

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

ESCUELA DE POSGRADO  
UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS  
NATURALES Y MATEMÁTICA



**“EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE  
LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA  
FIIS-UNAC, 2023”**

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN  
DIDÁCTICA DE LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA Y MATEMÁTICA

AUTOR

MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR

ASESOR

DR. RUBEN DARIO MENDOZA ARENAS

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN







Callao, 2023

PERÚ

## Document Information

Analyzed document	TESISMAESTRIAFCNM-MARISOL-05-12-2023.pdf (D181646850)
Submitted	2023-12-12 21:41:00 UTC+01:00
Submitted by	FCNM
Submitter email	investigacion.fcnm@unac.pe
Similarity	4%
Analysis address	investigacion.fcnm.unac@analysis.arkund.com

## Sources included in the report

<b>W</b>	URL: <a href="https://repositorio.uandina.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12557/4550/Luis_tesis_maestr%C3%ADa_2021.pdf?sequence=1&amp;isAllowed=y">https://repositorio.uandina.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12557/4550/Luis_tesis_maestr%C3%ADa_2021.pdf?sequence=1&amp;isAllowed=y</a> Fetched: 12/12/2023 10:40:00 PM	 7
<b>W</b>	URL: <a href="https://doi.org/10.54541/reviem.v3i1.61">https://doi.org/10.54541/reviem.v3i1.61</a> Fetched: 12/12/2023 10:40:00 PM	 3
<b>W</b>	URL: <a href="https://repositorio.unsa.edu.pe/server/api/core/bitstreams/0fbc6c90-ff0c-4601-a089-17aeede7a0eb/content">https://repositorio.unsa.edu.pe/server/api/core/bitstreams/0fbc6c90-ff0c-4601-a089-17aeede7a0eb/content</a> Fetched: 12/12/2023 10:40:00 PM	 3
<b>W</b>	URL: <a href="http://dx.doi.org/10.20511/pyr2021.v9n1.1042">http://dx.doi.org/10.20511/pyr2021.v9n1.1042</a> Fetched: 12/12/2023 10:40:00 PM	 4
<b>W</b>	URL: <a href="https://www.redalyc.org/Journal/335/33575386001/html/">https://www.redalyc.org/Journal/335/33575386001/html/</a> Fetched: 12/12/2023 10:40:00 PM	 2
<b>W</b>	URL: <a href="http://hdl.handle.net/10757/624354">http://hdl.handle.net/10757/624354</a> Fetched: 12/12/2023 10:40:00 PM	 1

## Entire Document

I UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO ESCUELA DE POSGRADO UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023" TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN DIDÁCTICA DE LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA Y MATEMÁTICA AUTOR BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR ASESOR DR. RUBEN DARIO MENDOZA ARENAS LINEA DE INVESTIGACIÓN: CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Callao, 2023 PERÚ

ii

iii Información básica FACULTAD: Ciencias Naturales y Matemática UNIDAD DE INVESTIGACIÓN: UNIDAD DE POSGRADO FCNM – UNAC TÍTULO: "El Razonamiento Geométrico y el Aprendizaje de la Derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, 2023" AUTOR / CÓDIGO ORCID / DNI: Bach. Delgado Baltazar Marisol Paola / 0000-0002-0278-9557 / 40088225 ASESOR / CODIGO ORCID / DNI: Dr. Mendoza Arenas Ruben Dario / 0000-0002-7861-7946 / 10797959 LUGAR DE EJECUCIÓN: Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas UNIDAD DE ANÁLISIS: Estudiante del primer ciclo de la Asignatura de Cálculo I de la EPIS – FIIS – UNAC- Semestre Académico 2023-B TIPO / ENFOQUE / DISEÑO DE INVESTIGACIÓN: Aplicada /Cuantitativo/Correlacional TEMA OCDE: Ciencias Sociales iv HOJA DE REFERENCIA DEL JURADO Y APROBACIÓN (ACTA DE SUSTENTACIÓN)

v Dedicatoria: A mis padres, porque desde siempre forjaron en mí, el hábito del estudio y la superación y también a mis hijos porque son el motor y motivo de mi vida.

vi Agradecimientos: De manera especial a mis profesores de la Maestría por aportar los conocimientos suficientes para mi formación como maestra, y a mi asesor por dar el soporte matemático en la presente investigación.

## INFORMACIÓN BÁSICA

FACULTAD:

Ciencias Naturales y Matemática

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN:

UNIDAD DE POSGRADO FCNM – UNAC

TÍTULO:

“El Razonamiento Geométrico y el Aprendizaje de la Derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, 2023”

AUTOR / CÓDIGO ORCID / DNI:

Bach. Delgado Baltazar Marisol Paola / 0000-0002-0278-9557 / 40088225

ASESOR / CODIGO ORCID / DNI:

Dr. Mendoza Arenas Ruben Dario / 0000-0002-7861-7946 / 10797959

LUGAR DE EJECUCIÓN: Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

UNIDAD DE ANÁLISIS:

Estudiante del primer ciclo de la Asignatura de Cálculo I de la EPIS – FIIS – UNAC- Semestre Académico 2023-B

TIPO / ENFOQUE / DISEÑO DE INVESTIGACIÓN:

Aplicada /Cuantitativo/Correlacional

TEMA OCDE:

Ciencias Sociales

## **HOJA DE REFERENCIA DEL JURADO Y APROBACION**

**PRESIDENTE:** MG. ALIAGA COLLAZOS, JORGE YEDER

**SECRETARIO:** MG. ALTAMIZA CHÁVEZ, GUSTAVO ALBERTO

**MIEMBRO:** MG. ONOFRE MAYTA, PASCUAL FERMIN

**MIEMBRO:** DR. ARELLANO UBILLUZ, PABLO GODOFREDO

**ASESOR:** DR. RUBEN DARIO MENDOZA ARENAS

Libro: 01

Folio: 11 y 12

Acta: N° 005-2023-UPG-FCNM

Fecha de sustentación: 20 de diciembre del 2023

**Dedicatoria:**

A mis padres, porque desde siempre forjaron en mí, el hábito del estudio y la superación y también a mis hijos porque son el motor y motivo de mi vida.

**Agradecimientos:**

De manera especial a mis profesores de la Maestría por aportar los conocimientos suficientes para mi formación como maestra, y a mi asesor por dar el soporte matemático en la presente investigación.

## ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS.....	4
ÍNDICE DE FIGURAS.....	5
RESUMEN.....	6
RESUMO.....	7
Introducción.....	8
I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
1.1. Descripción de la realidad problemática.....	10
1.2 Formulación del problema	11
1.2.1. Problema general.	11
1.2.2. Problemas específicos.	11
1.3 Objetivos	12
1.3.1. Objetivo general.	12
1.3.2. Objetivos específicos.	12
1.4 Justificación	12
1.4.1. Justificación teórica.	12
1.4.2 Justificación práctica.	12
1.4.3 Justificación metodológica.	12
1.5 Delimitantes de la investigación	13
1.5.1. Delimitación teórica.	13
1.5.2. Delimitación temporal	13
1.5.2. Delimitación espacial	13
II. MARCO TEÓRICO	14
2.1 Antecedentes	14
2.1.1 Antecedentes internacionales.	14
2.1.2 Antecedentes nacionales.	16
2.2 Bases teóricas	17
2.2.1 Modelos teóricos sobre razonamiento geométrico.	17
2.2.2 Teorías relacionadas al aprendizaje de la derivada.	18
2.3 Marco conceptual	19
2.3.1 Razonamiento geométrico.	19
2.3.1.1 Definiciones del razonamiento geométrico.	19

2.3.1.2 Dimensiones del razonamiento geométrico.	20
2.3.2 Aprendizaje de la derivada de la Asignatura Cálculo I.	21
2.3.2.1 Definiciones de aprendizaje de la derivada.	21
2.3.2.2 Aprendizaje de la derivada de la asignatura Cálculo I.	22
2.4 Definición de términos básicos	23
III. HIPÓTESIS Y VARIABLES	26
3.1 Hipótesis	26
3.1.1. Hipótesis general	26
3.1.2. Hipótesis específicas	26
3.2 Operacionalización de las variables	26
IV. METODOLOGÍA DEL PROYECTO	29
4.1 Diseño metodológico	29
4.2. Método de investigación	30
4.3. Población y muestra	30
4.3.1. Determinación de la población.	30
4.3.1. Determinación de la muestra.	30
4.4 Lugar de estudio y periodo desarrollado	31
4.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información	31
4.6 Análisis y procesamiento de datos	32
4.7 Aspectos éticos de la investigación	32
V. RESULTADOS	33
5.1 Resultados descriptivos	33
5.1.1 Razonamiento geométrico.	33
5.1.2 Aprendizaje de la derivada.	35
5.2 Resultados inferenciales	37
5.2.1 Prueba de normalidad.	37
5.2.2 Prueba de hipótesis.	38
VI . DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	41
6.1 Contratación de las hipótesis con los resultados	41
6.2 Contratstación de los resultados con otros estudios similares	41
6.3 Responsabilidad ética	44
VII. CONCLUSIONES	45



VIII. RECOMENDACIONES	46
IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	47
ANEXOS	
Anexo 1: Matriz de consistencia	
Anexo 2: Instrumentos validados	
Anexo 3: Confiabilidad	
Anexo 4: Juicio de expertos	
Anexo 5: Base de datos	

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Operacionalización de la variable razonamiento geométrico	27
Tabla 2	Operacionalización de la variable aprendizaje	28
Tabla 3	Distribución de la población	30
Tabla 4	Confiabilidad	31
Tabla 5	Juicio de expertos	31
Tabla 6	Distribución de niveles de la variable razonamiento geométrico	33
Tabla 7	Distribución de niveles de las dimensiones del razonamiento geométrico	34
Tabla 8	Distribución de niveles de la variable aprendizaje de la derivada	35
Tabla 9	Distribución de niveles de las dimensiones del aprendizaje De la derivada	36
Tabla 10	Prueba de normalidad – Kolmogorov-Smirnov	37
Tabla 11	Correlación de Spearman – Hipótesis general	38
Tabla 12	Correlación de Spearman – Hipótesis específica 1	39
Tabla 13	Correlación de Spearman – Hipótesis específica 2	40

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Diseño correlacional	29
Figura 2	Niveles de la variable razonamiento geométrico	33
Figura 3	Niveles de las dimensiones del razonamiento geométrico	34
Figura 4	Niveles de la variable aprendizaje de la derivada	35
Figura 5	Niveles de las dimensiones del aprendizaje de la derivada	36

## RESUMEN

La investigación realizada, tuvo como objetivo: Determinar la relación entre el razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la asignatura Cálculo I. Investigación cuantitativa, de tipo básico, diseño no experimental, correlacional de corte transversal, con una muestra censal de 80 estudiantes, la técnica fue la encuesta y los instrumentos un cuestionario y una prueba tipo cuestionario. Tuvo como resultado, un 73,7% en el nivel medio del razonamiento geométrico y el 47,5% en el nivel regular del aprendizaje de la derivada; asimismo, un rho de Spearman igual a 0,769 y un nivel de significancia igual a 0,000 ( $p < 0,05$ ). Concluyendo que, el razonamiento geométrico se relaciona directa, alta y significativamente con el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

Palabras clave. Razonamiento geométrico, aprendizaje, derivada, cálculo.

## RESUMO

O objetivo da pesquisa realizada foi: Determinar a relação entre o raciocínio geométrico e o aprendizado da derivada na disciplina Cálculo I. Pesquisa quantitativa, tipo básica, delineamento não experimental, transversal correlacional, com amostra censitária de 80 alunos, a técnica foi a pesquisa e os instrumentos foram um questionário e um teste de questionário. O resultado foi de 73,7% no nível médio de raciocínio geométrico e 47,5% no nível regular de aprendizagem da derivada; Da mesma forma, rho de Spearman igual a 0,769 e nível de significância igual a 0,000 ( $p < 0,05$ ). Concluindo que o raciocínio geométrico está direta, altamente e significativamente relacionado com a aprendizagem da derivada na disciplina de Cálculo I do FIIS-UNAC, Callao 2023.

Palavras chave. Raciocínio geométrico, aprendizagem, derivada, cálculo.

## INTRODUCCIÓN

El presente estudio, que tiene como título: *El razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, 2023*, ha sido elaborado con dedicación y esmero, y sobre todo resaltando la importancia en la utilización de enfoques teóricos que permiten el uso de modelos teóricos en la solución de ejercicios y problemas de derivadas, como el modelo de Van Hiele. Asimismo, el estudio tiene como objetivo, determinar la relación entre el razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada.

El estudio está enmarcado en un problema de mucha frecuencia en el ámbito universitario como es la deficiencia en el razonamiento geométrico, que se fundamenta en el Modelo de Van Hiele (1957) citado por Vásquez y Gamboa (2013), que es un modelo de enseñanza y aprendizaje que brinda la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico. Así como, los niveles del aprendizaje de las derivadas en la asignatura de Cálculo I, donde Catsigeras (2004) señaló que, la mayor dificultad en los estudiantes cuando ingresan a una universidad, es la asignatura de cálculo diferencial, ello porque es de índole formal con un contenido estricto aparentemente sencillo, sin embargo, está desconectado en principio de las vivencias diarias; asimismo, todo texto presenta el concepto de manera más elaborada, lo que genera la invisibilidad del proceso para llegar al punto establecido.

El estudio está estructurado de la siguiente manera:

Capítulo I, Planteamiento del problema, que comprende: Descripción de la realidad problemática, formulación del problema, objetivos, justificación de la investigación, y delimitantes de la investigación.

Capítulo II, Marco teórico, que comprende: Antecedentes nacionales e internacionales, bases teóricas relacionadas a las variables razonamiento geométrico y aprendizaje de la derivada de la Asignatura Cálculo I, y marco conceptual.

Capítulo III, Hipótesis y variables, que comprende: hipótesis general y específicas, así como definición y operacionalización de las variables.

Capítulo IV, Metodología del proyecto, que comprende: diseño metodológico, método de investigación, población y muestra, lugar de estudio y periodo desarrollado, técnicas e instrumentos para la recolección de la información, análisis y procesamiento de datos, aspectos éticos de la investigación.

Capítulo V, Resultados descriptivos e inferenciales.

Capítulo VI, Discusión o contrastación de las hipótesis.

Capítulo VII, Conclusiones

Capítulo VIII, Recomendaciones y

Capítulo IX, Referencias bibliográficas.

## I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Descripción de la realidad problemática

A mediados del siglo XX, la comunidad matemática internacional se ha preocupado por plantear una forma adecuada de enseñanza para que sea más claro el entendimiento de los temas respectivos. Se pretendió incluso no usar la geometría elemental por ser difícil de fundamentar.

En los últimos años, para Labra y Vanegas (2022), señalaron que los estudiantes presenten dificultades para comprender conceptos y procesos geométricos, y un problema más álgido aún, porque se logra percibir bajos niveles en el razonamiento geométrico, y se deja de lado la oportunidad de mejorar las capacidades esenciales como visualizar, elaborar, analizar y comprender las representaciones, explorar, modelizar, argumentar y demostrar.

Para Yi et al. (2020) señalaron que, la forma de contribuir en el desarrollo del razonamiento geométrico, es a través de diseñar, implementar y evaluar toda secuencia didáctica que esté basada en el modelo de Van Hiele (1957), que es el tipo didáctico como consecuencia de representaciones simplificadas de la tarea didáctica, donde se ve involucrada, desarrollar y describir el razonamiento geométrico; que tomen en cuenta los diversos recursos del aprendizaje matemático, así como todo conocimiento adquirido por el estudiante.

También, Sandoval (2023) señaló que, estudiar la derivada mediante el método histórico de los límites, señaló como la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto determinado, no contribuyó a la variación y razón de cambio. Lo que evidenció las dificultades para comprender y aprender derivadas, en la relación entre cambios promedios y razones de cambios instantáneos, la concepción que la derivada es una función y permite la deducción de información relevante de alguna situación gráfica, así como la utilización de la derivada de forma mecánica.

Para Flores (2014), aunque todo estudiante exitoso, comprende y adquiere un dominio para derivar y la aplicación de todo concepto para solucionar problemas, no todos logran adquirir dichas habilidades para la



explicación de límites derivadas; lo que permite evidenciar alguna concepción errónea.

Luego de la pandemia, los docentes a nivel universitario aún se preocupan por hacer entender a los estudiantes las ideas y conceptos matemáticos de manera analítica, pero no todos exhiben estas ideas matemáticas con una descripción geométrica, ya sea de las definiciones, teoremas y proposiciones brindados en todo curso básico, como por ejemplo: Cálculo I y Matemática básica, en las especialidades de ciencias e ingeniería.

En este trabajo se pretende dar solución a los problemas de aprendizaje en el estudiante que estudia ingeniería, que, en su mayoría, luego de haber egresado de la Educación Básica Regular, no tienen la noción geométrica de algunos temas matemáticos, para ello, se quiere que el aprendizaje sea significativo, haciendo que la parte geométrica influya en su concepción del entendimiento de la parte teórica, y poder llevarlo a la parte práctica con mayor facilidad; formulándose las siguientes interrogantes, en tal sentido, se formulan los siguientes problemas:

## **1.2 Formulación del problema**

### **1.2.1. Problema general.**

¿Cuál es la relación entre el razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, 2023?

### **1.2.2. Problemas específicos.**

P.E.1 ¿Qué relación existe entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023?

P.E.2 ¿Qué relación existe entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023?

### **1.3 Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo general.**

Determinar la relación entre el razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

#### **1.3.2. Objetivos específicos.**

O.E.1 Establecer la relación que existe entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

O.E.2 Establecer la relación que existe entre la dimensión análisis y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

### **1.4 Justificación**

#### **1.4.1. Justificación teórica.**

Se justifica esta investigación que permitirá el incremento de conocimientos teórico-científicos acerca de las variables, y contribuirá con los estudiantes universitarios de los primeros ciclos en el pensamiento geométrico e interpretación de los conceptos matemáticos; y que se consolidará con la adquisición de conocimientos y aplicaciones del modelo de Van Hiele y de Piaget.

#### **1.4.2 Justificación práctica.**

En el aspecto práctico, se justifica porque favorece al docente y estudiante de Ciencias e Ingeniería, cuyos resultados determinará un diagnóstico real que facilitará tomar decisiones en la implementación de estrategias para el mejoramiento del aprendizaje de la derivada en el curso de Cálculo I.

#### **1.4.3 Justificación metodológica.**

También, metodológicamente, debido a que obedece a una investigación cuantitativa, utilizándose la metodología hipotética- deductiva, y la aplicación de instrumentos, cuyos resultados de su aplicación permitirá comprobar las hipótesis luego de un análisis estadístico; asimismo, el instrumento se utilizaría en estudios que se relacionen con las variables.

## **1.5. Delimitantes de la investigación**

### **1.5.1. Teórica.**

El estudio en el aspecto teórico corresponde a la línea de investigación en Ciencias de la Educación, y está basada en el modelo didáctico de Van Hiele (1957), teoría de situaciones didácticas de Piaget (1983), teoría conectivista de Semens (2004).

### **1.5.2. Temporal**

La investigación recopila datos en un periodo de tiempo establecido, de Julio-2023 a Noviembre-2023.

### **1.5.3. Espacial**

El presente trabajo se llevó a cabo en la Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas de la Universidad Nacional del Callao.

## II. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Antecedentes

#### 2.1.1 Antecedentes internacionales.

Manjarrés et al. (2023), realizaron un estudio, titulado: *Razonamiento geométrico de un estudiante universitario activado al resolver problemas de congruencia contextualizados*. Tuvo como objetivo: conocer el razonamiento geométrico de los estudiantes en la resolución de problemas sobre congruencias contextualizadas. Se utilizó el modelo de Van Hiele. Investigación de enfoque cualitativo, descriptivo, la muestra de un estudiante de la especialidad de matemática, y se utilizó una entrevista semiestructurada relacionada al razonamiento geométrico. Tuvo como resultados: el reconocimiento de objetos, el reconocimiento de figuras geométricas, la identificación de propiedades y relaciones entre figuras geométricas y con otras figuras, la capacidad de manifestarse con un lenguaje matemático consistente, y demostrar problemas matemáticos. Concluyeron que, modelo de tarea de Van es significativo, donde el estudiante comprende características de la conceptualización geométrica llegando a aplicarlo en contextos extramatemáticos.

Según Castro (2023), publicó un artículo, titulado: *Competencias de pensamiento geométrico como parte del mejoramiento en el aspecto cognitivo de visualización, análisis y abstracción que poseen los estudiantes*; con el objetivo de analizar las competencias del pensamiento geométrico para mejorar aspectos cognitivos para visualizar, analizar y abstraer. Investigación cuantitativa, descriptiva, la muestra fue de 25 sujetos, utilizándose una prueba de cálculo. Concluyó que, los modelos educativos del pensamiento geométrico utilizado, resaltó el nivel logrado en la capacidad de análisis por encima de la visualización y abstracción, y la utilización de definiciones geométricas, lo que es resaltante para lograr cada uno de los niveles de razonamientos geométricos para aprender derivadas.

D'Andrea et al. (2021) en su investigación realizada, tuvo como objetivo, la visualización y análisis del trabajo de aula que se realizó con los estudiantes en las asignaturas de cálculo diferencial y cálculo integral. Investigación cuantitativa, descriptiva, la muestra de 28 estudiantes, como instrumento se utilizó las evaluaciones parciales. Concluyó que, los procesos cognitivos en el aula se debilitan cada vez más, sobre todo cuando los estudiantes presentaron dificultades para justificar, explicar y argumentar en la resolución de problemas, más aún enfocado en lo procedimental.

Vitriago y Bellido (2020) realizaron el estudio, titulado: *Webquest para el aprendizaje del contenido de derivadas por definición en la asignatura Cálculo a nivel universitario*, con el objetivo proponer una webquest para el aprendizaje del contenido de la derivada. Investigación cuantitativa, no experimental y de campo, la muestra fue de 9 estudiantes, aplicándose un cuestionario Likert. Los resultados obtenidos, arrojaron un 56% manejan la dimensión Álgebra elemental, donde el 13,9% respondió de manera incorrecta y el 30,5% no contestó. Se concluyó que, el webquest quedó estructurado de tal manera que favoreció los conocimientos del álgebra elemental, funciones y límites de funciones, favoreciendo la superación de las deficiencias de los estudiantes.

Pineda et al. (2020), desarrollaron un estudio, titulado: *Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive*; con el objetivo de la implementación de un modelo didáctico para el aprendizaje de la derivada. Investigación cuantitativa, descriptiva, la muestra fue de 48 estudiantes, aplicándose cuestionario con la escala Likert. Los resultados mostraron la facilidad de acceso, la sencillez del software y la posibilidad pedagógica para utilizar adecuadamente los conceptos que se asocian a la aplicación de la derivada. Concluyeron que, implementar un modelo didáctico con Drive favoreció significativamente en la formación inicial y el manejo de las conceptualizaciones y reglas de los temas sobre derivadas, proveyendo orientaciones para aprender a derivar toda función algebraica.

### 2.1.2 Antecedentes nacionales.

Loayza (2022) realizó una investigación, titulada: *Ingeniería y situación didáctica para el aprendizaje de la derivada en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano*, con el objetivo de la caracterización del nivel de desarrollo de los razonamientos geométricos en estudiantes de Chile en el abordaje de la conceptualización de homotecia a partir del desarrollo de actividades que se basaron en el modelo de Van Hiele. Investigación cualitativa, de diseño no experimental, variando el concepto de homotecia. Se aplicaron una prueba de entrada. Tuvo como resultado, el logro al 100% del nivel 0 y nivel 1. Concluyó que, el logro de los niveles 0 y 1, potenció el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes chilenos.

Salvatierra et al. (2021) realizaron un estudio, titulado: *Khan Academy: Fortalecimiento del aprendizaje de Cálculo I en estudiantes universitarios*; con el objetivo de demostrar la importancia del Kan Academy en el aprendizaje del Cálculo I. Metodología cuantitativa, cuasi experimental, una muestra de 175 estudiantes; como instrumento, se utilizó una prueba válida y confiable; asimismo, se aplicaron 10 sesiones. Se tuvo como resultados, un nivel de significancia  $\alpha=0,328$  en el pre test y un  $\alpha=0,000$  en el post test. Concluyeron que, el Khan Academy influyó de manera significativa en el aprendizaje del Cálculo I en lo referente a la derivada en los estudiantes universitarios, logran un buen logro académico.

Vargas (2021) realizó una tesis, titulada: *Cuadernos interactivos, Jupyter python notebook y el nivel de aprendizaje del cálculo diferencial en los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Andina del Cusco 2019-II*; con el objetivo de conocer el efecto de la aplicación del cuaderno interactivo en el nivel del aprendizaje de cálculo diferencial. Con un enfoque cuantitativo, cuasi experimental, utilizándose una prueba de cálculo diferencial. Tuvo como resultado en la prueba T de Student, con un nivel de significancia igual a 0,000. Concluyó que, la utilización de cuadernos interactivos mejoró el aprendizaje del cálculo diferencial, con una mejora del 20,57%.

Escalante y Meza (2021), realizaron el estudio: *Los comandos del Software Geogebra para el cálculo de la derivada de funciones algebraicas con estudiantes del programa de matemática física de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión – Pasco; 2019*; con el objetivo de: demostrar la eficacia de los comandos software Geogebra en el aprendizaje de la derivada. Con un enfoque cuantitativo, pre experimental, y una muestra de 35 estudiantes, aplicándose una prueba de cálculo de la derivada. Tuvo como resultado en el post test del grupo experimental un valor de  $125,00 \geq 55,50$ . Concluyó que, los comandos del Software Geogebra tuvieron una eficacia significativa en el aprendizaje de la derivada en estudiantes de matemática-física de la universidad Daniel Alcides Carrión, 2019.

Villanueva (2019), sustentó la tesis, titulada: *Sistema de tareas docente en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes del primer año de la escuela profesional de Ingeniería en Telecomunicaciones, UNSA-2018*. Con el objetivo de determinar como influye la tarea docente en el aprendizaje de la derivada. Con un enfoque cuantitativo, pre experimental, la muestra fue de 39 estudiantes, aplicándose una prueba pre test y post test. Tuvo como resultados un valor chi cuadrado  $X^2=113,23$  a un nivel de significancia igual a 0,000 ( $p<0,05$ ). Concluyendo que, la tarea docente influyó significativamente en el aprendizaje de la derivada de los estudiantes de primer año de ingeniería en telecomunicaciones de la UNSA.

## **2.2 Bases teóricas**

### **2.2.1 Modelos teóricos sobre razonamiento geométrico.**

*El Modelo didáctico de Van Hiele.* Es el producto de representaciones simplificadas de la tarea didáctica, donde se involucra desarrollar y describir el razonamiento geométrico, así como el proyecto didáctico para el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría. Para Jaime y Gutierrez (1990), este modelo logra la identificación de los diferentes niveles del razonamiento del estudiante con referencia a la temática geométrica, donde se podrá lograr la comprensión de los conceptos correspondientes a niveles de razonamiento geométrico; asimismo, los conceptos matemáticos, no podrán ser aprendidos,

sino es enseñado al estudiante según su actual nivel de razonamiento geométrico; por ello, se requiere el desarrollo y la espera de un nivel de desarrollo esperado para su abordaje. Para Vásquez y Gamboa (2013) el modelo de Van Hiele, es un modelo de enseñanza aprendizaje, que permite posibilidades de la identificación de la identificación de tipos de razonamiento geométrico.

*El enfoque ontosemiótico (EOS)* del conocimiento y la instrucción matemática. Godino et al. (2007) plantearon que, introducir categoría de algún objeto, ayuda a la distinción entre la entidad mental (personal) y la institucional (social o cultural). Asimismo, es concebida la matemática, a través de tres puntos de vista: como actividades para solucionar problemas, lenguaje y sistemas conceptuales socialmente compartidos. De la misma manera, brinda puntos de vista que complementan para la identificación de diversidades de conocimientos que son puestos en juego para realizar tareas para visualizar y razonar de manera espacial, lo que permite, las explicaciones de toda dificultad del estudiante para realizar estos tipos de tareas.

### **2.2.2 Teorías relacionadas al aprendizaje de la derivada.**

Las teorías que se relacionan con el aprendizaje de la derivada son:

*Teoría de situaciones didácticas.* Que se sustenta en el pensamiento de Piaget (1983), apoyándose en la idea que, los estudiantes aprenden por la adaptación al medio; pero, Brosseau (2007), tiene una concepción diferente a Piaget. Donde, para Piaget está referido a la realidad o entorno de la persona, para Brosseau, dicho medio o entorno comprende saberes disciplinarios, por alguna situación matemática que los estudiantes deben aprender. La teoría es un enfoque sistémico sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje que se lleva a cabo en el llamado triángulo didáctico, que lo comprende: el docente, el estudiante y el conocimiento que está en juego, así como las relaciones entre ello. Esta teoría, logra analizar el proceso de transmitir y adquirir el conocimiento matemático e intenta el descubrimiento e interpretación de cuántos y cuáles son, produciendo alguna situación que se adapta al saber y al estudiante.



*Teoría conectivista.* Para Siemens (2004), es una teoría propia de la era digital, ello indica que, el reconocimiento de la tecnología como un instrumento importante en el proceso de enseñanza; se basa en la teoría del caos, lo complejo y la auto organización, y sea el aprendizaje, el encargado de formar conexiones de redes, y que, desde cualquier punto de partida, el inicio sea el ser humano.

## **2.3 Marco conceptual**

### **2.3.1 Razonamiento geométrico.**

#### **2.3.1.1 Definiciones del razonamiento geométrico.**

Torres (2022) señaló que, es la agrupación de todo proceso cognitivo, a través de los cuales, se logra construir y manipular la representación mental del objeto en el espacio, sus relaciones, transformación y la diversa traducción y representación material, contemplando la actuación de la persona en su diferente manifestación y relación espacial, para que interactúe de manera diversa con el objeto situado en el espacio, desarrollando variada representación, y mediante la coordinación entre ello, realizar un acercamiento conceptual que favorezca para crear y manipular una nueva representación mental.

Asimismo, Chávez (2019), afirmó que son capacidades que permiten que los estudiantes comprendan diversos conceptos matemáticos, y asuman una retrospectiva profunda de cada problema real que se le presente, asimismo, le s favorece a lograr un mejor dominio de sus espacios y movimientos.

Para Fernández et al. (2012), es la agrupación de todo proceso cognitivo que logra la admisión, cimentación y manipulación de toda representación, relación y transformación mental de cada objeto de su ambiente.

### 2.3.1.2 Dimensiones del razonamiento geométrico.

En el desarrollo del estudio se consideró las siguientes dimensiones de las propuestas de Van Hiele, citadas por Cabello (2013), tienen en cuenta:

**a) Dimensión visualización.** Esta dimensión permite que se describan cada objeto en función a su aspecto físico, sin lograr una distinción explícita de cada componente ni de propiedad matemática. Gamboa y Vargas (2013) señalaron que los estudiantes no diferencian cada parte de las representaciones geométricas, solo reconoce sus formas como un todo. Asimismo, para Llanos et al. (2016), significa: i) reconocer como se conserva el tamaño y la forma de cada figura; ii) posibilidades del reconocimiento de cada movimiento y realizarlo con el apoyo de todo material auxiliar requerido; iii) utilizar propiedades que son visualizados de manera positiva y la identificación de la simetría, de toda representación geométrica, y la variación de la orientación de cada una; iv) la utilización de un vocabulario idóneo de toda isometría: planos, isometría, ejes de simetrías, coordenadas, módulos, entre otros.

**b) Dimensión análisis.** En esta dimensión, se lleva a cabo el reconocimiento de todo componente y propiedad matemática de un concepto u objeto. Asimismo, se establece cierta relación entre un objeto y sus elementos de forma experimental. No se realiza ninguna descripción formal, solo de manera generalizada. Para Gamboa y Vargas (2013), los estudiantes reconocen la forma, más no logran establecer relación entre propiedades de diferentes representaciones geométricas.

Asimismo, Llanos et al. (2016) señaló que, se considera al movimiento mediante los elementos, implica: i) realizar de manera intencional y explícita los componentes que logar caracterizar a cada isometría; ii) identificar ala elemento que caracteriza la isometría concreta, pero, en situaciones que no se requiera buscar alguna relación de propiedades propias de un nivel 3; iii) descubrimiento y utilización de propiedades nuevas de isometría, verificando todo caso concreto; iv) utilización de definiciones para cada movimiento en la tarea de reconocer y de aplicar directamente el movimiento en cuestión, v)

aplicación de la composición de la isometría, donde se realice de manera sucesiva el movimiento correspondiente sobre representaciones geométricas concretas; vi) identificación del movimiento resultante luego de la realización de manera sucesiva de la isometría correspondiente y sus características, cuando no se requiera la utilización de una técnica basada en la utilización de una relación de nivel 3. Se puede realizar trabajos de traslación, giros concéntricos y de dos simetrías; vii) descubrimiento que la composición de reflexiones es no conmutativa; viii) utilización de las notaciones y definiciones matemáticas relacionadas a la isometría.

### **2.3.2. Aprendizaje de la derivada de la Asignatura Cálculo I.**

#### **2.3.2.1 Definiciones de aprendizaje de la derivada.**

El aprendizaje, según Romero (2015), es el proceso a través del cual se logra interiorizar nuevos conocimientos representados por todo signo e instrumento a través de actividades perceptivas del individuo; que logra relacionarse no arbitrariamente y de manera sustancial en las estructuras cognitivas de la persona que busca aprender, mediante la interacción social, dependiendo de la relación existente entre la naturaleza de los nuevos conocimientos y el ya poseído; asimismo, con las disposiciones y motivaciones que tenga para el aprendizaje.

Manjarrez (2019) señaló la importancia que los estudiantes universitarios aprendan, ello, debido a que está asociado a la organización, registro y análisis de información recibida, y que logra integrarla a su esquema cognitivo previo de manera consistente; que permite el desarrollo del potencial emocional y mental, y poder realizar actividades para la solución de problemas, como es el estudio y aprendizaje de la derivada de funciones de la variable.

El aprendizaje de las derivadas, de acuerdo a Salvatierra et al. (2021), es el proceso de conceptos del límite de una función, donde el estudiante adquiere capacidad y la habilidad para el cálculo de la derivada y realizar la aplicación del concepto y propiedades para solucionar problemas que se oriente a la formación profesional.

Para Caseres et al. (2019), los estudiantes universitarios que aprenden derivadas, ponen mucha atención debido a la multiplicidad de funciones con que cuenta, debido a que muestran interés en diferente ámbito profesional de la ciencia e ingeniería. Por ello, sistematizar el concepto, requiere una modelación matemática y aplicar el método heurístico que permita comprender, analizar todo tipo de problema sobre razones y diferencia entre las magnitudes infinitésimas.

Asimismo, Morales et al. (2018) propusieron cuatro etapas para aprender derivada: propósito, conocimiento previo sobre la derivada, aprender la derivada a través de las definiciones del límite y la manera como se comporta la pendiente de una función en un determinado punto.

### **2.3.2.2 Aprendizaje de la derivada de la asignatura Cálculo I.**

Dolores (2000) señaló que, aprender la derivada es dificultoso porque en los textos sobre cálculo está orientado a enfoques abstractos, donde existe limitada relación con el aspecto geométrico y físico que motivó definir la derivada, todo ello por una deficiente orientación metodológica.

También, Castigeras (2004) señaló que, la mayor dificultad en los estudiantes cuando ingresan a una universidad, es la asignatura de cálculo diferencial, ello porque es de índole formal con un contenido estricto aparentemente sencillo, sin embargo, está desconectado en principio de las vivencias diarias; asimismo, todo texto presenta el concepto de manera más elaborada, lo que genera la invisibilidad del proceso para llegar al punto establecido.

El cálculo diferencial o cálculo I, está caracterizado generalmente, por la presencia de un elemento visual e intuitivo que se aplica primordialmente en la física y en geometría. Vrancken y Engler (2014) señalaron que, analizar y estudiar la variación de todo caso dinámico, orientó a realizar una visualización e intuición de todo fenómeno, que permitió comprender la variación en los aspectos básicos: razón media de cambio, el cambio y la razón instantánea de cambio, que permitió la descripción, cuantificación y pronóstico rápido de los fenómenos de la naturaleza a una situación cotidiana.

### 2.3.2.3 Dimensiones del aprendizaje de la derivada de la Asignatura de Cálculo I.

Vargas (2021) señaló las siguientes dimensiones del aprendizaje de la derivada de la Asignatura de Cálculo I:

*Dimensión capacidad de resolver ejercicios.* Para Vargas (2021), es manejar el algoritmo y proceso de la matemática básica en el nuevo campo del Cálculo I, que brinda una técnica y método nuevos para el logro de los límites, cálculo de la derivada, identificar la condición de continuidad, y la aplicación del criterio de primera y segunda derivada.

*Dimensión de manejo de conceptos.* Vargas (2021) señaló que, implica comprender conceptualmente la definición, teorema y la propiedad, así como la interpretación de toda área de la ciencia aplicada. Comprender y manejar lo infinitesimal en el límite de la función es el punto de partida, siguiendo razones de cambio de la derivada, en la asimilación y explicación del significado geométrico o físico como una recta tangente, velocidad, aceleración. El comportamiento de la función, se podría conceptualizar en la creciente o decreciente evolución de la derivada, donde cada valor singular logra identificar el valor extremo de la función.

*Dimensión capacidad para modelar problemas.* Para Vargas (2021), es la construcción un modelo matemático que pueda reflejar la condición propuesta, solucionado el problema. En ese contexto, se tiene el modelar problemas acerca del límite, problema de razón de cambio inmediato, problema para optimizar la función y problema de incremento.

## 2.4 Definición de términos básicos

**Aprendizaje.** Es el cambio que puede ser permanente en la conducta, que se ve reflejada cuando se adquiere el conocimientos o habilidad mediante una vivencia, y que, se podría incluir el estudiar, instruir, observar o practicar (Alonso, 2015).

**Continuidad.** Una función “ $f$ ” es continua en un punto “ $a$ ”, sí y solo sí, se verifica la condición siguiente: la función existe en  $a$ , existe en el límite de  $f(x)$

cuando “x” tiende a “a”, entonces el valor de la función en el punto y en el límite de dicho punto son iguales, ello es  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

**Derivada.** Es el resultado de la realización de un proceso diferenciado sobre una función o expresión. La notación de la derivada, es la manera en la que se expresa una derivada de manera matemática:  $f'(x) = \frac{dy}{dx} = D_x y = \dot{y}$ .

**Funciones.** Es la correspondencia entre los componentes de un conjunto, como se logra expresar: Dados dos subconjuntos A y B de números reales, una función de A en B, es una correspondencia que está asociada a cada número “x” en A, un número “y” en B.

**Geometría.** Parte de la matemática, que involucra a las propiedades y medida del plano y el espacio, y se ocupa de manera fundamental de problemas métricos, como calcular áreas y diámetros de figura y volumen de un cuerpo sólido, así como de la forma de un cuerpo, sin tener en cuenta las demás propiedades de dicho cuerpo.

**Límites.** Son los valores que se acercan a las imágenes como las  $y=f(x)$ , cuando los puntos del dominio (las x) se acercan al valor  $x_0$ .

**Razón de cambio.** Es la pendiente de una recta secante a una curva “f” que logra cortar a ésta en los puntos P y Q; son conceptos que están ligados de manera estrecha, y se considera como un caso particular de razón de cambio.

**Razonamiento.** Es el proceso del desarrollo del conocimiento en el que se razona de manera consciente de que el juicio, conclusiones, son determinados por otro juicio, donde la premisa acorde a hábitos generales del pensamiento, que posiblemente no pueda tener la capacidad de una formulación precisa, pero que logra aprobar como conducente a un verdadero conocimiento.

**Resolver problemas.** Es la capacidad para la identificación de un problema, buscar estrategias para su solución, supervisando y evaluando como se implementa dicha solución.

**Situaciones didácticas.** Es el proceso donde el docente le propone al estudiante, problemas que asemejan sus situaciones de vida real, que abordará mediante sus conocimientos previos, permitiéndoles la generación

de un nuevo conocimiento, asimismo, hipótesis y conjeturas que tenga semejanza con el trabajo que se realiza en la comunidad científica.

### III. HIPÓTESIS Y VARIABLES

#### 3.1 Hipótesis

##### 3.1.1. Hipótesis general

El razonamiento geométrico se relaciona significativamente con el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

##### 3.1.2. Hipótesis específicas

H.E.1 Existe una relación significativa entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

H.E.2 Existe una relación significativa entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

#### 3.2 Operacionalización de las variables

##### Variable 1: Razonamiento geométrico

Es la agrupación de todo proceso cognitivo, a través de los cuales, se logra construir y manipular la representación mental del objeto en el espacio, sus relaciones, transformación y la diversa traducción y representación material, contemplando la actuación de la persona en su diferente manifestación y relación espacial, para que interactúe de manera diversa con el objeto situado en el espacio, desarrollando variada representación, y mediante la coordinación entre ello, realizar un acercamiento conceptual que favorezca para crear y manipular una nueva representación mental. (Torres, 2022)

##### Variable 2: Aprendizaje de la derivada

Es el proceso de conceptos del límite de una función, donde el estudiante adquiere capacidad y la habilidad para el cálculo de la derivada y realizar la



aplicación del concepto y propiedades para solucionar problemas que se oriente a la formación profesional. (Salvatierra et al., 2021)

Se procederá dimensionar las variables, a fin de poder medirla con precisión científica.

**Tabla 1**

*Operacionalización de la variable razonamiento geométrico*

Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de medición	Instrumento
Acciones para medir al variable razonamiento geométrico, a través de sus dimensiones visualización y análisis, mediante un cuestionario con la escala de Likert	Visualización	Reconoce y observa la forma geométrica de las curvas. Posibilita el reconocimiento de los conceptos matemáticos de derivada usando un lenguaje matemático sencillo y los realiza sirviéndose de materiales auxiliares. Utiliza métodos visuales para identificar simetrías, cambios de forma de la curva, junto con el cambio de pendiente. Utiliza el vocabulario elemental del cálculo diferencial: derivada, pendiente, recta tangente, implícita, orden superior, máximos y mínimos, concavidad hacia arriba y hacia abajo, entre otros.	Ordinal  Nunca (1)  Casi nunca (2)  A veces (3)  Casi siempre (4)  Siempre (5)	Cuestionario
	Análisis	Utiliza de forma explícita e implícita, los elementos que forman parte de las derivadas Determina las reglas que caracterizan un teorema relacionado con derivadas ayudándose de la geometría. Descubre y utiliza una nueva propiedad isométrica partiendo de la verificar en un caso concreto. Utiliza la definición de punto crítico para hallar el máximo y el mínimo de una función dando aplicaciones .		

**Tabla 2***Operacionalización del aprendizaje de la derivada*

Definición conceptual	Dimensiones	Indicadores	Escala de medición	Instrumento
Acciones para medir la variable aprendizaje de la derivada, mediante sus dimensiones de capacidad de resolución de ejercicios, manejo de conceptos y capacidad para resolver problemas, a través de una prueba de Cálculo I.	Capacidad de resolución de ejercicios	Obtiene el valor límite de una función, salvando los diferentes tipos de indeterminación	Ordinal	Prueba de Cálculo I
		Obtiene la derivada de funciones algebraicas y de funciones trascendentes	Errado (0)	
	Manejo de conceptos	Obtiene las derivadas de orden superior y de funciones implícitas	Acertado (1)	
		Obtiene las condiciones de la continuidad de una función		
Capacidad de modelar problemas	Capacidad de modelar problemas	Maneja correctamente las aplicaciones geométricas de la derivada		
		Maneja de manera correcta la aplicación física de la derivada		
		Maneja correctamente los criterios de primera y segunda derivada		
		Resuelve todo problema de razón de cambio inmediato		
		Resuelve todo problema que optimice una función		
		Resuelve todo problema que sobre incremente una función		

## IV. METODOLOGÍA

### 4.1 Diseño metodológico

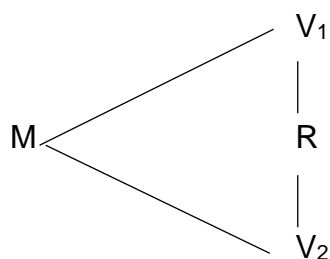
El estudio pertenece al enfoque cuantitativo, que para Hernández y Mendoza (2018), le permitieron el recojo de datos de forma numérica, utilizándose la metodología hipotética-deductiva en la contrastación de las hipótesis, luego de aplicar instrumentos que fueron analizados estadísticamente.

El tipo de investigación fue básico, donde, de acuerdo a Sánchez et al. (2018) señalaron que se logró un incremento del conocimiento teórico científico, sus principios y leyes, no fue de carácter práctico.

El estudio, según Ñaupas et al. (2018) fue de diseño correlacional, porque se midió la correlación entre las variables razonamiento geométrico y aprendizaje de la derivada; no experimental, porque, no se manipuló variable alguna; y transversal, porque se recogieron los datos de una sola vez, obedeciendo al siguiente esquema:

#### Figura 1

*Diseño correlacional.*



Dónde:

M : Muestra

V1 : Razonamiento geométrico

V2 : Aprendizaje de la derivada

R : Relación entre las variables

## 4.2. Método de investigación

En la investigación, se utilizó el método hipotético-deductivo, que según Sánchez et al. (2018), se logró formular la hipótesis, además con el resultado obtenido al aplicar los instrumentos, se comprobó las hipótesis y deducir conclusiones.

## 4.3. Población y muestra

### 4.3.1. Determinación de la población.

Para efectos del estudio, la población estuvo constituida por 80 estudiantes matriculados en la Asignatura de Cálculo I del Semestre 2023-B de la Facultad de Ingeniería Industrial y Sistemas de la Universidad Nacional del Callao.

### Tabla 3

#### *Distribución de la población de estudiantes*

(Nóminas de matrícula FIIS de la UNAC)

Facultad	Estudiantes		Total
	M	F	
Ingeniería Industrial	29	11	40
Ingeniería de sistemas	31	09	40
Total	60	20	80

### 4.3.2. Determinación de la muestra.

Para esta investigación, se seleccionó la muestra mediante la técnica del muestreo censal, es decir, 80 estudiantes matriculados en la Asignatura de Cálculo I del Semestre 2023-B de la Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas de la Universidad Nacional del Callao.

#### 4.4 Lugar de estudio y periodo desarrollado

La investigación se desarrolló en la Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas, ubicado en la Ciudad Universitaria de la Universidad Nacional del Callao, Semestre 2023-B, durante los meses de Julio a Noviembre del 2023.

#### 4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información

Se utilizó la encuesta como técnica que permite la recopilación de datos de manera directa, a través de la formulación del cuestionario, que estén relacionadas con las hipótesis, variables e indicadores. También se utilizó una prueba de Cálculo I.

**Confiabilidad.** La confiabilidad de los instrumentos fue como se detalla en la siguiente tabla:

**Tabla 4**

*Confiabilidad*

Nº	Instrumentos	Alfa de Cronbach	KR20	Nº de ítems
1	Cuestionario sobre razonamiento geométrico	0,844		20
2	Prueba de Cálculo I		0.840	20

**Validación.** Es la opinión específica de jueces o expertos metodólogos, que tiene cierto reconocimiento en la comunidad científica, ofreciendo algún detalle, prueba, veredicto y/o valoración sobre el instrumento.

**Tabla 5**

*Juicio de expertos*

Nº	Jueces	Razonamiento geométrico	Aprendizaje de la derivada
1	Paucar Llanos Paul Gregorio	Aplicable	Aplicable
2	Duran Quiñonez Sofía Irena	Aplicable	Aplicable
3	Salazar Espinoza Fernando	Aplicable	Aplicable
4	Espejo Peña Dennis Alberto	Aplicable	Aplicable

#### **4.6 Análisis y procesamiento de datos**

Los procedimientos que se siguieron en la investigación fueron: identificación de las aulas que formarán parte de la población, se solicitó autorización a las autoridades de la institución donde se realizó el estudio, aplicación de una prueba piloto para la determinación de la confiabilidad, se presentaron instrumentos a expertos para su validación, se aplicaron los cuestionarios válidos y confiables, recogiendo los datos que fueron registrados en una base de datos, para procesar, analizar e interpretar los resultados.

Luego del procedimiento, se procedió a la presentación y análisis del resultado, que se realizó de manera descriptiva, presentado el resultado en barras y tablas; inferenciales, aplicándose un estadístico según lo determine la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov.

#### **4.7 Aspectos éticos de la investigación**

La investigación se ejecutó, habiéndose solicitado y autorizado previamente autorización para la aplicación de los instrumentos; respetándose el anonimato de los colaboradores, se respetaron los resultados obtenidos con la aplicación de instrumentos. Asimismo, fueron consignados todos los autores citados en el estudio, respetándose las citas según las Normas APA.

## V. RESULTADOS

### 5.1 Resultados descriptivos

#### 5.1.1 Razonamiento geométrico.

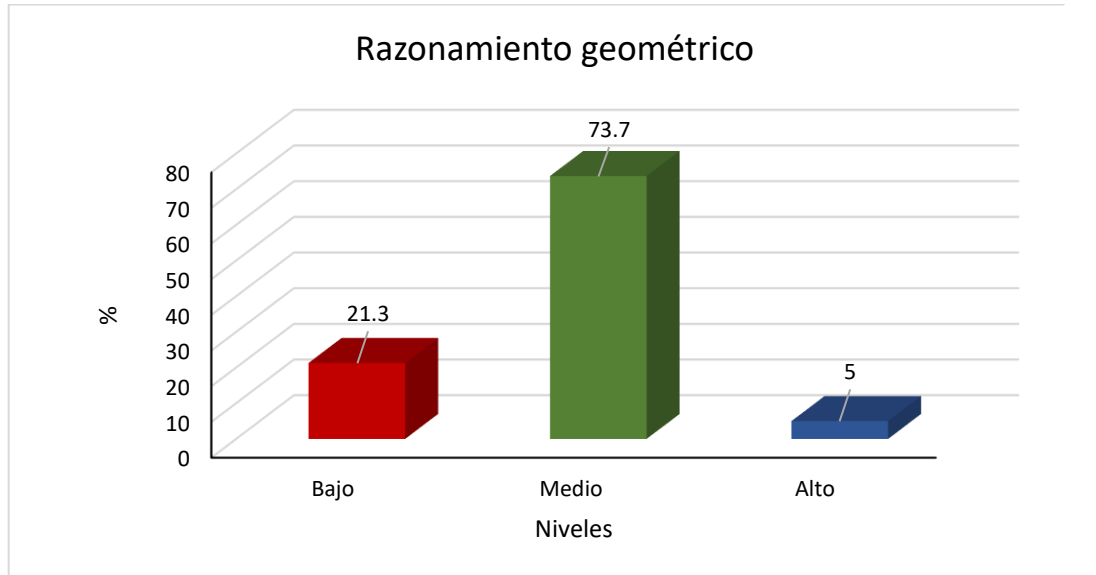
**Tabla 6**

*Distribución de niveles de la variable razonamiento geométrico*

Niveles	Frecuencias	Porcentaje
Bajo	17	21.3
Medio	59	73.7
Alto	4	5.0
Total	80	100,0

**Figura 2**

*Niveles de la variable razonamiento geométrico*



En la tabla 6 y figura 1, se observa que, con respecto a la variable razonamiento geométrico, un 73,7% de estudiantes presentó un nivel medio, el 21,4% un nivel bajo y el 5,0% un nivel alto; ante ello, se afirma que, la mayoría de los estudiantes de la Asignatura de Cálculo I del Semestre 2023-

B de la Facultad de Ingeniería Industrial y Sistemas de la Universidad Nacional del Callao presentó un nivel medio.

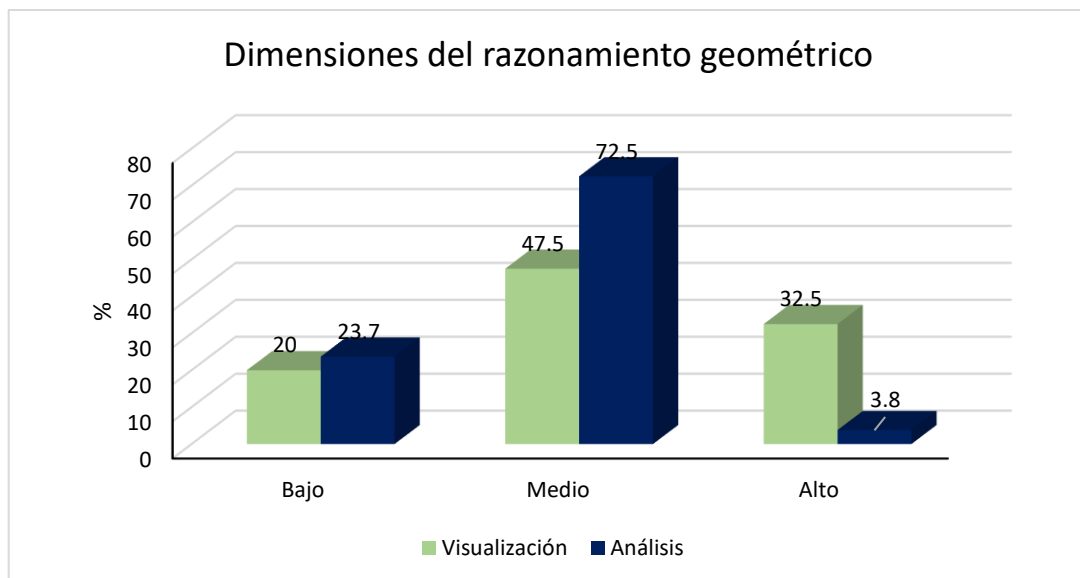
**Tabla 7**

*Distribución de niveles de las dimensiones del razonamiento geométrico*

Niveles	Visualización		Análisis	
	fi	%	fi	%
Bajo	18	22.5	19	23.7
Medio	58	72.5	58	72.5
Alto	4	5.0	3	3.8

**Figura 3**

*Niveles de las dimensiones del razonamiento geométrico*



En la tabla 7 y figura 2, se puede observar que, con respecto a las dimensiones de la variable razonamiento geométrico; en la dimensión visualización, un 7,5% presentó un nivel medio, el 32,5% un nivel alto y el 20,0% un nivel bajo; en la dimensión análisis, el 72,5% presentó un nivel medio, el 23,7 un nivel bajo y el 3,8% en el nivel alto.



### 5.1.2 Aprendizaje de la derivada.

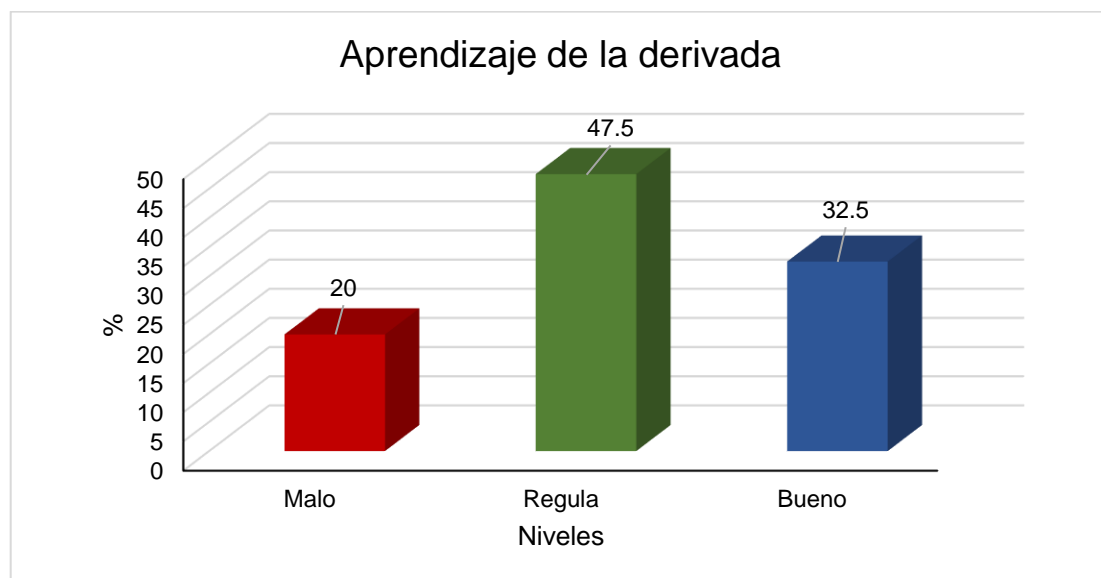
**Tabla 8**

*Distribución de niveles de la variable aprendizaje de la derivada*

Niveles	Frecuencias	Porcentaje
Malo	16	20.0
Regular	38	47.5
Bueno	26	32.5
Total	80	100,0

**Figura 4**

*Niveles de la variable aprendizaje de la derivada*



Los resultados de la tabla 8 y figura 3, permite observar que, con referencia a la variable aprendizaje de la derivada, el 47,5% presentó un nivel regular, el 32,5% un nivel bueno y el 20,0% un mal nivel; ante ello, se puede afirmar que, existe una prevalencia del nivel regular en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de la Asignatura de Cálculo I del Semestre 2023-B de la Facultad de Ingeniería Industrial y Sistemas de la Universidad Nacional del Callao.

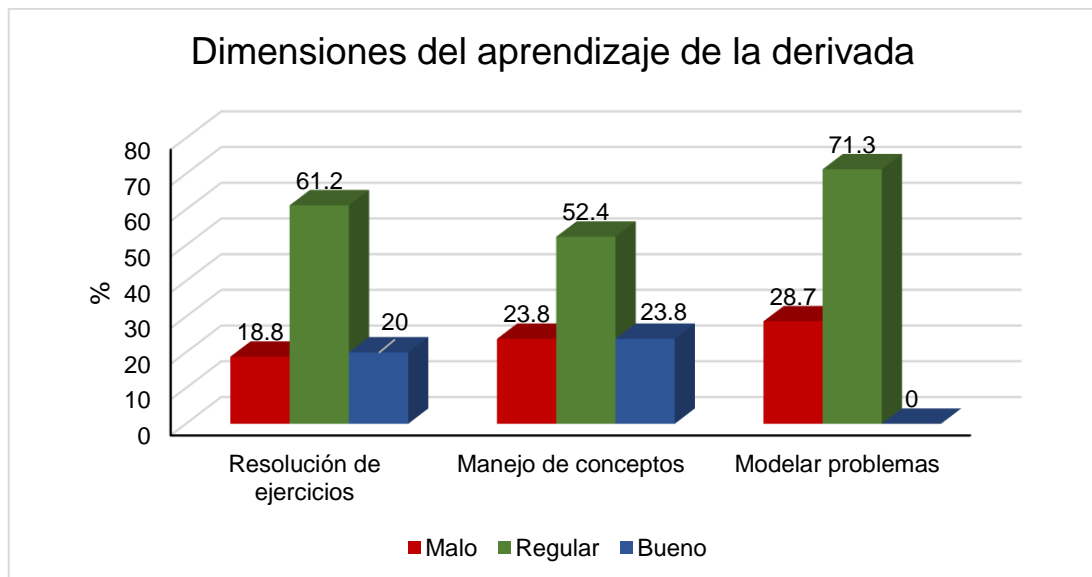
**Tabla 9**

*Distribución de niveles de las dimensiones del aprendizaje de la derivada*

Niveles	Resolución de ejercicios		Manejo de conceptos		Modelar problemas	
	fi	%	fi	%	fi	%
Malo	15	18.8	19	23.8	23	28.7
Regular	49	61.2	42	52.4	57	71.3
Bueno	16	20.0	19	23.8	0	0

**Figura 5**

*Niveles de las dimensiones del aprendizaje de la derivada*



En la tabla 9 y figura 4 se observa que, con respecto a las dimensiones del aprendizaje de la derivada; en la dimensión resolución de ejercicios, el 61,2% presentó un nivel regular, el 20,0% un nivel bueno y el 18,8% un mal nivel; en la dimensión manejo de conceptos, el 52,4% presentó un nivel regular, el 23,8% un nivel bueno y otro 23,8% un nivel bajo; y en la dimensión, modelar problemas, el 71,3% presentó un nivel regular, y el 28,7% un nivel malo.

## 5.2 Resultados inferenciales

### 5.2.1 Prueba de normalidad.

La prueba de normalidad que se utilizó fue de Kolmogorov-Smirnov, por ser una muestra mayor a 30 datos.

$H_0$  El conjunto de datos, tiene una distribución normal

$H_a$  El conjunto de datos, no tiene una distribución normal

#### Regla de contraste:

Sí  $p > 0,05$ , se acepta la hipótesis nula ( $H_0$ )

Sí  $p \leq 0,05$ , se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ )

#### Tabla 10

##### *Prueba de normalidad – Kolmogorov-Smirnov*

Variable	Estadístico	gl	Sig.
Razonamiento geométrico	,146	80	,000
Aprendizaje de la derivada	,155	80	,000

Los resultados de la tabla 10, permite observar que, en la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov, se obtuvo un nivel de significancia en la variable razonamiento geométrico de 0,000, asimismo en la variable aprendizaje de la derivada, un valor de 0,000; lo que indica que en ambos grupos se rechaza la hipótesis nula, y se determina que, ambas variables no tienen distribución normal; ante ello se utilizó estadísticos no paramétricos como el coeficiente de correlación rho de Spearman.

## 5.2.2 Prueba de hipótesis.

### Hipótesis general

H<sub>0</sub> El razonamiento geométrico no se relaciona significativamente con el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

H<sub>a</sub> El razonamiento geométrico se relaciona significativamente con el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

**Tabla 11**

*Correlación de Spearman – Hipótesis general*

			Razonamiento geométrico	Aprendizaje de la derivada
Rho de Spearman	Razonamiento geométrico	Coeficiente de correlación	1,000	,729**
		Sig. (bilateral)	.	,000
	Aprendizaje de la derivada	N	80	80
		Coeficiente de correlación	,729**	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	.
		N	80	80

\*\* . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

El resultado de la tabla 11, permite observar que, la variable razonamiento geométrico se relaciona directamente con la variable aprendizaje de la derivada, con un rho de Spearman igual a 0,729, lo que indica una relación alta, y un nivel de significancia igual a 0,000 ( $p < 0,05$ ).

Decisión: se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna.

Conclusión: El razonamiento geométrico se relaciona directa, alta y significativamente con el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

### Hipótesis específica 1

- H<sub>0</sub> No existe una relación significativa entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.
- H<sub>a</sub> Existe una relación significativa entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

**Tabla 12**

*Correlación de Spearman – Hipótesis específica 1*

		Visualización	Aprendizaje de la derivada
Rho de Spearman	Visualización	Coeficiente de correlación	1,000
		Sig. (bilateral)	. ,000
		N	80
	Aprendizaje de la derivada	Coeficiente de correlación	,610**
		Sig. (bilateral)	,000
		N	80

\*\* . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

En la tabla 12, se observa que, la dimensión visualización se relaciona de manera directa con el aprendizaje de la derivada, con un rho de Spearman igual a 0,610, lo que indica una relación alta, y un nivel de significancia igual a 0,000 ( $p < 0,05$ ).

Decisión: se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna:

Conclusión: Existe una relación directa, alta y significativa entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023

### Hipótesis específica 2

- H<sub>0</sub> No existe una relación significativa entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.
- H<sub>a</sub> Existe una relación significativa entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

**Tabla 13**

*Correlación de Spearman – Hipótesis específica 2*

		Análisis	Aprendizaje de la derivada
Rho de Spearman	Análisis	Coeficiente de correlación	1,000
		Sig. (bilateral)	.
		N	80
	Aprendizaje de la derivada	Coeficiente de correlación	,669**
		Sig. (bilateral)	,000
		N	80

\*\* . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

En la tabla 13, se observa que, la dimensión análisis se relación directamente con el aprendizaje de la derivada, con un rho de Spearman igual a 0,669, lo que indica una relación alta y un nivel de significancia igual a 0,000 ( $p < 0,05$ ).

Decisión: Se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna.

Conclusión: Existe una relación directa, alta y significativa entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

## VI . DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

### 6.1 Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados

Después del procesamiento de los datos, con respecto a la hipótesis general, se obtuvo un rho de Spearman igual a 0,729, y un p-valor igual a 0,000 ( $p < 0,05$ ), por lo que se rechazó la hipótesis nula y se aceptó que, el razonamiento geométrico tiene una relación significativa con el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

En lo referente a la hipótesis específica 1, se obtuvo un rho de Spearman igual a 0,729, y un p-valor igual 0,000, donde se determinó que, existe una relación significativa entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.

Finalmente, en referencia a la hipótesis específica 2, los resultados obtenidos, fueron un rho de Spearman igual a 0,669 y un nivel de significancia igual a 0,000 ( $p < 0,05$ ), lo que permitió rechazar la hipótesis nula y determinar que, existe una relación significativa entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023

### 6.2 Contrastación de los resultados con otros estudios similares

Los resultados de la hipótesis general tiene semejanza con el estudio de Manjarrés et al. (2023), quienes concluyeron que, la metodología de tareas diseñadas bajo el modelo de Van Hiele es significativo, porque lo estudiantes comprende un concepto geométrico desde sus características hasta la aplicación en un contexto extramatemático; asimismo, Vitriago y Bellido (2020) quienes concluyeron que, el webquest quedó estructurada de tal manera que favoreció los conocimientos del álgebra elemental, funciones y límites de funciones, favoreciendo la superación de las deficiencias de los estudiantes; de la misma manera, Loayza (2021), quién concluyó que, las situaciones de la metodología de enseñanza que se basa en la ingeniería incide significativamente en los procesos de enseñanza-aprendizaje; también

Salvatierra et al. (2021) quienes concluyeron que, el Khan Academy influyó de manera significativa en el aprendizaje del Cálculo I en lo referente a la derivada en los estudiantes universitarios, logran un buen logro académico.

Asimismo, se relaciona con las conceptualizaciones de Torres (2022) quién afirmó que, es la agrupación de todo proceso cognitivo, a través de los cuales, se logra construir y manipular la representación mental del objeto en el espacio, sus relaciones, transformación y la diversa traducción y representación material, contemplando la actuación de la persona en su diferente manifestación y relación espacial, para que interactúe de manera diversa con el objeto situado en el espacio, desarrollando variada representación, y mediante la coordinación entre ello, realizar un acercamiento conceptual que favorezca para crear y manipular una nueva representación mental.; y de Salvatierra et al. (2021), es el proceso de conceptos del límite de una función, donde el estudiante adquiere capacidad y la habilidad para el cálculo de la derivada y realizar la aplicación del concepto y propiedades para solucionar problemas que se oriente a la formación profesional.

También, se fundamenta en los planteamientos teóricos de Van Hiele (1957) cómo un modelo didáctico producto de una representación simplificada del quehacer didáctico en el que están involucrados el desarrollo y descripción del razonamiento geométrico, y de Vásquez y Gamboa (2013), que es un modelo de enseñanza aprendizaje, que permite posibilidades de la identificación de la identificación de tipos de razonamiento geométrico. Así, como el planteamiento de Piaget (1983), puesto que se apoya en la idea de que el alumno aprende por adaptaciones al medio; y Brousseau (2007) tiene una concepción diferente a Piaget. Donde, para Piaget está referido a la realidad o entorno de la persona, para Brousseau, dicho medio o entorno comprende saberes disciplinarios, por alguna situación matemática que los estudiantes deben aprender.

Los resultados de la hipótesis específica 1, tiene semejanza con el estudio de D'Andrea, R. (2021), quién concluyó que, la visualización de los



procesos cognitivos en el aula, se debilitan cada vez más, sobretodo cuando los estudiantes presentaron dificultades para justificar, explicar y argumentar en la resolución de problemas, más aún enfocado en lo procedimental.

Dicho resultado tiene relación con las conceptualizaciones de Cabello (2013), quienes señalaron que permite que se describan cada objeto en función a su aspecto físico, sin lograr una distinción explícita de cada componente ni de propiedad matemática; y Gamboa y Vargas (2013) definieron que los estudiantes no diferencian cada parte de las representaciones geométricas, solo reconoce sus formas como un todo. Asimismo, Llanos et al. (2016) señalaron que, i) reconocer como se conserva el tamaño y la forma de cada figura; ii) posibilidades del reconocimiento de cada movimiento y realizarlo con el apoyo de todo material auxiliar requerido; iii) utilizar propiedades que son visualizados de manera positiva y la identificación de la simetría, de toda representación geométrica, y la variación de la orientación de cada una; iv) la utilización de un vocabulario idóneo de toda isometría: planos, isometría, ejes de simetrías, coordenadas, módulos, entre otros.

Los resultados de la hipótesis específica 2, tiene semejanza con el estudio de Castro (2023), quien concluyó que, los modelos educativos del pensamiento geométrico utilizado, resaltó el nivel logrado en la capacidad de análisis por encima de la visualización y abstracción, y la utilización de definiciones geométricas, lo que es resaltante para lograr cada uno de los niveles de razonamientos geométricos para aprender derivadas.

También, Cabello (2013) reconoció que, en esta dimensión, se lleva a cabo el reconocimiento de todo componente y propiedad matemática de un concepto u objeto. Asimismo, se establece cierta relación entre un objeto y sus elementos de forma experimental. No se realiza ninguna descripción formal, solo de manera generalizada. Para Gamboa y Vargas (2013), los estudiantes reconocen la forma, más no logran establecer relación entre propiedades de diferentes representaciones geométricas.

### **6.3 Responsabilidad ética**

La información recogida en la Facultad de Ingeniería Industrial y Sistemas de Universidad Nacional del Callao, fue tratada de manera reservada, confidencial, utilizándose con el único fin en el trabajo de investigación. Asimismo, las interpretaciones y discusiones de los resultados, fueron obtenidos sometiendo los datos al análisis estadístico, realizándose en base a los fundamentos teóricos y humanísticos, que fueron reforzados con las investigaciones previas existentes, y no en función de los prejuicios de la investigadora.

## VII. CONCLUSIONES

Primera El razonamiento geométrico se relaciona directa, alta y significativamente con el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023; habiéndose obtenido un rho de Spearman igual a 0,729 y un nivel de significancia igual a 0,000

Segunda Existe una relación directa, alta y significativa entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023; donde se obtuvo un rho de Spearman igual a 0,610 y un nivel de significancia igual a 0,000.

Tercera Existe una relación directa, alta y significativa entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023; habiéndose obtenido un rho de Spearman igual a 0,669 y un nivel de significancia igual a 0,000.

## VIII. RECOMENDACIONES

Primera Se recomienda a los docentes de la Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas, la implementación de estrategias sobre razonamiento geométrico donde los estudiantes puedan elaborar procesos cognitivos geométricos y manipulen representaciones mentales de objetos en el espacio y los relacionen entre ellos, para poder realizar un mejor aprendizaje de la derivada en la asignatura del Cálculo I.

Segunda Se sugiere a los docentes de la asignatura Cálculo I, la implementación de estrategias de visualización donde los estudiantes reconozcan y observen formas geométricas de las curvas, utilicen métodos visuales para identificar simetrías, cambios de forma de la curva, junto con el cambio de pendiente; asimismo utilicen el vocabulario elemental del Cálculo Diferencial: “derivada”, “pendiente”, “recta tangente”, “derivación implícita”, “derivadas de orden superior”, “máximos y mínimos”, “concauidad hacia arriba y hacia abajo”, entre otros; que les permita el mejoramiento del aprendizaje de la derivada.

Tercera Se recomienda a los docentes, la utilización de estrategias de análisis donde el estudiante utilice de manera explícita e implícita, los elementos que forman parte de las derivadas, puedan determinar las reglas que caracterizan un teorema relacionado con derivadas ayudándose de la geometría, así como descubrir y utilizar nuevas propiedades de las isometrías, a partir de su verificación en casos concretos, utilizando la definición de punto crítico para hallar máximos y mínimos de una función, dando aplicaciones, y de esta manera poder favorecer el aprendizaje de la derivada.

## IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, J. (2015). *Motivar para el aprendizaje*. Edebé.
- Barrena, S. (2001). *La creatividad en Charles Peirce: Abducción y razonabilidad*. Universidad de Navarra.
- Brousseau, G. (1989). *Teoría de situaciones didácticas*. Ediciones El pensamiento salvaje.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.
- Cabello, A. (2013). *La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la educación secundaria obligatoria a partir de Cabri* [Tesis doctoral, Universidad de Salamanca]. <https://gredos.usal.es/handle/10366/122919>.
- Caseres, E., Pereira, Z. & Pereira, L. (2019). Efecto del foro virtual sobre el aprendizaje de Cálculo Diferencial. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 21(1), 1. <https://doi.org/10.24320/redie.2019.21.e30.2051>.
- Castro, Y. (2023). Competencias de pensamiento geométrico como parte del mejoramiento en el aspecto cognitivo de visualización, análisis y abstracción que poseen los estudiantes. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(3). [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v7i2.6496](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i2.6496).
- Catsigeras, E. (2004). Microexperiencia de enseñanza en Cálculo. *Actas del II Congreso de Enseñanza*. CD– UEFI. <http://math-preprints>.
- Chávez, S. (2019). *Taller de manopapel para mejorar el razonamiento geométrico en estudiantes del quinto grado de educación primaria*. [Tesis de grado, Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo]. <https://shorturl.at/iEQ25>.
- D'Andrea, A.; Buontempo, M. y Butti, F. (2021). Prácticas profesionalizantes en la Educación Técnica Superior. La experiencia del sector informática en la provincia argentina de Corrientes. *Educación* 30(58), 169-187. <https://shorturl.at/xKPS9>.

- Dolores, C. (2000). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Escalante, J. y Meza, F. (2021). *Los comandos del Software Geogebra para el cálculo de la derivada de funciones algebraicas con estudiantes del programa de matemática física de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión – Pasco; 2019*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión]. <http://repositorio.undac.edu.pe/handle/undac/2365>.
- Fernández, T., Díaz, J. y Cajaraville, J. (2012). Razonamiento geométrico y visualización espacial desde el punto de vista ontosomiotico. *Boletín de Educación Matemática*. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223573004>.
- Flores, A. (2014). Enfoque conceptual del cálculo en la formación de docentes: Ejemplos con uso de tecnología interactiva. *Revista El Cálculo y su Enseñanza*, 5 (5), 1-26.
- Gamboa, G. y Vargas, R. (2013). El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1). <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475947762005>.
- Godino, J.; Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, Karlsruhe, 39(1), 127-135. <https://shorturl.at/swBP3>.
- Hernández, R. y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Mc Graw-Hill.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El Modelo de Van Hiele*. Alfar.
- Labra, J. y Vanegas, C. (2022). Desarrollo del razonamiento geométrico de estudiantes de enseñanza media cuando abordan el concepto de homotecia. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 25(1), 93-120. <https://www.redalyc.org/journal/335/33575386001/html/>

- Llanos, A.; Acuña, G. y Martínez, J. (2016). *Impacto de las tic en el razonamiento geométrico de los estudiantes del Liceo Polivalente Virginio Arias de Ñipas*. [Tesis de licenciatura, Universidad de Bío Bío]. [http://repopib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1794/1/Llanos\\_Mora\\_Anixa.pdf](http://repopib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1794/1/Llanos_Mora_Anixa.pdf).
- Loayza, F. (2022). Ingeniería y situación didáctica para el aprendizaje de la derivada en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano. *Revista de Investigaciones*, 10(2), 160-172. <https://doi.org/10.26788/riepg.v10i2.2644>.
- Manjarrés, A., Muñoz, Y., Rodríguez, C., Valencia, I., & Bermejo, G. (2023). Razonamiento geométrico de un estudiante universitario activado al resolver problemas de congruencia contextualizados. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 3(1), e202305. <https://doi.org/10.54541/reviem.v3i1.61>
- Manjarrez, C., Romero, y. & Fuenmayor, A. (2021). Estrategias para el aprendizaje significativo en derivadas de funciones de una variable. *Encuentro Educativo*, 28(2), 48-63. <https://doi.org/10.5281/zenodo.8169987>.
- Morales, P., Loarte, P., Alberto, C., Macuri, P., Gabriela, M. & Macuri, P. (2018). Method four steps and the learning of the derivative by. *Comuni@cción*, 9(1), 48–55. <https://shorturl.at/bkwK5>.
- Ñaupas, H.; Valdivia, M.; Palacios, J. y Romero, H. (2013). *Metodología de la investigación. Cuantitativa-cualitativa y redacción de tesis*. DGP Editores
- Piaget, J. (1983). *Seis estudios de psicología*. Morata.
- Pineda, W., Hernández, C. & Avendaño, W. (2020). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive. *Praxis & Saber*, 11(26), e9845. <https://shorturl.at/goG67>.
- Romero, Y. (2015). *Modelo didáctico bajo la modalidad b-learning, en la promoción del aprendizaje significativo en las aplicaciones de la derivada*. [Tesis de doctorado, Universidad Privada Rafael Belloso Chacín]. <https://virtual.urbe.edu/tesispub/0100334/intro.pdf>.

- Salvatierra, A., Romero, S., & Shardin, L. (2021). Khan Academy: Fortalecimiento del aprendizaje de Cálculo I en estudiantes universitarios. *Propósitos y Representaciones*, 9(1), e1042. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2021.v9n1.1042>
- Sánchez, H.; Reyes, L. y Mejía, K. (2018). *Manual de términos en investigación científica, tecnológica y humanística*. Universidad Ricardo Palma.
- Sandoval, J. (2023). *Introducción al concepto derivada: un diseño experimental con estudiantes universitarios de humanidades*. [Tesis de maestría, Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas]. <http://hdl.handle.net/10757/624354>
- Siemens, G. (2004). *A learning theory for the digital age*. <http://www.elearnspace.org/Articles/connectivism.htm>
- Torres, R. (2022). *Razonamiento geométrico*. Universidad de Magdalena. <https://bloque10.unimagdalena.edu.co/razonamiento-geometrico/>.
- Van Hiele, P. (1957). *El problema de la comprensión: En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*. (Tesis doctoral, Universidad Real de Utrecht). <https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf>.
- Vargas, L. (2021). *Cuadernos interactivos, Jupyter python notebook y el nivel de aprendizaje del cálculo diferencial en los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Andina del Cusco 2019-II*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional del Altiplano] [https://repositorio.uandina.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12557/4550/Luis\\_tesis\\_maestr%c3%ada\\_2021.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.uandina.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12557/4550/Luis_tesis_maestr%c3%ada_2021.pdf?sequence=1&isAllowed=y).
- Villanueva, I. (2019). *Sistema de tareas docente en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes del primer año de la escuela profesional de Ingeniería en Telecomunicaciones, UNSA-2018*. [Tesis de doctorado, Universidad Nacional San Agustín]. <https://repositorio.unsa.edu.pe/server/api/core/bitstreams/0fbe6c90-ff0c-4601-a089-17aeede7a0eb/content>



- Vitriago, O. y Bellido, V. (2020). Webquest para el aprendizaje del contenido de derivadas por definición en la asignatura Cálculo a nivel universitario. *Mérito-Revista de Educación*, 2(5), 110–121. <https://doi.org/10.33996/merito.v2i5.138>.
- Vrancken, V. y Engler, A. (2014). Una introducción a la derivada desde la variación y el cambio: resultados de una investigación con estudiantes de primer año de la universidad. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 28(48), 449-468.
- Yi, Y., Lagniton, P., Ye, S., Li, E., y Xu, R. H. (2020). COVID-19: what has been learned and to be learned about the novel coronavirus disease [COVID-19: lo que se ha aprendido y lo que se debe aprender sobre la nueva enfermedad del coronavirus]. *International Journal of Biological Sciences*, 16, 10, 1753–1766. <https://doi.org/10.7150/ijbs.45134>.

## ANEXOS

### Anexo 1: Matriz de consistencia

#### Título: El razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, 2023

PROBLEMAS	OBJETIVO	HIPÓTESIS	VARIABLES Y DIMENSIONES	METODOLOGÍA
<p><b><u>GENERAL</u></b> ¿Cuál es la relación entre el razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, 2023?</p> <p><b><u>PROBLEMAS ESPECÍFICOS</u></b></p> <p>P.E.1 ¿Qué relación existe entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023?</p> <p>P.E.2 ¿Qué relación existe entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023?</p>	<p><b><u>GENERAL</u></b> Determinar la relación entre el razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.</p> <p><b><u>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</u></b></p> <p>O.E.1. Determinar la relación entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.</p> <p>O.E.2. Determinar la relación entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.</p>	<p><b><u>GENERAL</u></b> El razonamiento geométrico se relaciona significativamente con el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.</p> <p><b><u>HIPÓTESIS ESPECÍFICAS</u></b></p> <p>H.E.1. Existe una relación significativa entre la dimensión visualización del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.</p> <p>H.E.2. Existe una relación significativa entre la dimensión análisis del razonamiento geométrico y el aprendizaje de la derivada en la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.</p>	<p><b>V1: Razonamiento geométrico</b></p> <p>D1: Visualización</p> <p>D2: Análisis</p> <p><b>V2: Aprendizaje de la derivada</b></p> <p>D1: Capacidad de resolución de ejercicios</p> <p>D2: Manejo de conceptos</p> <p>D3: Capacidad de modelar problemas</p>	<p><b><u>Tipo:</u></b> Aplicada</p> <p><b><u>Enfoque</u></b> Cuantitativo</p> <p><b><u>Diseño</u></b> Correlacional</p> <p><b><u>Método</u></b> Hipotético inductivo-deductivo.</p> <p><b><u>Población:</u></b> 80 estudiantes de la Asignatura de Cálculo I en la FIIS-UNAC, Callao 2023.</p> <p><b><u>Muestra:</u></b> Censal, 100% de la población</p> <p><b><u>Lugar de estudio:</u></b> Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas, UNAC, 2023-B</p>

## Anexo 2: Instrumentos validados

### Inventario de razonamiento geométrico

#### Instrucciones

Estimado docente:

Elija una alternativa por cada frase y marque la respuesta. No utilizar mucho tiempo en cada frase. No hay respuesta buena ni mala. Lo importante es que responda de acuerdo a su punto de vista.

Nº	Dimensiones/ítems	Escalas	
		Sí	No
<b>Visualización</b>			
1	Reconoce el tamaño y la formas		
2	Conserva el tamaño y la formas		
3	Posibilita el reconocimiento de los movimientos y los realiza sirviéndose de materiales auxiliares		
4	Utiliza propiedades visuales para identificar simetría		
5	Orienta el cambio de orientación de las propiedades visuales		
6	Utiliza el vocabulario elemental de las isometrías		
7	Reconoce los componentes del plano		
8	Reconoce las características de una isometría		
9	Utiliza coordenadas en el desarrollo de ejercicios		
10	Utiliza coordenadas en el desarrollo de problemas		
<b>Análisis</b>			
11	Utiliza de forma intencionada los elementos que caracterizan cada una de las isometrías		
12	Utiliza de forma explícita los elementos que caracterizan cada una de las isometrías		
13	Determina los elementos que caracterizan una isometría concreta		
14	Descubre nuevas propiedades de las isometrías		
15	Utiliza nuevas propiedades de las isometrías		
16	Verifica nuevas propiedades de isometría en casos concretos.		
17	Utiliza la definición de cada movimiento en tareas de reconocimiento		
18	Utiliza la aplicación directa del movimiento en cuestión		
19	Identifica que las propiedades derivan de otras.		
20	Realiza inferencias de razonamiento lógico formal		



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE SISTEMAS**  
**DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE INGENIERÍA DE SISTEMAS**



Semestre: 2023-B  
Septiembre del 2023

**CUESTIONARIO DE CÁLCULO I**

---

Marque según lo que usted crea conveniente usando la siguiente escala:

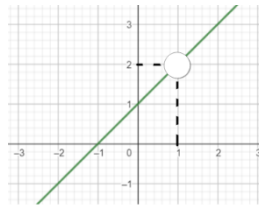
(1) Nunca (2) Casi nunca (3) A veces (4) Casi siempre (5) Siempre

**Dimensión 1:** Visualización

**PROBLEMA N° 1 (Límites)**

Cuando una curva es una recta, entonces es fácil reconocer sus límites laterales aproximándonos a cualquier punto.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$$



(1) (2) (3) (4) (5)

**PROBLEMA N° 2 (Límites laterales)**

Para los límites de funciones con varias reglas de correspondencia, las gráficas de éstas pueden ser continuas por tramos.

(1) (2) (3) (4) (5)

**PROBLEMA N° 3 (Continuidad)**

La forma de una función continua es análoga al trazar su gráfica en un papel sin levantar el lápiz, desde el comienzo hasta el fin.

(1) (2) (3) (4) (5)

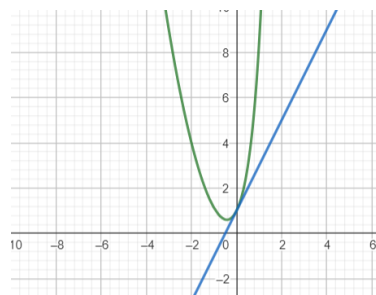
**PROBLEMA N° 4 (Definición de la Derivada)**

La función  $g(x) = \cos(x)$ , es derivable pues por su forma curvada, cóncava y convexa en ciertos tramos, determina su derivabilidad.

(1) (2) (3) (4) (5)

**PROBLEMA N° 5 (Geometría de la derivada)**

Existen rectas que se cortan en un punto con una curva, y estas son las tangentes que tienen como pendiente a la derivada de la función en dicho punto.

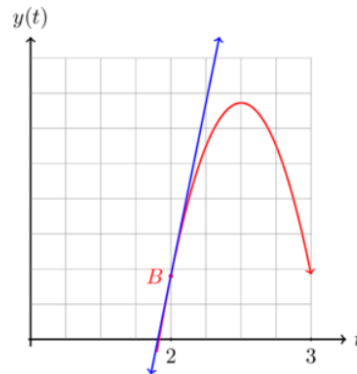
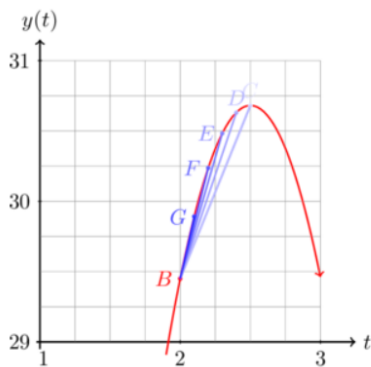


(1) (2) (3) (4) (5)

**PROBLEMA N° 6 (Geometría de la derivada)**

En el gráfico adjunto se muestra el proceso de la definición de la derivada en el punto  $x_0 = 2$ .

(1) (2) (3) (4) (5)



### **PROBLEMA N° 7 (Derivación Implícita)**

La noción simple de una derivación implícita es cuando se deriva una ecuación en la cual no está despejada la variable “y”, la cual define implícitamente una función que depende de “x”.

**(1) (2) (3) (4) (5)**

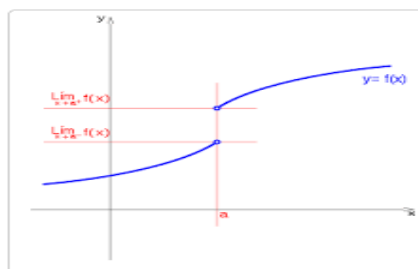
### **PROBLEMA N° 8 (Teorema de Valor Medio)**

Gráficamente nos damos cuenta de que cuando una función no es continua, no se le puede aplicar el Teorema de Valor Medio en un intervalo I dado.

**(1) (2) (3) (4) (5)**

### **PROBLEMA N° 9 (Continuidad)**

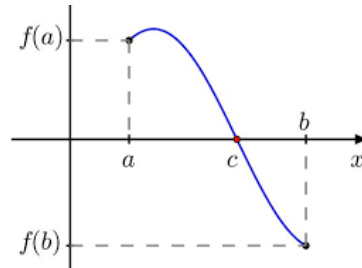
Cuando en una función continua en  $x_0$ , hay un salto de gráfica, entonces se puede decir que esta función es discontinua de tipo esencial.



**(1) (2) (3) (4) (5)**

### **PROBLEMA N° 10 (Teorema del Cero)**

Las aplicaciones del Teorema del Cero, sirven para hallar soluciones reales de una ecuación lineal o no lineal en una variable.



(1) (2) (3) (4) (5)

**Dimensión 2:** Análisis.

### **PROBLEMA N° 11 (Máximos y mínimos)**

En una gráfica se puede ver un máximo relativo en  $x = x_0$  cuando la función crece y luego decrece a través del punto  $x = x_0$ .

(1) (2) (3) (4) (5)

### **PROBLEMA N° 12 (Derivadas de orden superior)**

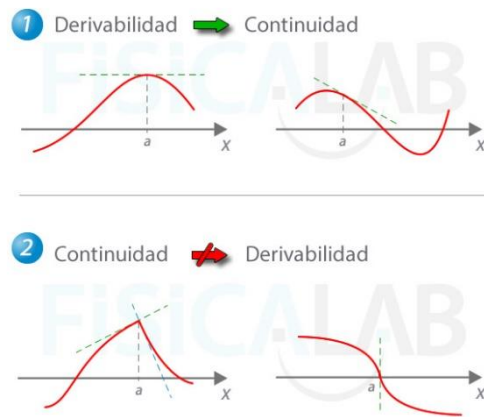
Si la función velocidad es  $v = S'(t)$ , entonces la función aceleración es  $a(t) = v'(t)$  y siempre es constante.

(1) (2) (3) (4) (5)

### **PROBLEMA N° 13 (Derivabilidad - Continuidad)**

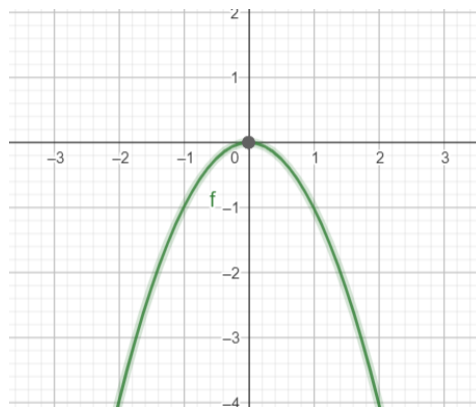
Existen funciones continuas que son derivables en un punto  $x = x_0$ .

(1) (2) (3) (4) (5)



### **PROBLEMA N° 14 (Concavidad)**

En la función  $f(x) = -x^2$ , simétrica respecto al eje Y; se da la concavidad hacia abajo en todo su dominio.



(1) (2) (3) (4) (5)

### **PROBLEMA N° 15 (Razón de cambio)**

En problemas de razón de cambio hay que involucrar funciones que representen por ejemplo áreas o volúmenes y derivarlas con respecto del tiempo.

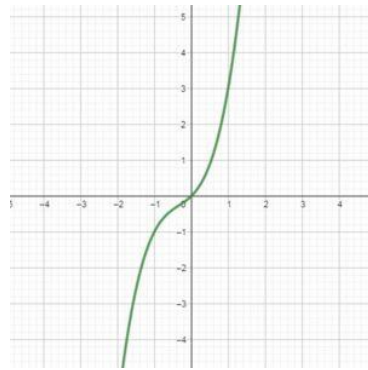
(1) (2) (3) (4) (5)



**PROBLEMA N° 16 (Punto de inflexión)**

En el gráfico, la función  $f(x) = x^3$  simétrica con respecto al origen de coordenadas, se puede ver que en el punto  $(0,0)$ , hay punto de inflexión.

(1) (2) (3) (4) (5)

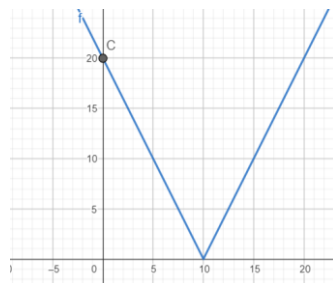


**PROBLEMA N° 17 (Derivabilidad)**

Existe la derivada de la función definida por:

$$f(x) = 2|10 - x|$$

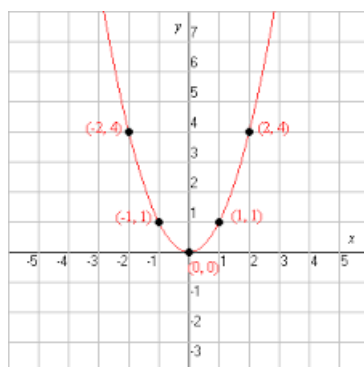
en el punto de abscisa  $x_0 = 10$ .



(1) (2) (3) (4) (5)

**PROBLEMA N° 18 (Recta tangente y recta normal a una curva)**

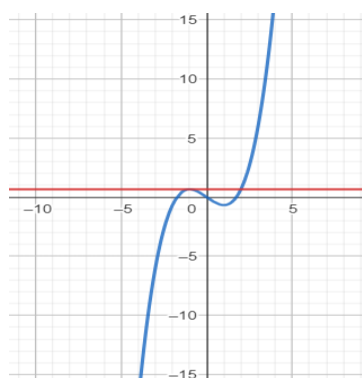
La recta tangente y la recta normal a una curva pueden coincidir con los ejes coordenados.



(1) (2) (3) (4) (5)

**PROBLEMA N° 19 (Recta tangente)**

Existe la derivada en el punto  $x_0 = -1$  de la función  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x$ , a pesar de que se corta en 2 puntos con la gráfica.

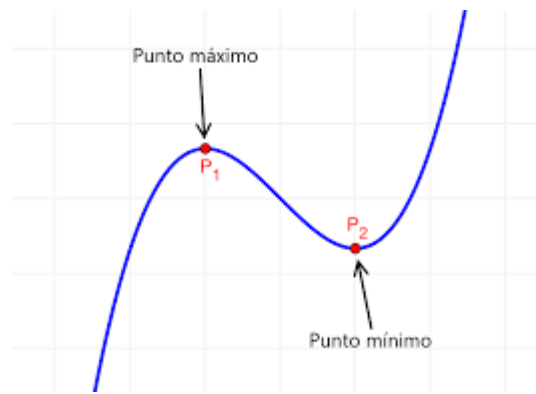


(1) (2) (3) (4) (5)

**PROBLEMA N° 20 (Problema de minimización)**

En el gráfico se tienen dos puntos críticos que definen un máximo y un mínimo relativos.

(1) (2) (3) (4) (5)



### Anexo 3: Confiabilidad

#### Razonamiento geométrico – Alfa de Cronbach

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	3	4	2	4	3	4	2	1	4	4	2	3	2	3	1	4	4	3	2	2
2	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
3	2	3	2	3	4	3	2	3	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1
4	3	2	2	3	2	3	2	2	3	2	4	2	4	3	4	3	4	3	3	2
5	2	3	2	2	2	3	3	3	2	2	4	3	2	3	5	3	2	3	4	2
6	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
7	2	2	3	3	4	2	3	2	3	3	3	2	2	2	3	3	3	4	3	4
8	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
9	2	3	2	3	2	2	2	2	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2
10	3	3	4	2	4	3	4	2	1	4	3	2	2	3	2	3	2	3	4	2
11	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
12	2	3	3	4	2	3	2	3	3	2	4	3	2	3	3	2	2	2	3	2
13	3	3	2	5	3	2	3	4	2	3	4	1	3	2	2	2	3	3	3	5
14	3	2	3	1	4	4	3	2	2	3	2	4	2	3	3	2	3	2	3	5
15	3	4	2	4	3	4	2	1	4	4	2	3	2	3	3	4	2	3	2	4
16	5	2	3	4	3	2	3	4	2	3	3	2	3	4	3	2	3	2	2	3
17	3	3	2	3	4	3	2	3	2	2	2	2	3	2	3	2	2	3	2	2
18	3	2	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2	2	2	2	3	3	2	2	3
19	2	2	2	2	2	3	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	2
20	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2
21	3	2	2	3	2	3	2	2	3	2	4	2	4	3	4	3	4	3	3	2
22	2	3	2	2	2	3	3	3	2	2	4	3	2	3	5	3	2	3	4	2
23	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
24	2	2	3	3	4	2	3	2	3	3	3	2	2	2	3	3	3	4	3	4
25	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
26	2	3	2	3	2	2	2	2	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2
27	3	3	4	2	4	3	4	2	1	4	3	2	2	3	2	3	2	3	4	2
28	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
29	2	3	3	4	2	3	2	3	3	2	4	3	2	3	3	2	2	2	3	2
30	3	3	2	5	3	2	3	4	2	3	4	1	3	2	2	2	3	3	3	5

#### Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,844	20

### Aprendizaje de la derivada – KR 20

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	7
2	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	10
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	6
4	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	6
5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	13
6	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	15
7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	8
8	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18
9	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	8
10	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	7
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	6
12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
14	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	7
15	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	10
16	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	6
17	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	6
18	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	13
19	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	15
20	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	8
21	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18
22	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	8
23	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	7
24	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	6
25	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
26	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
27	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	8
28	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
29	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	8
30	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17
	14	13	13	13	12	12	12	16	8	12	8	10	22	12	8	16	20	14	6	20	23.53
P	0.47	0.43	0.43	0.43	0.40	0.40	0.40	0.53	0.27	0.40	0.27	0.33	0.73	0.40	0.27	0.53	0.67	0.47	0.20	0.67	
Q	0.53	0.57	0.57	0.57	0.60	0.60	0.60	0.47	0.73	0.60	0.73	0.67	0.27	0.60	0.73	0.47	0.33	0.53	0.80	0.33	
PQ	0.25	0.25	0.25	0.25	0.24	0.24	0.24	0.25	0.20	0.24	0.20	0.22		0.24	0.20	0.25	0.22	0.25	0.16	0.22	4.35
KR20																					
	0.84																				

$$r_u = \frac{n}{n-1} * \frac{Vt - \sum pq}{Vt}$$



# Anexo 4: Juicio de expertos

## UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA



### FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

#### I. DATOS GENERALES

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: DURAN QUIÑONES SOFÍA IRENA
- 1.2. Grados y Título Profesional: MAGISTER EN MATEMÁTICA, LIC. MATEMÁTICA
- 1.3. Cargo e institución donde labora: DOCENTE - UNAC
- 1.4. Nombre del instrumento: PRUEBA DE CÁLCULO I
- 1.5. Título de la Tesis: "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023"
- 1.6. Autor de la Tesis: **BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR**
- 1.7. Facultad: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

#### II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	SI	NO
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	✓	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos.	✓	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la Mención, en relación con el logro de la calidad académica.	✓	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.	✓	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.	✓	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.	✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es aplicable	✓	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: APLICABLE

FECHA: 17.11.23

DNI N° 08280282

Teléfono N° 975057760

Firma del Experto Informante



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA



FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: DURAN QUIÑONES SOFIA IRENA  
1.2. Grados y Título Profesional: MAGISTER EN MATEMATICA, LIC. EN MAT.  
1.3. Cargo e institución donde labora: DOCENTE - UNAC  
1.4. Nombre del instrumento: CUESTIONARIO DE CÁLCULO I  
1.5. Título de la Tesis: "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023"  
1.6. Autor de la Tesis: BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR  
1.7. Facultad: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	SI	NO
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	✓	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos.	✓	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la Mención, en relación con el logro de la calidad académica.	✓	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.	✓	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.	✓	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.	✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es aplicable	✓	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: APLICABLE

FECHA: 17.11.23

DNI N° 08280282

Teléfono N° 975057760

  
Firma del Experto Informante



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA



FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: Salazar Espinoza Fernando
- 1.2. Grados y Título Profesional: Maestro en Ing. Eléctrica y Licenciado en Educación
- 1.3. Cargo e institución donde labora: Docente - UNAC
- 1.4. Nombre del instrumento: PRUEBA DE CÁLCULO I
- 1.5. Título de la Tesis: "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023"
- 1.6. Autor de la Tesis: **BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR**
- 1.7. Facultad: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	SI	NO
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	✓	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos.	✓	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la Mención, en relación con el logro de la calidad académica.	✓	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.	✓	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.	✓	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.	✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es aplicable	✓	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Aplicable

FECHA: 16/11/23

DNI N° 07763754

Teléfono N° 997404536

Firma del Experto Informante





**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA**

**FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN**

**I. DATOS GENERALES**

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: Salazar Espinoza Fernando
- 1.2. Grados y Título Profesional: Maestro en Ing. Eléctrica y Licenciado en Educación
- 1.3. Cargo e institución donde labora: Docente - UNAC
- 1.4. Nombre del instrumento: CUESTIONARIO DE CÁLCULO I
- 1.5. Título de la Tesis: "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023"
- 1.6. Autor de la Tesis: **BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR**
- 1.7. Facultad: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

**II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:**

INDICADORES	CRITERIOS	SI	NO
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	✓	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos.	✓	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la Mención, en relación con el logro de la calidad académica.	✓	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.	✓	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.	✓	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.	✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es aplicable	✓	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Aplicable

FECHA: 16/11/23

DNI N° 07763754

Teléfono N° 997404536

Firma del Experto Informante



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA



FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: ESPEJO PEZA DENNIS ALBERTO
- 1.2. Grados y Título Profesional: DOCTOR EN ING INDUSTRIAL - LIC. MATEMÁTICA
- 1.3. Cargo e institución donde labora: DOCENTE UNAC
- 1.4. Nombre del instrumento: CUESTIONARIO DE CÁLCULO I
- 1.5. Título de la Tesis: "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023"
- 1.6. Autor de la Tesis: BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR
- 1.7. Facultad: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	SI	NO
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	✓	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos.	✓	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la Mención, en relación con el logro de la calidad académica.	✓	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.	✓	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.	✓	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.	✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es aplicable	✓	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: APLICABLE

FECHA: 17/11/23

DNI N° 42362677

Teléfono N° 997717464

  
Firma del Experto Informante



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA



FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: DENNIS ALBERTO ESPEJO PEZO
- 1.2. Grados y Título Profesional: DR. ING. INDUSTRIAL - LIC. MATEMÁTICAS
- 1.3. Cargo e institución donde labora: DOCENTE - UNAC
- 1.4. Nombre del instrumento: PRUEBA DE CÁLCULO I
- 1.5. Título de la Tesis: "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023"
- 1.6. Autor de la Tesis: **BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR**
- 1.7. Facultad: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:

INDICADORES	CRITERIOS	SI	NO
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	✓	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos.	✓	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la Mención, en relación con el logro de la calidad académica.	✓	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.	✓	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.	✓	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.	✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es aplicable	✓	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: APLICABLE

FECHA: 31/11/23

DNI N° 42362677

Teléfono N° 997717404

  
Firma del Experto Informante



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA**



**FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN**

**I. DATOS GENERALES**

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: PAUCAR LLANOS, PAUL GREGORIO
- 1.2. Grados y Título Profesional: DOCTOR EN EDUCACIÓN - ECONOMISTA
- 1.3. Cargo e institución donde labora: DOCENTE - UNAC
- 1.4. Nombre del instrumento: CUESTIONARIO DE CÁLCULO I
- 1.5. Título de la Tesis: "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023"
- 1.6. Autor de la Tesis: BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR
- 1.7. Facultad: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

**II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:**

INDICADORES	CRITERIOS	SI	NO
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	✓	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos.	✓	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la Mención, en relación con el logro de la calidad académica.	✓	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.	✓	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.	✓	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.	✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es aplicable	✓	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: APLICABLE

FECHA: 15/11/2023

DNI N° 25691179

Teléfono N° .....

Firma del Experto Informante



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA**



**FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN**

**I. DATOS GENERALES**

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: PAUCAR LLANOS, PAUL GREGORIO
- 1.2. Grados y Título Profesional: DOCTOR EN EDUCACIÓN - ECONOMISTA
- 1.3. Cargo e institución donde labora: DOCENTE - UNAC
- 1.4. Nombre del instrumento: PRUEBA DE CÁLCULO I
- 1.5. Título de la Tesis: "EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO I EN LA FIIS-UNAC, 2023"
- 1.6. Autor de la Tesis: **BACH. MARISOL PAOLA DELGADO BALTAZAR**
- 1.7. Facultad: CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

**II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN:**

INDICADORES	CRITERIOS	SI	NO
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	✓	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	✓	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	✓	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	✓	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos cuantitativos y cualitativos.	✓	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la Mención, en relación con el logro de la calidad académica.	✓	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.	✓	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.	✓	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.	✓	
10. PERTINENCIA	El instrumento es aplicable	✓	

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: APLICABLE

FECHA: 15/11/2023

DNI N° 25691179

Teléfono N° .....

Firma del Experto Informante

**Anexo 5: Base de datos**

**Razonamiento geométrico**

Nº	Visualización										Análisis										Total		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
1	2	3	2	3	2	3	4	2	3	2	26	2	2	2	2	2	1	2	3	1	2	19	45
2	3	2	3	4	3	2	3	2	2	3	27	4	2	3	4	3	2	3	4	2	3	30	57
3	2	2	3	2	3	2	2	3	2	2	23	3	3	2	3	4	3	2	3	2	2	27	50
4	3	2	2	2	3	3	3	2	2	3	25	1	2	2	3	2	3	2	2	3	2	22	47
5	2	3	3	2	1	2	3	1	3	2	22	2	1	2	2	2	1	3	1	2	2	18	40
6	2	3	3	4	2	3	2	3	3	2	27	3	2	3	3	2	3	2	3	3	3	27	54
7	3	3	2	5	3	2	3	4	2	3	30	3	2	3	3	4	2	3	2	3	3	28	58
8	3	2	3	1	4	4	3	2	2	3	27	3	3	3	2	5	3	2	3	4	2	30	57
9	3	4	2	4	3	4	2	1	4	4	31	2	3	2	3	1	4	4	3	2	2	26	57
10	5	2	3	4	3	2	3	4	2	3	31	5	3	4	2	4	3	4	2	1	4	32	63
11	2	3	2	3	4	3	2	3	2	2	26	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1	18	44
12	3	2	2	3	2	3	2	2	3	2	24	4	2	4	3	4	3	4	3	3	2	32	56
13	2	3	2	2	2	3	3	3	2	2	24	4	3	2	3	5	3	2	3	4	2	31	55
14	3	2	3	3	2	3	2	3	3	3	27	3	3	2	3	3	3	4	5	4	3	33	60
15	2	2	3	3	4	2	3	2	3	3	27	3	2	2	2	3	3	3	4	3	4	29	56
16	3	3	3	2	5	3	2	3	4	2	30	2	3	3	2	3	2	3	3	2	3	26	56
17	2	3	2	3	1	4	4	3	2	2	26	2	3	3	4	2	3	2	3	2	2	26	52
18	3	3	4	2	4	3	4	2	1	4	30	3	2	2	3	2	3	2	3	4	2	26	56
19	2	3	3	2	3	2	3	3	3	2	26	3	4	2	2	3	3	2	3	2	3	27	53
20	2	3	3	4	2	3	2	3	3	2	27	4	3	2	3	3	2	2	2	3	2	26	53
21	3	3	2	5	3	2	3	4	2	3	30	4	1	3	2	2	2	3	3	3	5	28	58
22	3	2	3	1	4	4	3	2	2	3	27	2	4	2	3	3	2	3	2	3	5	29	56
23	3	4	2	4	3	4	2	1	4	4	31	2	3	2	3	3	4	2	3	2	4	28	59
24	5	2	3	4	3	2	3	4	2	3	31	3	2	3	4	3	2	3	2	2	3	27	58
25	3	3	2	3	4	3	2	3	2	2	27	2	2	3	2	3	2	2	3	2	2	23	50
26	3	2	2	2	2	2	2	2	3	2	22	2	2	2	2	2	3	3	2	2	3	23	45
27	2	2	2	2	2	3	2	3	2	2	22	2	2	2	2	2	2	2	3	3	2	22	44
28	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	22	2	2	3	2	2	2	2	2	3	2	22	44
29	2	2	2	3	2	2	2	2	3	2	22	2	3	2	2	3	2	2	2	2	2	22	44
30	2	2	3	2	2	2	2	3	2	2	22	2	2	2	1	2	2	3	2	2	3	21	43
31	3	3	2	3	1	4	4	3	2	2	27	3	4	2	4	3	4	2	1	4	4	31	58
32	2	3	4	2	4	3	4	2	1	4	29	2	3	4	3	2	4	2	3	4	3	30	59
33	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	39	4	4	4	4	4	4	2	4	4	2	36	75
34	5	4	3	5	3	4	3	5	3	5	40	3	4	3	5	3	4	5	5	3	5	40	80
35	3	3	5	5	5	5	3	5	5	3	42	5	4	5	5	3	5	3	5	5	3	43	85
36	3	5	3	5	5	5	3	3	3	5	40	3	5	3	5	5	5	3	3	3	5	40	80
37	3	4	2	3	3	2	3	2	3	3	28	2	4	2	3	3	2	3	2	3	3	27	55
38	2	3	2	3	3	4	2	3	2	3	27	2	4	2	3	3	4	2	3	2	3	28	55
39	4	4	3	3	2	2	2	3	3	3	29	3	3	3	3	2	5	3	2	3	4	31	60
40	3	3	3	2	3	3	2	3	2	3	27	3	2	3	2	3	1	4	4	3	2	27	54
41	2	2	3	2	3	3	4	2	3	2	26	4	3	3	4	2	4	3	4	2	1	30	56
42	3	4	5	4	3	2	3	4	4	5	37	3	3	2	3	3	3	4	5	4	3	33	70
43	2	3	4	3	2	3	4	2	3	4	30	2	3	4	3	2	3	4	2	3	4	30	60
44	3	2	3	4	3	2	3	2	2	3	27	3	2	3	4	3	2	3	2	2	3	27	54
45	2	2	3	2	3	2	2	3	2	2	23	2	2	3	2	3	2	2	3	2	2	23	46

46	3	2	2	2	3	3	3	2	2	3	25	3	2	2	2	3	3	3	2	2	3	25	50
47	2	3	3	2	3	2	3	3	3	2	26	2	3	3	2	3	2	3	3	3	2	26	52
48	2	3	3	4	2	3	2	3	3	2	27	2	3	3	4	2	3	2	3	3	2	27	54
49	3	3	2	5	3	2	3	4	2	3	30	3	3	2	5	3	2	3	4	2	3	30	60
50	3	2	3	1	4	4	3	2	2	3	27	3	2	3	1	4	4	3	2	2	3	27	54
51	3	2	2	2	3	2	2	1	2	2	21	3	2	2	2	3	2	2	1	2	2	21	42
52	2	2	2	3	2	2	2	2	2	2	21	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	41
53	3	2	3	4	3	2	3	2	2	3	27	2	3	2	3	2	2	3	2	2	5	26	53
54	2	2	3	2	3	2	2	3	2	2	23	2	2	2	3	3	3	2	2	3	4	26	49
55	3	2	2	2	3	3	3	2	2	3	25	3	3	2	3	2	3	3	3	2	4	28	53
56	2	3	3	2	3	2	3	3	3	2	26	3	3	4	2	3	2	3	3	2	2	27	53
57	2	2	2	2	2	3	2	2	3	2	22	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	21	43
58	3	3	2	5	3	2	3	4	2	3	30	2	3	1	4	4	3	2	2	3	3	27	57
59	3	2	3	1	4	4	3	2	2	3	27	4	2	4	3	4	2	1	4	4	4	32	59
60	3	4	2	4	3	4	2	1	4	4	31	3	3	4	3	2	4	2	3	4	3	31	62
61	3	4	2	3	3	2	3	2	3	3	28	2	3	2	2	2	3	3	3	3	4	27	55
62	3	4	2	3	3	4	2	3	2	3	29	2	2	3	3	2	3	2	3	4	5	29	58
63	3	3	3	2	2	2	3	3	3	4	28	3	2	3	3	4	2	3	2	5	3	30	58
64	3	2	2	3	3	2	3	2	3	2	25	3	4	3	3	2	3	2	3	2	3	28	53
65	3	4	2	3	3	4	2	3	2	1	27	4	4	3	2	3	4	2	3	4	3	32	59
66	2	3	4	3	4	3	4	3	3	4	33	3	4	3	3	4	4	3	4	3	4	35	68
67	4	4	3	2	2	2	3	3	3	4	30	2	3	4	3	2	3	4	2	3	4	30	60
68	2	2	2	3	2	2	2	2	2	3	22	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	21	43
69	2	2	2	2	3	2	2	2	2	2	21	2	2	2	2	3	2	2	2	2	2	21	42
70	3	4	5	4	3	2	3	4	4	5	37	3	2	2	2	3	3	3	2	2	3	25	62
71	2	3	4	3	2	3	4	2	3	4	30	2	3	3	2	3	2	3	3	3	2	26	56
72	3	2	3	4	3	2	3	2	2	3	27	2	3	3	4	2	3	2	3	3	2	27	54
73	2	2	3	2	3	2	2	3	2	2	23	3	3	2	3	2	2	2	3	3	3	26	49
74	3	2	2	2	3	3	3	2	2	3	25	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3	26	51
75	3	4	3	2	2	2	3	3	3	5	30	3	4	2	2	3	3	4	2	3	2	28	58
76	2	3	2	3	3	2	3	2	3	4	27	5	2	3	4	3	4	5	4	3	4	37	64
77	2	2	2	2	2	2	2	3	2	2	21	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2	21	42
78	2	2	2	2	3	2	2	2	2	2	21	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	41
79	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	2	2	2	2	2	2	2	3	2	2	21	41
80	2	3	3	2	3	2	3	3	3	2	26	3	4	2	2	3	3	2	3	2	3	27	53

### Aprendizaje de la derivada

Nº	Resolución de ejercicios							Manejo de conceptos							Modelar problemas							Total		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20				
1	0	1	0	0	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0	1	0	2	6
2	0	1	0	1	1	0	1	4	0	1	1	0	1	1	0	4	0	1	1	0	0	0	2	10
3	1	0	0	1	1	1	1	5	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	1	1	1	1	4	11
4	1	1	1	0	1	0	1	5	1	1	1	1	1	1	0	6	0	1	1	1	1	0	4	15
5	1	0	1	0	0	0	0	2	1	0	1	0	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	5
6	0	1	0	1	1	0	1	4	1	1	0	1	1	1	0	5	1	0	0	1	0	1	3	12
7	1	1	0	1	1	1	0	5	1	0	1	1	0	1	1	5	0	0	0	1	0	0	1	11
8	0	0	1	1	1	1	1	5	1	0	1	1	1	1	0	5	1	1	1	1	0	1	5	15
9	1	1	0	1	0	0	1	4	0	0	0	0	1	1	0	2	1	0	0	0	1	1	3	9
10	1	1	0	1	0	1	1	5	0	1	1	1	1	1	1	6	0	1	1	1	0	1	4	15
11	0	1	1	1	1	0	0	4	1	1	1	0	0	0	0	3	1	0	0	1	0	1	3	10
12	1	1	0	1	1	1	0	5	0	1	0	1	1	1	0	4	1	0	0	1	0	0	2	11
13	1	1	1	1	1	0	1	6	0	1	1	1	0	0	1	4	0	0	1	1	0	1	3	13
14	1	0	1	1	1	1	1	6	0	1	1	1	1	1	0	5	1	0	1	0	1	0	3	14
15	1	1	1	1	0	1	1	6	0	0	1	1	0	1	0	3	0	1	0	1	0	1	3	12
16	1	1	0	0	1	0	1	4	0	1	1	0	1	0	0	3	1	0	1	1	1	1	5	12
17	1	1	1	1	1	0	1	6	0	1	1	1	0	1	1	5	1	1	1	0	1	0	4	15
18	1	0	1	1	0	1	1	5	1	1	0	1	1	1	1	6	1	1	0	1	1	1	5	16
19	1	1	0	1	1	1	1	6	0	1	1	1	1	1	1	6	0	1	1	0	1	0	3	15
20	1	1	0	1	1	0	1	5	0	1	0	1	1	0	0	3	0	1	1	0	0	1	3	11
21	0	1	0	1	1	1	0	4	1	1	1	1	0	1	1	6	0	0	1	1	1	0	3	13
22	0	1	0	0	1	1	1	4	1	0	1	0	1	1	0	4	0	1	1	0	1	0	3	11
23	0	1	1	1	1	1	0	5	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	0	1	1	1	5	16
24	1	1	1	1	0	0	1	5	1	1	1	0	0	1	1	5	1	1	0	1	1	1	5	15
25	1	1	1	0	1	0	0	4	0	0	1	1	1	0	0	3	1	0	0	1	1	1	4	11
26	0	1	1	0	1	0	0	3	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	2	6
27	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	1	2	5
28	1	0	0	1	0	1	0	3	0	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	6
29	0	1	0	0	0	0	1	2	1	0	0	0	0	1	0	2	0	1	1	0	0	0	2	6
30	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	3	0	0	1	0	0	1	2	6
31	1	0	1	0	0	0	1	3	1	1	1	1	1	0	1	6	1	1	0	0	0	1	3	12
32	0	1	0	1	1	1	1	5	1	0	1	0	1	0	0	3	0	0	1	1	1	0	3	11
33	1	0	1	1	1	1	0	5	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	1	1	1	0	5	16
34	1	1	1	1	0	1	1	6	1	0	1	1	1	1	1	6	0	1	0	1	1	0	3	15
35	1	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	1	1	0	1	5	18
36	1	1	1	0	1	1	1	6	1	1	1	1	0	1	1	6	1	0	1	1	1	1	5	17
37	0	1	0	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	1	2	6
38	0	0	1	0	1	1	1	4	1	0	0	0	1	1	1	4	1	1	0	1	0	0	3	11
39	0	0	1	1	1	1	0	4	1	1	1	0	1	0	1	5	0	1	0	1	1	0	3	12
40	1	1	1	0	1	1	1	6	0	1	1	1	0	0	0	3	1	1	0	1	0	0	3	12
41	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	5	1	1	1	0	1	0	4	10
42	0	1	1	1	0	0	0	3	0	1	1	1	1	1	1	6	1	0	0	0	1	1	3	12
43	0	1	0	1	0	1	1	4	1	0	1	1	0	1	0	4	0	1	1	0	0	1	3	11
44	1	1	1	0	1	1	1	6	0	1	1	1	0	1	1	5	1	1	0	1	1	0	4	15
45	1	1	1	1	0	1	0	5	1	1	1	1	1	0	1	6	0	1	0	1	0	0	2	13
46	0	1	1	1	1	0	1	5	1	1	1	0	0	1	1	5	1	1	1	0	1	1	5	15
47	0	1	0	1	1	1	1	5	1	0	1	1	1	0	0	4	0	0	0	1	0	0	1	10
48	1	0	0	1	1	1	1	5	1	1	0	1	1	0	0	4	1	1	0	0	1	1	4	13



49	1	0	1	0	1	0	1	4	1	0	0	1	0	1	1	4	1	1	0	1	1	1	5	13
50	0	1	1	0	0	0	1	3	1	1	0	0	1	0	1	4	0	1	1	1	0	1	4	11
51	1	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	2	5
52	0	1	0	0	0	0	1	2	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	1	0	0	1	2	6
53	0	0	0	1	1	1	0	3	0	1	1	1	1	0	0	4	0	1	0	1	1	1	4	11
54	1	1	1	0	1	1	0	5	1	1	1	1	0	1	0	5	1	1	1	0	1	1	5	15
55	1	0	0	1	1	0	1	4	1	1	0	1	1	0	0	4	0	1	0	0	0	1	2	10
56	1	1	0	0	1	0	0	3	1	1	0	0	0	0	1	3	1	1	0	1	0	1	4	10
57	0	1	0	0	1	0	0	2	0	1	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0	1	0	2	6
58	0	1	0	1	1	0	1	4	0	1	1	0	1	1	0	4	0	1	1	0	0	0	2	10
59	1	0	0	1	1	1	1	5	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	1	1	1	1	4	11
60	1	1	1	0	1	0	1	5	1	1	1	1	1	1	0	6	0	1	1	1	1	0	4	15
61	1	0	1	1	1	1	1	6	1	0	1	0	1	0	1	4	1	1	1	1	0	1	5	15
62	0	1	0	1	1	0	1	4	1	1	0	1	1	1	1	6	1	1	0	1	1	1	5	15
63	1	1	0	1	1	1	0	5	1	1	1	1	0	1	1	6	0	1	1	1	1	0	4	15
64	1	0	1	1	1	1	1	6	1	0	1	1	1	1	0	5	1	1	1	1	0	1	5	16
65	1	1	0	1	0	0	1	4	0	0	0	0	1	1	0	2	1	0	0	0	1	1	3	9
66	1	1	0	1	0	1	1	5	0	1	1	1	1	1	1	6	0	1	1	1	0	1	4	15
67	0	1	1	1	1	0	0	4	1	1	1	0	0	0	0	3	1	0	0	1	0	1	3	10
68	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	4
69	1	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	2	5
70	1	0	1	1	1	1	1	6	0	1	1	1	1	1	0	5	1	1	1	0	1	0	4	15
71	1	1	1	1	0	1	1	6	0	0	1	1	0	1	0	3	0	1	0	1	0	1	3	12
72	1	1	0	0	1	0	1	4	0	1	1	0	1	0	0	3	1	0	1	1	1	1	5	12
73	1	1	1	1	1	0	1	6	0	1	1	1	0	1	1	5	1	1	1	0	1	0	4	15
74	1	0	1	1	0	1	1	5	1	1	0	1	1	1	1	6	1	1	0	1	1	0	4	15
75	1	1	0	1	1	1	1	6	0	1	1	1	1	1	1	6	0	1	1	0	1	0	3	15
76	1	1	0	1	1	0	1	5	0	1	0	1	1	0	0	3	0	1	1	0	0	1	3	11
77	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	1	0	1	0	2	5
78	0	1	0	0	1	0	1	3	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	5
79	0	1	1	0	0	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	1	0	1	2	6
80	1	0	0	1	0	0	0	2	1	1	1	0	0	1	0	4	1	1	0	1	1	1	5	11