ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE UNA APLICACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN EL CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL PARA ESTUDIANTES DE LA FCNM-UNAC, 2016", cumpliendo con la sustentación en acto público, de manera presencial en el auditorio ubicado en el 2do piso de la FCNM, en concordancia con la Resolución del Consejo Directivo N°039-2020-SUNEDU-CD y la Resolución Viceministerial N° 085-2020-MINEDU, que aprueba las "Orientaciones para la continuidad del servicio educativo superior universitario".

Luego de la exposición, y la absolución de las preguntas formuladas por el Jurado y efectuadas las deliberaciones pertinentes, acordó: Dar por APROBADO con la escala de calificación cualitativa BUENO y calificación cuantitativa CATORCE (14), conforme a lo dispuesto en el Art. 27 del Reglamento de Grados y Títulos de la UNAC, aprobado por Resolución de Consejo Universitario N° 099-2021- CU del 30 de junio del 2021.

Se dio por cerrada la sesión a las 13:20 horas del día martes 24 de enero del año en curso.

Dr. Whualkuer Enrique Lozano Bartra
Presidente

Mg. Roel Mario Vidal Guzmán
Secretario

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
DECANO
Facultad de Ciencias Naturales y Matemática

Dr. Miguel Ángel de la Cruz Cruz
Vocal

Dr. Pablo Godofredo Arellano Ubilluz
Suplente

Mg. Elmer Alberto León Zárate
Asesor

DEDICATORIA

A Dios por darme la fortaleza e iluminar mi camino.

A mis padres por su apoyo incondicional.

A mis hijos por ser el motor y motivo de seguir superándome.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis padres por su apoyo incondicional y sus consejos.

A la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática que en sus aulas conocí el apasionante y fascinante mundo de la Ciencia aplicada.

A la Universidad Nacional del Callao por darme la oportunidad de cursar estudios superiores y de pertenecer a tan prestigiosa casa de estudios superior.

A mi asesor Mg. Elmer Alberto León Zárate, por brindar las sugerencias para la culminación de mi informe de trabajo de suficiencia profesional.

Floresmilo Isaac Flores Ostos

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE ABREVIATURAS

FCNM. Facultad de Ciencias Naturales y Matemática

TIC. Tecnologías de la información y la comunicación

UNAC. Universidad Nacional del Callao

I. ASPECTOS GENERALES

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo General

Aplicar una estrategia metodológica para la enseñanza de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, 2016.

1.1.2 Objetivos Específicos

Elaborar prácticas dirigidas referente al curso, como áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática (Escuela de Física) de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B.

Elaborar material didáctico usando el software Geogebra de áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática (Escuela de Física) de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B.

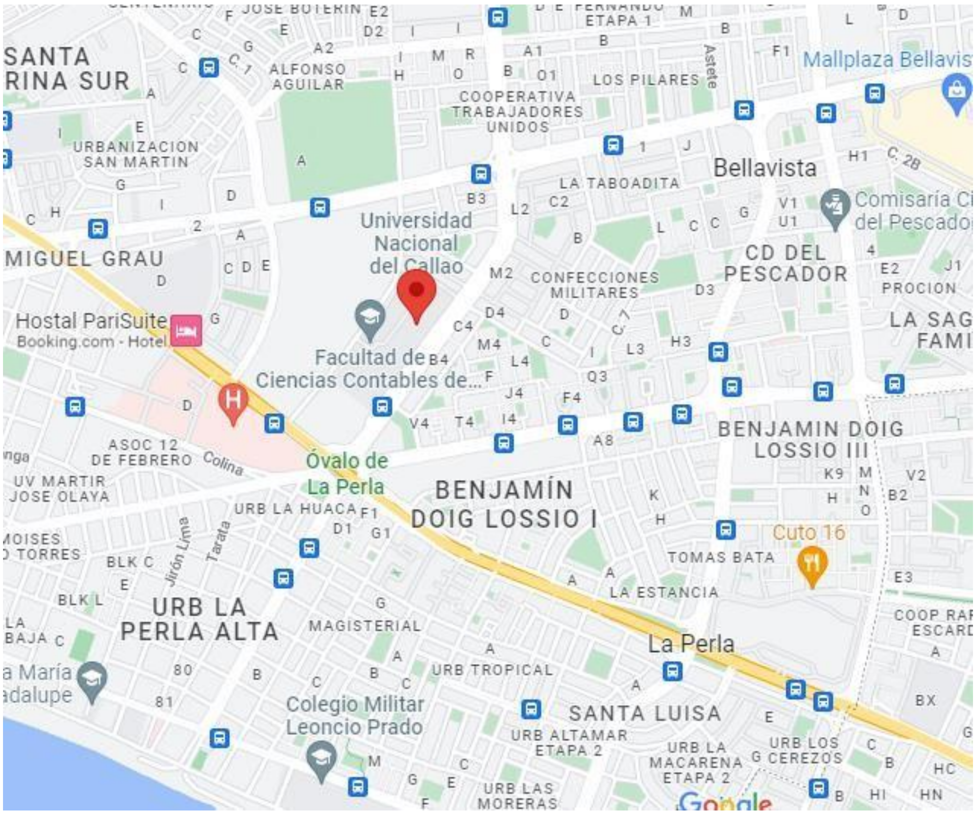
Resolver ejercicios, como áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática (Escuela de Física) de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B.

1.2 Organización de la institución

1.2.1 Datos generales de la institución

La Universidad Nacional del Callao es una universidad pública, ubicada en la Provincia Constitucional del Callao en Lima-Perú, que tiene su sede central ubicado en la Av. Juan Pablo II 306 Bellavista - Callao.

Figura 1 Ubicación de la Universidad Nacional del Callao



Nota. Google Maps

1.2.2 Reseña histórica de la empresa y/o institución

Por Ley Nº 16225, del 02 de setiembre de 1966, se creó la Universidad Nacional Técnica del Callao (UNATEC), siendo presidente de la República el Arq. Fernando Belaúnde Terry y Ministro de Educación el Dr. Carlos Cueto Fernandini.

Con la promulgación de esta Ley, se vio culminado y realizado el anhelo de la comunidad chalaca, naciendo de esta forma una universidad con carácter netamente técnico y de alto nivel.

LA UNATEC fue creada inicialmente con cuatro facultades (**Recursos Hidrobiológicos y Pesquería, Química Industrial, Ingeniería Naval, Industrial, Mecánica y Eléctrica, y Ciencias Económicas y Administrativas**). Posteriormente, por **Resolución Nº 3407-76-CONUP**, del 11 de mayo de 1976, el Consejo Nacional de la Universidad Peruana autorizó el funcionamiento definitivo a seis programas académicos:

- Ingeniería Química
- Ingeniería Pesquera
- Ingeniería Mecánica
- Ingeniería Eléctrica
- Economía
- Contabilidad

Inicialmente, la Universidad estuvo gobernada por el Primer Patronato de la UNATEC, en virtud del Artículo 7 de la creación de esta Casa Superior de Estudios. Este Patronato fue constituido por seis miembros representantes de las distintas instituciones públicas y privadas, instalándose el 6 de setiembre de 1966, siendo su presidente el Dr. Remigio Pino Carpio en su calidad de Presidente de la Corte Superior de Justicia del Callao.
Una vez que la Universidad logró consolidarse administrativa y académicamente, llegó el tan esperado cambio: **de Universidad Nacional Técnica del Callao a Universidad Nacional del Callao**, al promulgarse la **Ley Nº 23733**, cuya vigencia entró a partir del **18 de diciembre de 1983**.

Finalmente, es importante mencionar que la Universidad Nacional del Callao, acorde con las exigencias y necesidades académicas cuenta actualmente con once Facultades, dieciséis Escuelas

Profesionales y una Escuela de Posgrado, y son las siguientes:

- Facultad de Ciencias Administrativas
- Facultad de Ciencias Contables
- Facultad de Ciencias Económicas
- Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
- Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas
- Facultad de Ingeniería Mecánica y Energía
- Facultad de Ingeniería Pesquera y de Alimentos
- Facultad de Ingeniería Química
- Facultad de Ciencias de la Salud
- Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas
- Facultad de Ingeniería Ambiental y Recursos Naturales
- Escuela de Posgrado

1.2.3 Actividades principales de la empresa y/o institución

La Universidad Nacional del Callao es una Universidad Pública Licenciada por SUNEDU, dedicada a brindar conocimientos de calidad a estudiantes universitarios de todos los rincones de nuestro amado Perú, mediante un currículo actualizado en todas sus facultades y escuelas de posgrados.

1.2.4 Misión, Visión y Valores

La Universidad Nacional del Callao tiene la siguiente:

Misión

Formar profesionales, generando y promoviendo la investigación científica, tecnológica y humanística, en los estudiantes universitarios con calidad, competitividad y responsabilidad social para el desarrollo sostenible del país.

Visión

Ser una universidad acreditada y con liderazgo a nivel nacional e internacional, con docentes altamente competitivos calificados y con infraestructura moderna, que se desarrolla en alianzas estratégicas con instituciones públicas y privadas.

Su página web de la Universidad Nacional del Callao es https://www.unac.edu.pe

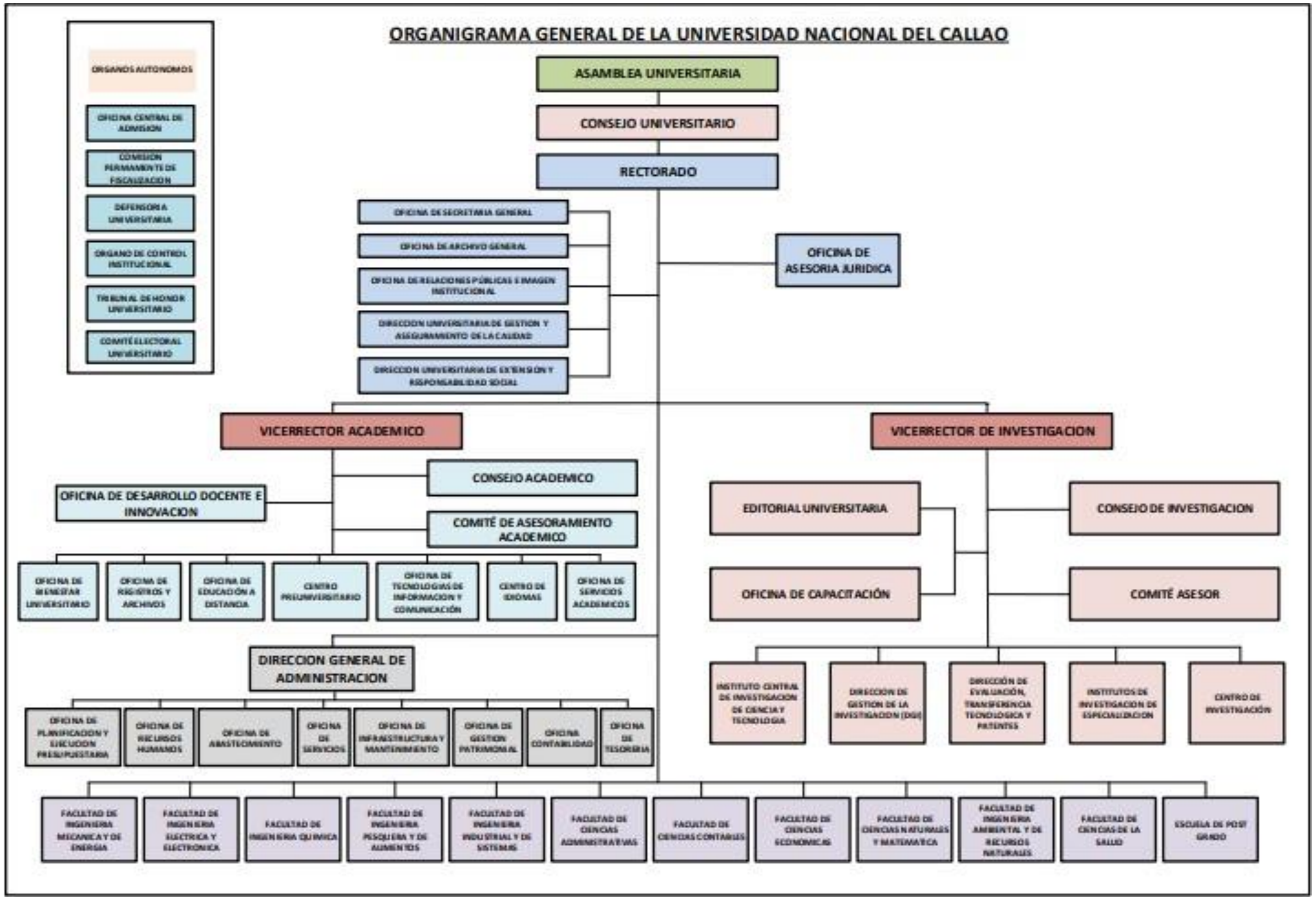
Valores

- Compromiso
- Respeto
- Disciplina
- Comunicación
- Innovación

1.2.5 Organigrama de la Universidad Nacional del Callao

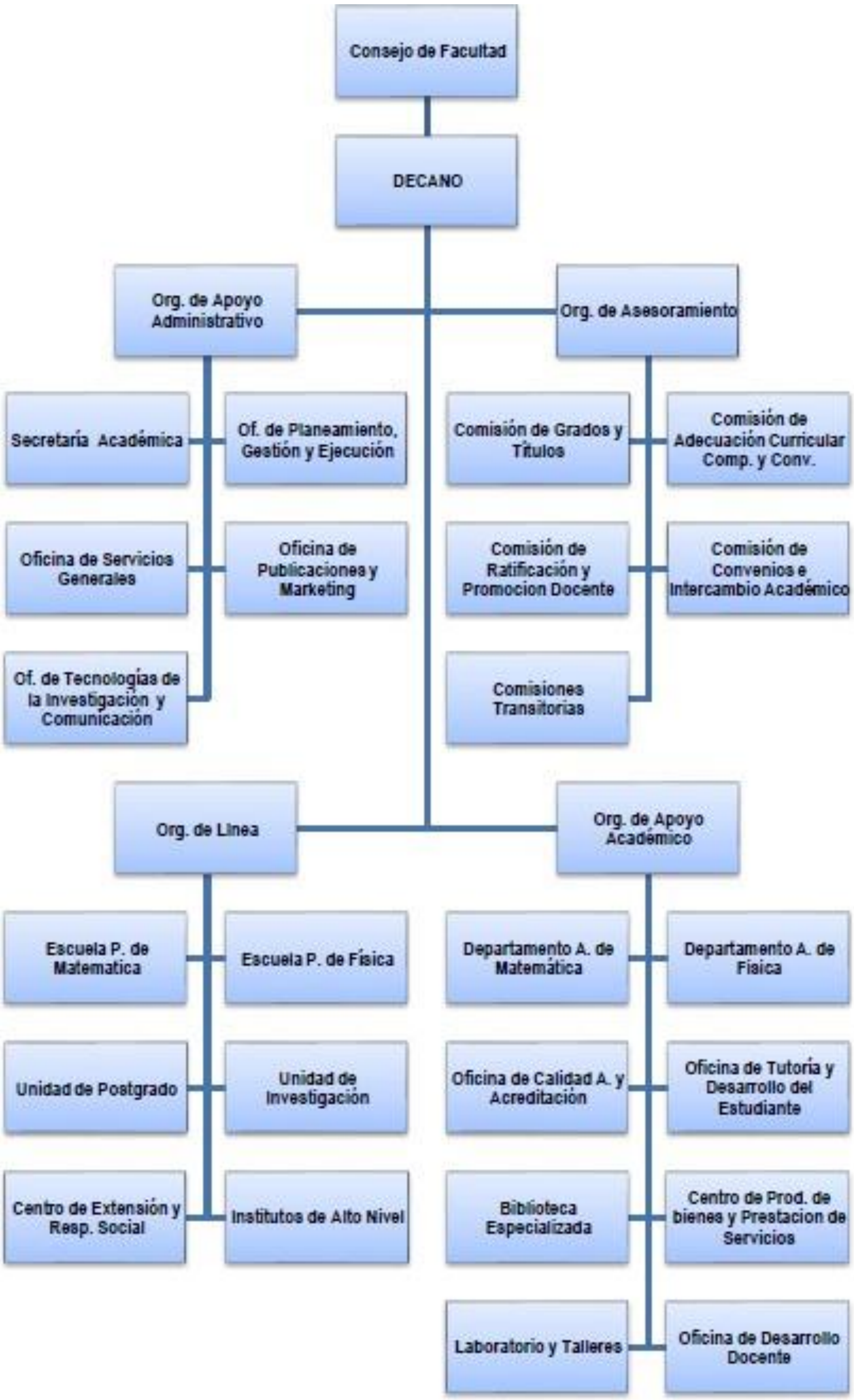
La organización de la Universidad Nacional del Callao, se muestra en la Figura 2.

Figura 2 Organigrama General de la Universidad Nacional del Callao



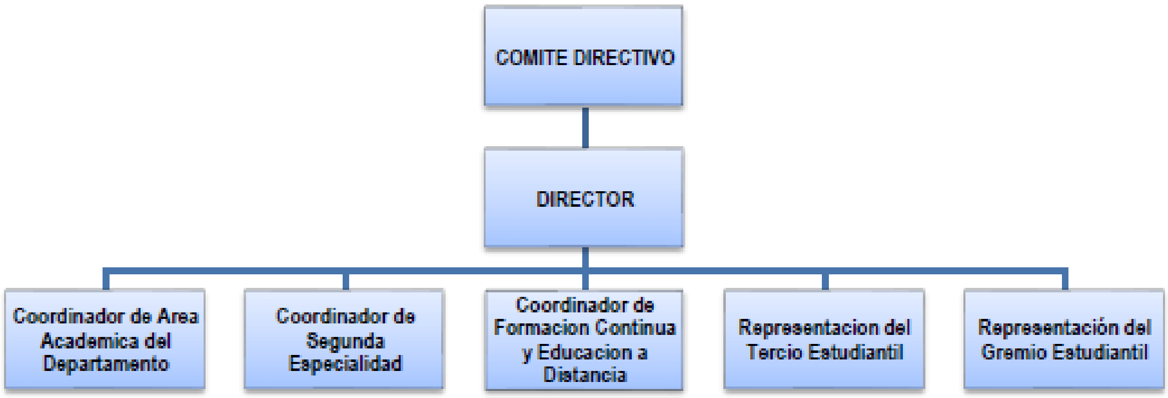
Nota. https://obu.unac.edu.pe/organigrama.html

Figura 3 Organigrama estructural de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática



Nota. Plan de estudios de la FCNM

Figura 4 Organigrama estructural de la Escuela Profesional de Matemática



Nota. Plan de estudios de la FCNM

Reglamento de organizaciones y funciones de las UNAC (ROF)

https://www.unac.edu.pe/oficina-de-planificacion-y-presupuesto/reglamento-de-organizaciones-y-funciones-rof-2017.html

Misión y Visión de la Escuela Profesional de Matemática

Misión

La Escuela Profesional de Matemática de la FCNM tiene por misión formar profesionales con alto nivel académico y humanístico en la especialidad de Matemáticas, capaces de responder a los retos y necesidades de la sociedad y comprometidos con el desarrollo científico y tecnológico de nuestra universidad y de la región Callao, con proyección nacional e internacional.

Visión

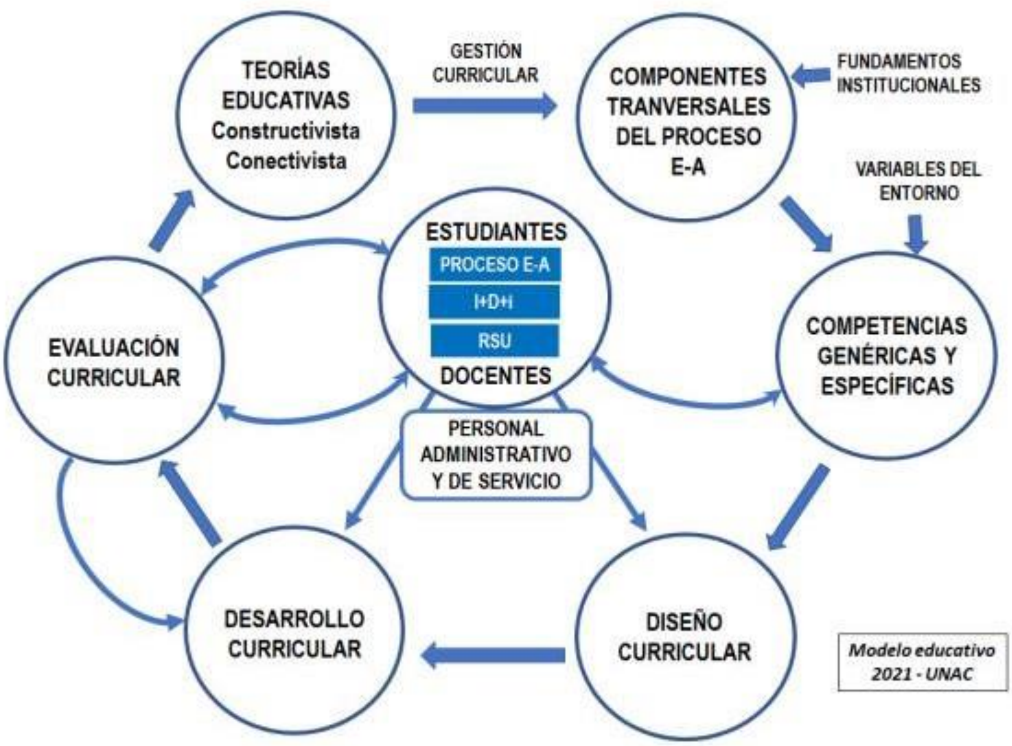
Ser una Escuela Profesional de Matemática acreditada a nivel nacional e internacional, de excelencia académica, reconocida en la región Callao; con modernas instalaciones concordante con el avance de la Ciencia y Tecnología; con docentes altamente competitivos y calificados, generadores de proyectos de especialidad, interdisciplinarios, multidisciplinarios y educativos

1.2.6 Modelo Educativo de la UNAC

En conformidad al Artículo 36 y 37 del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, el "modelo educativo de la Universidad es una representación estructural de nuestra cultura organizacional que articula las principales actividades que se deben realizar para desarrollar un proceso educacional de excelencia" y que "reproduce el proceso de enseñanza-aprendizaje, las teorías educativas constructivista y conectivista, los componentes transversales, las competencias genéricas y específicas, el diseño curricular, el desarrollo curricular y la evaluación curricular; y de las relaciones entre estas". Y como también señala en el artículo 37, nuestro modelo educativo "tiene como propósito fundamental la formación integral de los estudiantes". Modelo educativo aprobado por Resolución N° 057-2021-CU del 08 de abril de 2021.

Una representación esquemática del modelo educativo de la Universidad Nacional del Callao se presenta a continuación:

Figura 5 Modelo educativo de la Universidad Nacional del Callao



Nota. Reglamento UNAC

1.2.7 Fines de la Universidad Nacional del Callao

Desarrollar la conciencia crítica de nuestra realidad histórica, política y socioeconómica, que permita romper con toda dominación externa e interna en una sociedad con democracia, a través con la investigación científica, tecnológica, humanística, la creación intelectual y artística.

II. FUNDAMENTACIÓN DE LA EXPERIENCIA PROFESIONAL

2.1 Marco Teórico

2.1.1 Bases teóricas

A través de la historia, todas las civilizaciones han creado y desarrollado herramientas matemáticas en un intento por comprender el mundo. Las matemáticas forman parte de ella, siendo parte esencial del desarrollo cultural y científico de nuestra sociedad. Los estudiantes deberían ser capaces de apreciarlas y captar su utilidad para dar respuesta a la mayoría de las necesidades humanas, pero existe un problema actitudinal hacia las mismas. Estudios realizados muestran como “la mayoría de las personas que no alcanzan el nivel de competencia matemática mínimo como para desenvolverse en una sociedad moderna encuentran las matemáticas aburridas y difíciles y se sienten inseguras a la hora de realizar problemas aritméticos sencillos; por otra parte, el tener conocimientos matemáticos se convierte en un importante filtro selectivo del sistema educativo”. (Ramirez, 2000)

Según Callejo (1994) el concepto de “actitud en la educación matemática” se puede dividir en dos grupos: las actitudes hacia las Matemáticas y las actitudes Matemáticas. Por actitudes hacia las Matemáticas entiende el interés por su aprendizaje y la valoración de esta materia, donde se acentúa más la parte afectiva que la cognitiva. Sin embargo, las actitudes Matemáticas se refieren “al modo de utilizar capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc.” (Hidalgo Alonso, Maroto Sáez y Palacios Picos, 2004)

Como podemos observar la actitud hacia las Matemáticas va cambiando conforme el alumnado va avanzado de nivel educativo, el rechazo hacia la materia aumenta a partir de la Educación Secundaria. Además, dentro de este alumnado, que no tiene una actitud positiva

hacia las Matemáticas, consideran que sus calificaciones no se deben tanto al esfuerzo sino son más producto de las aptitudes que tengan.
Uno de los problemas que ocasiona lo anteriormente mencionado es que las matemáticas se han convertido en algo tan importante en todos los países desarrollados del mundo que la sociedad actual espera, en general, que a todos los alumnos se enseñe muchas matemáticas en lugar de mostrar las aplicaciones de las mismas.
Los docentes de matemáticas deben favorecer el desarrollo de actitudes positivas hacia las Matemáticas, no entendiendo lo anterior como buenas calificaciones en la materia, ya que el rendimiento académico y el afecto por ella no tienen por qué ir ligados.
"Es posible que un alumno al que no le gustan las matemáticas saque buenas notas en esta asignatura (porque es responsable y sabe que para pasar de curso tiene que aprobarla); ahora bien, probablemente trate de utilizar las matemáticas lo menos posible y, desgraciadamente, las abandone en cuanto pueda" (Muñoz Cantero & Mato Vázquez, 2008).
Este fracaso en la materia de Matemáticas junto al alto grado de abandono y falta de atractivo resulta cada vez más preocupante. Los docentes nos encontramos con el problema de la desmotivación y una actitud negativa hacia las matemáticas, lo cual, se observa en la falta de preparación con la que acceden a estudios superiores o se incorporan al mundo laboral.
A pesar de que en el último informe PISA de 2015 los resultados en matemáticas fueron de 486 puntos, muy cerca de los 490 del promedio de la OCDE y de los 493 de la Unión Europea, España sigue a la cola ocupando el puesto 32, tan solo dos puntos por encima del informe PISA de 2012. Si echamos la vista atrás, en los últimos 15 años las notas de los estudiantes españoles apenas han variado.
España tiene menos alumnos brillantes que la media, casi cinco puntos menos, hasta el 10,9% de media entre aquellos que están en los niveles más altos. En el extremo opuesto, hay un 10,3% con un nivel

inferior al que se considera adecuado al terminar la enseñanza obligatoria.

Según García Sánchez (1998) algunas de las dificultades con las que nos podemos encontrar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y que pueden influir en los datos anteriores son las siguientes:

- La atención selectiva, donde el estudiante solo se motiva para realizar ciertas actividades y, en lapsos breves, puesto que se distraen con facilidad.
- La impulsividad, por la cual los educandos actúan muchas veces sin prever las consecuencias y la inconsistencia.
- Dificultades en el área de la lectura implica que los estudiantes tienden a manifestar problemas en la adquisición del vocabulario matemático.

Además de las anteriores, habría que añadir como dificultades:

- Los métodos de enseñanza tradicionales, los cuales no involucran a los estudiantes consiguiendo un aumento de su motivación y conectando los contenidos abstractos propios de la materia con el mundo real.
- La falta de motivación y actitud de los estudiantes hacia las matemáticas, las cuales encuentran, difíciles, aburridas e inservibles.

Estos problemas crecientes hacen necesario un cambio significativo en la metodología tradicional, donde el alumno deje de ser un sujeto pasivo y tome las riendas de su propio aprendizaje, de manera que puedan concebir las matemáticas como una herramienta útil para resolver sus problemas cotidianos.

Como dice Facundo, L. (2002), al citar en su libro a David Ausubel, uno de los que ha contribuido de manera importante a esclarecer el proceso de aprendizaje y a diferenciarlo del sentido memorístico y repetitivo que se le otorgaba, ha propuesto su concepto de aprendizaje que intenta construir en el alumno un tipo de aprendizaje lógico simbólico que posibilite el desarrollo de las facultades psicológicas del educando. Para que logremos el aprendizaje significativo de Ausubel señala dos requisitos:

- El estudiante debe estar dispuesto para el aprendizaje significativo.
- Que el material por aprender sea realmente significativo para él.

Díaz y Hernández (2002) nos dice que “el aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes”

Acerca de esta definición de aprendizaje significativo según esta autora podemos decir que el niño no puede crear estructuras de conocimiento, por lo mismo que los conocimientos que recibe ya están dados y no los necesita crear, sino que son procesos mentales de la cual le permite al niño desarrollar sus conocimientos a partir de los conocimientos o saberes previos con los nuevos conocimientos adquiridos mediante la interacción con la realidad para poder aplicarlos en la solución de un problema, hecho o fenómeno de la realidad.

Morrillo, B. (2000) al citar en su libro el aprendizaje significativo a Ausubel considera que el aporte más importante de Ausubel a la teoría del aprendizaje significativo es el papel del conocimiento previo.
Toda información que se presenta al alumno debe estar estructurado de tal manera que los conocimientos nuevos se relacionen con los que ya se poseen.

Con respecto a lo que señalan los autores resalto, no sólo el aprendizaje significativo que es la simple relación que hay entre los nuevos conocimientos y los saberes previos del estudiante sino, consideramos también que el estudiante como sujeto activo del desarrollo de sus conocimientos interactúa con el objeto de conocimiento (realidad concreta y objetiva) provocándose una relación dialéctica que le permite lograr aprendizajes significativos.

LA FORMACIÓN DEL DOCENTE CON TIC

La sociedad actual atraviesa por un cambio que no es solamente una mutación técnica que prolonga la revolución industrial, sino que se trata de un verdadero proceso de cambio, en el sentido estricto del término, es una nueva fase de la sociedad contemporánea.

Estos cambios científicos, económicos, sociales y tecnológicos han provocado ciertas modificaciones estructurales en el modo de vivir y trabajar, de producir e intercambiar; dichos cambios son mutaciones tecnológicas y sociales, que requieren explicaciones y representaciones nuevas a problemas nuevos.

Aparecen cambios en la carga física del trabajo una mayor interdependencia entre concepción y ejecución, así como una nueva organización del trabajo.

Ahora la estructura de producción se basa en procesos flexibles y grupales, que aumentan productividad y competencia de la fuerza de trabajo.

La incorporación de la tecnología en todos los ámbitos de la vida social es la forma cotidiana de lo nuevo, y esta altera las formas tradicionales de convivencia y comunicación de la sociedad actual.

Es en este contexto que inevitablemente la educación no podía quedar fuera de estos cambios, la incorporación de estos procesos de trabajo y de nuevas tecnologías han posibilitado iniciar procesos educativos, que generan la necesidad de explicar de manera clara qué está pasando en este apartado social.

Existen modelos educativos que se dan en dos espacios diferentes del sistema educativo nacional: el presencial que incorpora nuevas tecnologías a los procesos escolares; y el virtual, cuyo origen fue la educación a distancia, pero que en un periodo muy corto de tiempo, superó esta determinación y empezó a bordar sobre un modelo nuevo denominado "virtual".

La experiencia de los modelos educativos virtuales tiene como fin trasformar los procesos educativos, la enseñanza y el aprendizaje, así como a través de ellos ampliar la posibilidad de acceso a un mayor número de personas a la educación.

Pero la educación presencial con ayuda de las TIC es más competente en el sistema educativo y permite nuevos procesos educativos mediante desarrollo científico tecnológico para una mejor educación de calidad.

LA PEDAGOGIA Y LAS NUEVAS TECNOLOGIAS

En ese sentido, merecen indicarse por lo menos las siguientes diez cuestiones que marcan a la pedagogía mediada por las nuevas tecnologías y son evidentes diferencias con la tradicional.

La virtualidad se construye con la interacción que se provoca entre lo representado en el espacio electrónico y la interpretación que hace el usuario de esa representación gráfica. Es decir, cuando interpreta miles de puntos de luz que ofrecen un gráfico que representa una acción o cuando, por ejemplo, en el procesador de textos aparece “una hoja” que sirve para escribir. Está claro que, desde el punto de vista comunicativo, el espacio electrónico sólo puede ser virtual en la interpretación de lo reproducido en la pantalla y el acercamiento al objeto de estudio es sólo posible en la medida en que esa comprensión pueda darse.

El lenguaje en la propuesta informatizada tiene un soporte más icónico. Hemos sido educados con un método que, en líneas generales, privilegia un lenguaje verbal (oral u escrito) por sobre el que propone el entorno virtual, con una fuerte carga icónica que influye decisivamente sobre el modo de aproximarse a ese lenguaje.

El acceso al conocimiento desde el soporte físico papel supone tanto una distinta lecturabilidad (las condiciones lingüísticas de producción que facilitan la comprensión lectora) como una distinta legibilidad (o sea las condiciones equivalentes de tipo puramente tipográfico) ya que la lectura sobre pantalla es posible, pero no siempre homologable en sus resultados. Es más, para la mayoría de quienes estudian en entornos virtuales sigue siendo imprescindible la impresión sobre papel tanto para abordar un texto nuevo como para corregir una producción propia.

No es ajeno a la necesidad citada en el párrafo anterior el desarrollo de un hábito de lectura sobre una superficie horizontal en el papel que la pantalla verticaliza, con las implicancias fisiológicas que eso supone.

El dispositivo pedagógico tradicional importa el uso del factor tiempo de manera diferente ya que los entornos virtuales implican una organización particular porque el participante tiene la libertad para elegir el momento que más le conviene para tomar contacto con el objeto de estudio. Por lo tanto, podría decirse que tiene una responsabilidad más comprometida con el uso del tiempo y la tiene en tiempos de velocidad, de sensación de agobio, precisamente, por la “falta de tiempo”. También con relación al tiempo, hay quienes señalan que lo virtual no se opone a lo real sino a lo actual ya que virtualidad y actualidad son sólo dos maneras de ser diferentes.
Pero, también son distintos los modos de conexión que permiten recorrer la propia macro y microestructura del texto. Ello implica cambiar notablemente el concepto mismo de aprendizaje, si por él entendemos que se trata de un proceso constructivo, significativo y personal, en el que el sujeto que aprende de un texto necesita, para construir sus significados, separar la información relevante de la irrelevante, pero también organizar esa información una vez

identificada y, por último, comparar y contrastarla ya organizada con la información almacenada previamente en la memoria. Ello requiere una mentalidad distinta de trabajo y de aprendizaje al basarse la propuesta hipermedial en conceptos nucleares alrededor de los cuales gravitan en diversas órbitas otros bloques de información.

La posibilidad de creación de interfaz de usuarios recrea en la pantalla espacios virtuales simbólicos.

La inexistencia de relación física en la comunicación electrónica, es decir la inexistencia de la influencia del cara a cara y del ambiente social en el momento de la interacción comunicativa incita a establecer nuevos modos de relación. Es de tener en cuenta que lo único que ordena el espacio es la forma en que se produce la comunicación, es decir que la tecnología sólo dirige la forma y que lo social lo produce el contenido de esa comunicación y este está afectado, sobre todo, por lo que se comparte fuera del espacio electrónico.

EL MODELO CONSTRUCTIVISTA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

¿La enseñanza de la matemática es algo empírico?

Está extraordinariamente extendida la idea de enseñar es fácil, cuestión de personalidad, de sentido común, de encontrar la receta adecuada. Esta práctica pedagógica de la manera de trasmisión, que concibe la enseñanza de la matemática como un producto ya elaborado que debe ser trasladado al estudiante mediante un discurso que le saque de su ignorancia.

No todas las personas que conocen o saben matemática pueden enseñarla o ser profesores de la materia; la renovación de la enseñanza de las matemáticas exige proveer de una teoría que facilita la intervención en los procesos de enseñanza aprendizaje, los investigadores matemáticos ven con buenos ojos al constructivismo como una forma propuesta alterna a la forma tradicional conductista.

En Pocas palabras el constructivismo es una manera de explicar cómo el ser humano, a lo largo de la historia personal, va desarrollando su intelecto y va conformando sus conocimientos. El modelo constructivista en la actualidad está jugando un papel integrador, tanto en las investigaciones en los diferentes aspectos de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, como de las aportaciones procedentes del campo de la sociología, la epistemología y la psicología del aprendizaje. De este modo las propuestas constructivistas se han convertido en el eje de una trasformación fundamental de la enseñanza de la matemática.

Sin embargo, no hay unificación de lo que significa el constructivismo en la enseñanza de la matemática; las raíces ambiguas del constructivismo se encuentran en la filosofía, la sociología y en la psicología.

Se distinguen dos tipos de constructivismo. El constructivismo radical, el cual tiene como fundamento la teoría piagetiana de la mente y el constructivismo social el cual tiene como base la teoría vigostskiana de la formación social de la mente; ambos tienen algo en común el conocimiento es construido por el que conoce; no se puede recibir pasivamente del entorno; es decir el estudiante tiene necesariamente que participar activamente en la construcción de su aprendizaje. Por otro lado el proceso de conocer es una acción de adaptación del sujeto al mundo de su propia experiencia. Por lo tanto, no es posible descubrir un mundo independiente y pre existente afuera de la mente del que conoce.

BASES PEDAGÓGICAS, PSICOLÓGICAS Y EPISTEMOLÓGICAS

Elegir el sustento teórico de las estrategias metodológicas del aprendizaje de matemáticas del curso de cálculo diferencial e integral, constituye un desafío. Son los múltiples y heterogéneos los aspectos que merecen dilucidación. En general es necesario buscar argumentos de orden filosófico, psicológico y pedagógico. Para responder disímiles problemáticas epistemológicas que se presentan doy a conocer algunas bases de sustento teórico.

- **JEAN PIAGET**

Enfatizó la teoría del desarrollo cognitivo del estudiante. Para Piaget, la inteligencia se desarrolla en base a estructuras, la cuales tienen un sistema que presenta leyes o propiedades de totalidad; su desarrollo se inicia a partir de un estado de equilibrio cuya última forma es el estado adulto, el desarrollo psíquico será el resultado del pasaje de un estadio de menor equilibrio a otros cada vez más complejos y equilibrados.

También Piaget sostiene que el conocimiento es producto de la acción que la persona ejerce sobre su medio y éste sobre él; para que la construcción de conocimientos se dé, se genera un proceso de asimilación, incorporación, organización y equilibrio. *Desde esta perspectiva, el aprendizaje surge de la solución de problemas que permiten el desarrollo de los procesos intelectuales.*

- **JEROME BRUNER**

Enfatiza el contenido de la enseñanza y del aprendizaje, privilegiando los conceptos y las estructuras básicas de las ciencias por ofrecer mejores condiciones para potenciar la capacidad intelectual del estudiante. Indica que la formación de conceptos en los estudiantes se da de manera significativa cuando se enfrentan a una situación problemática que requiere que evoquen y conecten, con base en lo que ya se saben los elementos de pensamiento necesarios para dar una solución. Bruner alude a la formulación de hipótesis, mediante reglas que pueden ser formuladas como enunciados condicionales y que, al ser aceptada, origina la generalización.

Esto significa establecer relaciones entre características, reorganizar y aplicar el nuevo fenómeno. *Precisa que los estudiantes pueden comprender cualquier contenido científico siempre que se promueva los modos de investigar de cada ciencia, es decir un aprendizaje por descubrimiento.*

- **LEV VYGOSTKY**

Sostiene que las funciones psicológicas superiores son resultado de la influencia del entorno, del desarrollo cultural: de la interacción con el medio. El objetivo es el desarrollo del espíritu colectivo, el conocimiento científico-técnico y el fundamento de la práctica para la formación científica de los estudiantes. Se otorga especial importancia a los escenarios sociales, se promueve el trabajo en equipo para la solución de problemas que solos no podrían resolver. Esta práctica también potencia el análisis crítico, la colaboración, además de la resolución de problemas matemáticas.

Al respecto Vygostsky sostenía que cada persona tiene el dominio de una zona de desarrollo real el cual es posible evaluar (mediante el desempeño personal) y una zona de desarrollo potencial. La diferencia entre esos dos niveles fue denominada zona de desarrollo próximo.

Por lo tanto, es recomendable que se identifique la zona de desarrollo próximo. Para ello se requiere confrontar al estudiante con el aspecto o motivo del aprendizaje a través de procedimientos como cuestionamientos directos y solución de problemas.
El docente debe estar atento a las intervenciones de los estudiantes y a la forma en que van abordando la situación, sus reacciones, a sus dudas, a los aportes que brinda y a las diversas reacciones; en actitud de escucha permanente, promoviendo y estimulando la participación activa de cada estudiante durante todo el proceso.

- **DAVID AUSUBEL**

La experiencia humana no solo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se consideran en conjunto se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia. Para entender la labor educativa, es necesario tener en consideración otros tres elementos del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo.

La psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que lo influyen, *estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por si mismos los métodos de enseñanza más eficaces.*

TEORIA DE APRENDIZAJE: EL CONECTIVISMO

El conectivismo es una teoría del aprendizaje para la era digital, desarrollada por George Siemens y por Stephen Downesen el año 2014. Se basa en el análisis de las limitaciones del conductismo, el cognitivismo y el constructivismo. Es la integración de los principios explorados por las teorías del caos, redes, complejidad y auto-organización. Según esta teoría, el aprendizaje es un proceso que ocurre en el interior de ambientes difusos de elementos centrales cambiantes que no están por completo bajo el control del individuo, pero también es un proceso que puede residir fuera de nosotros, y cuyo objetivo es conectar conjuntos de información especializada. Estas conexiones tienen mayor importancia que nuestro estado actual de conocimiento. El punto de partida, por tanto, es el individuo. Su conocimiento personal se compone de una red, la cual alimenta a organizaciones e instituciones, las que a su vez retroalimentan a la red, proveyendo nuevo aprendizaje para los individuos, lo que les *permite estar actualizados en su área, mediante las conexiones que han formado.*

LAS COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS

Ser competente está relacionado con ser capaz de realizar tareas matemáticas, además de comprender y argumentar por qué pueden ser utilizadas algunas nociones y procesos para resolverlas. Esto es, utilizar el saber matemático para resolver problemas, adaptarlo a situaciones nuevas, establecer relaciones o aprender nuevos conceptos matemáticos. Así, la competencia matemática se vincula al desarrollo de diferentes aspectos, presentes en toda la actividad matemática de manera integrada:

- **Comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas**

  Se relaciona con el conocimiento del significado, funcionamiento y la razón de ser de conceptos o procesos matemáticos y de las relaciones entre éstos. En los Lineamientos curriculares se establecen como conocimientos básicos: Pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

- **Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos**

  Se refiere al conocimiento de procedimientos matemáticos (como algoritmos, métodos, técnicas, estrategias y construcciones), cómo y cuándo usarlos apropiadamente y a la flexibilidad para adaptarlos a diferentes tareas propuestas.

- **Modelación:**

  Entendida ésta como la forma de describir la interrelación entre el mundo real y las matemáticas, se constituye en un elemento básico para resolver problemas de la realidad, construyendo modelos matemáticos que reflejen fielmente las condiciones propuestas, y para hacer predicciones de una situación original.

- **Comunicación**

Implica reconocer el lenguaje propio de las matemáticas, usar las nociones y procesos matemáticos en la comunicación, reconocer sus significados, expresar, interpretar y evaluar ideas matemáticas, construir, interpretar y ligar representaciones, producir y presentar argumentos.

- **Razonamiento**

Usualmente se entiende como la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión. Para este caso particular, incluye prácticas como justificar estrategias y procedimientos, formular hipótesis, hacer conjeturas, encontrar contraejemplos, argumentar y exponer ideas.

- **Formulación, tratamiento y resolución de problemas**

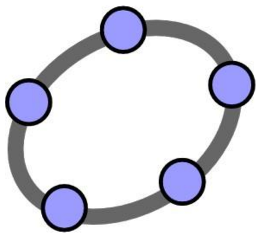
Todos los aspectos anteriores se manifiestan en la habilidad de los estudiantes para éste. Está relacionado con la capacidad para identificar aspectos relevantes en una situación para plantear o resolver problemas no rutinarios; es decir, problemas en los cuales es necesario inventarse una nueva forma de enfrentarse a ellos.

- **Actitudes positivas en relación con las propias capacidades matemáticas**

Este aspecto alude a que el estudiante tenga confianza en sí mismo y en su capacidad matemática, que piense que es capaz de resolver tareas matemáticas y de aprender matemáticas; en suma, que el estudiante admita y valore diferentes niveles de sofisticación en las capacidades matemáticas. También tiene que ver con reconocer el saber matemático como útil y con sentido.

Llegar a ser matemáticamente competente es un proceso largo y continuo que se perfecciona durante toda la vida escolar, en la medida que los aspectos anteriores se van desarrollando de manera simultánea, integrados en las actividades que propone el maestro y las interacciones que se propician en el aula de clase. El maestro de matemáticas debe ser consciente de esto al planificar su enseñanza y al interpretar las producciones de sus estudiantes, pues sólo así logrará potenciar progresivamente en ellos las aptitudes y actitudes que los llevará a tener mejores desempeños en su competencia matemática. Las competencias matemáticas no son un asunto de todo o nada.

Geogebra



GeoGebra es un Software dinámico para enseñar y aprender Matemática en cualquiera de los niveles educativos, de manera sencilla y clara. Ofrece diversas formas de representación de objetos matemáticos a través de la vista: gráfica, algebraica, estadística, y 3D para el caso de la Geometría del Espacio.

Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001, como parte de su tesis de maestría, en la Universidad de Salzburgo, lo continuó en la Universidad Atlántica de Florida (2006-2008) y en la actualidad, en la Johannes Kepler Universität, Austria.

(Ver ref. 6)

Este enlace es para ingresar de forma inmediata

http://www.geogebra.org/

Principales características de Geogebra son:

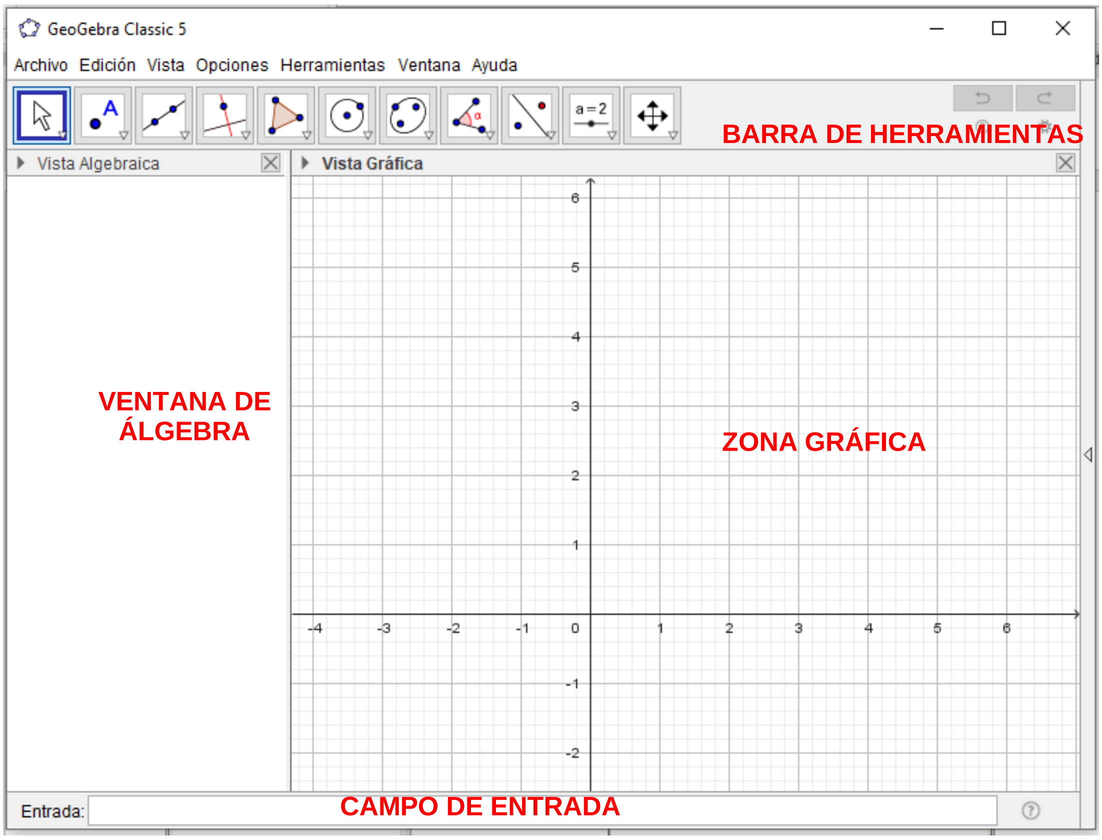
1. Es un recurso para la docencia de las matemáticas basada en las TIC, útil para toda la educación secundaria.
2. Permite realizar acciones matemáticas como demostraciones, supuestos, análisis, experimentaciones, deducciones, etc.

3. Combina geometría, álgebra y cálculo. También deriva, integra, representa...
4. Permite construir figuras con puntos, segmentos, rectas, vectores, cónicas y genera gráficas de funciones que pueden ser modificadas de forma dinámica utilizando el ratón.
5. Geogebra trabaja con objetos. Cualquier modificación realizada dinámicamente sobre el objeto afecta a su expresión matemática y viceversa. Cualquier cambio es su expresión matemática modifica su representación gráfica.
6. Puede ser utilizado tanto on line (http://www.geogebra.org/cms/es/download) como instalado en el ordenador (off line) desde http://www.geogebra.org/cms/es/installers.
7. Para utilizarlo on line se requiere tener instalado Java 1.4.2 o superior. En este caso el usuario dispone de la aplicación en forma de applet que es totalmente funcional sin instalar nada en el ordenador.

Las zonas de trabajo disponibles son:

1. **Barra de herramientas:** para seleccionar el objeto con el que se quiere trabajar. Contiene las herramientas de construcción.
2. **Zona gráfica**: para construir la figura con la ayuda del ratón, con actualización dinámica en la ventana de álgebra.
3. **Zona o ventana de álgebra**: en ella se muestran las coordenadas o ecuaciones correspondientes. Es importante saber que un objeto creado en la zona gráfica tiene su representación correspondiente en la Ventana de álgebra.
4. **Zona de entradas o Campo de texto***:* para introducir directamente coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones. En este caso los objetos o gráficas correspondientes aparecen en la **Zona gráfica** al pulsar *Intro*.

Figura 6 Presentación del interfaz de Geogebra



Nota. Elaboración propia

2.1.2. Antecedentes

2.1.2.1 Antecedentes nacionales

Pérez, Rivera Jéssica (2014) en su investigación desarrollada en la Facultad de Ingeniería y Arquitectura, carrera de Ingeniería Ambiental de la Universidad Peruana Unión, Filial Tarapoto. El propósito radica en que se demostrarán las ventajas del empleo de softwares educativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, específicamente en el área de matemática, y su relación con el rendimiento académico en Cálculo II. A través del diseño cuasi experimental se aplicó la investigación a una población que estuvo constituida por los estudiantes matriculados en el ciclo académico 2013 – I en el curso de cálculo II, los cuales fueron 58; 28 del grupo I y 30 del grupo II.

Arango Aramburú, J. E. (2015) en su investigación aborda el tema de la interacción verbal Docente-Estudiantes y su relación con la competencia para resolver problemas en la asignatura Matemática para los Negocios I, en estudiantes del I ciclo de la Facultad de Administración y Negocios de la Universidad Tecnológica del Perú (UTP), periodo académico 2014. Se utilizó dos diseños de investigación: por un lado el estudio de caso mediante la observación no participante y; por otro, el diseño descriptivo correlacional de base no experimental y de corte transversal. Se trabajó con una población de 285 estudiantes del I ciclo, matriculados en la asignatura Matemática para los Negocios y se utilizó el muestreo no probabilístico de tipo intencional porque el objetivo es estudiar a profundidad a dos grupos de docentes con sus respectivos estudiantes.

Loret de Mola Garay, J. E. (2011) en su estudio está basado en la relación existente entre los estilos y estrategias de aprendizaje y el rendimiento académico en los estudiantes de la Universidad Peruana 'Los Andes' de la Facultad de Educación y Ciencias Humanas. Se emplea el Cuestionario Honey-Alonso de Estilos de Aprendizaje (CHAEA), el Cuestionario de estrategias de aprendizaje (ACRA), y para medir el rendimiento académico, las actas consolidadas del año 2010. Los resultados muestran que los estudiantes utilizan los estilos de aprendizaje de manera diferenciada, siendo de menor utilización el estilo pragmático y de mayor uso el reflexivo.

2.1.2.2 Antecedentes internacionales

Sánchez Rosal, Andrés Alexander (2012). *Incorporación de las TICs en el aprendizaje de la matemática en el sector universitario.* En su artículo tiene como propósito presentar a los docentes universitarios de matemática, en primer lugar los fundamentos didácticos y psicológicos que determinan el uso adecuado de las TICs en el aprendizaje de la matemática, y en segundo lugar sugerir las diversas estrategias metodológicas y los recursos tecnológicos apropiados que favorecen el aprendizaje dinámico de esta ciencia de forma interactiva en diversos espacios educativos que permitan a los estudiantes discutir ideas, colaborar en la resolución de problemas e incentivar la reflexión para el desarrollo del pensamiento matemático. En este sentido, se expone una orientación teórica a los docentes con la finalidad de que implementen las TICS durante su accionar pedagógico en la enseñanza de la matemática universitaria. Dentro de este artículo se enfatiza la importancia de los procesos de visualización que permita la asimilación de conceptos abstractos en base de imágenes o representaciones que las TICs proporciona. En tal caso, se recomienda la incorporación de los recursos tecnológicos de forma paulatina como complemento de la enseñanza tradicional implementada por los docentes de matemática en las aulas universitarias.

Rojas, Néstor Carretero Torres, María De los Reyes, Álvarez Valdivia, Ibis (2012). En su artículo resume una investigación realizada en el contexto universitario, cuyo propósito es introducir una alternativa de enseñanza de las matemáticas y asignaturas afines, en diferentes carreras de ingeniería. En concreto se valida una estrategia de enseñanza y aprendizaje entre iguales como alternativa a la clase magistral que suele aplicarse en las aulas. La investigación se realiza a través de la metodología de investigación acción participante. En total participaron 60 estudiantes (dos secciones), 2 preparadores como facilitadores, y 2 profesores, en la asignatura matemática I, como materia básica de 5 carreras de ingeniería. Como resultado se logra proponer una metodología para estudiar programas de apoyo académico estudiantil y se concreta una estructura de clases basada en grupos colaborativos.

Ferrero, Emma Lucía, Oloriz Mario Guillermo (2016). En su artículo el abandono de los estudios superiores, así como el fracaso que representa para los estudiantes universitarios repetir el cursado de las actividades académicas que integran el plan de estudios de su carrera, nos llevan a la adopción de diversas estrategias que mejoren tanto la retención como el desempeño de los mismos en la universidad. Existen distintas perspectivas para abordar esta problemática, desde los programas de tutoría o mentoría hasta las acciones de apoyo académico a los estudiantes durante el tránsito entre el nivel secundario y el superior. Todas estas acciones apuntan, principalmente, a los primeros años de estudio en los cuales se observan altas tasas de abandono, al menos en el Sistema de Educación Superior de Argentina.

2.1.3 Marco conceptual

Estrategias

Acerca de la misma, la Real Academia de la Lengua Española RAE, (2014) precisa que se le pueden dar dos alcances a la definición de estrategia; guiar o planificar las 29 operaciones militares y el segundo concepto lo menciona como una secuencia de acciones previstas en base a una situación para llevarla a un fin óptimo.

Según Sierra (2004) se conoce que la estrategia tiene un alto potencial, pues facilita la incorporación de medidas dinámicas y focalizadas para propiciar el cumplimiento de objetivos clave sin obstaculizar el proceso con factores externos que puedan interrumpir la ejecución de las medidas planteadas.

Metodología

El Diccionario de la RAE define metodología como “ciencia del método” y “conjunto de métodos que se siguen en una investigación científica o en una exposición doctrinal”

Según Fabián Coelho (2012) como metodología se denomina la **serie de métodos y técnicas de rigor científico que se aplican sistemáticamente durante un proceso de investigación** para alcanzar un resultado teóricamente válido. En este sentido, la metodología funciona como el soporte conceptual que rige la manera en que aplicamos los procedimientos en una investigación.

Enseñanza

Según la RAE Sistema y método de dar instrucción

(Consejo de Educación Popular de América Latina y el Caribe). “Enseñar no es transferir conocimientos sino crear las condiciones **para** su producción o construcción” (**Paulo Freire** – Pedagogía de la Autonomía).

Integral definida

Una función f acotada en $[a,b]$ es integrable en $[a,b]$ si $sup\{L(f,\ P)\text{: } P$ es una partición de $[a,\ b]\} = ínf\{U(f,\ P)\text{: } P$ es una partición de $[a,\ b]\}$. En este caso a este número común se le denomina integral de f en $[a,b]$ y se representa mediante

$$\int_a^b f$$

(El símbolo $\int$ se denomina un signo integral y originalmente era una S alargada que significaba “suma”; los números a y b se denominan límites de integración inferior y superior, respectivamente) La integral $\int_a^b f$ se denomina también el área de $R(f,a,b)$ cuando $f(x) \geq 0$ para todo x en $[a,b]$. Ver Spivak, Michael Calculus 4ª ed. 2014.

Teorema 1. Segundo Teorema Fundamental del Cálculo

Sea f continua (y de aquí integrable) en $[a,b]$ y sea F cualquier antiderivada de f en $[a,b]$. Entonces

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Área de una región plana

Supóngase que $y = f(x)$ determina una curva en el plano XY y supóngase que f es continua y no negativa en el intervalo $a \leq x \leq b$ (como en la figura 1) considérese la región R acotada por las gráficas de $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ y $y = 0$ nos referimos a R como la región bajo $y = f(x)$ entre $x = a$ y $x = b$. Su área $A(R)$ es dada por

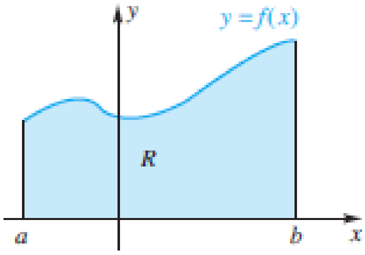


Figura 1

$$A(R) = \int_a^b f(x)\,dx$$

Área de una región entre dos curvas

Considere las curvas $y = f(x)$ y $y = g(x)$ con $g(x) \leq f(x)$ en $a \leq x \leq b$. Ellos definen la región que se encuentra en la figura 7. Utilizamos el método rebane, aproxime, integre para encontrar su área. Asegúrese de notar que $f(x) - g(x)$ da la altura correcta para la tira delgada, aun cuando la gráfica $g(x)$ está por debajo del eje X. ene este caso $g(x)$ es negativo de modo que restar $g(x)$ es como sumar un mismo número positivo. Puede verificar $f(x) - g(x)$ también da la altura correcta, incluso cuando $f(x)$ y $g(x)$ son negativos.

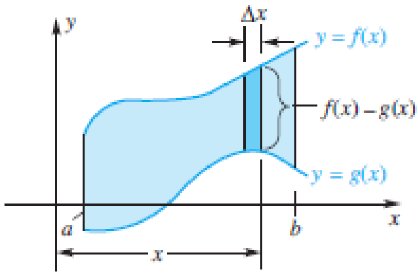


Figura 7

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$$

Ver Edwin J. Purcell, Dale Varberg, Steven E. Rigdon Cálculo diferenecial e Integral. Pearson Educación, México, 2007. Novena Edición.

Material didáctico

Son aquellos recursos, instrumentos, herramientas, que facilitan el proceso enseñanza-aprendizaje, utilizados por el maestro. Permiten la adquisición de habilidades y destrezas del alumno, consolida los aprendizajes previos y estimulan la fusión de los sentidos. (Brenda, 2007)

Software

Según la **RAE**, el software es un **conjunto de programas, instrucciones y reglas informáticas** que permiten ejecutar distintas tareas en una computadora.

2.1.4 Marco legal

https://www.unac.edu.pe/base-legal-ocpf.html

- Estatuto de la Universidad del Callao
  https://unac.edu.pe/images/documentos/Estatuto-UNAC-2020.pdf

- Reglamento de estudios de pregrado
  https://www.unac.edu.pe/images/transparencia/documentos/resoluciones-consejo-universitario/2017/185-2017%20CU%20Reglamento_General_Estudios.pdf

- Modelo educativo resolución
  Resolución N° 057-2021-CU del 08 de abril de 2021

- Reglamento de grados y títulos aprobado con resolución N° 099-2021-CU del 30.06.2021

2.2 Descripción de las actividades desarrolladas

2.2.1 Descripción de la realidad problemática

En la escuela profesional de Física de la Universidad Nacional del Callao, se identificó que los estudiantes no asimilaban la clase, por diversas razones que se puede mencionar: Por tratarse de estudiantes que ingresaban por segunda opción, bajo nivel en matemática, falto de motivación, etcétera. Sabemos que la carrera de ciencias (Matemática y Física) exige a los estudiantes tener un buen nivel académico en Matemática.

Por dichas razones los estudiantes presentaban muchas interrogantes y un bajo rendimiento con respecto al tema de área de una región plana (Aplicación de la integral definida), es por ello que motivó hacer una estrategia de enseñanza para el tema mencionado, haciendo uso del software Geogebra en el semestre 2016 – B, para así mejorar su aprendizaje y rendimiento académico.

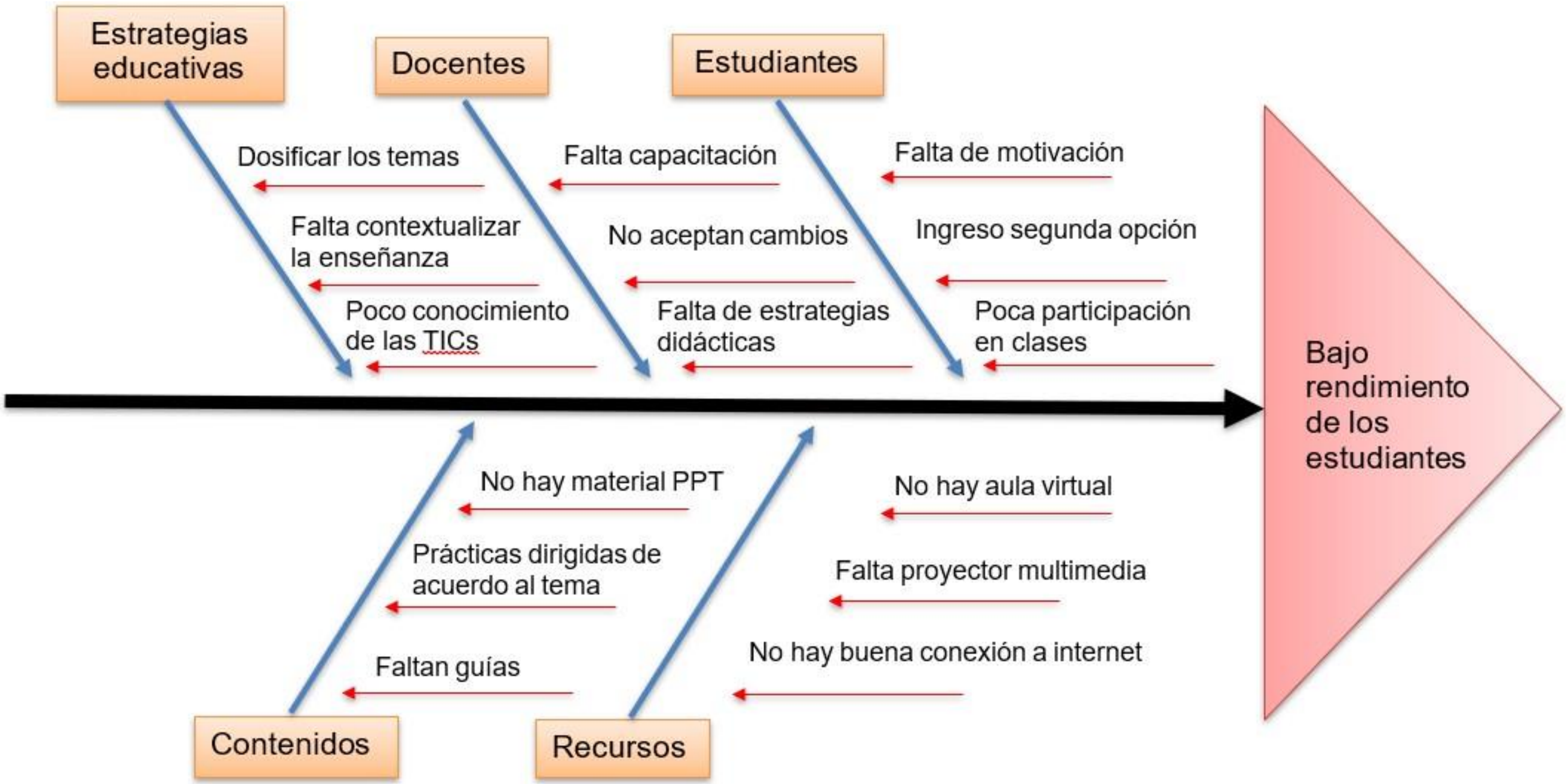
2.2.2 Diagrama de Ishikawa

El diagrama de Ishikawa o espina de pescado es una técnica usada para identificar las posibles causas de un problema central, usado también para mejorar procesos y recursos en una organización. Coletti (2010).

La metodología para crear un diagrama de Ishikawa:

1. Identificación del problema.
2. Establecer categorías.
3. Lluvia de ideas.
4. Ordenar y añadir causas.
5. Para cada rama secundaria importante, identificar otros factores específicos que puedan ser las causas del efecto.
6. Identificar niveles cada vez más detallados de causas y continuar organizándolas bajo causas o categorías relacionadas.
7. Analizar diagrama.
8. Actuar sobre el diagrama y quitar las causas del problema.

En la figura 12, se representa las causas identificadas que generó la problemática en el presente informe


Estrategias educativas
Docentes
Estudiantes
Dosificar los temas
Falta contextualizar la enseñanza
Poco conocimiento de las TICs
Falta capacitación
No aceptan cambios
Falta de estrategias didácticas
Falta de motivación
Ingreso segunda opción
Poca participación en clases
Bajo rendimiento de los estudiantes
No hay material PPT
Prácticas dirigidas de acuerdo al tema
Faltan guías
No hay aula virtual
Falta proyector multimedia
No hay buena conexión a internet
Contenidos
Recursos

2.2.3 Descripción de actividades de acuerdo al puesto de trabajo

El área donde realicé mi experiencia profesional es como docente adscrito a la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, en la escuela de Matemática y de Física en la categoría de jefe de Práctica TP20 h en los periodos comprendidos de los años 2013 – 2017.

Figura 8 Facultad de Ciencias Naturales y Matemática

Nota. https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:UNACFacultad_de_Ciencias_Naturales_y_Matem%C3%A1tica.jpg#filehistory

Es así que en mi alma mater cuando asumí con mucha responsabilidad la labor encomendada, como docente en la categoría mencionada, encontré la necesidad de brindar ciertos aportes para la mejora de la enseñanza de la matemática en la formación de futuros profesionales de las carreras de Matemática y Física, de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, que consistió en desarrollar:

- ACTIVIDADES ACADÉMICAS
- ACTIVIDADES ADMINISTRATIVAS

Tabla 1. Actividades académicas y administrativas correspondiente al Semestre Académico 2016 – B

Categoría	Clase	Dedicación Horaria
Jefe de Practica	Tiempo Parcial	20 hrs.

A. ACTIVIDADES ACADÉMICAS	HORAS
A.1 Labor lectiva	12
A.2 Preparación de clases	2
A.3 Consejería y tutoría	4
TOTAL HORAS ACADÉMICAS	**18**
B. ACTIVIDADES ADMINISTRATIVAS	**HORAS**
B.1 Miembro de la Oficina de publicaciones	2
TOTAL HORAS ADMINISTRATIVAS	**2**
TOTAL GENERAL DE HORAS	**20**

Tabla 2. Actividades lectivas correspondiente al Semestre Académico 2016 – B

NA	CODIGO	ASIGNATURA	GH	DIA		HORARIO	AULA	T	P
1	MA-101	COMPLEMENTO DE MATEMÁTICA	02M	P	Martes	08:00 - 10:30	K-503	-	4
				P	Miércoles	11:20 - 12:10			
1	MA-101	COMPLEMENTO DE MATEMÁTICA	01F	P	Lunes	09:40 -11:20	K-406	-	4
				P	Miércoles	08:00 - 09:40			
2	MA-105	CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	01F	P	Viernes	08:00 - 09:40	K-406	-	3
				P	Jueves	10:30 – 11:20			

III. APORTES REALIZADOS

3.1 Aportes del Bachiller en la institución

3.1.1 Aportes Generales

Los aportes ejercidos durante mi experiencia profesional en la Escuela Profesional de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao fueron:

- Elaboración de materiales tales como PPT, separatas, prácticas calificadas y dictado de clases de la parte práctica.

- Realicé tutorías y consejerías personalizadas de las asignaturas asignadas.

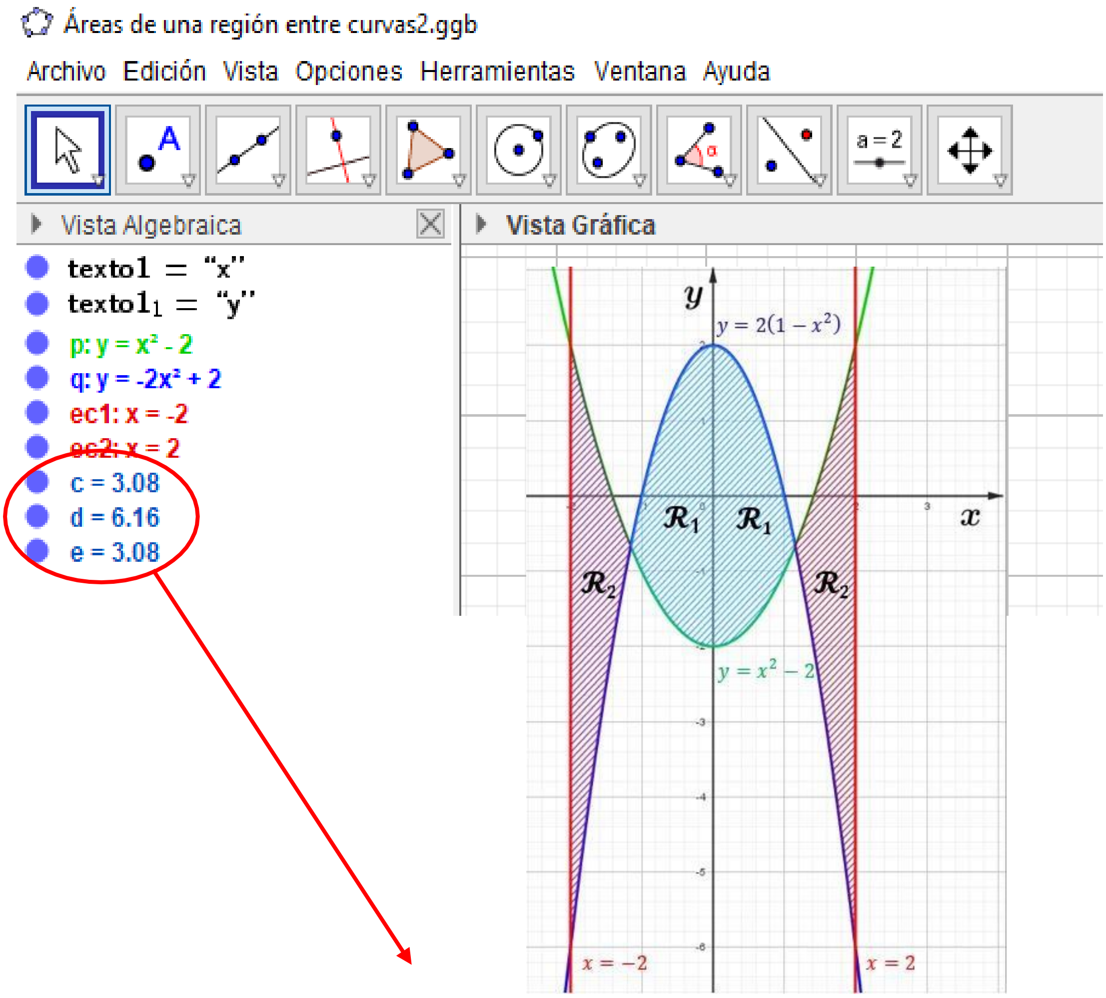
3.1.2 Aportes Específicos

- Se elaboró una práctica dirigida de áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática (Escuela de Física) de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B. Ver anexo

- Se elaboró un material didáctico de áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B. Ver anexo

- Resolver ejercicios de áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B. Los estudiantes luego de resolver los ejercicios de aplicación con lápiz y papel logran comparar sus resultados usando el software Geogebra, es decir que también calcula el área de la región limitada por las curvas.

Figura 9 Gráfica que representa el área de la región sombreada



$$A(\mathcal{R}) = 3{,}08 + 6{,}16 + 3{,}08 \approx 12{,}32u^2$$

Nota. Elaboración propia

3.1.3 Técnicas, instrumentos y equipos para la recolección de la información

a. Técnicas

Las técnicas de aplicación para la aplicación de las prácticas dirigidas son las que se mencionan en la Tabla 3.

Tabla 3 Técnicas utilizadas

TÉCNICA	DESCRIPCIÓN
Análisis documental y de producción	Revisión de trabajos grupales
Evaluación	Mediante prácticas calificadas

Nota. Elaboración propia

b. Instrumentos

Los instrumentos que se utilizaron en la realización de las prácticas dirigidas, se mencionan en la siguiente Tabla 4.

Tabla 4 Instrumentos

INSTRUMENTOS	DESCRIPCIÓN
Sílabo	Programación de contenidos por semanas
Prácticas calificadas	Evaluación a los estudiantes

Nota. Elaboración propia

c. Equipos y materiales utilizados en el desarrollo de las actividades

Los equipos y materiales que se utilizaron en la realización de las prácticas dirigidas, se mencionan en la siguiente Tabla 5.

Tabla 5 Equipos y materiales utilizados

EQUIPOS	MATERIALES
Laptop	Pizarra
Equipo móvil	Tizas
	Regla
	Hojas

Nota. Elaboración propia

3.1.4. Esquemas metodológicos de las actividades desarrolladas en base a los objetivos

Aspectos Metodológicos

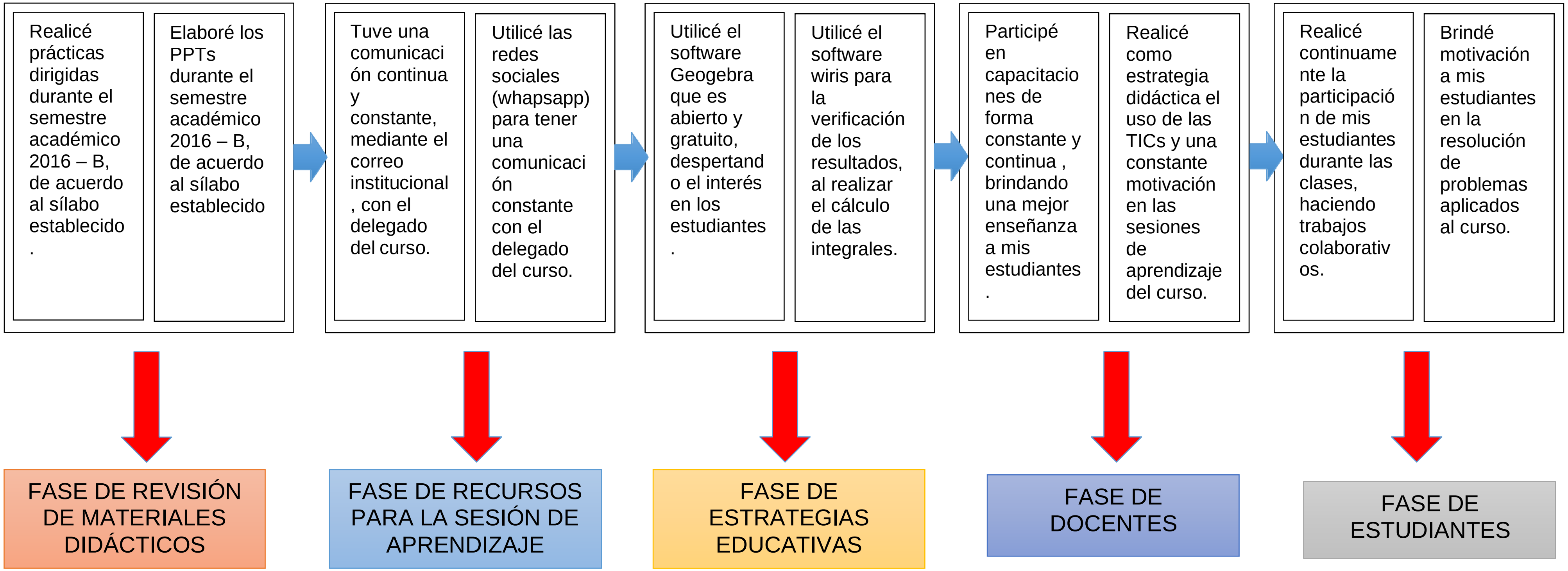
Se completará el desarrollo de la sesión en base a los objetivos establecidos:

- Metodología para el objetivo general: Aplicar una estrategia metodológica para la enseñanza de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, 2016.
  A través de los años, la enseñanza de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral en los distintos centros de educación superior son enfocados desde varios puntos de vista, como por

ejemplo demostraciones rigurosas y abstractas de las matemáticas o con un enfoque básico, simplemente realizando el cálculo y obteniendo el resultado de la integral definida.
En mi experiencia profesional apliqué la siguiente estrategia metodológica basado en la realización de Prácticas dirigidas, referentes a la integral definida (de menor a mayor grado de dificultad en los ejercicios) con bastante Motivación durante el desarrollo de la práctica dirigida manteniendo el Trabajo en colaborativo y desarrollando constantemente el Trabajo en equipo, todo esto se complementó con el uso del Geogebra que es un software gratuito y de acceso abierto para toda la comunidad educativa a nivel mundial.

La metodología para cumplir el objetivo general del presente informe se muestra en la figura 10 que está establecido en las normas y reglamentos:

Figura 10 Procesos de cumplimiento para alcanzar el objetivo general



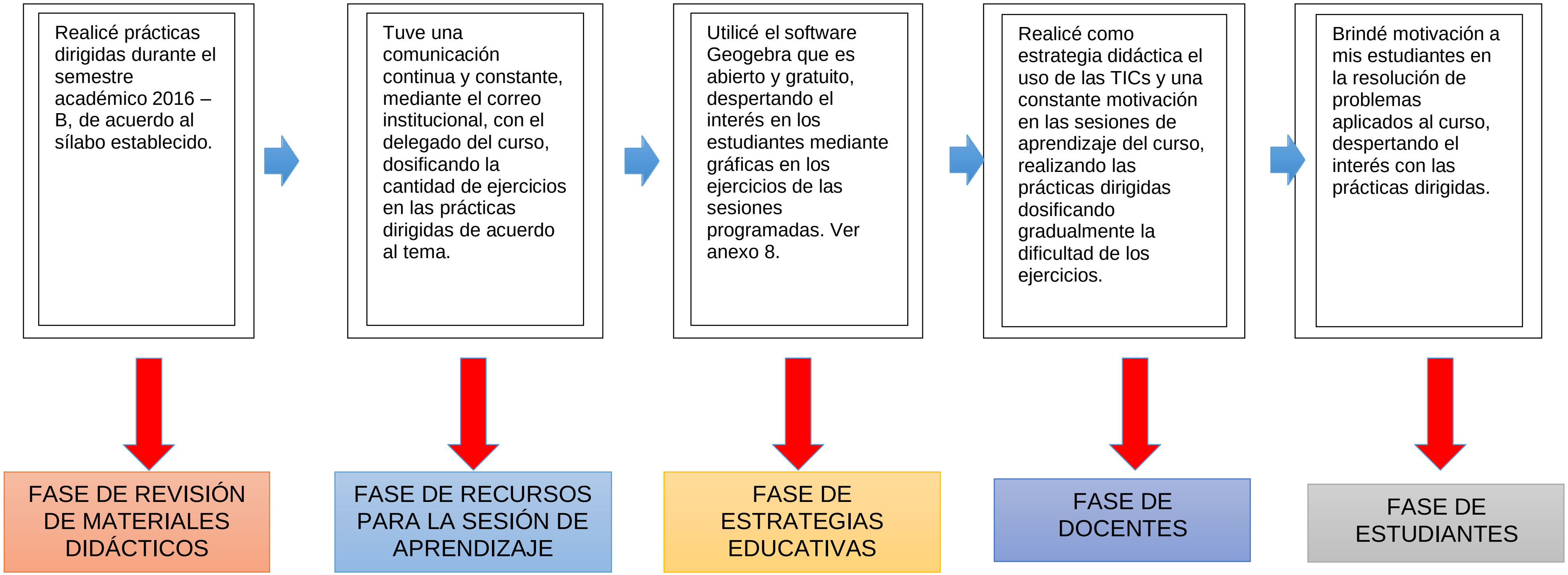
- Metodología para el objetivo específico: Elaborar prácticas dirigidas referente al curso, como áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática (Escuela de Física) de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B.

  A través de los años, la enseñanza de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral en los distintos centros de educación superior son enfocados desde varios puntos de vista, como por ejemplo demostraciones rigurosas y abstractas de las matemáticas o con un enfoque básico, simplemente realizando el cálculo y obteniendo el resultado de la integral definida.

  En mi experiencia profesional apliqué la siguiente estrategia metodológica basado en la realización de Prácticas dirigidas, referentes a la integral definida de forma helicoidal (de menor a mayor grado de dificultad en los ejercicios)

  La metodología para cumplir el objetivo específico del presente informe se muestra en la figura 11

Figura 11 Procesos de cumplimiento para alcanzar el objetivo específico



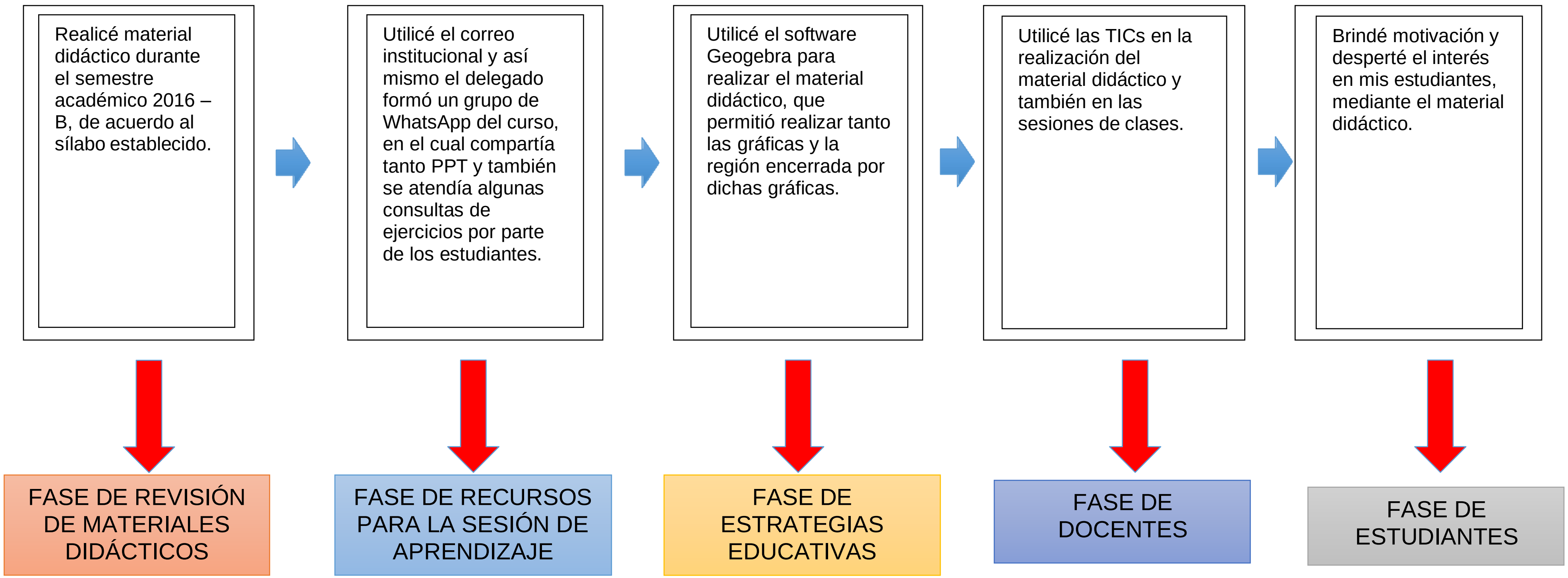
- Metodología para el objetivo específico: Elaborar material didáctico usando el software Geogebra de áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática (Escuela de Física) de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B.

  En la enseñanza de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral en los distintos centros de educación superior son enfocados desde varios puntos de vista, como por ejemplo demostraciones rigurosas y abstractas de las matemáticas o con un enfoque básico, simplemente realizando el cálculo y obteniendo el resultado de la integral definida.

  En mi experiencia profesional apliqué un material didáctico acorde al sílabo o calendarización establecida que estuvo conformado en la realización de Prácticas dirigidas, referentes a la integral definida (de menor a mayor grado de dificultad en los ejercicios) y con el uso de Geogebra que es un software gratuito y de acceso abierto para toda la comunidad educativa a nivel mundial se realizó los gráficos de las funciones que encierran una región y así mismo se verificó el valor del área de dicha región.

La metodología para cumplir el objetivo específico del presente informe se muestra en la figura 12

Figura 12 Procesos de cumplimiento para alcanzar el objetivo específico



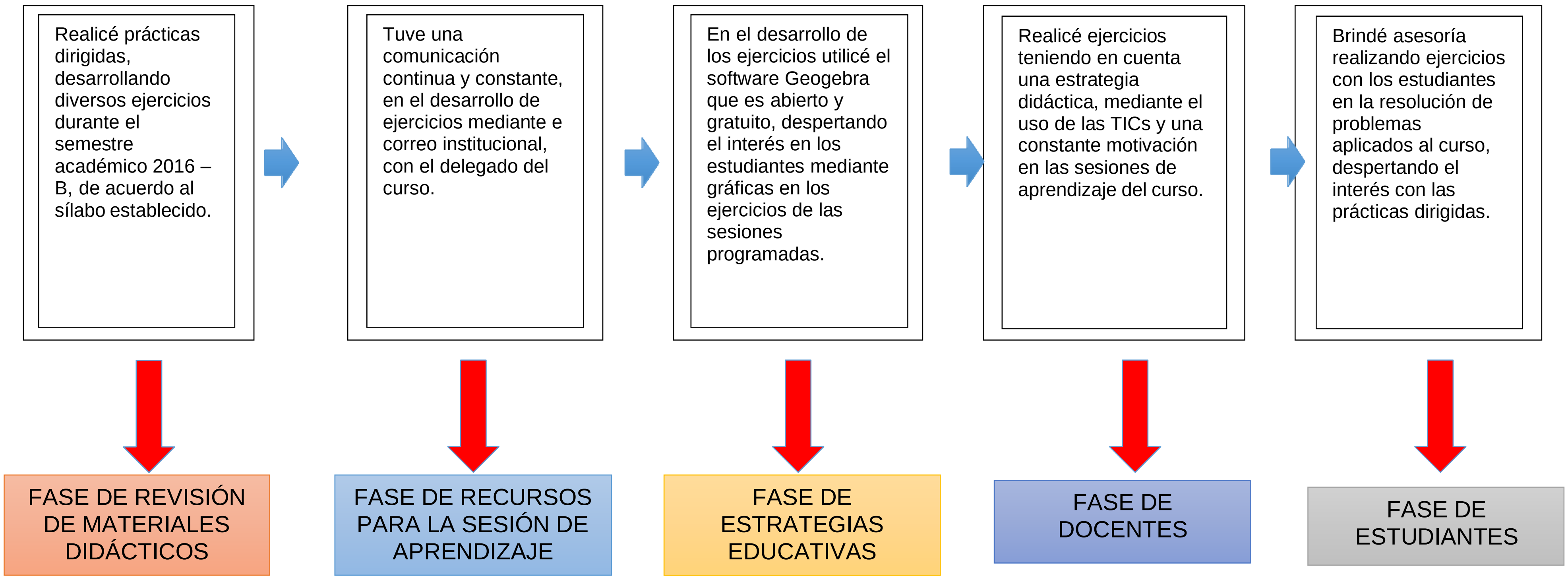
- Metodología para el objetivo específico: Resolver ejercicios, como áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática (Escuela de Física) de la Universidad Nacional del Callao, 2016 – B.

  En la resolución de ejercicios de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral en los distintos centros de educación superior son enfocados desde varios puntos de vista, como por ejemplo demostraciones rigurosas y abstractas de las matemáticas o con un enfoque básico, simplemente realizando el cálculo y obteniendo el resultado de la integral definida.

  En mi experiencia profesional en la resolución de ejercicios, apliqué el trabajo colaborativo y trabajo en la práctica dirigida de acorde al sílabo establecido y haciendo uso de Geogebra se verificó y comprobó los resultados del área de una región y así mismo las gráficas de las funciones que encierra la región plana.

La metodología para cumplir el objetivo específico del presente informe se muestra en la figura 13

Figura 13 Procesos de cumplimiento para alcanzar el objetivo específico



3.1.5 Cronograma de actividades desarrolladas

El cronograma de las prácticas dirigidas durante el semestre académico 2016 – B en el curso de Cálculo diferencial e integral se muestra en la Figura 14.

	ACTIVIDADES	TIEMPO DE DURACIÓN (SEMANAS)														
		AGOSTO			SETIEMBRE				OCTUBRE				NOVIEMBRE			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
PRÁCTICA CALIFICADA 1	Práctica dirigida 1															
	Práctica dirigida 2															
	Práctica dirigida 3															
	Práctica dirigida 4															
PRÁCTICA CALIFICADA 2	Práctica dirigida 5															
	Práctica dirigida 6															
	Práctica dirigida 7															
	Práctica dirigida 8															
PRÁCTICA CALIFICADA 3	Práctica dirigida 9															
	Práctica dirigida 10															
	Práctica dirigida 11															
	Práctica dirigida 12															
PRÁCTICA CALIFICADA 4	Práctica dirigida 13															
	Práctica dirigida 14															
	Práctica dirigida 15															

Figura 14. Cronograma de prácticas dirigidas semestre académico 2016 – B

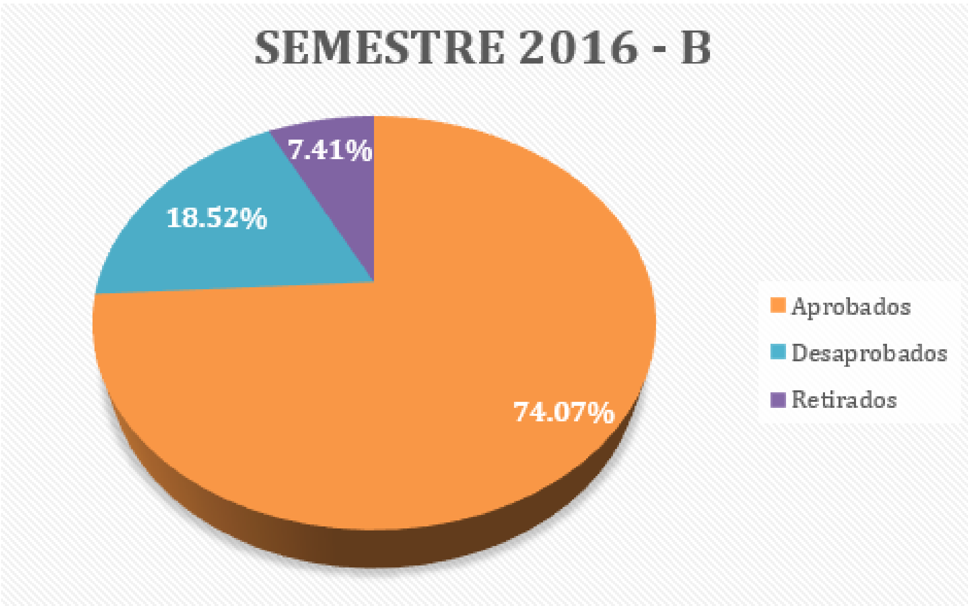
Nota. Elaboración propia

3.1.6 Resultados

a. Resultados generales

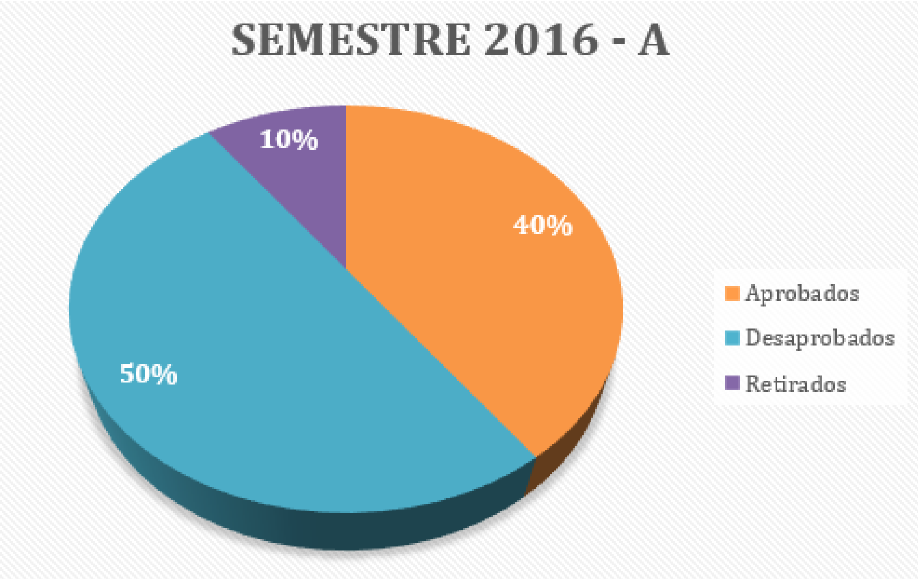
De acuerdo al objetivo general de realizó estrategias para la enseñanza de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral y se logró elaborar materiales (prácticas dirigidas, material didáctico y PPT) de acuerdo al sílabo, fortaleciendo su aprendizaje académico en la parte práctica y mejorando el porcentaje de estudiantes aprobados en el Semestre 2016 – B en comparación al Semestre 2016 – A en la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, 2016.

Figura 15 Gráfico circular de porcentaje de estudiantes aprobados, desaprobados y retirados en el Semestre 2016 – B



En el Semestre 2016 – B se aplicó una estrategia metodológica para la enseñanza de la integral definida, que consistió en el uso las TIC, en este caso se aplicó el software Geogebra.

Figura 16 Gráfico circular de porcentaje de estudiantes aprobados, desaprobados y retirados en el Semestre 2016 – A



En el Semestre 2016 – A no se aplicó la estrategia metodológica mediante el uso las TIC, en este caso el software Geogebra.

b. Resultados específicos

- Como resultado obtenido concerniente al primer objetivo específico ayudó a los estudiantes motivar y ejercitar en forma colaborativa, en equipo e individual reforzando su aprendizaje y rendimiento académico, el cual también permitió afianzar la seguridad de interactuar con mucha seguridad y confianza con sus compañeros de clase en el semestre 2016 – B. Se puede evidenciar en la siguiente figura 17.

Figura 17 Práctica dirigida de integrales definidas

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

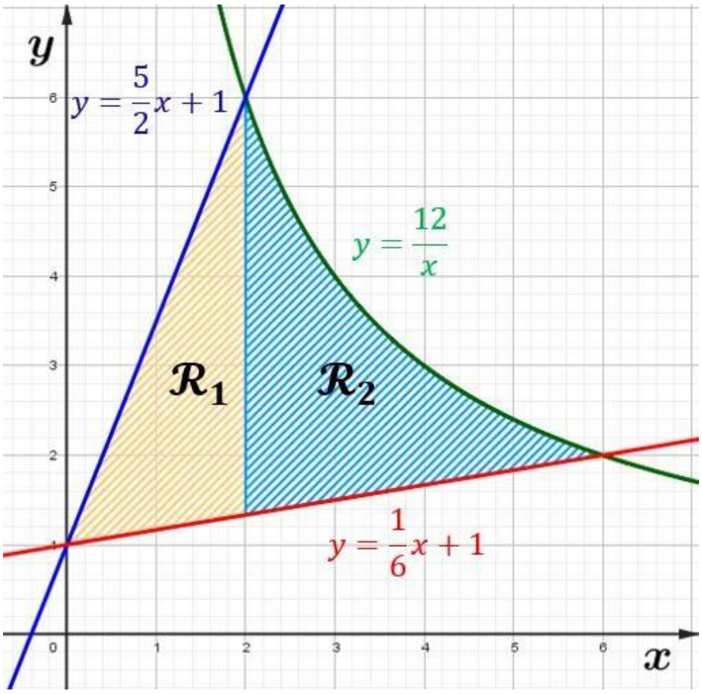
Semestre: **2016 – B**

PRÁCTICA DIRIGIDA-INTEGRALES DEFINIDAS

1. Determine la función F , tal que $F''(x) = \text{sen}(x) - \cos(x) + 2$, $F(0) = 3$ y $F(\frac{\pi}{2}) = 2 + \frac{\pi^2}{4}$
2. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función función f, definida por
$$f(x) = \frac{3}{2} + \frac{x}{\pi}\int_{\frac{\pi}{4}}^{2x} \text{sen}(t)\,dt$$
en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{8}$.
3. Sean φ una función continua e impar y $f(x) = 10 + \int_0^x \varphi(t)\,dt$, $x \in \mathbb{R}$. determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto cuya abscisa es cero.
4. Sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua e impar y $g(1) = 3$. Si $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es la función definida por $f(x) = \int_{-1}^{x} g(t)\,dt + \cos(\pi x)$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa 1.

- Como resultado obtenido concerniente al segundo objetivo específico ayudó a motivar a los estudiantes e interiorizar el tema de áreas de regiones planas y despertó el interés por el uso del software Geogebra, tal como se puede evidenciar en la figura 17

Figura 18 Gráfica de una región acotada entre funciones



Nota. Elaboración propia

- Como resultado obtenido concerniente al tercer objetivo específico ayudó a los estudiantes a tener la habilidad para resolver ejercicios y finalmente comprobaron y compararon los cálculos de áreas de regiones planas y así mismo las gráficas de las funciones con el Geogebra.

Figura 19 Gráfica de las funciones

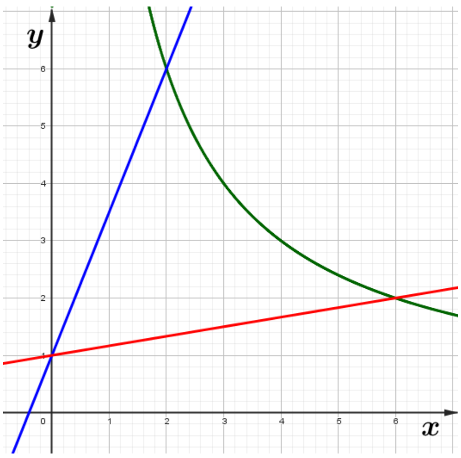
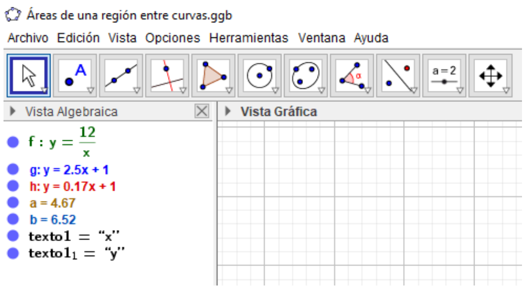


Figura 20 Verificando el cálculo del área de una región con Geogebra



$$A(\mathcal{R}) = 4{,}67 + 6{,}52 \approx 11{,}19u^2$$

Nota. Elaboración propia

IV. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

4.1 Discusión

De acuerdo a la situación problemática que se ha planteado al inicio del informe, se cumplió realizar la estrategia metodológica para la enseñanza de una aplicación de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral, mediante las prácticas dirigidas, trabajo colaborativo, trabajo en equipo y el uso del software Geogebra, que conllevó a mejorar su aprendizaje, rendimiento académico y el incremento de estudiantes aprobados en el semestre 2016 – B. Estos resultados fueron comparados con la investigación que se desarrolló en la Facultad de Ingeniería y Arquitectura, carrera de Ingeniería Ambiental de la Universidad Peruana Unión, en que se demostró las ventajas del empleo de softwares educativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, específicamente en el área de matemática tal como indica Pérez, Rivera Jéssica (2014) se verifica así la eficacia de crear estrategias, mediante el uso del software Geogebra (TIC)

A continuación, se muestra resultados obtenidos en los semestres 2016 – A y 2016 – B.

Tabla 6 Resultados sin aplicar las TIC

SEMESTRE 2016 - A		
Aprobados	12	40,00%
Desaprobados	15	50,00%
Retirados	3	10,00%
Total	30	100%

Nota. Elaboración propia

Tabla 7 Resultados aplicando las TIC (uso de Geogebra)

SEMESTRE 2016 - B		
Aprobados	20	74,07%
Desaprobados	5	18,52%
Retirados	2	7,41%
Total	27	100%

Nota. Elaboración propia

4.2 Conclusiones

Se cumplió con la aplicación de la estrategia metodológica para la enseñanza de la integral definida en el curso de cálculo diferencial e integral para estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, 2016, logrando mejorar su aprendizaje, rendimiento académico y un gran porcentaje de aprobados (74,07 %).

Se elaboró las prácticas dirigidas de acuerdo al sílabo, como áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral, con la finalidad de mejorar su aprendizaje y su rendimiento académico, logrando reforzar de esta manera en los estudiantes la parte práctica desarrollado en el semestre, 2016 – B.

Se elaboró un material didáctico usando el software Geogebra de áreas de regiones planas en el curso de cálculo diferencial e integral, con la finalidad de motivar y despertar el interés por el tema, logrando interiorizar en los estudiantes que las matemáticas y en particular, el tema de áreas de regiones planas, no eran muy complicadas como se lo imaginaban.

Se resolvió diversos ejercicios en la sesión de clase, tanto el docente como estudiantes, en forma de trabajo colaborativo, trabajo en equipo e individual mostrando mucha habilidad en el desarrollo de los ejercicios y finalmente verificando tanto los resultados como las gráficas de las funciones que encierran el área de la región mediante el uso de Geogebra.

V. RECOMENDACIONES

Se recomienda promover la enseñanza de las matemáticas haciendo uso de las TIC (software Geogebra), puesto que despierta en el estudiante el interés y la motivación de su aprendizaje y así mismo fomentar el trabajo en equipo para fortalecer la interacción entre estudiantes y/o docente.

Se recomienda elaborar prácticas dirigidas en la cual se pueda hacer uso del software Geogebra.

Se recomienda implementar la elaboración de material didáctico y PPT para reforzar su aprendizaje y mejorar su rendimiento académico.

Se recomienda resolver ejercicios mediante trabajo colaborativo y trabajo en equipo para lograr interactuar entre estudiantes y/o docente afianzando y fortaleciendo su aprendizaje.

VI. BIBLIOGRAFÍA

Arango Aramburú, J. E. (2015). La interacción verbal docente-estudiante y la competencia para resolver problemas en la asignatura Matemática para los Negocios I, en estudiantes del I ciclo de la Facultad de Administración y Negocios de la Universidad Tecnológica del Perú (UTP) 2014.

Callejo, M., & Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación matemática Venezolana*, *10*(2), 173-194.

Cantero, J. M. M., & Vázquez, M. D. M. (2008). Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de ESO. *Revista de Investigación Educativa*, *26*(1), 209-226.

Díaz, F., & Hernández, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. *Una interpretación constructivista*, *2*, 1-27.

Edwin J. Purcell, Dale Varberg, Steven E. Rigdon Cálculo diferencial e Integral. Pearson Educación, México, 2007. Novena Edición.

Facundo, L. (2002). Aprendizaje Significativo.

Ferrero, E. L., & Oloriz, M. G. (2015). Aplicación de estrategias motivacionales para mejorar la enseñanza de matemática introductoria en la educación superior. In *Congresos CLABES*.

George Siemens y por Stephen Downesen el año 2014.

Hidalgo Alonso, S., Maroto Sáez, A. I., & Palacios Picos, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas?: Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de educación*.

Loret de Mola Garay, J. E. (2011). Estilos y estrategias de aprendizaje en el rendimiento académico de los estudiantes de la Universidad Peruana'Los Andes' de Huancayo-Perú. *Revista de estilos de aprendizaje*.

Morrillo, B. (2000). Aprendizaje Significativo.

Rivera, J. P. (2014). Empleo del software educativo y su eficiencia en el rendimiento académico del cálculo integral en la Universidad Peruana Unión, filial Tarapoto. *Apuntes Universitarios. Revista de Investigación*, *4*(1), 43-56.

Ramírez, T. G. (2000). Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas: un estudio evaluativo. *Revista de Investigación educativa*, *18*(1), 175-199.

Rojas, N., Carretero Torres, M. D. L. R., & Álvarez Valdivia, I. (2012). Estrategia colaborativa de enseñanza de las matemáticas entre estudiantes de Ingeniería. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, *16*(63), 085-092.

Sánchez Rosal, A. A. (2012). Incorporacion de las TICs en el aprendizaje de la matemática en el sector universitario. *Revista de educación matemática*, *27*(3), 26-38

Spivak, Michael Calculus 4ª ed. 2014.

Referencias web

1. https://www.significados.com/metodologia/
2. https://fiarn.unac.edu.pe/images/COMISION_DE_GRADOS_Y_TITULOS/REGLAMENTOS-DIRECTIVAS/2022/FEBRERO/099-21-CU_REGLAMENTO_GRADOS_Y_TITULOS.pdf
3. https://www.ingenioempresa.com/diagrama-causa-efecto/
4. http://tambara.org/wp-content/uploads/2021/04/DIAGRAMA-ISHIKAWA_FINAL-PDF.pdf
5. https://www.unac.edu.pe/oficina-de-planificacion-y-presupuesto/reglamento-de-organizaciones-y-funciones-rof-2017.html
6. https://repositoriodigital.uns.edu.ar/bitstream/handle/123456789/5372/Rodr%C3%ADguez%2C%20Julieta%20.%20Tesina.pdf?sequence=1&isAllowed=y

ANEXOS

ANEXO 1 Declaración jurada

MARCO ANTONIO VILLOTA CERNA
ABOGADO - NOTARIO DE LIMA
AV. PROCERES DE LA INDEPENDENCIA - 2340 S.J.L.
TELEFONO 691-4946
VEHICULAR TELF 632-7620
email: informes@notariavillota.com
web: www.notariavillota.com

DECLARACIÓN JURADA

Yo Floresmilo Isaac Flores Ostos, identificado con DNI N° 09653904 con domicilio en Jr. Las Ortigas N° 1749 Urb. San Hilarión – SJL. **DECLARO BAJO JURAMENTO** que el contenido de este informe corresponde a mi autoría, según Art. 62 del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Callao. Aprobado con Resolución N°099-2021-CU del 30 de junio de 2021.

Así mismo **DECLARO** que conozco las normas, reglamentos y directivas que rigen este proceso de Ciclo Taller de Trabajo de Suficiencia Profesional.

Lima, 2 de diciembre de 2022.

F. Isaac Flores Ostos

Floresmilo Isaac Flores Ostos

DNI: 09653904

CERTIFICACIÓN AL DORSO

MARCO VILLOTA CERNA, ABOGADO - NOTARIO DE LIMA, CERTIFICO QUE: LA FIRMA QUE ANTECEDE CORRESPONDE A:==
FLORESMILO ISAAC FLORES OSTOS IDENTIFICADO CON D.N.I. N° 09653904.=========================
SE DEJA CONSTANCIA QUE CONFORME A LOS DISPUESTO EN EL ARTICULO 108° DEL D. LEG. N° 1049, QUE: LA NOTARIA NO ASUME RESPONSABILIDAD SOBRE EL CONTENIDO DEL PRESENTE DOCUMENTO. DE TODO LO QUE DOY FE.===
LIMA, VIERNES, 2 DE DICIEMBRE DE 2022.======================================
NMVC/KTB/N° 19513.==

FIRMA Paul Jhon Hinojosa Carrillo
NOTARIO DE LIMA, POR LICENCIA DEL TITULAR
MARCO A. VILLOTA CERNA SEGÚN RESOLUCIÓN
N° 511 - 2022- CNLID

COLEGIO DE NOTARIOS DE LIMA MMXXII

VºBº	
BOLETA	FACTURA
193739	

ANEXO 2 Carta de consentimiento de uso de información

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICA

"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

CARTA DE CONSENTIMIENTO DE USO DE INFORMACION

Callao, 13 de octubre del 2022.

Sr.
Floresmilo Isaac Flores Ostos
Bachiller en Matematica de la FCNM
Presente.-

Asunto: Consentimiento de uso de información

Tengo el agrado de dirigirme a usted en la calidad de Decano de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, a fin de saludarlo cordialmente y a su vez, según lo solicitado por su persona, comunicarle lo siguiente.

Otorgarle el consentimiento para el uso de información documental perteneciente a la FCNM-UNAC, para fines académicos en cuanto a la titulación de su respectiva Carrera Profesional, información que será usada e incluida en el respectivo informe de experiencia profesional del Sr. **Bach. FLORESMILO ISAAC FLORES OSTOS**, identificado con **DNI N° 09653904**, que se desempeñó como de Jefe de Practica según el siguiente cuadro:

N°	RESOLUCIÓN
01	RESOLUCIÓN DE CONSEJO UNIVERSITARIO N° 070-2014-CU
02	RESOLUCIÓN DE CONSEJO UNIVERSITARIO N° 031-2015-CU.
03	RESOLUCIÓN DE CONSEJO UNIVERSITARIO N° 141-2016-CU.
04	RESOLUCIÓN RECTORAL N° 101-2018-R
05	RESOLUCIÓN DECANAL N° 034-2013-D-FCNM.
06	RESOLUCIÓN DECANAL N° 011-2013-D-FCNM.
07	RESOLUCIÓN DECANAL N° 051-2014-D-FCNM.
08	RESOLUCIÓN DE COMISIÓN DE GOBIERNO N° 133-2014-CG-FCNM
09	RESOLUCIÓN DE COMISIÓN DE GOBIERNO N° 172-2014-CG-FCNM

En esta institución de forma satisfactoria y con responsabilidad.

Sin otro particular me despido ante usted.

Atentamente,

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

ANEXO 3 Sílabo del curso Cálculo diferencial e integral

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE FÍSICA – ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

SÍLABO

I. *DATOS GENERALES:*

1.1	Nombre de la asignatura	:	**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**
1.2	Código y grupo horario	:	MA-101 G.H. 01F
1.3	Ciclo de estudios	:	I
1.4	Créditos	:	08
1.5	Total de horas semestrales	:	136
1.6	Horas por semanas	:	Teoría : 05 Práctica : 03
1.7	Semestre Académico	:	2016-B
1.8	Fecha de inicio	:	15 de Agosto de 2016
1.9	Fecha de término	:	16 de Diciembre de 2016
1.10	Duración	:	17 semanas
1.11	Pre – requisito	:	Ninguno
1.12	Profesor responsable (T)	:	**Lic. Willy David, BARAHONA MARTINEZ**
1.13	Profesor responsable (P)	:	**Bach. Floresmilo Isaac, FLORES OSTOS**

II. *FUNDAMENTACIÓN:*

2.1 Aporte de la asignatura al perfil profesional

Desarrollar en el estudiante de la carrera profesional de Física la competencia necesaria que le permita analizar y resolver con éxito los problemas relacionados a su entorno, relacionando los conceptos, leyes, principios y aplicaciones fundamentales del cálculo diferencial e integral con otras disciplinas vinculadas al desarrollo científico y tecnológico.

2.2 Sumilla

La asignatura de Calculo diferencial e integral un curso especializado de naturaleza teórico-práctica y desarrolla las ideas fundamentales del cálculo diferencial e integral tales como: Limite y continuidad de funciones reales, la derivada de una función real y sus aplicaciones, la integral indefinida, métodos de integración, la integral definida y sus aplicaciones, integrales impropias, áreas, volúmenes, superficies y coordenadas polares.

III. *COMPETENCIAS GENERALES*

- Aplica e interpreta los conceptos y principios básicos del cálculo diferencial e integral para la comprensión de las propiedades de la derivada e integral.
- Comprende e identifica la naturaleza de los fenómenos reales, y desarrolla la capacidad de razonamiento para resolver problemas físico-matemáticos vinculados al desarrollo científico y tecnológico de otras disciplinas donde se requieran conocimientos del cálculo diferencial e integral.
- Participa y colabora en actividades académicas mediante el uso, análisis e interpretación de información científica.

IV. *PROGRAMACIÓN DE CONTENIDOS:*

PRIMERA UNIDAD DIDÁCTICA: Introducción: Conjuntos. Funciones. Límites y Continuidad de Funciones de Variable Real.

1. **DURACIÓN EN SEMANAS: 05**

2. **COMPETENCIAS DE UNIDAD:**
   - Conoce los conjuntos y funciones. Aplica para determinar dominio, rango y grafica de las funciones.
   - Conoce y maneja la teoría de los diferentes tipos de límites para aplicarlos a la gráfica de asíntotas de funciones.

- Comprende la teoría de funciones continuas y sus propiedades con el fin de aplicarlas y relacionarlos a problemas relacionados con funciones discontinuas.

3. **CONTENIDOS ACTITUDINALES:**
   - Participación e intervenciones en las sesiones de aprendizajes.
   - Muestra interés por los temas desarrollados y participa en la solución de los problemas.
   - Realiza la práctica calificada con responsabilidad.

SEMANA	CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	ACTIVIDADES Y EVALUACIONES
PRIMERA 16/08 AL 19/08	**Sesión 1:** Introducción: Conjunto de Números Reales, propiedades. **Sesión 2:** Relaciones binarias. Tipos. Propiedades. Funciones; dominio, imagen, operaciones.	• Exposición de los contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 3** • Práctica dirigida Nº 1. Resolución de ejercicios **Sesión 4** • Práctica dirigida Nº 1. Resolución de ejercicios
SEGUNDA 22/08 AL 26/08	**Sesión 5:** Funciones elementales y gráfica de una función. Composición de funciones. Función inversa, propiedades. **Sesión 6:** Función exponencial, Logarítmica e Hiperbólica. Propiedades.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 7** • Práctica dirigida Nº 2. Resolución de ejercicios **Sesión 8** • Práctica dirigida Nº 2. Resolución de ejercicios
TERCERA 29/08 AL 02/09	**Sesión 9:** Límites de funciones. Definición. Propiedades. Interpretación geométrica. Límites de expresiones indeterminadas. Límites trigonométricos.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes.	**Sesión 10** • Práctica dirigida Nº 3. Resolución de ejercicios **Sesión 11** • Práctica dirigida Nº 3. Resolución de ejercicios
CUARTA 05/09 AL 09/09	**Sesión 12:** Límites de expresiones logarítmicas y exponenciales. Límites Laterales. **Sesión 13:** Límites infinitos, límites al infinito. Continuidad de Funciones. Propiedades.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes.	**Sesión 14** • Práctica dirigida Nº 4. Resolución de ejercicios **Sesión 15** • Práctica dirigida Nº 4. Resolución de ejercicios
QUINTA 12/09 AL 16/09	**Sesión 16:** Teorema del Valor Intermedio (TVI). Propiedades de la continuidad. Teoremas sobre continuidad de funciones en un intervalo cerrado. **Sesión 17:** Discontinuidad. Tipos de discontinuidades. Interpretaciones geométricas. Asíntotas de funciones.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 18** • Práctica dirigida Nº 5. Resolución de ejercicios **Sesión 19** • Práctica dirigida Nº 5. Resolución de ejercicios

SEGUNDA UNIDAD DIDÁCTICA: Derivada de Funciones de Variable Real y sus Aplicaciones.

1. **DURACIÓN EN SEMANAS: 05**

2. **COMPETENCIAS DE UNIDAD**

- Conoce y resuelve problemas de rectas tangentes y normales
- Comprende los métodos Método de Newton. Tangentes a dos curvas.
- Comprende la teoría general. Reconoce los máximos y mínimos locales y absolutos de funciones.
- Reconoce y determina los puntos críticos y de inflexión, así como la concavidad.
- Conoce y resuelve problemas sobre graficas de funciones aplicando la derivada. Determina la curvatura de una curva.

3. **CONTENIDOS ACTITUDINALES:**

- Participación e intervenciones en las sesiones de aprendizajes.
- Muestra interés por los temas desarrollados y participa en la solución de los problemas.
- Realiza la práctica calificada y el examen parcial con responsabilidad.

SEMANA	CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	ACTIVIDADES Y EVALUACIONES
SEXTA 19/09 AL 23/09	**Sesión 20:** La Derivada: interpretación geométrica. Reglas de derivación. Derivada de funciones trigonométricas. **Sesión 21:** Diferenciabilidad y continuidad. Derivada Logarítmica y exponencial. Regla de la cadena. Propiedades.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 22** • Práctica dirigida N° 6. Resolución de ejercicios **Sesión 23** • **PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA**
SEPTIMA 26/09 AL 30/09	**Sesión 24:** Derivación implícita. Derivada de la función inversa. Propiedades. **Sesión 25:** Máximos y mínimos locales y absolutos. El Principio de Fermat. Propiedades.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 26** • Práctica dirigida N° 7. Resolución de ejercicios **Sesión 27** • Práctica dirigida N° 7. Resolución de ejercicios
OCTAVA 03/10 AL 07/10		• Evaluación escrita.	**Sesión 28** • **EXAMEN PARCIAL.**
NOVENA 10/10 AL 14/10	**Sesión 29:** Teorema de Rolle. Teorema del Valor Medio (TVM). TVM de Cauchy. **Sesión 30:** Criterio de la Primera derivada, grafica de funciones. Derivadas de orden superior.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos	**Sesión 31** • Práctica dirigida N° 8. Resolución de ejercicios. **Sesión 32** • Práctica dirigida N° 8. Resolución de ejercicios
DECIMA 17/10 AL 21/10	**Sesión 33:** Concavidad. Puntos de inflexión. Criterio de la segunda derivada. Interpretación física de la segunda derivada. Grafica de funciones. Aplicaciones. **Sesión 34:** Regla de L'Hospital. Teorema del valor intermedio para derivadas. Aplicaciones.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos	**Sesión 35** • Práctica dirigida n° 9. Resolución de ejercicios **Sesión 36** • Práctica dirigida N° 9. Resolución de ejercicios

TERCERA UNIDAD DIDÁCTICA: Integrales Indefinidas. Métodos de integración. Integral Definida. Suma de Riemann. Aplicaciones de la integral definida.

1. **DURACIÓN EN SEMANAS: 07**

2. **COMPETENCIAS DE UNIDAD**

- Comprende y resuelve problemas sobre integración inmediata
- Conoce las técnicas de integración mediante el método del cambio de variable, integración por partes e integración de funciones trigonométricas.
- Resuelve problemas sobre integral definida y sus propiedades, determina el área bajo una curva y el área definida por dos curvas.
- Conoce y comprende los teoremas fundamentales del cálculo diferencial e integral.
- Realiza integración impropia, y resuelve problemas usando criterios de convergencia.
- Resuelve problemas mediante coordenadas polares.

3. **CONTENIDOS ACTITUDINALES:**

- Participación e intervenciones en las sesiones de aprendizajes.
- Muestra interés por los temas desarrollados y participa en la solución de los problemas.
- Realiza la práctica calificada y el examen final con responsabilidad.

SEMANA	CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	ACTIVIDADES Y EVALUACIONES
DECIMA PRIMERA 24/10 AL 28/10	**Sesión 37:** La anti derivada, integral indefinida. Integrales inmediatas. Integración por sustitución algebraica **Sesión 38:** Integración mediante el cambio de variable. Integración por partes. Integración de funciones trigonométricas.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 39** • Práctica dirigida N° 10 Resolución de ejercicios **Sesión 40** • **SEGUNDA PRÁCTICA CALIFICADA**

DECIMA SEGUNDA 31/10 AL 04/11	**Sesión 41:** Integración por sustitución trigonométrica. Integración por sustitución de funciones racionales por descomposición en fracciones simples. Integración de funciones racionales trigonométricas.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 42** • Práctica dirigida Nº 11 Resolución de ejercicios. **Sesión 43** • Práctica dirigida Nº 11 Resolución de ejercicios
DECIMA TERCERA 07/11 AL 11/11	**Sesión 44:** Integración de funciones irracionales. Integración del binomio diferencial. **Sesión 45:** Cálculo de áreas. Construcción de la integral. Sumas de Riemann. Integral definida. Propiedades. Teorema del valor intermedio para integrales.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 46** • Práctica dirigida Nº 12 Resolución de ejercicios. **Sesión 47** • Práctica dirigida Nº 12 Resolución de ejercicios.
DECIMA CUARTA 14/11 AL 18/11	**Sesión 48:** Primer y Segundo Teorema Fundamental del Calculo Integral Áreas de regiones planas. **Sesión 49:** Volúmenes de sólidos de revolución: método del anillo, del disco y de la corteza cilindrica. Longitud de arco en coordenadas rectangulares.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes. • Resolución de problemas e interpretación de los resultados obtenidos.	**Sesión 50** • Práctica dirigida Nº13. Resolución de ejercicios. **Sesión 51** • Práctica dirigida Nº13. Resolución de ejercicios.
DECIMA QUINTA 21/11 AL 25/11	**Sesión 52:** Trabajo. Momentos de inercia. Centro de masa. Centro de gravedad. **Sesión 53:** Integrales impropias. Criterios de convergencia. Coordenadas polares. Área en coordenadas polares.	• Exposición de contenidos conceptuales propuestos. • Propiciar la participación de los estudiantes.	**Sesión 54** • Práctica dirigida Nº14. Resolución de ejercicios. **Sesión 55** • **TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA**
DECIMA SEXTA 28/11 AL 02/12		• **ENTREGA DE NOTAS DE PRACTICA** • Evaluación escrita.	**Sesión 56** **EXAMEN FINAL**
DECIMA SEPTIMA 05/~~12 AL~~ 09/12		• Evaluación escrita.	**Sesión 57** **Examen sustitutorio.** • Entrega de notas.

V. *ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS*

A fin de lograr un mejor desarrollo del aprendizaje, se emplearán permanentemente las siguientes estrategias metodológicas:

a. **Clases magistrales:** Son sesiones teórico-prácticas en las cuales se brindan los conceptos fundamentales del curso sobre los cuales se basa el trabajo semanal. El profesor a cargo discutirá los principales conceptos, sus relaciones y aplicaciones utilizando el lenguaje matemático para expresar los diferentes modelos explicativos de los fenómenos naturales y las teorías correspondientes.

b. **Prácticas dirigidas (seminarios de problemas):** Los estudiantes desarrollarán, discutirán y analizarán, con la guía y orientación del profesor, casos relacionados a los temas tratados en las clases magistrales, permitiendo así la integración de los conceptos matemáticos y la aplicación de los mismos en situaciones concretas mediante la resolución de problemas.

c. **Asesorías:** Son sesiones de consulta relacionadas a la asignatura, fuera de clase y en horario coordinado con los estudiantes, donde podrán acercarse para dilucidar cualquier duda que surja respecto a los temas desarrollados.

VI. *MATERIALES EDUCATIVOS Y OTROS RECURSOS DIDÁCTICOS*

En las clases teóricas y prácticas de aula, se usarán tizas, plumones, pizarra, calculadora, libros y apuntes de clase. En algunos tópicos, según sea el caso, se empleará también cañón multimedia, retroproyectores, así como la utilización de páginas web vía internet.

VII. INDICADORES, TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

7.1 Instrumentos de Evaluación

- *Sistema de calificación:* Escala vigesimal (0 – 20).
- *Examen parcial (EP):* Evaluación escrita, de carácter teórico-práctico, de los contenidos tratados en las clases magistrales y prácticas dirigidas correspondientes a cada unidad desarrollada. **Se aplicará en la octava semana**, según la programación establecida.
- *Examen final (EP):* Evaluación escrita, de carácter teórico-práctico, de los contenidos tratados en las clases magistrales y prácticas dirigidas correspondientes a cada unidad desarrollada después del examen parcial. **Se aplicará en el décimo sexta semana**, según la programación establecida.
- **Exámenes sustitutorios (ES)**: Evaluación escrita, de carácter teórico-práctico, de los contenidos tratados en las clases magistrales y prácticas dirigidas correspondientes a las unidades desarrolladas en toda la asignatura, cuya nota reemplazará a la calificación obtenida en el examen parcial o final, o a la de aquel examen no rendido. Se aplicarán en la décimo séptima semana, según la programación establecida.
- *Prácticas calificadas:* Son evaluaciones escritas de carácter práctico, correspondientes a los temas tratados en las prácticas dirigidas. Se aplicarán tres (03) prácticas calificadas, según la programación establecida, y cuyo promedio (**PP**) se obtendrá de la media aritmética de estas notas.

7.2 Evaluación

- Para aprobar la asignatura, el estudiante deberá alcanzar el promedio mínimo de **once (11)** en la nota final del curso. La fracción igual o mayor que 0.5 en el promedio final se considera a favor del estudiante.
- La nota final del curso (**NF**) se obtendrá de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\boxed{NF = \frac{EP + EF + PP}{3}}$$

VIII. BIBLIOGRAFÍA

8.1 BIBLIOGRAFÍA BASICA

1. MUNOZ R. J., **Cálculo Diferencial & Integral I**. Editorial UFRJ. Rio de Janeiro 2007.
2. PURCELL E. J., **Cálculo**, Editorial Pearson, México, 2007.
3. PENNEY E., **Cálculo**, Editorial Pearson, México, 2008.
4. STEWART J., **Cálculo**, Cengage Learning, Mexico 2008.

8.2 BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

1. APOSTOL T. M., **Calculus vol 1**, Editorial Reverte, México, 2008.
2. FINNEY R. L., **Cálculo de una Variable**, Editorial Prentice Hall, México, 2000.
3. LEITHOLD L., **Cálculo con Geometría Analítica**, Editorial Harla, México, 2009.
4. LARSON – HOSTETLER, **Cálculo Diferencial**, Editorial Mc. Grawhill, México, 2006.

Bellavista, 15 de agosto de 2016.

ANEXO 3: INSTRUMENTOS VALIDADOS

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Curso: **CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL** *Semestre*: **2016 – B**

PRÁCTICA CALIFICADA N° 01

1. **(6 Puntos)**

i) Si $b \neq 0$ y $d \neq 0$, demuestre que

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a.d+b.c}{b.d}$$

ii) Si $\forall a,b,c \in \mathbb{R}$, demuestre que

$$a.b+b.c+a.c \leq a^2+b^2+c^2$$

iii) Sean $a,b,c \in \mathbb{R}^+$. Pruebe la desigualdad

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$$

iv) Si $a^2+b^2=1$ y $c^2+d^2=1$, entonces $a.c+b.d \leq 1$

2. Sean $a_1,a_2,\ldots,a_n$ y $b_1,b_2,\ldots,b_n$ números reales. Demostrar que **(3 Puntos)**

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i.b_i\right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^{n} {a_i}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} {b_i}^2\right)$$

Desigualdad de Cauchy – Schwarz

3. Si $a,b,c \in \mathbb{R}^+$ y distintos entre sí. Pruebe que **(3 Puntos)**

$$\frac{a+b+c}{3} > \frac{(a.b+b.c+a.c)^{\frac{1}{2}}}{3} > (a.b.c)^{\frac{1}{3}}$$

4. Resolver **(5 Puntos)**

$$i)\quad \frac{(x^2+x+1)\sqrt{\frac{|x-1|-2}{|x-3|+4}}}{(|x|+1)(x^2-5x+6)} > 0 \qquad ii)\quad \sqrt{\frac{x|x-1|-12}{|x+3|+1}-\frac{||x-1|-3|}{|x-1|+5}}+\sqrt[4]{11-x} \geq 0$$

5. Si a,b,c son cantidades positivas. Demuestre que **(3 Puntos)**

$$\frac{a^2+b^2}{a+b}+\frac{b^2+c^2}{b+c}+\frac{a^2+c^2}{a+c} \geq a+b+c$$

Profesor : Flores Ostos F. Isaac Bellavista, 8 de setiembre del 2016

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Curso: **CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL** *Semestre*: **2016 – *B***

PRÁCTICA CALIFICADA N° 02

INSTRUCCIONES:

- *Los ejercicios deben ser desarrollados en forma ordenada y sustentada a la vez.*
- *No se tomará en cuenta para su calificación, aquellos ejercicios que no muestra coherencia o no son legibles, y no se permite el uso de calculadoras y/o instrumentos electrónicos.*

1. Si f es una función, cuya regla de correspondencia es: **(3 Puntos)**

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 12}{3x + 6}, x \in]-5; -3[$$

Analice si f es inyectiva. ¿Cuál es el rango de f?

2. Demuestre que el producto de una función impar y una par, es impar. **(2 Puntos)**

3. Un cilindro se obtiene haciendo girar un rectángulo alrededor del eje X^+, de tal manera que su base está en el eje X y el rectángulo está totalmente contenido en la región limitada por $g(x) = -x^2 + 4x$ y el eje X^+. Si se define

$$f(x) = \frac{V(x)}{\pi(-x^2 + 4x)} - 2x^3$$

Donde $V(x)$ es el volumen del cilindro, $0 < x < 4$. Determinar el dominio, regla de correspondencia y el rango de f. **(4 Puntos)**

4. Demostrar aplicando la definición de límites: **(3 Puntos)**

$$a) \lim_{x \to 5}\left(\frac{4}{x-3}\right) = 2 \qquad b) \lim_{x \to 0}\left(\frac{x^2 sen\left(\frac{1}{x}\right)}{4 + senx}\right) = 0$$

5. Calcular los siguientes límites. **(4 Puntos)**

$$a) \lim_{x \to 0}\left(\frac{sen(\cos(asenx) - \cos(btanx))}{x^2}\right) \qquad b) \lim_{x \to 1}\left(\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x} + 2} - \sqrt{3}}{\sqrt{x} - 1}\right)$$

6. Dada la función f con regla de correspondencia **(4 Puntos)**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+12} - \sqrt{20-x}}{\sqrt{x+8} - 2\sqrt{3}}, & si\ 0 \leq x < 4 \\ tan\left(\dfrac{\pi x}{a}\right), & si\ 4 \leq x < 5 \end{cases}$$

Hallar a para que f sea continua en $x = 4$.

Prof : Flores Ostos F. Isaac

Bellavista, 20 de Octubre del 2016

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Curso: **CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL** *Semestre*: **2016 – *B***

PRÁCTICA CALIFICADA N° 03

INSTRUCCIONES:

- *Los ejercicios deben ser desarrollados en forma ordenada y sustentada a la vez.*
- *No se tomará en cuenta para su calificación, aquellos ejercicios que no muestra coherencia o no son legibles, y no se permite el uso de calculadoras y/o instrumentos electrónicos.*

1. Compruebe si se cumple el **Teorema de Rolle** para las siguiente función dada en el intervalo que se indica. Si así fuera, halle el valor o los valores que lo satisface: **(1,5 Puntos)**

$$f(x)=\begin{cases} 2x & ; \ 0\leq x\leq 1 \\ -x+3 & ; \ 1<x\leq 3 \end{cases}, \text{ en } [0;3]$$

2. Determine si el **Teorema del Valor Medio (T.V.M)** es aplicable a la siguiente función dada en el intervalo que se indica. Si así fuera, halle el valor o los valores que lo verifica. **(1,5 Puntos)**

$$f(x)=\sqrt{x^2+9}, \text{ en } [0;4]$$

3. Calcular los siguientes límites, aplicando la **Regla de L'Hospital.** **(3 Puntos)**

$$i).\ \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{\cos(3x)-e^x} \qquad ii).\ \lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{senx}}{x-senx}$$

4. **(4 Puntos)**

i) Si f es diferenciable en $x=a$, probar que:

$$\lim_{x\to a}\frac{xf(a)-af(x)}{x-a}=f(a)-af'(x)$$

ii) Demostrar que la función $y=c_1e^{-x}+c_2e^{-2x}$ satisface la ecuación diferencial $y''+3y'+2y=0$, siendo c_1, c_2 son constantes.

5. Si $h(x)=f(\text{arcsen}(x))+g(\text{arc}\cos(x))$, $f'(0)=2$, y $g'\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$. Determine $h'(0)$

(2 Puntos)

6. Dos barcos parten simultáneamente de un puerto, uno viaja al Sur a una velocidad de 30 km/h y el otro hacia el Este a una velocidad de 40 km/h. Después de 2 horas cual es la velocidad de separación de los barcos. **(3 Puntos)**

7. Dada la función f con regla de correspondencia: $f(x)=\frac{xe^x}{x+1}$ **(5 Puntos)**

i) Determine las ecuaciones de las asíntotas verticales , horizontales y oblicuas de f

ii) Determine los intervalos de crecimiento, decrecimiento y los puntos extremos locales de f

iii) Determine los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de f.

iv) Trace la gráfica de la función

Prof : Flores Ostos F. Isaac Bellavista, 24 de noviembre del 2016

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

PRÁCTICA FINAL

Semestre: **2016 – *B***

INSTRUCCIONES:

- *Los ejercicios deben ser desarrollados en forma ordenada y sustentada a la vez.*
- *No se tomará en cuenta para su calificación, aquellos ejercicios que no muestra coherencia o no son legibles, y no se permite el uso de calculadoras y/o instrumentos electrónicos.*

1. Encuentre f, sabiendo que: **(3 Puntos)**

$$f''(x) = 4 + cosx\ , \qquad f'(0) = -1\ \ y\ \ f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

2. Encuentre la antiderivada F de f que satisface la condición. **(4 Puntos)**

$$i)\ f(x) = 5x^4 - 2x^5\ , \qquad F(0) = 3 \qquad ii)\ f(x) = \frac{x^2 + 2017}{1 + x^2} + x^2 e^{x^3}\ , \qquad F(0) = 2$$

3. Evalué las siguientes integrales: **(5 Puntos)**

$$i)\ \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} (\ln(\operatorname{sen} x) + \ln(\cos x))\cos(2x)\, dx$$

$$ii)\ \int \left(\frac{\operatorname{senh}(x) e^{\tanh^2(x)}}{\cosh^3(x)} + \frac{1}{\sqrt{(1 + x^2)\ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)}} \right) dx$$

4. Sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua e impar y $g(2) = 3$. Si $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es la función definida por $f(x) = x\int_{-2}^{x} g(t)\, dt + \cos(\pi x)$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa 2. **(3,0 Puntos)**

5. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = 2x^2 + 1$, $xy = 3$, $y = \frac{x^2}{9}$ y la recta $8x + 9y - 9 = 0$.

(5,0 Puntos)

ANEXO 4**: EVIDENCIAS**

Material Didáctico

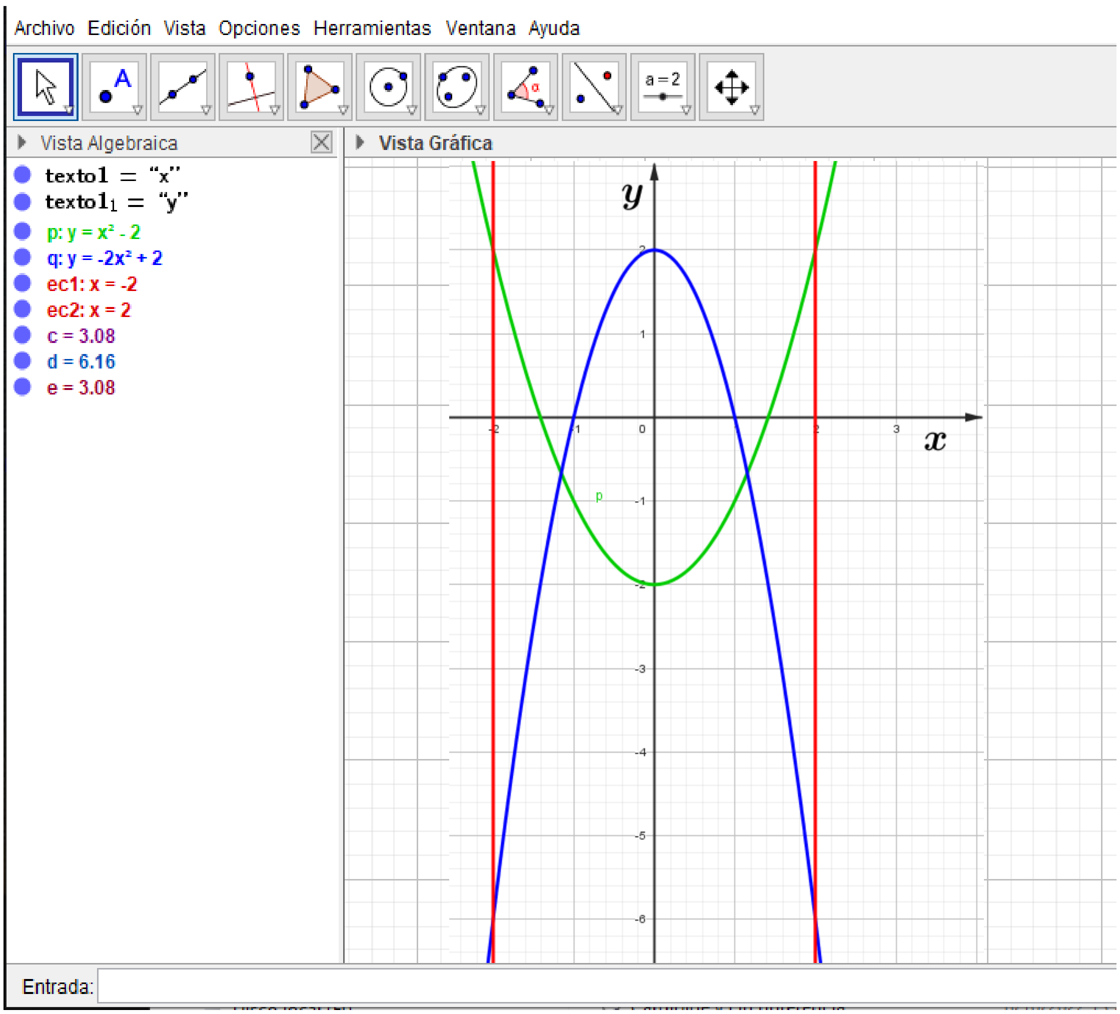
Tema: Áreas de Regiones Planas

Logro: Al finalizar la sesión los estudiantes determinan de manera autónoma el área de una región plana, mediante la integral definida.

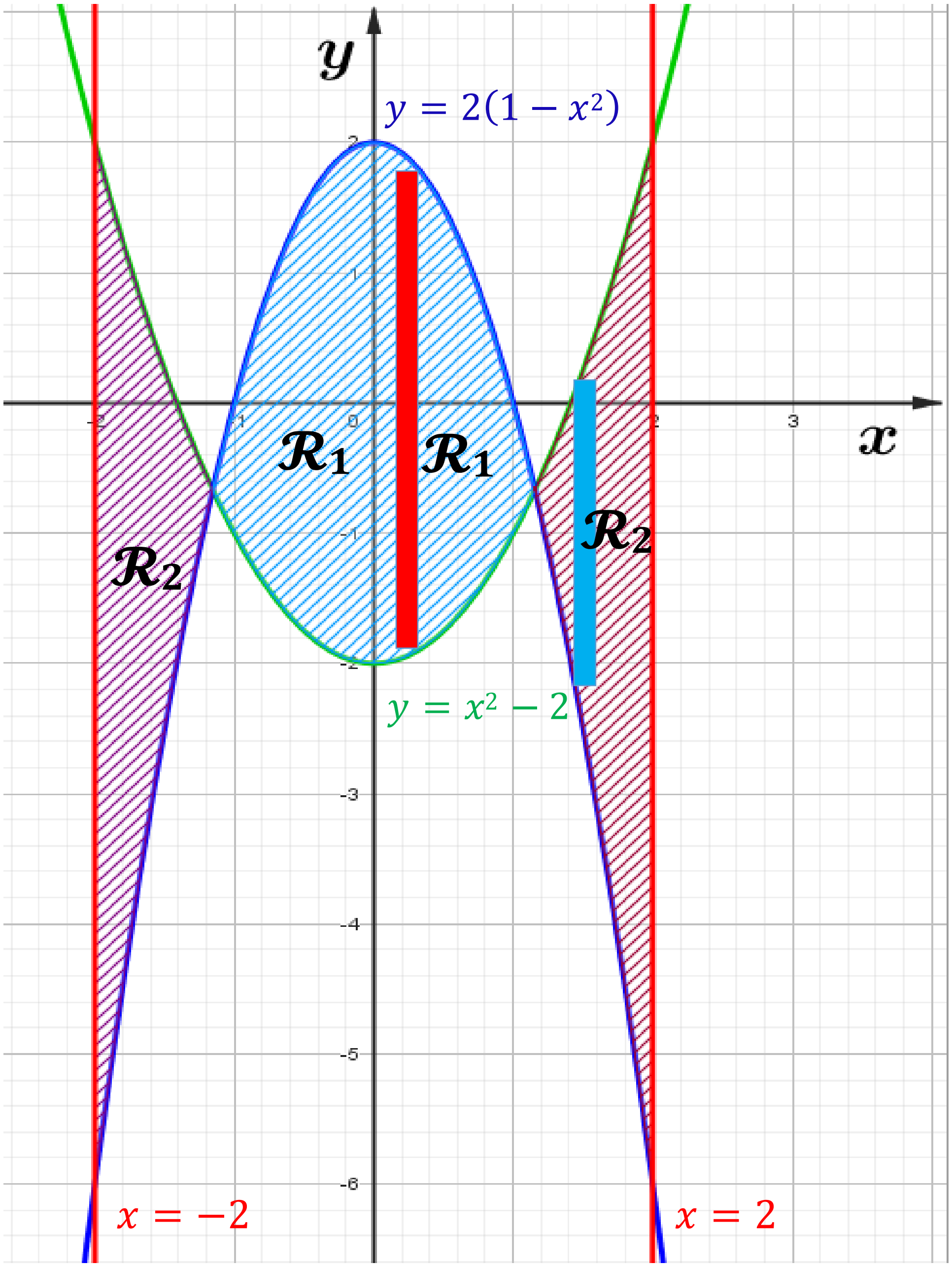
Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = x^2 - 2$, $y = 2(1 - x^2)$, $x = -2$ y $x = 2$.

Solución.

Graficando las curvas, haciendo uso del software Geogebra



Identificando la región limitada (sombreada)



Estudiante: Aplica simetría

$$A(\mathcal{R}) = 2(A(\mathcal{R}_1) + A(\mathcal{R}_2))$$

Describiendo las regiones:

$$\mathcal{R}_1 = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 \colon\ 0 \leq x \leq \frac{2}{\sqrt{3}},\ x^2 - 2 \leq y \leq 2(1 - x^2)\}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{R}_2} = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{2}{\sqrt{3}} \leq x \leq 2\,,\ 2(1 - x^2) \leq y \leq x^2 - 2\}$$

Planteando el diferencial de área

- $dA(\boldsymbol{\mathcal{R}_1}) = [2(1 - x^2) - (x^2 - 2)]dx$ ■ $dA(\boldsymbol{\mathcal{R}_2}) = [x^2 - 2 - 2(1 - x^2)]dx$

Planteando la integral

- $$A(\boldsymbol{\mathcal{R}_1}) = \int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}} [2(1 - x^2) - (x^2 - 2)]\, dx = \int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}} [4 - 3x^2]\, dx$$
$$= [4x - x^3] \Big|_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{16\sqrt{3}}{9}$$

- $$A(\boldsymbol{\mathcal{R}_2}) = \int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{2} [x^2 - 2 - 2(1 - x^2)]\, dx = \int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{2} [3x^2 - 4]\, dx$$
$$= [x^3 - 4x] \Big|_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{2} = 0 - \left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 - 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\right] = \frac{16\sqrt{3}}{9}$$

Finalmente, se obtiene el área de la región

$$A(\boldsymbol{\mathcal{R}}) = 2(A(\boldsymbol{\mathcal{R}_1}) + A(\boldsymbol{\mathcal{R}_2})) = 2\left(\frac{16\sqrt{3}}{9} + \frac{16\sqrt{3}}{9}\right) = \frac{64\sqrt{3}}{9} \approx 12{,}32$$

$$A(\boldsymbol{\mathcal{R}}) \approx 12{,}32$$

Por lo tanto, el área de la región limitada por las curvas es aproximadamente $12{,}32\ u^2$.

ANEXO 5 Práctica dirigida

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Semestre: **2016 – *B***

PRÁCTICA DIRIGIDA DE NÚMEROS REALES

AXIÓMAS DE LOS NUMEROS REALES

ADICIÓN

$\boldsymbol{A1}$: **CLAUSURA O CERRADURA**

$\forall a, b \in \mathbb{R}$, se tiene: $(a+b) \in \mathbb{R}$

$\boldsymbol{A2}$: **CONMUTATIVA**

$\forall a, b \in \mathbb{R}$, se tiene: $a+b=b+a$

$\boldsymbol{A3}$: **ASOCIATIVA**

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$, se tiene: $(a+b)+c=a+(b+c)$

$\boldsymbol{A4}$: **ELEMENTO NEUTRO ADITIVO**

$\forall a \in \mathbb{R}$, $\exists 0 \in \mathbb{R} : a+0=a+0=a$

$\boldsymbol{A5}$: **ELEMENTO INVERSO ADITIVO**

Dado $a \in \mathbb{R}$, $\exists(-a) \in \mathbb{R} : a+(-a)=(-a)+a=0$

MULTIPLICACÍON

$\boldsymbol{M1}$: **CLAUSURA O CERRADURA**

$\forall a, b \in \mathbb{R}$, se tiene: $(a.b) \in \mathbb{R}$

$\boldsymbol{M2}$: **CONMUTATIVA**

$\forall a, b \in \mathbb{R}$, se tiene: $a.b=b.a$

$\boldsymbol{M3}$: **ASOCIATIVA**

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$, se tiene: $(a.b).c=a.(b.c)$

$\boldsymbol{M4}$: **ELEMENTO NEUTRO MULTIPLICATIVO**

$\forall a \in \mathbb{R}$, $\exists 1 \in \mathbb{R} : a.1=a.1=a$

$\boldsymbol{M5}$: **ELEMENTO INVERSO MULTIPLICATIVO**

Dado $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$, $\exists(a)^{-1} \in \mathbb{R} : a.(a)^{-1}=(a)^{-1}.a=1$

DISTRIBUTIVA

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$\boldsymbol{D1}$: $(a+b).c=a.c+b.c$

$\boldsymbol{D2}$: $a.(b+c)=a.b+a.c$

AXIÓMAS DE ORDEN

Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$

$O1$: TRICOTOMÍA

Si $a, b \in \mathbb{R}$, entonces $a > b$, $a = b$ o $a < b$

$O2$: MONOTONÍA DE LA ADICIÓN

Si $a < b$ y $c \in \mathbb{R}$, entonces $a + c < b + c$

$O3$: MONOTONÍA DE LA MULTIPLICACIÓN

Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $a.c < b.c$

$O4$: TRANSITIVIDAD

Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$

1. Dados $a, b, c \in \mathbb{R}$; $a + b = a + c$ entonces $b = c$.

2. Demuestre que el elemento neutro aditivo es único.

3. Demuestre que el elemento inverso aditivo es único.

4. Demuestre que el elemento neutro multiplicativo es único.

5. Demuestre que el elemento inverso multiplicativo es único.

6. Si $a \in \mathbb{R}$, demostrar que $a.0 = 0$

7. Si $a \in \mathbb{R}$, demostrar que $-a = (-1).a$

8. Si $ab \neq 0$, demuestre que $(ab)^{-1} = a^{-1}.b^{-1}$

9. Si $a.c = b.c$, con $c \neq 0$, entonces $a = b$

10. Si $b \neq 0$ y $d \neq 0$, demuestre que

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d + b.c}{b.d}$$

11. Si $a^2 + b^2 = 1$, entonces $-\sqrt{2} \leq a + b \leq \sqrt{2}$

12. Si $a^2 + b^2 = 1$ y $c^2 + d^2 = 1$, entonces $a.c + b.d \leq 1$

13. Si $\forall x \in \mathbb{R}$ y n par . Demuestre que

$$\frac{x^n}{x^{2n} + 1} \leq \frac{1}{2}$$

14. Si $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$, demuestre que

$$a.b + b.c + a.c \leq a^2 + b^2 + c^2$$

15. Si $a \geq 0$ y $b \geq 0$, demuestre que

$$\frac{a + b}{a + b + 1} \leq \frac{a}{b + 1} + \frac{b}{a + 1}$$

16. Si $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$. Demuestre que

$$(a.b + c.d)(a.c + b.d) \geq 4a.b.c.d$$

17. Sean $a, b, c \in \mathbb{R}^+$. Pruebe la desigualdad

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$$

18. Sean $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ y $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Pruebe que

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

19. Sea $a, b \in \mathbb{R}^+$. Pruebe la desigualdad

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$$

20. Si $a > 0$, $b > 0$, $3a \neq 5b$. Demuestre que

$$\frac{3a}{5b} + \frac{5b}{3a} > 2$$

21. Sea a, b y c números reales positivos. Pruebe la desigualdad

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$$

22. Si $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, pruebe que

$$(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8a.b.c$$

23. Si $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$, demuestre que

$$(|a| + |b|)(|b| + |c|)(|a| + |c|) \geq 8|a.b.c|$$

24. Para $|a.b.c| \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$, demuestre que

$$\frac{1}{|a|} + \frac{1}{|b|} + \frac{1}{|c|} \geq \frac{9}{|a| + |b| + |c|}$$

25. Si $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$, demuestre que

$$|a|^3 + |b|^3 + |c|^3 \geq \frac{|a.b|(a+b) + |a.c|(a+c) + |b.c|(b+c)}{2}$$

26. Si $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$, demuestre que

$$a^2.b^2 + b^2.c^2 + a^2.c^2 \geq a.b.c(a+b+c)$$

27. Si $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ y distintos entre sí. Pruebe que

$$\frac{a+b+c}{3} > \frac{(a.b + b.c + a.c)^{\frac{1}{2}}}{3} > (a.b.c)^{\frac{1}{3}}$$

28. Si a, b, c son cantidades positivas. Demuestre que

$$\frac{a^2+b^2}{a+b}+\frac{b^2+c^2}{b+c}+\frac{a^2+c^2}{a+c} \geq a+b+c$$

29. Demostrar que

$$a \leq b \leq c \quad \Longrightarrow \quad |b| \leq |a| + |c|$$

30. Probar que

$$|a| + |b| \geq 2\sqrt{|a|}\sqrt{|b|}$$

31. Demostrar que

$$|x| + |y| = \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \ \wedge \ y = 0$$

32. Probar que

$$|a| + |b| = |a - b| \quad \Leftrightarrow \quad a.b \leq 0$$

33. Demostrar que

$$a, b \in \mathbb{R} \ , a^2 + b^2 = 1 \quad \Longrightarrow \quad |a+b| \leq \sqrt{2}$$

34. Demostrar que $\forall a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$

$$\left|a + \frac{1}{a}\right| \geq \sqrt{2}$$

35. $x, y, z \in \mathbb{R}^+$ tal que $x + y + z = 1$. Pruebe la desigualdad

$$\frac{x.y}{z}+\frac{y.z}{x}+\frac{x.z}{y} \geq 1$$

36. Sea $a, b, c \in \mathbb{R}^+$. Pruebe la desigualdad.

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right) \geq 8$$

37. Sean $a_1, a_2, \dots, a_n$ y $b_1, b_2, \dots, b_n$ números reales. Demostrar que

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i . b_i\right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^{n} {a_i}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} {b_i}^2\right)$$

$$\boldsymbol{Desigualdad\ de\ Cauchy - Schwarz}$$

ANEXO 6 Práctica dirigida

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Curso: **CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL** *Semestre*: **2016 – *B***

PRÁCTICA DIRIGIDA DE FUNCIONES

1. Determine el dominio de las siguientes funciones con reglas de correspondencia.

$a).\ f(x)=\sqrt{x-x^3}$

$b).\ f(x)=\sqrt{1-\sqrt{4-x^2}}$

$c).\ f(x)=\sqrt{\dfrac{2-x}{x+1}}$

$d).\ f(x)=\sqrt[4]{\dfrac{12-8x}{x^2-25}}$

$e)\ f(x)=\sqrt[8]{x^2+4x-12}+\dfrac{3x^2}{\sqrt{20+x-x^2}}$

$f).\ f(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^3-5x}}$

$g).\ f(x)=\sqrt[4]{\dfrac{4}{(x+1)^2}+\dfrac{x-3}{x+1}-49}$

$h).\ f(x)=\sqrt{x^2-4x-5|x+1|+5}$

$i)\ f(x)=\dfrac{\sqrt[4]{|[\![3x]\!]+5|-4}}{x\left[\!\left[\dfrac{x}{5}\right]\!\right]+7x}$

$j).\ f(x)=\sqrt{\dfrac{x-3}{(x+1)(|x|+3)}}$

$k).\ f(x)=\sqrt{4-|x+2|}$

$l).\ f(x)=\sqrt{3x-|x^2-4|}$

2. Dada las siguientes funciones con reglas de correspondencia, trace su respectiva gráfica.

$a)\ f(x)=\begin{cases}[\![x-1]\!], & si\ 4\le x<7\\ \sqrt{|x|}, & si\ x<4\end{cases}$

$b)\ f(x)=Sgn(|x^2-3|-1)$

$c)\ f(x)=\sqrt{3\left[\!\left[\dfrac{x+6}{2}\right]\!\right]+2\left[\!\left[\dfrac{x-4}{2}\right]\!\right]+8}$

$d)\ f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-2}, & 2\le x<6\\ 2x-10, & 6\le x<8\end{cases}$

$e)\ f(x)=\begin{cases}|x-1|, & x<1\\ x^2-2x+1, & x\ge 1\end{cases}$

$f)\ f(x)=\begin{cases}x^2-4, & x\le 3\\ 2x-1, & x>3\end{cases}$

$g)\ f(x)=\begin{cases}2[\![x]\!]+2, & -5\le x\le 1\\ \sqrt{x}, & 1<x\le 4\\ 6, & -7<x<-5\end{cases}$

$h)\ f(x)=\begin{cases}x^2-2x, & 1\le x<4\\ [\![x]\!], & 4\le x\le 8\\ 2x, & 8<x\le 9\end{cases}$

3. Sea la función f con regla de correspondencia

$$f(x)=sen\left(\frac{\pi}{2}[\![x]\!]\right)+sen\left(\frac{\pi}{2}x\right)\ ;\ \ x\in[-2;2]$$

Determinar el rango de f y bosquejar su gráfica.

4. Esboce la gráfica de la función f e indique su dominio y rango.

$i)\ f(x) = \sqrt{9-x^2}\ \text{sgn}\left(\frac{\sqrt{x+2}}{x-1}\right) + \left[\!\left[\frac{2x+5}{x+3}\right]\!\right] - 1$

$ii)\ f(x) = \sqrt{x^2-16}\ \text{sgn}\left(\frac{\sqrt{81-x^2}}{x+6}\right) + \left[\!\left[\frac{5x-9}{x-2}\right]\!\right] - 4$

5. Si $2f(x-2) = x^2+2$, hallar los valores de k tales que el rango de g sea $]3;3[$ donde:

$$g(x) = \frac{f(2x-2)-kx}{f(2x-2)-x^2+x}\ , \qquad \forall x \in \mathbb{R}$$

6. Dadas las funciones f y g hallar $\frac{g}{f}$ donde las reglas de correspondencia son:

$$f(x) = \begin{cases} |x-1|[\![sgn(3-x)]\!]\ , & 0 \le x \le 6 \\ x^2\ , & 6 < x < 10 \end{cases} \quad , \qquad g(x) = \begin{cases} |x-2|\ , & -8 < x \le 3 \\ x|x-2|\ , & 3 < x < 8 \end{cases}$$

7. Demostrar que

a) Si f y g son pares entonces $f+g$ y $f.g$ son pares.

b) Si f y g son impares entonces $f.g$ son par.

8. Sean las funciones f y g cuyas reglas de correspondencias son

$a)\ f(x) = \begin{cases} x\ ;\ x \le 1 \\ -1\ ;\ x > 1 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x^2-8\ ;\ x < 0 \\ [\![x]\!]\ ;\ x \ge 0 \end{cases}$

$b)\ f(x) = \begin{cases} x+2\ ;\ x \le 1 \\ x-1\ ;\ x > 1 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x^2\ ;\ x < 0 \\ 1-x\ ;\ x \ge 0 \end{cases}$

Determine $f \circ g$

9. Si f y g son inyectivas y si existe $f \circ g$, demostrar que $f \circ g$ también es inyectiva.

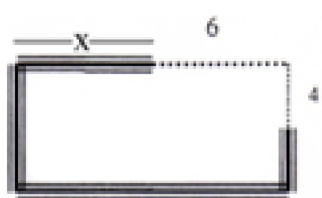
10. Si $f(x) = (|4-x|-3-x)\sqrt{x-6}$, determine $f^{-1}(x)$ si es que existe.

11. Demostrar que f es inyectiva.

$a)\ f(x) = 5 - \sqrt{5-x^2+2x}\ , \qquad -1 < x < 0 \qquad b)\ f(x) = \frac{x+1}{x-1}\ , \qquad x \ne 1$

12. Si f es una función con regla de correspondencia $f(x) = \frac{ax+7}{2x-b}$, hallar los valores de a y b tales que se cumple: $Dom(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{3\}$ y $f(x) = f^{-1}(x)$

13. Se desea construir un terreno de un campo ferial de forma rectangular, el cual tendrá 260 m lineales de cerca. Dicha cerca no incluye la esquina de 10 m lineales, la cual está destinada para la puerta de ingreso (ver gráfico).



a. Exprese el área del terreno en función de x indicando su dominio restringido.

b. ¿Cuáles serán las dimensiones del terreno de modo que éste tenga la mayor área posible?

14. Un rectángulo está inscrito en un triángulo equilátero que tiene 30 cm de perímetro.

a. Exprese el área A del rectángulo como una función de x indicando su dominio restringido, siendo x la longitud de su base.

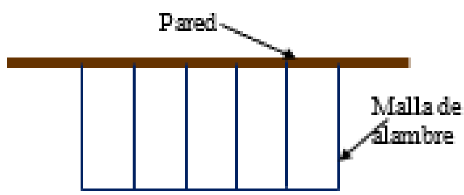
b. Determine las dimensiones del rectángulo de área máxima.

15. Un triángulo isósceles tiene su base a lo largo del eje x, con un vértice en el origen. Si el tercer vértice está en el primer cuadrante sobre la gráfica de $y = 6 - x^2$, determine el área del triángulo como una función de la longitud de su base.

16. Con 90 metros de malla de alambre se construyen 5 compartimientos rectangulares de iguales dimensiones, como se muestra en la figura.

a. Determine una función que permita expresar el área de cada compartimiento, en función de uno de sus lados.

b. ¿Cuál es al área máxima que puede tener cada compartimiento?



17. Con 108 pulgadas cuadradas de material, se desea construir una caja abierta (sin tapa superior) y de base cuadrada. Determine el volumen de la caja en función de una de sus dimensiones.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Semestre: **2016 – *B***

PRÁCTICA DIRIGIDA-LÍMITES-CONTINUIDAD

I. Demostrar aplicando la definición de límites:

1). $\lim\limits_{x\to 1}(3x-2)=1$ 2). $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2-4}{x+2}=-4$ 3). $\lim\limits_{x\to \frac{1}{3}}\frac{9x^2-1}{3x-1}=2$

4). $\lim\limits_{x\to 5}\left(\frac{4}{x-3}\right)=2$ 5). $\lim\limits_{x\to 4}\sqrt{x+5}=3$ 6). $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{5-x}}=\frac{1}{2}$

7). $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x^2.\text{sen}\frac{1}{x}}{3+\text{sen}\,x}\right)=0$ 8). $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+1)=2$ 9). $\lim\limits_{x\to 0}(2-4x)=2$

II. Calcular el valor de los siguientes límites:

1). $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{2x^3+x-3}{x^3+x-2}\right)$ 2). $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{x-1}$ 3). $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{x^4-16}{x^2-x-2}\right)$

4). $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^4-5x^2+4}{x^3+5x^2-4x-20}$ 5). $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$ 6). $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+1}{(x-1)^2}\right)$

7). $\lim\limits_{x\to 4}\left(\frac{x-4}{\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}-2}\right)$ 8). $\lim\limits_{x\to 3}\left(\frac{\sqrt{x^2+16}-5}{x^2-3x}\right)$ 9). $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt[3]{x^3+8}-\sqrt{x^2+4}}{x^2}\right)$

III. Calcular el valor de los siguientes límites trigonométricos:

1). $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{1+\text{sen}\,x}-\sqrt{1-\text{sen}\,x}}{x}\right)$ 2). $\lim\limits_{x\to -2}\left(\frac{\tan \pi x}{x+2}\right)$ 3). $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x-\text{sen}\,\alpha x}{x+\text{sen}\,\beta x}\right)$; $\beta\neq -1$

4). $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[k]{\frac{\cos(mx)-\cos(nx)}{x^2}}$, $k\geq 2$ 5). $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1-\sqrt{\cos x}}{x^2}\right)$ 6). $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x.\text{sen}(\text{sen}2x)}{1-\cos(\text{sen}4x)}\right)$

IV. Calcular el valor de los siguientes límites si existen:

1). $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{|x-1|}$ 2). $\lim\limits_{x\to -3}\frac{|x+3|}{6+2x}$ 3). $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{x^2-1}{|x-1|}+\sqrt{x-\text{sgn}(x-1)}\right)$

4). $\lim\limits_{x\to 0}(x+1)^{|x|}.\text{sgn}\,x$ 5). $\lim\limits_{x\to \sqrt{2}^+}\left(x^2-\text{sgn}(|x^2-1|-1)\right)$ 6). $\lim\limits_{x\to 0}x\sqrt{\frac{25}{x^2}+1}$

V. Si $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{f(x+2)}{\sqrt{-2x-2}}=8$ y $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{g(x+2)}{x^2-4}=3$, calcular $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{g(x)}$

VI. Si $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt[k]{x}-1}{x-1}\right)=L\neq 0$, calcular $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[k]{x+1}-1}\right)$

VII. Si $f(x)=\dfrac{b+x}{b-x}$, $b\neq a$, calcule $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(a+x)-f(a)}{x}$

VIII. Halle los valores de "a" tal que $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{x^2-ax+3x-3a}{x-a}\right)=a^2-27$

IX. Si $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1\ , & x\leq 1 \\ 2ax-b & ,1<x\leq 2 \\ x+1 & ,x>2 \end{cases}$, halle "a" y "b" para que exista los límites de f(x) en $x=1$ y $x=2$

X. Calcular los límites laterales en $x_0=1$ de:

$$f(x)=\begin{cases} (x^2+2)^{[\![x]\!]}\ , & x\geq 1 \\ \sqrt[3]{x} & ,x<1 \end{cases}$$

XI. Calcular los siguientes límites:

1). $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-2x+4}-2x\right)$ 2). $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x(a+x)}-x$ 3). $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x-1}-\sqrt{x^2-x+1}\right)$

4). $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x(x+a)}-x}{x\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)}$ 5). $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-x-3}{\operatorname{sen}^2 x+\cos x}\right)$ 6). $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+9}\right)$

XII. Calcular el límite de "y" en la expresión siguiente:

$$\sqrt{2}^{\sqrt{\frac{x+1}{x}}}=\sqrt[\frac{x-2}{x}]{16^y}\ \text{cuando}\ x\to\infty$$

XIII. Hallar las constantes k y b tal que: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(kx+b-\dfrac{x^3+1}{x^2+1}\right)=0$

XIV. Determinar la continuidad de la siguiente función.

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}\ , & x\neq 2 \\ 4 & ,\ x=2 \end{cases}\ \text{en}\ x=2$$

XV. Si f y g son funciones continuas en x_0. Demuestre que

a. αf es continua en x_0.

b. $f\pm g$ es continua en x_0.

c. $f.g$ es continua en x_0.

d. $\frac{f}{g}$ es continua en x_0, siempre que $g(x_0) \neq 0$.

XVI. Determinar la continuidad de la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} 8x+7 & , -2 < x < -1 \\ 4x^2 - 5 & , -1 < x < 0 \\ -1 & , x = -1 \end{cases} \quad \text{en } x = -1$$

XVII. Determinar la continuidad de la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & , -1 \leq x \leq 0 \\ 2 - x & , 0 < x \leq 3 \\ x^2 - 5x + 8 & , 3 < x \leq 4 \end{cases} \quad \text{en } x = 0 \text{ y } x = 3$$

XVIII. Determinar la continuidad de la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & , x \leq 2 \\ 3 & , x > 2 \end{cases}$$

XIX. Determinar el valor de la constante "a" de modo que la función dada es continua.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & , x \leq 2 \\ 3 & , x > 2 \end{cases}$$

Rpta: $\frac{3}{4}$

XX. Determinar el valor de la constante "m" de modo que la función dada es continua.

$$f(x) = \begin{cases} mx^2 + 1 & , x \leq 2 \\ 4x - 1 & , x > 2 \end{cases}$$

Rpta: $\frac{3}{2}$

XXI. Determinar el valor de la constante "k" de modo que la función dada es continua.

$$f(x) = \begin{cases} k(x^2 - 2) & , x < 0 \\ \cos x & , x \geq 0 \end{cases}$$

Rpta: $-\frac{1}{2}$

XXII. Determinar el valor de la constante "k" de modo que la función dada es continua.

$$f(x) = \begin{cases} -kx^2 & , x < 4 \\ -6x + 16 & , x \geq 4 \end{cases}$$

Rpta: $\frac{1}{2}$

XXIII. Determinar el valor de la constante "k" de modo que la función dada es continua.

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1}+2 \ , & x\geq 1\\ 4x+k \ , & x<1\end{cases}$$ ***Rpta:*** -2

XXIV. Determinar el valor de la constante "a" de modo que la función dada es continua.

$$f(x)=\begin{cases}x^2-4x+7 \ , & x\geq 2\\ ax+1 \ , & x<2\end{cases}$$ ***Rpta:*** 1

XXV. Determinar el valor de la constante "b" de modo que la función dada es continua.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} \ , & x\neq 2\\ b \ , & x=2\end{cases}$$ ***Rpta:*** 4

XXVI. Sea $f(x)=\dfrac{\sqrt{2+\sqrt[5]{x}}-2}{x-32}$; $x\neq 32$. ¿Cómo debe ser f(32) de modo que la función sea continua en $x=32$?.

.

ANEXO 8 Práctica dirigida

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Semestre: **2016 − *B***

PRÁCTICA DIRIGIDA-DERIVADAS

I. Demostrar aplicando la definición de derivada:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

1). $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$ 2). $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

3). $f(x) = \ln(x) \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{x}$ 4). $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

5). $f(x) = \text{sen}(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$ 6). $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\text{sen}x$

7). $f(x) = \tan(x) \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$ 8). $f(x) = \cot x \Rightarrow f'(x) = -\csc^2(x)$

9). $f(x) = \sec(x) \Rightarrow f'(x) = \sec(x)\tan(x)$ 10). $f(x) = \csc(x) \Rightarrow f'(x) = -\csc(x)\cot(x)$

II. Utilizando la definición de derivada, hallar $f'(x)$, si:

1). $f(x) = \dfrac{1+2x}{1-2x}$ 2). $f(x) = \sqrt{3x^2+2}$ 3). $f(x) = 2x^2 - 1$

III. Determine las derivadas de las siguientes funciones (Reglas de derivación):

1). $F(x) = (3-2\,\text{sen}\,x)^5$ **2).** $G(x) = \left(\dfrac{2x+1}{x+5}\right)(x^3+2x^2-x+5)$

3). $F(x) = \sqrt{\dfrac{x+5}{x^2+3}}$ **4).** $F(x) = \dfrac{5}{x} - 3\sqrt[3]{x} + 5$

5). $F(x) = \sqrt{x+\sqrt{1+x^2}}$, en $x = 0$ **6).** $G(x) = (x^4+10x^2+300)^{120}$

7). Si $f(x) = \sqrt[3]{(2x^3-1)^2}$, en x=1 **Rpta.** 4

8). $f(x) = \text{sen}^3\, 5x$ **Rpta.** $f'(x) = 15\ \text{sen}^2\, 5x.\cos 5x$

9). $F(x) = \dfrac{\sec x}{\sqrt{1+\cos x}}$ **10.** $r(\theta) = \left(\dfrac{1+\text{sen}\,\theta}{1-\text{sen}\,\theta}\right)^2$

11). $h(x) = \cos^{10} x\ \text{sen}^{40} x$ **Rpta.** $h'(x) = -10\cos^9 x\,.\,\text{sen}^{41} x + 40\cos^{11} x\,.\,\text{sen}^{39} x$

12). $G(x) = \text{sen}(\text{sen}(x^4+10x^2+300))$

13). $g(x) = \ln(1+x^4)$ **Rpta.** $g'(x) = \dfrac{4x^3}{1+x^4}$

14). $g(x)=x^2\ln(1+x^4)$

15). $y=\dfrac{e^{2x}}{x^2+1}$ **Rpta.** $y'=\dfrac{2e^{2x}\left(x^2+1\right)-2xe^{2x}}{\left(x^2+1\right)^2}$

16). $f(t)=t\,\text{arc}\sec t-\dfrac{1}{2}\text{Ln}\,t$

17). Si $f(x)=\sqrt{x+1}\,e^{\text{Ln}(\sqrt{x+1})}$, calcular $f'(0)$ **Rpta.** $f'(0)=1$

18). $F(x)=e^{4x}\ln(6x^3+10x+50)$

19). $G(x)=x^{e^x}$ **Rpta.** $G'(x)=x^{e^x}\left(e^x\ln x+\dfrac{e^x}{x}\right)$

20). $f(u)=\text{arcsen}\sqrt{1-u^2}$

21). $f(x)=\text{Ln}\left(\dfrac{\text{sen}^2 2x}{x^3}\right)$ **Rpta.** $f'(x)=4\,\text{ctg}(2x)-\dfrac{3}{x}$

22). $f(x)=\sqrt{27+6x-x^2}+3\,\text{arcsen}\left(\dfrac{x-3}{6}\right)+2$

23). Si $f(x)=\sqrt{x+1}\,e^{\text{Ln}(\sqrt{x+1})}$, calcular $f'(0)$ **Rpta.** $f'(0)=1$

24). $f(x)=\arccos\sqrt{\text{sen}x}+\text{arc}\,\text{tg}(\text{sen}\sqrt{x})+\text{sen}(2\,\text{arc}\,\text{tg}\sqrt{x})$

IV. Si $f(x)=(ax+b)senx+(cx+d)cosx$, hallar las constantes a,b,c,d tales que $f'(c)=x.cosx$

V. Sea f y g dos funciones derivables, entonces

i). Si $f(x)g(x)+xf^2(x)=3x,\ f(2)=5,\ g(2)=8$ y $g'(2)=3$. Determine $f'(2)$

ii). Si $\sqrt{f(x)g(x)}+x^2g(x)=lnx-\frac{f(x)}{x},\ f(3)=4,\ g(3)=4$ y $g'(3)=1$. Determine $f'(3)$

iii). Si $h(x)=f(\text{sen}(x)+\cos(x))+g(\text{sen}(x)-\cos(x)),\ f'(1)=2,$ y $g'(1)=3$. Determine $h'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

iv). Si $h(x)=f(\text{arcsen}(x))+g(\text{arc}\cos(x)),\ f'(0)=2,$ y $g'\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$. Determine $h'(0)$

VI. Sea f función derivable, tal que $f'(1)=2$, determine $h'\left(\frac{\pi}{4}\right)$, siendo h una función definida por:

$$h(x)=f(\tan(x))+\text{sen}^2(x)$$

VII. Si f es diferenciable en c, demostrar que:

$$f'(c)=\lim_{h\to 0}\frac{f(c+h)-f(c-h)}{2h}$$

VIII. Problemas de aplicación de la derivada:

1. Hallar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de cada uno de las curvas en los puntos indicados:

   a) $f(x)=2x^3+3x^2+1$ en $P(-2,-3)$ b) $f(x)=\sqrt[3]{x^2+7}$ en $P(1;2)$

   R. $\begin{cases} L_t: y = -3 + 12(x-2) \\ L_n: y = -3 - \dfrac{1}{12}(x-2) \end{cases}$

   c) $f(x)=1+\sqrt[4]{x}+x^{-\frac{2}{3}}-3x^2$ en $P(1,0)$ d) $h(x)=\sqrt[5]{x^3+5}$ en $P(3,2)$

2. Determinar la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica de la curva $f(x)=2x^3-6x+7$ en el punto P donde la pendiente de la tangente es 2.

3. Determinar la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica de la curva $y=f(x)=\sqrt{x^2-8}$ en el punto $P(3;1)$. **R.** $L_t: 3x-y-8=0$ y $L_n: x+3y-6=0$

4. Encontrar una ecuación de cada una de las rectas normales a la curva $f(x)=x^3-4x$ que sean paralelas a la recta $L: x+8y-8=0$ **R.** $L_1: x-8y-2=0$ y $L_2: x+8y+2=0$

5. Determine la ecuación de la recta normal a la curva $y=f(x)=2x^2+3$ que es paralela a la recta $L: x-8y+3=0$. **R.** $L_n: x-8y+90=0$

6. Determine la ecuación de la recta tangente a la curva $y=f(x)=2x^2+3$ que es paralela a la recta $L: x-2y-1=0$. **R.** $L_n: 2x-4y+15=0$

7. Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{11x-14}}$, que sea perpendicular a la recta $L: 48x-11y+3=0$ **R.** $11x+48y-46=0$

8. ¿Para qué valores de a y b la recta $2x+y=b$ es tangente a la parábola $f(x)=ax^2$, cuando $x=2$?

9. ¿Qué ángulo forman al cortarse la hipérbola $y=\dfrac{1}{x}$ y la parábola $y=\sqrt{x}$?

10. Una recta L pasa por el punto $P_0(27,1)$ y es normal a la gráfica de la curva $y=f(x)=x^2-4$ en el punto $P_1(x_1,y_1)$. Hallar la ecuación de la recta L.

11. Encuentre una parábola que tenga la ecuación $f(x)=ax^2+bx$, cuya recta tangente en el punto $(1;1)$ tenga por ecuación $y=3x-2$.

IX. Hallar la ecuación de la tangente a la parábola $x^2=4ay$ en su punto $P(x_0,y_0)$. demostrar que la tangente en el punto cuya abscisa es $x_0=2am$ es: $L_t: x=\dfrac{y}{m}+am$

X. Sea f una función tal que $\forall x \in \mathbb{R}$

$|f(x)-2| \leq ||x|-1|^3$, hallar $f'(-1)$

XI. Sean f y g dos funciones tales que $Dom(f) = Dom(g) = \mathbb{R}$, si:

i) $g(x) = xf(x) + 1,\ \forall x \in \mathbb{R}$

ii) $g(x+y) = g(x)g(y),\ \forall x, y \in \mathbb{R}$

iii) $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$

Probar que $g'(x) = g(x)$

XII. Sean f y g funciones definidas en todo $\mathbb{R}$ que poseen las siguientes propiedades:

i). $f(x+y) = f(x).g(y) + f(y).g(x)$

ii). f y g son diferenciables en $x = 0$, con $f(0) = 0, f'(0) = 1, g(0) = 1, g'(0) = 0$

a) Demostrar que f es diferenciable en todo $\mathbb{R}$ y que $f'(x) = g(x)$

b) Si además se sabe $g(x+y) = g(x).g(y) - f(x).f(y)$, demostrar que g es diferenciable en todo $\mathbb{R}$ y que $g'(x) = -f(x)$

XIII. Si f es diferenciable en $x = a$, probar que:

$$\lim_{t\to 0} \frac{xf(a) - af(x)}{x-a} = f(a) - af'(x)$$

XIV. Determine $g'(0)$, si $g(x) = (x^2+2x+3)f(x)$, donde $f(0) = 5$ y $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-5}{x} = 4$

XV. Sea f una función diferenciable en a, probar:

i). $\lim_{t\to 0} \dfrac{f(a+2t) - f(a)}{t} = 2f'(a)$

ii). $\lim_{t\to 0} \dfrac{f(a+2t) - f(a+t)}{2t} = \dfrac{f'(a)}{2}$

XVI. Si $f(x) = \frac{1}{x+1}$, demostrar que:

$$f'[f(x)] = -\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2$$

XVII. Si $f(x) = \left|x^3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{x^2+1}\right)\right|$, hallar $f'(0)$ por definición.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Semestre: **2016 – *B***

PRÁCTICA DIRIGIDA DE RAZÓN DE CAMBIO-OPTIMIZACIÓN

PROBLEMAS DE RAZÓN DE CAMBIO

1. Se bombea aire a un globo aerostático, de forma esférica, de tal modo que su volumen aumenta a razón de 100 cm^3/s. ¿Con qué razón está aumentando el radio del globo cuando el diámetro es de 50 cm?

2. Un globo está a 100 metros sobre el suelo y se eleva verticalmente a razón de 4 m/s. Un automóvil pasa por debajo viajando con una velocidad de 60 m/s, ¿con qué rapidez cambia la distancia entre el globo y el automóvil medio segundo después?

3. Una escalera de 10 pies de largo se apoya contra una pared vertical. Si la base de la escalera resbala sobre el piso a razón de 1 pies/s, ¿con qué razón resbala la parte superior de la escalera cuando la base está a 6 pies de la pared?

4. Un tanque de agua tiene la forma de un cono circular invertido con radio de la base 2 m y altura 4 m. Si se bombea agua hacia el tanque a razón de 2 m^3/min, encuentre la razón a la que sube el nivel del agua, cuando la misma tiene 3 m de profundidad.

5. Un avión, que vuela horizontalmente a una altitud de 316 m y a una velocidad de 144 m/s, pasa por encima de una estación de radar. Encuentre la tasa en la que aumenta la distancia entre el avión a la estación, cuando entre ellos hay una separación horizontal de 237 m.

6. El volumen de un cubo aumenta a una razón de $90cm^3/s$. ¿con qué rapidez aumenta su área cuando la longitud del lado es $10cm$?

7. Dos vehículos parten del mismo punto. Uno se dirige hacia el norte a 60 km/h y el otro hacia el este a 25 km/h. ¿Con qué razón está aumentando la distancia entre los vehículos dos horas después?

8. Suponga que se derrama petróleo de un buque cisterna averiado y se dispersa en forma circular. Si el radio del derrame del petróleo aumenta a razón constante de 2,5 m/s, ¿con que rapidez está aumentando el área del derrame cuando el radio es 10 m ?

9. Si una bola de nieve se derrite de modo que su área superficial disminuye a razón de $2\ cm^2/min$, encuentre la rapidez a la que el diámetro disminuye cuando el diámetro es de 10 cm.

10. Un corredor se desplaza alrededor de una pista circular de 100 m de radio a una rapidez constante de 7 m/s. el amigo del corredor está de pie a una distancia de 200 m del centro de la pista. ¿Con qué rapidez está cambiando la distancia entre los amigos cuando la distancia entre ellos es de 200 m?

11. Un canal mide 10pies de largo y sus extremos tienen la forma de triángulos isósceles que miden 3pies de ancho en la parte superior y tienen una altura de 1pie. Si el canal está siendo llenado con agua a razón de 12 $pies^3/min$, ¿con qué rapidez está subiendo el nivel del agua cuando el agua tiene 6 pulgadas de profundidad?

12. Una persona se aleja de un edificio de 25 metros de altura con una velocidad de 2 m/s, ¿con qué velocidad varía el ángulo que forma el segmento que va de los pies de la persona a la parte superior del edificio con el piso cuando la persona esté a 15 metros de la base del edificio?

13. La altura relativa a la base de un triángulo disminuye a razón de 4 cm/s mientras que su base aumenta a razón de 6 cm/s, ¿a qué velocidad cambia el área del triángulo cuando su altura es de 22 cm y su base de 24 cm?

14. Dos lados de un triángulo miden 4m y 5m y el ángulo entre ellos aumenta con una rapidez de 0,06 rad/s. Calcule la rapidez con que el área y la altura relativa al lado de 5m. del triángulo se incrementan cuando el ángulo entre los lados es de 1 radian.

15. Un globo está a 100 metros sobre el suelo y se eleva verticalmente a razón de 4 m/s. Un automóvil pasa por debajo viajando a una velocidad de 60 m/s, ¿con qué rapidez cambia la distancia entre el globo y el automóvil medio segundo después?

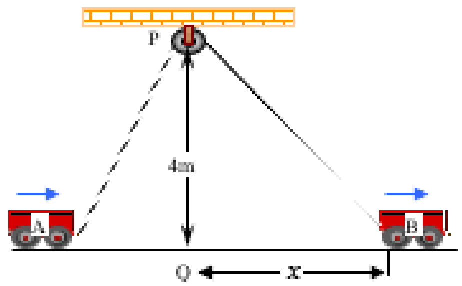
16. Se produce una honda circular en el agua al dejar caer una piedra desde cierta altura, esta onda viaja hacia afuera con una rapidez de 60 cm/s, determine la rapidez a la que aumenta el área del círculo después de 4 segundos.

17. Cada lado de un cuadrado está aumentando a razón de 6 cm/s. ¿Con qué rapidez está aumentando el área del cuadrado cuando ésta es 16 cm^2?

18. Dos lados de un triángulo tienen longitudes de 12 m y 15 m. El ángulo entre ellos está aumentando a razón de 2°/min. ¿Con qué rapidez está aumentando la longitud del tercer lado cuando el ángulo entre los lados de longitud fija es de 60°?

19. Un corredor se desplaza alrededor de una pista circular de 100 m de radio a una rapidez constante de 7 m/s. el amigo del corredor está de pie a una distancia de 200 m del centro de la pista. ¿Con qué rapidez está cambiando la distancia entre los amigos cuando la distancia entre ellos es de 200 m?

20. Dos coches, A y B, están unidos por una cuerda de 12m de longitud que pasa por una polea P. El punto Q está en el piso a 4m directamente debajo de P y entre los coches. Se remolca B, apartándolo de Q, a una velocidad de 1 m/s. ¿Con qué velocidad se mueve el coche A hacia Q en el momento en que B está a 3m de Q?



PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

21. Encuentre el área del rectángulo más grande que se puede inscribir en un semicirculo de radio 2,5 cm.

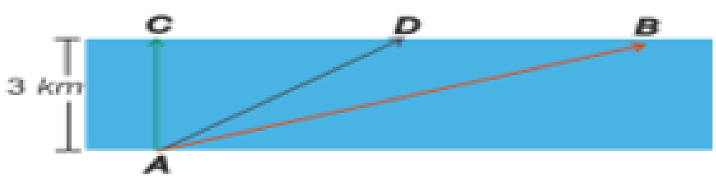
22. Se desea fabricar cajas abiertas de piezas de cartón rectangulares de 50 cm de ancho por 80 cm de largo, cortando cuadrados iguales de las cuatro esquinas y doblando los lados. Encontrar la longitud del lado del cuadrado que se debe cortar para obtener una caja cuyo volumen sea el mayor posible.

23. Dos postes de 12 y 28 pies de altura, distan 30 pies. Hay que conectar los extremos superiores de los postes mediante un cable que este atado en algún punto del suelo entre los postes. ¿En qué punto ha de amarrarse al suelo con el fin de utilizar la menor cantidad de cable posible?

24. Encuentre el punto sobre la parábola $y^2 = 2x$ más cercano al punto $(1,4)$.

25. Se quiere diseñar un envase cilíndrico cuya capacidad sea $V\text{cm}^3$ (equivalente a 410g de leche), encuentre las dimensiones del radio y la altura, que minimizan el costo total de lata a utilizar, si el costo por cm^2 de lata es de 50 céntimos.

26. Un hombre está en un punto A sobre una de las riberas de un rio recto que tiene 3km de ancho y desea llegar hasta el punto B, 8 km corriente abajo en la ribera opuesta, tan rápido como le sea posible. Podría remar en su bote, cruzar el rio directamente hasta el punto C y correr hasta B; podría remar hasta B o, en última instancia, remar hasta algún punto D, entre C y B, luego correr hasta B. Si puede remar a 6 km/h y correr a 8 km/h, ¿dónde debe desembarcar para llegar a B tan pronto como sea posible?



ANEXO 10 Práctica dirigida

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Semestre: **2016 − A**

PRÁCTICA DIRIGIDA-INTEGRALES INDEFINIDAS

1. Encuentre f , sabiendo que:

$$f''(x) = 4 + cosx \ , \qquad f'(0) = -1 \ y \ f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

2. Encuentre la antiderivada F de f , que satisface la condición.

$$\boldsymbol{i}) \ f(x) = 5x^4 - 2x^5 \ , \qquad F(0) = 3 \qquad \boldsymbol{ii}) \ f(x) = \frac{x^2 + 2017}{1 + x^2} + x^2 e^{x^3} \ , \qquad F(0) = 2$$

3. Determine las siguientes antiderivadas.

01) $\displaystyle\int \left(\frac{x^2 + 6x - 6}{\sqrt{x}}\right) dx$

02) $\displaystyle\int \sqrt[4]{5x - 8}\, dx$

03) $\displaystyle\int 6x \sqrt[3]{(4 - 3x^2)^2}\, dx$

04) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{3x^2 + 2}}\, dx$

05) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2} \sqrt[2016]{\frac{1}{x} + 3}\, dx$

06) $\displaystyle\int \frac{x - \sqrt[7]{\arctan(2x)}}{1 + 4x^2}\, dx$

07) $\displaystyle\int \sqrt{\frac{\ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)}{1 + x^2}}\, dx$

08) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}^2(\ln x)}{x}\, dx$

09) $\displaystyle\int \frac{\cos^2(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\, dx$

10) $\displaystyle\int \frac{\ln(6x^7)}{x\ln(x)}\, dx$

11) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(x).\cos(x)}{\sqrt[3]{\cos^2(x) - \operatorname{sen}^2(x)}}\, dx$

12) $\displaystyle\int \frac{1}{e^x + 16e^{-x} - 8}\, dx$

13) $\displaystyle\int \frac{\sqrt[3]{\ln(\ln(5x))}}{x\ln(x)}\, dx$

14) $\displaystyle\int \left(\frac{1 + \tan(x)}{\tan(x) - 1}\right) \sqrt[3]{\ln(\operatorname{sen}(x) - \cos(x))}\, dx$

15) $\displaystyle\int \left(\frac{\pi^{\log_\pi 2^x}}{\sqrt{1 - 4^x}} + \frac{2}{x\sqrt{1 - \ln^2 x}}\right) dx$

16) $\displaystyle\int \left(\frac{\operatorname{senh}(x) e^{\tanh^2(x)}}{\cosh^3(x)}\right) dx$

17) $\displaystyle\int \left((e^x + 1)^2 e^x + \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 4} + \frac{e^x}{e^{2x} + 4}\right) dx$

18) $\displaystyle\int \frac{\cos(2x)}{\operatorname{sen}^6(x) + \cos^6(x)}\, dx$

19) $\displaystyle\int \frac{1}{x(9 + 4(\ln(x)^2))}\, dx$

20) $\displaystyle\int \frac{e^{\sqrt{x}}.7^{e^{\sqrt{x}}}}{\sqrt{x}}\, dx$

21) $\int \left(\frac{6}{e^{5x}} - 4e^{2x}\right)^3 dx$

22) $\int \frac{7^{\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}}{\sqrt{1+x^2}}\, dx$

23) $\int x^{2n-1}(x^n+1)^m\, dx\ ;\ n, m \in \mathbb{N}$

24) $\int \frac{x^3}{x-2} dx$

4. Calcular las siguientes integrales por integración por partes.

01) $\int x^3.\sqrt{1+x^2}\, dx$

02) $\int x^n.\ln x\, dx$

03) $\int \frac{x.\ln x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

04) $\int \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) dx$

05) $\int \left(\frac{\operatorname{sen} x.\, e^{\tan^2 x}}{\cos^3 x}\right) dx$

06) $\int e^{\operatorname{arcsen} x}\, dx$

07) $\int \frac{x^2.\ln x}{(x^3+1)^2} dx$

08) $\int \frac{x}{(x+3)^{1/3}} dx$

09) $\int \frac{x.e^x}{(1+x)^2} dx$

10) $\int \operatorname{sen}(\ln x)\, dx$

10) $\int \frac{e^x(1+\ln x)}{x} dx$

12) $\int x^2.e^{-x}\, dx$

13) $\int x^3.e^{x^2}\, dx$

14) $\int e^x.\left(\frac{x^2+1}{(x+1)^2}\right) dx$

15) $\int x.\arctan(x)\, dx$

16) $\int e^{ax}.\cos(bx)\, dx$

17) $\int e^{ax}.\operatorname{sen}(bx)\, dx$

18) $\int \ln(x^2+2)\, dx$

19) $\int x^2 \operatorname{sen}(mx)\, dx\ , m \in \mathbb{R}$

20) $\int (x^2+1)e^{-x}\, dx$

21) $\int \frac{(\ln x)^2}{x^3} dx$

22) $\int e^{-x}\cos(2x)\, dx$

5. Determine las siguientes antiderivadas, mediante sustitución trigonométrica:

01) $\int \frac{dx}{25+x^2}$

02) $\int x^2.\sqrt{4-x^2}\, dx$

03) $\int \frac{dx}{9x^2\sqrt{x^2+3}} dx$

04) $\int \frac{x}{(x^2+4x+7)^{3/2}} dx$

05) $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2-6x-1}} dx$

06) $\int \frac{dx}{x^3\sqrt{x^2-1}} dx$

07) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+1}}$

08) $\int \frac{x^2}{\sqrt{(4-x^2)^5}} dx$

09) $\int \frac{dx}{\sqrt{(25-x^2)^3}}$

10) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

11) $\int \frac{dx}{x.\sqrt{1+x^2}}$

12) $\int \frac{dx}{x^2.\sqrt{4+x^2}}$

13) $\int x^3.\sqrt[4]{9+x^2}\, dx$

14) $\int \frac{x^3}{\sqrt{2x^2+7}}$

15) $\int \frac{1+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

16) $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}dx$ 17) $\int \frac{dx}{(x+1).\sqrt{x^2+2x}}$ 18) $\int \frac{x^5}{\sqrt[3]{9+x^2}}dx$

19) $\int \frac{\sqrt{25-x^2}}{x}dx$ 20) $\int \frac{1}{x\sqrt{3+x^2}}dx$ 21) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}dx$

22) $\int x^2\sqrt{16-x^2}dx$ 23) $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+3}}dx$ 24) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-4x+1}}dx$

6. Determine las siguientes antiderivadas:

01) $\int \operatorname{sen}^2(x)\cos^2(x)dx$ 02) $\int \operatorname{sen}^2(x)\cos^5(x)dx$ 03) $\int \tan^7(x)dx$

04) $\int \sqrt{\tan(x)}\sec^6(x)dx$ 05) $\int \tan^4(x)\sec^4(x)dx$ 06) $\int \tan^5(x)\sec^9(x)dx$

07) $\int \sec^5 x\,dx$ 08) $\int \operatorname{sen}^5 x.\cos^4 x\,dx$ 07) $\int \frac{\operatorname{sen}^7 x}{\cos^{11} x}dx$

7. Calcular las siguientes antiderivadas mediante fracciones parciales.

01) $\int \frac{x+1}{x^3+x^2-6x}dx$ 02) $\int \frac{3x^2+2x-2}{x^3-1}dx$

03) $\int \frac{9x^2-4x+5}{(3x+1)(3x-1)(2x-3)}dx$ 04) $\int \frac{x^3+2x+5}{(x^2+2)^2}dx$

05) $\int \frac{6x^2-3x+1}{x^3-x^2}dx$ 06) $\int \frac{1}{x^4-1}dx$

07) $\int \frac{2x^2-7x+3}{(x+1)(x-1)^2}dx$ 08) $\int \frac{x+1}{3x^3+4x}dx$

09) $\int \frac{4x^3+4x^2-18x+6}{x^4-3x^3-x^2+3x}dx$ 10) $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$

11) $\int \frac{x^4+3x^3-5x^2-4x+17}{x^3+x^2-5x+3}dx$ 12) $\int \frac{2x^2-1}{4x^4-x^2+4x-1}dx$

13) $\int \frac{\sec^2 x}{\tan^3 x+\tan^2 x}dx$ 14) $\int \frac{(2+\tan^2 x)\sec^2 x}{1+\tan^3 x}dx$

15) $\int \frac{\cos x}{\operatorname{sen}^2 x+4\operatorname{sen} x-5}dx$ 16) $\int \frac{4}{e^{2x}(1-e^{-2x})(1-2e^{-2x})}dx$

ANEXO 11 Práctica dirigida

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Semestre: **2016 − B**

PRÁCTICA DIRIGIDA-INTEGRALES DEFINIDAS

1. Determine la función F, tal que $F''(x)=\operatorname{sen}(x)-\cos(x)+2$, $F(0)=3$ y $F(\frac{\pi}{2})=2+\frac{\pi^2}{4}$

2. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función función f, definida por

$$f(x)=\frac{3}{2}+\frac{x}{\pi}\int_{\frac{\pi}{4}}^{2x}\operatorname{sen}(t)\,dt$$

en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{8}$.

3. Sean φ una función continua e impar y $f(x)=10+\int_0^x \varphi(t)\,dt$, $x\in\mathbb{R}$. determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto cuya abscisa es cero.

4. Sea $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función continua e impar y $g(1)=3$. Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es la función definida por $f(x)=\int_{-1}^{x} g(t)\,dt+\cos(\pi x)$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa 1.

5. Sea $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función continua e impar y $g(\pi)=2$. Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es la función definida por $f(x)=\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\int_{-\pi}^{x} g(t)\,dt+\cos\left(\frac{x}{2}\right)$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa π.

6. Sea $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función continua e impar y $g(\pi)=2$. Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es la función definida por $f(x)=\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\int_{-\pi}^{x} g(t)\,dt+\tan^2\left(\frac{x}{4}\right)$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa π.

7. Sea $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función continua e impar y $g(1)=\frac{3}{2}$. Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es la función definida por $f(x)=\cosh(x^2-1)\int_{-1}^{x} g(t)\,dt+\frac{1}{\pi}\operatorname{sen}(\pi x)+\frac{3}{2}$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa 1.

8. Sea $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función continua e impar y $g(1)=\frac{1}{2}$. Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es la función definida por $f(x)=x\int_{-\pi}^{x^2} g(t)\,dt+\tan^{-1}(x)$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa 1.

9. Sean $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funciones continuas par e impar respectivamente, tales que $g(1)=\frac{1}{4}$, $h(1)=\frac{1}{2}$ y $\int_0^1 h(t)\,dt=\frac{3}{4}$. Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es la función definida por $f(x)=x\int_{-1}^{x^2} g(t)\,dt+$

$x^3 \int_{-1}^{x} g(t)\,dt + \tan^{-1}(x)$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa 1.

10. Sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua e impar y $g(1) = \frac{1}{3}$. Si $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es la función definida por $f(x) = \ln(x) \int_{-e}^{x} g(t)\,dt + \sqrt{\cosh(x^2 - e^2)}$. Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa e.

11. Calcular las siguientes integrales definidas

01) $\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \operatorname{sen} x\,dx$ **02)** $\displaystyle\int_1^{2} \frac{1}{x^2 - 4x - 5}\,dx$

03) $\displaystyle\int_0^{1} x \ln x\,dx$ **04)** $\displaystyle\int_1^{2} \frac{\sqrt{3x^2 + 2}}{x^4}\,dx$

05) $\displaystyle\int_1^{3} x^2 \ln x\,dx$ **06)** $\displaystyle\int_0^{2} |x^2 - 16|\,dx$

07) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3 x\,dx$ **08)** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^4 x\,dx$

09) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x}{1 + |x|}\,dx$ **10)** $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x}{(x^2 + 1)^3}\,dx$

11) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{a^2 \operatorname{sen}(x) + b^2 \cos(x)}\,dx$ **12)** $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{|x|}{1 + x^2}\,dx$

13) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x^3 - 4x - 10}{x^2 - x - 6}\,dx$ **14)** $\displaystyle\int_2^{3} \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 4}{x^2 - 5x + 4}\,dx$

15) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} (\ln(\operatorname{sen} x) + \ln(\cos x))\cos(2x)\,dx$

12. Se la función f, con regla de correspondencia

$$f(x) = \begin{cases} -2 \ ; & -2 \le x < -1 \\ x^3 \ ; & -1 \le x \le 1 \\ 2 \ ; & 1 < x < 2 \end{cases}$$

Calcule $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$

13. Calcular las siguientes integrales definidas.

$i)$ $\displaystyle\int_{-1}^{3} [\![x]\!]\,dx$ $ii)$ $\displaystyle\int_{-1}^{3} x^2 [\![x - 1]\!]\,dx$ $iii)$ $\displaystyle\int_{-1}^{2} \left|x + [\![x]\!]\right|\,dx$

14. Dada la función f definida $\forall x$ por la regla de correspondencia $f(x) = 3 + \int_0^{x} \frac{1 + \operatorname{sen} t}{2 + t^2}\,dt$. Hallar las constantes a, b y c del polinomio $P(x) = ax^2 + bx + c$, sabiendo que $P(0) = f(0)$, $P'(0) = f'(0)$ y $P''(0) = f''(0)$.

15. Sea $F(x) = \int_{-3}^{x^4} \frac{1+\text{sen}t}{1+9\text{sen}^2 t}\, dt$ y $G(x) = \int_{x^3}^{2} \frac{1+\text{sen}t}{t^2+9\text{sen}t+15}\, dt$. determine $F'(x)$ y $G'(x)$

16. Si $F(x) = \int_{x^2}^{x^3} \sqrt[4]{1+t^3}\, dt$, determine $F'(x)$.

17. Sea $G(x) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f(t)\, dt$ donde $f: I \to \mathbb{R}$ es una función continua y $\varphi_1, \varphi_2: J \to I$ son funciones derivables probar que

$$G'(x) = f\big(\varphi_2(x)\big)\varphi'_2(x) - f(\varphi_1(x)\varphi'_1(x)$$

18. Si f es una función continua e impar en $[-a, a]$, pruebe que

$$\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$$

19. Si f es una función continua y par en $[-a, a]$, pruebe que

$$\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\, dx$$

20. Siendo f es una función continua en $[a, b]$ y k una constante (invarianza frente a una traslación) pruebe que

$$\int_{a}^{b} f(x)\, dx = \int_{a+k}^{b+k} f(x-k)\, dx$$

21. Si f es una función integrable sobre $[a, b]$, entonces para cualquier $c \neq 0$, pruebe que

$$i)\ \int_{a}^{b} f(x)\, dx = \frac{1}{c}\int_{a.c}^{b.c} f(\frac{x}{c})\, dx \qquad ii)\ \int_{a}^{b} f(x)\, dx = c\int_{a/c}^{b/c} f(c.x)\, dx$$

22. Si f es una función continua en el intervalo $[0, a]$, entonces

$$\int_{0}^{a} f(x)\, dx = \int_{0}^{a} f(a-x)\, dx$$

23. Una partícula se mueve a lo largo de una recta numérica y después de t segundos de haber partido su velocidad $v(t)$ está dado por $v(t) = \text{sen}^4 t \cos^3 t$ metros por segundo. Determine la función $s(t)$ que indica la función de la partícula después de t segundos de haber partido, si a los $\frac{\pi}{2}$ segundos de iniciado su recorrido, se encuentra a 1 metro a la derecha del origen.

Áreas de Regiones Planas

24. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = x^3 - 2x$ y $y = -x^2$.

25. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = x^2 - 2$, $y = 2(1-x^2)$ y las rectas $x = -2$ y $x = 2$.

26. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por la curva $xy = 12$ y las rectas $2y = 5x + 2$, $6y = x + 6$.

27. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitado por la parábola $y = 4x - x^2$ y las tangentes a la curva en los puntos de intersección con el eje X.

28. Determine el área de la región del plano $\mathcal{D}$ limitada por las curvas $y = 3x^2$, $y = 8x^2$, $4x + y = 4$, $x \geq 0$.

29. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por la curva $y = \sqrt{(9 - x^2)}$ y las rectas $y = \frac{3-x}{5}$, $y = x + 3$.

30. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = \text{sen}2x$, $y = \text{sen}x$, $x = 0$ y $x = \pi/2$

31. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $x = y^2$, $4(x - 3) = y^2$.

32. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = \frac{x^2}{2}$ y $y = \frac{1}{1+x^2}$

33. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por la curva $y = -x^2$ y la recta $x + y + 2 = 0$

34. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = e^{x+2}$, $y = e^{-x}$ y las rectas $y = 0$, $x = -2$ y $x = 0$.

35. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = 3x^2$, $xy = 3$ y $y = \frac{x^2}{9}$.

36. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = 2x^2 + 1$, $xy = 3$, $y = \frac{x^2}{9}$ y la recta $x = 0$

37. Determine el área de la región del plano $\mathcal{R}$ limitada por las curvas $y = 2x^2 + 1$, $xy = 3$, $y = \frac{x^2}{9}$ y la recta $8x + 9y - 9 = 0$

ANEXO 12 Práctica dirigida

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

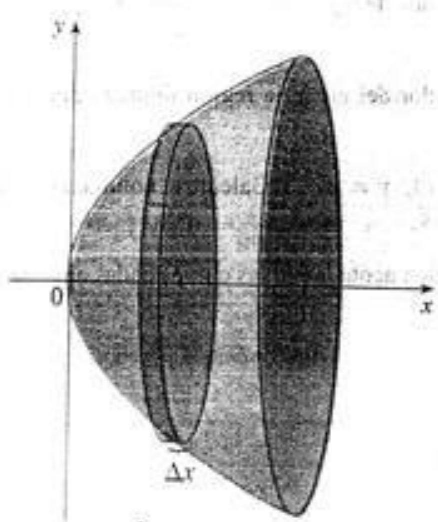
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Semestre: **2017 – A**

PRÁCTICA DIRIGIDA-VOLUMEN

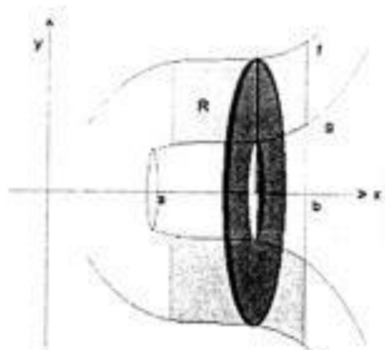
Método del disco y arandela

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx \quad \textbf{Método del disco}$$



$r = f(x)$

$$V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)]dx \quad \textbf{Método de la arandela (o anillo)}$$



$R = f(x)$

$r = g(x)$

1. Calcule el volumen del sólido generado al rotar alrededor del eje X la región acotada por la curva $y = x^2$, y las rectas $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$

2. Calcule el volumen del sólido de revolución generado al rotar alrededor del eje Y la región limitada por la curva: $y + x^2 - 2 = 0$, $x \geq 0$, $y = 0$, $y = 1$

3. Grafique la región que está entre las curvas $y = \cos x$, $y = \operatorname{sen} x$, $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$. Calcule el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la región alrededor del eje X.

4. Calcule el volumen del sólido generado al girar alrededor del eje X la región acotada por la parábola $y = x^2 + 1$ y la recta $y = x + 3$

5. Calcule el volumen del sólido generado al girar alrededor del eje Y la región limitada por las curvas $y = 2x$, $y = x^2$

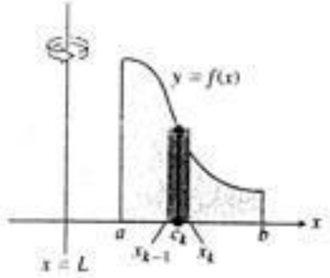
6. Calcule el volumen del sólido generado al girar alrededor del eje Y la región limitada por las curvas $x = y^2 + 1$, $x = -y^2 + y + 4$

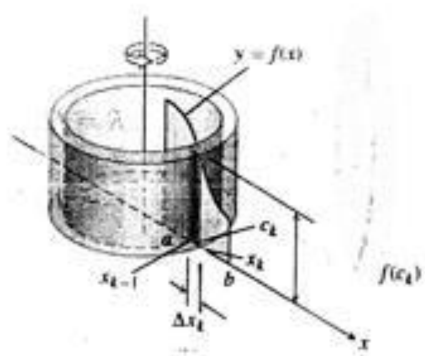
7. Sea $\mathcal{D}$ la región del plano limitada por $y = x^2 - 6x + 11$, $y = x + 1$. Calcule el volumen del sólido E que se genera cuando $\mathcal{D}$ gira alrededor de la recta $y = -5$.

8. Encuentre el volumen del sólido obtenido al girar la región acotada por las curvas dadas alrededor de la recta especificada. (Usar el método del disco o arandela.)

   a. $y = 2(x-2)^2$, $y = 2$ alrededor de $y = 8$
   b. $y = 4x - x^2$, $y = x$ alrededor de $y = 5$.
   c. $x = 4 - y^2$, $x = 3$, $x + y = 2$ alrededor de $x = -1$.
   d. $y = (x-1)^3$, $x = 2$, y el eje X, alrededor del eje Y.
   e. $y = \frac{1}{(x^2+1)^2}$, $x = 0$, $x = 1$ y el eje X, alrededor del eje X.

Método de capas cilíndricas





$$V = 2\pi \int_a^b (x - L) f(x) dx \quad \textbf{Método de capas cilindricas}$$

9. Hallar el volumen del sólido de revolución que se genera al girar sobre el eje y, la región comprendida en el primer cuadrante, entre la curva $y = -x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ y la recta vertical $x = 3$.

10. Determine el volumen del sólido de revolución generado al girar alrededor de la recta $x = 2$ la región limitada por las curvas $y = x - x^2$ y $y = 0$.

11. Use capas cilíndricas para hallar el volumen del sólido obtenido al girar alrededor del eje x la región encerradas por las curvas $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ y $x = 1$.

12. La región limitada por la curva $y = x^2$, las rectas $y = 1$ y $x = 2$ se gira alrededor de la recta $y = -3$. Calcule el volumen generado

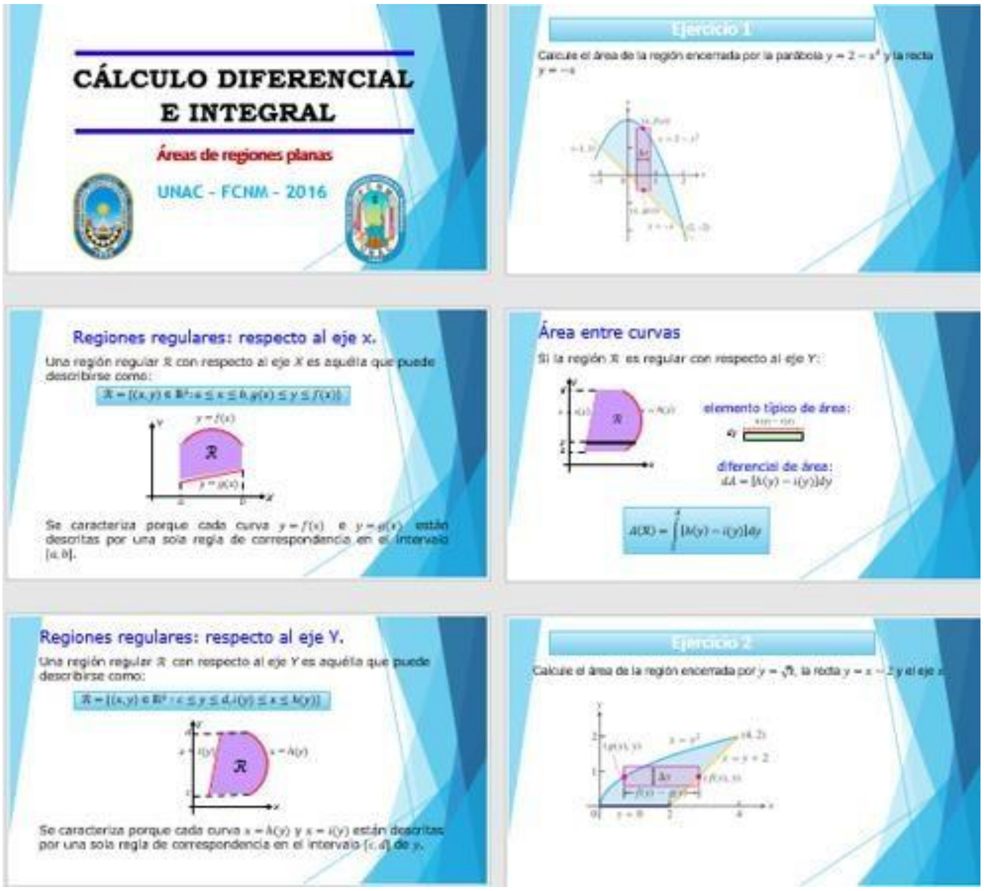
13. Grafique la región plana situada en el primer cuadrante y acotada por la parábolas $y = 3 - x^2$, $y = 2x^2$. Calcule el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la región alrededor de la recta $x = -1$.

14. Use el método de capas cilíndricas para hallar el volumen generado al girar la región limitada por las curvas dadas alrededor del eje especificado. $y = x^3; x = y^2$ alrededor de $y = 2$.

15. Dada la región limitada por las curvas $x - y = 1$; $y = x^2 - 4x + 3$ Determine el volumen del sólido resultante. si gira alrededor de la recta $y = 3$.

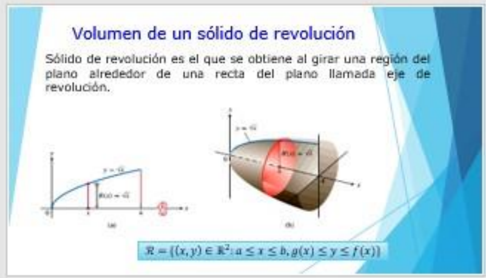
16. Sea $\mathcal{D}$ la región del plano limitada por $y = 0$, $y = \sqrt{2 - x}$, $x = \sqrt{y}$. Calcule el volumen del sólido $\boldsymbol{E}$ que se genera cuando $\mathcal{D}$ gira alrededor de la recta $x = 3$.

ANEXO 13 PPT de áreas de regiones planas

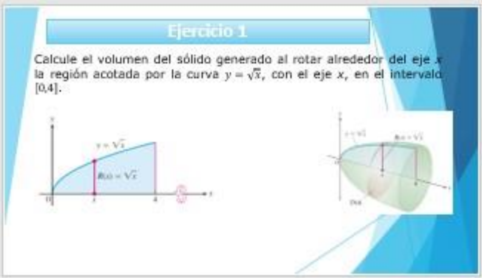


ANEXO 13 PPT Volumen de sólido de revolución

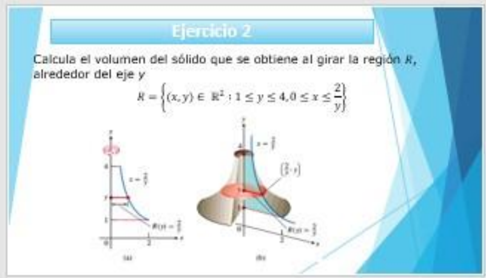
1



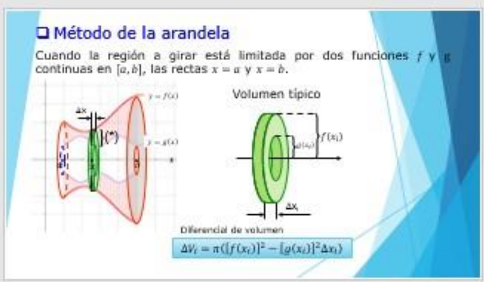
2

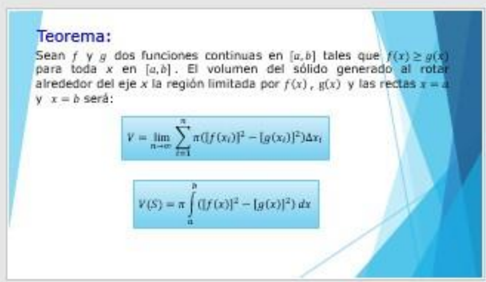


5



6





ANEXO 14

Universidad Nacional del Callao

Oficina de Personal

Av. Saenz Peña 1066 – Callao – Perú / Ruc.: 20138705944 – Tel: 469-1875

EL JEFE DE LA OFICINA DE PERSONAL DE ESTA CASA SUPERIOR DE ESTUDIOS

HACE CONSTAR

Que, don **FLORESMILO ISAAC FLORES OSTOS** identificado con DNI 09653904, ha prestado servicios como profesor contratado bajo la modalidad de Contrato por Locación de Servicio (CLS) en la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, como se detalla:

SEMESTRE ACADÉMICO 2013-A
Del 01.04.2013 al 30.07.2013

SEMESTRE ACADÉMICO 2013-B
Del 19.08.2013 al 18.12.2013

Se expide el presente documento a solicitud del interesado, para los fines pertinentes.

Callao, 12 de febrero del 2014

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
OFICINA DE PERSONAL

LIC. ADM. ALFONSO SALVADOR AMABLE FARRO
JEFE

CARECE DE VALOR SIN SELLO PERFORADOR Y SELLO DE AGUA

CONTANCIA Nº 60-2014-OPER
RECIBO Nº 001-0347026

ASAF/karina
c.c. Archivo

CERTIFICO: QUE ESTA COPIA FOTOSTATICA ES EXACTAMENTE IGUAL A SU ORIGINAL, EL CUAL HE TENIDO A LA VISTA, DOY FE.

Callao 13 FEB 2014

GERMAN NUÑEZ PALOMINO
NOTARIO DEL CALLAO

ANEXO 15

Universidad Nacional del Callao

UNIDAD DE RECURSOS HUMANOS

Sáenz Peña Nº 1066/ Callao Perú– Ruc.: 20138705944- Telf.: 4691875

"AÑO DEL FORTALECIMIENTO DE LA SOBERANIA NACIONAL"

CERTIFICADO DE TRABAJO N° 056-2022-ORH

LA JEFA DE LA UNIDAD DE RECURSOS HUMANOS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, que suscribe;

CERTIFICA:

Que, don(ña) FLORESMILO ISAAC FLORES OSTOS; identificado(a) con DNI N° 09653904, laboro como Docente Contratado en esta Casa Superior de Estudios, asignado a la Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas; de acuerdo al siguiente detalle:

AÑO	FECHA DE CONTRATO	CATEGORIA
2014	01/03/2014 al 31/03/2012	Jefe de Practica T.P. 20 h.
2015	01/02/2015 al 31/12/2015	Jefe de Practica T.P. 20 h.
2016	01/01/2016 al 31/12/2015	Jefe de Practica T.P. 20 h.
2017	01/01/2017 al 31/12/2017	Jefe de Practica T.P. 20 h.
2018	01/01/2018 al 31/05/2018	Jefe de Practica T.P. 20 h.

Se expide la presente a solicitud del interesado(a), para los fines que estime conveniente.

Callao, 10 de octubre del 2022

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
Unidad de Recursos Humanos
Mg. Laura Jissely Peves Sai...
JEFA

N° de operación: 050.001.0015. U26190

LJPS/avr
Cc: archivo

ANEXO 16

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

"Año de la Promoción de la Industria Responsable en el Compromiso Climático"

CONSTANCIA N° 011-2015-EPM-FCNM

El Director de la Escuela Profesional de Matemática de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao, hace constar que el señor:

FLORESMILO ISAAC FLORES OSTOS

Docente del Departamento Académico de Matemática con Código Nº 1716, ha cumplido con la labor encomendada como docente del Ciclo Introductorio correspondiente al Semestre Académico 2015-A desarrollado el 23 al 27 de marzo del 2015.

Se expide la presente constancia a solicitud del interesado para los fines consiguientes.

Bellavista, Agosto 14, 2015

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA
Lic. Cesar A. Avila Celis
Director

CAAC/Patricia
C.c:. Archivo