

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA**

**UNIDAD DE INVESTIGACIÓN**



INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

**"SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DEL PATRÓN DE  
DIFRACCIÓN DE LA RED DE FIBONACCI PARA DIFERENTES  
FRECUENCIAS"**

AUTOR: **ROLANDO JUAN ALVA ZAVALETA.**

(PERÍODO DE EJECUCIÓN: Del 01/03/22 al 28/02/23)  
(Resolución de aprobación N° 240-2022-R)

**Callao, 2023  
PERÚ**

*Handwritten signature in blue ink, possibly reading "Suzanne".*

## **DEDICATORIA**

A mi esposa y a mi hija. A la  
memoria de mis padres, Enrique y Matilde.

## **AGRADECIMIENTO**

A mis profesores de la PUCP que me dieron el conocimiento que transformó mi vida académica.

	<u>Página</u>
<b>INDICE</b>	1
RESUMEN	3
INTRODUCCIÓN	4
<b>I. CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>5</b>
1.1 Descripción de la realidad problemática	5
1.2 Formulación del problema	5
1.3 Objetivos	6
1.4 Limitantes de la investigación	6
<b>II. CAPÍTULO: MARCO TEÓRICO</b>	<b>7</b>
2.1 Antecedentes	7
2.2 Marco	7
2.2.1 Teórico	7
2.2.2 Conceptual	8
2.3 Definición de términos básicos	8
<b>III. CAPÍTULO: HIPÓTESIS Y VARIABLES</b>	<b>18</b>
3.1 Hipótesis	18
3.1.1 Hipótesis General	18
3.1.2 Hipótesis Específicos	18
3.2 Definición conceptual de variables	18
3.3 Operacionalización de variables	19
<b>IV. CAPÍTULO IV: DISEÑO METODOLÓGICO</b>	<b>19</b>
4.1 Tipo y diseño de la investigación	19
4.2 Método de investigación	19
4.3 Población y muestra	20
4.4 Lugar de estudio y periodo desarrollado	20
4.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información	21

4.6	Análisis y procesamiento de datos	21
<b>V.</b>	<b>CAPÍTULO V: RESULTADOS</b>	<b>22</b>
5.1	Resultados descriptivos	22
5.2	Resultados inferenciales	22
5.3	Otro tipo de resultados de acuerdo a la naturaleza del problema y la hipótesis.4	22
<b>VI.</b>	<b>CAPÍTULO VI: DISCUSIÓN DE RESULTADOS</b>	<b>25</b>
6.1	Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados	25
<b>6.2</b>	Contrastación de los resultados con otros estudios similares	25
<b>6.3</b>	Responsabilidad ética	25
	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>26</b>
	<b>RECOMENDACIONES</b>	<b>26</b>
	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>	<b>27</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>28</b>
	Matriz de consistencia	28
	Instrumentos válidos	29

## **RESUMEN**

En este trabajo se ha investigado a una estructura de red de Fibonacci a partir de la cual se ha determinado la función densidad que corresponde a una red discreta unidimensional a la cual se le ha insertado una secuencia de picos delta ubicados en cada punto de red. Posteriormente se aplicó a esta función la transformada discreta de Fourier unidimensional para determinar el patrón de difracción.

## **ABSTRACT**

In this work, a Fibonacci network structure has been investigated from which the density function corresponding to a one-dimensional discrete network has been determined, to which a sequence of delta peaks located at each network point has been inserted. Subsequently, the one-dimensional Fourier – discrete transform was applied to this function to determine the diffraction pattern.

## INTRODUCCIÓN

Desde el descubrimiento experimental de los cuasicristales por el científico israelí Daniel Shechtman en el año 1982, han surgido muchos trabajos de investigación sobre modelos de la estructura de los cuasicristales, los cuales no presentan simetría de traslación, pero sí un ordenamiento a gran escala que se presentan en el patrón de difracción de estos materiales. Los materiales cuasicristalinos fabricados en el laboratorio son obtenidos de aleaciones metálicas y de forma natural se han encontrados en los meteoritos. Sus propiedades: eléctricas, ópticas, de dureza y antiadherencia, entre otras se siguen trabajando actualmente. Para el estudio de estas propiedades se requiere conocer la estructura de estos materiales lo cual se logra al determinar su patrón de difracción.

La estructura de un cuasicristal puede ser descrito a través de cualquiera de dos métodos distintos, el primero se conoce como el enfoque de mosaico y el segundo el de proyección de una red de mayor dimensionalidad a otra de menor dimensionalidad. En el método de mosaico se utiliza celdas unitarias diferentes que al organizarlas sin superposición nos da una estructura cuasicristalina.

En el presente trabajo de investigación se determinará el patrón de difracción de la red de Fibonacci, para lo cual se construirá computacionalmente los puntos de esta red. Considerando esta estructura se construirá una función de densidad que nos de información sobre la distribución de masa. Posteriormente se implementará y aplicará la transformada de Fourier a la función de densidad, esperando así obtener el patrón de difracción.

En el presente trabajo de investigación en primer lugar se determinará la red de Fibonacci utilizando en lugar de dos segmentos básicos que nos permitirá determinar la distribución unidimensional de puntos de red. Luego construiremos la función densidad que nos permitirá determinar el patrón de difracción. Para ello se utilizará la transformada de Fourier unidimensional. Para ello se utilizará programas computacionales que serán construidos utilizando algoritmos codificados en los lenguajes de Fortran y Python.



# CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1. Descripción de la realidad problemática

Para la determinación de los patrones de difracción de los cuasicristales se utiliza, entre otros, el “método de proyección de Voronoi” y el “método de corte y proyección”. Ambos son obtenidos teóricamente proyectando una red de alta dimensión a una red de baja dimensión, la cual es cuasicristalina.

La transformada de Fourier se aplica para la determinación de patrones de difracción de redes cristalinas, ya que estas se caracterizan por tener una celda unitaria y por presentar simetría de traslación, propia de estas estructuras periódicas. Esto favorece a la aplicación de una frecuencia de muestreo constante tal como lo exige el algoritmo de la transformada de Fourier.

Sin embargo, las redes cuasicristalinas no tienen simetría traslacional, por lo que se partirá de la hipótesis que bajo cierta aproximación podemos describir la red cuasiperiódica de Fibonacci utilizando una frecuencia de muestreo constante. Esto pone de manifiesto el desafío que se debe abordar en el presente trabajo investigación, como una nueva propuesta a los métodos de proyección.

## 1.2. Formulación Del Problema

### **Problema General**

¿Se puede determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci para diferentes frecuencias de muestreo, a través de la simulación computacional?

### **Problemas Específicos**

- a) ¿Se puede diseñar computacionalmente la red de Fibonacci?
- b) ¿Es posible diseñar computacionalmente la función densidad discreta para la red de Fibonacci?
- c) ¿Se puede determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci aplicando transformada rápida de Fourier unidimensional a su función densidad?

### 1.3. Objetivos

#### **General**

Determinar a través de la simulación computacional el patrón de difracción de la red de cuasicristal de Fibonacci, para diferentes frecuencias de muestreo.

#### **Específicos**

- Diseñar computacionalmente la red de Fibonacci.
- Diseñar un programa computacionalmente la función densidad discreta para la red de Fibonacci.
- Determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci aplicando transformada rápida de Fourier unidimensional a su función densidad.

### 1.4. Limitantes de la investigación

#### • **Limitante Teórico**

No aplica.

#### • **Limitante Temporal:**

No aplica.

#### • **Limitante Espacial:**

No aplica.

## CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Antecedentes (internacional y nacional)

Ferrando et. al (2014) utilizan una función racional utilizando en su numerador y denominador polinomios construidos con coeficientes de Fibonacci. Utilizan un laboratorio virtual para determinar patrones de difracción de secuencias como la de Fibonacci.

Arellano y Rivasplata (2015) utilizan al transformada de Fourier para determinar el patrón de difracción del grafito. Este es una aplicación de esta herramienta computacional.

Asimismo, Alva (2022) determina el patrón de difracción de la estructura de Penrose bidimensional utilizando también la transformada de Fourier bidimensional.

### 2.2 Marco

#### 2.2.1 Teórico

#### La difracción de Fraunhofer

La difracción se da cuando la fuente de luz esta ubicada en el infinito. Esto hacer que los rayos de luz sean paralelos, es decir, una fuente de luz de onda plana. De igual forma la pantalla de observación de observación debe estar en el infinito. Experimentalmente esto se logra utilizando una fuente de luz cercana al obstáculo para lo cual se utiliza una lente colimadora y una lente convergente entre el obstáculo y la pantalla de observación, tal como se muestra en la figura.

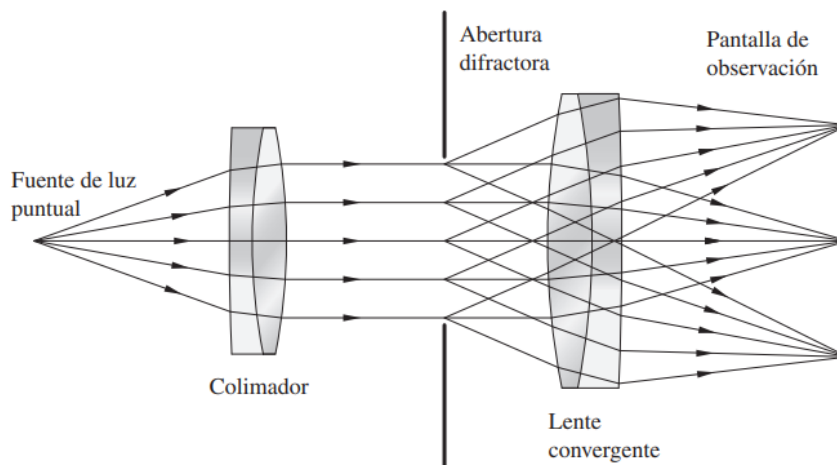


Figura 1: Disposición de elementos en la difracción de Fraunhofer (Malacara, 2015)

Si una onda plan incide en una apertura y difractado tal como se muestra en la figura

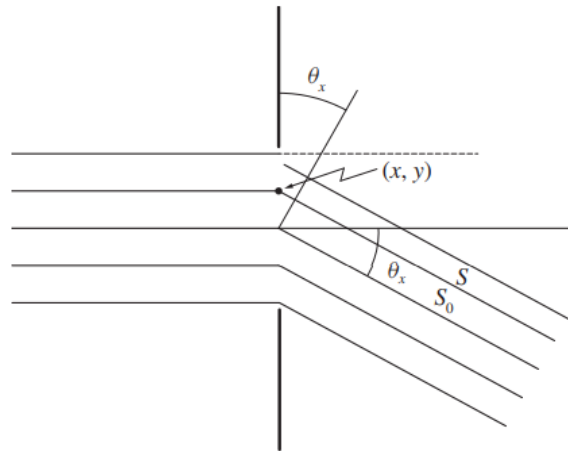


Figura 2: Trayectorias de los rayos en la difracción de Fraunhofer (Malacara, 2015)

La integral de Kirchhoff para una fuente de luz frente a una apertura, cuando la distancia de la fuente de luz puntual al punto dispersor es  $r$  es constante, debido a que los ángulos de difracción son pequeños, esta integral será:

$$U(P) = \frac{i}{\lambda} \iint_{\sigma} B \frac{e^{iks}}{s} dS \quad (1)$$

Aquí  $B$  es directamente proporcional a la amplitud de la onda sobre el plano de la apertura difractora. Si esta pantalla está en el plano  $xy$  entonces  $B$  es función de  $(x,y)$ . Por tanto, la integral de la ecuación anterior se aplica sobre la apertura difractora.  $s$  es la distancia desde el punto  $(x, y)$  hasta el punto en la pantalla de observación. Por tanto, considerando que  $B$  no es constante en la apertura, tenemos:

$$U(P) = \frac{i}{\lambda} \iint_{\sigma} B(x, y) e^{iks} dx dy \quad (2)$$

consideramos una onda difractada en una determinada dirección, la diferencia de camino óptico recorrido entre el rayo que parte del punto  $(x,y)$  al punto de observación posicionado en el infinito  $s$ . y la distancia que recorrido por el rayo de luz que parte del centro de la apertura  $s_0$  es  $DC = s - s_0$ . Ahora

$$U(P) = \frac{i}{\lambda} \iint_{\sigma} B(x, y) e^{iks_0} e^{ikDC} dx dy \quad (3)$$

Si consideramos que  $s_0 = 0$ , se tendrá:

$$U(P) = \frac{i}{\lambda} \iint_{\sigma} B(x, y) e^{ikDC} dx dy \quad (4)$$

Considerando que el camino recorrido es  $DC$  con una dependencia  $\theta_x$  y  $\theta_y$ , este quedara expresado como:

$$DC = x \text{sen} \theta_x + y \text{sen} \theta_y \quad (5)$$

Asimismo, definimos:

$$k_x = k \text{sen} \theta_x$$

$$k_y = k \text{sen} \theta_y$$

Por lo tanto, reemplazando podemos escribir la amplitud como:

$$U(P) = \frac{i}{\lambda} \iint_{\sigma} B(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (6)$$

Podemos concluir que el patrón de difracción de Fraunhofer es la transformada de Fourier de la función de amplitud sobre la pantalla difractora  $B(k_x, k_y)$ . (Malacara, 2015)

### Transformada discreta de Fourier

La transformada discreta de Fourier (DFT) para una señal  $x(n)$  la cual esta discretizada se define como:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad (7)$$

La constante compleja  $W_N$  se define como:

$$W_N = \exp\left(\frac{-j2\pi}{N}\right) \quad (8)$$

Y la matriz  $W_N^{kn}$  se expresa como:

$$W_N^{kn} = \exp \left[ \left( \frac{-j2\pi}{N} \right) kn \right] \quad (9)$$

donde  $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ . Se tendrá  $N$  valores discretos de la señal  $x(n)$  por lo que  $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  los cuales han sido muestreados a una frecuencia constante  $f_s = 1/T$ .  $T$  es el intervalo de tiempo de muestreo.  $W_N$  representa la raíz  $N$ -ésima de la unidad.

Tanto  $x(n)$  como  $X(k)$  representan dos vectores cuya representación matricial es la siguiente:

$$x(n) = \begin{pmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{pmatrix} \quad X(k) = \begin{pmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{pmatrix}$$

La DFT en forma matricial se puede representar así:

$$\begin{pmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^{22} & \dots & W_N^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & W_N^{(N-1)2} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Las unidades de la frecuencia dependen de las unidades que tenga  $T$ . Si  $T$  está en segundos,  $f_s$  estará expresada en *muestras/segundo*, y si  $T$  está en metros, entonces  $f_s$  tiene unidades de *muestras/metro*. (Rao et al, 2010).

### Transformada discreta de Fourier inversa

Si tenemos la transformada discreta de Fourier de una señal, usando la transformada discreta de Fourier inversa (IDFT) podemos obtener la señal original. Esta se define como:

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn} \quad (11)$$

Aquí también  $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ . Tanto la DFT como la IDFT se representan simbólicamente como:

$$x(n) \Leftrightarrow X(k) \quad (12)$$

Las  $N$  raíces de la unidad se puede representar gráficamente en el plano complejo. Para el caso de  $N = 8$  sería el siguiente:

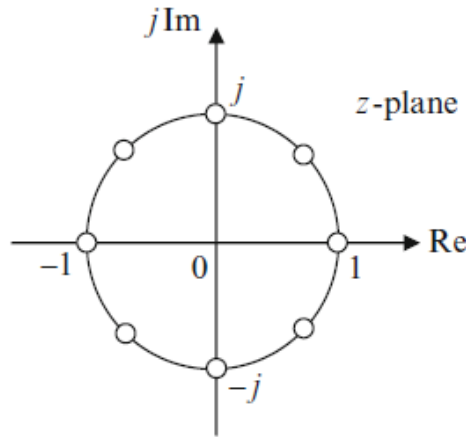


Figura 3: Representación de las ocho raíces de la unidad (Rao at al, 2010).

(Rao at al, 2010).

Para calcular la DFT se requerirán  $N^2$  multiplicaciones complejas. Sin embargo, al algoritmo se le puede mejorar su eficiencia al considerar la propiedad de periodicidad que tiene la DFT. Los algoritmos que son más eficientes se denominan transformada rápida de Fourier (FFT). Hay de dos tipos bastante conocidos, los de decimación del tiempo DIT y los de decimación de frecuencia DIF. También hay algoritmos de la FFT para base 2 y para otras bases.

### Algoritmo de decimación de frecuencia de base 2

El algoritmo eficiente de calcular la DFT consiste en dividir en partes y calcular para cada una de ellas la TF. Pero el algoritmo funciona para cualquier valor de  $N$  sino cuando  $N = r^p$ , donde  $r = 2$  y  $p$  es un número entero. El número  $r$  se conoce como la base de la FFT

$$F_n = \sum_{k=0}^{N/2-1} f_{2k} e^{i\frac{2\pi}{N/2}nk} + W^n \sum_{k=0}^{N/2-1} f_{2k+1} e^{i\frac{2\pi}{N}nk} \quad (13)$$

$$F_n = F_n^0 + W^n F_n^1,$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} = \sum_{\substack{k=0 \\ \text{pares}}}^{N-1} x(n) W_N^{nk} + \sum_{\substack{k=0 \\ \text{impares}}}^{N-1} x(n) W_N^{nk} \quad (14)$$

$$X(k) = \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2m) W_N^{2mk} + \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2m+1) W_N^{(2m+1)k}$$

Pero considerando que  $W_N^2 = W_{N/2}$ , por tanto, la transformada nos queda como:

$$X(k) = \sum_{m=0}^{N/2-1} x(2m) W_N^{nk} + W_N^k \sum_{m=0}^{N/2-1} x(2m+1) W_N^{nk}$$

$$X(k) = X_k = X_k^0 + W_N^k X_k^1 \quad (15)$$

Aquí,  $X_k^0$  y  $X_k^1$  representan la DFT de tamaño igual a  $N/2$  de  $x(2m)$  y  $x(2m+1)$ , respectivamente. Asimismo, ambas funciones con periodo igual a  $N/2$ , de tal forma que esta propiedad determina que cada una de estas transformaciones aparezca nuevamente cada de dos ciclos.

Si utilizamos estas propiedades de periodicidad obtenemos lo siguiente:

$$X\left(k + \frac{N}{2}\right) = X_{k+N/2} = X_k^0 - W_N^k X_k^1 \quad (16)$$

donde  $k = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1$ . Estas dos expresiones se pueden representar a través de un diagrama de flujo llamada de mariposa, tal como se presenta

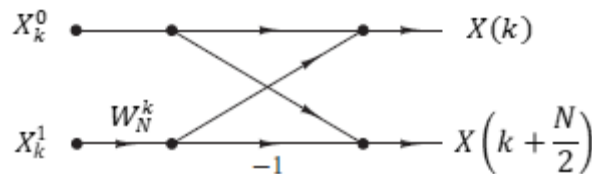


Figura 4: Figura Diagrama de mariposa (Proakis et al, 1998)

Si se sigue repitiendo este proceso esta división ahora para valores pares e impares de  $X_k^0$  y  $X_k^1$  y además considerando que cada función es periódica para  $k = N/4$

$$X_k^0 = X_k^{00} + W_{N/2}^k X_k^{01}$$



$$X_{k+N/4}^0 = X_k^{00} - W_{N/2}^k X_k^{01}$$

$$X_k^1 = X_k^{10} + W_{N/2}^k X_k^{11}$$

$$X_{k+N/4}^1 = X_k^{10} - W_{N/2}^k X_k^{11}$$

Ahora  $k = 0, 1, 2, \dots, N/4 - 1$ . Se puede observar en las expresiones anteriores que para calcular  $X_k^0$  y  $X_k^1$  se requiere  $N^2/4 + N/2$  multiplicaciones expresiones complejas. Adicionalmente se requiere  $N/2$  multiplicaciones complejas para determinar  $X(k)$ . Por tanto, en total se requiere solamente  $N^2/4 + N$  multiplicaciones complejas.

Es proceso de divisiones sucesivas se puede repetir hasta que una secuencia contenga una sola componente. Si  $N = r^p$  se tendrá que realizar  $p = \log_2 N$  veces. Por tanto, ahora solo se tendrá  $(N/2)\log_2 N$  multiplicaciones complejas y  $N\log_2 N$  sumas complejas.

Si continuamos con este proceso para el caso de diezmo de tiempo, en que  $N=8$ , se tiene lo siguiente:

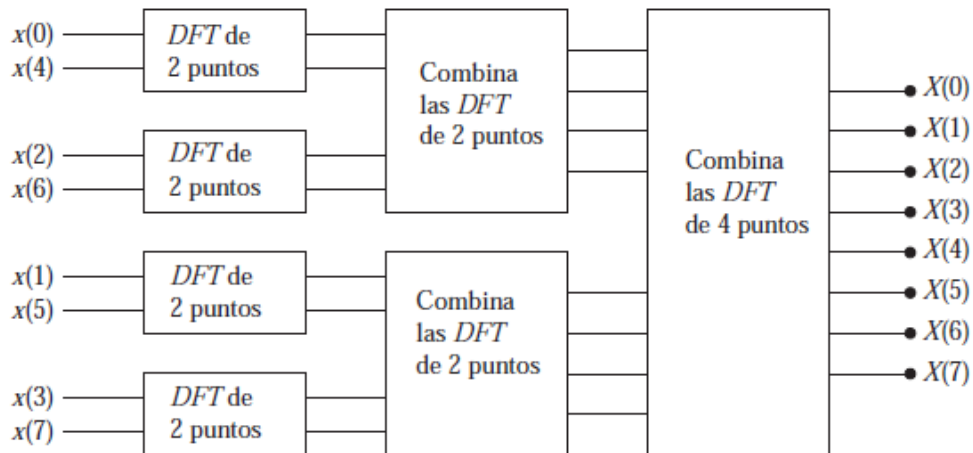


Figura 5: Cálculo de la DFT en tres etapas para  $N=8$  puntos de entrada (Proakis et al, 1998)

Aquí podemos apreciar que la determinación de la transformada de Fourier de la señal discreta compuesta por  $x(0), x(1), \dots, x(7)$  se realiza en tres etapas. Este proceso se realiza calculando cuatro DFT de dos puntos de entrada en la primera etapa, dos DFT

de cuatro puntos en su segunda etapa y finalmente una DFT de ocho puntos de entrada tal como se muestra en la figura anterior.

En la tabla siguiente se presenta la comparación del número de multiplicaciones complejas necesarias tanto para la DFT como para la FFT (Proakis et al, 1998)

Tabla 1: de comparación entre el número de operaciones de la DFT y la FFT (Proakis et al, 1998)

Número de puntos, $N$	Multiplicaciones complejas en el cálculo directo, $N^2$	Multiplicaciones complejas en el algoritmo FFT, $(N/2)\log_2 N$	Factor de mejora de la velocidad
4	16	4	4.0
8	64	12	5.3
16	256	32	8.0
32	1,024	80	12.8
64	4,096	192	21.3
128	16,384	448	36.6
256	65,536	1,024	64.0
512	262,144	2,304	113.8
1,024	1,048,576	5,120	204.8

El proceso, utilizando los diagrama de mariposa de combinación de las DFT, para el caso en que el número de puntos es  $N = 8$ .

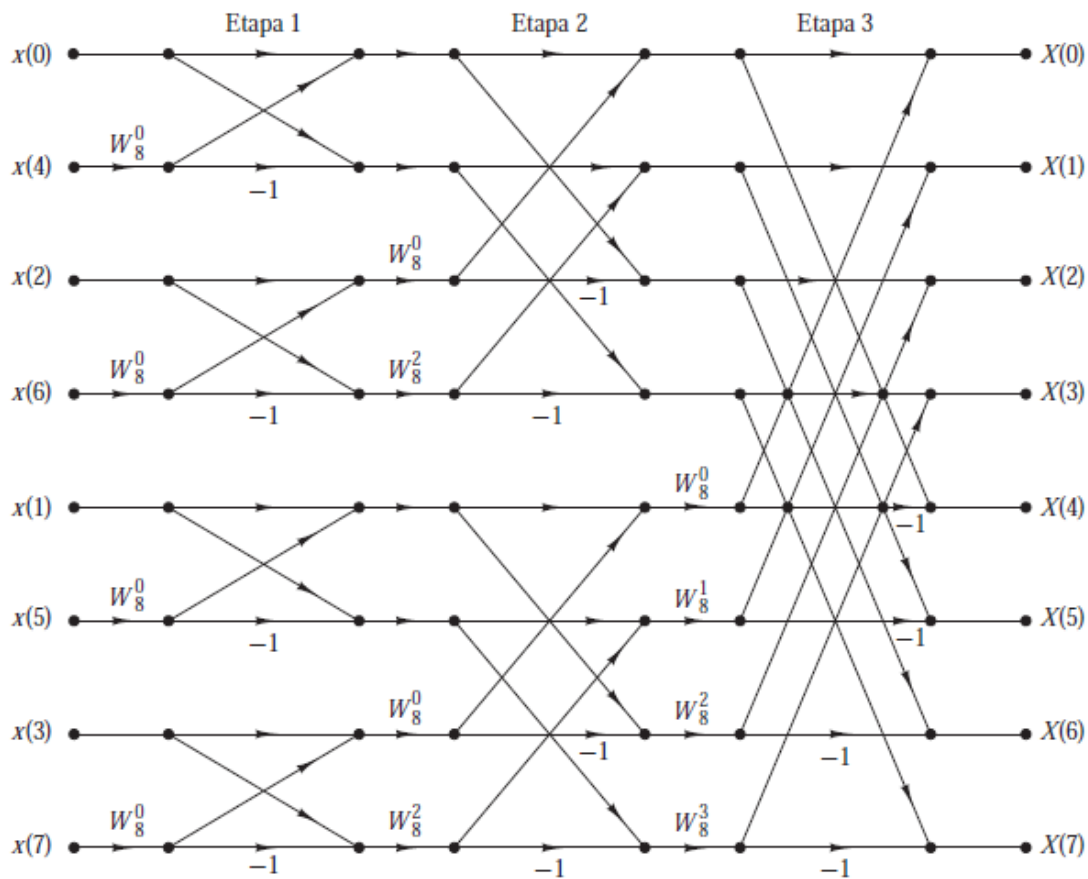


Figura 6: Diagrama de flujo general de la FFT de diezamiento temporal para N=8 (Proakis et al,1998)

### Cadena de Fibonacci

La cadena de Fibonacci tiene aplicaciones en diferentes áreas del conocimiento. En el caso de Física del Estado Sólido, se utiliza como una introducción para comprender la estructura de un cuasicristal unidimensional el cual no presente simetría de traslación. Esta secuencia fue descubierta por el matemático italiano Leonardo de Pisa (1720-1250), conocido como Fibonacci, cuando investigaba el crecimiento de una población de conejos. Esta serie de números que se conoce como cadena de Fibonacci, y tiene a los siguientes primeros números:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots \quad (17)$$

Cada número de esta cadena se obtiene a partir de los dos números inmediatos que le anteceden. La expresión de recurrencia que nos permite hallar cada número de la serie es la siguiente:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (18)$$

En esta serie, si tomamos la razón entre un número y su predecesor tiende al valor  $\lambda = 1,6180395\dots$ , conocido como número áureo. Es decir:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} \quad (19)$$

Si ahora definimos a dos segmentos, uno largo ( $L$ ) y otro corto ( $S$ ) como:  $F_n = S$  y  $F_{n+1} = L$ , cuando  $n$  tiende al infinito. Considerando ahora la propiedad de autosimilitud y utilizando la representación geométrica de ambos segmentos, llegamos a:

$$\lambda = \frac{L}{S} = \frac{L+S}{L} \quad (20)$$

Si hacemos  $x = L/S$  y  $S=1$  se determina la siguiente ecuación de segundo grado:

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad (21)$$

La cual tiene como una raíz positiva:

$$x_1 = \lambda = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180395 \dots \quad (22)$$

Como se ha indicado el segmento corto toma el  $S=1$  y el segmento largo toma el valor  $L = \lambda$ .



**Figura 7:** Segmentos corto y largo.

Para determinar la secuencia de Fibonacci se acostumbra a utilizar ciertas reglas de sustitución que operan como.  $L \rightarrow LS$  y  $S \rightarrow L$ . Si iniciamos el segmento corto  $L$ , con estas reglas la secuencia va creciendo al aplicar las reglas de forma recurrente. La cadena y su evolución para cada iteración se puede apreciar en la tabla 6.1.

También en esta tabla podemos apreciar como la razón del número largo  $L$  entre el número corto  $S$  por iteración, tiende al número áureo  $\lambda$ .

Podemos observar en la tabla 6.1 en la cadena de Fibonacci no se evidencia ninguno patron que se repita periódicamente. Asimismo, se afirma que la cadena de Fibonacci presenta autosimilaridad. Tambien se aprecia que cuando la cadena crece la razón aurea tiende a  $\lambda$  (Steurer y Deloudi, 2009).

**Tabla 6.1:** Iteraciones de la cadena de Fibonacci.

Iteración	Cadena de segmentos	Secuencia
0	L	1
1	LS	2
2	LSL	3
3	LSLLS	5
4	LSLLSLSL	8
5	LSLLSLSLLSLLS	13
6	LSLLSLSLLSLLSLSLLSLSL	21
7	LSLLSLSLLSLLSLSLLSLSLLSLLSLSLLSLLS	34

La primera estructura cuasicristalina que se estudia es la unidimensional, tiene como modelo a la cadena de Fibonacci. En cada punto de coincidencia entre los segmentos se ubica un punto de red que no servirá para la simulación computacional. Así,

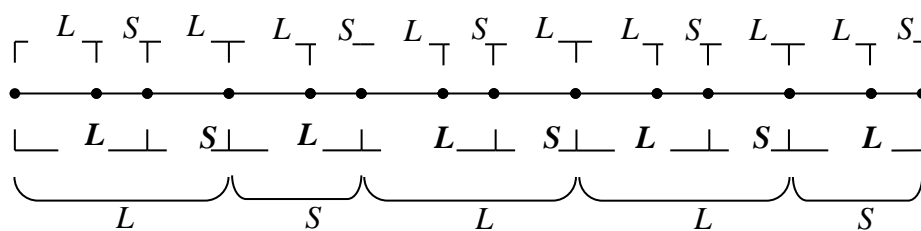


Figura 8: Estructura cuasiperiódica unidimensional donde se observa que presenta autosimilaridad. Siempre se observa la misma estructura a diferentes escalas.

Podemos determinar la posición del  $n$ ésimo punto de la red de Fibonacci utilizando la siguiente ecuación (Janot, 1994)

$$x_n = S \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda} \text{Entero} \left[ \frac{n+1}{\lambda} \right] \right\} \quad (22)$$

Se utilizará un programa computacional para determinar estas posiciones.

## **CAPÍTULO III: HIPÓTESIS Y VARIABLES**

### **3.1 Hipótesis General**

“Si se puede determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci para diferentes frecuencias de muestreo a través de la simulación computacional”.

#### **Hipótesis específicas**

- Se puede diseñar computacionalmente la red de Fibonacci
- Si se puede diseñar computacionalmente la función densidad discreta para la red de Fibonacci.
- Si se puede determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci aplicando transformada rápida de Fourier unidimensional a su función densidad.

### **3.2 Definición conceptual de las variables**

Las variables consideradas en la hipótesis general, se definen conceptualmente, tal como a continuación se indica:

#### **Variable independiente**

Frecuencia de muestreo.

#### **Variable dependiente**

Patrón de difracción del cuasicristal de Fibonacci

### 3.3 Operacionalización de las variables

Variable	Dimensiones	Indicadores	Índices	Método	Técnica
<b>Dependiente</b> Patrón de difracción del cuasicristal de Fibonacci	<ul style="list-style-type: none"> <li>Red de Fibonacci</li> <li>Función densidad <math>\rho(x)</math></li> <li>Transformada de Fourier</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estructura de red discreta</li> <li>Función densidad de masa discreta</li> <li>Transformada de Fourier de <math> \tilde{\rho}(x) ^2</math></li> </ul>	Distribución de puntos cuasiperiódico $\rho(x)$ es discreta $ \tilde{\rho}(x) ^2$ es discreta presenta autosimilitud	Analítico	Computacional
<b>Independiente</b> Frecuencias de muestreo	Intervalo de tiempo constante	<ul style="list-style-type: none"> <li>Frecuencia de muestreo constante</li> </ul>	Cambio discreto de la frecuencia	Analítico	Computacional

## CAPÍTULO IV: DISEÑO METODOLÓGICO

### 4.1 Tipo y diseño de la investigación

**Según el objetivo del estudio:** El tipo de investigación es Básica ya que el objetivo del presente trabajo es conocer los patrones de difracción de la red de Fibonacci

**Diseño de investigación** constituye en primer lugar en generar la función densidad de la red de Fibonacci y luego la aplicación de la transformada de Fourier que da cuenta del Patrón de difracción.

**Según los datos empleados:** Cuantitativa ya que las variables son cuantitativas fueron simuladas computacionalmente tanto para determinar la transformada de Fourier de la red de Fibonacci.

### 4.2 Método de investigación

La estrategia utilizada fue hacer coincidir una red de mayor densidad de puntos red, coincida bajo cierta aproximación, con la red de Fibonacci la cual no guarda

regularidad al no tener un parámetro de red constante. Se ajustó ambas redes a la frecuencia de adquisición de los datos. Este fue el único camino que permitió una función densidad de parámetro constante a la cual se le aplicó la transformada de Fourier a la función densidad que a su vez constituye el patrón de difracción objeto de este trabajo de investigación.

La red unidimensional utilizando los puntos de unión entre la secuencia segmentos que conforman la secuencia de Fibonacci sirvió para construir la función densidad. Estos puntos de red, así determinados, sirvieron para la ubicación de los átomos en cada punto de red. Cada punto de la red fue calculado computacionalmente utilizando la ecuación (22), así como el programa computacional **fibonacci.f90**, que se adjunta en el apéndice.

Utilizando la red de Fibonacci se ha construyó la función densidad, a partir de muestrear la distribución de masa para tres pasos constantes de 0,01, 0.05 y 0.003125 Al no haber periodicidad se determinó, de forma aproximada, la posición de cada átomo de la distribución unidimensional. Se asignó el valor de la densidad igual a 1 en la ubicación de un átomo y se le asignó a esta función el valor 0 para puntos fuera de las posiciones de los átomos. Las funciones discretas de densidad para la red de Fibonacci se representan en las gráficas de las Figuras 9, 11 y 13.

Se determinó la transformada de Fourier para tres funciones densidad de la red de Fibonacci (ver figuras 10, 12 y 14) para lo cual se utilizó el programa computacional **DFTC.f90** (Apéndice).

### **4.3 Población y muestra**

Dado que esta es una investigación teórica, no se ha definido una población consecuentemente no se ha tomado muestra utilizando algún instrumento de medida.

### **4.4 Lugar de estudio**

El lugar de estudio del presente trabajo es en la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao-Trabajo Remoto.



#### **4.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos**

No se ha utilizado instrumentos de medida por lo tanto no se utilizado ninguna técnica de recolección de datos, toda vez que la investigación no es experimental.

#### **4.6 Análisis y procedimientos de datos**

No se ha realizado análisis de datos experimentales y el procesamiento de datos fue utilizando una computadora, lenguajes de programación y software de traficación.

## CAPÍTULO V: RESULTADOS

### 5.1 Resultados descriptivos.

No aplica

### 5.2 Resultados inferenciales

No aplica

### 5.3 Otro tipo de resultados

Función densidad discreta compuesta de 680 pares de valores. La frecuencia de muestreo utilizada de 100 muestras por unidad de longitud, figura (9). El patrón de difracción utilizando la transformada de Fourier de esta función se presenta en la figura (10)

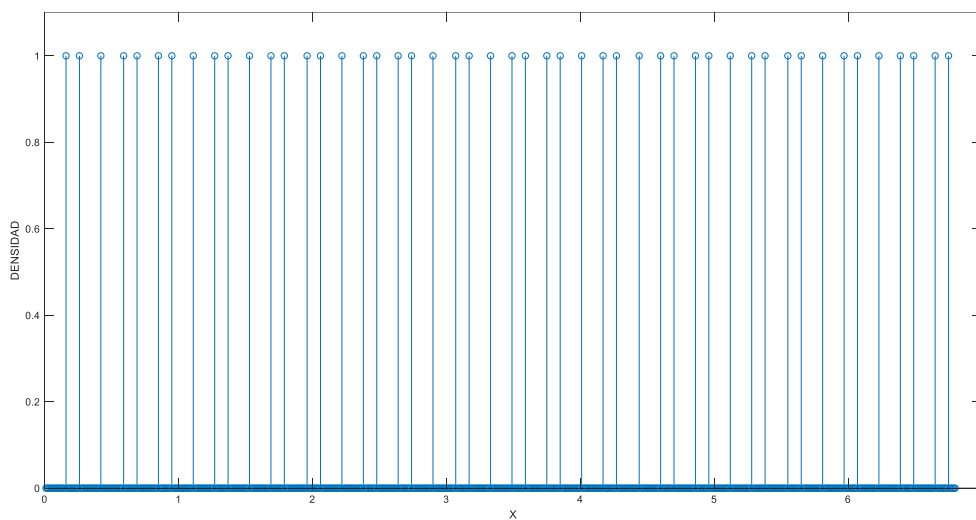


Figura (9): Función densidad con razón de muestreo de 100 muestras unidad de longitud

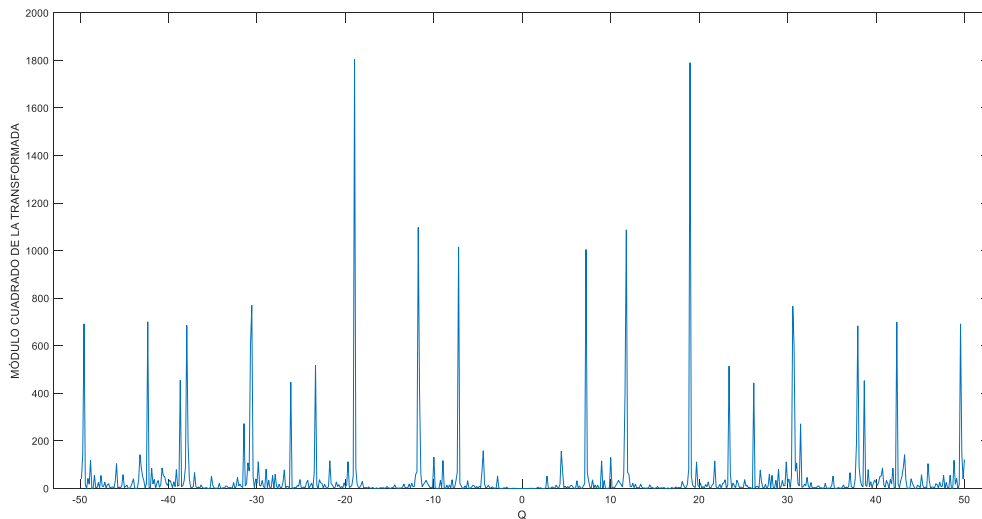


Figura (10): Patrón de difracción de la función densidad discretizada a una razón de muestreo de 100 muestras unidad de longitud

5.2 Función densidad discreta compuesta de 680 pares de valores. La frecuencia de muestreo utilizada de 200 muestras por unidad de longitud, figura (11). El patrón de difracción utilizando la transformada de Fourier de esta función se presenta en la figura (12)

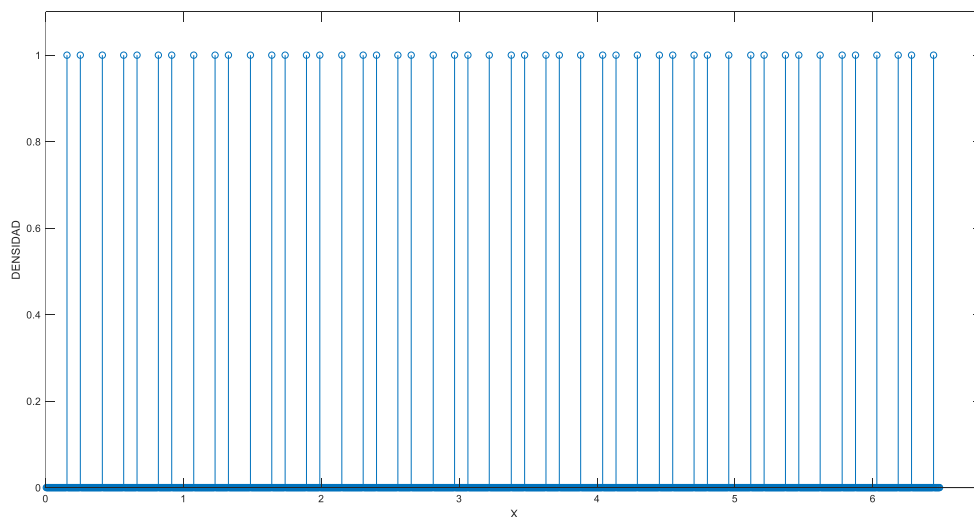


Figura (11): Función densidad con razón de muestreo de 200 muestras unidad de longitud

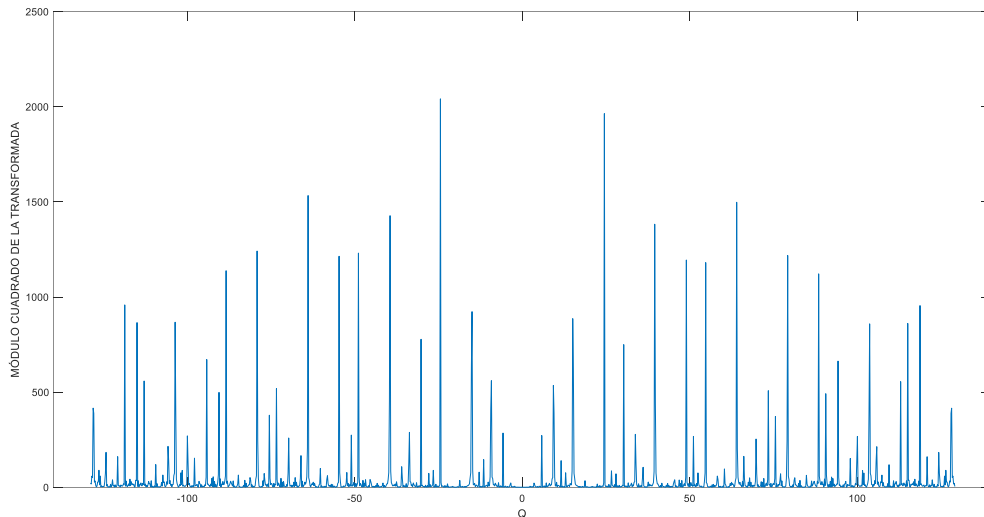


Figura (12): Patrón de difracción de la función densidad discretizada a una razón de muestreo de 200 muestras unidad de longitud

5.3 Función densidad discreta compuesta de 680 pares de valores. La frecuencia de muestreo utilizada de 320 muestras por unidad de longitud, figura (13). El patrón de difracción utilizando la transformada de Fourier de esta función se presenta en la figura (14)

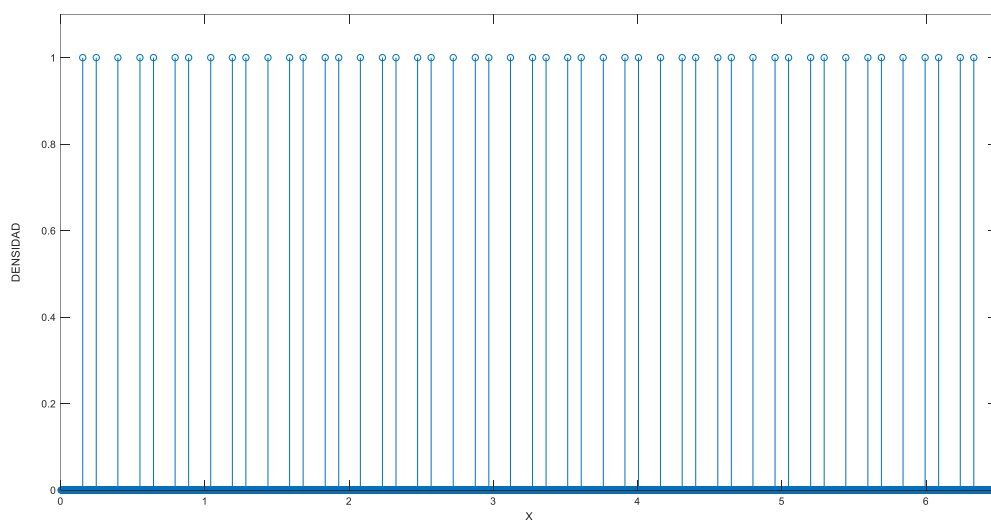


Figura (13): Función densidad con razón de muestreo de 320 muestras unidad de longitud

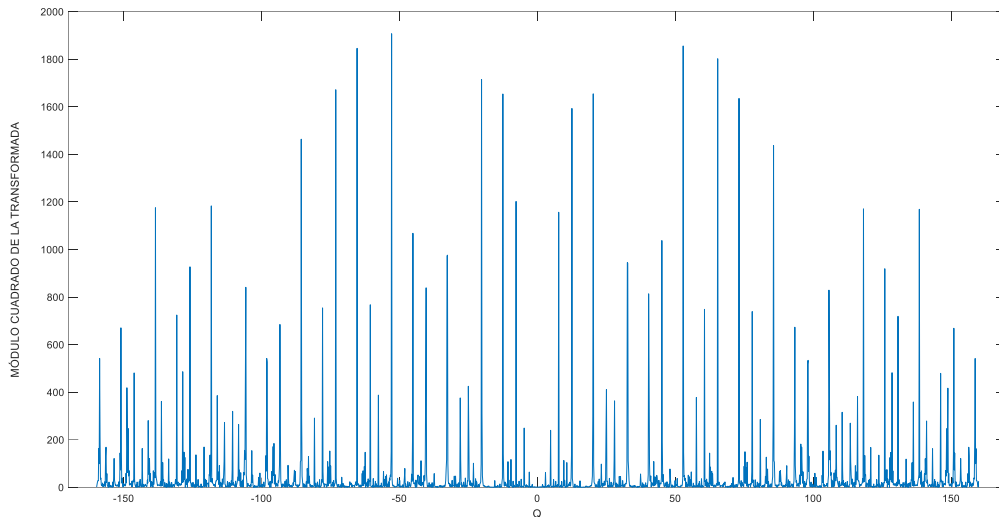


Figura (14): Patrón de difracción de la función densidad discretizada a una razón de muestreo de 320 muestras unidad de longitud

## CAPÍTULO VI: DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Comparando las funciones discretas de la función densidad, representadas en las figuras 9, 11 y 13 se observa que el dominio de estas graficas se aproximan a causa que se ha mantenido constante el número de datos, variándose solamente el numero de muestras por unidad de longitud. Esto garantizó que se interpolen mas valores en este dominio.

En las gráficas 10, 12 y 14 se observa que los patrones son discretos y que los picos que lo componen se distribuyen de forma densa en todo el espacio unidimensional. También se observa que estos patrones no presentan ninguna simetría de traslación, sin embargo, podemos observar la autosimilitud.

También se observa en los patrones de difracción de las gráficas tienen una distribución de picos de forma centro simétricas.

## **CONCLUSIONES**

Computacionalmente se puede construir una red de Fibonacci para cualquier razón de muestreo.

Que computacionalmente se puede construir una función de distribución de masa discreta unitaria necesaria para la determinación de patrones de difracción

Que la técnica de muestreo en un cuasicristal que no tiene regularidad es apropiada para aplicar la transformada de Fourier.

## **RECOMENDACIONES**

Utilizar una computadora de alta eficiencia en el cálculo numérico para obtener patrones de difracción con menor error.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Shechtman D et al. (1984). Metallic Phase with Long-Range Orientational Order and No Translational Symmetry. Phys. Rev. Lett. 53 1951

Steurer, W. (2012). Why are quasicrystals quasiperiodic? Chemical Society Reviews 41: 6719–6729.

N. de Bruijn. (1981). “Algebraic theory of Penrose’s non-periodic tiling of the plane. I,” Ned. Akad. Wet. Proc. Ser. A, vol. 43, pp. 39–66.

M. de Boissieu. (2005). Quasicrystals. Encyclopedia of Condensed Matter Physics,

P. Kramer and R. Neri, “On periodic and non-periodic space fillings of em obtained by projection,” Acta Cryst., vol. A40, pp. 580–587, 1984

Malacara, Daniel (2015) Óptica básica. México. Editorial Fondo de Cultura Económica. Tercera edición.

Rao K.R.; Kim D.N. Hwang J.J. (2010). Fast Fourier Transform: Algorithms and Applications. New York. Springer Dordrecht Heidelberg London

Proakis, John G. & Manolakis, Dimitris G. (1998): Tratamiento digital de señales - Principios, algoritmos, y aplicaciones , Madrid. Tercera Edición, Prentice Hall.

**W. Steurer, S. Deloudi; Published 7 September 2009;** Materials Science. Concepts.- Tilings and Coverings.- Polyhedra and Packings.

JANOT C, Quasicrystals A Primer, Oxford Science Publication, London, 1994.

P. Kramer and R. Neri, “On periodic and non-periodic space fillings of em obtained by projection,” Acta Cryst., vol. A40, pp. 580–587, 1984

Malacara, Daniel (2015) Óptica básica. México. Editorial Fondo de Cultura Económica. Tercera edición.

**ANEXOS:**

**MATRÍZ DE CONSISTENCIA**

**Título: SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DEL PATRÓN DE DIFRACCIÓN DE LA RED DE FIBONACCI PARA DIFERENTES FRECUENCIAS**

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPOTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADOR	ESCALA	METODOLOGIA
<p><b>General</b> ¿Se puede determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci para diferentes frecuencias de muestreo, a través de la simulación computacional?</p> <p><b>Problemas específicos</b> a) ¿Se puede diseñar computacionalmente la red de Fibonacci? b) ¿Es posible diseñar computacionalmente la función densidad discreta para la red de Fibonacci? c) ¿Se puede determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci aplicando transformada rápida de Fourier unidimensional a su función densidad?</p>	<p><b>Objetivo General</b> Determinar a través de la simulación computacional el patrón de difracción de la red de cuasicristal de Fibonacci, para diferentes frecuencias de muestreo.</p> <p><b>Objetivos específicos</b> a) Diseñar computacionalmente la red de Fibonacci. b) Diseñar un programa computacionalmente la función densidad discreta para la red de Fibonacci. c) Determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci aplicando transformada rápida de Fourier unidimensional a su función densidad.</p>	<p><b>Hipótesis general</b> Si se puede determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci para diferentes frecuencias de muestreo a través de la simulación computacional</p> <p><b>Hipótesis específicas</b> a) Se puede diseñar computacionalmente la red de Fibonacci. b) Si se puede diseñar computacionalmente la función densidad discreta para la red de Fibonacci. c) Si se puede determinar el patrón de difracción de la red de Fibonacci aplicando transformada rápida de Fourier unidimensional a su función densidad.</p>	<p><b>Variable Dependiente</b> Patrón de difracción del cuasicristal de Fibonacci</p> <p><b>Variable independiente</b> Frecuencia de muestreo.</p>	<p>a) <b>Dependientes</b> Red de Fibonacci b) Función densidad <math>\rho(x)</math> c) Transformada de Fourier</p> <p><b>Independientes</b> Frecuencia de muestreo constante</p>	<p><b>Dependientes</b> Estructura de red discreta Función densidad de masa discreta Transformada de Fourier de <math> \tilde{\rho}(x) ^2</math></p> <p><b>Independientes</b> Frecuencia de muestreo constante</p>	<p>Cuantitativa</p> <p>Cuantitativa</p>	<p>Microfit 4.1 Combase</p> <p>Uso del modelo de Gompertz modificado</p> <p>Modelo de Bigelow Combase</p>

**Autor:** Rolando Alva



## Programada que determina la red de Fibonacci unidimensional

```
PROGRAM fibonacci
IMPLICIT NONE
REAL:: tao,h,a,c
INTEGER:: n,j,n1,b
REAL, DIMENSION(1:6000)::xn
open(7,FILE='tarchiv.dat') ! Coordenadas t de la funcion densidad
open(8,FILE='xarchiv.dat') ! Coordenadas x de la funcion densidad
! open(9,FILE='archv.dat') ! Coordenadas x de la red de Fibonacci
! open(10,FILE='archv1.dat') ! Coordenadas y de la red de Fibonacci
OPEN(5,FILE='R1.dat')

xn=0.0
tao=(1.+SQRT(5.))/2. ! tambien es =2cos36°

!KIND=2

DO n=1,50      !N1
  b=INT((n+1)/tao)
  a=(n+b/tao)
  c=a*10.      !!!!!
  n1=Anint(c)
  xn(n1)=1.0

  WRITE(5,*)a,n1,xn(n1)
  if (n==50) then
    write(*,*)n1
  endif
  if (n==1) then
    write(*,*)n1
  endif
END DO

h=0.001

do j=1,680!N2
  WRITE(7,*)j*h !Escribe las X
  WRITE(8,*)xn(j) !Escribe las Y
end do
end program
```

## Transformada discreta de Fourier unidimensional para datos reales.

```
PROGRAM DFTC
IMPLICIT NONE
REAL:: PI,A,B,delta
REAL:: E,ZM(12000)
```

```

REAL:: H(12000),f(12000),D
COMPLEX:: W,Wnj,ST,SI
COMPLEX:: RH
INTEGER:: P,n,NT,j,k
OPEN (3,FILE='C:\MSDEV\PROJECTS\proyecto\xarchiv.DAT') ! Tiene las Y para procesar
WRITE(*,*)'INGRESE N,delta'
READ(*,*)NT,delta
PI=3.14159265358979323846
DO J=0,NT-1
  READ(3,*)h(J)
  IF(j.LE.NT/2)THEN
    f(J)=j/(NT*delta) ! El vector de onda
    ! WRITE(*,*)f(j)
  ELSE
    f(j)=-f(NT-j)
    ! WRITE(*,*)f(j)
  ENDIF
END DO
! -----
A=(2.*PI)/NT
B=SIN(A)
A=COS(A)
W=CMPLX(A,B)
DO n=0,NT-1
  ST=(0,0)
  DO j=0,NT-1
    P=n*j
    Wnj=W**P
    SI=Wnj*h(j)
    ST=ST+SI
  END DO
  Rh=ST
  D=REAL (RH)
  E=AIMAG(RH)
  ZM(n)=(D**2+E**2)
END DO
OPEN (6,FILE='f.DAT') ! Tiene las x de la Transformada
OPEN (4,FILE='transformada.DAT') ! Tiene las Y de la Transformada
DO k=0,NT-1
  IF (k.LE.NT/2-2)THEN

    WRITE(6,*)-f(NT/2-1-k)
    WRITE(4,*)ZM(NT/2+1+k)
  ELSE
    WRITE(6,*)f(-NT/2+1+k)
    WRITE(4,*)ZM(-NT/2+1+k)
  END IF
END DO
END PROGRAM

```



-----  
Mg. Rolando Juan Alva Zavaleta  
Docente Asociado TC40 Cod: 2288  
DNI: 17993505