

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA



TESIS

**“DISEÑO DEL CONTROLADOR PI PARA REGULAR LA
TEMPERATURA EN UN PROCESO DE GERMINACION DE LA
CEBADA”**

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE
INGENIERO ELECTRÓNICO**

BACHILLERES:

- ARCE SÁENZ, BRAYAN JEIMY
- INCA TITO, CARLOS FERNANDO
- ORE RIVERA, MIGUEL ANGEL

CALLAO, SETIEMBRE DEL 2018

PERÚ

Señor:

Presente.-

Con fecha veintinueve de marzo de dos mil diecinueve ha expedido la siguiente Resolución de Consejo de Facultad de la FIEE:

RESOLUCIÓN DE CONSEJO DE FACULTAD DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO N° 302-2019-CFFIEE. Bellavista, 29 de marzo de 2019.

Visto, el PROVEIDO N° 0736-2019-DFIEE del Señor Decano de la FIEE, recibido en Secretaría Académica de la FIEE, el 18 de marzo de 2019, en el que se adjunta el Dictamen N° 002-032-TPTSCT/CGT-2019 de la Comisión de Grados y Títulos de la FIEE, recomendando el otorgamiento del Título Profesional de Ingeniero Electrónico al Sr. Bachiller ORÉ RIVERA, MIGUEL ANGEL; por la modalidad de Tesis sin Ciclo de Tesis.

CONSIDERANDO:

Que, el Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Callao, aprobado con Resolución de Consejo de Facultad N° 082-2011-CU del 29 de abril del 2011, modificado con Resolución de Consejo Universitario N° 221-2012-CU de fecha 19 de setiembre del 2012, establece los requisitos para la obtención del Título Profesional en todas sus modalidades.

Que, con PROVEIDO N° 0736-2019-DFIEE del Señor Decano de la FIEE, recibido en Secretaría Académica de la FIEE, el 18 de marzo de 2019, en el que se adjunta el Dictamen N° 002-032-TPTSCT/CGT-2019 de la Comisión de Grados y Títulos de la FIEE, recomendando el otorgamiento del Título Profesional de Ingeniero Electrónico al Sr. Bachiller ORÉ RIVERA, MIGUEL ANGEL; por la modalidad de Tesis sin Ciclo de Tesis.

Que, en el folio N° 09 del Expediente N° 01072613 presentado por el interesado, consta el Acta del Jurado Examinador de la Exposición para obtener el Título Profesional de Ingeniero Electrónico, por la modalidad de Tesis sin Ciclo de Tesis, de fecha 06 de diciembre 2018, donde se observa que el Bachiller ORÉ RIVERA, MIGUEL ANGEL; aprobó la sustentación de la tesis titulada "DISEÑO DEL CONTROLADOR PI PARA REGULAR LA TEMPERATURA EN UN PROCESO DE GERMINACIÓN DE LA CEBADA" obteniendo el calificativo de BUENO, con la nota de QUINCE (15).

Que, en Sesión Ordinaria del Consejo de Facultad de la FIEE, de fecha 29 de marzo de 2018, teniendo como Primer Punto de Agenda "Grados y Títulos", aprobó el Dictamen presentado por la Comisión de Grados y Títulos de la FIEE, y recomendó que se le otorgue el Título Profesional de Ingeniero Electrónico por la Modalidad de Tesis sin Ciclo de Tesis al Sr. Bachiller ORÉ RIVERA, MIGUEL ANGEL.

Estando a lo acordado y en uso de las atribuciones que le confiere el Art. 180.14° del Estatuto de la UNAC.

RESUELVE:

1. RECOMENDAR, el otorgamiento del Título Profesional de Ingeniero Electrónico al Sr. Bachiller ORÉ RIVERA, MIGUEL ANGEL, quien aprobó bajo la modalidad de Tesis sin Ciclo de Tesis.
2. ELEVAR, al Rectorado la documentación respectiva para que se le otorgue el Título Profesional.
3. TRANSCRIBIR, la presente Resolución al Rectorado e Interesado para su conocimiento y fines consiguientes.

Fdo. Dr. Ing. JUAN HERBER GRADOS GAMARRA.-Decano y Presidente del Consejo de Facultad de la FIEE.-Sello de Decano.- Fdo. Ing. LUIS ERNESTO CRUZADO MONTAÑEZ.-Secretario Académico.-Sello de Secretario Académico.

LECM/sym
TRCF3022019



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
SECRETARÍA ACADÉMICA

MSc. ING. LUIS ERNESTO CRUZADO MONTAÑEZ
SECRETARIO ACADÉMICO

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA



**“DISEÑO DEL CONTROLADOR PI PARA REGULAR LA
TEMPERATURA EN UN PROCESO DE GERMINACION DE LA
CEBADA”**

**TESIS PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE
INGENIERO ELECTRÓNICO**

BACHILLERES:

- ARCE SÁENZ, BRAYAN JEIMY
- INCA TITO, CARLOS FERNANDO
- ORE RIVERA, MIGUEL ANGEL

ASESOR: M.Sc. Ing. Russell Córdova Ruiz
CALIFICACIÓN: 15 (QUINCE)

Mg.Ing. Jorge E. Moscoso Sánchez

Presidente

M.Sc.Ing. Luis E. Cruzado Montañez

Secretario

M.Sc.Ing. Abilio B. Cuzcano Rivas

Vocal

CALLAO-PERU
DICIEMBRE-2018

DEDICATORIA

El presente trabajo de investigación lo dedicamos a Dios y a nuestros Padres.

AGRADECIMIENTO

Agradecemos a todos y cada uno de nuestros profesores, compañeros de aula y amigos quienes nos motivaron para llevar a cabo esta investigación, de manera especial a nuestro Asesor el M.Sc. Ing. Russell Córdova Ruiz.

ÍNDICE

ÍNDICE.....	6
I. PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN.....	11
1.1 Identificación del problema.....	11
1.2 Formulación de problemas.....	12
1.3 Objetivos de la investigación.....	12
1.4 Justificación.....	12
II. MARCO TEÓRICO	13
2.1 Antecedentes del estudio.....	13
2.2 Bases teóricas.....	14
2.2.1. Descripción del Proceso	14
2.2.2. Modelo del Proceso.....	26
2.2.3. Diseño del controlador PI	64
2.3 Definición de términos.....	82
III. VARIABLES E HIPÓTESIS.....	83
3.1 Definición de las variables.....	83
3.2 Operacionalización de variables	83
3.3 Hipótesis general e hipótesis específicas.....	83
IV. METODOLOGÍA.....	83
4.1 Tipo de investigación	83
4.2 Diseño de la Investigación	84
4.3 Población y muestra.....	85
4.4 Técnicas e Instrumentos de recolección de datos	85
4.5 Procedimientos de recolección de datos.....	85
4.6 Procesamiento estadístico y análisis de datos.....	85
V. RESULTADOS	86
VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	87
6.1 Contrastación de hipótesis con los resultados	87
VII. CONCLUSIONES	91
VIII. RECOMENDACIONES.....	92
IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	93

X. ANEXOS..... 94

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1: TRATAMIENTOS PREVIOS AL MALTEO	16
FIGURA 2: TRATAMIENTOS PREVIOS AL MALTEO	22
FIGURA 3: CICLO DE REFRIGERACION.....	25
FIGURA 4: ELEMENTOS QUE CONFORMAN UN SISTEMA DE CONTROL.....	28
FIGURA 5: FUNCIÓN TRASLADADA EN EL TIEMPO	32
FIGURA 6: RESPUESTA DEL SISTEMA ANTE UNA ENTRADA	34
FIGURA 7: TIPOS DE ENTRADAS A LOS SISTEMAS	34
FIGURA 8: SISTEMA DE PRIMER ORDEN	34
FIGURA 9: RESPUESTA DE UN SISTEMA DE PRIMER ORDEN ANTE ENTRADA ESCALÓN	35
FIGURA 10: SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN	36
FIGURA 11: LOCALIZACIÓN DE LOS POLOS DE UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN	37
FIGURA 12: RESPUESTA DE UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN SUBAMORTIGUADO ANTE ENTRADA ESCALÓN	38
FIGURA 13: EL PROCESO DE MUESTREO.	40
FIGURA 14: SISTEMA SUBAMORTIGUADO	44
FIGURA 15: SISTEMA SUBAMORTIGUADO	46
FIGURA 16: ESTRUCTURA GENERAL DE MODELOS	50
FIGURA 17: ESTRUCTURA ARX.....	51
FIGURA 18: DATOS DE TEMPERATURAS VS. TIEMPO	59
FIGURA 19: DATOS DEL INTERCAMBIADOR.....	60
FIGURA 20: RESPUESTA DE LAZO ABIERTO DEL INTERCAMBIADOR DE PLACAS A UN ESCALÓN	64
FIGURA 21: SISTEMA CONTROLADO CON PI	65
FIGURA 22: SISTEMA DE CONTROL CON PI EN FORMA PARALELA	66
FIGURA 23: SISTEMA DE CONTROL CON PI EN FORMA SERIE	67
FIGURA 24: ACTUACIÓN PROPORCIONAL.	68
FIGURA 25: ACTUACIÓN PROPORCIONAL-DERIVATIVA	69
FIGURA 26: ACTUACIÓN PROPORCIONAL-DERIVATIVA	70
FIGURA 27: SISTEMA CON ERROR NO NULO ANTE ACTUACIÓN PROPORCIONAL ..	71
FIGURA 28: RESPUESTA DE LA PLANTA A UN ESCALÓN UNIDAD	75
FIGURA 29: CÁLCULO DE LA GANANCIA CRÍTICA	76
FIGURA 30: MEDIDA DEL PERÍODO DE OSCILACIÓN CRÍTICO	76
FIGURA 31: CONTROL PI SOBRE UNA PLANTA DE PRIMER ORDEN.....	77
FIGURA 32: DIAGRAMA DE BLOQUES DE UN SISTEMA REALIMENTADO EN TIEMPO DISCRETO.	78
FIGURA 33: DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROLADOR PROPORCIONAL (P)...	78
FIGURA 34: DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROLADOR INTEGRAL (I).....	79
FIGURA 35: DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROLADOR DERIVATIVO (D).	81
FIGURA 36: DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROLADOR PI.....	81
FIGURA 37: : CONFIGURACIÓN POLO CERO DE UN SISTEMA REALIMENTADO	97
FIGURA 38: POLOS DESEADOS Y POLOS DE LA PLANTA EN EL PLANO-S.	102

FIGURA 39: DISTANCIAS, POLOS Y CEROS DEL SISTEMA DE CONTROL EN EL PLANO-S.....	103
FIGURA 40: RESPUESTA DEL SISTEMA DE CONTROL DEBIDO A UNA ENTRADA ESCALÓN UNITARIO.....	106
FIGURA 41: ESQUEMA PARA EL ANÁLISIS DE LA INTEGRACIÓN NUMÉRICA TRAPEZOIDAL.....	107
FIGURA 42: ESQUEMA DEL CONTROL DISCRETO EN SIMULINK.....	86
FIGURA 43: SEÑAL DE ERROR.....	86
FIGURA 44: SEÑAL DE RESPUESTA DEL SISTEMA DE CONTROL.....	87
FIGURA 45: SEÑAL DE CONTROL.....	87

INDICE DE TABLAS

TABLA 1:PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE.....	31
TABLA 2:TRANSFORMADAS DE LAS ENTRADAS HABITUALES EN LOS SISTEMAS.....	33
TABLA 3:DATOS DE MEDIDAS DE TEMPERATURA.....	58
TABLA 4:AJUSTE DE ZIEGLER NICHOLS.....	74
TABLA 5:MÉTODOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA ALTERNATIVOS.....	108

RESUMEN

Esta investigación se ubica en la línea de las Ciencias de Ingeniería, con el propósito de diseñar un controlador proporcional integral (PI) para regular temperatura en una cámara de refrigeración. El diseño de un controlador PI digital es una técnica que se puede realizar mediante un diseño directo o un diseño desde un emulador clásico. En nuestro caso optaremos por el segundo método ya que se desea emular el comportamiento de la performance de un controlador clásico llevado o representado por otro controlador digital. Mediante la técnica del rediseño, ya sea mediante técnicas de controles clásicos, modernos o avanzados, requiere de un modelo de la planta a controlar que caracterice su comportamiento dinámico. Este modelo permite al diseñador realizar y validar mediante simulación el ajuste de los parámetros del controlador que permiten obtener una respuesta que satisfaga las especificaciones de diseño. En esta este proyecto de tesis, se estudian diferentes alternativas para obtener el modelo de un sistema como paso previo al diseño de un controlador.

La identificación paramétrica de sistemas lineales e invariantes en el tiempo es un procedimiento algorítmico y que procesa datos proporcionados desde los experimentos. La estimación trata de evaluar y diseñar los estimadores de estado. Ambos se suponen que operan en un entorno estocástico.

La identificación de sistemas es entonces la teoría y el arte de construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos basándonos en las entradas y salidas observadas. Aunque una parte sustancial del desarrollo de las técnicas es construida a partir de técnicas estadísticas, en particular en los métodos de regresión lineal.

Construir modelos para sistemas desconocidos es un objetivo importante de la Ingeniería de control. Estos modelos necesitan simular el comportamiento real en los casos en que existe un conocimiento previo limitado de la estructura del sistema que pueden ser caja negra o caja gris.

ABSTRACT

This research is located in the line of Engineering Sciences, with the purpose of designing an integral proportional controller (PI) to regulate temperature in a refrigeration chamber. The design of a digital PI controller is a technique that can be done through a direct design or a design from a classic emulator. In our case, we will choose the second method since we want to emulate the behavior of the performance of a classic controller carried or represented by another digital controller.

Through the redesign technique, either through classical, modern or advanced control techniques, it requires a model of the plant to control that characterizes its dynamic behavior. This model allows the designer to perform and validate through simulation the adjustment of the controller parameters that allow obtaining a response that satisfies the design specifications. In this thesis project, different alternatives are studied to obtain the model of a system as a previous step to the design of a controller.

The parametric identification of linear and invariant systems over time is an algorithmic procedure and it processes data provided from the experiments. The estimation tries to evaluate and design the state estimators. Both are supposed to operate in a stochastic environment.

The identification of systems is then the theory and art of building mathematical models of dynamic systems based on the observed inputs and outputs. Although a substantial part of the development of the techniques is constructed from statistical techniques, particularly in linear regression methods.

Building models for unknown systems is an important goal of Control Engineering. These models need to simulate the real behavior in cases where there is limited prior knowledge of the structure of the system that can be black box or gray box.

I. PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN.

1.1 Identificación del problema

En la actualidad la malta viene siendo un grano obtenido por germinación y tostación de la cebada, constituye la materia prima fundamental para la elaboración de la cerveza. Es preferida por sobre otros cereales, pues el grano está revestido por una cáscara que protege al germen durante el malteado y evita que el grano pierda su contenido de almidón, elemento esencial en la posterior transformación durante el braceado. El interés fundamental del malteador es obtener una cebada que germine fácilmente y con uniformidad. La germinación uniforme o sincronizada es muy difícil si los granos no son de tamaño uniforme, entre otras cosas porque los de mayor tamaño se humedecen a un ritmo más lento que los pequeños. Por otra parte, resulta necesario que la cebada que va a ser malteada no haya germinado antes de la recolección y que ninguno de los granos haya muerto a causa de haber secado el grano tras una recolección en circunstancias insatisfactorias. Lo que el malteador necesita es que en más del 98% de los granos se observe la emergencia de la vaina de la raíz. El malteador quiere además, un contenido bajo en proteínas, entre el 9 y el 11.5 %. La idea de que menos contenido en almidón puede extenderse también a la cascarilla hace que el malteador busque cebada con un bajo contenido de proteínas y con poca cascarilla. Por último, el malteador también busca que la cebada una vez malteada se comporte adecuadamente en el proceso de fabricación de cerveza, debe tener una dotación enzimática satisfactoria de manera que la extracción no plantee problemas. Para describir procesos físicos la termodinámica recurre a un enfoque global de balance energético. En el proceso de germinación de la cebada deseamos saber cómo la temperatura de salida (TS) responde a cambios en el flujo de agua de entrada (fagua). La condición de equilibrio de los sistemas térmicos establece que el calor administrado a un sistema

es igual al calor almacenado por el sistema más el calor liberado por el sistema y más las pérdidas del sistema.

1.2 Formulación de problemas

Problema general

¿De qué manera un controlador pi regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada?

Problemas específicos

¿De qué manera un controlador pi usando un modelo apropiado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada?

¿De qué manera un controlador pi usando software especializado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada?

1.3 Objetivos de la investigación

Objetivo general

Determinar de qué manera un controlador pi regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada.

Objetivos específicos

Determinar de qué manera un controlador pi usando un modelo apropiado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada.

Determinar de qué manera un controlador pi usando software especializado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada.

1.4 Justificación

Demostrar la validez, utilidad y conveniencia de la técnica de identificación de sistemas aplicada a un proceso de germinación de la cebada, así como la utilización de la aplicación de herramientas computacionales.

Verificar la performance que ofrece los controladores clásicos y que pueden ser precisos, confiables y estables. En este último es importante para el rediseño debido que se deberá escoger una frecuencia de muestreo de tal forma que el nuevo control discreto asegure la performance y la estabilidad verificando los indicadores de mínimo sobre impulso y error en estado estacionario nulo.

II. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes del estudio

Fue introducida a México durante el siglo 16 por agricultores españoles. La primera variedad sembrada era de origen español denominada “Criollo”. La producción de grano de cebada fue impulsada con el establecimiento de la primera cervecería en 1865. Sin embargo, fue hasta 1950 que la Industria Cervecera demandó una mayor producción en cantidad y calidad, por lo que se estableció un programa de investigación por la Fundación Rockefeller del proceso mediante el cual una semilla se desarrolla hasta convertirse en una nueva planta. En las malterías, los granos son llevados a vasijas o cajones de germinación. Esta etapa es de fundamental importancia porque de ella depende la calidad de la malta. Las condiciones determinantes para que la misma se lleve a cabo son: aporte suficiente de agua, oxígeno, y temperatura apropiada, durando aproximadamente entre 4 a 6 días. Cada especie prefiere para germinar una temperatura determinada; en general, las condiciones extremas de frío o calor no favorecen la germinación, normalmente la temperatura adecuada es entre 15 y 20°C.

Además, la latencia de germinación puede requerir determinados estímulos ambientales. La viabilidad de las semillas es el período de tiempo durante el cual las semillas conservan su capacidad para germinar. Es un período variable y depende del tipo de semilla y de las condiciones de almacenamiento. Podemos decir que, para alargar más tiempo la vida de

una semilla, ésta debe conservarse en las siguientes condiciones: mantenerla seca, dentro de unos límites; temperaturas bajas y, reducir al mínimo la presencia de oxígeno en el medio de conservación.

Modelo descriptivo

Los factores externos que afectan a cebada es la humedad. La absorción de agua es el primer paso, y el más importante, que tiene lugar durante la germinación; porque para que la semilla recupere su metabolismo es necesaria la rehidratación de sus tejidos. La entrada de agua en el interior de la semilla se debe exclusivamente a una diferencia de potencial hídrico entre la semilla y el medio que le rodea. En condiciones normales, este potencial hídrico es menor en las semillas secas que en el medio exterior. Por ello, hasta que emerge la radícula, el agua llega al embrión a través de las paredes celulares de la cubierta seminal; siempre a favor de un gradiente de potencial hídrico.

Aunque es necesaria el agua para la rehidratación de las semillas, un exceso de la misma actuaría desfavorablemente para la germinación, pues dificultaría la llegada de oxígeno al embrión. Para diseñar un sistema de control es necesario conocer la dinámica de la planta. Una fase importante en el diseño es la identificación que tiene como objetivo que el modelo obtenido reproduzca con suficiente exactitud el comportamiento del proceso, en el presente trabajo se verá como de la exactitud del modelo obtenido dependerá posteriormente el buen comportamiento del controlador diseñado.

2.2 Bases teóricas

2.2.1. Descripción del Proceso

Selección de la cebada

En nuestros días elaboración de productos con la cebada siguen fabricándose por procedimientos que no difieren esencialmente de los descritos, si bien los avances de la ciencia y la tecnología han permitido

conocerlos y realizarlos más racionalmente. En las líneas que siguen intentaremos describir los procedimientos actuales del malteo de la cebada. La cebada llega a la fábrica en grandes camiones o en vagones, para los cuales es necesario controlar su calidad. Para este control el malteador inspecciona visualmente el grano, la cebada con una carga microbiana alta emite un olor característico que el malteador detecta con facilidad. En las grandes malterías la humedad se mide por conductividad eléctrica o por espectrometría, la cantidad de proteínas se mide por reflectancia en el infrarrojo y finalmente la viabilidad de los embriones se calcula seccionando longitudinalmente los granos y sumergiéndolos en una disolución de una sal de tetrazolio.

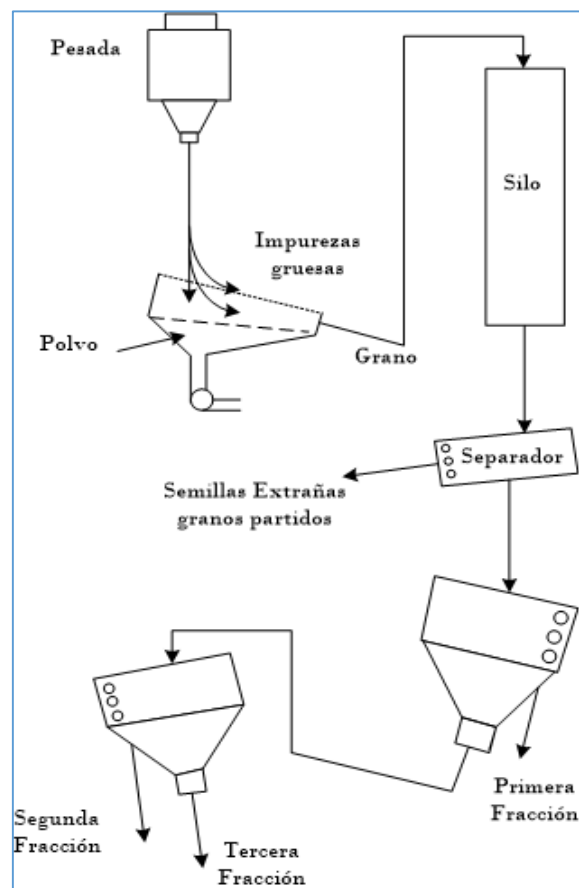
Tratamientos previos

Antes de hacer germinar la cebada es preciso someterla a una limpia y clasificación de sus granos. Se empieza por una limpia en la que se separan las materias gruesas por cribado, las partículas ligeras por un procedimiento neumático y las posibles partículas de hierro magnéticamente. La maquinaria que realiza esta primera limpia es de gran rendimiento, pero al no ocurrir lo mismo con las que realizan los tratamientos siguientes, se hace necesario almacenar el grano hasta su utilización posterior. Este almacenamiento resulta también beneficioso cuando la cebada ha sido recolectada antes de alcanzar la madurez completa. Hay que tener en cuenta que la cebada no ha de perder su poder germinativo durante el almacenamiento, por lo que resulta imprescindible almacenarla con una humedad inferior al 14%-16% y cuidar que la temperatura no supere los 15°C. El método más simple de almacenarla consiste en extenderla en capas sobre el suelo, tanto más delgadas cuanto más húmeda esté. El enorme espacio que esto requiere hace más ventajosa la utilización de silos de acero o de hormigón. Cuando se almacena así la cebada hay que airearla, cuidando que la temperatura y humedad del aire sean tales que no se produzcan condensaciones

peligrosas. A medida que se va necesitando se va sometiendo a una segunda limpia, por la que se separan las semillas extrañas y los granos partidos mediante un separador cilíndrico rotatorio de pared alveolada (ver Figura 1).

El comportamiento durante el malteo y, consecuentemente, las propiedades de la malta resultante están condicionadas por el tamaño del grano. Por esta razón se realiza una clasificación y se maltean por

Figura 1: Tratamientos previos al malteo



separado las distintas fracciones. La práctica más corriente es obtener tres fracciones, de las que se destinan al malteo los dos tamaños mayores. La clasificación se consigue por clasificadores cilíndricos o por plansifters, que son de mayor rendimiento y pueden colocarse antes del separador. Aunque no existe una norma fija sobre el tamaño que define las tres fracciones,

suelen considerarse: en la primera, los de tamaño superior a 2.5mm, en la segunda, los comprendidos entre 2.2-2.5mm, y en la tercera, los de tamaño inferior.

Almacenaje de la cebada.

La cebada es más estable seca y mantenida a baja temperatura. Si ha sido recolectada con un contenido de humedad superior al 15%, suele secarse. El proceso de secado tiene que llevarse a cabo de tal manera que permanezca viable la planta embrionaria contenida en cada grano, por lo tanto, es necesario evitar el uso de temperaturas demasiado altas y para aumentar la desecación, se debe recurrir a aumentar la velocidad de flujo del aire y a un calentamiento gradual del mismo. Si la cebada esta húmeda es fácilmente atacada por insectos y hongos que causan su deterioro. El metabolismo de los insectos y el de los hongos, cuando se establecen, produce agua y eleva localmente la temperatura, lo que favorece la expansión de la infección.

Malteo de la cebada.

El malteo se realiza en cuatro etapas que son: Remojo, germinación, secado y tostado y eliminación del germen

➤ Proceso de remojo.

Las partidas de cebada limpia se dejan caer del silo a un tanque de remojo parcialmente lleno de agua, a unos 15°C. Muchos tanques de remojo son simples cilindros verticales con base cónica. El contenido del tanque se airea intensamente insuflando aire a través del agua de remojo mediante el uso de tuberías perforadas o por succión, consiguiendo así el 100% de aire. La mayor parte de los tanques de remojo son tanques verticales de poca altura y de fondo plano que permiten condiciones más aeróbicas en el agua de remojo. El contenido de agua de los granos aumenta rápidamente a partir de la inmersión, pero la velocidad del incremento del contenido del agua descende luego de un modo progresivo. La velocidad de la

rehumidificación es función de las condiciones en que haya crecido la cebada, de la variedad de ésta, del tamaño de los granos y de la temperatura del agua. Está también considerablemente influida por el daño mecánico que hayan podido sufrir los granos durante el remojo. El remojo se interrumpe por drenaje a las 12 a 24 horas.

Cada grano de cebada permanece recubierto de una película de agua a través de la cual puede disolverse el oxígeno del aire del entorno. A esta condición se le conoce como descanso de aire. Cuando la cebada se ha remojado el agua penetra a través de la cascarilla y la cubierta del fruto y entra en el grano a través del micrópilo. El embrión toma rápidamente agua, en cambio el endospermo se hidrata más lentamente, cualquier fractura sufrida por la cascarilla o las cubiertas del fruto y la semilla facilita el humedecimiento del endospermo o el embrión y, desde luego la fuga de sustancias solubles del endospermo. Éste constituye uno de los sumandos que dan cuenta de las pérdidas sufridas durante el malteado; otro es el representado por la respiración del embrión, que consume reservas de nutrientes, liberando energía, dióxido de carbono y agua. La respiración aumenta significativamente cuando el embrión se activa, lo que crea una demanda de oxígeno en el agua de remojo. En ausencia de oxígeno el embrión puede metabolizar anaeróbicamente las reservas, pero de un modo energéticamente poco eficaz, convirtiéndolas en dióxido de carbono y alcohol. A medida que la concentración de alcohol aumenta su toxicidad va creciendo.

➤ Proceso de germinación.

El remojo suele completarse en un par de días; en las modernas técnicas de malteado los granos dan al término de las mismas muestras claras de que han comenzado a germinar, se transfieren entonces al equipo de germinación. En la mayor parte de los casos el contenido de humedad se halla en torno al 42% y permanece constante durante la etapa de germinación. Los modernos equipos permiten la germinación en tres o

cuatro días. El objetivo de la germinación es permitir el desarrollo de enzimas, que posteriormente y en el proceso de obtención del mosto permiten las transformaciones bioquímicas; a la vez en esta germinación se mantienen los carbohidratos, proteínas, taninos, y demás compuestos minerales originales. Una vez que se desarrollan las enzimas, se detiene el proceso de germinación mediante el secado y posterior tostación del grano.

El grano ya humedecido se lleva a unos grandes recipientes rectangulares, llamados saladines, en donde se forma un lecho de unos sesenta centímetros de alto por un largo y ancho considerables. A través del lecho y habitualmente de abajo hacia arriba se hace pasar una corriente de aire saturado de agua a unos 15°C, con lo que se asegura la disponibilidad de oxígeno por parte de los embriones, la eliminación del dióxido de carbono y el mantenimiento de una temperatura constante en todo el lecho. Los saladines disponen de unos agitadores, para remover los granos y evitar que cuando se formen las raicillas se enreden y conformen un lecho compacto difícil de manejar, además de permitir que el grano se airea y se consiga así mantenerlo con una temperatura uniforme; los saladines también tienen riegos de agua fría para mantener constante la humedad y poseen un sistema de aireación húmeda para dar oxígeno al grano. Al iniciarse la germinación el grano respira consumiendo oxígeno que es suministrado por el aire y produciendo gas carbónico que es retirado por el aire. La raicilla empieza a formarse y se llama acróspiro. Se considera terminada la germinación cuando el largo del acróspiro sea aproximadamente igual a las tres cuartas partes del largo del grano. Se procede entonces a detener el proceso mediante el secado del grano.

➤ Proceso de secado.

El proceso de germinación es detenido desecando los granos de malta. Al malteador se le ofrecen distintas opciones, puede elegir distintos procesos de secado; la deshidratación prolongada y a bajas temperaturas conduce a

una malta clara, con gran contenido enzimático intacto, en tanto que una deshidratación rápida y a temperaturas altas rinde maltas oscuras, deficitarias en actividad enzimática.

Son numerosos los factores que afectan a la deshidratación del grano; cabe citar entre ellos:

- El volumen de aire que pasa a través del lecho del grano.
- La profundidad del lecho.
- El peso del agua a ser eliminado del lecho del grano.
- La temperatura del aire utilizado para la deshidratación.
- La humedad relativa del aire.
- El carácter higroscópico de la malta.

La deshidratación se comienza con temperaturas de 50 a 60°C, que inicialmente calientan el secadero y el lecho del grano. Más adelante las capas superiores comienzan a deshidratarse y el contenido de agua en la cebada empieza a descender progresivamente desde el fondo a la superficie del lecho del grano. En esta etapa de deshidratación libre se extrae sin restricciones el agua de la cebada y por razones económicas se ajusta el flujo de aire de manera que su humedad relativa sea de 90 - 95 % en el aire del extremo de salida.

Cuando se ha eliminado aproximadamente el 60% del agua, la deshidratación subsiguiente se ve dificultada por la naturaleza del agua residual. Llegado este punto de ruptura se sube la temperatura del aire de entrada y se reduce el flujo. La estabilidad térmica de las enzimas es ahora mayor que cuando la malta contenía un 45% de agua. Cuando el contenido de agua llegue a ser del 12%, toda el agua que permanece en el grano está ligada, por lo que se sube la temperatura del aire de entrada a 65 - 75°C y se reduce aún más la velocidad del flujo. La extracción del agua es lenta y

por razones económicas se recircula gran parte del aire. Finalmente, a una humedad de 5 - 8%, dependiendo de la variedad de cebada, la temperatura del aire de entrada se eleva a 80 - 100°C, hasta que se alcanza el color y la humedad requeridos. Se consiguen maltas con colores especiales, utilizando un régimen de deshidratación completamente distinto, porque lo que se persigue es un determinado color y aroma, como en estos casos no existe preocupación alguna por la conservación de la actividad enzimática, la malta se tuesta, o se cuece primero y se tuesta después.

Restricciones del proceso real.

Siendo la identificación de sistemas un método experimental que pretende obtener un modelo en base a datos reales de un determinado proceso, uno de los problemas al que nos enfrentamos al intentar aplicar la identificación de sistemas a nuestro proceso es la limitante de no poder visitar la planta regularmente para la toma de datos, aplicar señales de entrada y registrar los datos de las salidas para así realizar todas las pruebas de identificación respectivas. Por lo tanto, al sacar nuestro modelo matemático del proceso apoyándonos en las leyes físicas que rigen la dinámica de éste obtendremos un equivalente de lo que sería trabajar con la planta real, con lo que esperamos tener resultados similares y que se aproximen mucho a la realidad.

Al trabajar con el modelo matemático entonces lo que buscamos es predecir el comportamiento del sistema y poder hacer cambios al mismo sin que tengamos que experimentar físicamente sobre él, esto es muy útil en control de procesos, ya sea para realizar mejoras a una planta existente o para la creación de una nueva.

Hoy en día todos los diseñadores de control deben demostrar que sus métodos analíticos proporcionan resultados fiables y adecuados para su finalidad y propósito perseguido ya que muchas de las decisiones que se toman están basadas en la información que estos datos proporcionan. La

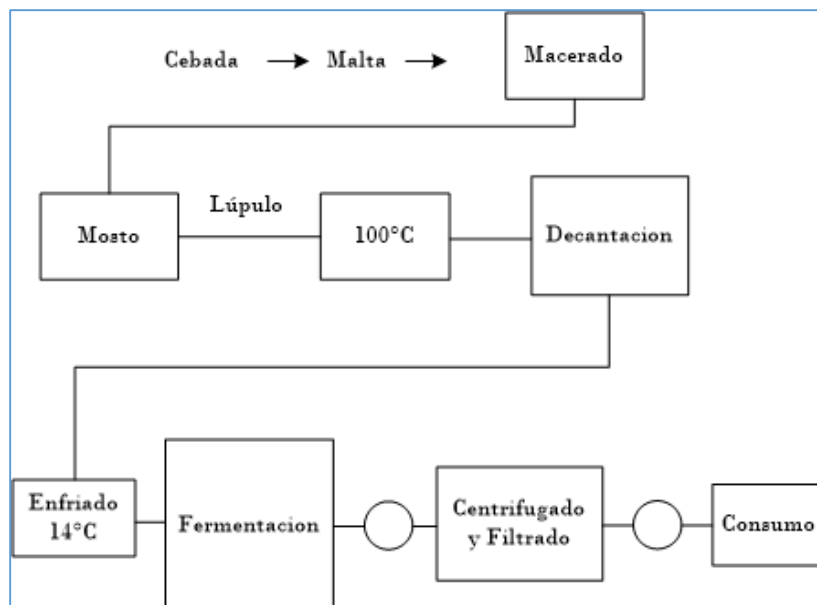
validación de las metodologías, junto a otras actividades englobadas en el control del aseguramiento de la calidad, permite demostrar que estos métodos analíticos proporcionan resultados fiables. Una alternativa nos la proporcionan los programas de simulación, los cuales definitivamente nos acercan a la comprensión de los principios de la teoría de control y nos simplifican las tareas de diseño, simulación y validación.

Para tratar de obtener resultados más exactos en este trabajo haremos una mezcla de los métodos analítico y experimental para hacer de nuestro modelado matemático más confiable. Es decir que de la misma manera que nos apoyaremos en las leyes físicas para encontrar ecuaciones que describan la dinámica del sistema, usaremos datos tomados de la planta real para el modelado matemático, con esto conseguiremos disminuir las imprecisiones en el modelo obtenido a la vez que le damos más fiabilidad a nuestro modelado resultante, hecho del que depende el éxito posterior de nuestro proceso de identificación.

Aplicación

Por ejemplo, en la fabricación de la cerveza se requiere realizar el siguiente procedimiento que se esquematiza en la Figura 2.2.

Figura 2.2: Tratamientos previos al malteo



Las etapas del procedimiento de malteo se verifican según:

Germinación de la malta

El grano de cebada, seleccionado, limpiado y humedecido, se extiende en una gran sala llamada cámara de germinación, la cual esta acondicionada a 18-20°C. Enseguida con ayuda del Galland, (aparato formado por dos cilindros, uno metálico exterior y otro interior giratorio de tela metálica) en donde caen las semillas desde una tolva; por un eje interior sale una corriente de aire húmedo. El proceso dura de ocho a nueve días y se interrumpe con una corriente de aire a 25°C que deseca los granos (malta verde. Enseguida se tuestan en hornos especiales entre 100 y 200°C y se muelen hasta reducirlos a harina.

Maceración

Transformación del almidón en azúcar fermentable, que se realiza entre 60 y 70°C mediante la diastasa y dura unas 3 horas. El agua caliente se añade a las cubas que tienen agitadores en las que está la harina de malta. Hirviendo el líquido se detiene la acción enzimática, y las proteínas indeseables coagulan y precipitan. Se filtra en una cuba decantadora (lauter), provista de doble fondo agujereado, o bien en filtros prensa. El filtrado, llamado mosto, se hierve en grandes depósitos, en donde se adiciona la cantidad precisa de lúpulo. Se filtra, se enfría y airea.

Fermentación

Se introducen levaduras que se clasifican en:

- altas: formadas por cultivos de *Saccharomyces cerevisiae*, que suben a la parte posterior del tanque de fermentación (cervezas "ale"). El proceso empieza alrededor de los 9°C; la temperatura asciende unos pocos grados en la fermentación tumultuosa, y finalmente desciende alrededor de 5°C en el enfriamiento. Al cabo de unos días comienza la

fermentación lenta, que dura de quince a veinte días, según la fábrica y el tipo de cerveza.

- bajas: formadas por cultivos de *S. Carlsbergensis*, que se depositan en la parte inferior, con temperaturas entre 15 y 20°C (cervezas "Lager").

Maduración

Este proceso consiste en dejar reposar el líquido en tanques especiales durante algunos meses. Se adicionan agentes antioxidantes, ácido sulfuroso o ácido ascórbico, para evitar el cambio de gusto. A veces se filtra con ayuda de agentes clarificantes.

Envasado

El contenido de anhídrido carbónico se regula en el tanque embotellador. El envasado de la cerveza se realiza en botellas, botes, cubas o barriles, generalmente se pasteuriza. La cantidad de alcohol oscila del 2 al 6%. Gracias al envasado la cerveza llega a su hogar con las mayores garantías de conservación, sabor y cuerpo.

Ciclo de Refrigeración

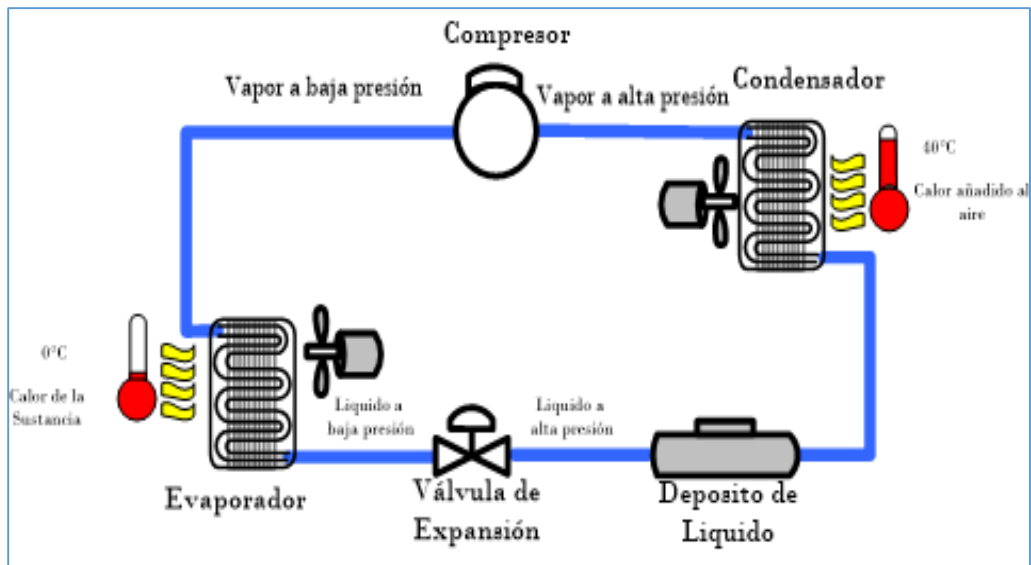
El ciclo de refrigeración consta de 4 elementos (ver Figura 2.3).

- Compresor
- Condensador
- Válvula de expansión
- Evaporador

El conjunto de elementos realiza el ciclo de refrigeración según las funciones de compresor que hace la succión del vapor de baja presión y lo descarga como el vapor de alta presión. Sigue el condensador, en este caso tiene la función de cambiar el estado pasando de vapor líquido teniendo como resultado un calor que es añadido al aire. Luego del líquido

a alta presión se hace pasar por una válvula de expansión haciendo un estrangulamiento convirtiéndose el líquido de baja presión. Termina el ciclo en el evaporador, donde el refrigerante extrae el calor de la sustancia pasando de líquido a vapor.

Figura 2. 3: Ciclo de refrigeración.



2.2.2. Modelo del Proceso

Modelos

Para efectuar el análisis de un sistema, es necesario obtener un modelo matemático que lo represente. El modelo matemático equivale a una ecuación matemática o un conjunto de ellas en base a las cuales podemos conocer el comportamiento del sistema. Es necesario comentar que el modelo matemático que se desarrolla a partir de un sistema no es único, debido a lo cual se pueden lograr representaciones diferentes del mismo proceso. Estas diferentes representaciones no contradicen una a la otra. Ambas contienen información complementaria por lo que se debe encontrar aquella que proporcione la información de interés para cada problema en particular.

Existen dos métodos principales para obtener el modelo de un sistema:

- Modelado teórico. Se trata de un método analítico, en el que se recurre a leyes básicas de la física para describir el comportamiento dinámico de un fenómeno o proceso.
- Identificación del sistema. Se trata de un método experimental que permite obtener el modelo de un sistema a partir de datos reales recogidos de la planta bajo estudio.

El modelado teórico tiene un campo de aplicación restringido a procesos muy sencillos de modelar, o a aplicaciones en que no se requiera gran exactitud en el modelo obtenido. En muchos casos, además, la estructura del modelo obtenido a partir del conocimiento físico de la planta posee un conjunto de parámetros desconocidos y que sólo se pueden determinar experimentando sobre el sistema real. De ahí la necesidad de recurrir a los métodos de identificación de sistemas.

En la práctica, lo ideal es recurrir a una mezcla de ambos métodos de modelado para obtener el modelo matemático final. El uso de datos reales para identificar los parámetros del modelo provee a éste de una gran

exactitud, pero el proceso de identificación se ve tanto más facilitado cuanto mayor sea el conocimiento sobre las leyes físicas que rigen el proceso.

En el modelado el objetivo es llegar a obtener la función de transferencia del sistema. Una metodología a seguir para la determinación de la función de transferencia de un sistema es la siguiente:

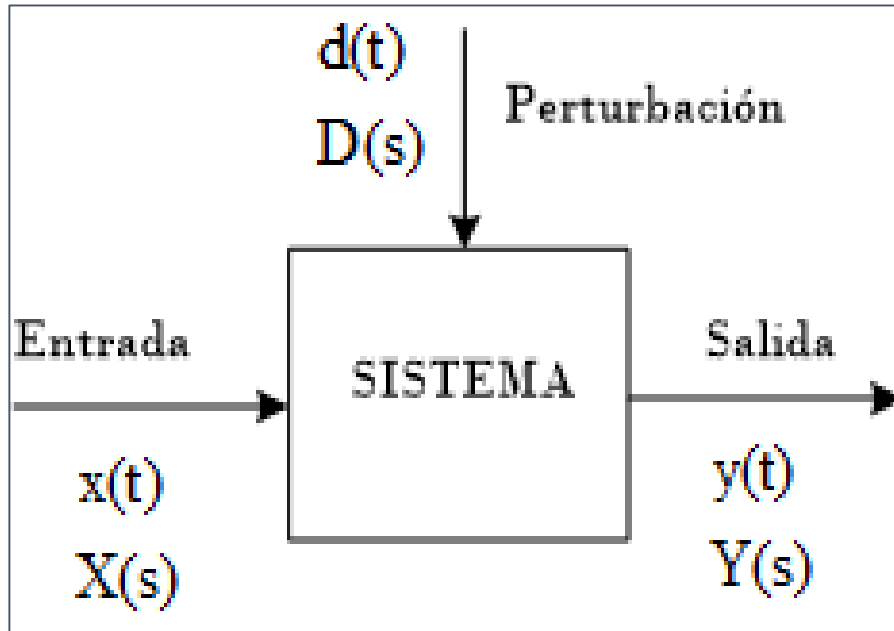
- Identificar las ecuaciones de equilibrio o leyes físicas involucradas en el sistema.
- Siguiendo las ecuaciones de equilibrio plantear las ecuaciones integro-diferenciales correspondientes a cada variable de interés.
- Obtener la transformada de Laplace de cada ecuación considerando condiciones iniciales cero.

Relacionar la variable de salida con la variable de entrada.

Para uniformizar criterios respecto a las denominaciones que reciben los elementos que conforman un sistema de control debemos tener en cuenta que en todo sistema podemos distinguir tres tipos de señales (ver Figura 3.1) que son:

- Señales de entrada: Son aquellas señales que pueden ser controladas y de las cuales depende básicamente el funcionamiento del sistema.
- Señales de salida: Son señales que nos indican cómo se está comportando el sistema.
- Señales de perturbación: Son señales que afectan el comportamiento del sistema pero que no pueden ser controladas.

Figura 3.1: Elementos que conforman un sistema de control.



Las señales del sistema están en el dominio del tiempo, pero pueden ser manipuladas matemáticamente para llevarlas al dominio de la frecuencia. En consecuencia, el problema de modelamiento es describir como están relacionadas las señales entre sí.

Modelos función de transferencia.

Una vez que se han definido los diferentes tipos de sistemas, es necesario conocer la dinámica de los mismos a partir de ecuaciones que relacionen el comportamiento de una variable respecto a otra. Para lograr esto se requiere de gran conocimiento de los procesos y de los elementos que los conforman, y de cada una de las disciplinas de la ingeniería involucradas.

Una planta o cada una de las partes que forman un sistema de control, puede ser representada por un conjunto de ecuaciones integro-diferenciales de n -ésimo orden con coeficientes lineales invariantes en el tiempo que relacionan la variable de entrada con la variable de salida. La

función de transferencia se basa en la descripción del sistema mediante ecuaciones diferenciales y su representación con la transformada de Laplace.

Transformada de Laplace.

En el año 1782, Pierre Simón Laplace estudió la transformación integral que lleva su nombre. Sin embargo, no es hasta el período de 1880-1887, cuando Oliver Heaviside la aplica para la resolución de ecuaciones diferenciales. Esta transformación es muy útil para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. La principal ventaja de su uso es que permite convertir el sistema de ecuaciones diferenciales, que describen el comportamiento de una planta, en un sistema de ecuaciones algebraicas con una variable compleja.

Definición y propiedades

Se define la transformada de Laplace $F(s)$ de una determinada función temporal $f(t)$ como lo siguiente:

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

Donde $f(t)$ es una función real de variable real, generalmente el tiempo, y su transformada de Laplace $F(s)$ es una función compleja de variable compleja. Se reservarán las letras minúsculas para las funciones temporales y las mayúsculas para sus transformadas de Laplace. La transformada de Laplace no existe para cualquier función temporal $f(t)$. Una condición suficiente, pero no necesaria de existencia, es que $f(t)$ sea seccionalmente continua en $[0, T]$, $\forall T > 0$, y que sea de orden exponencial cuando $t \rightarrow \infty$, es decir, que $\exists M, T > 0$ y $\alpha \in \mathfrak{R} / |f(t)| < Me^{\alpha t} \forall t > T$.

Las funciones que cumplen esta condición suficiente se suelen decir que pertenecen al conjunto A , es decir, $f(t) \in A$.

Como la integral de (3.1) se extiende desde cero hasta infinito, dos funciones cualesquiera que difieran únicamente en valores de tiempo negativos, poseen la misma transformada de Laplace. Sin embargo, no tiene mucho sentido hablar de tiempos negativos. Lo habitual será trabajar con funciones causales, es decir, aquellas que son nulas para tiempos negativos $f(t) = 0 \forall t < 0$, y toman valores finitos en tiempos positivos. Para funciones $f(t)$ causales y continuas para $t > 0$, entonces la relación entre $f(t)$ y $F(s)$ es biunívoca, es decir, que para toda $f(t)$ existe una única $F(s)$ y viceversa. A partir de este momento, supondremos siempre que $f(t)$ es causal.

La variable compleja s tiene en módulo unidades de rad/s. No obstante, si el número complejo lo dividimos en parte real y parte imaginaria, se puede considerar que tiene unidades de rad/s sobre el eje imaginario y de s^{-1} sobre el eje real. Se observa, en la definición de la transformada de Laplace, que el exponente del módulo del número complejo es adimensional si consideramos que a es la parte real de la variable compleja s y tiene unidades de s^{-1} . El argumento tendría unidades de rad si b , que es la parte imaginaria de la variable compleja s , tiene unidades de rad/s.

$$e^{-ts} = e^{-t(a+bj)} = e^{-ta} \angle -tb$$

En la Tabla, se resumen las principales propiedades de la transformada de Laplace. La propiedad de la linealidad existe si $f(t)$ y $g(t)$ poseen transformada de Laplace. La propiedad de la derivación real se da si $f(t)$ es continua en el intervalo $(0, \infty)$, $f(t)$ es de orden exponencial cuando $t \rightarrow \infty$ y $f(t)$ es seccionalmente continua en $[0, T], \forall t > 0$

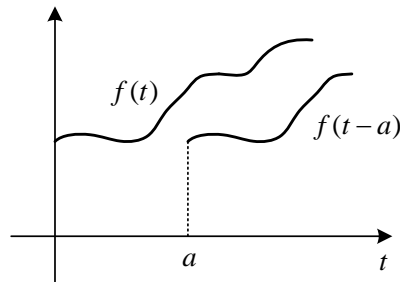
El resto de propiedades se dan simplemente si $f(t) \in A$. Por lo general, estas condiciones, rara vez, se tienen en cuenta, ya que las variables físicas que se manejan en ingeniería de control son siempre funciones causales.

Tabla 1: Propiedades de la transformada de Laplace

Propiedad	Expresión
Linealidad	$\ell(\alpha f(t) + \beta g(t)) = \alpha F(s) + \beta G(s)$
Integración real	$\ell\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$
Derivación real	$\ell\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0+)$
Valor inicial	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
Valor final	$\lim_{t \rightarrow 0+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
Traslación en el tiempo	$\ell[f(t-a)] = e^{-as} F(s)$
Traslación de Laplace	$\ell[e^{-as} f(t)] = F(s+a)$
Convolución	$\ell[f(t) \otimes g(t)] = F(s)G(s)$
Escalado en el tiempo	$\ell\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = \alpha F(\alpha s)$

Conviene señalar que la traslación de una función en el tiempo hace que aparezcan los valores nulos de la función causal en tiempos positivos (ver Figura 3.2). Este hecho se suele olvidar y es fuente de importantes errores.

Figura 3.2: Función trasladada en el tiempo



Por último, las funciones de Laplace habitualmente cumplen que:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = 0$$

Transformada de Laplace de funciones elementales

En este apartado, se calculan las transformadas de Laplace de algunas funciones elementales. La función escalón unidad $u(t)$ se define como lo siguiente:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } t \geq 0 \\ 0 & \text{para } t < 0 \end{cases}$$

Su transformada de Laplace se obtiene por definición:

$$U(s) = \ell[u(t)] = \int_0^{\infty} e^{-ts} dt = \left[\frac{e^{-ts}}{-s} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{s}$$

Para el caso de la función pulso de área unidad $p(t)$, también por definición:

$$p(t) = \begin{cases} 1/\alpha & \text{para } 0 \leq t < \alpha \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Su transformada de Laplace se obtiene por definición:

$$P(s) = \mathcal{L}[p(t)] = \int_0^{\infty} \frac{1}{\alpha} e^{-ts} dt = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{e^{-ts}}{-s} \right]_0^{\infty} = \frac{1 - e^{-\alpha s}}{\alpha s}$$

La función impulso unidad $\delta(t)$ se define como lo siguiente:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{para } t = 0 \\ 0 & \text{resto} \end{cases} \quad \text{siendo} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Señaladas estas advertencias matemáticas, las funciones que más se emplean como entradas en los sistemas controlados son precisamente aquellas que se obtienen al ir integrando sucesivamente la función impulso unidad (ver Tabla 2).

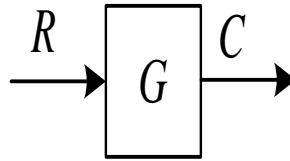
Tabla 2: Transformadas de las entradas habituales en los sistemas

Función	f(t)	F(s)
Impulso unidad	$\delta(t)$	1
Escalón unidad	$u(t) = 1$, para $t > 0$	$\frac{1}{s}$
Rampa unidad	$r(t) = t$, para $t > 0$	$\frac{1}{s^2}$
Aceleración unidad	$a(t) = \frac{1}{2}t^2$, para $t > 0$	$\frac{1}{s^3}$

Respuesta temporal

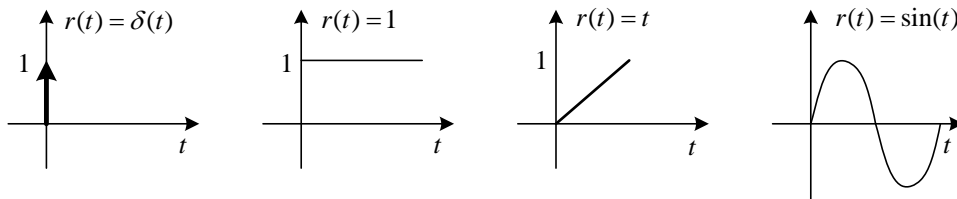
Para analizar el comportamiento de un sistema, se toma como punto de partida la representación matemática del mismo. El modelo de la Figura 3.3 es su función de transferencia $G(s)$.

Figura 3.3: Respuesta del sistema ante una entrada



El sistema puede ser excitado con distintas señales de entrada $r(t)$. Las más utilizadas son las funciones impulso unidad, escalón unidad, rampa unidad y sinusoidal de amplitud unidad, las cuales son mostradas en la Figura 3.4. La respuesta del sistema ante las distintas entradas suele tener un régimen transitorio y otro permanente, aunque este último puede no darse y depende de la estabilidad del sistema.

Figura 3.4: Tipos de entradas a los sistemas

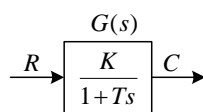


Sistemas de primer orden

Por lo general, la función de transferencia $G(s)$ de un sistema es una expresión racional de polinomios en s . Las raíces del denominador se llaman polos y las raíces del numerador se llaman ceros. Un sistema de primer orden se define como aquel que posee un único polo.

En la Figura 3.5, se muestra la representación general de un sistema de primer orden. A la constante K se le llamaría ganancia estática del sistema; y a T , constante de tiempo del sistema.

Figura 3.5: Sistema de primer orden



La salida temporal del sistema de primer orden ante una entrada escalón unidad es la siguiente:

$$c(t) = \ell^{-1}[C(s)] = \ell^{-1}\left[\frac{K}{s(1+Ts)}\right] = K(1 - e^{-t/T}) \Rightarrow \begin{cases} c(0^+) = 0 \\ c(\infty) = K \end{cases}$$

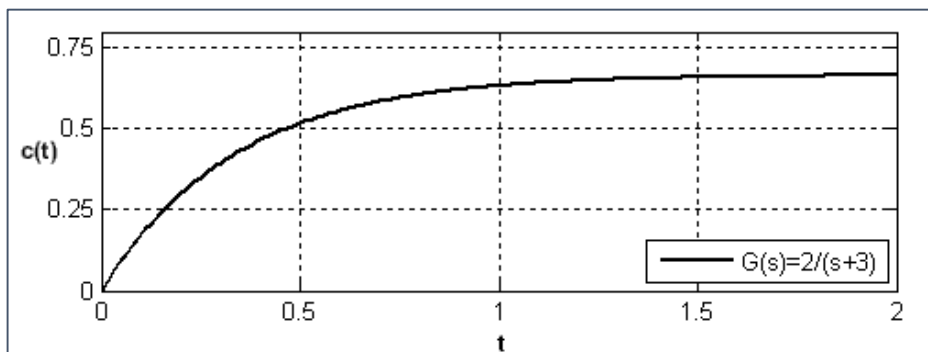
Donde se han calculado los valores inicial y final de dicha salida. La pendiente inicial de la curva viene dada por la siguiente ecuación:

$$\dot{c}(t) = \frac{\partial c(t)}{\partial t} = \frac{K}{T} e^{-t/T} \Rightarrow \dot{c}(0^+) = \frac{K}{T}$$

También, es posible obtener estos resultados a partir de las propiedades de la transformada de Laplace. Por ejemplo, en la Figura 3.6, se muestra la respuesta ante entrada escalón, unidad del mismo ejemplo que el apartado anterior. Ahora el valor final es K , mientras que la recta que sale

del origen con pendiente $\frac{K}{T}$ toma el valor K para $t=T$. Estas líneas

Figura 3.6: Respuesta de un sistema de primer orden ante entrada



pueden usarse como referencias para dibujar la respuesta de un sistema a mano alzada.

Por tanto, el valor de la respuesta en régimen permanente coincide con la ganancia estática K . Cuanto menor sea la constante de tiempo T , más rápidamente tiende la respuesta del sistema a su valor en régimen permanente. La constante de tiempo da una idea de la duración del régimen transitorio del sistema. Aproximadamente, la salida llega al 62% del

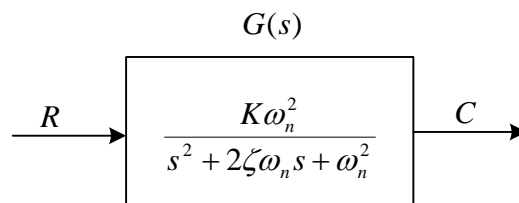
régimen permanente en el instante de tiempo igual a la constante de tiempo del sistema:

$$c(t) \approx 0.62T$$

Sistemas de segundo orden

Un sistema de segundo orden (ver Figura 3.7) es aquel que posee dos polos. Este tipo de sistemas se suele representar de la siguiente forma:

Figura 3.7: Sistema de segundo orden



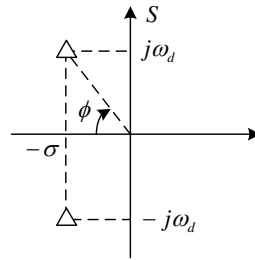
La constante K es la ganancia estática del sistema, ζ es el amortiguamiento y ω_n es la frecuencia natural. De acuerdo al carácter de los polos, el sistema de segundo orden puede ser el siguiente:

Sistema subamortiguado. El amortiguamiento posee un valor entre 0 y 1, y los polos del sistema de segundo orden son complejo-conjugados. Su posición aparece en la siguiente ecuación:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}j = -\sigma \pm \omega_d j$$

La constante σ es la atenuación del sistema; y ω_d , la frecuencia natural amortiguada. En la Figura 3.8, se define el ángulo φ que forman los polos complejo-conjugados en el plano complejo s con el origen.

Figura 3.8: Localización de los polos de un sistema de segundo orden



Sistema sobreamortiguado. El amortiguamiento es mayor que la unidad y los polos del sistema de segundo orden son reales localizados en:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Sistema críticamente amortiguado. El amortiguamiento es igual a la unidad y los polos son reales e iguales:

$$p_{1,2} = -\omega_n \quad (\text{doble})$$

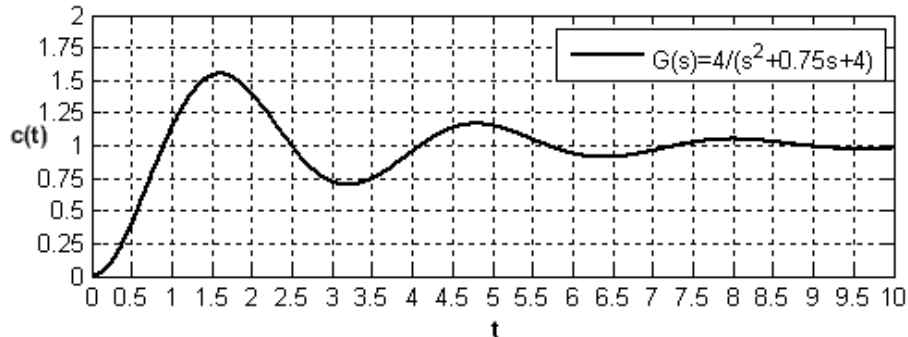
Respuesta al escalón unitario

La respuesta de un sistema subamortiguado ante una entrada escalón unidad es la siguiente:

$$c(t) = K \left[1 - \frac{e^{-\sigma t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \phi) \right], \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d}{\zeta} \right)$$

En la Figura 3.9, se muestra un ejemplo de respuesta temporal de un sistema subamortiguado. Se trata de una señal sinusoidal, cuya amplitud se va atenuando según un patrón exponencial.

Figura 4: Respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado ante entrada escalón



Existen varios puntos claves en la respuesta temporal. El primero es el tiempo de levantamiento t_r , que es el instante en el que la salida pasa por primera vez por el valor de su régimen permanente.

$$t_r = \frac{\pi - \phi}{\omega_d}$$

El tiempo de tipo t_p es el instante en el que la salida temporal alcanza su primer máximo.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

La diferencia entre el valor del máximo y el valor en régimen permanente, expresada por unidad respecto del valor en régimen permanente, se le llama sobre impulso máximo M_p

llama sobre impulso máximo M_p

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{\pi}{\tan\phi}}$$

El tiempo de establecimiento se define como el instante a partir del cual la respuesta temporal queda circunscrita en una banda del 2% o del 5% en torno al valor en régimen permanente.

$$t_s(2\%) \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{\sigma}$$

$$t_s(5\%) \approx \frac{3}{\zeta\omega_n} = \frac{3}{\sigma}$$

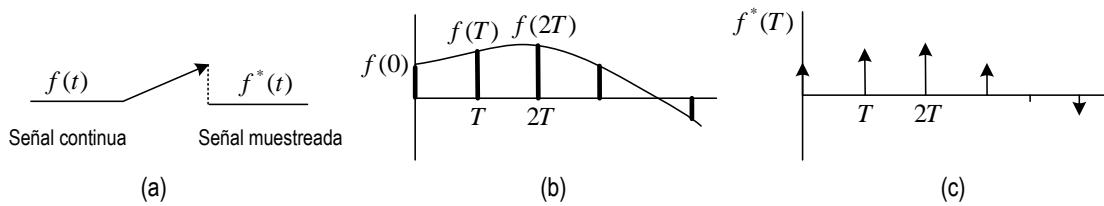
En los sistemas de control, no es deseable que exista una respuesta con mucho sobre impulso ni muy oscilatoria. Se suele buscar que el sistema controlado posea un sobre impulso entre el 0% y el 20% con el menor tiempo de establecimiento posible.

Modelos Discretos

Los modelos discretos tratan con sistemas cuyo comportamiento sólo cambia en instantes dados.

En general, las señales en tiempo discreto surgen en un sistema cuando la operación de muestreo se lleva a cabo en una señal del tiempo continuo. El proceso de muestreo puede asemejarse al funcionamiento de un interruptor, ver Figura 3.10 (a), cuando el interruptor está abierto ninguna información de la señal en el tiempo continuo se captura, pero cuando el interruptor está cerrado, entonces la información se recoge. El interruptor cierra periódicamente con el período de muestreo T . El funcionamiento del interruptor no es instantáneo, si la función de entrada continua $f(t)$ la salida del interruptor, denotado por $f(kT)$, consiste en pulsos sombreados, como se muestra en la Figura 3.10(b). La salida del tren de pulsos $f(kT)$ puede aproximarse por un tren de impulsos (ver Figura 3.10(c)) donde cada función de impulso tiene un área igual al valor de la señal de entrada en el instante de muestreo $t = kT$ que es el tiempo del impulso.

Figura 5: El proceso de muestreo.



Transformada Z

Dada una señal en el dominio del tiempo discreto $x(k)$, la transformada z de $x(k)$ es $X(z)$ y es dado por:

$$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)z^{-k}$$

Es la representación de la transformada z Bilateral. La transformada z unilateral es definida como:

$$X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)z^{-k}$$

Teorema del Valor Inicial

Si $f(t)$ tiene transformada z $F(z)$ y el $\lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$ existe, entonces el valor inicial $f(0)$ de $f(t)$ es dado por:

$$f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z) \quad (3.23)$$

Teorema del Valor Final

El valor final de $f(t)$, es decir, el valor de $f(t)$ en $t \rightarrow \infty$ es dado por:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1)F(z)]$$

Modelos de Diferencia Finita

Una computadora digital por su misma naturaleza trata internamente los datos discretos o funciones de valores numéricos. Para realizar las operaciones analíticas como la diferenciación y la integración, deben utilizarse las aproximaciones numéricas. Afortunadamente, las fórmulas de tales aproximaciones están establecidas en el campo de análisis numérico. Una manera de convertir modelos desde el tiempo-continuo a modelos en el tiempo-discreto es usar las técnicas de diferencias finitas.

En general, una ecuación diferencial es no lineal:

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(x, y)$$

Donde $y(t)$ es la variable de salida, $x(t)$ es la variable de entrada, puede ser numéricamente integrada (aunque con algún error) introduciendo así una aproximación de diferencia finita para la derivada.

Por ejemplo, la aproximación de diferencia Backward (hacia atrás) para un sistema de primer orden, la derivada en el tiempo $t = n\Delta t$ es:

$$\frac{dy(t)}{dt} \cong \frac{y_n - y_{n-1}}{\Delta t}$$

Donde Δt es el intervalo de integración que es especificado por el usuario, y_n es el valor de $y(t)$ en $t = n\Delta t$ y y_{n-1} denota el valor previo en el instante muestreo anterior $t = (n-1)\Delta t$. Sustituyendo y evaluando la función $f(x, y)$ y el valor anterior de y y x (es decir, y_{n-1} y x_{n-1}) resulta:

$$\frac{y_n - y_{n-1}}{\Delta t} = f(x_{n-1}, y_{n-1})$$

O también.

$$y_n = y_{n-1} + \Delta t \cdot f(x_{n-1}, y_{n-1})$$

La ecuación es una ecuación en diferencias de primer-orden que puede usarse para predecir el valor de y al paso de tiempo n basado en la información del paso de tiempo anterior $(n-1)$, asimismo, y_{n-1} y $f(x_{n-1}, y_{n-1})$.

Este tipo de expresión se llama una relación de recurrencia y puede usarse para integrar numéricamente, calculando y_n para $n = 0, 1, 2, \dots$ empezando con las condiciones iniciales conocidas, $y(0)$ y $x(0)$.

En general, la solución numérica resultante, y_n para $n = 1, 2, 3, \dots$, se hace más exacto y aproxima la solución correcta de $y(t)$ con un Δt disminuido. Sin embargo, para valores extremadamente pequeños de Δt , los errores de redondeo por computadora pueden ser una fuente significativa de error.

La ecuación, es el esquema de la integración numérica más simple es referido como la Integración de Euler.

El ALGORITMO para la integración de Euler también puede expresarse en forma análoga:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \cdot f(x_n, y_n)$$

El resultado del uso de una aproximación en diferencias Forward (hacia delante) que es dado por:

$$\frac{dy(t)}{dt} \cong \frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t}$$

La diferencia Forward es una aproximación estándar presentada en el análisis numérico en los libros.

Una aplicación importante, en el control digital puede ser usado para aproximar un modelo de un proceso si las señales de entrada y salida son muestreadas. En este caso, Δt se interpreta como el período de muestreo en lugar de la integración del intervalo.

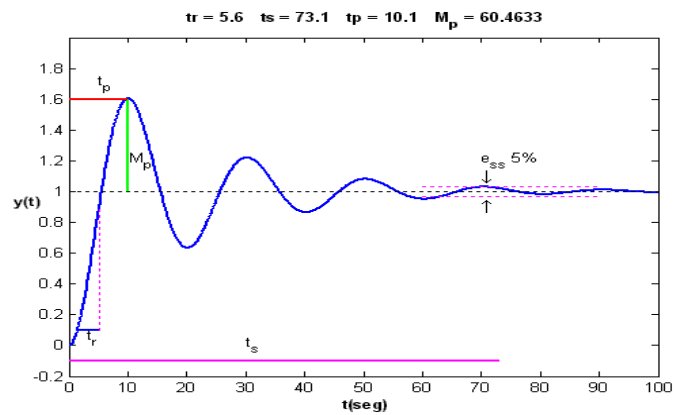
Respuesta en tiempo discreto

Al diseñar un sistema del control digital, se debe considerar las características de la respuesta en el dominio del tiempo discreto y la estabilidad del sistema. Para evaluar la respuesta dinámica (respuesta transitoria) de un sistema discreto, es necesario considerar los siguientes aspectos:

- Analizar el comportamiento la salida del sistema $C(z)$ en lazo cerrado para una entrada escalón unitario.
- Evaluar y escoger el periodo de muestreo T más conveniente.
- Evaluar $c(kT)$ incrementando el valor de k hasta conseguir que el valor en estado estable se haya alcanzado.

En el dominio del tiempo continuo, la respuesta transitoria de un sistema de segundo orden depende de los polos en lazo cerrado del sistema y del comportamiento de la respuesta en el estado estacionario. La respuesta de un sistema dinámico debido a una señal de entrada escalón unitario es mostrada.

Figura 3.11: Sistema Subamortiguado



Donde t_p el tiempo pico, t_r el tiempo de subida, t_s el tiempo de establecimiento y M_p el sobrepaso máximo. Para el caso subamortiguado, la respuesta a un escalón unitario tiene oscilaciones amortiguadas, donde se definen algunas especificaciones de funcionamiento que son utilizados como criterios de diseño.

Efectos de muestreo para sistemas de primer orden La respuesta transitoria de sistemas de control digital a menudo exhibe oscilaciones antes de alcanzar el estado estacionario cuando se analiza sistemas de segundo orden, estos sistemas presenta una característica particular, de aumentar en sobrepaso máximo M_p , el causante de este incremento se debe al efecto del muestreo.

Por ejemplo, para un sistema de primer orden, la respuesta transitoria típica es:

$$y(t) = Ke^{\frac{-t}{\tau}}$$

Donde τ es la constante de tiempo.

Podemos escoger nuestro muestreo de acuerdo con las relaciones:

$$f_s = \frac{N}{\tau} \Rightarrow T = \frac{\tau}{N}$$

Nosotros podemos ajustarlo $N \in [5-8]$ dependiendo de nuestra respuesta del sistema.

Efectos de muestreo para sistemas de segundo orden

La elección del tiempo de muestreo es bastante importante en la discretización de controladores continuos. El tiempo de muestreo en general es bastante pequeño, siempre y cuando no se condicione dos aspectos importantes, su implementación real y los errores de cuantificación. Los criterios se basan en los siguientes aspectos:

Para sistemas de segundo orden, podemos elegir un periodo de muestreo según la relación del tiempo de subida del sistema en lazo cerrado.

$$T = \frac{t_r}{N_r}, \quad N_r \approx 10-20$$

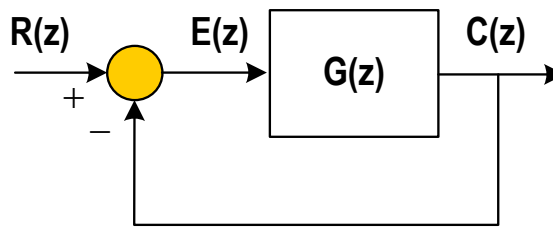
También podemos usar la relación del tiempo de establecimiento del sistema en lazo cerrado.

$$T = \frac{t_s}{N_r}, \quad N_r \approx 25-75$$

Error en Estado Estacionario

El error en estado estacionario viene analizado desde un sistema realimentado como se muestra en la Figura 3.12.

Figura 3.12: Sistema Subamortiguado



El error en estado estacionario produce:

- Incapacidad para seguir o rastrear diferentes tipos de entrada.
- Fricción estática y deterioro o envejecimiento de componentes.

Analizando el error $E(z)$.

$$e_{ss} = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)E(z) \rightarrow E(z) = R(z) - C(z)$$

Y.

$$C(z) = G(z)E(z)$$

Remplazando, obtenemos:

$$E(z) = \frac{1}{1+G(z)} R(z)$$

Modelos paramétricos

Siendo la identificación de sistemas un proceso experimental y en vista de que para nuestro proceso no tenemos a la planta físicamente disponible para aplicar señales y tomar datos, vamos a obtener el modelo matemático de la planta en base a leyes físicas, y nos apoyaremos también de datos obtenidos experimentalmente del proceso real para hacer más fiable el modelado matemático. Al ser un proceso de control de temperatura nos apoyaremos en las leyes de la Termodinámica.

La identificación de sistemas es la obtención de forma experimental de un modelo que reproduzca con suficiente exactitud, para los fines deseados,

las características dinámicas del proceso objeto de estudio. En términos generales, el proceso de identificación comprende los siguientes pasos:

- Obtención de datos de entrada - salida.

Para ello se debe excitar el sistema mediante la aplicación de una señal de entrada y registrar la evolución de sus entradas y salidas durante un intervalo de tiempo.

- Tratamiento previo de los datos registrados.

Los datos registrados están generalmente acompañados de ruidos indeseados u otro tipo de imperfecciones que puede ser necesario corregir antes de iniciar la identificación del modelo. Se trata, por tanto, de 'preparar' los datos para facilitar y mejorar el proceso de identificación.

- Elección de la estructura del modelo.

Si el modelo que se desea obtener es un modelo paramétrico, el primer paso es determinar la estructura deseada para dicho modelo. Este punto se facilita en gran medida si se tiene un cierto conocimiento sobre las leyes físicas que rigen el proceso.

- Obtención de los parámetros del modelo.

A continuación, se procede a la estimación de los parámetros de la estructura que mejor ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada-salida obtenidos experimentalmente.

- Validación del modelo.

El último paso consiste en determinar si el modelo obtenido satisface el grado de exactitud requerido para la aplicación en cuestión.

Métodos de identificación paramétrica

Nos permiten obtener modelos paramétricos. Estos métodos requieren la elección de una posible estructura del modelo, de un criterio de ajuste de

parámetros, y por último de la estimación de los parámetros que mejor ajustan el modelo a los datos experimentales.

MATLAB dispone de una amplia colección de funciones aplicables al campo de la identificación de sistemas, agrupadas en el System Identification Toolbox, que constituyen una herramienta de gran utilidad para la identificación y modelado de sistemas dinámicos. Estas funciones incluyen diferentes algoritmos para el ajuste de parámetros en todo tipo de modelos lineales. Así mismo, permiten examinar las propiedades de los modelos obtenidos, e incluso realizar un pre procesamiento de los datos utilizados para la identificación, en caso de que sea necesario.

- Modo Comando. En este modo, se trabaja directamente desde la ventana de comandos de MATLAB, realizando llamadas a las diferentes funciones que componen el Toolbox de Identificación que describiremos en este artículo.
- Mediante Interfaz de Usuario. A diferencia de otras herramientas, el Toolbox de Identificación proporciona una interface gráfica que facilita el trabajo con las funciones anteriores, realizando llamadas a las mismas de forma transparente al usuario.

Como es sabido, todo proceso de identificación parte de un conjunto de datos de entrada/salida obtenidos de forma experimental a partir del sistema físico que se pretende modelar. Generalmente, sólo se utiliza una parte de esos datos para realizar la identificación del modelo, y los restantes se reservan para realizar la validación del mismo. Estos archivos pueden ser cargados en el Workspace de MATLAB mediante la función load.

Todas las funciones del Toolbox de Identificación que requieren como parámetro los datos de entrada-salida, deben recibir dichos datos en una matriz de dos columnas y N filas, siendo estas, el número de datos (muestras) de entrada-salida registrados. En la primera columna deben

aparecer las salidas en sucesivos periodos de muestreo y en la segunda columna las correspondientes entradas.

MATLAB dispone de una amplia colección de funciones aplicables al campo de la identificación de sistemas, agrupadas en el System Identification Toolbox (ver Apéndice), que constituyen una herramienta de gran utilidad para la identificación y modelado de sistemas dinámicos.

Selección de estructura del modelo

La expresión más general de un modelo discreto es del tipo:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\mathbf{y}(t) = \frac{\mathbf{B}(\mathbf{q})}{\mathbf{F}(\mathbf{q})}\mathbf{u}(t - n_k) + \frac{\mathbf{C}(\mathbf{q})}{\mathbf{D}(\mathbf{q})}\mathbf{e}(t) \quad (3.38)$$

Donde $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ y $\mathbf{e}(t)$ son la entrada, salida y ruido con valor medio cero respectivamente. Los polinomios \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} y \mathbf{F} son definidos en términos del operador Backward (q^{-1}).

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \mathbf{1} + \mathbf{a}_1\mathbf{q}^{-1} + \dots + \mathbf{a}_{n_a}\mathbf{q}^{-n_a}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2\mathbf{q}^{-1} + \dots + \mathbf{b}_{n_b}\mathbf{q}^{-n_b+1}$$

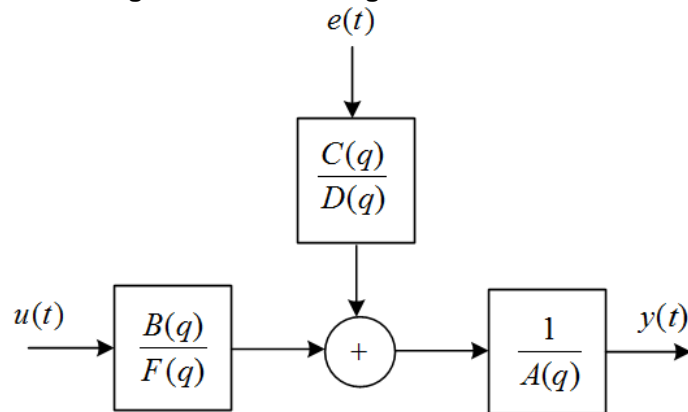
$$\mathbf{C}(\mathbf{q}) = \mathbf{1} + \mathbf{c}_1\mathbf{q}^{-1} + \dots + \mathbf{c}_{n_c}\mathbf{q}^{-n_c}$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}) = \mathbf{1} + \mathbf{d}_1\mathbf{q}^{-1} + \dots + \mathbf{d}_{n_d}\mathbf{q}^{-n_d}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}) = \mathbf{1} + \mathbf{f}_1\mathbf{q}^{-1} + \dots + \mathbf{f}_{n_f}\mathbf{q}^{-n_f}$$

El escoger una estructura significa escoger los órdenes de todos los polinomios que intervienen. En muchas ocasiones esta elección lleva a simplificaciones típicas de la estructura general de la Figura 3.13.

Figura 6: Estructura general de modelos



Las estructuras de modelos también conocidas como “cajas negras” quedan representadas mediante una ecuación lineal en diferencias dado por:

$$y(t) + a_1 y(t - 1) + \dots + a_{n_a} y(t - n_a) = b_1 u(t - 1) + \dots + b_{n_b} y(t - n_b) + e(t)$$

El término de ruido blanco, $e(t)$ acá ingresa como un error directo en la ecuación en diferencias, a menudo es llamada ecuación del modelo de error (estructura). Los parámetros en este caso son:

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{n_a} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n_b}]^T$$

Se introduce

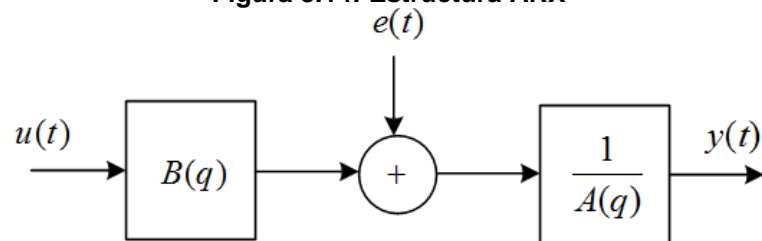
$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

Además podemos anotar que q es un operador de argumento de $A(q)$, comenzando en un polinomio q^{-1} . La razón para esto, es que simplemente al ser consistente con la notación convencional de la definición de la transformada z.

Dentro de estas estructuras hay una estructura que representa un modelo llamado ARX (AutoRegressive model with eXternal input), que se muestra en la Figura 3.14. Donde AR refiere a la parte autoregresiva $A(q)y(t)$ y X a la entrada extra $B(q)u(t)$ (llamada variable exógena en econometría). Un caso especial es cuando $n_a = 0$, es modelado para una respuesta impulsiva (FIR). Este conjunto de modelos es particularmente común en aplicaciones de procesamiento de señales. La estructura ARX presenta la estructura cuando $C(q) = D(q) = F(q) = 1$.

Figura 3.14: Estructura ARX



Esta estructura no conduce a la ecuación paramétrica ARX

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + e(t)$$

Por ejemplo, un modelo ARX para un modelo de primer orden puede presentar la siguiente ecuación en diferencias

$$y(t) = a_1y(t - 1) + b_1u(t - 1) + e(t)$$

A esta ecuación en diferencias se le conoce como modelo ARX de estructura (111), esto a que $n_a = n_b = n_k = 1$. Además, la función de transferencia (asumiendo $e(t) = 0$) de este sistema bien dado por:

$$(1 - a_1z^{-1})Y(z) = b_1z^{-1}U(z)$$

Resultando

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-1} \frac{b_1z}{z - a_1} = z^{-n_k} \frac{b_1z}{z - a_1}$$

Modelamiento del proceso

Como habíamos indicado, para efectuar el análisis de un sistema, es necesario obtener un modelo matemático que lo represente. El modelo matemático equivale a una ecuación matemática o un conjunto de ellas en base a las cuales podemos conocer el comportamiento del sistema.

En muchas ocasiones no se puede hacer la identificación de sistemas por el método experimental, debido a diversos factores, es en estos casos donde podemos hacer una identificación del sistema a partir del modelo matemático base.

Para describir procesos físicos la termodinámica recurre a un enfoque global de balance energético. En el proceso de germinación de la cebada deseamos saber cómo la temperatura de salida T_s responde a cambios en el flujo de agua de entrada f_{agua} . La condición de equilibrio de los sistemas térmicos establece que el calor administrado a un sistema es igual al calor almacenado por el sistema más el calor liberado por el sistema y más las pérdidas del sistema.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{energía} \\ \text{entrada} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{energía} \\ \text{salida} \end{array} \right\} - \{ \text{pérdidas} \} = \left\{ \begin{array}{l} \text{energía} \\ \text{acumulada} \\ \text{sistema} \end{array} \right\}$$

Algunas de las consideraciones a tenerse en cuenta para efectuar el balance de energía en este proceso son las siguientes:

Transferencia de calor en las paredes.

Muchas veces se le llama carga de fuga, es una medición del calor que fluye a través de las paredes del espacio refrigerado del exterior hacia el interior. Ya que no se dispone de ningún aislamiento perfecto, habrá una cantidad de calor que está pasando del exterior al interior, debido a la diferencia de temperaturas. Se tienen en cuenta la ganancia de calor a través de todas las paredes incluyendo piso y techo.

Aplicando en (3.42) para una corriente cualquiera en el intercambio de calor se tiene la siguiente ecuación.

$$\mathbf{V_o\rho(U_o + K_o + \phi_o) - V\rho(U + K + \phi) + (Q_G + Q) - (W + VP} \\ \mathbf{- V_oP_o) = \frac{d}{dt} [(U + K + \phi)V'\rho]}$$

Donde.

U = energía interna (energía por unidad de masa)

K = energía cinética (energía por unidad de masa)

ϕ = energía potencial (energía por unidad de masa)

W = trabajo de eje realizado por el sistema (energía / tiempo)

P = presión del sistema

P_o = presión de la corriente de alimentación

V = caudal volumétrico (volumen / tiempo)

V' = volumen del sistema ocupado por el fluido

ρ = densidad (masa/volumen)

Q_G = calor generado por reacción

Q = calor transferido (saliendo o entrando a la corriente)

t = tiempo

o = el subíndice o significa entrada al sistema

Notar que todos los términos, deben tener las mismas unidades (energía por tiempo), así los términos VP debe usar el factor de conversión apropiado (778 pies.lb_f/Btu en el sistema inglés de unidades)

En el intercambiador de placas en estudio no se genera calor por lo que Q_G = 0, y no se hace ningún trabajo de eje, así W = 0.

Si las velocidades de flujo de entrada y salida no son muy altas, el término de energía cinética es despreciable. Si la elevación de los flujos de entrada y salida está más o menos al mismo nivel, el término de energía potencial es pequeño. Entonces se reduce a :

$$\frac{d(\rho V^1 U)}{dt} = V_o \rho_o U_o - V \rho U + Q - V \rho \frac{P}{\rho} + V_o \rho_o \frac{P_o}{\rho_o}$$

$$= V_o \rho_o (U_o + P_o \bar{V}_o) - V \rho (U + P \bar{V}) + Q$$

Donde \bar{V} es el volumen específico (pies³/lb_m o m³/kg), el recíproco de la densidad.

La entalpía H o h, se define:

$$H \text{ o } h \equiv U + P \bar{V}$$

Nosotros usaremos h para la entalpía de una corriente líquida y H para la entalpía de una corriente de gas o vapor. Luego, para una corriente cualquiera del intercambiador de placas.

$$\frac{d(\rho V^1 U)}{dt} = V_o \rho_o h_o - V \rho h + Q$$

Para líquidos el término $P \bar{V}$ es despreciable comparado con el término U, y podemos usar la velocidad de cambio de la entalpía del sistema en lugar de la energía interna del sistema.

$$\frac{d(\rho V^1 h)}{dt} = V_o \rho_o h_o - V \rho h + Q$$

Las entalpías son funciones de la composición, temperatura, y presión, pero principalmente de la temperatura. A partir de la termodinámica, la capacidad calorífica a presión constante, C_p , y a volumen constante C_v , son

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \quad C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v$$

Para demostrar que la energía es primeramente influenciada por la temperatura, haremos una simplificación del problema asumiendo que la entalpía del líquido puede ser expresada como un producto de la temperatura absoluta y una capacidad calorífica promedio C_p , (Btu/lb_m °R o kJ/kg K) que es constante.

$$H = C_p T$$

También asumiremos que las densidades de todas las corrientes líquidas son constantes. Con estas simplificaciones en (3.47) será

$$\rho C_p \frac{d(V' T_c)}{dt} = \rho C_p (V_o T_o - VT) + Q$$

De la ecuación de Fourier, para el calor transferido se tiene:

$$Q = U A \Delta T$$

Donde U = coeficiente total de transferencia de calor

A = área de transferencia de calor

Reemplazando y considerando que el volumen ocupado por la corriente es constante, la ecuación, será:

$$\rho V' C_p \frac{d(T_c)}{dt} = \rho C_p (V_o T_o - VT) + U A \Delta T$$

Considerando que:

$\rho V' = M$: masa de fluido dentro del sistema

$\rho V_o = \rho V = F(t)$: Flujo de masa entrando y saliendo del sistema, el cual varía con el tiempo de acuerdo a las condiciones de operación del intercambiador de placas, y si los flujos de masa varían, también variará el coeficiente total de transferencia de calor. Por lo tanto, $U = U(t)$. Con estas simplificaciones y asunciones la ecuación será:

$$MC_p \frac{d(T_c)}{dt} = C_p F(t)(T_o - T) + U(t) A \Delta T$$

Tomando la temperatura T_c de la corriente como el promedio entre las temperaturas de entrada T_o y salida T

$$T_c = \frac{T_o + T}{2}$$

Reemplazando y considerando que la temperatura de entrada es constante, se tiene:

$$\frac{d(T)}{dt} = 2[F(t)(T_o - T) + U(t) A \Delta T(T) / C_p] / M$$

Aplicando tanto para el fluido de calentamiento como para el fluido de proceso del intercambiador de placas, y considerando que el fluido de calentamiento cede calor y el fluido de proceso absorbe calor, se tiene:

$$\frac{d(T_c)}{dt} = 2[F_c(t)(T_{co} - T_c) - U(t) A \Delta T(T) / C_{pc}] / M_c$$

$$\frac{d(T_p)}{dt} = 2[F_p(t)(T_{po} - T_p) + U(t) A \Delta T(T) / C_{pp}] / M_p$$

Donde $T = (T_c, T_{co}, T_p, T_{po})$ es un vector de temperaturas de los fluidos de entrada y salida, $\Delta T(T)$ es la diferencia media efectiva de temperaturas, la cual puede ser la diferencia media aritmética de temperaturas (DMAT).

$$\Delta T(T) = [(T_p - T_{co}) + (T_{po} - T_c)]/2$$

o como en la mayoría de los casos prácticos, la diferencia media logarítmica de temperaturas (DMLT).

$$\Delta T(T) = \frac{(T_{co} - T_p) - (T_c - T_{po})}{\ln(T_{co} - T_p) - \ln(T_c - T_{po})}$$

La dependencia del tiempo del coeficiente de transferencia de calor es importante para variaciones en el área de transferencia de calor. En este caso asumimos que $U(t) \neq 0$, $t \geq 0$ y $T_{co} > T_{po}$ ó $(T_{co} < T_{po})$ respectivamente). Las asunciones precedentes implican que bajo condiciones normales de operación, $T_{co} > T_c$ o $(T_{co} < T_c)$ respectivamente), de modo que el sistema de control está bien definido para todo $t > 0$.

Pruebas a lazo abierto

Para el efecto se ha considerado una operación en contracorriente fluido-fluido en la cual tanto el fluido caliente como el fluido frío es agua, cuyas propiedades físicas son:

Densidad del fluido caliente: $\rho_c = 980 \text{ kg/m}^3$

Densidad del fluido frío: $\rho_p = 1000 \text{ kg/m}^3$

Capacidades caloríficas: $C_{pc} = C_{pp} = 4,184 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

Masa de líquido dentro del tubo: $M_c = 0,462 \text{ kg}$

Masa de líquido dentro del anillo: $M_p = 0,576 \text{ kg}$

Tabla 3: Datos de medidas de temperatura

Tiempo: min.	T_c: °C	T_p: °C
0	46,11	24,00
0,05	38,12	36,09
0,10	33,47	42,11
0,15	32,61	42,81
0,20	32,25	43,62
0,25	32,00	43,71
0,30	31,73	43,82
0,35	31,72	43,83
0,40	31,72	43,83

F_C = 4,69 kg /min. (constante)

F_P = 5,01 kg/min. (constante)

T_{co} = 46,11 °C (constante)

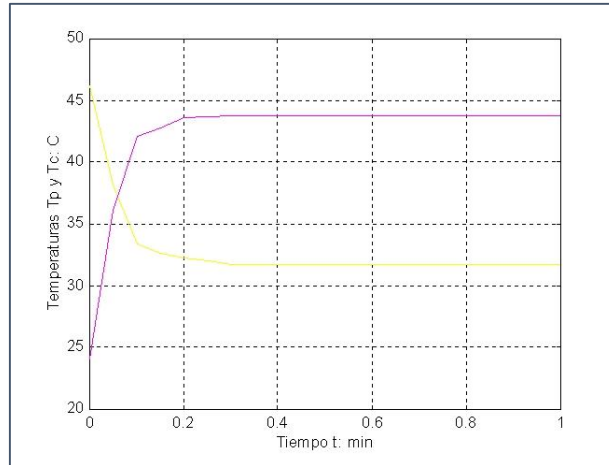
T_{po} = 24 °C (constante)

T_C = 31,72 °C (al alcanzar el estado estacionario)

T_p = 43,83 °C (al alcanzar el estado estacionario)

Al graficar los datos obtenidos en la Figura 3.15, se pueden observar que corresponde a un sistema sobreamortiguado.

Figura 3.15: Datos de Temperaturas vs. Tiempo



Amarillo: Fluido caliente

Violeta: Fluido frío

Simulación de tabla de medidas del proceso

Para que el modelo propuesto se ajuste al proceso en estudio, se debe simular la operación del intercambiador de placas usando el modelo propuesto y comparar con los datos experimentales.

Reemplazando los valores numéricos y usando los datos dados en la Tabla 1, las Ec. Se escriben como:

$$\frac{d(T_p)}{dt} = -16,1 T_p + 1,30 T_c + 446,14$$

$$\frac{d(T_c)}{dt} = 1,62 T_p - 21,92 T_c + 900,46$$

Las Ecuaciones anteriores, constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

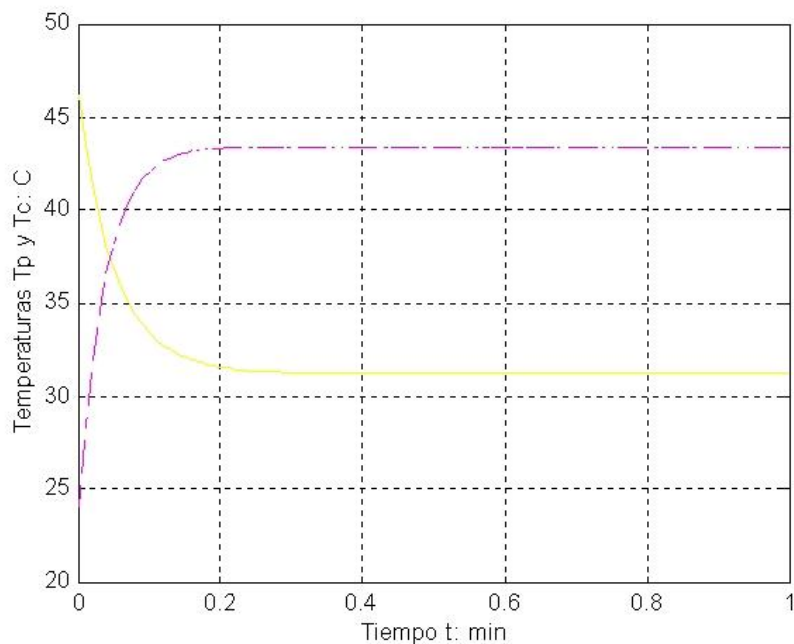
Este sistema se puede escribir como:

$$y = \begin{bmatrix} T_p \end{bmatrix} \quad M \quad \begin{bmatrix} -16,1 & 1,30 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 446,14 \end{bmatrix}$$

Haciendo uso de MATLAB para la simulación del proceso. El modelo matemático obtenido para el intercambiador de placas, es igual al modelo reportado en la bibliografía por Fazlu-Rahman, M. H. R. y Devenathan.

La simulación llevada a cabo para el intercambiador en estudio cuyos resultados se muestran en la Figura 3.16 tiene la misma tendencia que los valores experimentales reportados en la Figura 3.15. Consecuentemente podemos concluir que el modelo matemático describe exactamente al proceso de transferencia de calor llevado a cabo en el intercambiador de placas. Este mismo modelo puede generalizarse para cualquier intercambiador incluyendo los condensadores y hervidores.

Figura 3.16: Datos del intercambiador.



Amarillo: Fluido frío

Violeta: Fluido caliente

Función de transferencia del proceso

La función de transferencia para el proceso controlado llevado a cabo en el intercambiador de placas debe relacionar en el dominio de Laplace a la variable de salida (controlada) T_p a la variable de entrada (regulada) F_c . Considerando constante el flujo de entrada

$$\frac{M_p}{2F_p} \frac{d(T_p)}{dt} = (T_{po} - T_p) + U(t) A \Delta T(T) / F_p C_{pp}$$

Donde.

$$\frac{M_p}{2F_p} = \tau_p \quad (\text{tiempo})$$

$$A \Delta T(T) / F_p C_{pp} = k_1$$

La ecuación de temperatura se puede escribir como.

$$\tau_p \frac{d(T_p)}{dt} + T_p = T_{po} + k_1 U$$

En el estado estacionario, será:

$$\tau_{ps} \frac{d(T_{ps})}{dt} + T_{ps} = T_{pos} + k_1 U_s = 0$$

Donde el subíndice s indica al estado estacionario. Restando las ecuaciones se tiene:

$$\tau_p \frac{d(T_p - T_{ps})}{dt} + (T_p - T_{ps}) = (T_{po} - T_{pos}) + k_1 (U - U_s)$$

Definiendo las variables de desviación:

$$(T_p - T_{ps}) = T_p$$

$$(U - U_s) = U$$

Además, $T_{po} = T_{pos}$ la temperatura de entrada es la misma en cualquier instante. Con lo cual será:

$$\tau_p \frac{d(T_p)}{dt} + T_p = k_1 U$$

Aplicando la transformada de Laplace a la Ec. se tiene:

$$\tau_p [s T_p(s) - T_p(0)] + T_p(s) = k_1 U(s)$$

Donde $T_p(0) = 0$, ya que en el tiempo cero recién se inicia el proceso y no hay variación del estado estacionario. Simplificando la ecuación, se tiene

$$\frac{T_p(s)}{U(s)} = \frac{k_p}{\tau_p s + 1}$$

Usando el mismo procedimiento fluido de calentamiento y aplicando la propiedad de traslación de la transformada, para lo cual se sabe que:

$$Q = F_c (T_c - T_{co}) = U A \Delta T$$

Se tiene la función de transferencia para el fluido de calentamiento

$$\frac{U(s)}{F_c(s)} = \frac{k_c}{\tau_c s + 1}$$

Considerando que los dos procesos se llevan a cabo en serie, por lo cual la función de transferencia del proceso total será el producto de las funciones de transferencia individuales, y haciendo $k_p k_c = K_p$, $\tau_c = \tau_1$ y $\tau_p = \tau_2$, se tiene:

$$G_p = \frac{T_p(s)}{F_c(s)} = \frac{K_p}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} ; \quad \tau_1, \tau_2 > 0$$

La ecuación, relaciona la variable de salida T_{Po} (variable controlada) a la variable regulada F_c (entrada o carga), donde τ_1 y τ_2 son las constantes características de tiempo del proceso. Esta función de transferencia es de segundo orden (el orden está dado por el mayor exponente al que está elevado el parámetro s en el denominador); por lo que este proceso es de segundo orden.

Por conveniencia, a T_p denominaremos X y a F_c como F , con lo cual se escribe

$$G_p = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1}$$

Tomando los valores experimentales para el estado estacionario se tiene: $K_p = 0.07 \text{ } ^\circ\text{C/kg seg}$. Así mismo para las constantes de tiempo se tiene:

$$\tau_1 = 3.42 \text{ seg.}$$

$$\tau_2 = 3 \text{ seg.}$$

Sustituyendo estos valores en la anterior función de transferencia y arreglando se tiene.

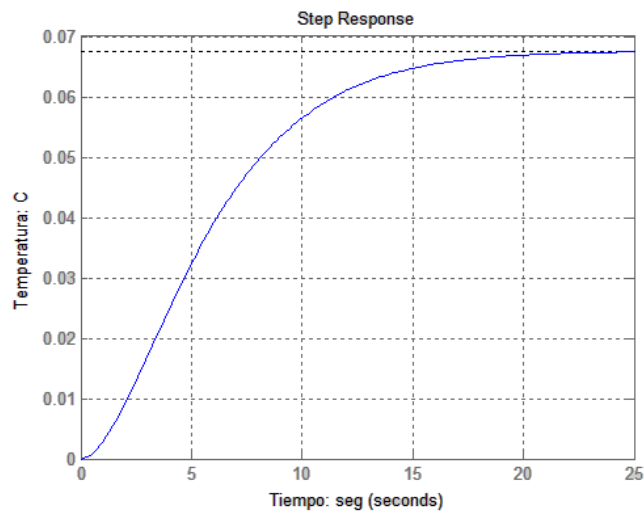
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{145,5s^2 + 91s + 14,8}$$

Pruebas a lazo abierto

Veamos, en primer lugar, la respuesta en bucle abierto del sistema ante una entrada escalón. Cree un nuevo archivo de instrucciones con el siguiente código:

Al ejecutar este archivo en la ventana de instrucciones de MATLAB se obtendrá la siguiente gráfica mostrada en la Figura 3.17.

Figura 3.17: Respuesta de lazo abierto del intercambiador de placas a un escalón



La ganancia de la función de transferencia de la planta es $1/14,8$, Así, el valor final de la salida ante un escalón unitario es $0,068$, lo que corresponde a un error en régimen permanente de $0,932$, En efecto, bastante grande. Más aún, el tiempo de subida es de alrededor de 12 segundos y el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 18 segundos. Diseñemos un controlador que reduzca el tiempo de subida y el tiempo de establecimiento y elimine el error en régimen permanente.

2.2.3. Diseño del controlador PI

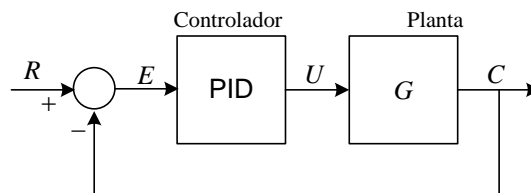
Fundamentos del Control Realimentado

Actualmente, los dispositivos de control son de uso común en las empresas. Las técnicas de fabricación en serie han hecho que no se implementen compensadores para una función particular, sino dispositivos genéricos que sean capaces de ajustarse para una labor específica, según las características del sistema. El controlador proporcional-integral-derivativo, o controlador PI, es un dispositivo de control genérico, donde el diseñador sólo tiene que dar valores adecuados, según lo requiera la situación, a los distintos parámetros que contiene. Por tanto, se elude la necesidad de fabricar el compensador que se desea implementar.

Como su propio nombre indica, un controlador PI es un caso particular de compensador de adelanto retraso, en el que el compensador de adelanto es proporcional-derivativo y el compensador de retraso es proporcional-integral. Del producto de ambos compensadores, se obtiene un controlador con dos ceros, que en general pueden ser reales o no, un polo en el origen y una ganancia.

$$G_{PID}(s) = G_{PD}(s)G_{PI}(s) = K_1(s+a)K_2 \frac{s+b}{s} = K \frac{s^2 + \alpha s + \beta}{s}$$

Figura 3.18: Sistema controlado con PI



Un controlador PI, por tanto, tiene tres parámetros que se pueden elegir: la posición de los dos ceros y el valor de la ganancia.

Forma estándar

Una expresión equivalente a la ecuación, es la que se presenta, también llamada forma estándar del controlador PI.

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + s T_d \right) E(s)$$

En la ecuación, se observa la actuación temporal del controlador en la planta, que tiene tres sumandos: uno proporcional al error, otro proporcional a la integral del error y otro proporcional a la derivada del error.

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{\partial e(t)}{\partial t} \right)$$

A la constante K_p se le llama ganancia proporcional y posee las unidades que relacionan la actuación con el error, T_i es la constante de tiempo integral y tiene unidades de segundos, y T_d es la constante de tiempo derivativa y también tiene unidades de segundos.

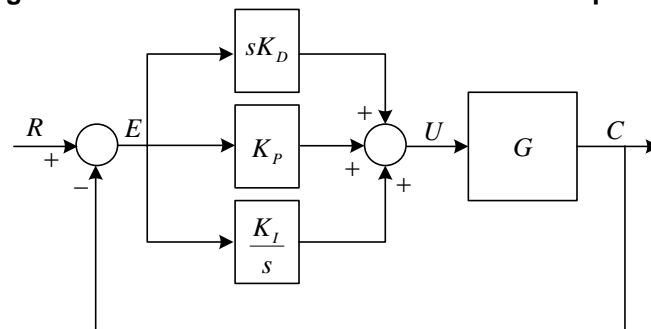
Forma paralela

La actuación del controlador se puede separar en forma de tres sumandos diferentes. Cada uno de ellos acapara respectivamente la actuación proporcional, integral y derivativa:

$$U(s) = \left(K_p + \frac{K_I}{s} + sK_D \right) E(s)$$

Las constantes K_p , K_I y K_D se obtienen fácilmente desde los parámetros conocidos estándar K_p , T_i y T_d . Esta forma de expresar el controlador PI se conoce como paralela, porque se puede representar como aparece en la Figura 3.19.

Figura 3.19: Sistema de control con PI en forma paralela



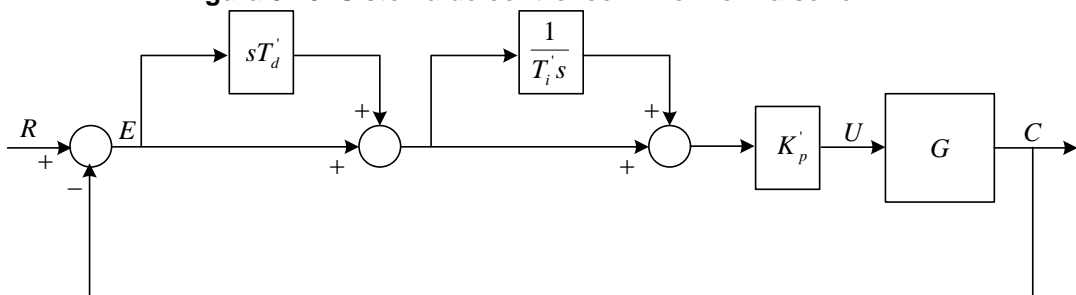
Forma serie

En el caso de que los dos ceros del controlador sean reales, se puede encontrar la forma serie o clásica del PI. La actuación del controlador PI serie se expresa como lo siguiente:

$$U(s) = K_p' \left(1 + \frac{1}{T_i' s} \right) (1 + sT_d') E(s)$$

Los nuevos parámetros serie K'_p , T'_i y T'_d se pueden obtener, también, a partir de los parámetros estándar. La condición que deben cumplir los parámetros estándar para que los dos ceros del controlador sean reales es que el tiempo de integración sea mayor que cuatro veces el tiempo de derivación: $T_i > 4T_d$. Entonces, el controlador serie PI se puede representar en serie como aparece en la Figura 3.20.

Figura 3.20: Sistema de control con PI en forma serie



La forma serie se llama, también, clásica, porque los primeros actuadores PI neumáticos que se lograron implementar resultaban tener ceros reales. Es bueno conocer las tres formas de expresar los PI, porque nosotros podemos manejar controladores comerciales que permitan introducir las constantes de alguna de estas tres maneras. En este capítulo, a partir de este momento, siempre se emplearán los parámetros de la forma estándar, que son los que tienen sentido físico más evidente.

Sentido físico de la actuación de un PI

Es posible ajustar los parámetros de un controlador PI sin un conocimiento preciso del tipo de actuación que realiza cada una de las partes del mismo. Sin embargo, resulta muy conveniente para poder predecir cómo afecta al sistema la modificación de cada uno de ellos.

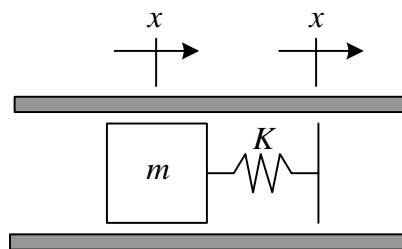
Actuación proporcional

Si el tiempo de integración se hace infinito y el de derivación nula, el controlador PI se transforma en una ley de control puramente proporcional al error entre la referencia y la salida.

$$u(t) = K_p e(t)$$

Un símil mecánico de esta actuación, que se muestra en la Figura 4.4 es la que haría un muelle de rigidez $K = K_p$ que uniera la referencia con una masa que se deseara mover hasta dicha referencia. Se puede hacer más rápido el sistema aumentando la rigidez del muelle, es decir, aumentando la ganancia proporcional del controlador. Como contrapartida, también es previsible que el sistema se oscile más en torno a la referencia.

Figura 3.21: Actuación proporcional.



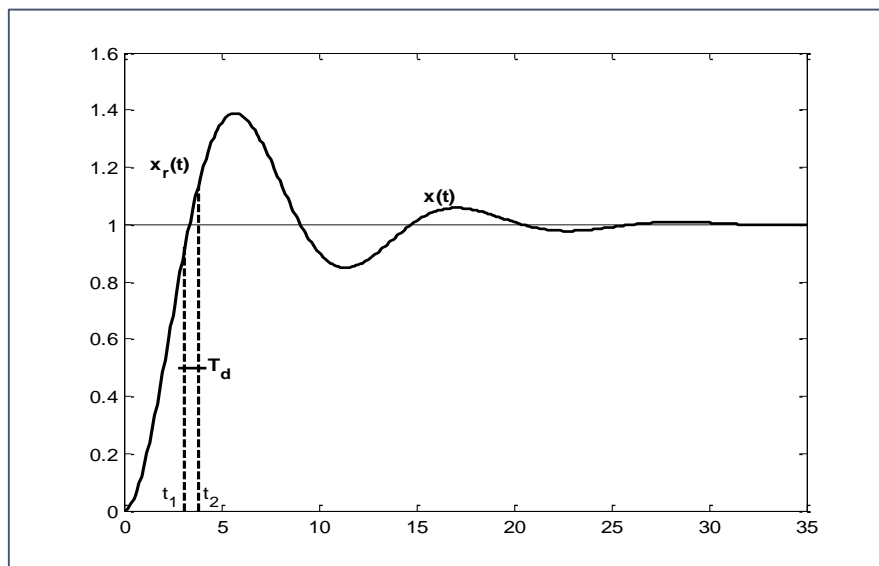
Actuación proporcional-derivativa

Una forma de evitar las fuertes oscilaciones que se pueden producir en torno a la referencia, es añadir a la actuación proporcional otra actuación proporcional a la derivada del error. Esto es lo mismo que dotar al sistema de una cierta capacidad de “anticipación”, porque la inclusión del término derivativo es equivalente a actuar proporcionalmente al error que existirá dentro de T_d segundos.

$$u(t) = K_p \left[e(t) + T_d \frac{\partial e(t)}{\partial t} \right] \approx K_p (e(t) + T_d \dot{e}(t))$$

Esta antelación es beneficiosa, porque el sistema es capaz de “frenar” antes de llegar a la referencia. En la Figura 3.22, se muestra como en el instante t_1 el error todavía es positivo, por lo que el control proporcional seguirá actuando en la planta para acercar la masa a la referencia, aunque sea una fuerza pequeña. Sin embargo, un usuario previsor, deduciría que con la elevada velocidad que lleva la masa, en breves instantes, se rebasará la posición de referencia, por lo que, en ese instante, introduciría una fuerza contraria o “de frenado”, es decir, actuar en t_1 con la fuerza que se estima para t_2 .

Figura 3.22: Actuación proporcional-derivativa

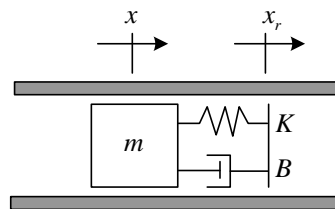


Un símil mecánico, para la actuación proporcional-derivativa, es la de imaginar que la posición de la masa y la referencia se encuentran unidas por un muelle y un amortiguador en paralelo. La rigidez del muelle sigue siendo igual a la ganancia proporcional, mientras que el coeficiente de amortiguamiento es el producto de la ganancia por la constante de tiempo de derivación.

$$u(t) = K_p \left[e(t) + T_d \frac{\partial e(t)}{\partial t} \right] = K_p e(t) + T_d K_p \frac{\partial e(t)}{\partial t} = Ke(t) + Bv(t)$$

Con esta comparación, se muestra de forma más evidente como la actuación derivativa puede frenar el sistema haciéndolo menos oscilatorio, más amortiguado. Además, se observa como al aumentar el valor de T_d se incrementa el “amortiguamiento” del sistema.

Figura 3.23: Actuación proporcional-derivativa

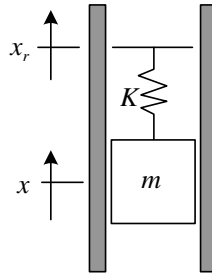


Con estas consideraciones, es posible aventurar unos valores adecuados para el tiempo T_d de la parte derivativa. No parece razonable asignar a T_d un valor muy elevado o superior al período de oscilación que posee el sistema sin acción derivativa. Parece lógico pensar que la estimación del error en T_d segundos sólo es buena mientras T_d se encuentre entre cero y un cuarto del período de oscilación del sistema.

Actuación proporcional-integral

Una característica común de la actuación proporcional y la proporcional-derivativa es que se hace cero cuando el error desaparece. Sin embargo, en algunos casos puede ser necesario que esto no sea así. En la Figura 3.24, se muestra el mismo ejemplo de los apartados anteriores con la masa moviéndose verticalmente.

Figura 3.24: Sistema con error no nulo ante actuación proporcional



Si la actuación es puramente proporcional, la masa en régimen permanente no alcanzaría la referencia si no que se colocará en el lugar donde la acción del muelle contrarreste la fuerza del peso.

$$K_p e_{ss} = mg \rightarrow e_{ss} = \frac{mg}{K_p}$$

Si se desea que no exista error en régimen permanente a la acción proporcional, hay que añadir una actuación extra u_0 . En los primeros sistemas controlados, la actuación u_0 se añadía de forma manual y se incrementaba esa especie de offset hasta que desaparecía el error.

$$u(t) = K_p e(t) + u_0$$

En el caso del sistema de la Figura 3.24, es evidente que, con error nulo, el controlador debe introducir una fuerza $u(t) = u_0 = mg$. La solución automatizada más adecuada a este problema es ir aumentando el valor de u_0 de forma proporcional a la integral del error. La función integral del error aumenta paulatinamente mientras exista error no nulo hasta alcanzar, con error nulo, un valor finito.

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

La constante de tiempo de integración T_i da una idea del tiempo que se tarda en anular el error de forma automática. Esto se puede mostrar, de forma aproximada, calculando el valor de u_0 si el error en régimen permanente permanece constante:

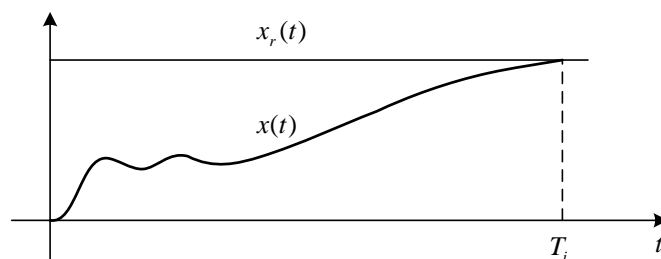
$$u_0 = \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau = \frac{K_p}{T_i} e_{ss} \int_0^t d\tau = \frac{K_p}{T_i} e_{ss} t$$

Si se sustituye, en la ecuación el valor del error que se obtuvo, resulta que cuando el tiempo es igual a la constante de tiempo integral, $t = T_i$, el valor de u_0 alcanza el valor deseado mg .

$$u_0 = \frac{K_p}{T_i} e_{ss} t = \frac{K_p}{T_i} \frac{mg}{K_p} t = mg \frac{t}{T_i}$$

Por tanto, la constante de tiempo T_i da una idea del momento en que se anula el error en régimen permanente. Si se elige una T_i muy elevada, el sistema tarda mucho en alcanzar la referencia

Actuación proporcional-integral con T_i muy grande



La interpretación física que se acaba de dar a la actuación integral concuerda con el hecho de que cuando T_i se hace infinito entonces el

sistema no tiene actuación integral. Un valor adecuado para T_i puede ser el período de oscilación del sistema o un tiempo algo menor.

La actuación integral puede darse, también, en sistemas que carezcan de error en régimen permanente ante un determinado tipo de entrada. Lo que consigue, entonces, la parte integral es elevar el tipo de sistema en una unidad y anular el error ante entradas más severas.

Ajuste experimental del PI

Las ideas enunciadas, en el apartado anterior, ayudan a conocer cómo cambia la respuesta del sistema al modificar alguno de los parámetros del controlador, pero resultan insuficientes para poder asignar de forma adecuada sus valores numéricos.

Para asignar valores a los parámetros del controlador sin conocer la función de transferencia de la planta que se desea controlar, se han propuesto una serie de tablas que utilizan varios parámetros que se obtienen de forma experimental sobre la planta.

Ajuste de Ziegler-Nichols

El método más utilizado es el que propusieron, en 1942, John G. Ziegler y Nataniel B. Nichols para el control de servomecanismos hidráulicos en baterías antiaéreas empleadas en la Segunda Guerra Mundial. El ajuste de Ziegler-Nichols propone unos parámetros para el PI de forma que el sistema controlado posea un buen rechazo a las perturbaciones que se puedan introducir en el sistema. Esto quiere decir que el seguimiento que hace el sistema a la referencia puede ser poco amortiguado, con demasiado sobre impulso. Sin embargo, esto se considera intrascendente comparado con la especificación mencionada.

En muchos procesos industriales, un buen rechazo a las perturbaciones es mucho más interesante que un buen seguimiento a la referencia. Por ejemplo, en una planta de elaboración de objetos plásticos, es muy importante que la temperatura del fluido permanezca constante en la referencia, a pesar de las perturbaciones que suponen la entrada y la salida de material. El proceso inicial de calentamiento, o régimen transitorio, no es muy importante de cara a la producción. Puede ser más o menos largo, con mayor o menor sobre impulso, pero lo importante es que una vez que se llega a la temperatura de régimen permanente, las perturbaciones no hagan variar la temperatura dentro de un rango permisible.

En concreto, la especificación que se pretende con Ziegler-Nichols es obtener una relación de caída de sobre impulsos de un cuarto, es decir, que ante la entrada de una perturbación los sucesivos rebases en torno a la referencia sean sucesivamente cada uno cuatro veces inferior al anterior. Los valores para los parámetros del PI se obtienen con la Tabla 4.1. Existen dos formas de ajuste: uno emplea los parámetros a y L de la respuesta de la planta ante una entrada escalón unidad, y otro emplea los parámetros de ganancia crítica K_{CR} y período de oscilación crítico T_{CR} de la planta.

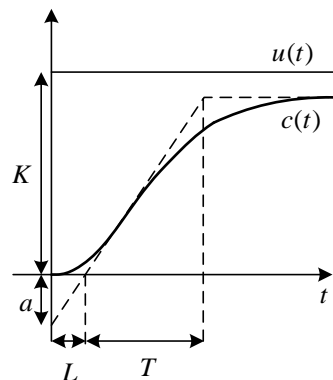
Tabla 4:Ajuste de Ziegler Nichols

Tipo	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{a}$	∞	0	$0.5K_{CR}$	∞	0
PI	$\frac{0.9}{a}$	$3L$	0	$0.45K_{CR}$	$\frac{T_{CR}}{1.2}$	0
PI	$\frac{1.2}{a}$	$2L$	$0.5L$	$0.6K_{CR}$	$\frac{T_{CR}}{2}$	$\frac{T_{CR}}{8}$

Se muestra como se obtienen los parámetros a y L de la respuesta de la planta ante una entrada escalón unidad. El valor de la salida, en régimen permanente, K se relaciona por trigonometría con el tiempo muerto L y la constante de tiempo T , según la ecuación.

$$a = \frac{KL}{T}$$

Figura 3.26: Respuesta de la planta a un escalón unidad

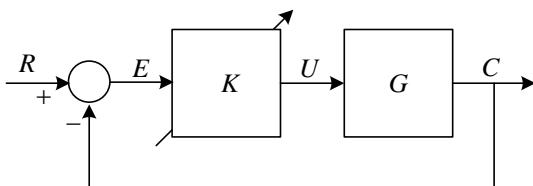


La función de transferencia de la planta no se conoce, pero una aproximación de la misma puede ser (4.15), es decir, un sistema de primer orden con constante de tiempo T , un tiempo muerto L y una ganancia estática K .

$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls}$$

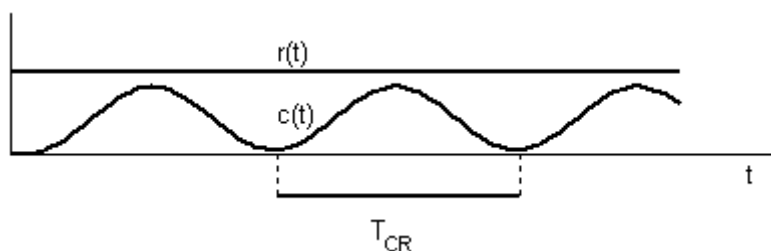
Los parámetros de ganancia crítica K_{CR} y período de oscilación crítico T_{CR} de la planta se pueden obtener experimentalmente de varias formas. Una posibilidad es introducir la planta en un sistema de control proporcional y aumentar la ganancia hasta volver la salida del sistema oscilatoria ante una entrada escalón, es decir, en el límite de estabilidad.

Figura 3.27: Cálculo de la ganancia crítica



La ganancia que deja el sistema, en el límite de estabilidad, es la ganancia crítica K_{CR} , mientras que el período de oscilación que se observe en la salida del sistema es el crítico T_{CR} .

Figura 3.28: Medida del período de oscilación crítico



Si se conoce la función de transferencia de la planta, es posible obtener la ganancia crítica del sistema analíticamente por medio del criterio de Routh-Hurwitz. El período de oscilación crítico se puede obtener sustituyendo K por la K_{CR} , a través de los polos en lazo cerrado del sistema de la Figura 4.30, que se sitúan sobre el eje imaginario del plano s .

$$P_{CR} = \pm \frac{2\pi}{T_{CR}} j$$

El ajuste de Ziegler-Nichols cumple una peculiaridad, que el tiempo de integración siempre es cuatro veces mayor que el tiempo de derivación. Esta elección es razonable, como se vio en el sentido físico de cada uno de las partes del PI. Matemáticamente, se puede demostrar que, en este caso concreto, los dos ceros del PI son reales y doble.

$$U(s) = \frac{K_p T_d}{s} \left(s + \frac{1}{2T_d} \right)^2 E(s)$$

Ajuste analítico del PI por asignación de polos

Existen muchas formas de ajustar los controladores PI. En este apartado, sólo se mencionará un método analítico de ajuste que persigue colocar los polos del sistema en lazo cerrado en aquellas posiciones que garantizan un comportamiento adecuado en régimen transitorio. El método se va a explicar con el ejemplo de la Figura 4.15, en el que se desea ajustar un controlador PI para un sistema de primer orden. La función de transferencia en lazo cerrado para este controlador es la siguiente:

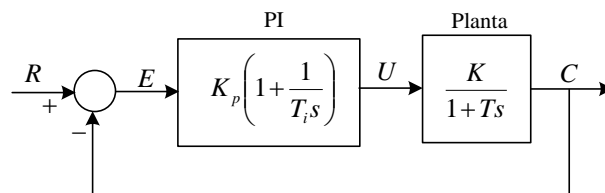
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{KK_p(1+T_i s)}{TT_i s^2 + T_i(1+KK_p)s + KK_p}$$

Por tanto, queda un sistema de segundo orden con un cero. Las localizaciones de los polos en lazo cerrado se pueden colocar analíticamente donde se desee. Basta resolver los valores de K_p y T_i que satisfacen lo siguiente:

$$TT_i s^2 + T_i(1+KK_p)s + KK_p = \alpha(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$$

La posición del cero viene dada con la asignación de polos, pero es posible eliminar su efecto con un prefiltro de la referencia.

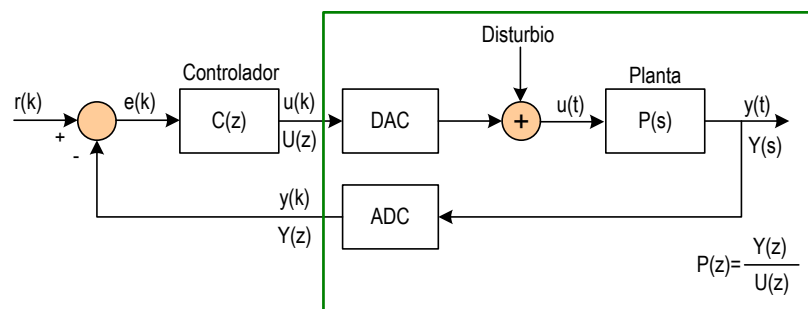
Figura 3.29: Control PI sobre una planta de primer orden



Diseño de un controlador digital

El diagrama de bloques de un sistema de control en tiempo discreto mostrado en la Figura 4.13, está compuesto por los bloques planta $P(s)$, controlador $C(z)$, los convertidores análogo a digital (ADC), digital a análogo (DAC) y el disturbio de entrada a la planta.

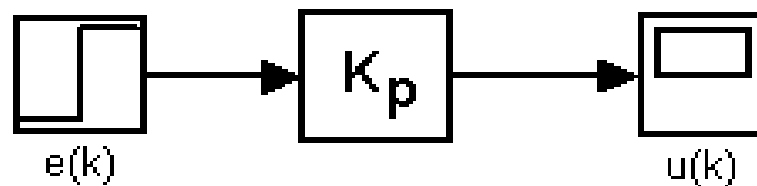
Figura 3.30: Diagrama de bloques de un sistema realimentado en tiempo discreto.



Acción de control proporcional discreta

La ganancia del controlador, K_p (ver Figura 3.31), es escogida en forma análoga al caso continuo.

Figura 3.31: Diagrama de bloques del controlador proporcional (P).



La señal de control viene dada por:

$$u(k) = K_p e(k)$$

Aplicando la transformada z .

$$P(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_p$$

Acción de control Integral (I)

La señal de control del controlador I se deriva a partir de la ley de control continua:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \rightarrow \frac{du(t)}{dt} = K_i e(k)$$

Usando el método de aproximación discreta de Euler:

$$\frac{u(k+1) - u(k)}{T} = K_i e(k)$$

Entonces obtenemos la ley de control:

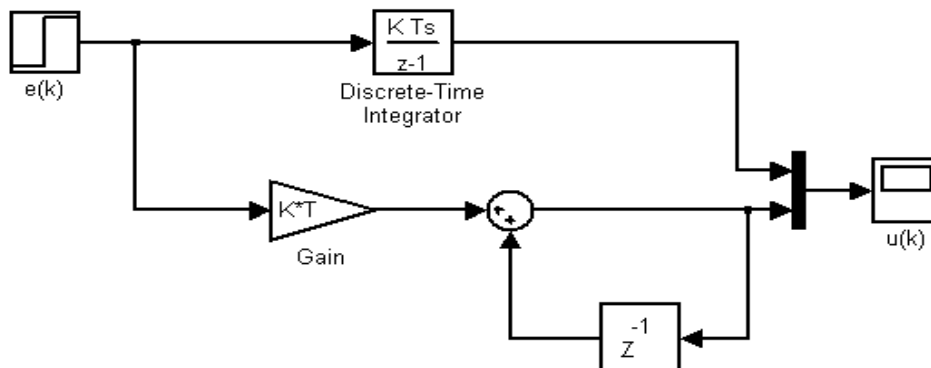
$$u(k+1) = K_i T e(k) + u(k)$$

Aplicando la transformada z .

$$I(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{K_i T}{z-1}$$

Note que, se puede asumir que el operador integral continuo $1/s$ pasa a ser el equivalente discreto $K_i T / (z-1)$. La Figura 3.32 muestra el diagrama de bloques de acción integral I.

Figura 3.32: Diagrama de bloques del controlador integral (I).



Usando la transformada bilineal (Tustin) para obtener la ley de control integral (I) a partir de la aproximación trapezoidal de la integral, cuya ecuación de diferencias viene dado por:

$$u(k) = u(k-1) + K_i T \frac{e(k) + e(k-1)}{2}$$

Aplicando la transformada z .

$$I(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{K_i T}{2} \left(\frac{z+1}{z-1} \right)$$

Note que, se puede asumir que el operador integral continuo $1/s$ pasa a ser el equivalente discreto $(T/2)(z+1)/(z-1)$.

Acción de Control Derivativa (D)

La señal de control del controlador derivativo D se deriva a partir de la ley de control continua, a la que se aplica el aproximador discreto de Euler:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Usando el método de aproximación discreta de Euler:

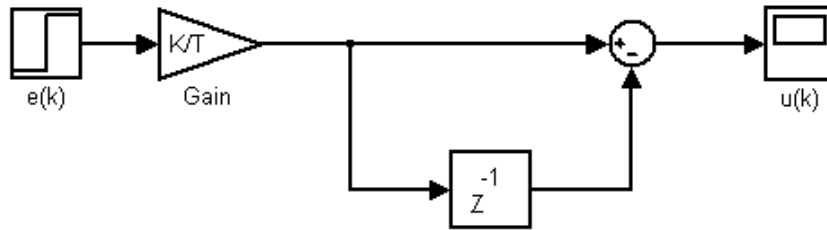
$$u(k) = K_d \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$$

Entonces aplicando la transformada z obtenemos:

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{K_d}{T} \frac{z-1}{z}$$

Note que, se puede asumir que el operador derivativo s pasa a ser el equivalente discreto $(z-1)/Tz$. La Figura 3.33 muestra el diagrama de bloques de acción derivativa D .

Figura 3.33: Diagrama de bloques del controlador derivativo (D).



Acción de Control Proporcional Integral (PI)

La señal de control del controlador PI viene dado por

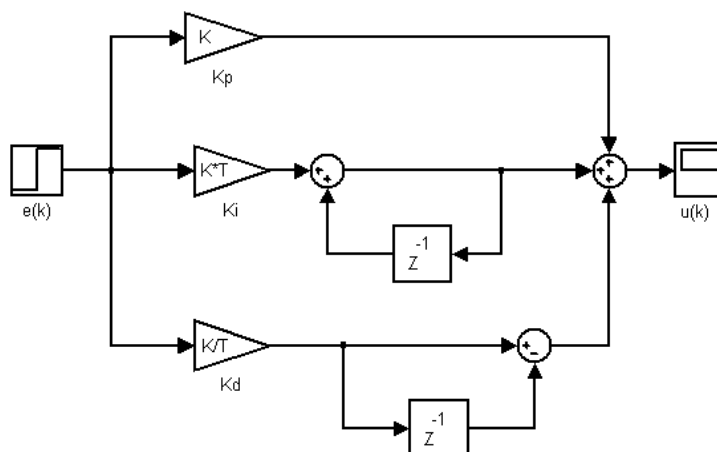
$$u(k) = K_p e(k) + K_i \sum_{i=0}^k T e(i) + K_d \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$$

Aplicando la transformada z la superposición de las ecuaciones de las acciones de control, obtenemos:

$$C(s) = P + I + D = K_p + \frac{K_i T}{z-1} + \frac{K_d}{T} \frac{z-1}{z}$$

El diagrama de bloques del controlador discreto PI es mostrado en la Figura 4.17

Figura 7: Diagrama de bloques del controlador PI.



2.3 Definición de términos

Calibración: El proceso para ajustar un instrumento de medida mediante patrones estándares.

Circuito de Retardo: La palabra retardo o atraso se refiere al ángulo de la señal de salida, que es negativo con respecto al ángulo de la señal de entrada. La fase puede variar de 0 a -90° (atraso).

Coeficiente de Temperatura: Relación de cambio de una variable con respecto a la temperatura.

Función de Transferencia: Las entradas y las salidas de un amplificador operacional pueden ser tensiones, corrientes o una combinación de ambas. Cuando se usan números complejos para las variables de entrada y de salida, la relación de la salida a la entrada resulta ser función de la frecuencia. El nombre que se da a esa razón es la función de transferencia.

Integrador: Circuito que efectúa la operación matemática de la integración.

Derivador: Circuito que efectúa la operación matemática de la derivada.

Temperatura: magnitud física que expresa el grado o nivel de calor de los cuerpos o del ambiente y cuya unidad en el sistema internacional es el Kelvin (K)

III. VARIABLES E HIPÓTESIS

3.1 Definición de las variables

Y: Variable dependiente

Regulación de la temperatura en un proceso de germinación de la cebada

X: Variable independiente

Controlador pi

3.2 Operacionalización de variables

X1: Modelo apropiado

X2: Software especializado

3.3 Hipótesis general e hipótesis específicas

Hipótesis general

Un controlador pi regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada

Hipótesis específicas

Un controlador pi usando un modelo apropiado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada.

Un controlador pi usando software especializado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada.

IV. METODOLOGÍA

4.1 Tipo de investigación

Para nuestro trabajo de investigación, tendremos en cuenta los siguientes 2 tipos de Investigación:

Investigación descriptiva

En la Investigación Descriptiva se tiene en cuenta el conocimiento de manera detallada de las situaciones, costumbres y actitudes de las personas, lugares, procesos y objetos.

Su fin se limita a conocer la relación existente entre las variables mediante la investigación de los datos, y con la predicción se llega a conocer la relación entre las variables.

Nuestra investigación se basa en recolectar los datos y sobre la base de formular una hipótesis, se expone y resume la información cuidadosamente, para luego analizar los resultados, afín de lograr nuestros objetivos significativos que contribuyan a la investigación.

Investigación Tecnológica

Es la utilización de dispositivos electrónicos como sensores y el uso de software adecuado de las últimas versiones.

4.2 Diseño de la Investigación

Diseño No Experimental

El Diseño de la Investigación es No Experimental; porque, se observa la variable independiente tal como se da en su contexto natural, sin ninguna manipulación ni intervención.

Tampoco se construye ninguna situación, sino que se observan situaciones ya existentes, no provocadas intencionalmente en la investigación por el investigador. Las variables independientes ocurren y no es posible manipularlas, no se tiene control directo sobre dichas variables ni se puede influir en ellas porque ya sucedieron, al igual que sus efectos.

Diseño Transversal

Dimensión importante se refiere al empleo que hace el estudio de la dimensión temporal, a lo más un año para la ejecución de esta Tesis.

4.3 Población y muestra

Por tratarse de un proyecto de divulgación científica y tecnológica no fue necesario precisar el Universo (Población).

Para la elaboración del proyecto, se utilizaron técnicas descriptivas y demostraciones.

4.4 Técnicas e Instrumentos de recolección de datos

Uso de la bibliografía consultada sobre cada una de las pruebas a implementar.

Las técnicas de recolección de datos es crear un programa, teniendo como instrumento de simulación del proceso con el software Matlab, suponiendo que la planta tiene incertidumbre en los parámetros del sistema, consideremos parámetros nominales.

4.5 Procedimientos de recolección de datos

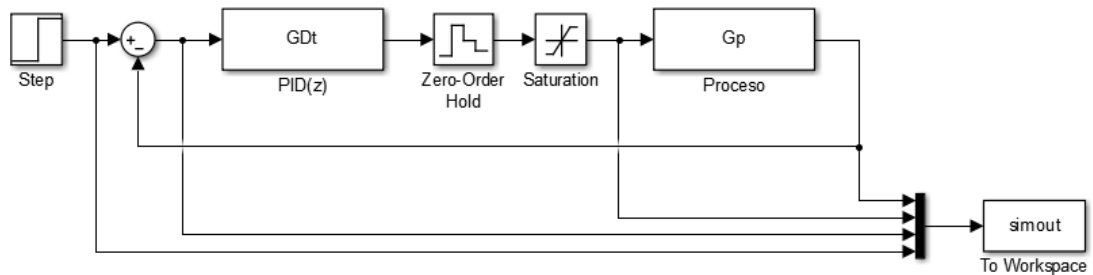
4.6 Procesamiento estadístico y análisis de datos

Cabe notar que la teoría de la identificación de sistemas, así como el software utilizado utiliza gran cantidad de tratamiento de la información, basada en procedimientos estadísticos que permite realizar validaciones con patrones ya establecidos.

V. RESULTADOS

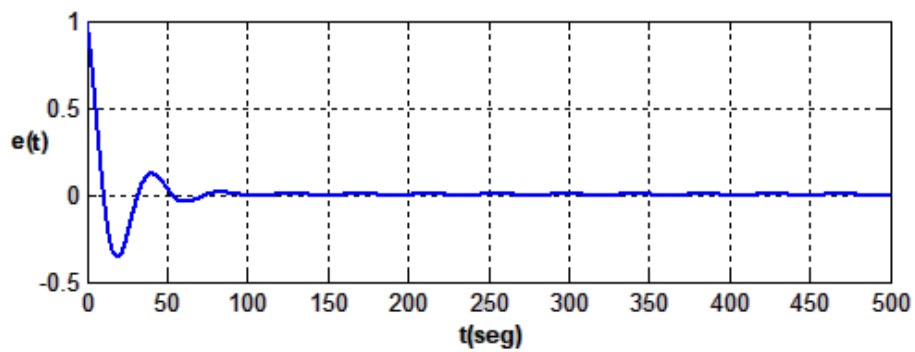
El diagrama en Simulink mostrado en la Figura 5.6, nos dará la simulación de la señal de control y de la performance del sistema de control, en este caso nos referimos a la respuesta en lazo cerrado del sistema de control PI digital.

Figura5.6: Esquema del control discreto en Simulink.



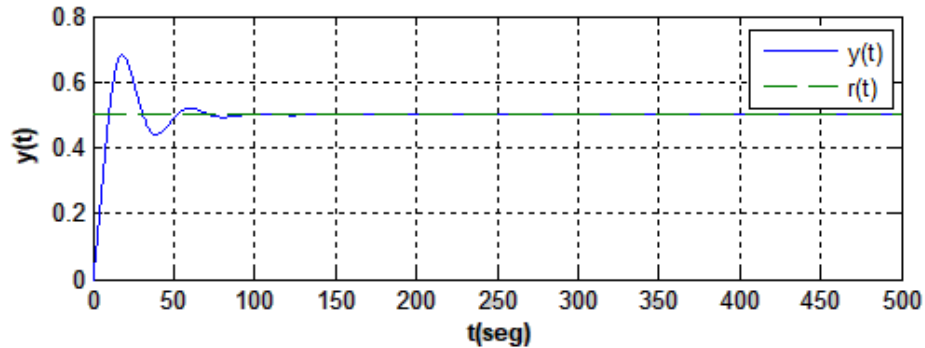
Por ejemplo, la señal de error es mostrada en la Figura 5.6.a

Figura 5.6.a: Señal de error.



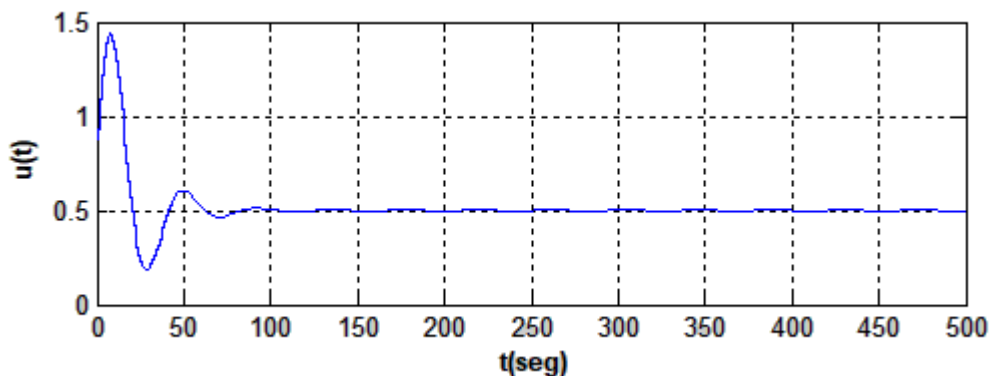
La respuesta de la performance de control se muestra en la Figura 5.7.

Figura 5.7: Señal de respuesta del sistema de control



Finalmente mostraremos la señal de control (ver Figura 5.8), esta señal es muy importante para tareas de control en tiempo real. Ya que normalmente se le implementa en una señal de saturación y así evitar que la señal a diferentes cambios de la consigna evite una desestabilización indeseada.

Figura 5.8: Señal de control.



VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

6.1 Contrastación de hipótesis con los resultados

El presente trabajo de investigación corresponde al área de las ciencias de ingeniería aplicada, en el cual se ha realizado la estimación del modelo y el diseño del controlador PI para regular la temperatura en el proceso de germinación de la cebada. Se ha verificado la actuación del control en el proceso es capaz de gobernar al sistema que sigue consignas arbitrarias haciendo que el sistema de control tenga el mínimo sobre impulso y error

en estado estacionario nulo. Este último es de gran importancia ya que un buen control permitirá que haya un considerable desgaste en el proceso ya sea desde el punto de vista mecánico, electrónico en una eventual implementación.

En el trabajo de investigación es el diseño de un controlador continuo - discreto, ya sea mediante técnicas clásicas, las que requiere de un modelo de la planta a controlar que caracterice su comportamiento dinámico. Este modelo nos ha permitido diseñar, validar y simular haciendo que el ajuste de los parámetros del controlador nos permita obtener una respuesta que satisfaga las especificaciones de diseño. La identificación de sistemas trata de la estimación de modelos de sistemas dinámicos a partir de los datos observados. La estimación trata de evaluar y diseñar los estimadores de estado. Ambos se suponen que operan en un entorno estocástico.

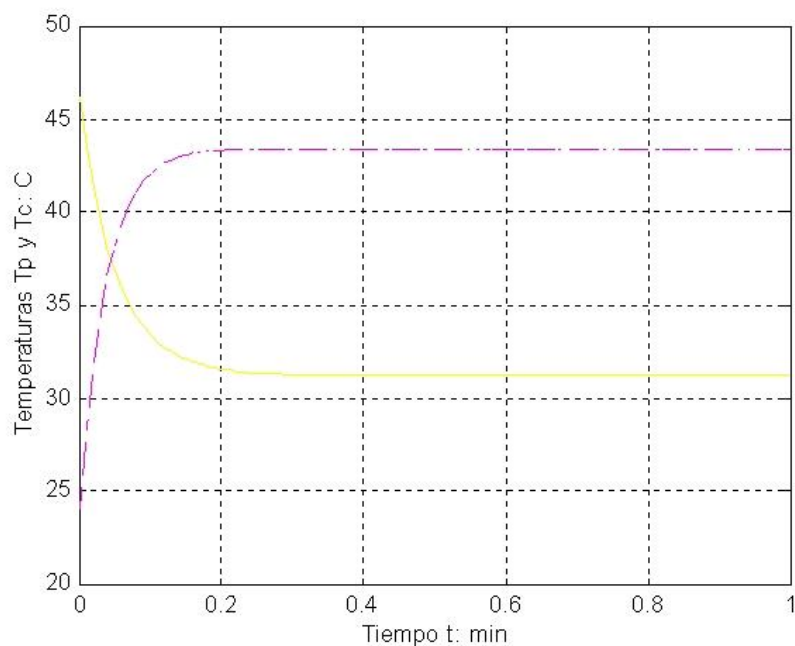
La identificación de sistemas es entonces la teoría y el arte de construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos basándonos en las entradas y salidas observadas. Aunque una parte sustancial del desarrollo de las técnicas está ligado a los experimentos que se realizan en diferentes comunidades científicas en el mundo, está básicamente construida a partir de técnicas estadísticas, en particular en los métodos de regresión lineal y no-lineal. En conclusión, el construir modelos para sistemas desconocidos es un objetivo importante de la Ingeniería de control los que no han permitido tener claro la misión que cumplen estos métodos ya que existe un conocimiento previo limitado de la estructura del sistema.

Como puede observarse en el desarrollo de ésta tesis, ha sido estimado el modelo de la planta de temperatura el cual ha sido validado.

Además, se ha llegado a diseñar el control PI el cual resulta ser la más robusta ya que es eficiente, de buena performance y que cumple con los requisitos de diseño, es decir sobre impulso menor del 5%, (en nuestro caso es casi nulo que es lo que se espera de respuesta de un sistema de

control), mínimo tiempo de estabilización y error en estado estable nulo como lo demuestran los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas.

Del estudio realizado para un batch representativo obtenemos la relación entre el consumo de combustible antes y después del control, los cuales se muestran en la siguiente gráfica.



Amarillo: Fluido frío

Violeta: Fluido caliente

Se observa que los fluidos que van a generar una mezcla dependiendo del requerimiento del proceso con control.

En relación a las técnicas de control, estas nos han permitido explorar el estado del arte en donde la gran mayoría de aplicaciones de procesos que requiere algún tipo de control. El control automático es el mantenimiento de un valor deseado dentro de una cantidad o condición, midiendo el valor existente, comparándolo con el valor deseado, y utilizando la diferencia

para poder reducirla. En consecuencia, el control automático exige un lazo cerrado de acción y reacción que funcione sin intervención humana. En nuestro caso regular la temperatura en el proceso de germinación de la cebada.

El control automático de procesos se usa especialmente porque reduce el costo de los procesos industriales, lo que compensa con creces la inversión en equipos de control. Además, hay muchas ganancias intangibles como la eliminación de la mano de obra pasiva, la cual provoca una demanda equivalente de trabajo especializado. La eliminación de errores es otra contribución positiva del uso del control automático.

Finalmente, el uso de los sistemas de control se ha incrementado en los últimos años debido principalmente al éxito en distintas aplicaciones de la industria petrolera y petroquímica. El control clásico comprende una familia de algoritmos que usa explícitamente un modelo matemático del proceso para determinar los ajustes necesarios de la variable manipulada reduciendo el error entre la variable manipulada y el punto de ajuste, en respuestas a cambios del mismo, de las perturbaciones del sistema o de las condiciones operacionales.

VII. CONCLUSIONES

1.-Se demostró que el proceso de identificación de sistemas nos ofrece una alternativa práctica y eficaz para determinar un modelo satisfactorio en control y su aplicación no sólo se limita al control automático.

2.-Realizar una identificación en sistemas reales implica grandes costos debido a los paros de producción que requiere la experimentación, por tanto, para fines académicos, es de gran ayuda trabajar con un modelo matemático base que represente la dinámica del proceso. Las limitaciones las tenemos más debido al proceso a modelar que por el procedimiento de identificación en sí.

3.-Este proceso de identificación, va desde el diseño del experimento, la adquisición y tratamiento de los datos, la elección de la estructura del modelo y la selección de los parámetros, hasta concluir con la fase de validación del modelo. Se demostró que, para conseguir una buena estimación del modelo identificado, todos los pasos citados deben tratarse con el mismo orden y rigor; y descuidos en consideraciones sobre ellos, provocarán inexactitudes o comportamientos erróneos del modelo final.

4.-Luego de varias pruebas con varios modelos, en las simulaciones realizadas se comprobó que el modelo que más se ajusta a la dinámica del sistema real fue el OE.

5.-Podríamos decir que el diseño de controladores es una tarea un tanto complicada para diseñadores sin experiencia, pues se debe tener mucha paciencia y cuidado a la hora de calcular los valores y hacer los ajustes adecuados que el sistema requiera. Por otro lado, la herramienta de Matlab es de gran ayuda y simplifica un sinnúmero de cálculos, y por medio de su entorno gráfico se puede visualizar el comportamiento del sistema.

6.-Finalmente, en la práctica tiene que hacerse de manera obligatoria un ajuste experimental.

VIII. RECOMENDACIONES

Se recomienda tener mucha paciencia y cuidado a la hora de calcular los valores y hacer los ajustes adecuados que el sistema requiera.

Usar la herramienta de Matlab que es de gran ayuda y simplifica un sinnúmero de cálculos, y por medio de su entorno gráfico visualizar el comportamiento del sistema.

Hacer de manera obligatoria un ajuste experimental.

IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

C-T CHEN. 1999 Linear System Theory and Design Oxford University Press”,

DOMINGUEZ, SERGIO, 2002 Control en el Espacio de Estado, Prentice Hall,

FERNANDEZ, ANTONIO, 2005 Dinámica Clásica, Fondo de Cultura Económica,

FRANKLIN, GENE, 1991 Control de Sistemas Dinámicos con Retroalimentación. Addison Wesley.

GRAHAM C. GOODWIN, STEFAN F. GRAEBE AND MARIO E. SALGADO 2001 Control System Design, Ed. Prentice Hall International.

GREENWOOD, DONALD, 1977 Classic Dynamics, Prentice Hall.

HIBBELER, R. C., 1996 Ingeniería Mecánica, Dinámica, Prentice Hall.

JOHN S. BAY 1999 Linear Space Systems Mc Graw Hill.

KATSIUTO OGATA 1998 Control Moderno, Ed. Prentice Hall.

KHALIL, HASSAN, , 2002 Nonlinear System, Prentice Hall.

LENNART LJUNG 1997 System Identification: Theory for the User, Ed. Prentice Hall.

MURRAY, R., 1983 Ecuaciones Diferenciales, Prentice Hall.

X. ANEXOS

Matriz de Consistencia

TITULO: "DISEÑO DEL CONTROLADOR PI PARA REGULAR LA TEMPERATURA EN UN PROCESO DE GERMINACION DE LA CEBADA"

PROBLEMAS		OBJETIVOS		HIPÓTESIS		VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA
General	¿De qué manera un controlador pi regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada?	General	Determinar de qué manera un controlador pi regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada.	Principal	Un controlador pi regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada"	Y: Dependiente Regulación de la temperatura	Regulación de la temperatura	Grados Centígrados	INVESTIGACIÓN: a) Descriptiva: se tiene en cuenta el conocimiento de manera detallada de las situaciones. b) Tecnológica: es la utilización de dispositivos electrónicos adecuado a las últimas versiones. DISEÑO: a) No experimental: se observa la variable independiente tal como se da en su contexto natural. b) Transversal: al empleo que hace el estudio de la dimensión temporal. POBLACIÓN Y MUESTRA: por tratarse de un proyecto de divulgación científica y tecnológica no fue necesario precisar el universo (Población).
	Específicos		¿De qué manera un controlador pi usando un modelo apropiado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada?		Determinar de qué manera un controlador pi usando un modelo apropiado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada		Específicas	Un controlador pi usando un modelo apropiado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada	
¿De qué manera un controlador pi usando software especializado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada?		Específicos	Determinar de qué manera un controlador pi usando software especializado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada.	Específicas	Un controlador pi usando software especializado regula la temperatura en un proceso de germinación de la cebada.		X: Independiente Controlador PI	X ₂ =Software	

- Otros anexos necesarios para respaldo de la investigación.

Validación del Modelo

En esta sección se describe el método de los polos deseados para la respuesta en frecuencia (criterio de magnitud y fase) para determinar los parámetros de un controlador PI. Para obtener métodos racionales y diseñar controladores, es necesario definir el propósito principal del sistema de control. Los métodos de diseño difieren con respecto a los conocimientos de la dinámica que requiere el proceso. Por ejemplo un controlador PI es descrito por dos parámetros (K y T_i) y un controlador PID puede contener tres o cuatro parámetros, según, (K , T_i , T_d , y N). Uno de los métodos clásico y muy difundido es el de Ziegler-Nichols, el mismo que no necesariamente garantiza el éxito del control de un proceso, más aún si el sistema tiene respuesta muy rápida, por ello antes de determinar la técnica de control a emplear, es necesario verificar si se cumplen o no las consideraciones de diseño y si estas pueden ser realizables en un rediseño o emulador de un controlador digital.

Especificaciones

Al resolver un problema de control es necesario entender lo que el objetivo principal de control. Podemos mencionar dos tipos comunes de problemas como son trayectoria de consigna y rechazo de perturbaciones. También es importante una evaluación de las principales restricciones, que pueden provenir de:

Las no linealidades

Proceso de incertidumbre

Las especificaciones típicas de un sistema de control pueden incluir:

- La atenuación de perturbaciones de carga
- Sensibilidad al ruido de medición

Las especificaciones pueden expresarse de muchas maneras diferentes. Características de respuestas de tiempo para entradas típicas es una posibilidad. Las características de respuesta en frecuencia o funciones de transferencia son otras posibilidades.

Polos Dominantes

Las fórmulas para un sistema de segundo orden pueden ser a menudo utilizado como aproximaciones para sistemas más complejos. La razón de esto es que la dinámica de los sistemas complejos se puede caracterizar por un par de polos. Muchas de las propiedades del sistema de circuito en lazo cerrado se pueden deducir desde los polos y los ceros según:

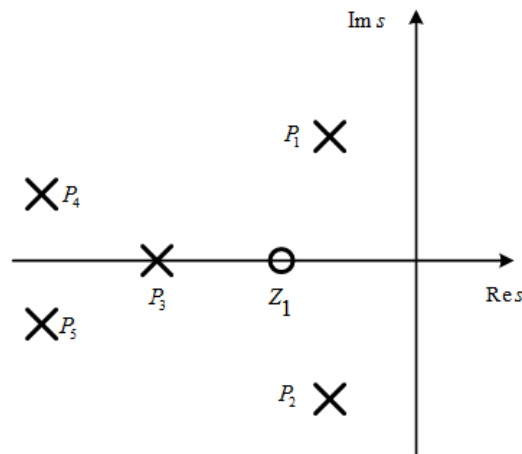
$$\mathbf{G(s)} = \frac{\mathbf{G_1(s)}}{\mathbf{1 + G_1(s)}}$$

Donde $\mathbf{G_1(s)}$ es la función de transferencia de lazo directo. Los ceros en lazo cerrado son los mismos que los ceros de transferencia de bucle, y los polos en lazo cerrado son las raíces de la ecuación:

$$\mathbf{1 + G_1(s) = 0}$$

Las configuraciones de polos y ceros de sistemas de lazo cerrado pueden variar considerablemente. Muchos lazos de retroalimentación simples, sin embargo, tendrán un configuración del tipo mostrado en la Figura 5.1, la principal característica de la respuesta se dan por un par de polos complejos conjugados, $\mathbf{p_1}$ y $\mathbf{p_2}$, llamados los polos dominantes.

Figura 5.1: Configuración polo cero de un sistema realimentado



La respuesta también es influenciada por los polos reales y ceros p_3 y z_1 cerca del origen. También puede haber más polos y ceros lejos de origen, que normalmente son de menos influencia. Polos y ceros con partes mucho más pequeñas que la parte real de los polos dominantes tienen poca influencia en la respuesta transitoria.

Procedimiento del Algoritmo de Control

IDENTIFICACIÓN

```
load data.txt;
y1=data(:,2);
u1=data(:,4);
```

A continuación, se trata de ver la identificación del modelo, para ello es importante considerar la estructura del modelo discreto definido por la estructura paramétrica ARX (AutoRegressive eXogenous) dado por:

$$\mathbf{A}(z)y(t) = \mathbf{B}(z)u(t) + e(t)$$

Donde $\mathbf{A}(z)$ y $\mathbf{B}(z)$ son los polinomios de la forma:

$$\mathbf{A}(z) = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 z^{-1}$$

$$\mathbf{B}(z) = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 z^{-1}$$

Además, $u(t)$, $y(t)$ son los datos de la entrada y salida respectivamente, $e(t)$ es la entrada exógena. El periodo de muestreo T que debe ser previamente encontrado, esto viene desde las simulaciones previas del sistema de control a lazo abierto.

La parametrización es otro aspecto importante a tomar en cuenta:

- Orden de polinomio n_a , n_b y n_k
- Numero de coeficientes libres: n

Los órdenes del polinomio (n_a, n_b) están relacionados con el modelo representado con ecuaciones en diferencias y tiene la forma:

$$y(k) = a_1 y(k - n_a) + b_1 u(k - n_b)$$

Mientras que n_k guarda relación con el modelo representado como función de transferencia:

$$G(z) = z^{-d} \frac{B(z)}{A(z)}$$

Donde z^{-d} es el retardo

El estatus de la identificación viene definido según:

- Se estimen los datos utilizando la estructura ARX en dominio del tiempo
- Se ajusten los datos de estimación % (enfoque predicción) con FPE (Final Prediction Error) y MSE (Mean Squared Error)

El código Matlab del algoritmo de control se lista debajo:

```
T=1;
data=iddata(y1,u1,T);
th=arx(data,[1 1 1]);
present(th)
thc=d2c(th);
[num,den]=tfdata(thc);
Gp=tf(num,den);
[nc,dc]=tfdata(Gp,'v');
[Pp,Zp]=pzmap(Gp);
disp('Planta Identificada')
printsys(nc,dc)
```

Complete los campos desde el código Matlab para encontrar la función de transferencia del modelo identificado:

$$\hat{G}_p(s) = \frac{210}{4200s + 210}$$

La función de transferencia discreta para un periodo de muestreo T es:

```
Pz=c2d(Gp,T);
[nz,dz]=tfdata(Pz,'v');
Pz=filt(nz,dz,T);
```

$$\hat{G}_p(z) = \frac{0.04877z^{-1}}{1 - 0.9512z^{-1}}$$

Especificaciones De Diseño

Las especificaciones de diseño es un conjunto de parámetros, usualmente es conocido como sistema de especificaciones. El objetivo de estudio es el diseño de un controlador en lazo cerrado de tal forma se realicen todas las especificaciones impuestas. Podemos usar cualquiera de estas dos especificaciones para el control de una planta, es decir, todos los

requerimientos sobre el comportamiento de la planta son especificados en el tiempo continuo o frecuencia. En este artículo veremos las especificaciones en el dominio del tiempo:

- El tiempo de subida t_r : Es el tiempo necesario para que el sistema alcance la proximidad de su valor final. para sistemas de segundo orden el tiempo de subida viene dado por:

$$t_r = \frac{1.8}{\omega_n}$$

- El tiempo de establecimiento t_s : Es el tiempo necesario para que el sistema se establezca, es decir, para una respuesta transitoria que decae. Para los sistemas de segundo orden este tiempo viene dado por:

$$t_r = \frac{4.6}{\sigma}$$

- El sobre impulso máximo M_p : la cantidad máxima que la respuesta rebasa su valor final dividido por su valor final. Para los sistemas de segundo orden viene dado por:

$$M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

La performance alcanzada en un sistema de control debe estar de acuerdo con las características deseables:

- Mínimo sobreimpulso
- Mínimo Tiempo de establecimiento
- Error en estado estacionario nulo

Algunas relaciones importantes a tomar en cuenta se listan debajo:

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{-\pi}{\ln M_p}\right)^2 + 1}}$$

Relación de los polos deseados:

$$s_d = -\sigma \pm j\omega_d$$

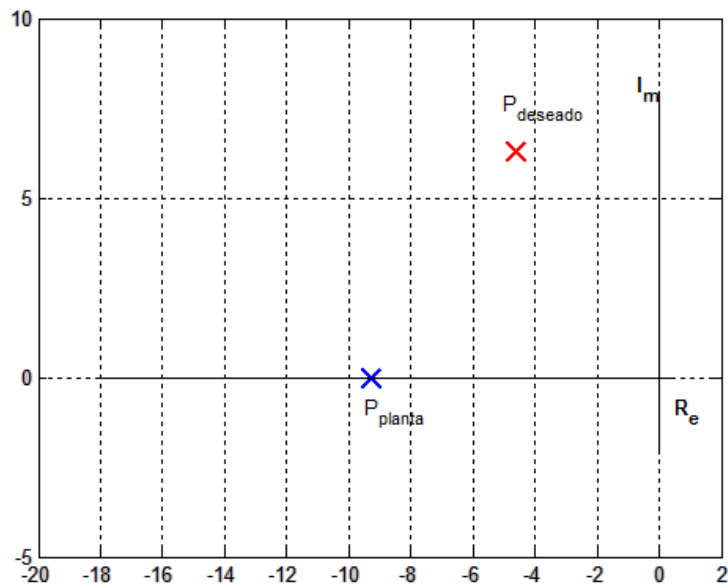
Siendo $\sigma = \zeta\omega_n$ y ω_d es la frecuencia amortiguada en rad/seg.

El código Matlab se lista debajo:

```
% Especificaciones de Diseño
ts=50;    % Tiempo de Establecimiento
Mp=0.1;   % Máximo Sobrepasso
% Polos deseados
zeta=1/sqrt((-pi/log(Mp))^2+1);
wn=4.6/(zeta*ts);
s1=-zeta*wn+1j*wn*sqrt(1-zeta^2);
sd=s1;
pdi=imag(sd);
pdr=real(sd);
```

El mapeo de los polos deseados y polos de la planta a lazo abierto es mostrado en la Figura 5.2.

Figura 5.2: Polos deseados y polos de la planta en el plano-s.



El controlador PI en el dominio del tiempo continuo puede ser representado en diferentes funciones de transferencia:

PI de tipo académico:

$$C(s) = K \frac{(s + a)(s + b)}{s}$$

PI de tipo paralelo:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

PI de tipo no interactivo:

$$C(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Las relaciones entre los controladores vienen dadas por las relaciones:

$$K_p = K(a + b)$$

$$K_i = K(a \times b)$$

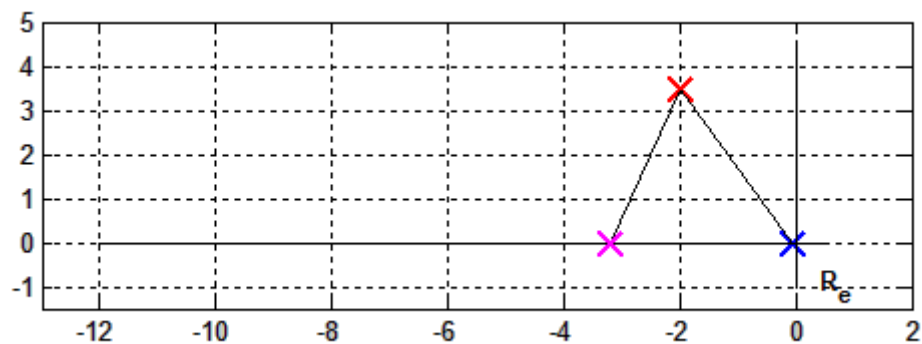
$$K_d = K$$

$$T_i = K_p/K_i$$

$$T_d = K_d/K_p$$

Los ángulos hacia los polos deseados se pueden explicar con ayuda de la Figura 5.3 en donde se considera el polo de la planta P_p .

Figura 5.3: Distancias, polos y ceros del sistema de control en el plano-s.



El polo del controlador PI de tipo no interactivo tiene el ángulo:

$$\theta_1 = \left[\pi - \tan^{-1} \frac{p_{di}}{p_{dr}} \right] \times \frac{180}{\pi}$$

Donde p_{di} y p_{dr} son los polos deseados imaginario y real del polo deseado.

Condición de fase positiva

$$\theta_c = -180 + (\theta_1 + \theta_2)$$

Donde θ_1 es el polo del PI y θ_2 es el polo de la planta (ver Figura 3).

Calculo de la condición de fase para hallar los ángulos de los ceros de diseño del controlador PI:

$$\theta_a = c_1 \times \theta_c$$

$$\theta_b = \theta_c$$

Donde c_1 es una constante cuyo valor ubica apropiadamente el cero del controlador PI podemos hacer un seguimiento para que el sistema de control tenga una alta performance.

Desde la geometría en el plano tenemos las relaciones de los ceros del PI:

$$a = P_{dr} - \left(\frac{P_{di}}{\tan(180 - \theta_a) \times \frac{\pi}{180}} \right)$$

$$b = P_{dr} - \left(\frac{P_{di}}{\tan(180 - \theta_b) \times \frac{\pi}{180}} \right)$$

Obtención del controlador PI de tipo no interactivo con Matlab:

```
theta1=(pi-atan(pdi/abs(pdr)))*180/pi; % polo del PI (s=0)
theta2=atan(pdi/abs(Pp-pdr))*180/pi; % polo de la planta
% -----
% Fase positiva que deben aportar los ceros del PI
theta_c=180-(theta1+theta2); % 12.5724
% -----
% Calculo de a y b (Condicion de Fase)
theta_a=0.1*theta_c;
a=-(pdr+pdi/tan(theta_a*pi/180));
theta_b=0.9*theta_c;
b=-(pdr+pdi/tan(theta_b*pi/180));
% -----
% Calculo de la Ganancia K (Condicion de Magnitud)

Gc=tf(conv([1 a],[1 b]),[1 0]);
FLA=series(Gc,Gp);
K=rlocfind(FLA,sd);
```

```

% -----
% Ganancias Kp, Ki, Kd del controlador continuo
% -----
%Gc=K*Gc; % PI académico
Kp=K*(a+b);
Ki=K*(a*b);
Kd=K;
KPI=[Kp Ki Kd];
%Gc=tf([Kd Kp Ki],[1 0]); % PI paralelo
% -----
% PI No Interactivo GPI(s)=Kp*(1+1/(Ti*s)+Td*s)
% -----
Kc=Kp;
Ti=Kp/Ki;
Td=Kd/Kp;
Gc=tf([Ti*Td*Kc Kc*Ti Kc],[Ti 0]); % PI no interactivo

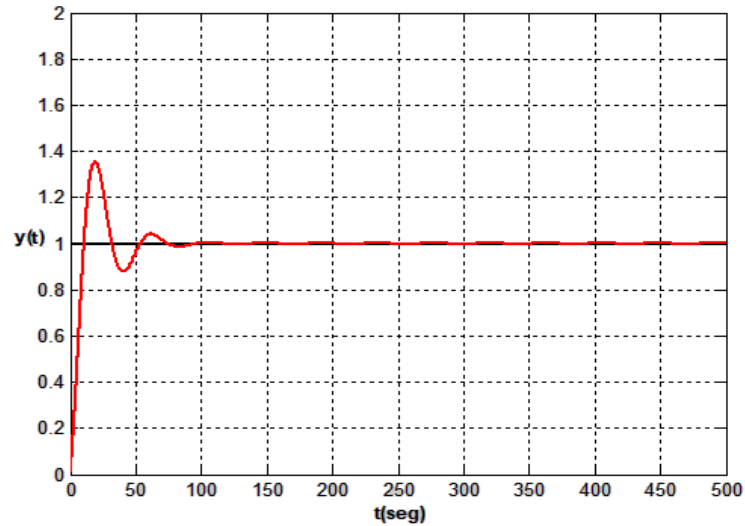
```

Complete los campos del controlador PI representado por una función de transferencia G_c según:

$$G_c(s) = \frac{0.4732s^2 + 2.212s + 1.041}{2.125s}$$

Simulación en lazo cerrado, en este caso es la respuesta del sistema de control debido a una entrada escalón unitario (ver Figura 5.4):

Figura 5.4: Respuesta del sistema de control debido a una entrada escalón unitario.



Código Matlab

```
t=0:0.001:2;  
u=ones(size(t));  
yp=lsim(H,u,t);  
plot(t,u,'k','LineWidth',2)  
hold  
plot(t,yp,'r','LineWidth',2)  
axis([0 2 0 1.2])  
xlabel('\bf t(seg)')  
ylabel('\bf y(t)');  
grid
```

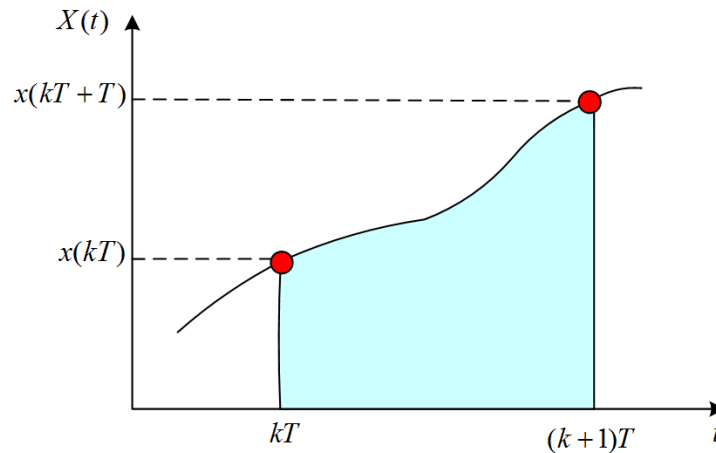
Rediseño del control PI

Una vez diseñado el controlador en tiempo continuo, y realizadas las simulaciones verificamos que se cumplan con las especificaciones de diseño y medida de la performance, luego procedemos a diseñar un emulador digital del sistema de control PI en tiempo continuo, comúnmente es llamado rediseño, debido a que se toma un diseño PI continuo para llevar

mediante técnicas de integración numérica a otro PI digital, a continuación, veremos en que consiste el método:

El método de integración numérica se basa según el esquema

Figura 5.5: Esquema para el análisis de la integración numérica trapezoidal.



Según el esquema encontramos la aproximación de integración bilineal

$$y_{bl}(kT + T) = y_{bl}(kT) + \frac{(x(kT + T) - x(kT))T}{2}$$

Tomando la transformada z

$$zY_{bl}(z) = Y_{bl}(z) + \frac{[zX(z) + X(z)]T}{2}$$

La equivalencia de la función de transferencia es:

$$F(z) = \frac{Tz + 1}{2z - 1} \approx \frac{1}{s}$$

Finalmente, la relación de aproximación bilineal o llamada también de Tustin es:

$$s = \frac{2z - 1}{Tz + 1}$$

Para fines de encontrar el control PI digital se debe hacer el remplazo según:

$$\mathbf{PI(z)} = \mathbf{PI(s)} \Big|_{s \rightarrow \frac{z-1}{Tz+1}}$$

Esto nos conduce a encontrar el controlador PI digital que tiene la forma:

$$\mathbf{PI(z)} = \mathbf{K} \frac{(\mathbf{z} + \mathbf{a})(\mathbf{z} + \mathbf{b})}{(\mathbf{z} + \mathbf{1})(\mathbf{z} - \mathbf{1})}$$

La tabla mostrada debajo nos da cuenta que existen otros métodos de integración numérica alternativos que también pudieran ser probados e implementados, se sugiere revisar libros de la teoría de control digital para más detalle al respecto ya que este artículo se trata solamente la integración numérica bilineal.

Tabla 5: Métodos de integración numérica alternativos

Método de Aproximación	Continuo a Discreto	Discreto a Continuo
Método Rectangular Forward	$s \rightarrow \frac{z-1}{T}$	$z \rightarrow 1 + sT$
Método Rectangular Backward	$s \rightarrow \frac{z-1}{zT}$	$z \rightarrow \frac{1}{1-sT}$
Método Tustin	$s \rightarrow \frac{2(z-1)}{T(z+1)}$	$z \rightarrow \frac{1 + \frac{sT}{2}}{1 - \frac{sT}{2}}$

Código Matlab para la obtención de la función de transferencia del Controlador PI

Código Matlab para la obtención de la función de transferencia del controlador PI digital.

```
[num,den]=tfdata(Gp);  
tau=(1/den{1})(2);  
[Nt,Dt] = tfdata(Gc,'v');  
Nt = poly2sym(Nt,'s');  
Dt = poly2sym(Dt,'s');  
syms z  
Gdt = Nt/Dt;  
Gdt = subs(Gdt,{'s'},(2*(z-1))/(T*(z+1)));  
Gdt = simplify(Gdt);  
Gdt = vpa(Gdt,4);  
[NDt DDt] = numden(Gdt);  
NDt = sym2poly(NDt);  
DDt = sym2poly(DDt);  
GDt = tf(NDt,DDt,T);  
printsys(NDt,DDt,'z')  
[Np,Dp]=tfdata(Gp,'v');  
datos=[Np Dp NDt DDt];
```