

# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN



## INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA Y LA  
COMPETENCIA EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE  
MEZCLAS DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA III DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA DE LA UNIVERSIDAD  
NACIONAL DEL CALLAO

AUTOR: SANTOS PANTALEÓN RODRIGUEZ CHUQUIMANGO

Callao, 2021

PERÚ

A small, handwritten signature in blue ink, appearing to be "SR", is located in the bottom right corner of the page.



## DEDICATORIA

“... Sea bendito el nombre de Dios de siglos en siglos, porque suyos son el poder y la sabiduría.”

Daniel 2:20



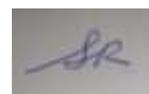
## AGRADECIMIENTO

Agradecimiento especial a la Mg. Ana Reyna Segura por su apoyo en el desarrollo de la investigación como Docente del grupo de Control.

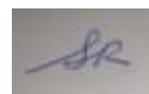


## INDICE

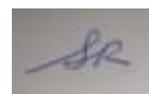
|  |           |
|--|-----------|
| DEDICATORIA .....  | iii       |
| AGRADECIMIENTO .....   | iv        |
| INDICE .....   | 1         |
| TABLAS DE CONTENIDO.....   | 4         |
| TABLA DE FIGURAS .....   | 5         |
| RESUMEN.....   | 6         |
| ABSTRACT .....   | 7         |
| INTRODUCCIÓN.....  | 8         |
| <b>I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....</b>                                 | <b>9</b>  |
| 1.1. Descripción de la realidad problemática.....                          | 9         |
| 1.2. Formulación del problema .....  | 9         |
| 1.2.1. Problema general .....  | 9         |
| 1.2.2. Problemas específicos.....  | 9         |
| 1.3. Objetivos .....   | 10        |
| 1.3.1. Objetivo General .....  | 10        |
| 1.3.2. Objetivos específicos.....  | 10        |
| 1.4. Limitantes de la investigación.....                                   | 11        |
| <b>II. MARCO TEÓRICO .....</b>   | <b>12</b> |
| 2.1. Antecedentes .....  | 12        |
| 2.2. Bases teóricas.....   | 14        |
| 2.2.1. Conceptualización y los registros de representación semiótica ..... | 14        |
| 2.2.2. Tratamientos y conversiones de registros semióticos .....           | 16        |
| 2.2.3. Surgimiento de la educación basada en competencias .....            | 17        |
| 2.2.4. Guía Docente:.....  | 18        |
| 2.2.5. El docente y sus dificultades .....                                 | 18        |
| 2.2.6. La competencia de resolver problemas de mezclas .....               | 19        |
| 2.3. Conceptual .....  | 19        |
| 2.3.1. Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales.....                   | 19        |
| 2.3.2. Teorema .....   | 20        |
| 2.3.3. Rutina para resolver una EDOL de primer orden .....                 | 20        |
| 2.3.4. Problemas sobre Mezclas .....                                       | 21        |
| 2.3.5. Sistemas de ecuaciones .....  | 22        |



|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| 2.3.6.      | Forma matricial .....   | 22        |
| 2.3.7.      | Solución de un sistema homogéneo .....                              | 23        |
| 2.3.8.      | Problemas de mezclas con sistemas de ecuaciones .....               | 24        |
| 2.4.        | Definición de términos básicos .....                                | 28        |
| 2.4.1.      | Registros de representación .....                                   | 28        |
| 2.4.2.      | Semiótica.....  | 28        |
| 2.4.3.      | Noética .....   | 28        |
| 2.4.4.      | Tratamiento.....  | 28        |
| 2.4.5.      | Conversión .....  | 28        |
| 2.4.6.      | Construcción de un concepto matemático .....                        | 29        |
| <b>III.</b> | <b>HIPÓTESIS Y VARIABLES</b> .....                                  | <b>30</b> |
| 3.1.        | Hipótesis.....  | 30        |
| 3.1.1.      | Hipótesis general.....  | 30        |
| 3.1.2.      | Hipótesis específicas .....   | 30        |
| 3.2.        | Definición conceptual de variables .....                            | 30        |
| 3.2.1.      | Operacionalización de variables .....                               | 31        |
| <b>IV.</b>  | <b>DISEÑO METODOLÓGICO</b> .....                                    | <b>32</b> |
| 4.1.        | Tipo y diseño de la investigación .....                             | 32        |
| 4.2.        | Método de investigación.....  | 32        |
| 4.3.        | Población y muestra.....  | 32        |
| 4.4.        | Lugar de estudio y periodo desarrollado .....                       | 32        |
| 4.5.        | Técnicas e instrumentos para la recolección de la información ..... | 32        |
| 4.6.        | Análisis y procesamiento de datos.....                              | 32        |
| <b>V.</b>   | <b>RESULTADOS</b> .....   | <b>34</b> |
| 5.1.        | Resultados descriptivos.....  | 34        |
| 5.1.1.      | Resultados del pretest por niveles del grupo control .....          | 34        |
| 5.1.2.      | Resultados descriptivos del pretest grupo experimental .....        | 35        |
| 5.1.3.      | Resultados descriptivos del pos test grupo experimental .....       | 37        |
| 5.1.4.      | Resultados descriptivos del pos test grupo de control.....          | 38        |
| 5.2.        | Resultados inferenciales .....                                      | 39        |
| 5.2.1.      | Resultados inferenciales del pre test grupo de control .....        | 39        |
| 5.2.2.      | Resultados inferenciales del pre test grupo experimental .....      | 39        |
| 5.2.3.      | Resultados inferenciales del pos test grupo experimental.....       | 40        |
| 5.2.4.      | Resultados inferenciales del pos test grupo control.....            | 41        |
| 5.3.        | Medidas de dispersión .....   | 41        |



|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| 5.3.1.     | Medidas de dispersión del grupo de control .....                     | 41        |
| 5.3.2.     | Medidas de dispersión del grupo experimental .....                   | 42        |
| 5.4.       | Prueba de hipótesis.....   | 42        |
| 5.4.1.     | Prueba de normalidad del pos test .....                              | 42        |
| 5.4.2.     | Prueba de t-student .....  | 43        |
| <b>VI.</b> | <b>DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....</b>                                 | <b>45</b> |
| 6.1.       | Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados..... | 45        |
| 6.2.       | Contrastación de los resultados con otros estudios similares.....    | 45        |
| 6.3.       | Responsabilidad ética.....   | 45        |
|            | CONCLUSIONES.....  | 46        |
|            | RECOMENDACIONES .....  | 47        |
|            | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                                     | 48        |
|            | ANEXOS.....  | 50        |
|            | Matriz de consistencia .....   | 50        |
|            | Instrumento de Recolección de Datos .....                            | 51        |
|            | Validación de Instrumento de Recolección de Datos .....              | 53        |
|            | Base de datos .....  | 55        |
|            | Solucionario del Instrumento de Evaluación .....                     | 56        |
|            | Insumos de los estudiantes .....                                     | 62        |



## TABLAS DE CONTENIDO

|   |    |
|---|----|
| <b>Tabla 1.</b> <i>Operacionalización de la Variable Independiente</i> .....            | 31 |
| <b>Tabla 2.</b> <i>Resultados Descriptivos del Pretest Grupo de Control</i> .....       | 34 |
| <b>Tabla 3.</b> <i>Resultados del Pretest por Niveles Grupo Experimental</i> .....      | 36 |
| <b>Tabla 4.</b> <i>Resultados del Pos Test por Niveles Grupo Experimental</i> .....     | 37 |
| <b>Tabla 5.</b> <i>Resultados del Pos Test por Niveles Grupo de Control</i> .....       | 38 |
| <b>Tabla 6.</b> <i>Tabla de Frecuencia de Notas del Pretest Grupo de Control</i> .....  | 39 |
| <b>Tabla 7.</b> <i>Tabla de Frecuencia de Notas del pretest grupo experimental</i> ...  | 40 |
| <b>Tabla 8.</b> <i>Tabla de Frecuencia de Notas de Pos test Grupo Experimental.</i>     | 40 |
| <b>Tabla 9.</b> <i>Tabla de Frecuencia de Notas del Pos test Grupo Control.</i> .....   | 41 |
| <b>Tabla 10.</b> <i>Medidas de dispersión del Grupo de Control.</i> .....               | 41 |
| <b>Tabla 11.</b> <i>Medidas de dispersión del Grupo Experimental</i> .....              | 42 |
| <b>Tabla 12.</b> <i>Prueba de Normalidad del Pos Test</i> .....                         | 43 |
| <b>Tabla 13.</b> <i>Prueba Normalidad de la Diferencia entre Pos test y el Pre test</i> | 43 |
| <b>Tabla 14.</b> <i>Prueba T-student para el Pos test</i> .....                         | 44 |



## TABLA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 1.</b> <i>Representación Figural Icónica de un Sistema Interconectado Cerrado</i> .....     | 24 |
| <b>Figura 2.</b> <i>Representación Figural Icónica de un Sistema Interconectado Abierto</i> .....     | 25 |
| <b>Figura 3.</b> <i>Representación Gráfica de Tanques Interconectados de un Sistema Abierto</i> ..... | 26 |
| <b>Figura 4.</b> <i>Registro Figural Icónico de un Sistema Interconectado Abierto</i> ...             | 27 |
| <b>Figura 5.</b> <i>Diagrama de Frecuencias del Pretest Grupo de Control</i> .....                    | 35 |
| <b>Figura 6.</b> <i>Diagrama de Frecuencias por Niveles del Pretest Grupo Experimental</i> .....      | 36 |
| <b>Figura 7.</b> <i>Diagrama de Frecuencias del Pos Test Grupo Experimental</i> ...                   | 37 |
| <b>Figura 8.</b> <i>Diagrama de Frecuencias del Pos Test Grupo Experimental</i> ...                   | 38 |

## RESUMEN

En el trabajo de investigación Los Registros de Representación Semiótica y la Competencia en la Solución de Problemas sobre Mezclas en los alumnos de Matemática III de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao, se tiene por objetivo mostrar la incidencia del uso de los registros de representación semiótica en el logro de la competencia de resolver problemas sobre mezclas, se ha hecho uso de una investigación cuasi experimental, considerando el grupo horario 01Q grupo de control y el grupo horario 02Q como el grupo experimental. Se han usado los registros de representación semiótica en el grupo experimental para presentar el procedimiento en resolver problemas sobre mezclas, una aplicación de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales. Se aplicó un pre test y pos test a ambos grupos. Los resultados obtenidos muestran que hay suficiente evidencia estadística para afirmar que el uso de los registros de representación semiótica incide de manera significativa en la competencia de resolver problemas sobre mezclas en los alumnos de matemática III de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao

Palabra clave: Registros semióticos, problemas sobre mezclas.

## ABSTRACT

In the research work *The Registers of Semiotic Representation and Competence in Problem Solving on Mixtures in Mathematics III* students of the Faculty of Chemical Engineering of the National University of Callao, the objective is to show the incidence of the use of registers of semiotic representation in the achievement of the competence of solving problems about mixtures, a quasi-experimental investigation has been used, considering the group 01Q control group and the group 02Q as the experimental group. The registers of semiotic representation have been used in the experimental group to present the procedure in solving problems about mixtures, an application of the linear ordinary differential equations. A pre-test and a post-test were applied to both groups. The results obtained show that there is sufficient statistical evidence to affirm that the use of semiotic representation registers has a significant impact on the ability to solve problems about mixtures in mathematics III students of the Faculty of Chemical Engineering of the National University of Callao

Keyword: Semiotic registers, problems about mixtures.

## INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación titulado Los registros de representación semiótica y la competencia de resolver problemas sobre mezclas en los alumnos de matemática III de la Facultad de Ingeniería Química de la universidad Nacional del Callao, tiene por objetivo mostrar la incidencia del uso de los registros de representación semiótica en el logro de la competencia de resolver problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III, una de las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias. Por esta razón en el marco teórico se presentan los registros de representación semiótica y la resolución de problemas sobre mezclas como una aplicación de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden y de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales.

El trabajo de investigación es de diseño cuasi experimental, con enfoque cuantitativo, como tal se considera un grupo experimental y un grupo de control. Aprovechando la distribución de la carga horaria y la matrícula de los estudiantes, el grupo 01 Q fue el grupo de control y el grupo 02 Q fue el grupo experimental. El grupo experimental fue sometido a una enseñanza de problemas sobre mezclas haciendo uso de los registros de representación semiótica. Se aplicó un pre test y pos test a ambos grupos.

El análisis de los datos se hizo con el SPSS, para obtener los datos descriptivos y la prueba de hipótesis. En los resultados, se muestra que hay suficiente prueba estadística para afirmar que el uso de los registros semióticos influye significativamente en el logro de la competencia para resolver problemas sobre mezclas en los alumnos de Matemática III de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao.

## I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1. Descripción de la realidad problemática

El sistema enseñanza aprendizaje es una actividad importante que permite la adquisición, preservación y avance del conocimiento en el ser humano. La forma de llegar al estudiante, a fin de lograr en este un aprendizaje significativo ha sido y seguirá siendo una preocupación constante del Docente, particularmente a los que estamos involucrados en la enseñanza universitaria de los conceptos matemáticos, los que por su naturaleza, tienen una dificultad especial.

Los dos actores indiscutibles en este proceso de enseñanza aprendizaje son el docente y el estudiante, los cuales tienen a su disposición todas las herramientas necesarias para la construcción del conocimiento y el logro del aprendizaje de los objetos matemáticos. Considerando que el actor principal es el estudiante, el docente debe hacer todo de su parte para dirigir al estudiante en su aprendizaje dotándole de todas las herramientas necesarias, y presentando los conceptos matemáticos haciendo uso de los diferentes tipos de representación semiótica. Por su parte, el estudiante debe lograr la competencia requerida, en nuestro caso, la competencia de resolver problemas de mezclas, que es una aplicación de los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

### 1.2. Formulación del problema

#### 1.2.1. Problema general

¿Cómo incide el uso de los registros de representación semiótica en el logro de la competencia de resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao?

#### 1.2.2. Problemas específicos

- i) ¿Cómo incide el uso de los registros de representación semiótica en el logro de la capacidad de interpretación de registro de representación lenguaje natural para resolución de problemas sobre mezclas en los

estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao?

- ii) ¿Cómo incide el uso de los registros de representación semiótica en el logro de la capacidad de conversión de registro lenguaje natural a registro figural icónico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao?
- iii) ¿Cómo incide el uso de los registros de representación semiótica en el logro de la capacidad de conversión de registro figural icónico al registro algebraico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao?

### 1.3. Objetivos

#### 1.3.1. Objetivo General

Mostrar que el uso de los registros de representación semiótica incide en el logro de la competencia de resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.

#### 1.3.2. Objetivos específicos

- i) Mostrar que el uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de interpretación de registro de representación lenguaje natural para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.
- ii) Mostrar que el uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro lenguaje natural a registro figural icónico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.
- iii) Mostrar que el uso de los registros de representación semiótica mejora

la capacidad de conversión de registro figural icónico al registro algebraico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.

#### 1.4. Limitantes de la investigación

##### 1.4.1. Teórico

Hay abundante bibliografía que aborda el proceso de enseñanza aprendizaje para lograr competencias en el estudiante de nivel primaria y secundaria, sin embargo, con respecto a la enseñanza superior universitaria el desarrollo teórico aún es limitado, sin embargo, con lo que hay nos limitaremos a los registros de representación semiótica presentado por Raymond Duval a partir de 1993. Así mismo, las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias son amplias y vastas, nos limitaremos a la aplicación en problemas de mezclas.

##### 1.4.2. Temporal

El trabajo de investigación toma como muestra a los alumnos del curso Matemática III del semestre 2020B, el tema sobre mezclas se desarrolla en la quinta semana, por lo que las sesiones de aprendizaje está limitado a esta semana, pero el uso de los registros de representación semiótica se hace a través de todo el desarrollo del curso, especialmente en la parte de sistemas de ecuaciones donde presentamos problemas de mezclas como una aplicación de los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales.

##### 1.4.3. Espacial

Debido a la situación de emergencia por la pandemia, la recolección de datos se hizo de manera virtual lo cual no permite un control estricto como cuando se hace de manera presencial. Sin embargo, confiamos en la colaboración de los estudiantes del grupo 01Q y 02Q quienes participaron en el pre y pos test.

## II. MARCO TEÓRICO

### 2.1. Antecedentes

- Internacionales:

A nivel internacional, el interés por analizar las posibles mejoras en los procesos educativos, al hacer uso de los registros de representación semiótica está creciendo sustantivamente; se están desarrollando investigaciones en muchas instituciones de nivel superior, estas comparan y analizan el alcance de logros de aprendizaje de los objetos matemáticos en los estudiantes cuando se hace uso de los registros de representación semiótica en la enseñanza de los objetos matemáticos.

Hernández, Jaimes y Chaves (2016) En el trabajo de investigación Modelos de Aplicación de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden con Geogebra: Actividades para Resolver Problemas de Mezclas. Tienen por objetivo diseñar una actividad para abordar los problemas de mezclas en un curso de ecuaciones diferenciales que permita realizar cambios de representación en los registros de representación semiótica gráfico, algebraico y lengua natural mediante la ayuda del software Geogebra. La elección de los participantes fue realizada mediante el muestreo intencional eligiéndose dieciocho estudiantes de un programa de académico de ingeniería civil de un curso de ecuaciones diferenciales. Se diseñó una actividad tipo test con tres problemas para ser resueltos con el Geogebra, se analizaron las respuestas dadas por los estudiantes al resolver una serie de problemas de aplicación de primer orden con el software libre Geogebra. Estos problemas permiten realizar traspasos del registro de lenguaje natural al algebraico mediante representaciones ejecutables y preguntas que pretenden orientar al estudiante durante el desarrollo de la misma, con el fin de proporcionar herramientas para plantear la ecuación diferencial que se ajusta a los problemas planteados.

Chaves y Jaimes (2014) en su trabajo de investigación, Descomposición Genética de la Ecuación Diferencial Lineal de Primer Orden que Modela un Problema de Mezclas, presenta una descomposición genética del objeto ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema de mezclas, el cual se obtuvo siguiendo el marco metodológico propuesto por la

teoría APOE, dicho marco implica la elaboración de una descomposición genética preliminar que pone en relieve las primeras consideraciones acerca de cuáles son las construcciones mentales y los mecanismos de construcción que realiza un estudiante para comprender la ecuación diferencial que modela un problema de mezclas. Para determinar si estas primeras consideraciones se ajustan a la descomposición genética del concepto a tratar, se aplicó a 9 estudiantes de ingeniería de una Universidad Pública dos instrumentos de recolección de información; discusiones en clase y ejercicios escritos. Luego, producto del análisis de la información se evaluaron las construcciones mentales y los mecanismos de construcción dados en la descomposición genética preliminar, y se realizaron los ajustes que se consideraron necesarios para proponer la descomposición genética refinada que da cuenta cómo comprende un estudiante la ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema de mezclas.

- Nacionales

Valverde (2018) en la tesis, Los Registros de Representación Semiótica en el Aprendizaje del Cálculo Diferencial, Estudio de Caso, en Estudiantes de la Facultad de Ingeniería Ambiental de la Universidad Nacional de Ingeniería - Lima – 2013, tiene por objetivo determinar el rol que tienen los Registros de Representación Semiótica en el aprendizaje del Cálculo Diferencial en los ingresantes a la especialidad de Ingeniería ambiental e Ingeniería de Higiene y Seguridad Industrial de la Universidad Nacional de Ingeniería de Lima, Perú.

Esta investigación es de tipo cualitativa de diseño estudio de caso-panel. Se toma una muestra de 37 estudiantes. Los instrumentos que se utilizaron fueron las producciones de rendimiento académico de los 37 estudiantes. Usando el análisis semiótico de los Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval, se analizó cuatro situaciones-problema de cuatro producciones que los estudiantes realizaron a lo largo de 14 semanas y cuyo tema es el Cálculo Diferencial de funciones reales de variable real. Los resultados indican que: el aprendizaje del Cálculo Diferencial presenta un nivel medio, los registros de representación más usados son los algebraicos y

gráficos, existe solvencia en el tratamiento en un determinado registro, pero deficiencia en la conversión de un registro a otro diferente.

Belito y Lapa (2019) en la tesis *La Representación Semiótica en el Aprendizaje de Ecuación de Segundo Grado en la Institución Educativa Juan Velasco Alvarado de Parco Alto- Huancavelica*, tienen por objetivo determinar la influencia de la representación semiótica en el aprendizaje de la ecuación de segundo grado. La investigación fue de tipo aplicada, el diseño fue pre experimental con instrumento de recolección de datos una prueba objetiva; la población estuvo conformada por 150 estudiantes de la dicha institución la muestra es no probabilística, conformado por 19 estudiantes de 2° grado de educación secundaria, las técnicas utilizadas fueron: la prueba pedagógica de entrada y salida. Resultados: En la prueba de entrada los estudiantes al 100% tenían un nivel de logro en inicio, luego de la aplicación las representaciones semióticas el nivel de aprendizaje de las ecuaciones de segundo grado fue de 73,7% en el nivel de logro previsto, seguido del 21,1% en el nivel de inicio y el 5,3% en el nivel de logro en proceso. En tanto que en el nivel “logro destacado” no se tuvo a ningún estudiante. En conclusiones la aplicación de las representaciones semióticas de Duval influye de manera favorable y significativamente en el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes de segundo año.

## 2.2. Bases teóricas

### 2.2.1. Conceptualización y los registros de representación semiótica

Una de las dificultades que presenta la actividad matemática es la conceptualización, en su construcción participan tanto la parte institucional, el saber, como la parte personal de cualquiera que tenga acceso a tal saber.

Distinguir el concepto de su construcción no es fácil, un concepto se encuentra continuamente en fase de construcción. A tal construcción se le llama conceptualización y es bueno cuestionarnos que es y cómo se da.

Bruno D'Amore (2017) dice que

- Todo concepto matemático remite a “no objetos”: por lo que la conceptualización no es y no puede basarse sobre significados que

se apoyen en la realidad concreta; en otras palabras, en matemática no son posibles reenvíos ostensivos.

- Todo concepto matemático se ve obligado a servirse de representaciones, dado que no se dispone de “objetos” para exhibir en su lugar, por lo que la conceptualización debe necesariamente pasar a través de registros representativos que, por varios motivos, sobre todo si son de carácter lingüístico, no pueden ser unívocos.
- En matemáticas se habla más frecuentemente de “objetos matemáticos” que, de conceptos matemáticos, en cuanto a que en matemáticas se estudian preferentemente objetos más que conceptos. “la noción de objeto es una noción que no puede no utilizarse desde el momento en el que nos interrogamos sobre la naturaleza, sobre las condiciones de validez o sobre el valor del conocimiento” (Duval, 1998) (p.71)

En matemática, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la utilización de una o más representaciones semióticas. Esto fue propuesto por primera vez por Duval, quien propuso la problemática de los registros de representación semiótica.

Duval establece que no existe noética sin semiótica, donde: Semiótica es la adquisición de una representación realizada por signos, y Noética es la adquisición conceptual de un objeto.

Según D'Amore (2017) podemos establecer la siguiente notación para los registros semióticos:

$r^m$  =registro semiótico m-ésimo ( $m = 1,2,3, \dots$ )

$R_i^m(A)$  =registro semiótico i-ésimo ( $i = 1,2,3, \dots$ ) de un objeto A en el registro semiótico  $r^m$ .

Esta notación nos permite ver que, no solamente cambia el registro semiótico también cambia necesariamente la representación semiótica, lo inverso no necesariamente se garantiza, es decir, puede cambiar la representación semiótica manteniéndose el mismo registro semiótico.



La adquisición conceptual de un objeto matemático se basa en dos de sus características

- El uso de más registros de representación semiótica es típico del pensamiento humano.
- La creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos es símbolo histórico de progreso del conocimiento.

D'Amore (2017) presenta un resumen sobre los registros de representación semiótica

- Existe un objeto matemático  $O_1$  por representar
- Se le da un sentido derivado de la experiencia que se piensa aceptada, en una práctica social construida en cuanto compartida en el aula;
- Se elige un registro semiótico  $r^m$  y en este se representa  $O_i$ ;  $R_i^m(O_i)$
- Se realiza un tratamiento:  $R_i^m(O_i) \rightarrow R_j^m(O_j)$  ( $i \neq j$ );
- Se realiza una conversión  $R_i^m(O_i) \rightarrow R_h^n(O_i)$  ( $n \neq m$ )
- Se interpreta  $R_i^m(O_i)$  reconociendo en esto el objeto (significado) matemático  $O_2$
- Se interpreta  $R_h^n(O_i)$  reconociendo en esto el objeto (significado) matemático  $O_3$

### 2.2.2. Tratamientos y conversiones de registros semióticos

En una representación semiótica, no es la representación misma la que es matemáticamente esencial sino todas sus posibles transformaciones en otras representaciones semióticas. Para analizar estas transformaciones, se debería tomar en cuenta la diversidad de representaciones semióticas.

Primeramente, la actividad matemática siempre moviliza, explícita o implícitamente, dos transformaciones. La primera produce una transformación del mismo tipo como la del inicio, mientras que la segunda produce una representación de otro tipo. A esto se le tratamiento y conversión respectivamente. Entonces, cada tipo de representación semiótica provee significados específicos de tratamiento, que no son equivalentes a estos de otros tipos. Así el procedimiento para resolver un problema cambia



completamente de acuerdo al tipo de representación semiótica usada para llevar a cabo el tratamiento matemático. Finalmente, la distancia cognitiva entre el contenido de dos representaciones del mismo objeto, pero no del mismo tipo, depende de la naturaleza de los dos tipos de representación. Así, la conversión de una representación en otra, o la conversión inversa pueden llegar a ser imposible de reconocer y producir. La clasificación de representaciones semióticas en diferentes tipos y análisis de transformaciones semióticas específicos a cada tipo son por lo tanto el asunto crucial para el análisis cognitivo de la actividad matemática.

Distinguir y clasificar los tipos de representaciones semióticas usadas en matemáticas es el primer paso para descubrir una herramienta de análisis cognitiva en la actividad matemática.

### 2.2.3. Surgimiento de la educación basada en competencias.

La crisis de la educación tradicional en la emergente sociedad del conocimiento, da cuenta de que la formación profesional se ha aislado de las profesiones mismas. Los egresados con frecuencia carecen de destrezas y habilidades para aplicar el conocimiento en tareas prácticas (destrezas y habilidades requeridas por el mercado), su campo de especialización carece de demanda social específica, un gran número de ellos se desprofesionaliza, y los niveles de salarios no corresponden al costo económico y de oportunidad. Para solucionar esta problemática se propone un cambio de paradigma en la educación, cambiar el paradigma centrado en el docente, por el nuevo centrado en el estudiante, del cual se espera adquiera las competencias adecuadas que le permitan un mejor desempeño profesional.

Uno de los objetivos fundamentales en la educación, radica en trasladar la responsabilidad de “enseñar” del profesor a la de “aprender” del alumno. Las transformaciones que conlleva afectan la planificación de la docencia, la metodología a utilizar, el seguimiento del aprendizaje del estudiante, la evaluación continua, y el papel que ha de tener el profesorado.

El cambio curricular en el enfoque por competencias conlleva una docencia centrada en el estudiante, un diferente papel del profesor, una organización

de la formación orientada a obtener competencias, cambios en la distribución de los aprendizajes, un nuevo papel de los materiales didácticos, que pasan a ser recursos capaces de generar conocimientos de alto nivel, de facilitar el aprendizaje autónomo y una nueva definición del papel educativo de las instituciones de educación superior. (Vargas, 2008, p. 60)

#### 2.2.4. Guía Docente:

Considerando que la labor del docente es la de guiar al estudiante en el logro de las competencias propuestas en el currículo, se hace indispensable que el docente elabore una Guía Docente. Existen tres ejes con los que se diseña la enseñanza en una Guía Docente

- a) Una selección de contenidos, destrezas y competencias.
- b) Una estructura de tareas y actividades encaminadas a facilitar el aprendizaje.
- c) Una visión realista sobre lo que el estudiante es capaz de hacer.

#### 2.2.5. El docente y sus dificultades

Es indudable que la actividad de la enseñanza presenta algunas dificultades relacionado con las herramientas a usar en la presentación de los objetos matemáticos por parte del Docente.

- 1) Hacer “visible” los objetos matemáticos abstractos
- 2) Hacer tratamientos de los objetos matemáticos en la misma representación.
- 3) Hacer conversiones para mostrar los objetos matemáticos en otra representación.

En la presentación de las ecuaciones diferenciales y una de sus aplicaciones, problemas sobre mezclas, se hace necesario el uso de los registros de representación semiótica: El registro de lengua natural, el registro figural icónico y el registro algebraico. Cuando pasamos del registro de lengua natural al registro figural icónico estamos haciendo una conversión, similarmente cuando pasamos del registro figural icónico al registro algebraico. El registro algebraico, en este caso se refiere al sistema de ecuaciones diferenciales que describe el problema dado, cuando hacemos

operaciones algebraicas para resolver el sistema de ecuaciones, estamos haciendo uso de un tratamiento.

#### 2.2.6. La competencia de resolver problemas de mezclas

Son varias etapas las que el estudiante debe superar durante el logro de la competencia de resolver problemas sobre mezclas. En primer lugar, se ha de entender el enunciado que está en registro de lengua natural. A continuación, tiene que llevar a cabo una conversión al registro figural icónico, que en este caso consiste en hacer un diagrama etiquetando los datos correspondientes, según el principio de la ley de equilibrio. Luego ha de hacer uso de otra conversión para pasar del registro figural icónico al registro algebraico, teniendo así el sistema de ecuaciones o el problema de valor inicial que corresponde al problema enunciado.

Finalmente, el estudiante ha de resolver el sistema de ecuaciones haciendo uso de tratamientos, que se refieren a operaciones algebraicas adecuadas, según el método de solución escogido para dar solución al sistema de ecuaciones.

Es necesario tomar en cuenta que, para resolver problemas, no podemos enfocarnos solamente en el registro matemático donde el tratamiento matemático da la solución del problema. La movilización de otros registros relacionados al conjunto de datos y la forma en que ellos son representados también es esencial. (Duval 2017, p.83)

### 2.3. Conceptual

#### 2.3.1. Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales

Campell (1997) define una ecuación diferencial lineal de primer orden como

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$$

Donde a la función  $q(x)$  se le llama función de forzamiento, entrada, término no homogéneo o lado derecho, dependiendo de la aplicación. Cuando se hace referencia a  $q(x)$  como la entrada, por lo general la solución de la ecuación diferencial  $y(x)$  es la salida.



La mayor parte de los fenómenos naturales no satisfacen en realidad las ecuaciones diferenciales lineales, sin embargo, en muchas aplicaciones, las soluciones de interés no difieren mucho de una función (o punto de operación). Con frecuencia, una ecuación diferencial puede aproximarse por una ecuación diferencial lineal, como consecuencia, las ecuaciones diferenciales lineales juegan un papel fundamental en muchas partes de la ciencia y la ingeniería.

Las ecuaciones diferenciales lineales de primer orden se pueden resolver fácilmente, según se establece en el siguiente teorema.

### 2.3.2. Teorema: solución de una EDOL

La solución general de la ecuación diferencial ordinaria lineal (EDOL)

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$$

Es de la forma

$$y = e^{-\int p(x)dx} \left( \int q(x)e^{\int p(x)dx} + C \right), \quad C \text{ constante}$$

### 2.3.3. Rutina para resolver una EDOL de primer orden

Sea la ecuación

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$$

Para resolver esta ecuación seguimos los siguientes pasos:

Paso 1. Se calcula el factor integrante

$$u(x) = e^{\int p(x)dx}$$

Paso 2. Se multiplica ambos lados de la ecuación por el factor de integración encontrado y siempre se obtiene

$$\frac{d}{dx} (e^{\int p(x)dx} y) = q(x)e^{\int p(x)dx}$$

Paso 3. Se integran ambos lados con respecto a  $x$  para obtener

$$(e^{\int p(x)dx} y) = \int q(x)e^{\int p(x)dx} dx + C$$



Paso 4. Despejando se tiene la solución  $y$

$$y = e^{-\int p(x)dx} \left( \int q(x)e^{\int p(x)dx} + C \right), \quad C \text{ constante}$$

#### 2.3.4. Problemas sobre Mezclas

Consideremos Un tanque de volumen  $V$ , denotamos por  $Q(t)$ , la cantidad de algún contaminante en un tanque de agua, que varía con el tiempo. Se agregan porciones adicionales a esta cantidad, estas porciones agregadas se llama flujo de entrada. Al mismo tiempo, parte de esta cantidad se pierde, lo que se pierde se llama flujo de salida. La pérdida puede deberse a la evaporación, el exceso, a una válvula abierta o a los tres. En todos los casos se supone que la mezcla es homogénea, es decir la concentración de contaminante es la misma en todas las partes del tanque. El principio fundamental de la física de conservación de la cantidad  $Q$  establece que la variación de  $Q$  es igual a lo que entra menos lo que sale.

$$\left[ \begin{array}{l} \text{tiempo de} \\ \text{cambio de } Q \end{array} \right] = \frac{dQ}{dt} = \left[ \begin{array}{l} \text{tasa de flujo de} \\ \text{entrada de } Q \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{tasa de flujo} \\ \text{de salida de } Q \end{array} \right]$$

- Procedimiento para resolver problemas de Mezclas

Dado el problema en registro de lenguaje natural se procede a interpretar o hacer uso de una conversión al registro figural icónico, para luego hacer otra conversión a un registro algebraico.

Paso 1. Es útil dibujar un bosquejo de un tanque ilustrando el flujo hacia adentro y hacia afuera con tuberías

Paso 2. Etiquetar las cantidades y observe los datos dados

Paso 3. Expresa la tasa de flujo de entrada y flujo de salida en términos de las variables dadas y sustituidas en (2)

Paso 4. Resuelva la ecuación diferencial que resulta

Paso 5. Responder a la pregunta del problema.

Los problemas sobre mezclas pueden ser de dos tipos de volumen fijo o de volumen variable.



$$V(t) = V_0 + (r_e - r_s)t$$

Donde

$V_0$ : es el volumen inicial del tanque

$r_e$ : es la razón de entrada del líquido

$r_s$ : es la razón de salida del líquido

La ecuación diferencial que resulta en ambos casos es

$$\frac{dQ}{dt} = \left[ \begin{array}{c} \text{tasa de flujo de} \\ \text{entrada de } Q \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{tasa de flujo} \\ \text{de salida de } Q \end{array} \right]$$

$$\frac{dQ}{dt} = \left[ \begin{array}{c} \text{flujo de} \\ \text{volumen} \\ \text{de entrada} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \text{concentración} \\ \text{de entrada} \\ \text{de contaminante} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{flujo de} \\ \text{volumen} \\ \text{de salida} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \text{concentración de} \\ \text{salida de} \\ \text{contaminante} \end{array} \right]$$

$$\frac{dQ}{dt} = r_e c_e - r_s \frac{Q}{V_0 + (r_e - r_s)t}$$

### 2.3.5. Sistemas de ecuaciones

Un sistema de ecuaciones lineales es de la forma

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \dots + a_{1n}(t)x_n + b_1(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \dots + a_{2n}(t)x_n + b_2(t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \dots + a_{nn}(t)x_n + b_n(t) \end{aligned}$$

Donde  $a_{ij}(t)$ ,  $b_i$  son funciones reales continuas en algún intervalo  $I$  de  $R$  para todo  $i, j = 1, 2, \dots, n$ . Si  $(b_1(t), b_2(t), \dots, b_n(t)) = (0, 0, \dots, 0)$  el sistema se llama homogéneo, caso contrario se llama un sistema no homogéneo.

### 2.3.6. Forma matricial de un sistema homogéneo lineal

Si  $X$ ,  $A(t)$  y  $B(t)$  representan las matrices respectivas

$$X = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}, A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}, B(t) = \begin{pmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_n(t) \end{pmatrix}$$



La forma matricial del sistema lineal no homogéneo es de la forma

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_n(t) \end{pmatrix}$$

O simplemente

$$X' = AX + B$$

### 2.3.7. Solución de un sistema homogéneo

Un sistema homogéneo con coeficientes constantes es de la forma

$$X' = AX$$

Donde  $A$  es una matriz numérica de orden  $n \times n$ . La solución de este sistema depende de los valores y vectores propios de  $A$ .

A. Si  $A$  tiene  $n$  auto valores  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  reales y diferentes y  $n$  auto vectores correspondientes  $v_1, v_2, \dots, v_n$  entonces la solución es de la forma

$$X_h = c_1 e^{\lambda_1 t} v_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} v_2 + \dots + c_n e^{\lambda_n t} v_n$$

$c_1, c_2, \dots, c_n$  constantes.

B. Si  $A$  tiene un auto valor  $\lambda$  de multiplicidad  $k$ , si  $v_1, \dots, v_k$  son auto vectores correspondientes, la solución es como en el caso anterior; caso contrario se hace el siguiente análisis.

1) Si  $k = 2$  y se tiene un solo auto vector  $v_1$ , hallamos un auto vector  $v_2$  linealmente independiente con  $v_1$  resolviendo

$$\begin{cases} (A - \lambda I)v_1 = 0 \\ (A - \lambda I)v_2 = v_1 \end{cases}$$

Las soluciones correspondientes al auto vector  $\lambda$  son

$$X_1 = e^{\lambda t} v_1, \quad X_2 = t e^{\lambda t} v_1 + e^{\lambda t} v_2$$

2) Si  $k = 3$  y se tiene un solo auto vector  $v_1$ , hallamos dos auto vectores  $v_2, v_3$  linealmente independientes con  $v_1$  resolviendo

$$\begin{cases} (A - \lambda I)v_1 = 0 \\ (A - \lambda I)v_2 = v_1 \\ (A - \lambda I)v_3 = v_2 \end{cases}$$

Las soluciones correspondientes al auto vector  $\lambda$  son

$$X_1 = e^{\lambda t} v_1,$$



$$X_2 = te^{\lambda t}v_1 + e^{\lambda t}v_2,$$

$$X_3 = \frac{t^2}{2}e^{\lambda t}v_1 + te^{\lambda t}v_2 + e^{\lambda t}v_3$$

- C. Si se tiene un auto valor  $\lambda = \alpha + \beta i$ ,  $\beta > 0$ , y  $v = B_1 + B_2 i$  el auto vector correspondiente, entonces la solución correspondiente a  $\lambda$  es

$$X_1 = e^{\alpha t}(B_1 \cos \beta t - B_2 \sin \beta t)$$

$$X_2 = e^{\alpha t}(B_2 \cos \beta t + B_1 \sin \beta t)$$

Donde  $B_1, B_2$  son la parte real y la parte imaginaria del auto vector  $v$ .

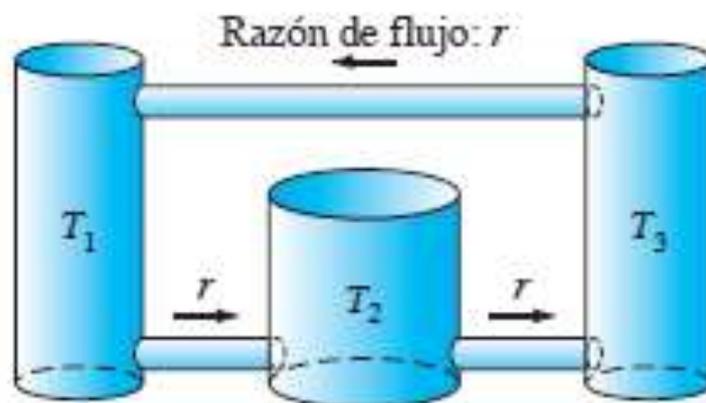
### 2.3.8. Problemas de mezclas con sistemas de ecuaciones

- A) Sistema interconectado cerrado

Edwards y Penney (2004) presenta problemas de mezclas usando sistemas de ecuaciones, haciendo uso de los registros de representación semiótica, lenguaje natural, figural icónico y algebraico

#### Figura 1

*Representación Figural Icónica de un Sistema Interconectado Cerrado*



Fuente: Edwards y Penney (2004, p 313).

En la figura 1 se tiene la representación figural icónica de un problema dado en lenguaje natural. Un sistema cerrado de tres tanques con volúmenes  $V_1, V_2$  y  $V_3$ . La mezcla circula entre los tanques a una razón constante  $r$ . La representación algebraica del sistema es

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -k_1x_1 + k_3x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} = k_1x_1 - k_2x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} = k_2x_2 - k_3x_3 \end{cases}, \quad k_i = \frac{r}{V_i}, \quad i = 1,2,3$$

B) Sistema interconectado abierto

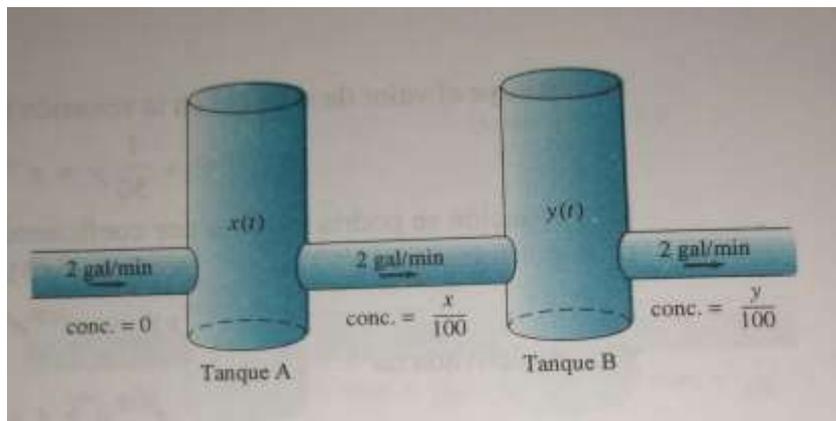
Campell (1998) presenta un ejemplo donde se puede notar el uso de los registros de representación semiótica. El registro semiótico de lenguaje natural permite dar el enunciado del problema.

Se tienen dos tanques de 100 galones. Inicialmente el tanque A está lleno de agua salada con una concentración de sal de 0.5 lib/gal. El tanque B está lleno con agua pura. Agua pura entra al tanque A a 2 gal/min. El agua sale bien mezclada del tanque A a 2 gal/min y fluye hacia el tanque B. También sale agua del tanque B a 2 gal/min y fluye fuera del sistema (al desagüe). Determine el sistema de ecuaciones diferenciales para la cantidad de sal en cada tanque, resuelva el sistema.

Según el enunciado del problema se tiene la siguiente representación figurativa icónica.

**Figura 2**

*Representación Figurativa Icónica de un Sistema Interconectado Abierto.*



Fuente: Campell (1998, p 373).



La representación algebraica del sistema está dada por el sistema de ecuaciones que se obtiene haciendo una conversión del registro figural icónico mostrado en la figura 2, y aplicando la ley elemental de equilibrio para este tipo de problemas.

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{50}x \\ y' = \frac{1}{50}x - \frac{1}{50}y \end{cases}, \quad x(0) = 50, y(0) = 0$$

Para resolver este problema de valor inicial, se hace uso de una serie de tratamientos en el mismo registro de representación, que se refiere en este caso al uso de métodos de solución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

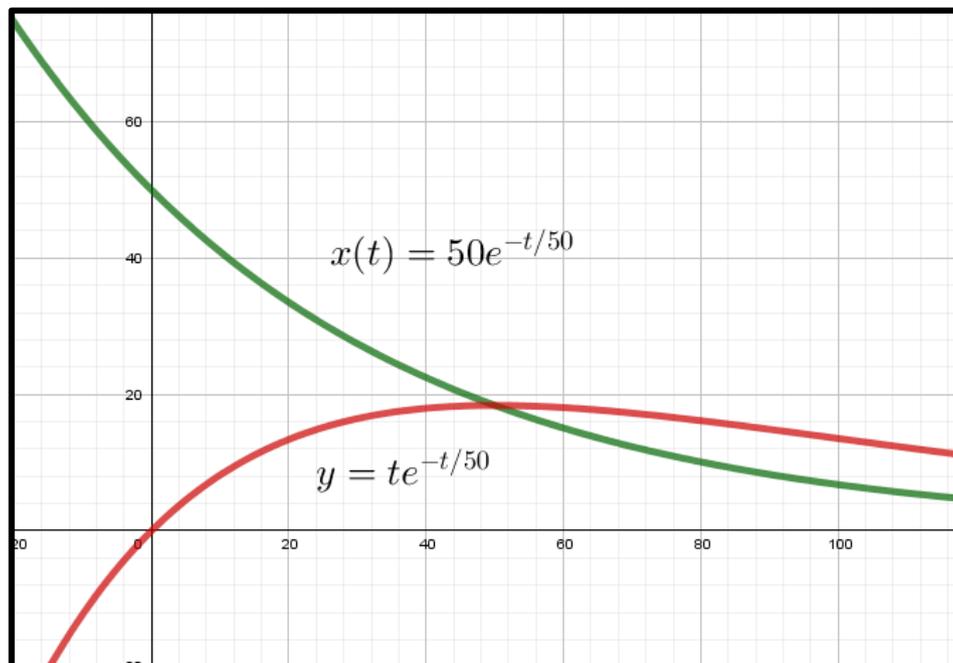
Resolviendo se obtiene

$$x = 50e^{-t/50}, \quad y = te^{-t/50}$$

Graficando las soluciones se tiene

### Figura 3

*Representación Gráfica de Tanques Interconectados de un Sistema Abierto*



Fuente: Gráfica elaborada con el software Geogebra.

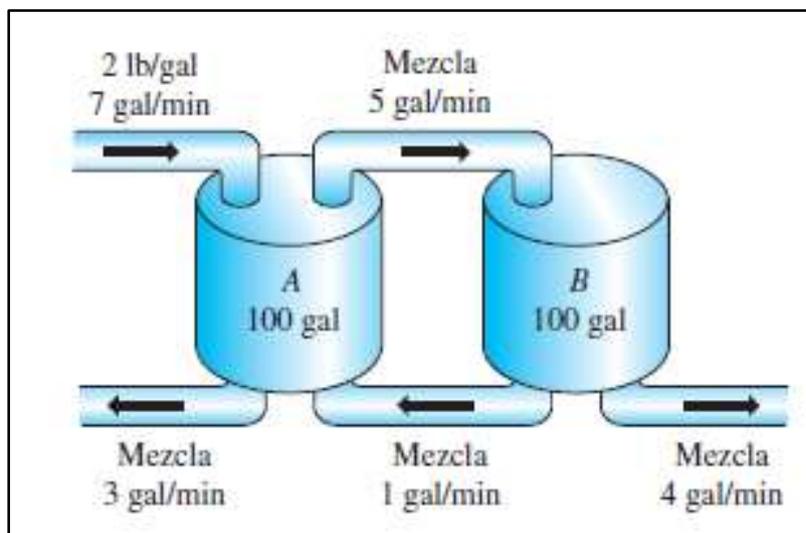
En Zill (2014) tenemos otro ejemplo de cómo se hace uso de los registros de representación semiótica para los problemas relacionados a mezclas. Se usa el registro de lenguaje natural para enunciar el problema.

En un inicio, hay dos tanques grandes, A y B, cada uno con 100 galones de salmuera. El líquido perfectamente mezclado se bombea entre los tanques como se ilustra en la figura 5. Use la información dada en la figura para construir un modelo matemático de la cantidad de libras de sal  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$  contenidas en cualquier tiempo  $t$  en los tanques A y B respectivamente.

El registro de representación figural icónica se presenta en figura 4, donde podemos observar los datos etiquetados del problema, describiendo exactamente lo que se describe con el registro de lengua natural. Las flechas indican el flujo de entrada y salida respectivamente.

**Figura 4**

*Registro Figural Icónico de un Sistema Interconectado Abierto*



Registro figural icónico que traduce exactamente el problema dado en registro natural y viceversa. Fuente: Zill y Cullen (2006, p. 103).

A partir del registro figural icónico podemos obtener el registro algebraico

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = (2)(7) + (1)\frac{x_2}{100} - (5 + 3)\frac{x_1}{100} \\ \frac{dx_2}{dt} = (5)\frac{x_1}{100} - (1 + 4)\frac{x_2}{100} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -2\frac{x_1}{25} + \frac{x_2}{100} + 14 \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{x_1}{20} - \frac{x_2}{20} \end{cases}$$



En forma matricial se tiene

$$X' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{25} & \frac{1}{100} \\ \frac{1}{20} & -\frac{1}{20} \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 14 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Este es un sistema homogéneo que se puede resolver usando variación de parámetros o coeficientes indeterminados. Al resolver el sistema de ecuaciones estamos haciendo uso de un tratamiento, pues se trabaja en el mismo sistema de representación.

#### 2.4. Definición de términos básicos

##### 2.4.1. Registros de representación

- A) El registro de lenguaje natural. Es el que nos permite hacer definiciones, descripciones y enunciados.
- B) El registro figural icónico. Es el que nos permite interpretar algún concepto haciendo uso de figuras o símbolos.
- C) El registro algebraico. Es el que nos permite expresar conceptos, definiciones haciendo uso de expresiones algebraicas.

##### 2.4.2. Semiótica

Adquisición de una representación realizada por signos.

##### 2.4.3. Noética

Adquisición conceptual de un objeto.

##### 2.4.4. Tratamiento

Transformación de representación en un mismo registro de representación semiótica.

##### 2.4.5. Conversión

Transformación de un registro de representación en otro registro de representación semiótica.



#### 2.4.6. Construcción de un concepto matemático

Capacidad de usar más registros de representaciones de un concepto matemático para representarlo, haciendo tratamientos de esa representación en un mismo registro y convertir tales representaciones en otro registro de representación. D'Amore (2017)

### III. HIPÓTESIS Y VARIABLES

#### 3.1. Hipótesis

##### 3.1.1. Hipótesis general

El uso de los registros de representación semiótica incide en el logro de la competencia de resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.

##### 3.1.2. Hipótesis específicas

- 1) El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de interpretación de registro de representación lenguaje natural para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.
- 2) El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro lenguaje natural a registro figural icónico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.
- 3) El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro figural icónico al registro algebraico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.

#### 3.2. Definición conceptual de variables

##### A) Uso de registros de representación semiótica.

Actividad matemática que consiste en transformar representaciones semióticas en otra representación para tener una nueva información y resolver problemas. Duval (2017, p. 67)

##### B) Competencia de resolver problemas sobre mezclas

Resolver problemas de mezclas haciendo uso de los registros de representación semiótica, lenguaje natural, figural icónico y registro algebraico.

### 3.2.1. Operacionalización de variables

Operacionalizamos la variable dependiente: competencia de resolver problemas sobre mezclas a fin de medirla con precisión haciendo uso del instrumento de evaluación.

**Tabla 1**

*Operacionalización de la Variable Independiente*

| Variable analizada   | Dimensiones   | Indicadores   | Ítems   |                          |
|--|---|---|---|--------------------------|
| Competencia de resolver problemas sobre mezclas usando los registros de representación semiótica | Interpretación del registro de representación semiótica lenguaje natural        | Identifica los datos del problema   | 1A,<br>2A,  |                          |
|  |   | Identifica la variable del problema   | 3A,<br>4A,  |                          |
|  |   | Identifica si es de volumen variable o volumen constante  |   |                          |
|  |   | Construye un diagrama que representa el problema  | 1A,<br>2A,<br>3A,<br>4A,                                      |                          |
|  | Capacidad de conversión de registro de representación semiótica figural icónico | natural al registro figural icónico   | Etiqueta los datos en el diagrama                             |                          |
|  |   |   | Formula las ecuaciones que corresponden al problema enunciado | 1B,<br>2B,<br>3B,<br>4B, |
|  |   | Capacidad de conversión de registro de representación semiótica figural icónico a registro algebraico | Soluciona las ecuaciones correspondientes                     | 1C,<br>2C,<br>3C,        |
|  |   |   | Interpreta la solución  | 4C,                      |

Fuente: Elaboración propia



#### **IV. DISEÑO METODOLÓGICO**

##### **4.1. Tipo y diseño de la investigación**

Es una investigación básica de diseño cuasi experimental

##### **4.2. Método de investigación**

Según el diseño cuasi experimental se realizó un pre test a ambos grupos (experimental y de control), luego se aplicó un proceso de enseñanza aprendizaje usando los registros de representación semiótica al grupo experimental. Continuando con el trabajo se aplicó el pos test a ambos grupos.

##### **4.3. Población y muestra**

La población está constituida por los estudiantes matriculados de Matemática III en el semestre 2020-B

La muestra es el grupo 01Q (Grupo de Control) y el Grupo 02Q (Grupo experimental), esta elección no es al azar, sino de manera conveniente aprovechando la matrícula de los estudiantes en el semestre 2020-B, y la distribución de la carga académica.

##### **4.4. Lugar de estudio y periodo desarrollado**

Semestre 2020-B, Clases virtuales.

##### **4.5. Técnicas e instrumentos para la recolección de la información**

Se aplicó un pre test a los grupos experimental y de control para observar en qué nivel se encuentran los estudiantes con respecto a la competencia de resolver problemas sobre mezclas.

Se aplican sesiones de clase virtuales: Al grupo experimental se le aplicó la enseñanza haciendo uso de los registros de representación semiótica.

Finalmente se aplicó el pos test a ambos grupos, se colgó el pos test en el Sistema de Gestión Académica de la Universidad del Callao, Los estudiantes de ambos grupos desarrollaron el pos test y enviaron el desarrollo al correo institucional.

##### **4.6. Análisis y procesamiento de datos**

Se hizo el procesamiento de los datos haciendo uso del SPSS. Se analizó la normalidad de los datos para ver si los datos siguen una distribución normal a

fin de usar una prueba t-student para pruebas paramétricas o una prueba no paramétrica para una distribución que no es normal. En nuestro caso, los datos siguen una distribución normal, por lo que se hizo uso de una prueba t-student para muestras independientes.

## V. RESULTADOS

### 5.1. Resultados descriptivos

En el grupo experimental participaron 25 estudiantes y en el grupo de control 21. Se aplicó el pretest a ambos grupos y se ha considerado la siguiente valoración

|            |                 |
|------------|-----------------|
| De 0 a 5   | En inicio       |
| De 6 a 10  | En proceso      |
| De 11 a 15 | Logro previsto  |
| De 16 a 20 | Logro destacado |

Decimos que un estudiante está en inicio cuando solo puede leer el registro de lengua natural e identifica los datos del problema.

Decimos que el estudiante está en el nivel de en proceso cuando el estudiante ha hecho la conversión del lenguaje natural al Registro Figural Icónico etiquetando los datos como corresponde.

El logro previsto es cuando el estudiante hace uso de la conversión del lenguaje figural icónico al lenguaje algebraico, expresando el problema de valor Inicial que corresponde y procede a resolver, haciendo uso de tratamientos en el registro algebraico.

El logro destacado es cuando el estudiante hace los tratamientos correctos resolviendo el problema algebraico y da la solución exacta.

#### 5.1.1. Resultados del pretest por niveles del grupo control

**Tabla 2**

*Resultados Descriptivos del Pretest Grupo de Control*

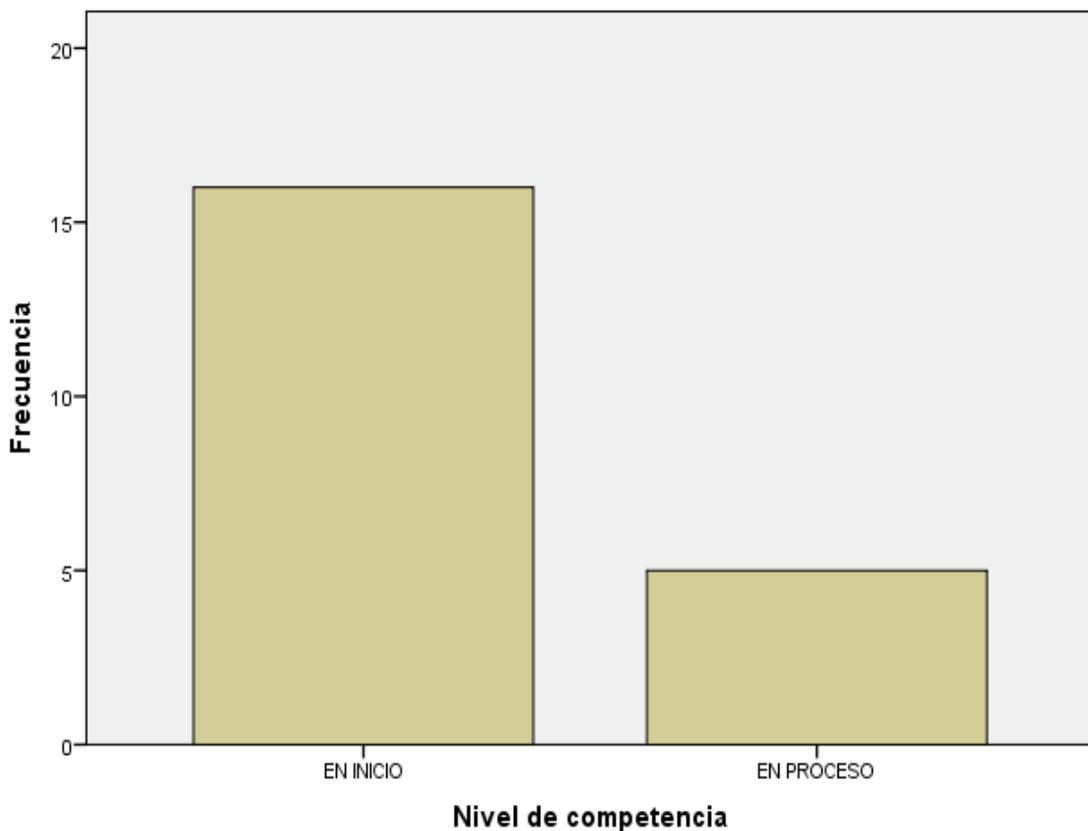
| Nivel      | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|------------|------------|------------|----------------------|
| EN INICIO  | 16         | 76.2       | 76.2                 |
| EN PROCESO | 5          | 23.8       | 100.0                |
| Total      | 21         | 100.0      |                      |

De los 21 estudiantes del grupo control se observa que el 76.2% de estudiantes se encuentran en el nivel de inicio con respecto a la competencia de resolver problemas sobre mezclas.

En la figura 5 tenemos el diagrama de frecuencias de los resultados del pre test del grupo de control que nos permite apreciar que 16 de los estudiantes se encuentra en el nivel de inicio y 05 en proceso con respecto a la competencia de resolver problemas de mezclas.

**Figura 5**

*Diagrama de Frecuencias del Pretest Grupo de Control*



#### 5.1.2. Resultados descriptivos del pretest grupo experimental

Ahora presentamos en la tabla 3 los resultados del pretest del grupo experimental.

**Tabla 3**

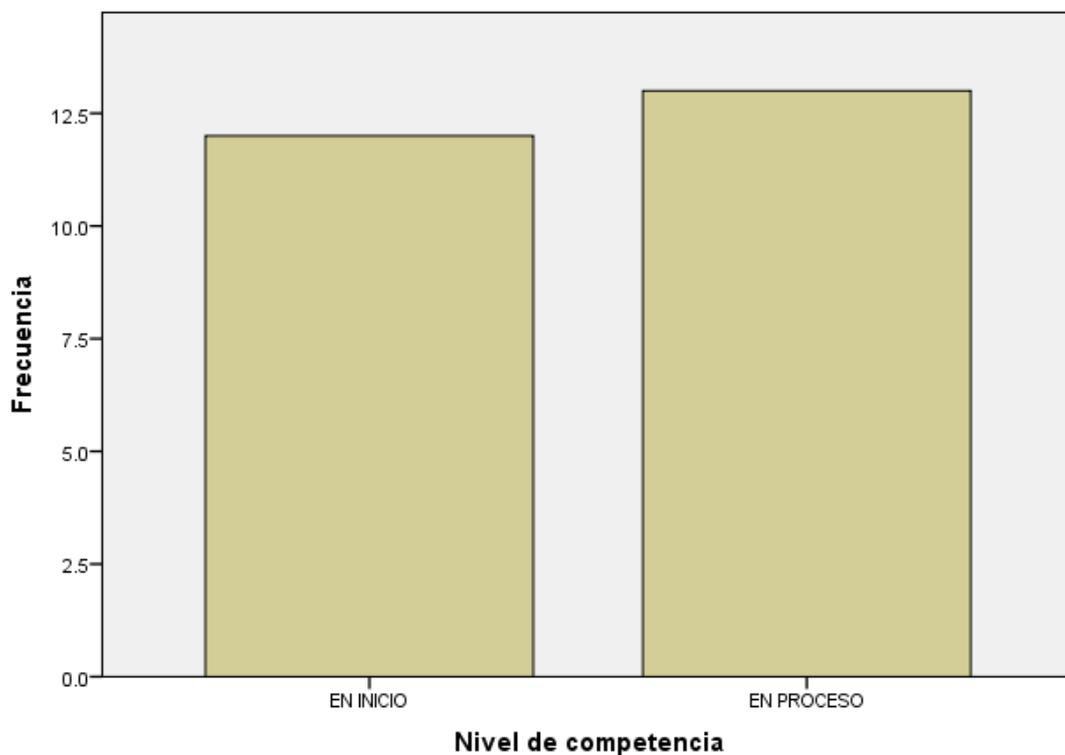
*Resultados del Pretest por Niveles Grupo Experimental*

| Nivel      | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|------------|------------|------------|----------------------|
| EN INICIO  | 12         | 48.0       | 48.0                 |
| EN PROCESO | 13         | 52.0       | 100.0                |
| Total      | 25         | 100.0      |                      |

De 25 alumnos en el grupo experimental se observa en el diagrama de frecuencia que 12 estudiantes se encuentran en inicio, y 13 en proceso de lograr la competencia de resolver problemas sobre mezclas.

**Figura 6**

*Diagrama de Frecuencias por Niveles del Pretest Grupo Experimental*



### 5.1.3. Resultados descriptivos del pos test grupo experimental

Luego de hacer uso de los registros de representación semiótica, se aplicó el pos test a ambos grupos obteniéndose los siguientes resultados.

**Tabla 4**

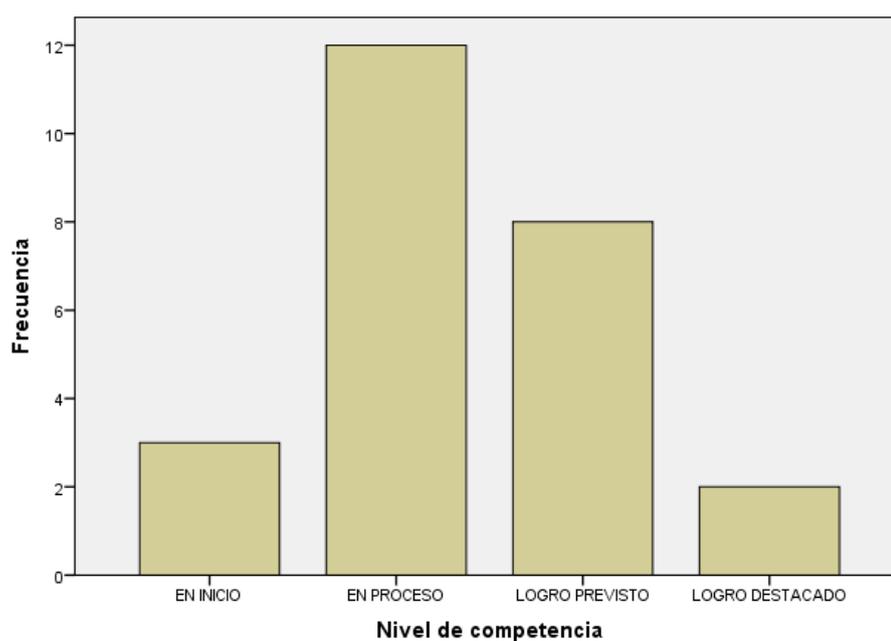
*Resultados del Pos Test por Niveles Grupo Experimental*

| Nivel           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|-----------------|------------|------------|----------------------|
| EN INICIO       | 3          | 12.0       | 12.0                 |
| EN PROCESO      | 12         | 48.0       | 60.0                 |
| LOGRO PREVISTO  | 8          | 32.0       | 92.0                 |
| LOGRO DESTACADO | 2          | 8.0        | 100.0                |
| Total           | 25         | 100.0      |                      |

Se observa en la tabla 7 que un 32 % de los estudiantes están en el nivel de logro previsto y 8 % en logro destacado.

**Figura 7**

*Diagrama de Frecuencias del Pos Test Grupo Experimental*



#### 5.1.4. Resultados descriptivos del pos test grupo de control

En la tabla 9 se observa que un 23 % de estudiantes han alcanzado el logro previsto y 0% en logro destacado.

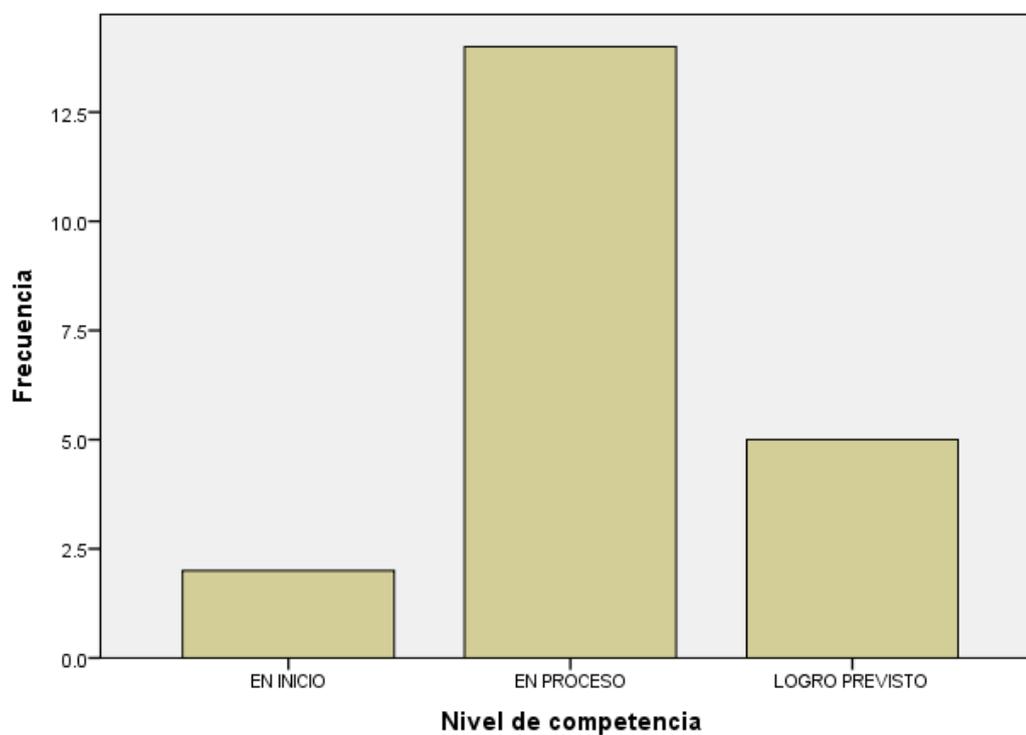
**Tabla 5**

*Resultados del Pos Test por Niveles Grupo de Control*

| Nivel          | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|----------------|------------|------------|----------------------|
| EN INICIO      | 2          | 9.5        | 9.5                  |
| EN PROCESO     | 14         | 66.7       | 76.2                 |
| LOGRO PREVISTO | 5          | 23.8       | 100.0                |
| Total          | 21         | 100.0      |                      |

**Figura 8**

*Diagrama de Frecuencias del Pos Test Grupo Control*



## 5.2. Resultados inferenciales

### 5.2.1. Resultados inferenciales del pre test grupo de control

La calificación máxima que se obtuvo en el pretest del grupo de control fue de ocho, el cual corresponde al nivel de en proceso.

**Tabla 6**

*Tabla de Frecuencia de Notas del Pretest Grupo de Control*

| Nota  | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|-------|------------|------------|----------------------|
| 2     | 1          | 4,8        | 4,8                  |
| 3     | 10         | 47,6       | 52,4                 |
| 4     | 4          | 19,0       | 71,4                 |
| 5     | 1          | 4,8        | 76,2                 |
| 6     | 1          | 4,8        | 81,0                 |
| 7     | 2          | 9,5        | 90,5                 |
| 8     | 2          | 9,5        | 100,0                |
| Total | 21         | 100,0      |                      |

### 5.2.2. Resultados inferenciales del pre test grupo experimental

Se observa en la tabla 5 que la calificación máxima del pretest en el grupo experimental es de 09 (nueve) y que el 100% de estudiantes se encuentra en el nivel de “en proceso” con respecto a la competencia de resolver problemas sobre mezclas.

Se observa que los estudiantes del grupo experimental no están en el nivel de logro alcanzado ni en logro destacado.

**Tabla 7***Tabla de Frecuencia de Notas del pretest grupo experimental*

| Nota  | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|-------|------------|------------|----------------------|
| 3     | 4          | 16,0       | 16,0                 |
| 4     | 5          | 20,0       | 36,0                 |
| 5     | 3          | 12,0       | 48,0                 |
| 6     | 4          | 16,0       | 64,0                 |
| 7     | 3          | 12,0       | 76,0                 |
| 8     | 4          | 16,0       | 92,0                 |
| 9     | 2          | 8,0        | 100,0                |
| Total | 25         | 100,0      |                      |

## 5.2.3. Resultados inferenciales del pos test grupo experimental

**Tabla 8***Tabla de Frecuencia de Notas del Pos test Grupo Experimental*

| Notas | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|-------|------------|------------|----------------------|
| 2     | 1          | 4.0        | 4.0                  |
| 3     | 2          | 8.0        | 12.0                 |
| 6     | 5          | 20.0       | 32.0                 |
| 7     | 1          | 4.0        | 36.0                 |
| 8     | 3          | 12.0       | 48.0                 |
| 9     | 3          | 12.0       | 60.0                 |
| 10    | 3          | 12.0       | 72.0                 |
| 11    | 4          | 16.0       | 88.0                 |
| 13    | 1          | 4.0        | 92.0                 |
| 15    | 2          | 8.0        | 100.0                |
| Total | 25         | 100.0      |                      |



#### 5.2.4. Resultados inferenciales del pos test grupo control

**Tabla 9**

*Tabla de Frecuencia de Notas del Pos test Grupo Control*

| Notas | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|-------|------------|------------|----------------------|
| 4     | 2          | 9.5        | 9.5                  |
| 6     | 2          | 9.5        | 19.0                 |
| 7     | 2          | 9.5        | 28.6                 |
| 8     | 4          | 19.0       | 47.6                 |
| 9     | 6          | 28.6       | 76.2                 |
| 10    | 3          | 14.3       | 90.5                 |
| 12    | 2          | 9.5        | 100.0                |
| Total | 21         | 100.0      |                      |

#### 5.3. Medidas de dispersión

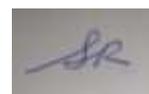
##### 5.3.1. Medidas de dispersión del grupo de control

En la tabla 10 se tiene las medidas de dispersión del grupo experimental, nos interesa particularmente el valor de la media.

**Tabla 10**

*Medidas de dispersión del Grupo de Control*

| Número de participantes | Medida de dispersión | Valor |
|-------------------------|----------------------|-------|
| 21                      | Media                | 4.24  |
|                         | Mediana              | 3.00  |
|                         | Desviación estándar  | 1.841 |



### 5.3.2. Medidas de dispersión del grupo experimental

Similarmente tenemos los estadísticos descriptivos del grupo experimental

**Tabla 11**

*Medidas de dispersión del Grupo Experimental*

| Número de participantes | Medida de dispersión | Valor |
|-------------------------|----------------------|-------|
| 25                      | Media                | 5.68  |
|                         | Mediana              | 6.00  |
|                         | Desviación estándar  | 1.973 |

Al comparar las medias de ambos grupos se observa que tanto el grupo de control como el grupo experimental se encuentran en el nivel de inicio y en proceso de la competencia de resolver problemas sobre mezclas.

### 5.4. Prueba de hipótesis

#### 5.4.1. Prueba de normalidad del pos test

Es necesario hacer la prueba de normalidad a los datos del pre y pos test para ver si los datos siguen una distribución normal, pues, de esto depende que tipo de prueba se usará para la prueba de hipótesis.

Hipótesis nula

H0: Los datos analizados siguen una distribución normal

Hipótesis alterna

H1: Los datos analizados no siguen una distribución normal

Usamos Shapiro-Wilk para el análisis de la normalidad



**Tabla 12***Prueba de Normalidad del Pos Test*

| GRUPO   |              | Shapiro-Wilk |    |      |
|---------|--------------|--------------|----|------|
|         |              | Estadístico  | gl | Sig. |
| POSTEST | EXPERIMENTAL | .916         | 25 | .042 |
|         | CONTROL      | .941         | 21 | .223 |

Para el grupo experimental el p valor es  $p = 0.042 < 0.05$ , para el grupo control el p valor es  $p = 0.223 > 0,05$ . En este caso, concluimos que los datos no siguen una distribución normal, sin embargo, si consideramos las diferencias entre el pre y el pos test tenemos que los datos siguen una distribución normal, pues  $p = 0,943 > 0.05$  para el grupo de control y  $p = 0.798 > 0.05$  para el grupo experimental, como se observa en la tabla 13.

**Tabla 13***Prueba Normalidad de la Diferencia entre Pos test y el Pre test*

|              | Shapiro-Wilk |    |      |
|--------------|--------------|----|------|
|              | Estadístico  | gl | Sig. |
| CONTROL      | ,981         | 21 | ,943 |
| EXPERIMENTAL | ,976         | 25 | ,798 |

#### 5.4.2. Prueba de t-student

Con la prueba t-student veremos si la diferencia entre los grupos experimental y control es significativa. Para esto formulamos la hipótesis nula y la alterna.

H0: El uso de los registros de representación semiótica no tiene efectos significativos en el logro de la competencia de resolver problemas sobre

mezclas en los estudiantes de matemática III de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao (las medias son iguales).

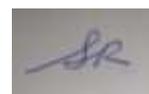
H1: El uso de los registros de representación semiótica tiene efectos significativos en el logro de la competencia de resolver problemas sobre mezclas en los estudiantes de matemática III de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao (la media del grupo experimental es mayor que la del grupo control)

**Tabla 14**

*Prueba T-student para el Pos test*

| POS TEST                          | prueba t para la igualdad de medias |        |                     |                         |  |          |
|-----------------------------------|-------------------------------------|--------|---------------------|-------------------------|--|----------|
|                                   | t                                   | gl     | Sig.<br>(bilateral) | Diferencia de<br>medias | 95% de intervalo de<br>confianza de la<br>diferencia |          |
|                                   |                                     |        |                     |                         | Inferior   | Superior |
| Se asumen<br>varianzas iguales    | 2,342                               | 44     | ,024                | 2,074                   | ,289   | 3,860    |
| No se asumen<br>varianzas iguales | 2,442                               | 40,045 | ,019                | 2,074                   | ,358   | 3,791    |

Como el p valor es  $p = 0.024 < 0.05$  al 95% de fiabilidad, entonces rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna, por lo que se concluye que hay suficiente prueba estadística para afirmar que hay una diferencia significativa entre las medianas del Grupo experimental y control. Por lo que se demuestra la hipótesis de investigación propuesta.



## **VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

### **6.1. Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados**

Hemos observado en el capítulo anterior que la prueba t-student nos ha permitido rechazar la hipótesis nula, y aceptar la hipótesis de investigación, lo cual significa que hay suficiente prueba estadística para afirmar la hipótesis propuesta, además, los resultados descriptivos nos permiten concluir que el uso de los registros de representación semiótica ayuda en el logro de la competencia de resolver problemas sobre mezclas en los estudiantes de matemática III de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao.

### **6.2. Contrastación de los resultados con otros estudios similares.**

En las referencias se ha hecho mención de Belito y Lapa (2019) en la tesis La Representación Semiótica en el Aprendizaje de Ecuación de Segundo Grado en la Institución Educativa Juan Velasco Alvarado de Parco Alto-Huancavelica, la investigación fue de diseño pre – experimental y los resultados que se muestran fueron favorables para afirmar la hipótesis de investigación. En este tipo de diseño no se trabaja con grupo de control, por lo que es más fácil hacer el seguimiento a los estudiantes. Además, la variable Competencia de por si es muy complicada de evaluar, hay otros factores que pueden intervenir en el logro de la competencia de resolver problemas sobre mezclas.

### **6.3. Responsabilidad ética**

Se ha procedido con mucha responsabilidad ética en el trabajo de investigación, especialmente en el análisis de los datos. Fácil es manipular los datos con la finalidad de conseguir el resultado deseado, sin embargo, se ha respetado escrupulosamente los datos obtenidos.

## CONCLUSIONES

Los resultados estadísticos descriptivos nos permiten concluir que

- El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de interpretación de registro de representación lenguaje natural para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.
- El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro lenguaje natural a registro figural icónico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.
- El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro figural icónico al registro algebraico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.

## RECOMENDACIONES

- 1) Los Docentes deben usar diferentes registros de representación semiótica para presentar los conceptos que se enseñan ya que esto permite un mejor aprendizaje o logro de competencia por parte del estudiante.
- 2) Los estudiantes deben usar los registros de representación semiótica en la aprensión de los conceptos u objetos estudiados, esto permite una mejor apreciación de los objetos matemáticos.
- 3) Hacer trabajos de investigación de diseño pre, cuasi o experimentales dirigidos al proceso de enseñanza aprendizaje ya que esto permitirá mejorar este proceso en beneficio de la educación universitaria.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Belito, G., y Lapa, V. (2019) *La Representación Semiótica en el Aprendizaje de Ecuación de Segundo Grado en la Institución Educativa Juan Velasco Alvarado de Parco Alto- Huancavelica*. Tesis de Maestría.

file:///C:/Users/Santos%20/Downloads/TESIS-2019-MATEM%C3%81TICA-BELITO%20QUISPE%20Y%20LAPA%20MACHUCA.pdf

Edwards, H., y Penney, D. (2009) *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Cuarta edición*. PEARSON EDUCACIÓN, México.

Chaves, R., y Jaimes, L. (2014). *Descomposición genética de la ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema de mezclas*. Universidad Pedagógica Nacional, Facultad de Ciencia y Tecnología, departamento de Matemáticas, Bogotá.

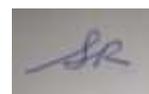
Carrillo, G. (2017). *Enseñanza de los sistemas lineales en Secundaria: Una propuesta de mejora a través de la integración de tecnologías*. TESIS DOCTORAL 2017 Programa de Doctorado en Tecnología Educativa: Aprendizaje virtual y Gestión del Conocimiento.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking-The Registers of Semiotic Representations*. Edited by Tania M.M. Campos. Springer International Publishing AG.

D' Amore, B. (2017) *Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos; conceptualización, registros de representación semióticas y noética*

Campbell, S., y Haberman, R. (1998) *Introducción a las Ecuaciones diferenciales con valor de frontera*, McGraw Hill.

Hernández, C., Jaimes, L., y Chaves, R. (2016). *Modelos de aplicación de ecuaciones diferenciales de primer orden con Geogebra: actividades para resolver problemas de mezclas*. Mundo Fesc No.11, Enero-Junio 2016 ISSN:2216-0353 E-ISSN:2216-0388 PP:7-15. Recuperado de:



file:///C:/Users/santos2/Downloads/DialnetModelosDeAplicacionDeEcuacionesDiferencialesDePrim-5627639%20(1).pdf

Polya, G. (1989) *Cómo plantear y resolver problemas*, EDITORIAL TRILLAS México, Argentina. España Colombia, Puerto Rico, Venezuela.

Valverde, A. (2018) *Los Registros de Representación Semiótica en el aprendizaje del Cálculo Diferencial, estudio de caso, en estudiantes de la Facultad de Ingeniería Ambiental de la Universidad Nacional de Ingeniería - Lima – 2013*. Tesis para optar el grado de maestro, UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN Enrique Guzmán y Valle.

file:///D:/TM%20CE-Du%203724%20V1%20-%20Valverde%20Calderon.pdf

Vargas, L (2008). *Diseño Curricular por competencias*. Primera Edición. © Asociación Nacional de Facultades y Escuelas de Ingeniería, Palacio de Minería, Tacuba No. 5, Col. Centro, Delegación Cuauhtémoc, C.P. 06000.

Zill, D., y Cullen, M. (2006) *Matemáticas avanzadas par ingeniería, Vol. 1: Ecuaciones Diferenciales*. Mc Graw-Hill/ Interamericana Editores, S.A. de C.V.



ANEXOS

Matriz de consistencia

| Formulación del problema   | Objetivo general  | Hipótesis   | Metodología  |
|--|---|---|--|
| ¿Cómo incide el uso de los registros de representación semiótica en el logro de la competencia de resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao?   | Mostrar que el uso de los registros de representación semiótica incide en el logro de la competencia de resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.  | El uso de los registros de representación semiótica incide en el logro de la competencia de resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.  | <p><b>Tipo de investigación:</b><br/>Se trata de una investigación básica que tiene un enfoque cuantitativo, con diseño experimental de nivel cuasi experimental de tipo longitudinal.</p> <p><b>Población:</b><br/>Alumnos de matemática III de la Facultad de Ingeniería Química de la Unac</p> <p><b>Muestra:</b><br/>Alumnos de matemática III 01Q, 02Q</p> <p><b>Variable independiente:</b><br/>Uso de los registros de representación semiótica</p> <p><b>Variable dependiente:</b><br/>Competencia de resolver problemas sobre mezclas</p> |
| Problemas específicos  | Objetivos específicos   | Hipótesis específicas   |  |
| <p>1. ¿Cómo incide el uso de los registros de representación semiótica en el logro de la capacidad de interpretación de registro de representación lenguaje natural para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao?</p> <p>2. ¿Cómo incide el uso de los registros de representación semiótica en el logro de la capacidad de conversión de registro lenguaje natural a registro figural icónico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao?</p> <p>3. ¿Cómo incide el uso de los registros de representación semiótica en el logro de la capacidad de conversión de registro figural icónico al registro algebraico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao?</p> | <p>1. Mostrar que el uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de interpretación de registro de representación lenguaje natural para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.</p> <p>2. Mostrar que el uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro lenguaje natural a registro figural icónico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.</p> <p>3. Mostrar que el uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro figural icónico al registro algebraico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.</p> | <p>1. El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de interpretación de registro de representación lenguaje natural para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.</p> <p>2. El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro lenguaje natural a registro figural icónico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.</p> <p>3. El uso de los registros de representación semiótica mejora la capacidad de conversión de registro figural icónico al registro algebraico para resolución de problemas sobre mezclas en los estudiantes de Matemática III de la Facultad de Ingeniería química de la universidad Nacional del Callao.</p> |  |



## Instrumento de Recolección de Datos

### Evaluación sobre mezclas

Responda las siguientes preguntas y envíe el desarrollo al correo institucional  
sprodriquezc@unac.edu.pe

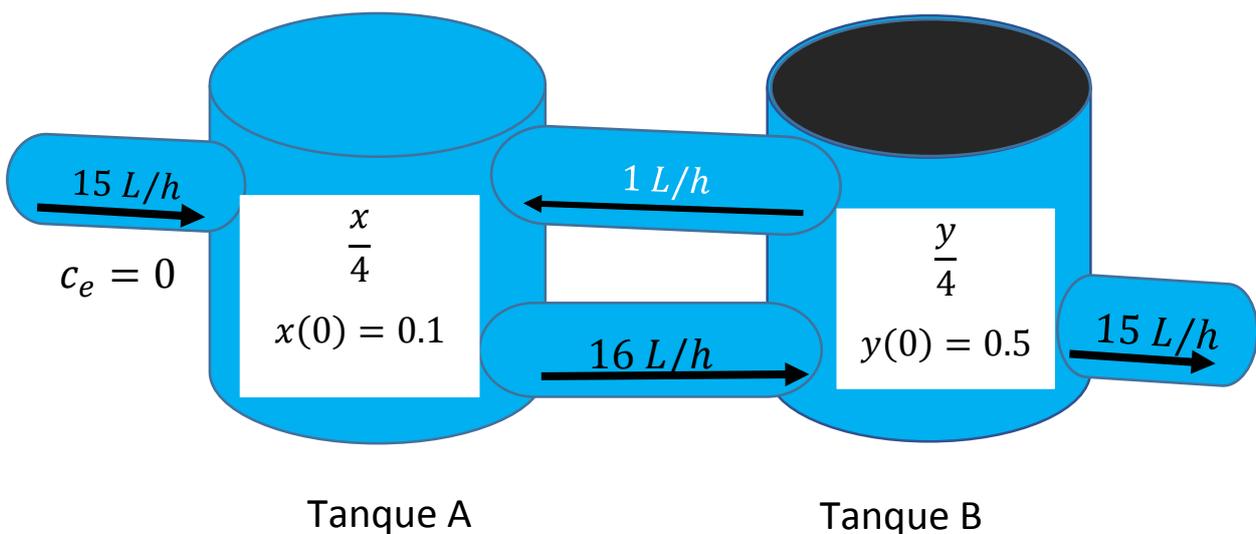
1. En una habitación que contiene 10,000 pies cúbicos de aire, entran 200 pies cúbicos de aire puro y 200 pies cúbicos de aire contaminado por minuto y la mezcla (que es prácticamente uniforme por acción de los ventiladores de la habitación) se extrae a razón de 400 pies cúbicos por minuto.
  - a) Hacer un diagrama que corresponde a los datos del problema.
  - b) Formular el PVI que corresponde al problema.
  - c) Encontrar la cantidad de aire puro  $y(t)$  en cualquier tiempo, suponiendo que  $y(0)=0$ .
2. Un tanque de 400 galones contiene inicialmente 100 galones de mezcla con 50 libras de sal. Mezcla conteniendo una libra de sal por galón entra al tanque a razón de 5 gal/s, y la mezcla homogénea en el tanque fluye hacia afuera a razón de 3 gal/s.
  - a) Hacer un diagrama que corresponde a los datos.
  - b) Formular el PVI correspondiente
  - c) ¿Qué cantidad de sal hay en el tanque cuando este está lleno?
3. Considere dos tanques. Al inicio, el tanque 1 contiene 230 gal de salmuera (agua salada) con 28 libras de sal, y el tanque 2 contiene 275 galones de salmuera con 7 libras de sal. Salmuera con 5 libras de sal por galón entra al tanque 1 a una tasa de 21 gal/s: la mezcla de salmuera en el tanque 1 sale a una tasa de 18 gal/s, la mitad de este flujo de salida entra al tanque 2. La mezcla en el tanque 2 fluye hacia afuera a una tasa de 4 gal/s.
  - A) Hacer un gráfico que corresponde a los datos y enunciado del problema
  - B) Formular el problema de valor inicial corresponde al problema
  - C) ¿Cuánta sal hay en el tanque 1 como función del tiempo?



4. Se tienen tres tanques que, inicialmente, contienen 100 galones de agua pura cada uno. Agua con una concentración de sal de 2 lib/gal fluye hacia el tanque A a una tasa de 5 gal/min. El agua se bombea del tanque A al tanque B a una tasa de 2 gal/min y del tanque A al tanque C pasan 3 gal/min. Del tanque C se bombean 3 gal/min de agua al tanque B. Del tanque B se saca agua y se manda al drenaje a una tasa de 5 gal/min.

- A) Hacer un gráfico que corresponde a los datos y enunciado del problema
- B) Obtenga la ecuación diferencial para la cantidad de sal en cada tanque como función del tiempo.
- C) ¿Cuánta sal hay en el tanque A como función del tiempo?

5. Dada la siguiente representación gráfica de un problema sobre mezclas



- a) Enuncie el problema sobre mezclas que corresponda al gráfico y datos de la figura
- b) Expresar el PVI que corresponde al problema y representación gráfica
- c) Solucione el PVI de b)

## Validación de Instrumento de Recolección de Datos

### Ficha de Validación de Instrumento de Recolección de Datos

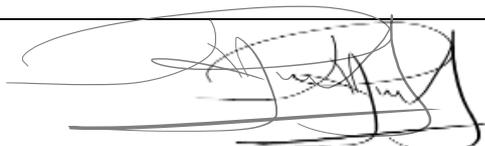
Teniendo en cuenta los aspectos que se indican, cuál es la valoración que le da al instrumento.  
Señale el puntaje que le asigna, en el casillero respectivo

#### I. Datos informativos

|                                 |                                     |   |                               |
|---------------------------------|-------------------------------------|---|-------------------------------|
| Apellidos y Nombres del experto | Institucion donde labora            | Nombre del Instrumento                  | Apellidos y Nombres del autor |
| Mg. Reyna Segura Ana            | Facultad de Ingeniería Química UNAC | Instrumento de Evaluación sobre Mezclas | Rodríguez Chuquimango Santos  |

#### II. Aspectos de Validación

| INDICADORES            | CRITERIOS   | DEFICIENTE<br>0-20 | REGULAR<br>21-40 | BUENO<br>41-60 | MUY BUENO<br>61-80 | EXCELENTE<br>81-100 |
|------------------------|---|--------------------|------------------|----------------|--------------------|---------------------|
| CLARIDAD               | Está formulado con lenguaje apropiado               |                    |                  |                |                    | 95                  |
| OBJETIVIDAD            | Está expresado en procedimientos observables        |                    |                  |                |                    | 95                  |
| ACTUALIDAD             | Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología    |                    |                  |                |                    | 96                  |
| ORGANIZACIÓN           | Existe una organización lógica                      |                    |                  |                |                    | 95                  |
| SUFICIENCIA            | Comprende los aspectos en cantidad y calidad        |                    |                  |                |                    | 95                  |
| INTENCIONALIDAD        | Adecuado para valorar aspectos de la estrategia     |                    |                  |                |                    | 97                  |
| CONSISTENCIA           | Basado en aspectos teórico científicos              |                    |                  |                |                    | 98                  |
| COHERENCIA             | Entre los indicadores y las dimensiones             |                    |                  |                |                    | 96                  |
| METODOLOGÍA            | La estrategia responde al propósito del diagnostico |                    |                  |                |                    | 98                  |
| Promedio de Validación |   |                    |                  |                |                    | 96                  |

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| III. Fecha y firma<br>Fecha | Firma del Validador  |
| 06 de octubre del 2020      |  |

## FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Teniendo en cuenta los aspectos que se indican, cuál es la valoración que le da al instrumento.  
Señale el puntaje que le asigna, en el casillero respectivo

### IV. Datos informativos

|                                 |                                     |   |                               |
|---------------------------------|-------------------------------------|---|-------------------------------|
| Apellidos y Nombres del experto | Institucion donde labora            | Nombre del Instrumento                  | Apellidos y Nombres del autor |
| Mg. Victoria Ysabel Rojas Rojas | Facultad de Ingeniería Química UNAC | Instrumento de evaluación sobre Mezclas | Rodríguez Chuquimango Santos  |

### V. Aspectos de Validación

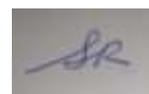
| INDICADORES            | CRITERIOS   | DEFICIENTE<br>0-20 | REGULAR<br>21-40 | BUENO<br>41-60 | MUY BUENO<br>61-80 | EXCELENTE<br>81-100 |
|------------------------|---|--------------------|------------------|----------------|--------------------|---------------------|
| CLARIDAD               | Está formulado con lenguaje apropiado               |                    |                  |                | x                  |                     |
| OBJETIVIDAD            | Está expresado en procedimientos observables        |                    |                  |                | x                  |                     |
| ACTUALIDAD             | Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología    |                    |                  |                |                    | x                   |
| ORGANIZACIÓN           | Existe una organización lógica                      |                    |                  |                |                    | x                   |
| SUFICIENCIA            | Comprende los aspectos en cantidad y calidad        |                    |                  |                | x                  |                     |
| INTENCIONALIDAD        | Adecuado para valorar aspectos de la estrategia     |                    |                  |                |                    | x                   |
| CONSISTENCIA           | Basado en aspectos teórico científicos              |                    |                  |                | x                  |                     |
| COHERENCIA             | Entre los indicadores y las dimensiones             |                    |                  |                |                    | x                   |
| METODOLOGÍA            | La estrategia responde al propósito del diagnostico |                    |                  |                | x                  |                     |
| Promedio de Validación |   |                    |                  |                |                    | 80                  |

### VI. Fecha y firma

|                       |   |
|-----------------------|---|
| Fecha                 | Firma del Validador   |
| 06 de octubre de 2020 |  |

## Base de datos

| GRUPO        | POS TEST | POS TEST AGRUPADO | PRE TEST | PRE TEST AGRUPADO |
|--------------|----------|-------------------|----------|-------------------|
| EXPERIMENTAL | 6        | EN PROCESO        | 4        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 14       | LOGRO PREVISTO    | 8        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 6        | EN PROCESO        | 4        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 14       | LOGRO PREVISTO    | 8        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 6        | EN PROCESO        | 7        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 11       | EN PROCESO        | 9        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 8        | EN PROCESO        | 5        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 12       | EN PROCESO        | 4        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 6        | EN PROCESO        | 5        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 17       | LOGRO DESTACADO   | 8        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 6        | EN PROCESO        | 7        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 7        | EN PROCESO        | 9        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 12       | LOGRO PREVISTO    | 3        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 10       | LOGRO PREVISTO    | 3        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 9        | EN PROCESO        | 4        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 9        | EN PROCESO        | 6        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 14       | LOGRO PREVISTO    | 6        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 11       | EN PROCESO        | 5        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 13       | LOGRO PREVISTO    | 8        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 7        | EN INICIO         | 7        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 15       | LOGRO DESTACADO   | 3        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 7        | EN INICIO         | 3        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 9        | EN INICIO         | 4        | EN INICIO         |
| EXPERIMENTAL | 14       | LOGRO PREVISTO    | 6        | EN PROCESO        |
| EXPERIMENTAL | 16       | LOGRO PREVISTO    | 6        | EN PROCESO        |
| CONTROL      | 9        | EN PROCESO        | 6        | EN PROCESO        |
| CONTROL      | 9        | EN PROCESO        | 5        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 10       | LOGRO PREVISTO    | 8        | EN PROCESO        |
| CONTROL      | 4        | EN INICIO         | 4        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 8        | EN PROCESO        | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 8        | EN PROCESO        | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 6        | EN PROCESO        | 8        | EN PROCESO        |
| CONTROL      | 10       | LOGRO PREVISTO    | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 9        | EN PROCESO        | 7        | EN PROCESO        |
| CONTROL      | 9        | EN PROCESO        | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 4        | EN INICIO         | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 9        | EN PROCESO        | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 8        | EN PROCESO        | 4        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 10       | LOGRO PREVISTO    | 7        | EN PROCESO        |
| CONTROL      | 6        | EN PROCESO        | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 9        | EN PROCESO        | 4        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 8        | EN PROCESO        | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 12       | LOGRO PREVISTO    | 2        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 7        | EN PROCESO        | 3        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 12       | LOGRO PREVISTO    | 4        | EN INICIO         |
| CONTROL      | 7        | EN PROCESO        | 3        | EN INICIO         |



## Solucionario del Instrumento de Evaluación

1. En una habitación que contiene 10,000 pies cúbicos de aire, entran 200 pies cúbicos de aire puro y 200 pies cúbicos de aire contaminado por minuto y la mezcla (que es prácticamente uniforme por acción de los ventiladores de la habitación) se extrae a razón de 400 pies cúbicos por minuto.
  - d) Hacer un diagrama que corresponde a los datos del problema.
  - e) Formular el PVI que corresponde al problema.
  - f) Encontrar la cantidad de aire puro  $y(t)$  en cualquier tiempo, suponiendo que  $y(0)=0$ .

Solución

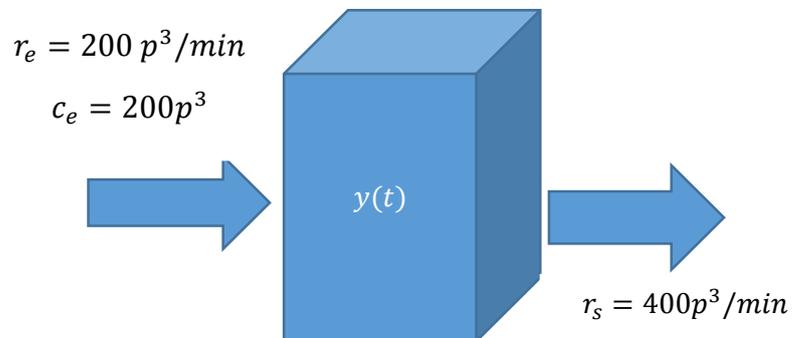
a)  $V=10,000$

$$r_e = 200 p^3/min$$

$$c_e = 200p^3$$

$$r_s = 400p^3/min$$

$$c_s = \frac{y}{10,000+(200-400)t} = \frac{y}{10,000-200t}$$



Sea  $y(t)$  la cantidad de aire puro en cualquier tiempo  $t$

b)  $\frac{dy}{dt} = r_e c_e - r_s c_s \Rightarrow \frac{dy}{dt} = (200)(200) - 400 \frac{y}{10,000-200t}$

$$\frac{dy}{dt} = 40,000 - \frac{2y}{50-t}, \quad y(0) = 0$$

Resolviendo la ecuación lineal se tiene

$$y(t) = -40,000(50-t) + C(50-t)^2$$

Como  $y(0) = 0$ , reemplazando tenemos  $C$

$$C = \frac{40,000}{50} = 800$$



$$y(t) = -40,000(50 - t) + 800(50 - t)^2$$

2. Un tanque de 400 galones contiene inicialmente 100 galones de mezcla con 50 libras de sal. Mezcla conteniendo una libra de sal por galón entra al tanque a razón de 5 gal/s, y la mezcla homogénea en el tanque fluye hacia afuera a razón de 3 gal/s.
- Hacer un diagrama que corresponde a los datos.
  - Formular el PVI correspondiente
  - ¿Qué cantidad de sal hay en el tanque cuando este está lleno?

Solución

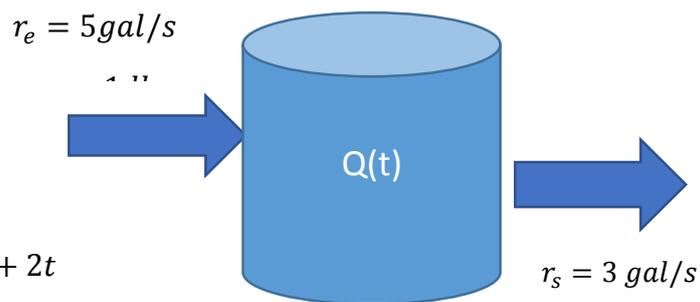
a)

$$V=400$$

$$V_0 = 100$$

$$Q(0) = 50$$

$$V(t) = 100 + (5 - 3)t = 100 + 2t$$



b)

$$\frac{dQ}{dt} = r_e c_e - r_s c_s \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = (5)(1) - 3 \frac{Q}{100 + 2t}$$

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{3Q}{100 + 2t} = 5, \quad Q(0) = 50$$

c) Resolviendo la ecuación lineal se tiene

$$Q(t) = 100 + 2t + C(100 + 2t)^{-3/2}$$

$$Q(0) = 50 \Rightarrow C = -50(100)^{3/2}$$

$$Q(t) = 100 + 2t - 50(100)^{3/2}(100 + 2t)^{-3/2}$$

Se pide la cantidad de sal cuando el tanque se llena, es decir



$$400 = 100 + 2t \Rightarrow t = 150$$

Evaluando

$$Q(150) = 393.75$$

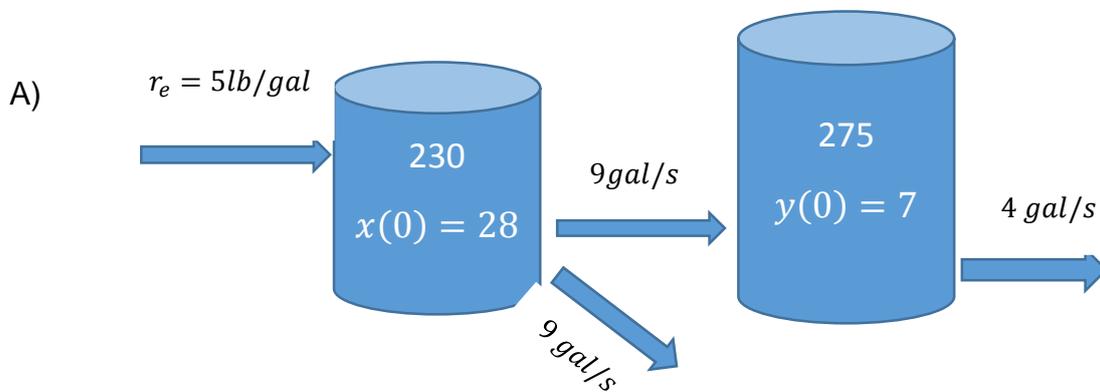
3. Considere dos tanques. Al inicio, el tanque 1 contiene 230 gal de salmuera (agua salada) con 28 libras de sal, y el tanque 2 contiene 275 galones de salmuera con 7 libras de sal. Salmuera con 5 libras de sal por galón entra al tanque 1 a una tasa de 21 gal/s: la mezcla de salmuera en el tanque 1 sale a una tasa de 18 gal/s, la mitad de este flujo de salida entra al tanque 2. La mezcla en el tanque 2 fluye hacia afuera a una tasa de 4 gal/s.

A) Hacer un gráfico que corresponde a los datos y enunciado del problema

B) Formular el problema de valor inicial corresponde al problema

C) ¿Cuánta sal hay en el tanque 1 como función del tiempo?

Solución



B)

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (5)(21) - \frac{18x}{230 + (21 - 18)t} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{9x}{230 + 3t} - \frac{4y}{275 + (9 - 4)t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{18x}{230 + 3t} = 105 \\ \frac{dy}{dt} = \frac{9x}{230 + 3t} - \frac{4y}{275 + 5t} \end{cases}$$

C) Resolvemos la primera ecuación y obtenemos

$$x(t) = 5(230 + 3t) + C(230 + 3t)^{-6}$$



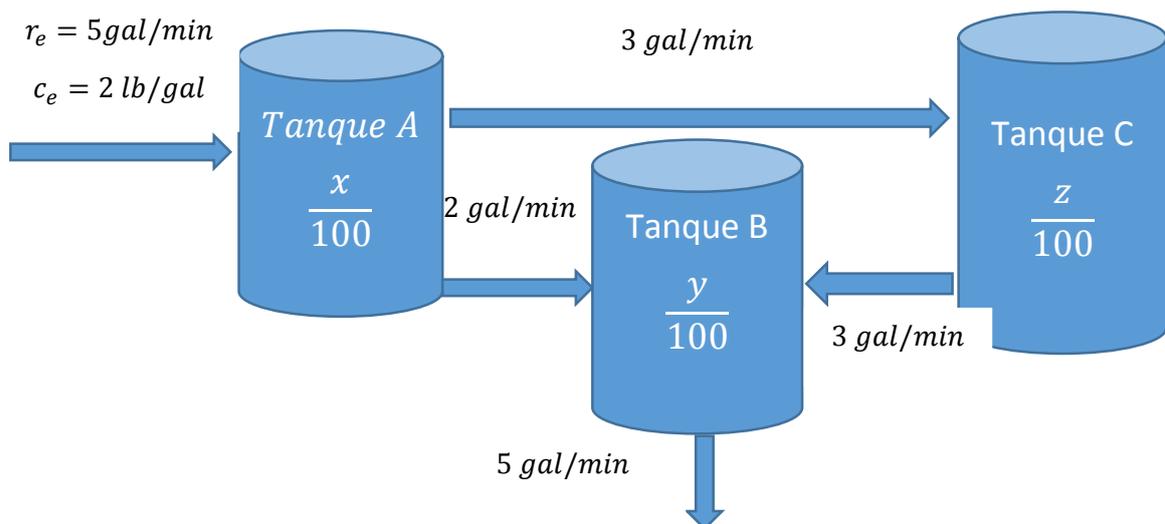
Usando  $x(0) = 28$  se tiene  $C = -\frac{1126}{(230)^{-6}}$

La cantidad de sal en el tanque 1 es

$$x(t) = 5(230 + 3t) - \frac{1126}{(230)^{-6}} (230 + 3t)^{-6}$$

4. Se tienen tres tanques que, inicialmente, contienen 100 galones de agua pura cada uno. Agua con una concentración de sal de 2 lib/gal fluye hacia el tanque A a una tasa de 5 gal/min. El agua se bombea del tanque A al tanque B a una tasa de 2 gal/min y del tanque A al tanque C pasan 3 gal/min. Del tanque C se bombean 3 gal/min de agua al tanque B. Del tanque B se saca agua y se manda al drenaje a una tasa de 5 gal/min.
- A) Hacer un gráfico que corresponde a los datos y enunciado del problema
- B) Obtenga la ecuación diferencial para la cantidad de sal en cada tanque como función del tiempo.
- C) ¿Cuánta sal hay en el tanque A como función del tiempo?

A)



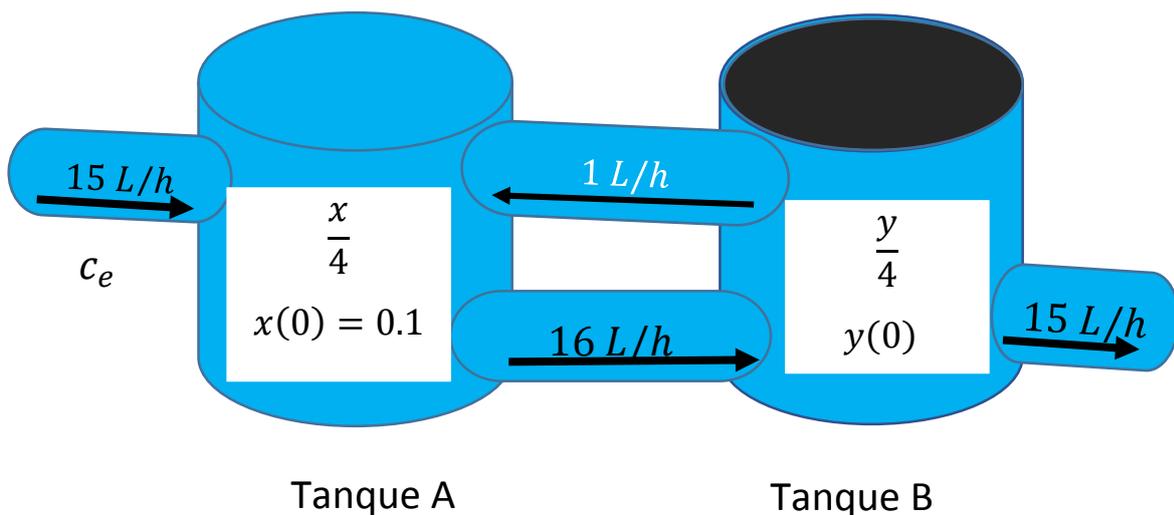
$$B) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = (5)(2) - \frac{3x}{100} - \frac{2x}{100} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{2x}{100} + \frac{3z}{100} - \frac{5y}{100} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{3x}{100} - \frac{3z}{100} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{20}x + 10 \\ \frac{dy}{dt} = \frac{x}{50} - \frac{y}{20} + \frac{3z}{100} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{3x}{100} - \frac{3z}{100} \end{cases} \quad x(0) = y(0) = z(0) = 0$$

C) Resolviendo la primera ecuación se tiene la cantidad de sal en el tanque A

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{20}x + 10, \quad x(0) = 0$$

$$x(t) = 200 - 200e^{-\frac{1}{20}t}$$

5. Dada la siguiente representación gráfica de un problema sobre mezclas



- Enuncie el problema sobre mezclas que corresponda al gráfico y datos de la figura
- Expresar el PVI que corresponde al problema y representación gráfica
- Solucione el PVI de b)

Solución

- Dos tanques de 4 litros están inicialmente llenos con agua salada. El tanque A tiene inicialmente 0.1 kilogramos de sal, y el tanque B tiene inicialmente 0.5 kilogramos de sal. Agua pura entra al tanque A a razón de 15 l/h.

Salmuera fluye del tanque A al tanque B a 16 l/h. Salmuera es canalizada de regreso al tanque A a razón de 1L/h, y adicionalmente 15 L/h de la salmuera escapa enteramente del tanque B. Determine la cantidad de sal en cada tanque.

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = (0)(15) + 1 \cdot \frac{y}{4} - 16 \cdot \frac{x}{4} \\ \frac{dy}{dt} = 16 \cdot \frac{x}{4} - 1 \cdot \frac{y}{4} - 15 \cdot \frac{y}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4x + \frac{y}{4} \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 4y \end{cases}, \quad x(0) = 0.1, y(0) = 0.5$$

c) Calculando los autovalores de  $\begin{pmatrix} -4 & 1/4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$  se tiene  $\lambda = -3, -5$ . Los auto vectores correspondientes son  $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

La matriz fundamental es

$$\varphi(t) = \begin{pmatrix} e^{-3t} & -e^{-5t} \\ 4e^{-3t} & 4e^{-5t} \end{pmatrix}, \quad \varphi(0) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad \varphi^{-1}(0) = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

La solución del sistema matricial homogéneo es

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-3t} & -e^{-5t} \\ 4e^{-3t} & 4e^{-5t} \end{pmatrix} \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$



Insumos de los estudiantes

③

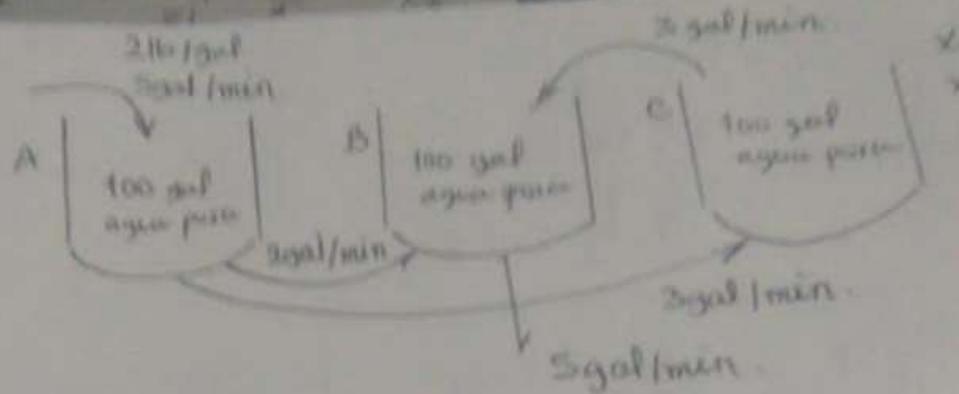
$\frac{dA}{dt} = 200 \times 200 - \frac{A}{(10000 - 200t)}$   
 $\frac{dA}{dt} = 40000 - \frac{A}{(10000 - 200t)}$   
 $\frac{dA}{dt} + \frac{A}{10000 - 200t} = 40000$

$F.I. = C \int \frac{dt}{10000 - 200t} = (10000 - 200t)^{-200}$   
 $(10000 - 200t)^{-200} \frac{dA}{dt} + \frac{A}{10000 - 200t} = 40000$   
 $(10000 - 200t)^{-200} \frac{dA}{dt} + A(10^4 - 200t)^{-201} = 4 \times 10^4 (10000 - 200t)^{-200}$   
 $\frac{d}{dt} [(10^4 - 200t)^{-200} \cdot A] = 4 \times 10^4 (10000 - 200t)^{-200}$   
 $\int d[(10^4 - 200t)^{-200} \cdot A] = 4 \times 10^4 \int (10000 - 200t)^{-200} dt$   
 $\frac{(10^4 - 200t)^{-200}}{-200} \cdot A = 4 \times 10^4 \times \frac{1}{39800(1000 - 200t)^{199}} + C$   
 $\frac{A}{(10^4 - 200t)^{200}} = \frac{4 \times 10^4}{39800(1000 - 200t)^{199}} + C$

SHARK

4)

a)

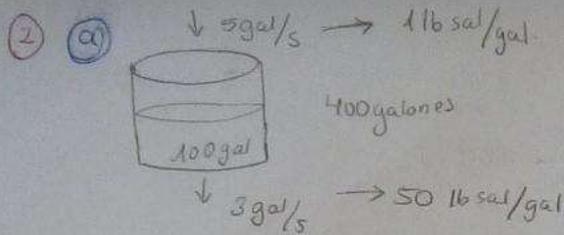


$$b) \quad x'_A = 10 - \frac{2x_B}{100} - \frac{3x_A}{100} = 10 - \frac{x_A}{20}$$

$$x'_B = \frac{2x_A}{100} + \frac{3x_C}{100} - \frac{5x_B}{100}$$

$$x'_C = \frac{3x_A}{100} - \frac{3x_C}{100}$$

$$e) \quad x' = \begin{pmatrix} -1/20 & 0 & 0 \\ 1/50 & -5/100 & 3/100 \\ 3/100 & 0 & -3/100 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



\* Mezclas  $\frac{dA}{dt} = \frac{R_e \cdot C_e}{\text{entrada}} - \frac{R_s \cdot C_s}{\text{salida}}$

$$C_s = \frac{A}{100 + (5-3)t}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{(5)(1) - (3) \cdot A}{2(50+t)}$$

$$\frac{dA}{dt} + \frac{3A}{2(50+t)} = 5$$

\* Factor de Integración =  $e^{\int \frac{3}{2(50+t)} dt} = (50+t)^{\frac{3}{2}}$

\*  $\int \frac{d}{dt} [(50+t)^{\frac{3}{2}} A] = \int 5(50+t)^{\frac{3}{2}} dt$

$$(50+t)^{\frac{3}{2}} \cdot A = 2(50+t)^{\frac{5}{2}} + C$$

$$A = \frac{2(50+t)^{\frac{5}{2}}}{(50+t)^{\frac{3}{2}}} + \frac{C}{(50+t)^{\frac{3}{2}}} = 2(50+t) + C(50+t)^{-\frac{3}{2}}$$

(b) -  $t=0$   $A = 2(50+t) + C(50+t)^{-\frac{3}{2}} \dots (\alpha)$  Hallamos la constante.  
 (Inicio)  $50 = 2(50) + C(50)^{-\frac{3}{2}}$

- Reemplazo en  $(\alpha)$   
 $A = 2(50+t) - 17677,67(50+t)^{-\frac{3}{2}}$

- Cuando el tanque esta lleno

$$V = V_0 + (f_e - f_s)t$$

$$400 = 100 + 2t$$

$$t = 150 \text{ seg.}$$

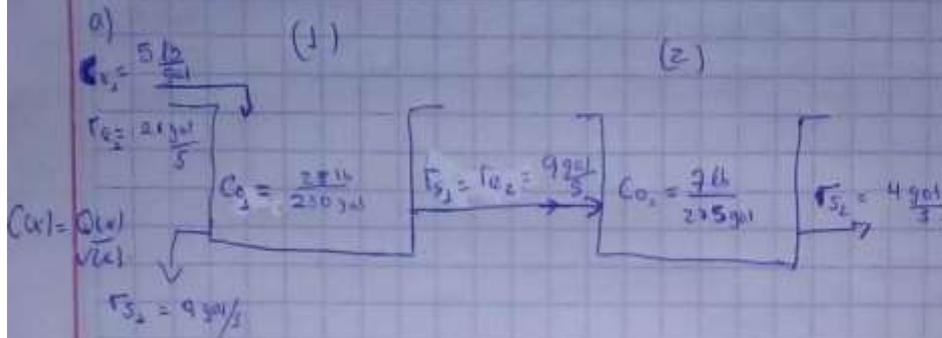
- Reemplazando en  $(\alpha)$ , Para  $t = 150 \text{ seg.}$

$$A = 2(50 + 150) - 17677,67(50 + 150)^{-\frac{3}{2}}$$

(c)  $A = 393,75 \text{ Lb de Sal}$

## Escobedo Flores

3) Considere 2



b) para el tanque (1)

$$\frac{dX_1}{dt} = \text{entra} - \text{sale}$$

$$\frac{dX_1}{dt} = 105 - \frac{X_1}{230+3t}$$

$$\frac{dX_1}{dt} = C_1 F_{S1} - C_2 F_{S2} \Rightarrow$$

$$= 5 \frac{\text{lb}}{s} - \frac{21 \text{ gal}}{s} \cdot \frac{X_1}{V_1 + (21 \frac{\text{gal}}{s} - \frac{18 \text{ gal}}{s})t}$$

$$\frac{dX_1}{dt} = 105 \frac{\text{lb}}{s} - \frac{X_1}{230+3t}$$

\* para el tanque (2)

$$\frac{dX_2}{dt} = \text{entra} - \text{sale}$$

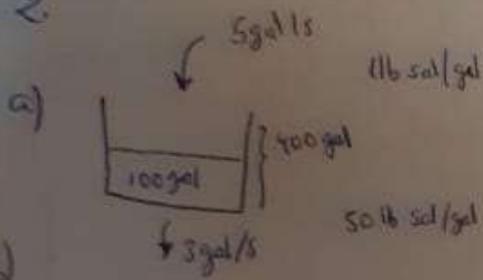
$$\frac{dX_2}{dt} = C_1 F_{12} - C_2 F_{S2}$$

$$= 0 \times \frac{9 \text{ gal}}{s} - \frac{4 \text{ gal}}{s} \cdot \frac{X_2}{275 + (9 - 4)t}$$

$$\frac{dX_2}{dt} = - \frac{4 X_2}{275 + 5t}$$

$$\frac{dX_2}{4 X_2} = \frac{1}{5(55+t)} dt$$

2.



b) Modelo: Ecuación diferencial

$$\frac{dA}{dt} = R_{in} \cdot C_i - R_{out} \cdot C_s = V_0 \cdot C_i - V_s \cdot C_s$$

$$C_s = \frac{A}{V_0 + (V_i - V_s)t} = \frac{A}{100 + (5-3)t}$$

$$\frac{dA}{dt} = (5)(1) - (3) \frac{A}{2(50+t)}$$

$$\frac{dA}{dt} + \frac{3A}{2(50+t)} = 5$$

Resolviendo por factor integrante:  $e^{\int \frac{3}{2(50+t)} dt}$   
 $= (50+t)^{3/2}$

~~$\int \frac{d}{dt} [(50+t)^{3/2} A] = \int 5(50+t)^{3/2} dt$~~   
 $\int \frac{d}{dt} [(50+t)^{3/2} A] = \int 5(50+t)^{3/2} dt$

b) Resolviendo:  $A(0) = 50$  P.V.I  
 $(50+t)^{3/2} A = 2(50+t)^{5/2} + C$   
 $A = 2(50+t) + C(50+t)^{-3/2}$   
 $50 = 2(50) + C(50)^{-3/2}$   
 $C = -17677,7$

$$A = 2(50+t) + (-17677,7)(50+t)^{-3/2}$$

Para el tiempo final  $V = V_0 + (R_i - R_s)t$   
 $400 = 100 + 2t$   
 $t = 150s$

c)  $\Rightarrow A = 2(50+150) - 17677,7(150+50)^{-3/2}$   
 $A = 353,75 \text{ lb de sal}$