

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**  
**ESCUELA DE POSGRADO**  
**UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA**  
**ELECTRICA Y ELECTRONICA**



**“MODELADO Y CONTROL DE TIEMPO FINITO EN UN  
SISTEMA DE NIVEL Y TEMPERATURA EN UN PROCESO  
INDUSTRIAL DE MEZCLA DE LÍQUIDOS”.**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE DOCTOR EN  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Autor: ELÍAS JOSUÉ ALBA MEJÍA**  
**Asesor: Dr. Ing. JACOB ASTOCONDOR VILLAR**

**LINEA DE INVESTIGACION: INGENIERIA DE CONTROL**

**Callao, 2024**  
**PERÚ**

# TESIS DOCTORAL DEL DOCENTE ALBA MEJIA



**5%**  
Textos sospechosos



**5% Similitudes**  
< 1% similitudes entre comillas  
0% entre las fuentes mencionadas (ignorado)  
**6% Idiomas no reconocidos (ignorado)**

**Nombre del documento:** TESIS DOCTORAL DEL DOCENTE ALBA MEJIA.pdf  
**ID del documento:** 36c5206362c58821a3a2348886cc85fe03c12458  
**Tamaño del documento original:** 1,65 MB

**Depositante:** FIEE PREGRADO UNIDAD DE INVESTIGACION  
**Fecha de depósito:** 10/7/2024  
**Tipo de carga:** interface  
**fecha de fin de análisis:** 10/7/2024

**Número de palabras:** 17.344  
**Número de caracteres:** 121.204

Ubicación de las similitudes en el documento:



## Fuentes de similitudes

### Fuentes principales detectadas

Nº	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	<a href="https://archive.org/download/ogata-sistemas-de-control-en-tiempo-discreto-2/Ogata_Sistemas_de_...">archive.org</a> 1 fuente similar	3%		🔗 Palabras idénticas: 3% (687 palabras)
2	<a href="http://repositorio.unac.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12952/6321/TESIS_DOCTOR_CUZCANO_FIE...">repositorio.unac.edu.pe</a>	2%		🔗 Palabras idénticas: 2% (340 palabras)

**Fuentes ignoradas** Estas fuentes han sido retiradas del cálculo del porcentaje de similitud por el propietario del documento.

Nº	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	<a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Fluido">es.wikipedia.org</a>   Fluido - Wikipedia, la enciclopedia libre	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (65 palabras)
2	<a href="http://es.wikipedia.org/wiki/Fluido">es.wikipedia.org</a>   Fluido - Wikipedia, la enciclopedia libre	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (65 palabras)
3	<a href="https://repositorio.uni.edu.pe/bitstream/20.500.14076/157/1/aquize_pr.pdf">repositorio.uni.edu.pe</a>	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (46 palabras)
4	<a href="http://cybertesis.uni.edu.pe/bitstream/20.500.14076/157/1/aquize_pr.pdf">cybertesis.uni.edu.pe</a>	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (46 palabras)
5	<a href="https://dl.acm.org/doi/10.1109/ICMTMA.2011.191">dl.acm.org</a>   Compound Fuzzy PID Level Control System Based on WinCC and MATL...	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (26 palabras)
6	<a href="https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/18473/MAURTUA_MORALES_A...">tesis.pucp.edu.pe</a>	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (20 palabras)
7	<a href="https://repositorio.uni.edu.pe/handle/20.500.14076/157">repositorio.uni.edu.pe</a>   Repositorio Institucional - UNI: Implementación de un sist...	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (11 palabras)
8	<a href="https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/7032/tesis478.pdf?sequence=1">repository.javeriana.edu.co</a>	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (14 palabras)
9	<b>PT CHAVEZ FERNANDEZ RAMOS.pdf</b>   PT CHAVEZ FERNANDEZ RAMOS #c8f76a 📖 El documento proviene de mi biblioteca de referencias	< 1%		🔗 Palabras idénticas: < 1% (10 palabras)

## INFORMACION BASICA

**Facultad:** Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

**Unidad de Investigación:** Unidad de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

**Título:** “Modelado y control de tiempo finito de un sistema de nivel y temperatura en un proceso industrial de mezcla de líquidos”

**Autor:**

**Nombre y Apellidos:** Elias Josué Alba Mejia

**Código ORCID:** 0000-0002-9796-7167

**DNI:** 25830601

**Asesor:**

**Nombre y Apellidos:** Jacob Astocondor Villar

**Código ORCID:** 0000-0003-1422- 4200

**DNI:** 09020032

**Lugar de ejecución:** Laboratorio de Control y Automatización de la Universidad Nacional de Callao

**Tipo de investigación:** Investigación científica Aplicada

**Unidad de análisis:** Planta de Proceso Industrial.

**Enfoque:** Cuantitativo

**Diseño de investigación:** Experimental

**Tema OCDE:** Sistema de Control

## HOJA DE REFERENCIA DEL JURADO

Dr. ADAN AMILCAR TEJADA CABANILLAS	: PRESIDENTE
Dr. SANTIAGO LINDER RUBIÑOS JIMENEZ	: SECRETARIO
Dr. ABELINO BERNARDINO CUZCANO RIVAS	: MIEMBRO
Dr. FERNANDO MENDOZA APAZA	: MIEMBRO
Dr. JACOB ASTOCONDOR VILLAR	: ASESOR
N° DE ACTA	: 05
N° DE LIBRO	: 01
ACTA FOLIO N°	: 141
FECHA DE APROBACION	: 24 de Abril del 2024
RESOLUCIÓN DIRECTORAL	: N° 030-2024-DUPFIEE

## **DEDICATORIA**

A mi querida madre María Magdalena Mejía Ramos

## **AGRADECIMIENTO**

Mi agradecimiento a dios por darme una oportunidad, en encontrarlo en mi vida y ser mi guía que permite realizar esta investigación científica.

Un agradecimiento especial al Dr. JACOB ASTOCONDOR VILLAR por su apoyo incondicional en desarrollo de la Tesis.

## ÍNDICE

ÍNDICE .....	1
ÍNDICE DE TABLAS .....	4
INDICE DE FIGURAS .....	5
RESUMEN .....	6
ABSTRACT .....	7
RESUMO .....	8
INTRODUCCIÓN .....	9
I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	11
1.1 Descripción de la realidad problemática .....	11
1.2 Formulación del problema.....	12
1.2.1 Problema General .....	12
1.2.2 Problemas específicos .....	12
1.3 Objetivos de la investigación.....	12
1.3.1 Objetivo General.....	12
1.3.2 Objetivos específicos.....	12
1.4 Justificación de la investigación .....	13
1.4.1 Justificación teórica .....	13
1.4.2 Justificación metodológica.....	13
1.4.3 Justificación social.....	13
1.4.4 Justificación tecnológica.....	14
1.4.5 Justificación económica.....	14
1.4.6 Justificación institucional .....	14
1.5 Delimitantes de la investigación.....	14
1.5.1 Delimitante teórica.....	14
1.5.2 Delimitante Temporal .....	15
1.5.3 Delimitante Espacial .....	15
II. MARCO TEÓRICO .....	16
2.1 Antecedentes .....	16
2.1.1 Antecedentes Internacionales .....	16
2.1.2 Antecedentes nacionales .....	16

2.2	Bases teóricas .....	18
2.2.1	Fundamentos filosóficos.....	18
2.2.2	Modelos matemáticos del sistema de nivel .....	19
2.2.3	Modelo Matemático del Sistema Térmico.....	32
2.2.4	Modelo Matemático del Sistema de Nivel y Temperatura .....	38
2.2.5	Control de Tiempo Finito .....	45
2.2.6	Estabilidad del Sistema .....	49
2.2.7	Diseño del Controlador de Tiempo Finito .....	50
2.2.8	Aplicación .....	53
2.3	Conceptual.....	59
2.3.1	Definición de Fluido .....	59
2.3.2	Sistemas Térmicos .....	65
2.4	Definición de términos básicos .....	68
III.	HIPOTESIS Y VARIABLES .....	70
3.1	Hipótesis .....	70
3.1.1	Hipótesis general.....	70
3.1.2	Hipótesis específicas .....	70
3.1.3	Definición conceptual de las variables.....	71
IV.	DISEÑO METODOLOGICO .....	72
4.1	Tipo de diseño de investigación.....	72
4.2	Método de investigación .....	72
4.3	Población y muestra.....	74
4.4	Lugar de estudio y periodo desarrollado .....	74
4.5	Técnicas e instrumentos para la recolección de la información .....	74
4.6	Análisis y procesamiento de datos.....	75
V.	RESULTADOS .....	76
5.1	Resultados descriptivos .....	76
5.2	Resultados inferenciales .....	78
VI.	DISCUSION DE RESULTADOS .....	80
6.1	Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados .....	80
6.1.1	Contrastación de la hipótesis específica 1 .....	80
6.1.2	Contrastación de hipótesis específica 2 .....	81
6.1.3	Contrastación de hipótesis específica 3 .....	81



6.2	Responsabilidad ética de acuerdo con los reglamentos vigentes.....	82
VII.	CONCLUSIONES.....	83
VIII.	RECOMENDACIONES .....	84
IX.	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	85
	ANEXOS .....	86
	ANEXO 1: Programas en MATLAB.....	87
	ANEXO 2: Matriz de Consistencia .....	99

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b>	Valores de Kv para varios tipos de válvulas .....	21
<b>Tabla 2</b>	Las funciones que representan el comportamiento .....	22
<b>Tabla 3</b>	Variables Internas de la electroválvula.....	25
<b>Tabla 4</b>	Valores característicos del sistema tanque de nivel.....	31
<b>Tabla 5</b>	Valores característicos del sistema térmico. ....	37
<b>Tabla 6</b>	Valores característicos del sistema nivel y térmico. ....	40
<b>Tabla 7</b>	Parámetros de la función de transferencia del tercer tanque. ....	44
<b>Tabla 8</b>	Funciones de transferencia de los tres tanques. ....	45
<b>Tabla 9</b>	Características de las variables .....	71

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b>	Sistema de control multivariable .....	13
<b>Figura 2.</b>	Válvula de apertura .....	20
<b>Figura 3.</b>	Comportamiento lineal del caudal en función .....	22
<b>Figura 4.</b>	Circuito electromecánico de un motor DC. ....	23
<b>Figura 5.</b>	Simulación de apertura de válvula .....	25
<b>Figura 6.</b>	Medida del sensor ultrasónico. ....	26
<b>Figura 7.</b>	Sensores ultrasónicos HC-SR04 y HY-SRF05.....	27
<b>Figura 8.</b>	Conectando el sensor de distancia HC-SR04. ....	28
<b>Figura 9.</b>	Sistema de control de nivel. ....	29
<b>Figura 10.</b>	Curva del sistema de nivel. ....	32
<b>Figura 11.</b>	Sensor de Temperatura NTC – PTC .....	33
<b>Figura 12.</b>	Modelo del sistema térmico. ....	34
<b>Figura 13.</b>	Respuesta temporal del sistema térmico.....	37
<b>Figura 14.</b>	Esquema del sistema de nivel y temperatura. ....	38
<b>Figura 15.</b>	Comportamiento del nivel del tercer tanque. ....	45
<b>Figura 16.</b>	Sistema de control muestreado. ....	46
<b>Figura 17.</b>	Sistema de control discreto en lazo cerrado.....	47
<b>Figura 18.</b>	Respuesta step en lazo cerrado. ....	58
<b>Figura 19.</b>	Señal de control en lazo cerrado. ....	59
<b>Figura 20.</b>	Deformación de un fluido por acción de una fuerza cortante .....	60
<b>Figura 21.</b>	Movimiento de fluido laminar. ....	62
<b>Figura 22.</b>	Movimiento de fluido turbulento. ....	62
<b>Figura 23.</b>	Flujo másico a través de un tubo de corriente. ....	63
<b>Figura 24.</b>	Flujo a través de una tubería. ....	64
<b>Figura 25.</b>	Aumento del movimiento interno de las partículas. ....	66
<b>Figura 26.</b>	Circuito resistivo de generación de calor. ....	68
<b>Figura 27.</b>	Respuesta step para calibración de la ganancia de tanques. ....	74
<b>Figura 28.</b>	Respuesta step en lazo abierto del tanque 3 nivel. ....	76
<b>Figura 29.</b>	Respuesta step en lazo abierto del tanque 3 temperatura. ....	77
<b>Figura 30.</b>	Respuesta step en lazo abierto del tanque 3 temperatura. ....	78
<b>Figura 31.</b>	Respuesta step del tanque 3 nivel y temperatura. ....	80

## RESUMEN

La presente tesis doctoral corresponde al área de la ingeniería aplicada, se plantea el desarrollo de control de tiempo finito aplicando a un sistema de mezcla de líquidos y control de las variables de nivel y temperatura. Los sistemas de nivel de agua son un equipo común en muchas industrias, aunque PLC con controladores clásicos incorporados son suficientes para muchas aplicaciones, sin embargo, a veces se requiere mayor precisión en la performance del sistema de control y por lo tanto los controladores basados en el control por computadora son una solución. Lo más importante en el sistema de control digital y que nos ofrece dos alternativas de diseño, uno concerniente al control por rediseño, es decir, es importante diseñar previamente un controlador de tiempo continuo de máxima performance, y por métodos de integración numérica se realiza la aproximación del controlador digital. Mientras que esta la otra opción denominada control digital directo cuya metodología se basa en diseñar un controlador enteramente digital como es el caso del control de tiempo finito que asegure una alta performance en el control de la mezcla de solución que es propuesto en la presente tesis.

Palabras claves: Modelo, Control tiempo finito, Control de temperatura y nivel.

## **ABSTRACT**

This doctoral thesis corresponds to the area of applied engineering, the development of finite time control is proposed applying to a liquid mixing system and control of level and temperature variables. Water level systems are common equipment in many industries, although PLC with built-in classical controllers is sufficient for many applications, however, higher precision in control system performance is sometimes required and therefore controllers based on computer control are a solution. The most important thing in the digital control system and that offers us two design alternatives, one concerning control by redesign, that is, it is important to previously design a maximum performance continuous time controller, and by numerical integration methods the digital controller approximation. While there is the other option called direct digital control whose methodology is based on designing an entirely digital controller as is the case of finite time control that ensures high performance in the control of the solution mixture that is proposed in this thesis.

Keywords: Model, Finite time control, Temperature and level control.

## RESUMO

Esta tese de doutorado corresponde à área de engenharia aplicada, propõe o desenvolvimento de controle de tempo finito aplicado a um sistema de mistura de líquidos e controle de variáveis de nível e temperatura. Os sistemas de nível de água são equipamentos comuns em muitas indústrias, embora PLC com controladores clássicos integrados sejam suficientes para muitas aplicações, porém, às vezes é necessária maior precisão no desempenho do sistema de controle e, portanto, controladores baseados em controle computacional são uma solução. O mais importante no sistema de controle digital é que ele nos oferece duas alternativas de projeto, uma referente ao controle por redesenho, ou seja, é importante projetar previamente um controlador de tempo contínuo com desempenho máximo, e por métodos de integração numérica a abordagem do controlador digital. Embora exista a outra opção denominada controle digital direto cuja metodologia se baseia no projeto de um controlador totalmente digital como é o caso do controle em tempo finito que garante alto desempenho no controle da mistura de soluções que é proposto nesta tese.

Palavras-chave: Modelo, Controle em tempo finito, Controle de temperatura e nível.

## INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la presente tesis doctoral corresponde al área de la ingeniería aplicada, se plantea el desarrollo de control de tiempo finito aplicando a un sistema de mezcla de líquidos y control de las variables de nivel y temperatura. Los sistemas de nivel de agua son un equipo común en muchas industrias, aunque PLC con controladores clásicos incorporados son suficientes para muchas aplicaciones, sin embargo, a veces se requiere mayor precisión en la performance del sistema de control y por lo tanto los controladores basados en el control por computadora son una solución. Lo más importante en el sistema de control digital y que nos ofrece dos alternativas de diseño, uno concerniente al control por rediseño, es decir, es importante diseñar previamente un controlador de tiempo continuo de máxima performance, y por métodos de integración numérica se realiza la aproximación del controlador digital. Mientras que esta la otra opción denominada control digital directo cuya metodología se basa en diseñar un controlador enteramente digital como es el caso del control de tiempo finito (deadbeat) que es propuesto en la presente tesis.

Los modelos matemáticos de los procesos industriales se basan generalmente en procesamiento de los datos de entrada y salida del sistema de control con la finalidad de encontrar el modelo en forma experimental, sin embargo, la otra opción de trabajar con los modelos exactos también es otra posibilidad ya que se cuenta con la información de bibliografía de la ingeniería de control y es esta última la que abordaremos en esta investigación. Entre los modelos a considerar, tendremos los modelos del sistema de nivel de agua y el sistema térmico, junto a ellos estará el modelo de la válvula de control.

El aspecto principal radica en controlar el proceso de nivel y temperatura, en este caso se propone el estudio del sistema de control de zona muerta ya que se diseñará tendrá su propia ley de control que cumpla con todas las especificaciones el sistema de control establecido. Para determinar un controlador deadbeat, se supone un modelo de proceso con señales discretas. Analizaremos los métodos para el diseño de controladores deadbeat, los que se caracterizan por un análisis especialmente simple y para los cuales la síntesis resultante requiere pocos cálculos.

La investigación no hizo uso de herramientas para recolectar información sin embargo se utilizó el Matlab para llevar a cabo el desarrollo Matemático del Sistema de Nivel y Temperatura en un proceso de mezcla de líquidos. Así mismo esta investigación aporta al campo de la Ingeniería Eléctrica mediante el desarrollo de modelos matemáticos para describir el comportamiento dinámico del sistema, la aplicación de técnicas de control como controladores PID y de retroalimentación óptima para regular el nivel y la temperatura, la optimización del rendimiento del sistema considerando limitaciones temporales específicas, y su aplicabilidad industrial directa en sectores como la industria química, de alimentos y bebidas, y farmacéutica, entre otros, donde el control preciso del nivel y la temperatura es esencial para la eficiencia y la calidad del proceso.



## I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Descripción de la realidad problemática

En los procesos de mezcla de líquidos, el control preciso del nivel y la temperatura es fundamental para garantizar la calidad del producto final, así como para optimizar el rendimiento del proceso y minimizar los costos operativos. Sin embargo, la complejidad inherente a estos sistemas, caracterizada por la presencia de factores dinámicos como cambios en la viscosidad del líquido, fluctuaciones en la temperatura ambiente y retardos en la respuesta del sistema, representa un desafío significativo para el diseño de estrategias de control efectivas.

La importancia de desarrollar un modelo matemático adecuado radica en su capacidad para capturar y representar con precisión el comportamiento dinámico del sistema. Este modelo no solo proporciona una comprensión profunda de las interacciones entre las variables del proceso, sino que también sirve como base para el diseño y la implementación de estrategias de control avanzadas. La inclusión de consideraciones de tiempo finito en el modelado y control del sistema es esencial para abordar las limitaciones temporales específicas que pueden afectar la respuesta del sistema en tiempo real. Al tener en cuenta estos aspectos, se pueden diseñar controladores más robustos y eficientes que permitan mantener el nivel y la temperatura dentro de los rangos deseados con mayor precisión y rapidez.

La aplicación directa en diversos sectores industriales permite ver la relevancia práctica de la investigación. En estos sectores, donde la calidad del producto y la eficiencia del proceso son críticas, la capacidad de controlar con precisión el nivel y la temperatura de los líquidos puede tener un impacto significativo en la competitividad y la rentabilidad de las empresas. Por lo tanto, el desarrollo de un modelo y estrategias de control efectivas en este contexto no solo representa un avance científico y tecnológico, sino también una oportunidad para mejorar la eficiencia y la calidad en la producción industrial.

## **1.2 Formulación del problema**

### **1.2.1 Problema General**

¿Cómo el desempeño del algoritmo control de tiempo finito aplicando un sistema de nivel y temperatura contribuirá en mejorar la performance del control de la mezcla del líquido?

### **1.2.2 Problemas específicos**

- a. Problema específico 1. ¿Cómo trasciende el modelo en relación con las propiedades de los fluidos en los tanques del sistema de control?
- b. Problema específico 2: ¿Cómo influye la transformación de la energía eléctrica en calorífica en las propiedades de la transferencia de calor en la temperatura?
- c. Problema específico 3: ¿Cómo afecta el correcto establecimiento de parámetros al análisis de sistemas con retardo?

## **1.3 Objetivos de la investigación**

### **1.3.1 Objetivo General**

Diseñar un control de tiempo finito para controlar el nivel y temperatura que mezcla de líquido.

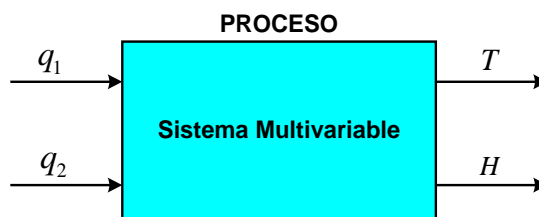
### **1.3.2 Objetivos específicos**

- a. Objetivo Específico 1: Analizar el modelo dinámico y las propiedades de los fluidos contenidos en tanques de almacenamiento.
- b. Objetivo Específico 2: Analizar la transferencia de calor en el control de la temperatura en la transformación de la energía eléctrica en calorífica.
- c. Objetivo Específico 3: Desarrollo y análisis de sistemas con retardo usando métodos que mejoren la performance del sistema.

## 1.4 Justificación de la investigación

### 1.4.1 Justificación teórica

La ejecución y el desarrollo de algoritmo de control de tiempo finito permitirá encontrar una acción de control de mezcla de líquidos a encontrar una alta performance. El sistema en análisis corresponde a un sistema de tipo multivariable de entradas  $q_1$  y  $q_2$  y como salidas la altura  $h_3$  y la temperatura  $T$  respecto del tanque 3 (ver Figura 1).



**Figura 1.** Sistema de control multivariable

Fuente: Elaboración propia

### 1.4.2 Justificación metodológica

La justificación metodológica radica en la necesidad de aplicar un enfoque riguroso y sistemático para desarrollar modelos matemáticos precisos que capturen la dinámica del sistema, así como para diseñar y evaluar estrategias de control efectivas que permitan mantener el nivel y la temperatura dentro de los rangos deseados en tiempo finito. Este enfoque metodológico garantiza una comprensión profunda del problema, una implementación técnica robusta y la generación de resultados confiables y aplicables a la industria, contribuyendo así al avance del conocimiento en ingeniería eléctrica y al desarrollo de soluciones prácticas para problemas industriales relevantes.

### 1.4.3 Justificación social

La justificación social se basa en el compromiso de la universidad con la formación de profesionales altamente capacitados y en su contribución al desarrollo tecnológico y socioeconómico de la región. Al realizar esta investigación en un entorno académico de alta calidad como el laboratorio

mencionado, se fomenta la transferencia de conocimientos y la colaboración entre la academia y la industria, lo que fortalece la capacidad de innovación del país y promueve el progreso en el sector industrial, beneficiando así a la comunidad en su conjunto.

#### **1.4.4 Justificación tecnológica**

Desde la perspectiva tecnológica, el trabajo se justifica en la integración de un sistema de control de nivel y temperatura que guarda estrecha relación a un proceso industrial y considera la totalidad de elementos del mundo real.

#### **1.4.5 Justificación económica**

Desde la perspectiva económica, el trabajo se justifica en la acción de control robusta de la ley de control de tiempo finito que haga que el sistema tenga un error en estado estacionario nulo, de esa manera contribuirá a la alta performance del sistema de control deseable en procesos industriales.

#### **1.4.6 Justificación institucional**

Esta tesis doctoral se presenta en la Unidad de Posgrado de la Universidad Nacional del Callao, Unidad de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica.

### **1.5 Delimitantes de la investigación**

#### **1.5.1 Delimitante teórica**

Como limitante teórica, es la necesidad de enfocarse en un conjunto específico de ecuaciones diferenciales que describan con precisión la dinámica del sistema, teniendo en cuenta factores como la viscosidad variable del líquido, los tiempos de retardo en la respuesta del sistema y las no linealidades inherentes, para desarrollar modelos matemáticos que reflejen de manera adecuada la complejidad del proceso industrial y permitan el diseño de estrategias de control efectivas.

### **1.5.2 Delimitante Temporal**

La delimitante temporal, considerando una duración de 6 meses, implica establecer un cronograma detallado que permita realizar de manera efectiva todas las etapas del proceso de investigación, incluyendo la revisión bibliográfica, el desarrollo y validación de modelos matemáticos, la implementación y prueba de estrategias de control, y el análisis y presentación de resultados. Es esencial optimizar el uso del tiempo disponible, priorizando las actividades clave y asegurando la correcta secuencia de tareas para cumplir con los objetivos propuestos dentro del plazo establecido.

### **1.5.3 Delimitante Espacial**

La delimitante espacial se centra en los laboratorios de Control y Automatización de la Universidad Nacional de Callao, lo que implica que todas las actividades relacionadas con el estudio, incluyendo la recolección de datos, la experimentación, el modelado matemático, y la implementación y prueba de estrategias de control, se llevarán a cabo exclusivamente en este espacio físico. Esta delimitación garantiza un entorno controlado y adecuado para la realización de la investigación, así como acceso a los recursos y equipos necesarios para llevar a cabo el proyecto de manera efectiva.

## II. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Antecedentes

#### 2.1.1 Antecedentes Internacionales

- Deepa y Sivakumar (2017) propusieron para su estudio procesos como tanque de almacenamiento o compensación donde el control del nivel es esencial. Desarrollaron el controlador SMC basado en lógica difusa y lo compararon con el controlador PI basado en IMC y el SMC. [7]
- Abdelelah y Hussam (2013) investigaron el uso del controlador de lógica difusa (FLC) para controlar el nivel de líquido en el segundo tanque de planta de tanques acoplados mediante manipulación variable de bomba de líquido en el primer tanque. El modelado de sistemas implicó desarrollar un modelo matemático mediante la aplicación de las leyes físicas fundamentales de la ciencia y la ingeniería. Luego se realizaron estudios de simulación basados en el modelo desarrollado utilizando MatlabR2012a para Simulink. [8]
- Zhu Jian y Juan (2014) combinaron orgánicamente el control de nivel del tanque y presentaron un esquema de control difuso en tiempo real basado en la tecnología de comunicación OPC. Finalmente, realizaron un control inteligente del nivel del tanque y verificaron su efectividad.

#### 2.1.2 Antecedentes nacionales

- La tesis de Parra Quispe (2007) trató, principalmente, sobre el diseño e implementación de controladores PID, empleados masivamente en la industria para el control de multiplicidad de procesos que operan en un rango pequeño. Es decir, cuyas salidas controladas persiguen una señal de referencia (*set point*) constante. [1]

- Rojas Moreno y Parra Quispe (2008) desarrollaron un procedimiento de diseño de un sistema (Multi-Entrada-Multi-Salida Proporcional–Integral–Derivado) sistema de control para controlar el nivel y temperatura en una planta de tanque de agua. Tal planta se describe por diferencial no lineal interconectado ecuaciones, lo que podría complicar los aspectos analíticos de modelado y diseño de controladores. No obstante, un linealizado se aplicó la técnica para obtener una descripción lineal MIMO, que permiten configurar un sistema de control combinando un controlador lineal MIMO PID que actúa sobre el tanque de agua planta. [2]
- Aquize Palacios (2011) elaboró en su tesis un método para la creación y ejecución experimental de un sistema de regulación no lineal tipo backstepping, para manejar de manera concurrente tanto el nivel como la temperatura en el procedimiento de contenedor de agua. El esquema de regulación concebido fusiona el modelo dinámico de tipo Lagrange, el cual es no lineal, del proceso junto a un regulador multivariable de tipo backstepping.[3]
- Acero Coila (2006) expuso en su tesis la concepción del regulador flexible empleado en el Modelo de Planta de Presión, el cual ha sido elaborado utilizando Controladores Flexibles de Ajuste Automático - STR con Identificación Iterativa en Tiempo Real. Este esquema de control se fundamenta en la técnica de reubicar polos y en el algoritmo de estimación iterativa de mínimos cuadrados - RLS y mínimos cuadrados extendidos RELS. [4]

## **2.2 Bases teóricas**

Un controlador de tiempo finito en examen exhibirá la efectividad del control en un procedimiento que involucra niveles y temperaturas. La evaluación del desempeño del controlador se lleva a cabo mediante el empleo de software de simulación. En lo que concierne al diseño del control, su propósito fundamental es determinar la nueva eficacia del regulador, siendo esta la materia central de investigación. Finalmente, se efectuarán observaciones y deducciones con base en los resultados obtenidos de las simulaciones.

### **2.2.1 Fundamentos filosóficos**

#### **2.2.1.1 Base ontológica**

Se propone un logro por medio de la estrategia de estructura modificable mediante una superficie, empleada en un proceso de combinación de líquidos con niveles y temperaturas variables. El objetivo es lograr la máxima eficiencia en el desempeño del sistema de regulación. Desde la perspectiva de la esencia de la realidad, esta investigación busca optimizar y aprovechar la influencia del control, de modo que el sistema siga de manera adecuada las instrucciones y requisitos establecidos.

#### **2.2.1.2 Base metodológica**

La base metodológica de esta investigación contempla:

- Enfoque de la investigación
- Diseño de la investigación
- Alcance de la investigación
- Población y muestra
- Técnicas e instrumentos de recolección de datos
- Validez

#### **2.2.1.3 Base epistemológica**

Lo epistemológico se sustenta en el propósito de lograr un enriquecimiento tanto teórico como práctico en la construcción del modelo del sistema. Este modelo



habilitará al controlador para aplicar una ley de control de duración limitada, brindando robustez y un rendimiento preferente al sistema en las tareas asignadas. Se resalta la relevancia de utilizar información de diversas fuentes literarias que abordan contextos e interpretaciones vinculados con el control de tiempo acotado.

#### **2.2.1.4 Base axiológica**

En este aspecto, conferimos valor a la labor investigativa, otorgándole un rol protagónico en nuestra existencia. Este esencialmente es un producto de la mente humana que nos capacita para valorar y producir respuestas de índole individual y colectiva. El valor que asignamos a nuestro trabajo está entrelazado con el anhelo de obtener una investigación exitosa y, sobre todo, de que sea significativa en los ámbitos académicos e industriales.

#### **2.2.1.5 Base ética**

En términos éticos, se considera el espacio en el cual se experimenta con elementos que luego son utilizados. En consecuencia, es natural que la filosofía esté intrínsecamente relacionada con la ética. El ser humano ha alcanzado logros científicos extraordinarios y ha creado maravillas, por lo tanto, es responsabilidad del individuo decidir cómo y dónde aplicará sus conocimientos para obtener beneficios sin menoscabar sus principios morales.

### **2.2.2 Modelos matemáticos del sistema de nivel**

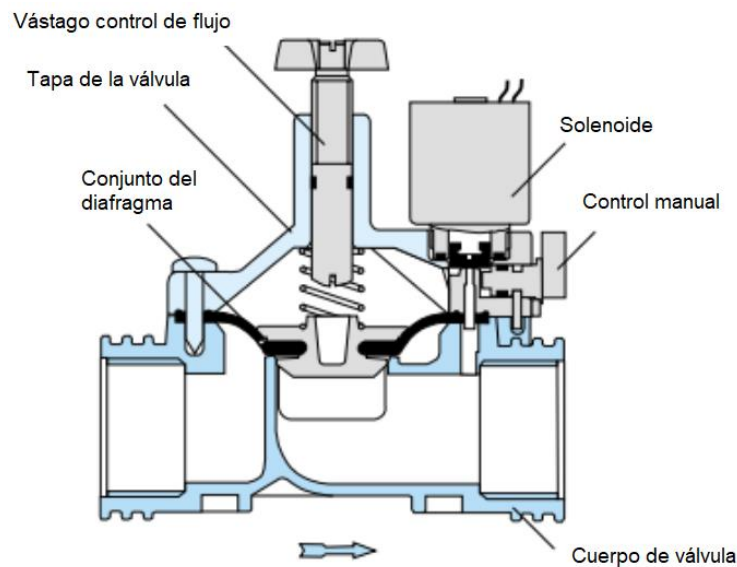
El modelo matemático del sistema de nivel incluye el estudio de los modelos matemáticos de los dispositivos:

- a. Válvulas
- b. Motor DC
- c. Sensor de nivel

Es preciso desarrollar los modelos matemáticos de los dispositivos mencionados.

### a. Modelo Matemático de la Válvula

Siguiendo las normas de JISC (Japanese Industrial Standards Committee), la descripción de una válvula corresponde a un término que se aplica a un mecanismo con propiedades móviles, permitiendo la apertura y cierre de un camino de paso con el propósito de habilitar, impedir o regular el movimiento de líquidos como se observa en la Figura 2, [1].



**Figura 2.** *Válvula de apertura.*

Fuente: Principles and Practice of Automatic Process Control.

Los fabricantes de válvulas, muestran gráficas con la relación del coeficiente de la válvula  $C_v$  respecto al porcentaje de apertura, permitiendo calcular la constante  $K_v$  de la válvula según la relación:

$$K_v = \frac{C_f D^4}{C_v^2} \quad (1)$$

Siendo:

$K_v$ : Coeficiente de pérdidas de la válvula (adimensional)

$D$ : Diámetro de la válvula (m)

$C_v$ : Coeficiente de la válvula  $\left(\frac{m^3}{\sqrt{Kpa}}\right)$

$C_f$ : Factor de conversión (1.22 SI, 880 Unidades Inglesas)

A nivel comercial, el valor de la constante de una válvula  $K_v$  se elige usando tablas de datos en función del diámetro, por ejemplo, se tiene tipos de válvulas (ver Tabla 1).

**Tabla 1** Valores de  $K_v$  para varios tipos de válvulas

Accesorios	Estado	Diámetro	$K_v$
Válvula esférica	totalmente abierta	3/4'	10
Válvula en ángulo recto	totalmente abierta	3/4'	5
Válvula de seguridad	totalmente abierta	3/4'	1.5
Válvula de retención	totalmente abierta	3/4'	0.4
Válvula de compuerta	totalmente abierta	3/4'	0.2
Válvula de compuerta	Abierta 3/4	3/4'	1.15
Válvula de compuerta	Abierta 1/2	3/4'	5.6
Válvula de compuerta	Abierta 1/4	3/4'	2.4
Válvula de mariposa	totalmente abierta	3/4'	1.23

Cálculo del caudal que atraviesa la válvula en función de su apertura ( $a$ ) y sección transversal ( $A$ ) de la tubería:

$$q_v = K_v a A$$

Mientras que  $K_v$  y  $A$  son constantes. El flujo en la válvula está en unidades ( $m^3$ ) cuyo comportamiento es lineal de acuerdo con la relación:

$$q_v = aK \quad (2)$$

Donde:

$K$ : Es la constante lineal de la válvula ( $m^3/s$ ).

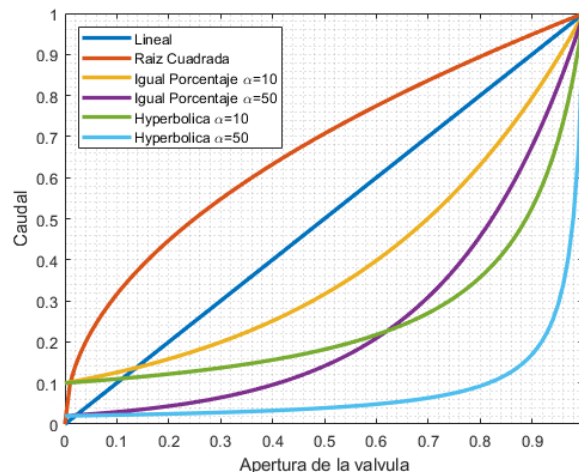
$q_v$ : Caudal que atraviesa la válvula ( $m^3/s$ ).

Las funciones que representan el comportamiento de una válvula de control son:

**Tabla 2** Las funciones que representan el comportamiento

Lineal	$f(x) = kx$
Raíz cuadrada	$f(x) = k\sqrt{x}$

El comportamiento del fluido mediante la válvula dependiendo del tipo de obturador (ver Figura 3).

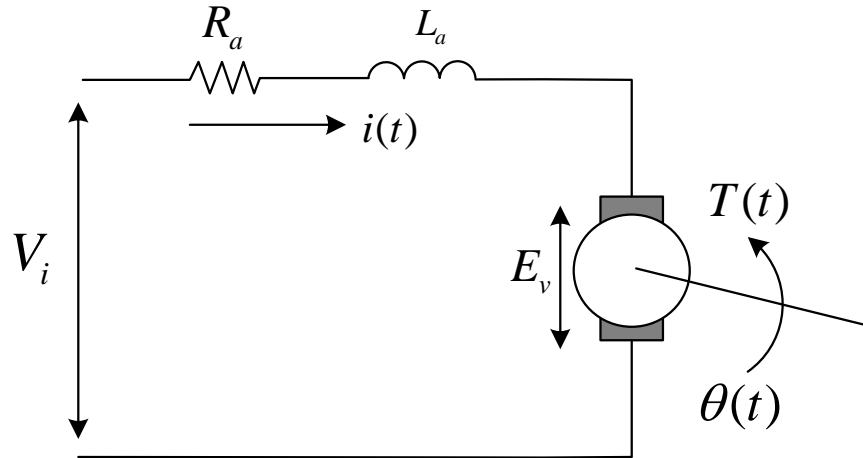


**Figura 3.** Comportamiento lineal del caudal en función de la apertura de la válvula

Fuente: Elaboración propia.

## b. El Motor DC

El motor DC cuenta con un circuito de naturaleza electromecánica. Está constituido por la resistencia de armadura  $R_a$ , la inductancia de armadura  $L_a$  el voltaje de alimentación  $V_i$  y la fuerza contra electromotriz generada  $\varepsilon_m$ , (ver Figura 4).



**Figura 4.** Circuito electromecánico de un motor DC.

Fuente: Elaboración propia.

En el contexto del motor DC ilustrado en la Figura 5, el torque generado se da mediante  $T_m = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + T_t$ , en este caso, se consideran los efectos del momento de inercia del rotor y la fricción cinemática en los torques debidos a pérdidas. El término  $T_t = J_g \ddot{\theta}_f + B_g \dot{\theta}_f + T_u$ , se refiere al torque que transmite a la caja reductora, teniendo en cuenta las pérdidas en los engranajes debido a su inercia y fricción cinemática. Además,  $T_u$  representa el torque útil empleado para accionar el mecanismo de apertura y cierre de la válvula de paso. Asumiremos una superficie plana en el extremo final de la electroválvula con un momento de inercia  $I_v = \frac{m\varphi^2}{4}$ , por lo que el torque útil aplicado en la regulación del flujo del líquido es:

$$T_u = \frac{m\varphi^2}{4} \ddot{\theta}_f + B_v \dot{\theta}_f \quad (3)$$

Estos torques útiles son reflejados mediante la relación dada en (3) al lado del torque de salida.

$$T_m = \frac{1}{n} \left( J_m n^2 + J_g + \frac{m\varphi^2}{4} \right) \ddot{\theta}_f + \frac{1}{n} (B_m n^2 + B_g + B_v) \dot{\theta}_f \quad (4)$$

Realizamos los siguientes cambios de variable:  $J_{eq} = \frac{1}{n} \left( J_m n^2 + J_g + \frac{m\phi^2}{4} \right)$  y  $B_{eq} = \frac{1}{n} (B_m n^2 + B_g + B_v)$  de términos provenientes de (4). Luego, el torque lo expresamos según:

$$T_m = J_{eq} \ddot{\theta}_f + B_{eq} \dot{\theta}_f \quad (5)$$

Analizando el circuito eléctrico equivalente del servomotor, con la aplicación de las leyes de Kirchhoff de corriente y voltaje. Siendo que  $V_i = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + \varepsilon_m$ , en donde  $R_a$  y  $L_a$  son, respectivamente, la resistencia e inductancia de armadura.

La velocidad angular desarrollada en el eje del motor DC es proporcional por medio de un factor  $k_v$  al voltaje de alimentación. Esto es,  $\varepsilon_m = k_v \dot{\theta}_m = k_v n \dot{\theta}_f$ . Por su parte, la corriente de armadura es proporcional por medio de un factor  $k_T$  al torque que se desarrolla.

Esto es,  $T_m = k_T i_a$ , despejando  $i_a = \frac{T_m}{k_T}$ . Reemplazando las variables obtenemos la ecuación de corriente  $i_a$ .

$$i_a = \frac{J_{eq}}{k_T} \ddot{\theta}_f + \frac{B_{eq}}{k_T} \dot{\theta}_f \quad (6)$$

Desde el análisis del voltaje de la ley de Kirchhoff cuando  $L_a = 0$ , obtenemos.

$$V_i = \frac{R_a J_{eq}}{k_T} \ddot{\theta}_f + \left( \frac{R_a B_{eq}}{k_T} + k_v n \right) \dot{\theta}_f \quad (7)$$

Llevando (7) a la transformada de Laplace se tiene:

$$\frac{\theta_f(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{k_T}{R_a J_{eq}}}{s \left( s + \frac{1}{J_{eq}} \left( B_{eq} + \frac{k_T k_v n}{R_a} \right) \right)} \quad (8)$$

En nuestro caso se considera los parámetros de la Tabla 3.

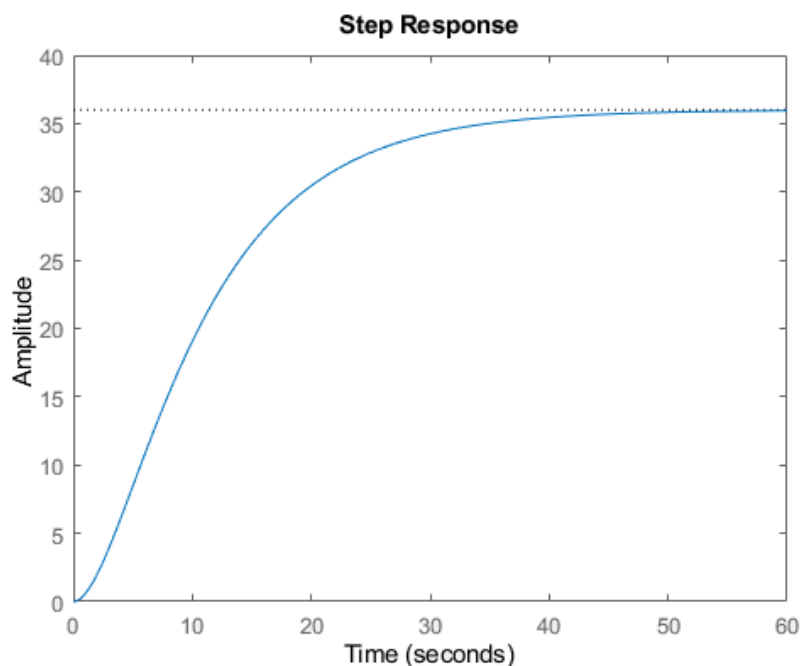
**Tabla 3** Variables Internas de la electroválvula

$L_a$	Inductancia de armadura	H	$3.4 \times 10^{-3}$
$R_a$	Resistencia de armadura	$\Omega$	2
$J$	Inercia	Kg – m <sup>2</sup>	0.00052
$B$	Fricción viscosa	Nm/rad/s	0.001
$K_t$	Constante de motor	Nm/A	0.509
$K_b$	Constante contra electromotriz	V/rad/s	0.509

Con los parámetros de la Tabla 3 obtenemos la FT del motor DC.

$$G_m = \frac{\theta_f(s)}{V_i(s)} = \frac{0.001536}{s^2 + 0.4323s} \quad (9)$$

Se requiere la apertura o cierre de un actuador tendremos en cuenta el análisis del sistema de control realimentado. La Figura 6 nos muestra una curva característica.



**Figura 5.** Simulación de apertura de válvula.

Fuente: Elaboración propia.

### c. Sensor de Nivel

El sensor de nivel es un mecanismo que mantiene un registro constante de la altura de un fluido específico en el interior de un tanque. Según el principio físico en el que se basan, estos sensores se clasifican en categorías como capacitivos, resistivos, conductivos, de flotación, ultrasónicos o de radiación. En nuestro caso, nos referimos a los sensores ultrasónicos.

#### Sensores Ultrasonido

La operación de estos sensores está fundamentada en la emisión y recepción de sonidos con frecuencias cercanas a los 20KHz, fuera del rango perceptible por el oído humano. El tiempo que la onda sonora demora en viajar desde la fuente sonora hasta su regreso, ocasionado por el eco, debido a la colisión con algún material, es multiplicado por la velocidad del sonido en el medio y dividido a la mitad para calcular la distancia que separa al sensor del fluido. La manera en que funcionan estos sensores se ilustra en la Figura 6.

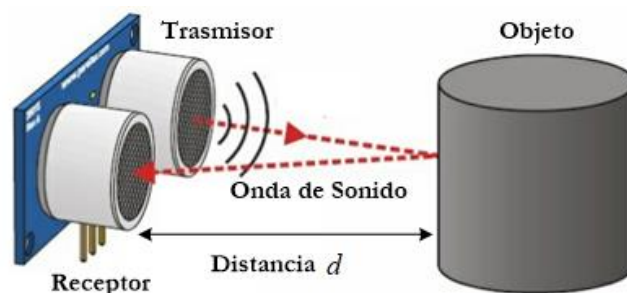
$$h = \frac{1}{2} vt$$

En donde:

$v$ : Velocidad del sonido 340 (m/s)

$t$ : Tiempo registrado por el sensor (s)

$h$ : Altura censada (m)



**Figura 6.** Medida del sensor ultrasónico.

Fuente: Elaboración propia.



El sensor del entorno, determinar si hay un obstáculo enfrente y a qué distancia se encuentran los sensores HC-SR04 y HY-SRF05 (ver Figura 7) de bajo costo, posibilita esto. Sin embargo, el más común es el sensor HC-SR04, por ello le dedicaremos los aspectos relacionados con la calibración del sensor.



**Figura 7.** Sensores ultrasónicos HC-SR04 y HY-SRF05.

Fuente: Elaboración propia.

### **Principio de Medida del Sensor HC-SR04**

Además de la triangulación óptica, hay otros métodos disponibles para la medición de distancias. En los robots móviles es muy común la medición de distancias con sensores ultrasónicos. Durante la medición, un transmisor ultrasónico emite una señal que es reflejada por el objeto a medir (obstáculo). Un micrófono ultrasónico (receptor) detecta la onda de sonido entrante (ver Figura 7).

En el objeto en cuestión tiene una distancia  $d$  del sensor ultrasónico, el sonido debe viajar el doble de la distancia ( $2d$ ). Si describimos el tiempo de propagación por  $t$  y la velocidad de las ondas sonoras por  $c$ , obtenemos la siguiente relación. Entonces, la distancia se define según:

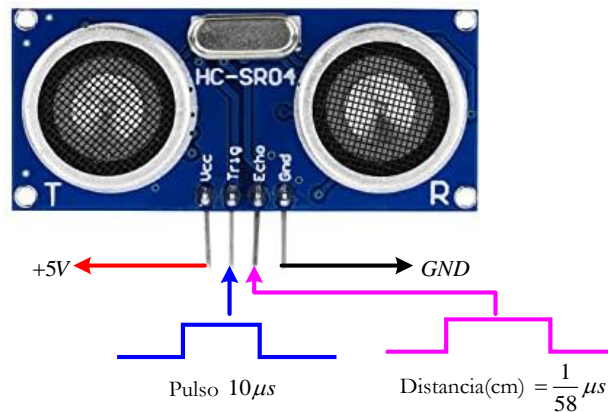
$$d = \frac{c \cdot t}{2}$$

La velocidad del sonido depende de varios factores (medio, temperatura) y es aproximadamente  $c=343\text{m/s}$ , para el aire en  $20^\circ$ . En la fórmula anterior, se requiere la mitad de la velocidad del sonido. Para ello, definimos la constante  $k$ , de la siguiente manera:

$$k = \frac{c}{2} = 171\text{m/s}$$

### Operación del Sensor Ultrasónico de Distancia

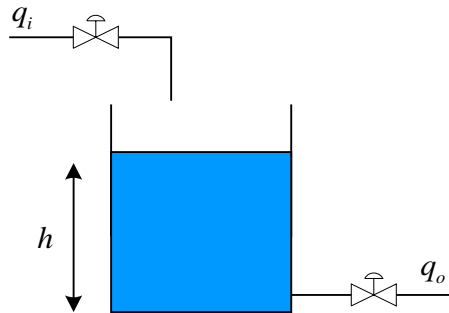
Sabemos que el sensor más popular es el HC-SR04. El sensor posee un transmisor y receptor ultrasónico, también tiene una electrónica de control completa. El sensor de distancia está diseñado para un rango de medición de 2cm a 4m un total de 400cm. El sensor HC-SR04 tiene 4 pines, posee la tierra (GND), la alimentación (Vcc), dos señales TTL que proporcionan el control (ver Figura 8).



**Figura 8.** Conectando el sensor de distancia HC-SR04.

Fuente: Elaboración propia.

Un sistema de regulación de nivel incorpora válvulas destinadas a regular el flujo del líquido en la entrada  $q_i$  y en la salida  $q_o$  del sistema. La magnitud bajo control es la altura  $h$  del líquido en el interior del depósito, la cual se relaciona con la apertura de la válvula encargada de regular el caudal del fluido ingresante al sistema, como se aprecia en la Figura 9.



**Figura 9.** Sistema de control de nivel.

Fuente: Elaboración propia.

La velocidad de salida del tanque se calcula con la ecuación de Bernoulli definida según:

$$\frac{v_1^2}{2\rho g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\rho v_2^2}{2\rho g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2$$

$$gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2g}\sqrt{h_1}$$

El caudal de salida se define según.

$$q_o = A_T\sqrt{2g}\sqrt{h} \quad (10)$$

Donde:

$A_T$ : Área de la sección transversal de la tubería en ( $m^2$ ).

$g$ : Constante gravitacional en ( $m/s^2$ )

$h$ : Altura del tanque en ( $m$ )

La ecuación (10) se reduce a.

$$q_o = K\sqrt{h} \quad (11)$$

Igualando el diferencial de volumen de fluido almacenado en el tanque con la variación de los volúmenes de entrada y salida del mismo se obtiene.

$$A \frac{dh}{dt} = K_1 a_1 - K_2 a_2 \sqrt{h} \quad (12)$$

La ecuación (12) es no lineal y para resolverse debe hallarse el valor de la altura en estado estacionario  $\bar{h}$  cuando  $\frac{dh}{dt} = 0$  y las aperturas estacionarias de las válvulas  $\bar{a}_1$  y  $\bar{a}_2$ . Así se estima  $\bar{h} = \left(\frac{K_1 a_1}{K_2 a_2}\right)^2$ , el sistema se linealiza en torno al punto de equilibrio  $(\bar{h}, \bar{a})$ , con serie de Taylor:

$$f(x, y) = f(\bar{x}, \bar{y}) + \frac{\partial}{\partial x} f(\bar{x}, \bar{y})(x - \bar{x}) + \frac{\partial}{\partial y} f(\bar{x}, \bar{y})(y - \bar{y}) \dots \quad (13)$$

Se linealiza en el punto de operación  $(\bar{h}, \bar{a})$ , realizaremos un cambio de variable  $f(h_1, a_1) = A \frac{dh}{dt}$ , resultando:

$$f(h_1, a_1) - f(\bar{h}_1, \bar{a}_1) = \frac{K_1}{A} (a_1 - \bar{a}_1) - \frac{K_2 a_2}{2A\sqrt{\bar{h}}} (h - \bar{h})$$

$$\frac{d\Delta h}{dt} = \frac{K_1}{A} \Delta a_1 - \frac{K_2 a_2}{2A\sqrt{\bar{h}}} \Delta h \quad (14)$$

Desde (14) es descrito el comportamiento de un sistema de nivel linealizado.

$$\frac{\Delta h(s)}{\Delta a_1(s)} = \frac{\frac{2K_1\sqrt{\bar{h}}}{K_2 a_2}}{\left(\frac{2A\sqrt{\bar{h}}}{K_2 a_2} S + 1\right)} \quad (15)$$

En (15) se tiene la resistencia hidráulica y la capacitancia hidráulica, definidos según;

$$R_h = \frac{2K_1\sqrt{\bar{h}}}{K_2 a_2} \quad C_h = \frac{A}{K_2}$$

Donde el producto  $\tau = R_h C_h$  es la constante de tiempo, luego la función de transferencia reducida es:

$$\frac{\Delta h(s)}{\Delta a_1(s)} = \frac{R_h}{R_h C_h s + 1} \quad (16)$$

Los valores característicos del sistema de nivel son mostrados en la Tabla 4.

**Tabla 4** Valores característicos del sistema tanque de nivel.

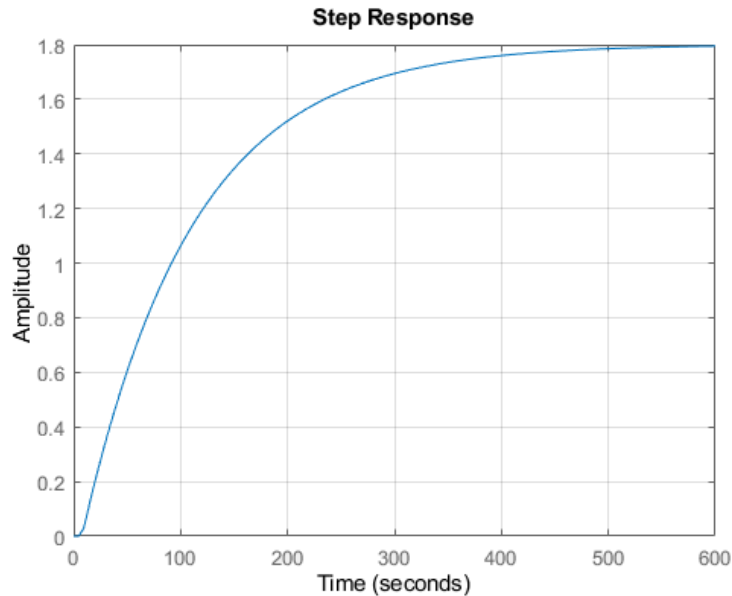
Variable	Símbolo	Valor
Área de la tubería de alimentación	$A_{tub}$	$2.8502 \times 10^{-4} m^2$
Sección transversal del tanque	$A$	$0.9503 m^2$
Constante de la electroválvula	$K_1$	$0.01 m^3/s$
Constante de la válvula	$K_2$	$0.01656 m^3/s$
Apertura de la electroválvula	$a_1$	50%
Apertura de la válvula	$a_2$	45%
Altura estacionaria	$\bar{h}$	$0.4502 m$
Resistencia hidráulica	$R_h$	$1.8008 m$
Capacitancia hidráulica	$C_h$	$57.3872 s/m$
Constante temporal del sistema	$\tau_h$	$103.3 seg$
Tiempo de retardo	$\tau_o$	$2.7 seg$

Fuente: Características de los tanques Rotoplas y Eternit (Catalogo de Maestro Home Center).

El sistema de nivel posee un modelo con retardo definido según.

$$G_h = \frac{1.8008}{103.3s + 1} e^{-7.8s} \quad (17)$$

La Figura 10 muestra la respuesta STEP.



**Figura 10.** Curva del sistema de nivel.

Fuente: Elaboración propia.

### 2.2.3 Modelo Matemático del Sistema Térmico

Para la obtención del modelo matemático del sistema térmico se tendrá en cuenta modelos complementarios denominados subsistemas que serán objeto de análisis a continuación.

#### a. Subsistema Resistencia Calefacción

La resistencia de calefacción es responsable de proporcionar calor al sistema térmico a través del efecto Joule. Es decir, la potencia que se disipa a través de esta resistencia calefactora se relaciona con la diferencia de potencial de alimentación.

La potencia calorífica se define según:

$$P_r = \sqrt{3} \frac{V_p^2}{2R} \quad (18)$$

El factor de raíz cuadrada de tres denota que esta potencia se libera en el contexto de una fuente de alimentación trifásica.

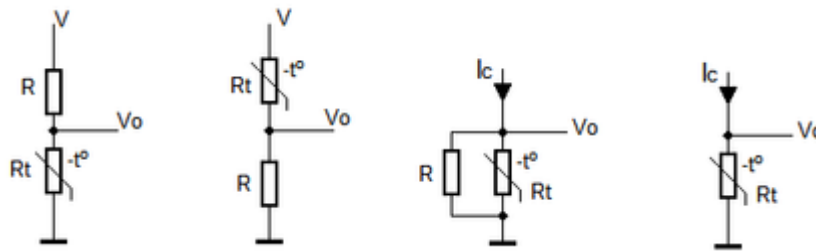
Por otro lado, el flujo de calor  $\dot{Q}$  que es transferido al líquido contenido en el depósito, teniendo en cuenta que una parte de la energía se disipa en el entorno se considera el flujo calorífico con  $K = 0.208$ :

$$\dot{Q} = K \frac{V_p^2}{R} \quad (19)$$

Desde las consideraciones técnicas es importante tener una resistencia para la búsqueda de la performance del sistema térmico en función de la cantidad de calor requerida para elevar la temperatura desde un valor inicial a otro valor final.

### b. Sensores de Temperatura

Los sensores de temperatura poseen la propiedad de convertir los cambios de calor en señales eléctricas. Dentro de los tipos de sensores de temperatura citamos a los termistores NTC, que reducen su resistencia eléctrica cuando enfrentan un aumento en la temperatura, y los termistores PTC, que incrementan su resistencia con una elevación de la temperatura. Por lo general, se emplean en aplicaciones de temperaturas elevadas. En el esquema se muestran algunos circuitos de linealización del NTC muy útiles para obtener curvas características.



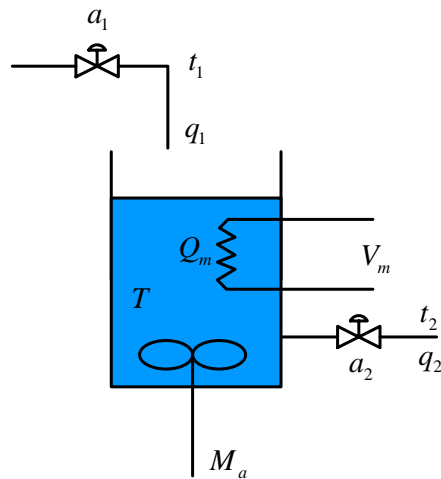
**Figura 11.** Sensor de Temperatura NTC – PTC

Fuente: Elaboración propia

### c. Modelo del Sistema Térmico

Se aborda el sistema térmico representado en la Figura 12, donde se conjetura que el tanque se encuentra aislado para sortear pérdidas de calor hacia el entorno y que no existe acumulación de calor en dicho aislamiento. En este caso, el sistema incorpora un agitador  $M_a$  con el propósito de lograr una mezcla

completa del líquido en el tanque y mantener una temperatura uniforme en su interior. Como resultado de esta acción, la temperatura interna del tanque coincide con la temperatura del líquido que fluye hacia la salida es lo que se denomina el equilibrio de masas.



**Figura 12.** Modelo del sistema térmico.

Fuente: Elaboración propia.

Dentro de un sistema de control de volumen, no se considera la ejecución de trabajo mecánico, puesto que el sistema no experimenta expansiones ni contracciones, sino que se limita al flujo de masa y transferencia de calor según las relaciones de equilibrio.

$$eq_1 = \dot{Q}_1 + \dot{m}_1 h_1 + \frac{1}{2} \dot{m}_1 V_1^2 + \dot{m}_1 g z_1$$

$$eq_2 = \dot{Q}_2 + \dot{m}_2 h_2 + \frac{1}{2} \dot{m}_2 V_2^2 + \dot{m}_2 g z_2$$

Encontrando el equilibrio de masas definida por la relación:

$$eq_1 = eq_2 \tag{20}$$



Donde:

$\dot{Q}_1$  y  $\dot{Q}_2$ : Flujos del calor de entrada y salida del sistema.  $[kJ/s]$

$\dot{m}_1$  y  $\dot{m}_2$ : Flujos de masa de la entrada y salida del sistema.  $[kg/s]$

$h_1$  y  $h_2$ : Entalpías específicas de entrada y salida del sistema.  $[kJ/kg]$

$V_1$  y  $V_2$ : Velocidad de entrada y salida del sistema.  $[m/s]$

$g$ : Constante gravitacional.

La diferencia entre el flujo del calor en la entrada  $\dot{Q}_1$  y el calor suministrado por la resistencia  $\dot{Q}_2$  resulta en la variación de la entalpía respecto al tiempo, expresada como  $\dot{Q}_m - \dot{Q}_1 = \frac{dH}{dt}$ .

Por otro lado, la energía cinética y la energía potencial de las partículas del fluido se presenta en una magnitud insignificante, lo cual se considera despreciable. En consecuencia, se establece que:

$$\dot{m}_2 \left( \frac{1}{2} V_2^2 + g z_2 \right) = \dot{m}_1 \left( \frac{1}{2} V_1^2 + g z_1 \right)$$

De modo que:

$$\frac{dH}{dt} = \dot{Q}_m - \dot{Q}_1 \quad (21)$$

En donde:

$\dot{Q}_m$ : Es la potencia calorífica entregada por la resistencia eléctrica (Watts).

$\dot{Q}_1$ : Es la potencia calorífica con la que entra el fluido al sistema (Watts).

Considerando la variable de entalpía  $H$  del fluido, en función de su masa, temperatura y calor específico a presión constante se obtiene la relación.

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_1 - \rho \dot{V}_2 C_p (T - T_1) \quad (22)$$

La variación del flujo volumétrico  $\dot{V}_2$  es el caudal de salida  $q_2$ , luego:

$$\frac{d\Delta T}{dt} + \frac{q_2}{V} \Delta T = \frac{\Delta \dot{Q}}{\rho V C_p} \quad (23)$$

Desde (23) se modela el sistema emerge, donde los valores de  $V$  y  $q_2$  permanecen constantes. Considerando la magnitud del volumen estacionario, el caudal estacionario se obtiene

$$\bar{q} = A \sqrt{2g\bar{h}} = A \sqrt{2g} \left( \frac{K_1 a_1}{K_2 a_2} \right)$$

Luego se determina el valor estacionario de la temperatura considerando un cambio de temperatura nulo.

$$\Delta \bar{T} = \frac{1}{\rho C_p \bar{q}_2} \Delta \bar{Q} \quad (24)$$

Modelando (24) se tiene.

$$\frac{\Delta T(s)}{\Delta Q(s)} = \frac{\frac{1}{\rho C_p \bar{q}}}{\frac{V}{\bar{q}} s + 1} \quad (25)$$

Desde (25) se reescribe según.

$$\frac{\Delta T(s)}{\Delta Q(s)} = \frac{R_t}{R_t C_t s + 1} \quad (26)$$

La función de transferencia (26) especifica el comportamiento del sistema térmico, cuyos datos se observan en la Tabla 5.

**Tabla 5** Valores característicos del sistema térmico.

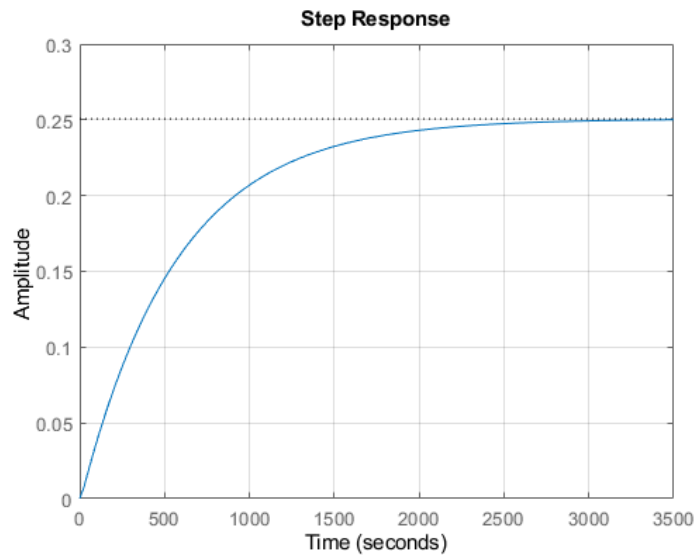
Variable	Símbolo	Valor
Densidad del fluido	$\rho$	1000 Kg/m <sup>2</sup>
Calor específico	$C_p$	4.1868 $\frac{KJ}{Kg\ ^\circ C}$
Altura estacionaria	$\bar{h}$	0.5698m
Volumen estacionario	$\bar{V}$	0.5415 m <sup>3</sup>
Caudal estacionario	$\bar{q}$	9.5297x10 <sup>-4</sup> m <sup>3</sup> /s
Resistencia térmica	$R_t$	0.2506°C/Kwatt
Capacidad térmica	$C_t$	2267 KJ/°C

Fuente: Ogata (2010).

El sistema térmico, presenta un tiempo muerto según el modelo presentado a continuación:

$$G_T(s) = \frac{0.2506}{568.2s + 1} e^{-94.4s} \quad (27)$$

La respuesta STEP en lazo abierto se ilustra en la Figura 13.



**Figura 13.** Respuesta temporal del sistema térmico.

Fuente: Elaboración propia.

## 2.2.4 Modelo Matemático del Sistema de Nivel y Temperatura

El propósito central del sistema de nivel y temperatura reside en la regulación del nivel y la temperatura del tanque tres, denominado  $T_{anq3}$ . En este tanque ocurre la mezcla de las soluciones  $S_{ol1}$  y  $S_{ol2}$ , que provienen de los tanques  $T_{anq1}$  y  $T_{anq2}$ , respectivamente. Para facilitar el cálculo, se asume que la densidad y la viscosidad de  $S_{ol1}$  y de  $S_{ol2}$  son similares a la del agua.

Los caudales de entrada  $q_{m1}$  y  $q_{m2}$  a los tanques  $T_{anq1}$  y  $T_{anq2}$  son ajustados mediante las electroválvulas  $a_{m1}$  y  $a_{m2}$ . Los caudales ingresan a temperaturas  $t_1$  y  $t_2$ , los niveles  $h_1$  y  $h_2$ , respectivamente. Los caudales de salida se representan según  $q_1$  y  $q_2$  que corresponde a los tanques  $T_{anq1}$  y  $T_{anq2}$  estos son controlados manualmente por las válvulas  $a_1$  y  $a_2$  respectivamente, y se dirigen al  $T_{anq3}$ , donde se produce la mezcla de las soluciones  $S_{ol1}$  y  $S_{ol2}$ .

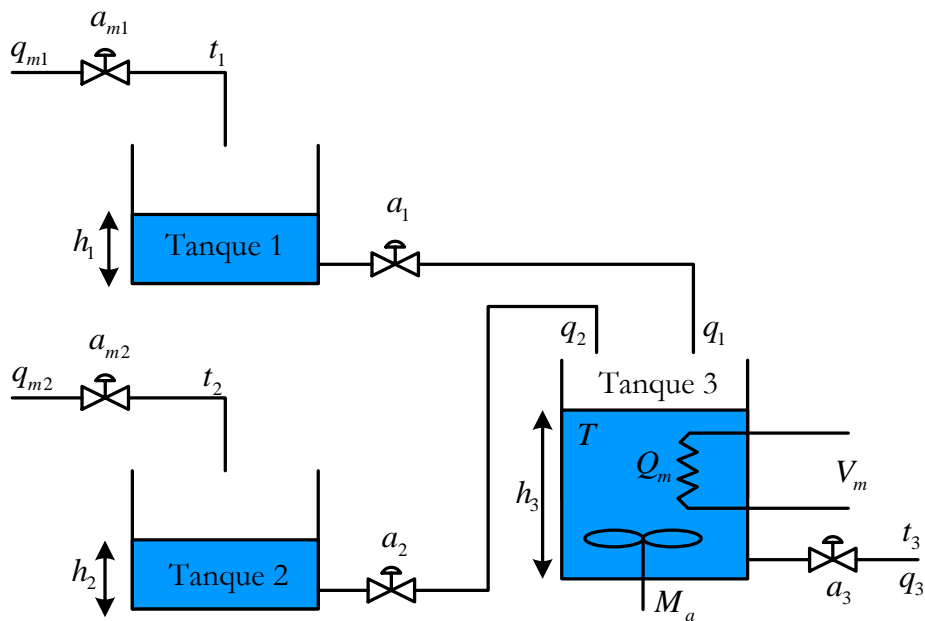


Figura 14. Esquema del sistema de nivel y temperatura.

Fuente: Elaboración propia.

Los flujos de entrada a los tanques superiores son ajustados por medio de electroválvulas y están determinados por  $q_{m1}$  y  $q_{m2}$ . En cuanto a los flujos de salida, son controlados mediante válvulas, siendo:

$$q_1 = K_1 a_1 \sqrt{h_1} \quad q_2 = K_2 a_2 \sqrt{h_2}$$

Estos se suman para constituir la entrada en el tercer tanque, de manera que  $q_3 = q_1 + q_2$ . Siendo la salida del tercer tanque  $q_3 = K_3 a_3 \sqrt{h_3}$ . Todas las variables que caracterizan el sistema se detallan en la Tabla 6, acompañadas de sus respectivas descripciones.

**Tabla 6** Valores característicos del sistema nivel y térmico.

Variable	Descripción	Unidades
$T_{anq1}$	Tanque para almacenar la solución 1	1100 L
$T_{anq2}$	Tanque para almacenar la solución 2	1100 L
$T_{anq3}$	Tanque para almacenar la solución 3	2500 L
$S_{ol1}$	Solución 1	L
$S_{ol2}$	Solución 2	L
$q_{m1}$	Caudal de entrada del tanque 1, regulado por la electroválvula 1	$m^3/s$
$q_{m2}$	Caudal de entrada del tanque 2, regulado por la electroválvula 2	$m^3/s$
$q_1$	Caudal de entrada al tanque 3, regulado por la válvula 1	$m^3/s$
$q_2$	Caudal de entrada al tanque 3, regulado por la válvula 2	$m^3/s$
$q_3$	Caudal de salida del tanque 3, regulado por la válvula 3	$m^3/s$
$t_1$	Temperatura de entrada al tanque 1	$^{\circ}C$
$t_2$	Temperatura de entrada al tanque 2	$^{\circ}C$
$t_3$	Temperatura de entrada al tanque 3	$^{\circ}C$
$a_{m1}$	Apertura de la electroválvula 1	0 – 100%
$a_{m2}$	Apertura de la electroválvula 2	0 – 100%
$a_1$	Apertura de la válvula 1	0 – 100%
$a_1$	Apertura de la Válvula 2	0 – 100%
$a_1$	Apertura de la Válvula 3	0 – 100%
$h_1$	Nivel del tanque 1	$m$
$h_2$	Nivel del tanque 2	$m$
$h_3$	Nivel del tanque 3	$m$
$Q_m$	Calor entregado por la resistencia	$J$
$V_m$	Voltaje de alimentación de la resistencia	$V$
$M_a$	Agitador del tanque 3	$RPM$

Fuente: Ogata (2010).

Las ecuaciones de los tanques  $T_{anq1}$  y  $T_{anq2}$  en el sistema térmico son:

$$\begin{aligned} A_1 \frac{dh_1}{dt} &= K_{m1}a_{m1} - K_1a_1\sqrt{h_1} \\ A_2 \frac{dh_2}{dt} &= K_{m2}a_{m2} - K_2a_2\sqrt{h_2} \\ \rho V C_p \frac{dT}{dt} &= \dot{Q} - \rho q_s C_p (T - T_1) \end{aligned} \quad (28)$$

Las alturas estacionarias son halladas cuando el cambio de altura es cero, en forma análoga, la temperatura estacionaria es hallada cuando el cambio de temperatura es nulo. Luego obtenemos:

$$\begin{aligned} \bar{h}_1 &= \left( \frac{K_{m1}a_{m1}}{K_1a_1} \right)^2 \\ \bar{h}_2 &= \left( \frac{K_{m2}a_{m2}}{K_2a_2} \right)^2 \\ \bar{T} &= \frac{1}{\rho C_p \bar{q}_2} \dot{Q} \end{aligned} \quad (29)$$

La ecuación diferencial del  $T_{anq3}$  está relacionada mediante la adición de caudales de descarga de los tanques  $T_{anq1}$  y  $T_{anq2}$ , y es expresada:

$$A_3 \frac{dh_3}{dt} = K_1a_1\sqrt{h_1} + K_2a_2\sqrt{h_2} - K_3a_3\sqrt{h_3} \quad (30)$$

La altura en el estado estacionario es:

$$\bar{h}_3 = \left( \frac{K_1a_1\sqrt{\bar{h}_1} + K_2a_2\sqrt{\bar{h}_2}}{K_3a_3} \right)^2 \quad (31)$$

Finalmente encontramos las funciones de transferencia del sistema térmico representada a continuación:

$$G_1(s) = \frac{N_1}{T_1s + 1}$$

$$G_2(s) = \frac{N_2}{T_2s + 1} \quad (32)$$

$$G_3(s) = \frac{N_3}{T_3s + 1}$$

Donde:

$$N_1 = \frac{2K_{m1}\sqrt{\bar{h}_1}}{K_1a_1}, T_1 = \frac{2A_1\sqrt{\bar{h}_1}}{K_1a_1}, N_2 = \frac{2K_{m2}\sqrt{\bar{h}_2}}{K_2a_2}, T_2 = \frac{2A_2\sqrt{\bar{h}_2}}{K_2a_2}$$

$$N_3 = \frac{1}{\rho C_p \bar{q}}, \quad T_3 = \frac{\bar{V}}{\bar{q}}$$

Aplicando el criterio de linealización por Jacobiano:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \frac{\partial F_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \frac{\partial F_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_1} & \frac{\partial F_3}{\partial x_2} & \frac{\partial F_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}_{(x_1, x_2, x_3)} \quad (33)$$

En donde  $F_1, F_2$  y  $F_3$  son las derivadas de las alturas, y los estados son  $h_1, h_2$  y  $h_3$ .

$$F_1 = \frac{dh_1}{dt} = \frac{K_{m1}a_{m1}}{A_1} - \frac{K_1a_1}{A_1}\sqrt{h_1}$$

$$F_2 = \frac{dh_2}{dt} = \frac{K_{m2}a_{m2}}{A_2} - \frac{K_2a_2}{A_2}\sqrt{h_2}$$

$$F_3 = \frac{dh_3}{dt} = \frac{K_1a_1}{A_3}\sqrt{h_1} + \frac{K_2a_2}{A_3}\sqrt{h_2} - \frac{K_3a_3}{A_3}\sqrt{h_3}$$

Aplicando el principio de linealización encontramos las matrices de estado del sistema hidráulico:



$$A = \begin{bmatrix} -\frac{K_1 a_1}{2A_1 \sqrt{h_1}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_2 a_2}{2A_2 \sqrt{h_2}} & 0 \\ \frac{K_1 a_1}{2A_3 \sqrt{h_1}} & \frac{K_2 a_2}{2A_3 \sqrt{h_2}} & -\frac{K_3 a_3}{2A_3 \sqrt{h_3}} \end{bmatrix}_{(h_1, h_2, h_3)} \quad (34)$$

La ecuación linealizada del tercer tanque es.

$$\frac{d\Delta h_3}{dt} = \frac{K_1 a_1}{2A_3 \sqrt{h_1}} \Delta h_1 + \frac{K_2 a_2}{2A_3 \sqrt{h_2}} \Delta h_2 - \frac{K_3 a_3}{2A_3 \sqrt{h_3}} \Delta h_3 \quad (35)$$

Por el principio de la superposición en sistema lineales tenemos:

$$G_3(s) = H_1 G_1(s) + H_2 G_2(s) \quad (36)$$

Donde

$$H_1 = \frac{\frac{K_1 a_1}{2A_3 \sqrt{h_1}}}{\left(s + \frac{K_3 a_3}{2A_3 \sqrt{h_3}}\right)}, H_2 = \frac{K \frac{K_2 a_2}{2A_3 \sqrt{h_2}}}{\left(s + \frac{K_3 a_3}{2A_3 \sqrt{h_3}}\right)}$$

El diseño del sistema está basado en que los caudales  $q_1$  y  $q_2$  que alimentan al  $T_{anq3}$  son directamente proporcionales por una constante  $K$  es decir obteniendo la función de transferencia requerida que en nuestro caso sería un modelo prototipo representado por la función de transferencia.

$$\frac{\Delta h_3(s)}{a_{m1}(s)} = \frac{B}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (37)$$

Siendo

$$B = \left( \frac{K_1 a_1 \sqrt{h_3}}{K_3 a_3 \sqrt{h_1}} + \frac{1}{K^2} \frac{K_2 a_2 \sqrt{h_3}}{K_3 a_3 \sqrt{h_2}} \right) \left( \frac{2K_{m1} \sqrt{h_1}}{K_1 a_1} \right)$$

$$\tau_1 = \frac{2A_3 \sqrt{h_3}}{K_3 a_3}, \tau_2 = \frac{2A_1 \sqrt{h_1}}{K_1 a_1}$$

En la Tabla 7 se agrupan los datos de obtención de la función de transferencia del sistema general de nivel y temperatura.

**Tabla 7** *Parámetros de la función de transferencia del tercer tanque.*

Variable	Símbolo	Valor
Resistencia hidráulica del tercer tanque	$R_{h3}$	2.279
Primera constante temporal sistema de nivel	$\tau_1$	108.2941 <i>seg</i>
Segunda constante temporal sistema de nivel	$\tau_2$	171.1313 <i>seg</i>
Retardo del sistema de nivel	$\tau_0$	13.5 <i>seg</i>

Fuente: Ogata (2010).

Luego la función de transferencia en el Tanque 3 viene definida según:

$$G_3(s) = \frac{2.279}{1.853 \times 10^4 s^2 + 279.4s + 1} e^{-13.5s} \quad (38)$$

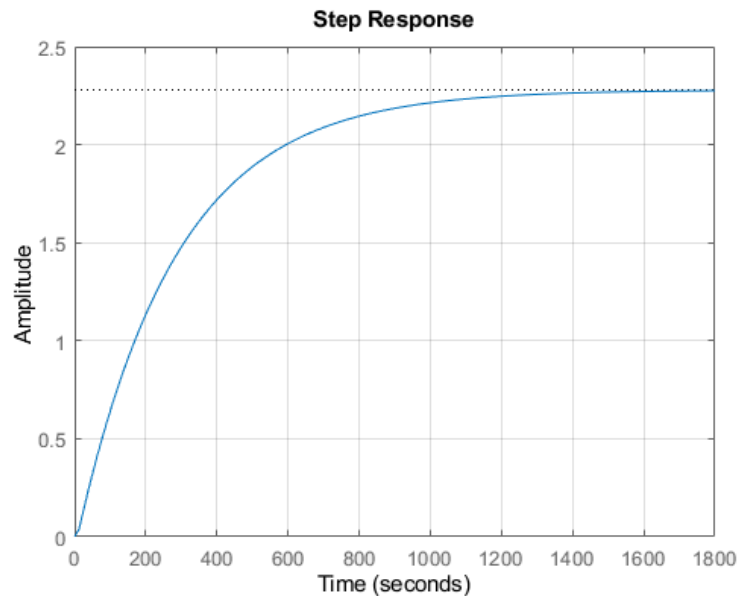
Resumiendo, tenemos expuestas en la Tabla 8 las funciones de transferencia de los subsistemas que conforman el sistema de nivel y temperatura.

**Tabla 8** Funciones de transferencia de los tres tanques.

Subsistema	Función de transferencia
Tanque 1	$G_1 = \frac{1.801}{103.3s + 1} e^{-7.8s}$
Tanque 2	$G_2 = \frac{1.801}{103.3s + 1} e^{-7.8s}$
Tanque 3	$G_3(s) = \frac{2.279}{1.853 \times 10^4 s^2 + 279.4s + 1} e^{-13.5s}$
Sistema térmico	$G_4 = \frac{0.2506}{568.2s + 1} e^{-94.4s}$

Fuente: Elaboración propia.

El resultado de la simulación con referencia constante es mostrado en la Figura 15.

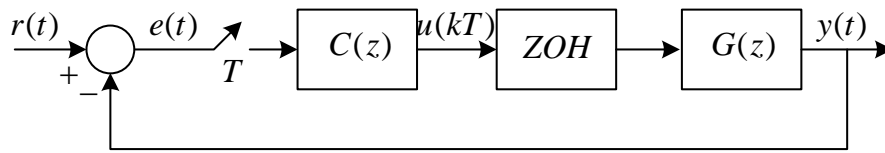


**Figura 15.** Comportamiento del nivel del tercer tanque.  
Fuente: Elaboración propia.

### 2.2.5 Control de Tiempo Finito

El estudio del sistema de control digital que se aprecia en la Figura 16. La señal de error  $e(t)$ , que es la diferencia entre la entrada de referencia  $r(t)$  y la salida  $y(t)$ , se muestrea en cada instante de tiempo  $T$ . La entrada al controlador digital

es la señal de error  $e(kT)$ . La salida del controlador digital es la señal de control  $u(kT)$ .



**Figura 16.** Sistema de control muestreado.

Fuente: Elaboración propia.

Se desea diseñar un controlador digital  $C(z)$  tal que el sistema de control en lazo cerrado tenga como tiempo de establecimiento el mínimo posible, con un error en estado permanente cero, en respuesta a una entrada escalón, rampa o aceleración. Se requiere que la salida no presente componentes oscilatorias entre las muestras, después de haber alcanzado el estado permanente. Si se requiere, el sistema deberá satisfacer cualquier otra especificación, como es la que corresponde a la constante de error de velocidad estática.

El retenedor sirve para reconstruir los valores de la función entre los puntos de muestreo. La forma más sencilla es mediante un retenedor de orden cero (ZOH), que reproduce la señal en forma de escalera. Su función de transferencia viene dada por la ecuación:

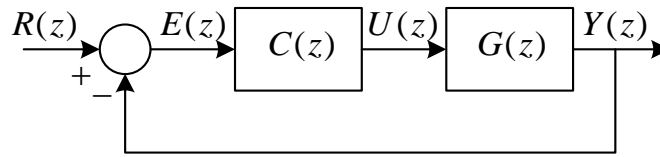
$$G_h(s) = \frac{(1 - e^{-Ts})}{s} \quad (39)$$

La correspondencia entre los planos-s y plano-z viene dada por la transformación  $z = e^{Ts}$ .

Sea la transformada z de la planta, precedida por el retenedor de orden cero, la siguiente:

$$G(z) = Z_s \left\{ \frac{(1 - e^{-Ts})G(s)}{s} \right\} = (1 - z^{-1})Z_s \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (40)$$

Entonces la función transferencia de pulso en lazo abierto es  $C(z)G(z)$ , tal y como se muestra en la Figura 18.



**Figura 17.** Sistema de control discreto en lazo cerrado.

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se forma la función transferencia de pulso en lazo cerrado y la denominamos  $F(z)$ .

$$F(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)} \quad (41)$$

Es deseable que el sistema tenga un tiempo de establecimiento finito con un error en estado estacionario cero, el sistema deberá mostrar una respuesta impulso finita. Por lo tanto, la función transferencia de pulso en lazo cerrado deseado debe ser de la forma siguiente:

$$F(z) = \frac{a_0 z^N + a_1 z^{N-1} + \dots + a_n}{z^N} = a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-N} \quad (42)$$

Se cumple que el orden del sistema,  $n$ , sea menor o igual que  $N$  ( $n \leq N$ ). Nótese que  $F(z)$  no debe tener ningún término con potencias positivas en  $z$ , ya que dichos términos en la expansión en series de  $F(z)$  implicaría que la salida antecede a la entrada, lo que no es posible en un sistema físicamente realizable.

Si se tiene el desarrollo en serie en potencias de  $z^{-1}$  de  $F(z)$ , como el de la ecuación (42), entonces  $f(k) = a_k$ , siendo  $f(k)$  la transformada- $z$  inversa de  $F(z)$ , es decir, la salida en el instante  $k$ -ésimo. El método de diseño consiste en construir la función transferencia de pulso del controlador digital  $C(z)$ , de forma que la función transferencia de pulso en lazo cerrado satisfaga la ecuación (41). Despejando  $C(z)$  en dicha ecuación obtenemos:

$$C(z) = \frac{F(z)}{G(z)(1 - F(z))} \quad (43)$$

El sistema diseñado debe ser físicamente realizable. Las condiciones para que esto ocurra imponen ciertas limitaciones a la función transferencia de pulso en lazo cerrado  $F(z)$  y a la función transferencia de pulso del controlador digital  $C(z)$ .

A continuación, se comentan las condiciones para que sean físicamente realizables:

1. El grado del numerador de  $C(z)$  debe ser menor o igual que el grado del denominador. De no ser así, el controlador requiere que sean datos de entrada futuros los que produzcan la salida actual.
2. Si la planta  $G(z)$  incluye un retraso de transporte  $e^{Ls}$  entonces el sistema en lazo cerrado diseñado debe involucrar por lo menos la misma magnitud de retraso de transporte. De no ser así, el sistema en lazo cerrado tendría que responder antes de que se le diera una entrada, lo que es imposible de realizar en un sistema físico.
3. Si  $G(z)$  se expande en una serie en potencias de  $z^{-1}$  y la primera potencia de  $z^{-1}$  es  $r$ , con  $r \geq 0$ , entonces en la expresión en serie de  $F(z)$  la primera potencia de  $z^{-1}$  debería ser como mínimo  $r$ . Por ejemplo, si la expansión de  $G(z)$  en una serie en  $z^{-1}$  empieza con el término  $z^{-1}$ , entonces el primer término de  $F(z)$  de la ecuación (42), que es  $a_0$ , deberá ser cero, quedando de la forma:

$$F(z) = a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}$$

Donde  $n \leq N$  y  $n$  es el orden del sistema. Esto significa que la planta no responde en forma instantánea cuando se aplica una señal de control de

magnitud finita; es decir, si la expansión en serie de  $G(z)$  empieza con un término  $z^{-1}$ , entonces la respuesta se presenta con un retraso de por lo menos un período de muestreo.

### 2.2.6 Estabilidad del Sistema

Además de las condiciones de la posibilidad física de realización, tenemos que poner atención en aspectos de estabilidad del sistema. De manera específica, debemos evitar la cancelación de un polo inestable de la planta mediante un cero del controlador digital. Si se intenta este tipo de cancelación, cualquier error en la cancelación entre polos y ceros generará una divergencia conforme pasa el tiempo y el sistema se hará inestable. En forma similar, la función transferencia de pulso del controlador digital no deberá incluir polos inestables para cancelar ceros de la planta que ocurran fuera del círculo unitario.

Ahora investiguemos lo que ocurrirá con la función transferencia de pulso en lazo cerrado,  $F(z)$ , si  $G(z)$  incluye un polo inestable (o críticamente estable), esto es, un polo  $z = \alpha$  exterior al círculo unidad (o bien sobre él). La discusión siguiente se aplica de la misma manera, si  $G(z)$  incluye dos o más polos inestables (o críticamente estables). Definamos la función de transferencia:

$$G(z) = \frac{G_1(z)}{z - \alpha}$$

Donde  $G_1(z)$  no incluye un término que se cancele con  $z - \alpha$ . Entonces la función transferencia de pulso en lazo cerrado se convierte en:

$$F(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{C(z) \frac{G_1(z)}{(z - \alpha)}}{1 + C(z) \frac{G_1(z)}{z - \alpha}} \quad (44)$$

En vista de que requerimos que ningún cero de  $C(z)$  cancele el polo inestable de  $G(z)$  en  $z = \alpha$ , debemos incluir  $1 - F(z)$ :

$$1 - F(z) = 1 - \frac{C(z) \frac{G_1(z)}{(z - \alpha)}}{1 + C(z) \frac{G_1(z)}{z - \alpha}} = \frac{1}{1 + C(z) \frac{G_1(z)}{z - \alpha}}$$

Esto es,  $1 - F(z)$  debe tener como cero  $z = \alpha$ . También, notar de la ecuación (32) que si los ceros de  $G(z)$  no son cancelados por polos de  $C(z)$ , los ceros de  $G(z)$  se convierten en los ceros de  $F(z)$ . (además  $F(z)$  incluye ceros adicionales).

Resumen sobre la estabilidad:

- El controlador digital  $C(z)$  no debe cancelar los polos inestables (o críticamente estables) de  $G(z)$ , todos los polos inestables (o críticamente estables) de  $G(z)$  deberán incluirse en  $1 - F(z)$  como ceros.
- Los ceros de  $G(z)$  presentados dentro del círculo unidad se cancelan con polos de  $C(z)$ . Sin embargo, los ceros de  $G(z)$  que ocurran sobre o fuera del círculo unidad, no deben cancelarse con polos de  $C(z)$ . Así, todos los ceros de  $G(z)$  que se presenten sobre o fuera del círculo unidad deberán ser incluidos en  $F(z)$  como ceros.

### 2.2.7 Diseño del Controlador de Tiempo Finito

Consideramos la ecuación del error definido por:  $e(kT) = r(kT) - y(kT)$ , esta ecuación es la que nos asegura la convergencia de error. Definimos:

$$F(z) = \frac{Y(z)}{R(z)}, \quad \rightarrow \quad Y(z) = R(z)F(z)$$

$$E(z) = R(z) - Y(z) = R(z)(1 - F(z)) \quad (45)$$

Para una entrada escalón unitario  $r(t) = 1(t)$ , la función de transferencia es:



$$R(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

Para una entrada rampa unitario  $r(t) = t \cdot 1(t)$ , la función de transferencia es:

$$R(z) = \frac{Tz^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$$

Para una entrada aceleración unitario  $r(t) = \frac{t^2}{2} \cdot 1(t)$ , la función de transferencia es:

$$R(z) = \frac{T^2 z^{-1} (1 + z^{-1})}{2(1 - z^{-1})^3}$$

Por lo tanto, en general, las transformadas-z en estas entradas polinomiales en el dominio de tiempo se escribe como:

$$R(z) = \frac{P(z)}{(1 - z^{-1})^{q+1}} \quad (46)$$

Al sustituir (46) en (45) obtenemos:

$$E(z) = \frac{P(z)}{(1 - z^{-1})^{q+1}} (1 - F(z)) \quad (47)$$

Para asegurarnos de que el sistema llega al estado permanente en un número finito de períodos de muestreo y mantiene un error cero en estado permanente,  $E(z)$  deberá ser un polinomio en  $z^{-1}$  con un número finito de términos. Entonces, refiriéndonos a la ecuación (47), escogemos que la función  $1 - F(z)$  tenga la forma:

$$1 - F(z) = (1 - z^{-1})^{q+1} N(z) \quad (48)$$

Donde  $N(z)$  es un polinomio en  $z^{-1}$  con un número finito de términos. Entonces:

$$E(z) = P(z)N(z) \quad (49)$$

que es un polinomio en  $z^{-1}$  con un número finito de términos. Esto significa que la señal de error se convierte en cero en un número finito de períodos de muestreo. Del análisis anterior, la función transferencia de pulso del controlador digital se determina como sigue. Consideremos que  $F(z)$  satisface la posibilidad física de realización y las condiciones de estabilidad, y a continuación se sustituye la ecuación (48) en la ecuación (43), obtenemos:

$$C(z) = \frac{F(z)}{G(z)(1 - z^{-1})^{q+1}N(z)} \quad (50)$$

La ecuación (50) da la función transferencia de pulso del controlador digital, que producirá un error cero en estado permanente, después de un número finito de períodos de muestreo.

Para una planta estable  $G(s)$ , la condición para que la salida no muestre componentes oscilatorios entre instantes de muestreo después del tiempo de establecimiento, se escribe como sigue:

$y(t)$ constante	$t \geq kT$	Entradas escalón unitario
$y'(t)$ constante	$t \geq kT$	Entradas rampa unitario
$y''(t)$ constante	$t \geq kT$	Entradas aceleración

Dicha condición deberá ser tomada en cuenta cuando se diseñe el sistema o el controlador. Al diseñar el sistema de control, la condición sobre  $y(t)$ ,  $y'(t)$  o  $y''(t)$  deberá interpretarse en términos de  $u(t)$ .

Notar que la planta está en tiempo continuo y la entrada a la planta es  $u(t)$ , que es una función en tiempo continuo; por lo tanto, para no tener componentes oscilatorias en la salida  $y(t)$ , la señal de control  $u(t)$  en estado permanente debe ser constante o de un incremento monótono (o decreciendo monótonamente) para los casos de entrada escalón, rampa y aceleración.

## 2.2.8 Aplicación

Considere el sistema de control, donde la función de transferencia de la planta  $G(s)$  está dada por:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Se quiere diseñar un controlador digital  $C(z)$ , de manera que el sistema en circuito cerrado exhiba una reacción libre de oscilaciones ante una entrada de paso unitario. (En una respuesta exenta de oscilaciones, el sistema no presentará elementos oscilatorios entre muestras en la salida después de que se alcance el tiempo de establecimiento). El período de muestreo  $T$  se considera de 1s.

El primer paso en el diseño es la determinación de la transformada  $z$  de la planta que está precedida por un mantenedor de orden cero:

$$G(z) = \frac{0.36788 (z + 0.7183)}{(z - 1) (z - 0.3679)}$$

Expresando en la forma cero-polo-ganancia como una función de transferencia filtro, obtenemos:

$$G(z^{-1}) = \frac{0.36788 z^{-1}(1 + 0.7183z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0.3679z^{-1})}$$

Recordemos de la expresión (30).

$$F(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}$$

Se observa de la expresión anterior de  $G(z)$  que si  $G(z)$  se expande a una serie en potencias de  $z^{-1}$  el primer término será en  $z^{-1}$ . Por lo tanto,  $F(z)$  deberá empezar con un término en  $z^{-1}$ .

Al referirnos a la ecuación (43) y observar que el sistema es de segundo orden ( $n = 2$ ) considere que  $F(z)$  tiene la siguiente forma:

$$F(z) = a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \quad (51)$$

Donde:

$$C(z) = \frac{F(z)}{G(z)(1 - F(z))} = \frac{a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{G(z)(1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2})}$$

La entrada es una función escalón, de la ecuación (48) requerimos que

$$1 - F(z) = (1 - z^{-1})N(z) \quad (52)$$

Sea  $G(z)$  tiene un polo críticamente estable en  $z = 1$ , el requisito de estabilidad define que  $1 - F(z)$  debe tener un cero en  $z = 1$ . Sin embargo, la función  $1 - F(z)$  ya tiene un término  $1 - z^{-1}$ , por lo que el requisito estaría satisfecho.

En vista de que el sistema no deberá mostrar componentes oscilatorias entre muestras y la entrada es una función escalón, necesitamos que  $x(t \geq 2T)$  sea constante. Si observamos que  $u(t)$ , la salida del retenedor de orden cero, es una función en tiempo continuo, una constante  $x(t \geq 2T)$  requiere que  $u(t)$  también sea constante para  $t \geq 2T$ .

Para la transformada-z,  $U(z)$  debe ser del tipo siguiente en potencias de  $z^{-1}$ :

$$U(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b(z^{-2} + z^{-3} + \dots)$$

Donde  $b$  es una constante. La función de transferencia de la planta  $G(s)$  involucra un integrador  $s^{-1}$  (un integrador es un aparato cuya salida es la derivada de la entrada),  $b$  deberá ser cero. De lo contrario, la salida no se conserva constante desde  $t = 2T$ . En consecuencia, tenemos:

$$U(z) = b_0 + b_1 z^{-1}$$

Se demuestra a continuación:

$$Z\{1(k)\} = \frac{1}{1 - z^{-1}} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots$$

Supongamos

$$U(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b(z^{-2} + z^{-3} + \dots) = b_0 + b_1 z^{-1} + b z^{-2}(1 + z^{-1} + \dots)$$

$$U(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b z^{-2} \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{b_0 - b_0 z^{-1} + b_1 z^{-1} - b_1 z^{-2} + b z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

Y también.

$$Y(z) = G(z)U(z)$$

La salida  $x(t)$  tiene que ser constante a partir de  $t \geq 2T$ . Luego su transformada-

$z$ ,  $X(z)$ , será de la forma:  $(c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}) \frac{1}{1 - z^{-1}}$

$$Y(z) = G(z)U(z) = \frac{a_1(1 - a_2 z^{-1})z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - a_1 z^{-1})} = \frac{b_0 + (b_1 - b_0)z^{-1} + (b - b_1)z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

En  $G(z)$  ya se tiene el término  $\frac{1}{1 - z^{-1}}$  luego no se tiene en  $U(z)$ , ya que si no en  $Y(z)$  se tendría  $\frac{1}{(1 - z^{-1})^2}$ ,  $Y(z)$  no sería constante a partir de  $t = 2T$ . Por lo tanto,  $b = 0$  y además en  $U(z)$  tiene que aparecer el término  $(1 - a_1 z^{-1})$ .

$U(z)$  se calcula de la siguiente manera:

$$U(z) = \frac{Y(z)}{G(z)} = \frac{Y(z) R(z)}{R(z) G(z)} = F(z) \frac{R(z)}{G(z)}$$

Luego.

$$U(z) = F(z) \left( \frac{1}{1 - z^{-1}} \right) \frac{(1 - z^{-1})(1 - 0.3679z^{-1})}{0.36788 z^{-1}(1 + 0.7183z^{-1})}$$

$$U(z) = F(z) \frac{1 - 0.3679z^{-1}}{0.36788 z^{-1}(1 + 0.7183z^{-1})}$$

Para que  $U(z)$  sea una serie en  $z^{-1}$  con sólo dos términos,  $F(z)$  debe ser de la siguiente forma:

$$F(z) = (1 + 0.7183z^{-1})z^{-1}F_1 \quad (53)$$

Donde  $F_1$  es una constante. Entonces  $U(z)$  se escribe como sigue:

$$U(z) = \frac{1}{0.36788}(1 - 0.3679z^{-1})F_1 \quad (54)$$

Esta ecuación da  $U(z)$  en términos de  $F_1$ . Una vez que se determine la constante  $F_1$ , entonces,  $U(z)$  se da como una serie en  $z^{-1}$  con sólo dos términos.

### Obteniendo $N(z)$ , $F(z)$ , $F_1$

Ahora determinaremos  $N(z)$ ,  $F(z)$  y  $F_1$ . Si se sustituye la ecuación (39) en la ecuación (40) obtenemos:

$$1 - a_1z^{-1} - a_2z^{-2} = (1 - z^{-1})N(z)$$

El primer miembro de esta última ecuación deberá ser divisible entre  $1 - z^{-1}$ . Si dividimos el primer miembro entre  $1 - z^{-1}$ , el cociente es  $1 + (1 - a_1)z^{-1}$  y el resto es  $(1 - a_1 - a_2)z^{-2}$ . Entonces,  $N(z)$  se determina como:

$$N(z) = 1 + (1 - a_1)z^{-1} \quad (55)$$

El resto deberá ser cero. Esto requiere que:

$$1 - a_1 - a_2 = 0, \quad \rightarrow \quad a_1 + a_2 = 1 \quad (56)$$

También de las ecuaciones (51) y (52) tenemos:

$$F(z) = a_1z^{-1} + a_2z^{-2} = (1 + 0.7183z^{-1})z^{-1}F_1$$

Por lo tanto.

$$a_1 + a_2z^{-1} = (1 + 0.7183z^{-1})F_1$$

La división del primer miembro de esta última ecuación entre  $1 + 0.7183z^{-1}$  da el cociente  $a_1$  y el resto  $(a_2 - 0.7183a_1)z^{-1}$ . Al igualar el cociente con  $F_1$  y el resto con cero, obtenemos:

$$F_1 = a_1, \rightarrow a_2 - 0.7183a_1 = 0 \quad (57)$$

Resolviendo las ecuaciones en función de  $a_1$  y  $a_2$  resulta:

$$\begin{aligned} a_1 &= 0.582, \\ a_2 &= 0.418 \end{aligned}$$

Entonces,  $F(z)$  se determina en la forma:

$$F(z) = 0.582z^{-1} + 0.418z^{-2}, \quad F_1 = 0.582$$

La ecuación (55) resulta.

$$N(z) = 1 + 0.418z^{-1} \quad (58)$$

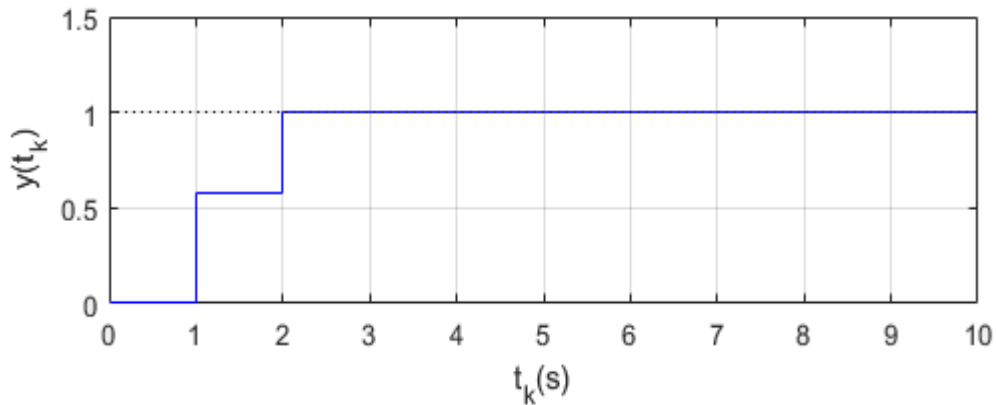
La función transferencia de pulso del controlador digital  $C(z)$  es determinada según:

$$C(z) = \frac{F(z)}{G(z)(1 - z^{-1})N(z)} = \frac{1.582 - 0.582z^{-1}}{1 + 0.418z^{-1}}$$

Con el controlador digital diseñado de esta manera, la función transferencia de pulso en lazo cerrado se convierte en:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = F(z) = \frac{0.582(z + 0.7183)}{z^2}$$

La salida del sistema en respuesta a una entrada escalón unitario  $r(t) = 1$  se observa en la Figura 18.



**Figura 18.** Respuesta step en lazo cerrado.

Fuente: Elaboración propia.

También se obtiene como sigue:

$$Y(z) = F(z)R(z) = (0.582z^{-1} + 0.418z^{-2}) \frac{1}{1 - z^{-1}} = 0.582z^{-1} + z^{-2} + \dots$$

Por lo tanto:

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0.582, \quad y(k) = 1, \quad k = 2,3,4, \dots$$

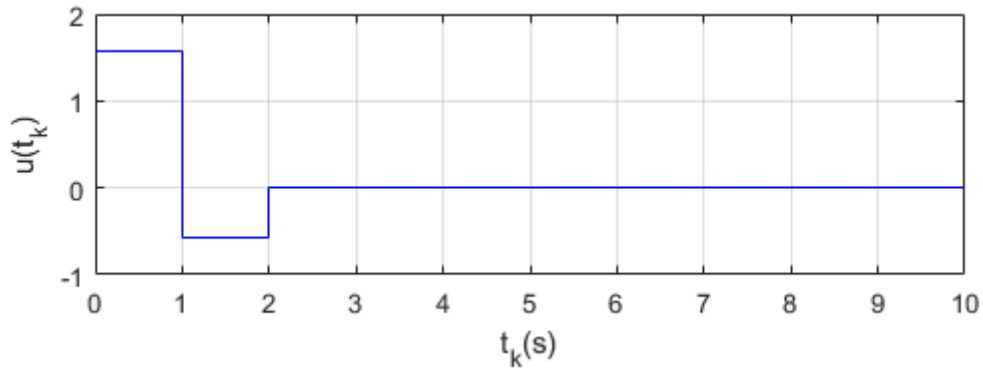
Observe que la sustitución de 0.582 en lugar de  $F_1$  da como resultado:

$$U(z) = \frac{1}{0.36788} (1 - 0.3679z^{-1}) F_1 = \frac{1}{0.36788} (1 - 0.3679z^{-1}) 0.852$$

$$U(z) = 1.582 - 0.582z^{-1}$$

Por lo tanto, la señal de control  $u(k)$  mostrada en la Figura 19, se convierte en cero para  $k \geq 2$  tal y como se requiere. No existe componente oscilatoria entre muestras en la salida una vez alcanzado el tiempo de establecimiento.





**Figura 19.** Señal de control en lazo cerrado.  
Fuente: Elaboración propia.

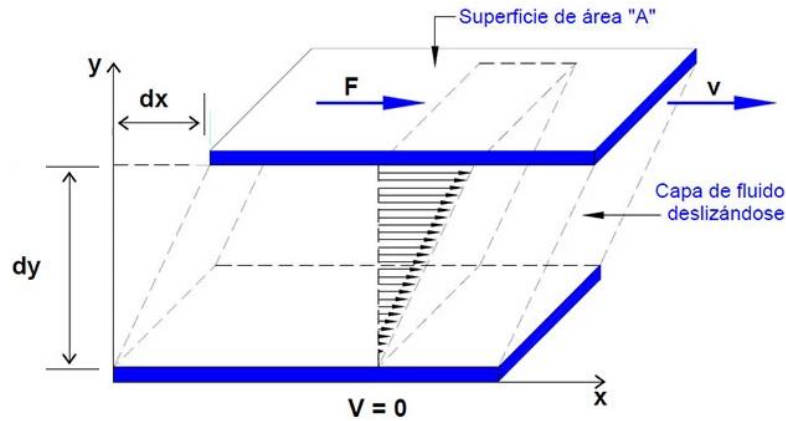
## 2.3 Conceptual

### 2.3.1 Definición de Fluido

“Se denomina fluido a un tipo de medio continuo formado por alguna sustancia entre cuyas partículas solo hay una fuerza de atracción débil. La propiedad definitoria es que los fluidos cambian de forma sin que aparezcan en su seno fuerzas restitutivas tendentes a recuperar la forma «original» (lo cual constituye la principal diferencia con un sólido deformable, donde sí hay fuerzas restitutivas)” (Mott, 1996).

#### a. Viscosidad de Newton

La viscosidad de Newton establece una relación entre la deformación del fluido y la fuerza aplicada, a través de una constante denominada viscosidad. Si consideramos el flujo de una sustancia entre dos placas paralelas, una fija y la otra móvil, sometida a una fuerza tangencial en su superficie, tal como se ilustra en la Figura 20, la fuerza  $F$  tangencial es directamente proporcional a la velocidad  $u$  y al área transversal  $A$  entre las placas, mientras que es inversamente proporcional al espacio de separación  $t$  entre ellas.



**Figura 20.** Deformación de un fluido por acción de una fuerza cortante  
Fuente: Elaboración propia.

$$F = \mu x A x \frac{u}{t} \quad (59)$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica cuyas unidades son el poise ( $1 \text{ poise} = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ) propio de cada fluido en particular. Además, se conoce que la fuerza cortante es proporcional al área transversal. Entonces:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (60)$$

La expresión (60) es conocida como ecuación de la viscosidad de Newton. El término diferencial es el gradiente de velocidad. Si a la viscosidad dinámica o absoluta es dividida entre la densidad del fluido, resulta la viscosidad cinemática, cuya unidad es el Stoke ( $1 \text{ stoke} = 0.0001 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ ).

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\rho} \quad (61)$$

### b. Volumen Específico y Densidad

El volumen específico de un fluido se describe como el cambio en el volumen por unidad de masa. El volumen específico puntual corresponde a la evaluación del límite cuando la masa diferencial  $dm$  tiende a cero [5], y se mide en unidades de  $\text{m}^3/\text{kg}$ . En contraposición, la densidad se define como la inversa del volumen específico.

$$\bar{v} = \frac{1}{\rho} = \frac{dV}{dm} \quad (62)$$

### c. Peso Específico

El peso específico de un fluido se refiere a la relación entre el peso y la unidad de volumen. Este valor depende de la gravedad, que varía en función de la ubicación. De esta manera,  $\gamma = \rho x g$  con unidades de  $\frac{N}{m^3}$ .

$$\gamma = \frac{dG}{dV} = g \frac{dm}{dV} \quad (63)$$

### d. Caudal

El caudal se define como la cantidad de volumen de fluido que atraviesa una sección transversal en una unidad de tiempo. Se mide en unidades de  $Lt/s$  o  $m^3/s$ . Matemáticamente, se expresa mediante la ecuación:

$$\begin{aligned} dQ &= v \cdot dS \\ Q &= \oint v \cdot dS \\ Q &= V \cdot S \end{aligned} \quad (64)$$

### e. Número de Reynolds

El número adimensional  $R_e$ , conocido como el número de Reynolds, caracteriza el tipo de movimiento de los fluidos. Si el flujo es ordenado en relación con este número, se denomina flujo laminar; mientras que, si el flujo es desordenado, se le llama flujo turbulento. El orden relativo del flujo de los líquidos se interpreta como la relación entre la fuerza inercial del movimiento y la fuerza viscosa. A este resultado se le atribuye el nombre de Número de Reynolds.

$$R_e = \frac{VD}{\gamma} \quad (65)$$

Donde:

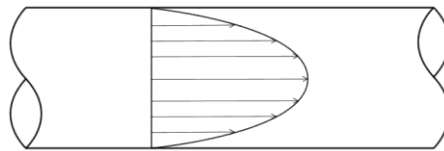
$\gamma$ : Viscosidad cinemática del fluido  $\left(\frac{m^2}{s}\right)$

$V$ : Velocidad promedio  $\left(\frac{m}{s}\right)$

$D$ : Diámetro de la tubería ( $m$ )

Cuando el número de Reynolds es bajo,  $R_e < 2000$ , esto indica un dominio de la fuerza viscosa en el flujo. En este caso, se clasifica el flujo como laminar, lo que se caracteriza por un movimiento suave, organizado y en direcciones paralelas, tal como se ilustra en la Figura 22. En este régimen, el factor de fricción adimensional se calcula mediante la siguiente expresión:

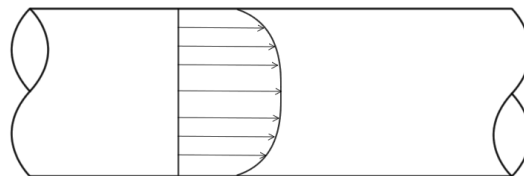
$$f = \frac{64}{R_e} \quad (66)$$



**Figura 21.** Movimiento de fluido laminar.

Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, cuando el número de Reynolds es alto,  $R_e > 4000$ , esto indica que la fuerza de inercia es predominante sobre la fuerza viscosa, y se denomina flujo turbulento. Este tipo de flujo se caracteriza por un movimiento irregular, caótico y en forma de remolinos, como se observa en la Figura 22:



**Figura 22.** Movimiento de fluido turbulento.

Fuente: Elaboración propia.

Para este régimen, el factor de fricción  $f$  es calculado como:

$$f = \frac{1}{4 \left[ \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (67)$$

Donde:

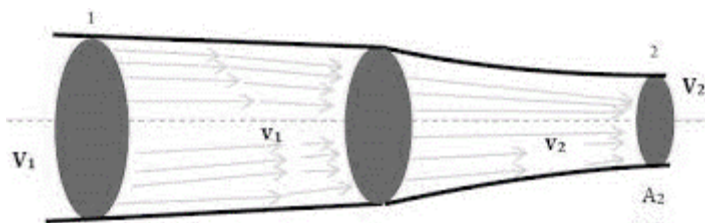
$\varepsilon$ : Es la rugosidad de la tubería (m)

$D$ : Es el diámetro de la tubería (m)

$f$ : Factor de fricción (adimensional)

#### f. Ecuación de la continuidad

Se analiza un flujo constante a través de una tubería de flujo, donde no ocurre intercambio de fluido entre las líneas de flujo de la tubería. La cantidad de masa que atraviesa dos secciones transversales diferentes en un intervalo de tiempo es constante. Esto implica que la conservación del flujo másico se mantiene, tal como se ilustra en la Figura 23.



**Figura 23.** Flujo másico a través de un tubo de corriente.

Fuente: Elaboración propia.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

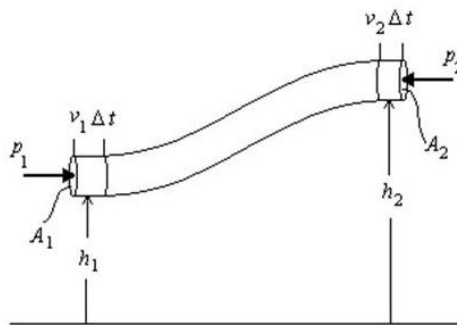
$$\rho_1 v_1 dA_1 = \rho_2 v_2 dA_2$$

$$\int_{A_1} \rho_1 v_1 dA_1 = \int_{A_2} \rho_2 v_2 dA_2 \quad (68)$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

### g. Ecuación De Bernoulli

La ecuación de Bernoulli surge directamente del principio de conservación de la energía. Si se considera un fluido en movimiento a través de una tubería con variaciones en altura y diámetro, los valores de presión, caudal y velocidad cambian a lo largo de su recorrido debido a la transformación de energía cinética en potencial y viceversa. En 1738, Bernoulli describió estas transformaciones energéticas a través de una ecuación que lleva su nombre. A partir del principio de conservación de la energía, se deriva:



**Figura 24.** Flujo a través de una tubería.

Fuente: Elaboración propia.

$$\Delta K + \Delta U = \Delta W \quad (69)$$

En donde

$$\Delta K = \frac{Mv_2^2}{2} - \frac{Mv_1^2}{2}$$

$$\Delta U = Mgz_2 - Mgz_1$$

$$\Delta W = p_1A_1v_1t - p_2A_2v_2t$$

Reemplazando los términos se obtiene:

$$\frac{v_1^2}{2\rho g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\rho v_2^2}{2\rho g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_p \quad (70)$$

En donde:

$v_1$  Y  $v_2$ : Son las velocidades del fluido ( $m/s$ )

$P_1$  Y  $P_2$ : Son las presiones del fluido ( $N/m^2$ )

$Z_1$  Y  $Z_2$ : Son las alturas del fluido ( $m$ )

$\rho$ : Densidad del fluido ( $kg/m^3$ )

$g$ : Constante gravitacional ( $9.81 m/s^2$ )

$h_p$ : Altura de pérdidas ( $m$ )

La ecuación (2.12) es la ecuación de Bernoulli que considera la altura de pérdidas  $h_p$  que siempre esta presentes en todos los sistemas reales.

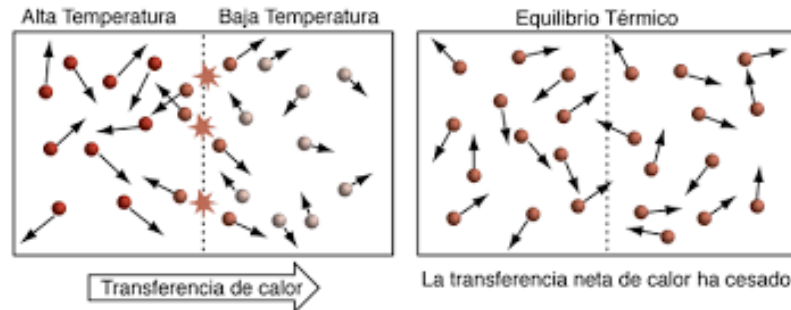
### 2.3.2 Sistemas Térmicos

Los sistemas térmicos son aquellos en los que ocurre un intercambio de calor con su entorno, y estos sistemas son de tipo cerrado o abierto. En el primer caso, el calor se intercambia exclusivamente a través de las paredes del sistema, con un flujo positivo si el calor ingresa o flujo negativo si el calor sale. En el segundo caso, el sistema no solo intercambia calor mediante las paredes, sino también a través del flujo de masa que entra y sale. En este último caso, la cantidad de masa contenida en el sistema varía constantemente con el tiempo, y a esto se le conoce como sistema de volumen de control. Para el enfoque de esta tesis, se enfocará detalladamente en los sistemas de volumen de control, lo cual requiere un entendimiento de ciertos conceptos fundamentales que seguidamente se detallan.

#### a. Calor y Temperatura

Los objetos están compuestos por moléculas que interactúan intercambiando energía entre sí y con su entorno. El término "calor" se refiere a la suma total de la energía cinética de las moléculas que constituyen el sistema. Cuanto mayor sea la energía cinética, mayor será la cantidad de calor y viceversa. Por otro

lado, la "temperatura" se considera como una medida promedio de la energía cinética de los átomos y moléculas individuales presentes en el sistema (ver Figura 25).



**Figura 25.** Aumento del movimiento interno de las partículas.

Fuente: Elaboración propia.

## b. Transferencia de Calor

Se trata del fenómeno de expansión de la energía térmica a través de diversos medios, desencadenado por la presencia de un gradiente calorífico o cuando dos objetos con temperaturas distintas entran en contacto. En esta situación, el calor se desplaza del objeto más caliente hacia el más frío. Esto continúa hasta que se establece el equilibrio térmico, es decir, hasta que las temperaturas se igualan. Esta transmisión ocurre en tres modalidades [7].

### Transferencia de Calor por Conducción

La conducción térmica es el proceso mediante el cual el calor se propaga en un material debido al movimiento y la vibración de electrones, átomos y moléculas que lo componen. En este proceso, las partículas con mayor energía o temperatura ceden su energía a aquellas con menor energía o temperatura. Esta transferencia de calor se rige por la Ley de Fourier (2.13), que establece que el flujo de calor  $\dot{Q}$  que atraviesa una sección transversal específica  $A$ , es directamente proporcional a la variación de temperatura por unidad de longitud en la dirección de la transferencia,  $\frac{dT}{dx}$ , también conocida como gradiente de



temperatura. Además, esta transferencia depende de una constante intrínseca  $K$  propia de cada material, que se conoce como conductividad térmica [8].

$$\dot{Q} = -KA \frac{dT}{dx} \quad (71)$$

En donde:

$K$ : Conductividad térmica  $\left(\frac{W}{m^{\circ}C}\right)$

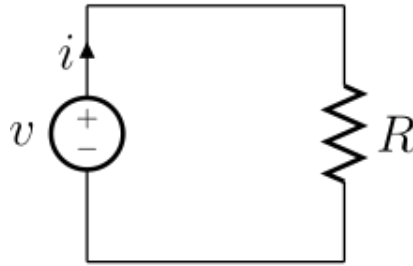
$\frac{dT}{dx}$ : Gradiente de temperatura  $\left(\frac{^{\circ}C}{m}\right)$

$A$ : Área de la sección transversal ( $m^2$ )

### c. Generación de Calor mediante Efecto Joule

El efecto Joule es un fenómeno físico que transforma la energía eléctrica en calor al ocurrir la pérdida de energía cuando los electrones atraviesan una resistencia eléctrica. Esta resistencia presenta una notable oposición al flujo libre de electrones, lo que resulta en la disipación de gran parte de su energía en colisiones con los átomos del material. Esta energía perdida se convierte en calor debido a la intensa vibración, que a su vez se transmite por conducción, convección o radiación. Si la temperatura generada es lo suficientemente alta, provocan la emisión de luz debido a la incandescencia de la resistencia.

Se contempla el esquema eléctrico básico que se muestra en la Figura 26, en el cual se observa una fuente de voltaje  $v$ , una resistencia eléctrica  $R$  y una corriente inducida  $i$ . La potencia disipada en la resistencia se rige por la ecuación de Joule  $P = VI$ . Si aplicamos la ley de Ohm  $V = IR$ , se expresa la potencia disipada como  $P = I^2R$  en Watts. Esta potencia se transfiere a una cantidad específica de agua, por lo que es necesario convertirla en calorías por segundo mediante un factor de conversión de 0.24 cómo se indica en la expresión (71).



**Figura 26.** Circuito resistivo de generación de calor.

Fuente: Elaboración propia.

$$\dot{Q} = 0.24I^2R = \frac{V^2}{R} \quad (72)$$

En donde:

$I$ : Corriente que circula por el circuito ( $A$ )

$R$ : Resistencia eléctrica que disipa calor ( $\Omega$ )

$V$ : Caída de potencial en la resistencia ( $v$ )

## 2.4 Definición de términos básicos

- **Compresibilidad:** Todos los fluidos exhiben cierto grado de compresibilidad. Sin embargo, los líquidos muestran una incompresibilidad notable en contraste con los gases, que poseen una alta compresibilidad. No obstante, la propiedad de compresibilidad no distingue entre fluidos y sólidos, ya que la compresibilidad de los sólidos es semejante a la de los líquidos.
- **Viscosidad:** Aunque en los gases la viscosidad es considerablemente inferior que, en los líquidos, esta característica persiste. La viscosidad provoca que la velocidad de deformación pueda incrementar las tensiones dentro del medio continuo. Esta característica aproxima a los fluidos viscosos a los sólidos viscoelásticos.

- **Distancia Molecular Grande:** Esta cualidad define a los fluidos por la considerable distancia entre sus moléculas en comparación con los sólidos. Esto posibilita que puedan cambiar su velocidad con facilidad ante fuerzas externas y facilita su compresión.
- **Fuerzas de Van der Waals:** Descubierta por el físico neerlandés Johannes Van der Waals, esta fuerza enfatiza lo relevante de considerar el volumen de las moléculas y las interacciones intermoleculares, así como la distribución de cargas positivas y negativas en las moléculas. De esta forma, se establece la correlación entre presión, volumen y temperatura en los fluidos.

### III. HIPOTESIS Y VARIABLES

#### 3.1 Hipótesis

##### 3.1.1 Hipótesis general

H<sub>1</sub>: Será posible que la ley de control de tiempo finito logre el control del nivel y temperatura de la mezcla fluidos.

H<sub>0</sub>: No será posible que la ley de control de tiempo finito logre el control del nivel y temperatura de la mezcla fluidos.

##### 3.1.2 Hipótesis específicas

Hipótesis específica 1:

H<sub>1</sub>: La obtención del modelo exacto facilitara la simulación de las características y las propiedades de los fluidos contenidos en tanques de almacenamiento.

H<sub>0</sub>: La obtención del modelo exacto facilitara la simulación de las características y las propiedades de los fluidos contenidos en tanques de almacenamiento.

Hipótesis específica 2:

H<sub>1</sub>: Un adecuado análisis de la transferencia de calor en sistemas de volumen de control y la transformación de la energía eléctrica en calorífica logra un adecuado balance de energía.

H<sub>0</sub>: Un adecuado análisis de la transferencia de calor en sistemas de volumen de control y la transformación de la energía eléctrica en calorífica no logra un adecuado balance de energía.

Hipótesis específica 3:

H<sub>1</sub>: El desarrollo y análisis de sistemas con retardo logra un adecuado tratamiento y posterior establecimiento de los parámetros que mejoren la performance del sistema.

H<sub>0</sub>: El desarrollo y análisis de sistemas con retardo no logra un adecuado tratamiento y posterior establecimiento de los parámetros que mejoren la performance del sistema.

### 3.1.3 Definición conceptual de las variables

#### Variables Independientes

La variable independiente son las acciones de los actuadores de las válvulas de control que proporcionan el caudal que se requiere en el tanque de agua, se denota por la variable ( $u$ ).

#### Variables dependientes

Se relacionan con el nivel y con la temperatura en el proceso de la mezcla y son representadas por las variables  $h$  y  $T$  respectivamente.

#### Operacionalización de variables

Con el propósito de validar y verificar la construcción de la hipótesis planteada, procedemos a llevar a cabo el proceso metodológico que implica desglosar de manera deductiva las variables que conforman el objeto de investigación. Este proceso se inicia desde lo más abarcador hasta lo más preciso (ver Tabla 9).

**Tabla 9** Características de las variables

Variables	Dimensiones	Indicadores	Escala Medición
Variable Independiente X: voltaje	X.1. Obtención de la ley de control	Componente del sistema de control	Cuantitativa
	X.2. Medida de la acción de control	Valor observable	Cuantitativa
	X.3. Limitación de la acción de control	Grado de actuación apropiado	Cuantitativa
Variables dependientes Y: nivel y temperatura	Y.1 Medida del nivel Y.2 Medida de la temperatura	Valor observable	Cuantitativa

Fuente: Elaboración propia

## **IV. DISEÑO METODOLOGICO**

### **4.1 Tipo de diseño de investigación**

El tipo de investigación es aplicada, la ejecución de esta investigación se enmarca en la modalidad tecnológica y posee un carácter aplicado con Investigación y Desarrollo (I+D). Esto se refleja en la simulación del prototipo del sistema de control de nivel y temperatura, donde se analiza su respuesta lineal y se evalúa la eficacia del diseño con el fin de potenciar la precisión en la regulación de nivel y temperatura mediante la estrategia de control por tiempo finito.

El diseño de investigación es experimental ya que se manipula variables para observar sus efectos en el sistema. Este control y manipulación de variables permiten evaluar la efectividad del modelo y las estrategias de control propuestas.

El enfoque es cuantitativo ya que se utiliza datos numéricos generados por la simulación en MATLAB para analizar el comportamiento del sistema y medir el impacto de las diferentes estrategias de control, proporcionando resultados objetivos y medibles.

El nivel de la investigación es explicativo ya que busca no solo describir el sistema, sino también explicar cómo y por qué ciertos cambios en el control afectan el comportamiento del sistema. Esto incluye la comprensión de las relaciones causales entre las variables controladas y las respuestas del sistema. El corte de la investigación es transversal ya que se realiza en un momento específico, evaluando el sistema bajo distintas condiciones en un mismo periodo de estudio, lo que permite obtener una instantánea detallada del comportamiento del sistema en ese momento.

### **4.2 Método de investigación**

El método usado es hipotético deductivo ya que se basa en formular hipótesis a partir de teorías existentes y luego deducir consecuencias lógicas que se pueden probar experimentalmente para validar o refutar las hipótesis.

Desarrollo de la metodología

La metodología empleada fue la siguiente:

El tercer tanque es usado para mezclar proporcionalmente dos soluciones diferentes *Sol1* y *Sol2* provenientes de los tanques *Tanq1* y *Tanq2*. Para que esto ocurra, los caudales de entrada al tercer tanque *Tanq3* deben ser proporcionales. Esto se logra haciendo que el flujo del tanque 1 sea proporcional al tanque 2:

$$q_1 = Kq_2$$

Se deduce la relación de alturas según:

$$h_1 = K^2h_2$$

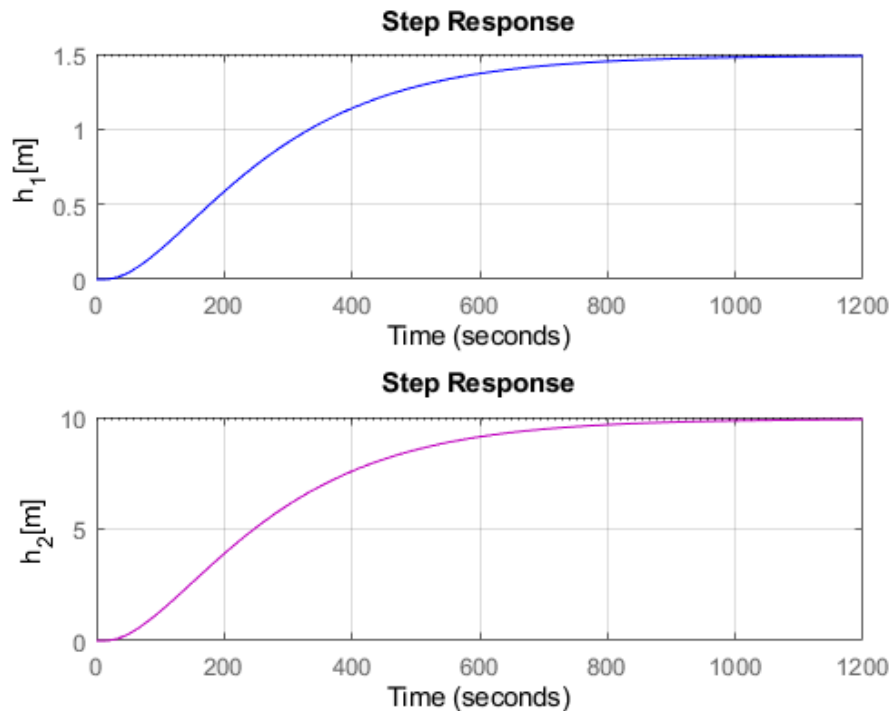
Esto significa que las alturas de los tanques tienen proporcionalidad cuadrática, con una cierta tendencia parabólica. Por ejemplo, cuando la constante de proporcionalidad sea de 1.3 el primer tanque tendrá una altura de 0.324m el segundo de 0.5475m. Cuando varía el parámetro de proporcionalidad  $K$  hace que cambie la función de transferencia del tercer tanque, dado que esté depende directamente del comportamiento de los tanques predecesores, en consecuencia, escribimos:

$$G_3(s) = \frac{B}{1.853 \times 10^4 s^2 + 279.4s + 1} e^{-13.5s}$$

Siendo:

$$B = 1.1395 + \frac{1.1395}{K^2}$$

Para que el sistema funcione adecuadamente dentro de los parámetros establecidos, se establecerá un rango de variación para la constante  $K$ . Establecemos un valor de ganancia mínimo  $K = 0.36$ .



**Figura 27.** Respuesta step para calibración de la ganancia de tanques.

Fuente: Elaboración propia.

Este valor se considera mínimo dado que permite tener casi lleno el tanque 1 y prácticamente vacío el tanque 2. Para que esta relación de proporcionalidad funcione correctamente se establece un rango de valor de ganancia entre 0.36 y 1.8.

#### **4.3 Población y muestra**

La población involucra el análisis del sistema de nivel y temperatura en un contexto industrial de mezcla de líquidos, dado que esto asegurará la optimización de varios procedimientos industriales.

#### **4.4 Lugar de estudio y periodo desarrollado**

Este estudio se lleva a cabo en las instalaciones del laboratorio Unidad de Posgrado de la Universidad Nacional del Callao.

#### **4.5 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información**

No aplica utilizar las técnicas e instrumentos para la recolección de datos.



#### **4.6 Análisis y procesamiento de datos**

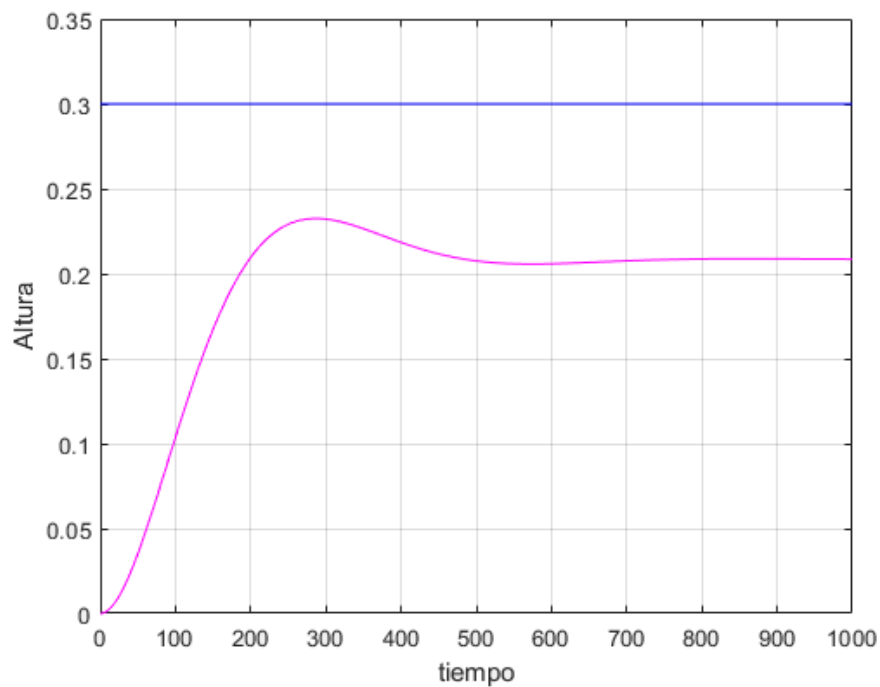
No aplicable a este trabajo de investigación.

## V. RESULTADOS

### 5.1 Resultados descriptivos

#### (a) Resultado 1

Una de las cualidades esenciales y ventajas del análisis descriptivo radica en lo que se investiga, ya que nos brinda la capacidad de comprender el problema en cuestión y los potenciales fenómenos asociados. Por ejemplo, conocer como es la respuesta del sistema de nivel del tercer tanque en lazo cerrado según lo mostrado en la Figura 28.

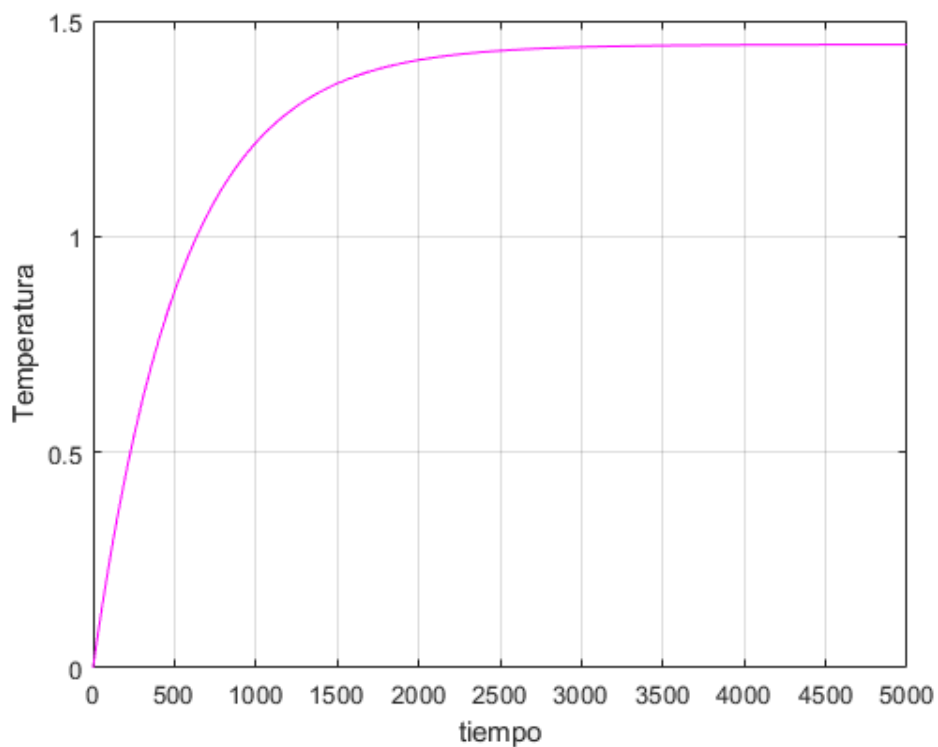


**Figura 28.** Respuesta step en lazo abierto del tanque 3 nivel.

Fuente: Elaboración propia.

(b) Resultado 2

También está la información para controlar la temperatura del sistema de control de la mezcla en el tercer tanque de nivel. Ambos sistemas que corresponden a la planta del sistema tanque de nivel del tercer tanque que en donde se aplicaran el control de tiempo finito. En este caso la Figura 29 muestra la respuesta del sistema de temperatura en lazo cerrado.



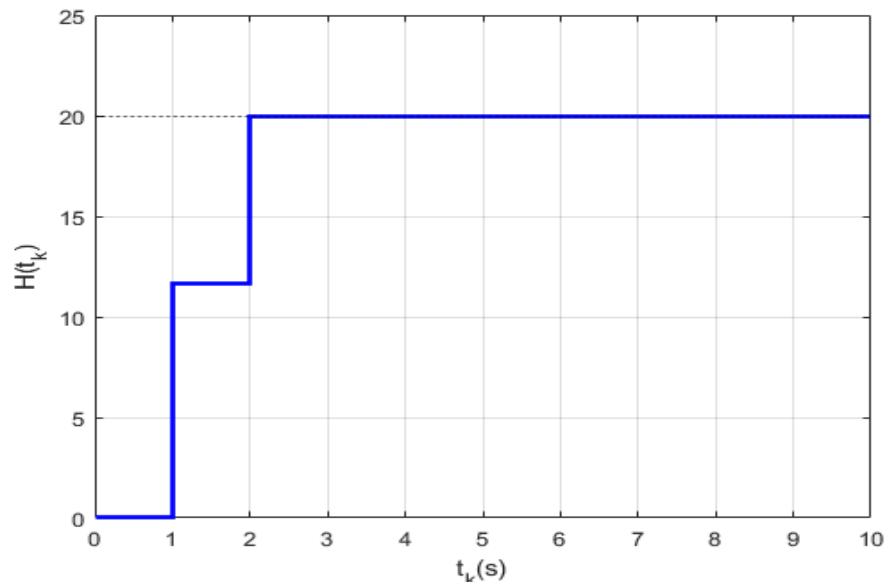
**Figura 29.** Respuesta step en lazo abierto del tanque 3 temperatura.

Fuente: Elaboración propia.

(c) Resultado 3

Asimismo, adquiere relevancia el análisis de lo que constituiría la ejecución del sistema de control de nivel en tiempo real, junto con las pruebas correspondientes. No obstante, en el marco de esta tesis, se están contemplando alternativas de equipamiento en los apéndices para una posible implementación

de un prototipo y su posterior puesta en marcha. Evidentemente, la cuestión de los costos resulta fundamental, ya que la cotización dependerá del nivel de dimensionamiento elegido.



**Figura 30.** Respuesta step en lazo abierto del tanque 3 temperatura.

Fuente: Elaboración propia.

## 5.2 Resultados inferenciales

La inferencia de resultados conlleva la culminación en base a las observaciones obtenidas. En nuestro caso, nos dedicaremos al diseño de un controlador de tiempo finito.

Se aplicarán los siguientes pasos de diseño:

1. La función transferencia de pulso en lazo cerrado  $F(z)$  es un polinomio en  $z^{-1}$ , todos los polos en lazo cerrado están en el origen  $z = 0$ . El polo múltiple en lazo cerrado en el origen es muy sensible a las variaciones de parámetros del sistema.
2. Aunque un sistema de control digital, creado para lograr un tiempo de establecimiento mínimo y un error en estado estacionario de cero en respuesta a un tipo específico de entrada, exhibe excelentes características

de respuesta transitoria para dicha entrada diseñada, se observa que estas características resultan inferiores o incluso inaceptables para otros tipos de entradas. Este fenómeno es constante en el ámbito de los sistemas de control óptimo: un sistema de este tipo ofrecerá las mejores características de respuesta para la entrada para la cual fue concebido, pero no será óptimo en tanto respuesta para otros tipos de entradas.

3. Al discretizar un controlador analógico, un aumento en el intervalo de muestreo modifica la dinámica del sistema, pudiendo llevar a su inestabilidad. En contraste, el comportamiento del sistema de control digital diseñado no depende de la elección del intervalo de muestreo. Dado que las entradas  $r(t)$  consideradas aquí son entradas en el dominio temporal (escalón, rampa, aceleración), el intervalo de muestreo  $T$  se selecciona arbitrariamente. Un menor intervalo de muestreo (que es un múltiplo entero del período de muestreo  $T$ ) disminuirá el tiempo de respuesta. Sin embargo, un intervalo de muestreo  $T$  excesivamente pequeño ocasionará que la magnitud de la señal de control sea excesivamente grande, lo que desencadenará fenómenos de saturación en el sistema, invalidando el método de diseño presentado en esta sección. Por tanto, el intervalo de muestreo  $T$  no debe ser excesivamente pequeño. Por otro lado, si el intervalo de muestreo  $T$  se selecciona de manera demasiado grande, el sistema manifestará un comportamiento insatisfactorio o incluso inestabilidad cuando se le somete a entradas temporales cambiantes, como aquellas en el dominio de la frecuencia. Por ende, se requiere un término medio. Una pauta práctica sería seleccionar el intervalo de muestreo  $T$  lo suficientemente pequeño para evitar la aparición de fenómenos de saturación en la señal de control

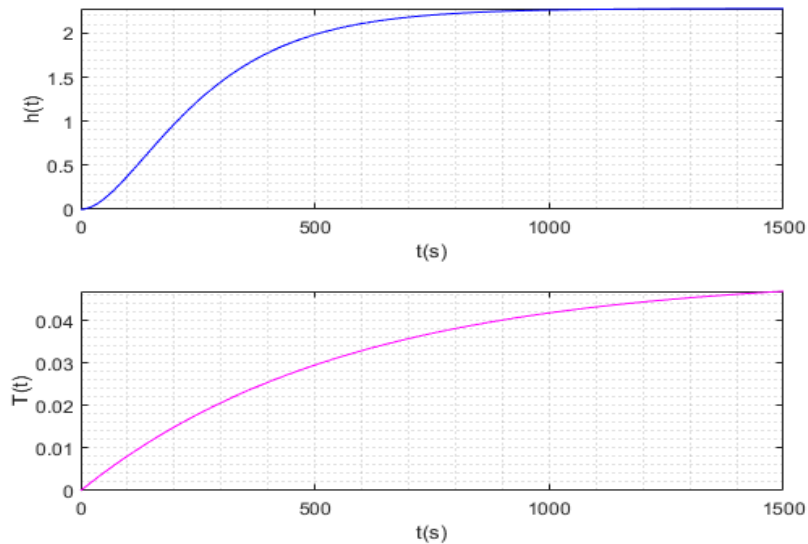
## VI. DISCUSION DE RESULTADOS

### 6.1 Contrastación y demostración de la hipótesis con los resultados

#### 6.1.1 Contrastación de la hipótesis específica 1

En esta instancia, se ha conseguido un modelo preciso que surge de bases teóricas, lo cual permitirá la simulación de las particularidades y propiedades de los fluidos alojados en los recipientes de almacenamiento.

En el ámbito de la teoría del control, un modelo no lineal adecuado simplificará la simulación de las dinámicas características y la respuesta en lazo abierto. En este contexto, el modelo del depósito de nivel ha sido validado desde la perspectiva de las fuentes literarias empleadas, dado que es un modelo conceptual. Además, se ha exhibido la respuesta en lazo abierto para el sistema de nivel del tercer tanque, así como la temperatura en el mismo tanque (ver Figura 31).



**Figura 31.** Respuesta step del tanque 3 nivel y temperatura.

Fuente: Elaboración propia.

### **6.1.2 Contrastación de hipótesis específica 2**

Generalmente un sistema térmico posee muchas variables inherentes al proceso. Usualmente en algunos casos se desprecian alguna de ellas, sin embargo, teniendo en consideración los parámetros más significativos es posible obtener un modelo exacto con una métrica del FPE (Function Prediction Error) mayor a 90%. Un adecuado análisis en la obtención de la transferencia de calor en sistemas de volumen de control y la transformación de la energía eléctrica en calorífica lograra un adecuado balance de energía

### **6.1.3 Contrastación de hipótesis específica 3**

El desarrollo del algoritmo y análisis de sistemas con retardo lograra un adecuado tratamiento y posterior establecimiento de los parámetros que mejoren la performance del sistema.

## 6.2 Responsabilidad ética de acuerdo con los reglamentos vigentes

Yo, Elías Josué Alba Mejía, doy fe que mi tesis de doctorado titulada **“MODELADO Y CONTROL DE TIEMPO FINITO EN UN SISTEMA DE NIVEL Y TEMPERATURA EN UN PROCESO INDUSTRIAL DE MEZCLA DE LÍQUIDOS”**, es de mi autoría, y su aplicación orientada al campo de procesos industriales como es en sistema tanque de nivel y temperatura es fácilmente escalable procesos agroindustriales de mayores dimensiones bajo los principios metodológicos del trabajo de tesis que estamos presentando.

Finalmente, faculto a que la información contenida en mi tesis sea utilizada por otro investigador e ir ampliando a otros procesos, siempre y cuando haga la referencia respectiva.

Dando fe de lo declarado, firmo

---

Elías Josué Alba Mejía

DNI:25830601

Callao, enero del 2024



## VII. CONCLUSIONES

A partir del análisis de los resultados presentados en los Capítulos IV y V, se concluye:

- La presencia de factores como la viscosidad del fluido, las pérdidas de presión en los componentes y la configuración geométrica de las tuberías, contribuyen al hecho de que la respuesta del sistema de nivel no sea instantánea, lo que indica que siempre existe un cierto retardo temporal en su comportamiento. Paralelamente, la transferencia de calor es un fenómeno que ocurre cuando las partículas intercambian energía a través de movimientos particulares, lo que impide la transmisión instantánea de calor en el sistema. Así, se deduce que todos los sistemas térmicos presentan algún grado de retardo temporal. No obstante, en estas circunstancias, se ha logrado desarrollar un modelo preciso para describir el comportamiento de nivel y temperatura.
- La respuesta temporal de los sistemas discretos es muy parecida a la dinámica de los sistemas continuos, por tanto, el periodo de muestreo y el método de digitalización han sido los adecuados para el desarrollo del algoritmo de control.
- El control de tiempo finito presenta sobre impulso nulo prolongado y tiempo de estabilización adecuado para propósitos de medida del desempeño de sistema de nivel y temperatura. Además, el control de tiempo finito tiene menor sobre impulso y se estabiliza más rápido se concluye que este método es el apropiado para controlar sistemas que poseen retardos temporales.

## VIII. RECOMENDACIONES

- Al considerar la implementación del sistema de nivel, es crucial tener en cuenta la cantidad de líquido involucrado, lo que permitirá determinar el tamaño adecuado del tanque de almacenamiento. A partir de esta información, se procede a dimensionar las tuberías y accesorios de manera apropiada.
- En relación al sistema de temperatura, se recomienda definir el rango de temperaturas deseadas para la mezcla. Posteriormente, es importante calcular la cantidad máxima de líquido que se pretende calentar. Estos dos parámetros servirán como base para determinar las resistencias eléctricas necesarias en el sistema.
- Respecto del controlador digital ira bien en la medida que se elija apropiadamente la frecuencia de muestreo con la que trabajara el sistema. También se recomienda un diseño de un control adaptativo por modelo de referencia tomando como modelo un proceso con retardo.

## IX. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] CARLOS A. SMITH, ARMANDO B. CORRIPIO. Principles and Practices of Automatic Process Control. Wiley, 3th Edition, 2005.
- [2] ROJAS MORENO ARTURO, AND PARRA QUISPE ARTURO. Design and Implementation of a Water Tank Control System Employing a MIMO PID Controller. Proceedings of the International Multi-Conference on Engineering and Technological Innovation, Orlando, USA, Vol II, July 2008, pp 344 - 349.
- [3] RUBÉN DARÍO AQUIZE PALACIOS. Tesis de Maestría “Implementación de un Sistema de Control No Lineal Backstepping Multivariable para la Planta Piloto Tanque con Agua”. Sección de Posgrado de la Facultad de Electricidad y Electrónica de la UNI. 2011.
- [4] ANÍBAL ARTURO PARRA QUISPE. Tesis de Maestría “Diseño e Implementación de Controladores PID Industriales”. Sección de Posgrado de la Facultad de Electricidad y Electrónica de la UNI. 2007.
- [5] KATSUHIKO OGATA, Ingeniería de Control Moderna. Pearson Educación, 5ta edición, 2010, pp 101-104, 568-571.
- [6] W. F. HUGHES AND J. A. BRIGHTON, Theory and Problems of Fluid Dynamics, Schaum’s outlines series, McGraw-Hill, 2nd edition, 1991.
- [7] DEEPA P, SIVAKUMAR R Synthesis of heuristic control strategies for liquid level control in spherical tank. Published in: 2017 Third International Conference on Advances in Electrical, Electronics, Information, Communication and Bio-Informatics (AEEICB), IEEE Xplore: July 2017
- [8] ABDELELAH K., AND HUSSAM H. Design Fuzzy Logic Controller for Liquid Level Control. International Journal of Emerging Science and Engineering (IJESE) ISSN: 2319–6378, Vol. 1, Issue 11, September 2013.
- [9] ZHU JIAN – JUN. Design of Fuzzy Control System for Tank Liquid Level Based on WinCC and Matlab. 13th International Symposium on Distributed Computing and Applications to Business, Engineering and Science, 2014.

## **ANEXOS**

## **ANEXO 1: Programas en MATLAB**

### Programa 1: Apertura y cierre de la válvula

```
% input : % apertura válvula
% output: caudal de la valvula
%Constante
a1=10;
a2=50;
% Posición del Obturador
x=0:0.01:1;
% 1. Valvula Lineal
f1=x;
% 2. Válvula Raiz Cuadrada
f2=sqrt(x);
% 3. Valvula de porcentaje parejo
f3=a1.^(x-1); %Cte 1
f4=a2.^(x-1); %Cte 1
% 4. Válvula Hiperbólica
f5=1./(a1-(a1-1).*x);
f6=1./(a2-(a2-1).*x);
%Grafica:
plot(x,f1,x,f2,x,f3,x,f4,x,f5,x,f6,'Linewidth',2.5)
legend('Lineal','Raiz Cuadrada','Igual Porcentaje \alpha=10'...
      , 'Igual Porcentaje \alpha=50','Hyperbolica \alpha=10',...
      'Hyperbolica \alpha=50','Location','northwest')
grid minor
xlabel('Apertura de la valvula')
ylabel('Caudal')
```

### Programa 2: Modelos de tanques en lazo abierto

```
clear; close all; clc
n=1.8008;
d=[103.3 1];
dt=7.8;
G=tf(n,d,'inputdelay',dt);
figure
step(G)
grid minor

n1=0.2506;
d1=[568.2 1];
dt1=94.4;
figure
G1=tf(n1,d1,'inputdelay',dt);
step(G1)
grid minor

n3=2.279;
```

```

d3=[1.853e-4 279.4 1];
dt3=13.5;
G3=tf(n3,d3,'inputdelay',dt);
figure
step(G3)
grid minor

```

Programa 3: Comportamiento de la electroválvula

```

clear; close all; clc
%Datos del motor
Ra=2; % Resistencia de armadura
Vi=5; % Voltaje máximo de alimentación
Wmax=6.16; % Velocidad angular máxima (T=0)
Tmax=0.13; % Torque máximo (W=0)
Jm=0.00052; % Inercia del motor
Bm=0.001; % Coeficiente de fricción del motor
Jg=0.066; % Inercia de los engranajes
Bg=0.0124; % Coeficiente de fricción de los engranajes
mval=0.1; % Masa de la paleta de la válvula
phival=0.0254; % Diámetro de la válvula
Jval=mval*phival^2/4;
Bval=Tmax/8.055; % Coeficiente de fricción de la válvula
% Datos de los engranajes
N1=11;
N2=60;
N3=12;
N4=48;
N5=12;
N6=48;
N7=16;
N8=47;
n=(N1*N3*N5*N7/(N2*N4*N6*N8));
% Momentos de inercia equivalentes
Jeq=(n^2*Jm+Jg+Jval)/n;
Beq=(n^2*Bm+Bg+Bval)/n;
% Constantes de torque (kt) y de velocidad (kv)
kt=Tmax*Ra/Vi;
kv=Vi/Wmax;
% función de transferencia del motor
numM=kt/(Jeq*Ra);
denM=[1 (Beq+(n*kv*kt/Ra))/Jeq 0];
Gm=tf(numM,denM);
Gsen=5/pi;
Gc=15;
Gservo=180/pi*feedback(Gc*Gm,Gsen);
% Generación del tren de pulsos
a=[20 40 60 80 100]; % Porcentaje de apertura de la válvula
th=2.5*ones(1,5)-a.*0.01;

```

```

Vmap=6.25-2.5*th;
G1=Vmap(1)*Gservo;
G2=Vmap(2)*Gservo;
G3=Vmap(3)*Gservo;
G4=Vmap(4)*Gservo;
G5=Vmap(5)*Gservo;
hold on
step(G1)
step(G2)
step(G3)
step(G4)
step(G5)
axis([0 80 0 100])
hold off
ylabel('Apertura de la válvula en grados')
xlabel('Tiempo')
title('Apertura de la electroválvula en Grados')
legend('apertura 20%', 'apertura 40%', 'apertura 60%', 'apertura
80%', 'apertura 100%')

```

Programa 4: Funciones de transferencia del sistema.

```

clear; close all; clc
% Propiedades del fluido
ro=1000;
cp=4186.8;
% Datos constructivos de los tanques
Dtank1=1.1;
Dtank3=1.1;
A1=pi*Dtank1^2/4;
A2=pi*Dtank1^2/4;
A3=pi*Dtank3^2/4;
Dtub=3/4*25.4/1000;
Atub=pi*Dtub^2/4;
%Constantes de válvulas y electroválvulas
km1=0.01;
km2=0.01;
k1=0.01656;
k2=0.01656;
k3=0.01656;
% Apertura inicial de las válvulas y electroválvulas
am1=0.5;
am2=0.5;
a1=0.45;
a2=0.45;
a3=0.80;
% Valores de las alturas estacionarias
hs1=((km1*am1)/(k1*a1))^2;
hs2=((km2*am2)/(k2*a2))^2;

```



```

hs3=((k1*a1*sqrt(hs1)+k2*a2*sqrt(hs2))/(k3*a3))^2;
% Valores estacionarios del Tanque 3
v3s=A3*hs3;
q3s=Atub*sqrt(2*9.81*hs3);
%q3s=k3*a3*sqrt(hs3);
Ts=1/(ro*cp*q3s)*48;
% Constante de proporcionalidad q1=Kq2
K=1;
% Resistencias y capacitancias hidráulicas
Rh1=(2*km1*sqrt(hs1))/(k1*a1);
Rh2=(2*km1*sqrt(hs1))/(k1*a1);
Rh3=sqrt(hs3)/(k3*a3)*(k1*a1/sqrt(hs1)+1/K^2*k2*a2/sqrt(hs2))*Rh1;
Ch1=A1/k1;
Ch2=A2/k2;
Tao1=2*A3*sqrt(hs3)/(k3*a3);
Tao2=2*A1*sqrt(hs1)/(k1*a1);
% Resistencia y capacitancia térmica
Rt=1/(ro*cp*q3s);
Ct=ro*cp*v3s;

% DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE CADA TANQUE Y DEL
sistema térmico
G1=tf(Rh1,[Rh1*Ch1 1], 'inputdelay',7.4);
G2=tf(Rh2,[Rh2*Ch2 1], 'inputdelay',7.4);
G3=tf(Rh3,conv([Tao1 1],[Tao2 1]), 'inputdelay',13.5);
G33=tf(Rh3/(Tao1*Tao2),conv([Tao1 1],[Tao2 1])/(Tao1*Tao2));
G4=tf(1000*Rt,[Rt*Ct 1], 'inputdelay',94.4);
% Linealización del sistema de nivel mediante la matriz Jacobiana
Eq1=[hs1 hs2 hs3];
syms x1 x2 x3 ua1
fx1=1/A1*(km1*ua1-k1*a1*sqrt(x1));
fx2=1/K^2*fx1;
fx3=1/A3*(k1*a1*sqrt(x1)+k2*a2*sqrt(x2)-k3*a3*sqrt(x3));
fx=[fx1;fx2;fx3]; % Vectores de Estados
x= [x1;x2;x3];
A=jacobian(fx,x);
B=jacobian(fx,ua1);
C=[0 0 1];
disp('Representación en espacio estados')
Ad = double(subs(A,{x1,x2,x3},{Eq1}));
Bd = double(B);
disp('Función de transferencia de la planta')
[num,den]=ss2tf(Ad,Bd,C,0);
GJ=tf(num,den);
%           0.000123 s
% -----
% s^3 + 0.01508 s^2 + 5.396e-05 s
F=GJ/(1+GJ);
t=0:0.001:1000;
amp=0.3;
r=amp*ones(size(t));
y=lsim(F,r,t);

```

```

figure
plot(t,r,'b')
hold
plot(t,y,'m')
grid on
axis([0 1000 0 0.35])
xlabel('tiempo')
ylabel('Altura')

s=tf('s');
Gp=0.0506/(568.2*s+1);
F=Gp/(1+Gp);
figure
t=0:0.001:5000;
amp=30;
r=amp*ones(size(t));
y=lsim(F,r,t);
figure
plot(t,r,'b')
hold
plot(t,y,'m')
grid on
axis([0 5000 0 1.5])
xlabel('tiempo')
ylabel('Temperatura')

```

Programa 5: Controlador de tiempo finito para el sistema de segundo orden.

```

clear; close all; clc
s=tf('s');
G=0.000123*s/(s^3 + 0.01508*s^2 + 5.396e-05*s);
T=1;
Gd=c2d(G,T);
Gd=zpk(Gd);
[nd,dd]=tfdata(Gd,T);
Hd=filt(nd,dd,T);
Gz=zpk(Hd);
% diseño del controlador
z=tf('z',T);
Fz=0.582*z^(-1)+0.418*z^(-2);
Nz=1+0.418*z^(-1);
Cz=Fz/(Gz*(1-z^(-1))*Nz);
Cz=zpk(Cz);
Cz=minreal(Cz,0.1);
% Simulacion
S=series(Gz,Cz);
Fz=S/(S+1);
Uz=Cz/(1+Cz*Gz);
tk=0:T:10;
amp=20;
rk=amp*ones(size(tk));

```

```

yk=lsim(Fz,rk,tk);
uk=lsim(Uz,rk,tk);
figure
h=stairs(tk,yk,'b');
set(h,'linewidth',2);
hold
stairs(tk,rk,'k:')
grid
xlabel('t_k(s)')
ylabel('H(t_k)')

```

Programa 6: Programa principal para el control de nivel.

```

clear; close all; clc;
% -----
% planta
% -----
s=tf('s');
P=0.000123*s/(s^3 + 0.01508*s^2 + 5.396e-05*s);
% Zero/pole/gain:
%      0.02
% -----
% (s+0.2) (s+0.1)
T=1;
Pz=c2d(P,T);
% Zero/pole/gain:
% 0.0090559 (z+0.9048)
% -----
% (z-0.9048) (z-0.8187)
% Sampling time: 1
[nz,dz]=tfdata(Pz,'v');
nz=poly2sym(nz);
dz=poly2sym(dz);
syms z
nz=subs(nz,'x',z);
dz=subs(dz,'x',z);
Ps=nz/dz;
Ps=vpa(Ps,4);
% -----
% simulacion en lazo abierto
% -----
tfin=1000;
tk=0:T:tfin;
ud=ones(size(tk));
yd=lsim(Pz,ud,tk);
figure

```

```

subplot(211)
stairs(tk,yd,'b','LineWidth',2)
grid
xlabel('\bf k')
ylabel('\bf y[k]')
grid minor
% -----
% -----
% diseño del controlador Dead-beat
% -----
% -----
[B,A]=tfdata(Pz,'v');
B=poly2sym(B,z);
B=vpa(B,5);
A=poly2sym(A,z);
A=vpa(A,5);
C=A/(B*(z-1));
[num,den]=numden(C);
num=sym2poly(num);
den=sym2poly(den);
Cz=tf(num,den,T);
Cz=zpk(Cz);
% 110.43 (z-0.9048) (z-0.8187)
% -----
% (z-1) (z+0.9048)
% -----
% -----
% sistema en lazo cerrado
% -----
% -----
F=Cz*Pz/(1+Cz*Pz);
U=Cz/(1+Cz*Pz);
figure
subplot(211)
tfin=20;
tk=0:T:tfin;
uk=ones(size(tk));
yk=lsim(F,uk,tk);
suk=lsim(U,uk,tk);
stairs(tk,yk,'k')
ylabel('\bf y[k]')
grid minor
axis([0 20 0 1.5])
subplot(212)
stairs(tk,suk,'b')
xlabel('\bf k')
ylabel('\bf u[k]')
grid minor
% simulink
sim('elias6a_sim',tfin);
figure
subplot(211)

```

```

plot(t.time,y.signals.values(:,1),'k','LineWidth',2);
ylabel('\bf y[k]')
grid
subplot(212)
plot(t.time,y.signals.values(:,3),'r','LineWidth',2);
xlabel('\bf k')
ylabel('\bf u[k]')
grid minor

% -----
% ----
% analisis de la oscilacion, examinamos el cero de la planta B(z) que
% aparece como polos en el controlador
% -----
% ----
C1z=1/B;
[nc1,dc1]=numden(C1z);
n=sym2poly(nc1);
d=sym2poly(dc1);
C1z=tf(n,d,T);
figure
tk=0:T:500;
uk=ones(size(tk));
yk=lsim(C1z,uk,tk);
stairs(tk,yk,'b')
xlabel('\bf k')
ylabel('\bf y[k]')
grid minor

% -----
% ----
% poniendo enfasis a los polos reales negativos que causan la
% oscilacion
% separamos ceros cancelables y no cancelables
% B+(z) compensable
% B-(z) no compensable
% B=B+*B-
% -----
% ----
Pz=zpk(Pz);
Kpz=Pz.K;
Bz=zpk(C1z);
[n,d]=tfdata(Bz,'v');
dm=poly2sym(d);
dm=subs(dm,'x',1);
gain_dc=double(dm);
Bm=d;
Bmn=Bm/gain_dc;
Bpn=Kpz*gain_dc;

% -----
% ----

```

```

% funcion de transferencia del controlador Dead-beat
% -----
----
degBm=1;
k=1+degBm;
z=tf('z',T);
Tz=(0.5250*z+0.4750)/z^k;
Cz=Tz/(Pz*(1-Tz));
Cz=minreal(Cz,0.001);

% feedback
F=(Pz*Cz)/(1+Pz*Cz);
figure
tk=0:T:25;
rk=ones(size(tk));
yk=lsim(F,rk,tk);
subplot(211)
stairs(tk,yk)
hold
stairs(tk,rk,'r')
ylabel('y[t_k]')
grid minor
subplot(212)
U=Cz/(1+Pz*Cz);
uk=lsim(U,rk,tk);
stairs(tk,uk,'k')
ylabel('u[t_k]')
xlabel('t_k')
grid minor

% -----
----
% Mejora la señal de control
% -----
----
Fz=1/5+1/(5*z)+1/(5*z^2)+1/(5*z^3)+1/(5*z^4);
Tz=Fz*Tz;
Cz=Tz/(Pz*(1-Tz));
Cz=minreal(Cz,0.001);
% feedback
F=(Pz*Cz)/(1+Pz*Cz);
figure
tk=0:T:25;
amp=30;
rk=amp*ones(size(tk));
yk=lsim(F,rk,tk);
subplot(211)
stairs(tk,yk)
hold
stairs(tk,rk,'r')
ylabel('y[t_k]')
grid minor

```

```

axis([0 20 0 35])
subplot(212)
U=Cz/(1+Pz*Cz);
uk=lsim(U,rk,tk);
stairs(tk,uk,'k')
ylabel('u[t_k]')
xlabel('t_k')
grid minor

```

Programa 7: Programa principal para el control de temperatura.

```

clear; close all; clc
% control del sistema termico
s=tf('s');
Gp=0.0506/(568.2*s+1);
T=1;
Gd=c2d(Gp,T);
Gd=zpk(Gd);
[npd,dpd]=tfdata(Gd,'v');
Hp=filt(npd,dpd,T);
npd=poly2sym(npd);
dpd=poly2sym(dpd);
syms z w
% proceso
B=npd;
B=subs(B, str2sym('x'), 1/w);
B=vpa(B,4); % 0.0025
A=dpd;
A=subs(A, str2sym('x'), 1/w);
A=collect(A);
A=vpa(A,4);
gw=B/A;
pretty(gw);
% referencia
Rz=(z*T)/(z-1)^2;
Rz=subs(Rz, str2sym('z'), 1/w);
[rnz,rdz]=numden(Rz);
% rnz = w
% rdz =(w - 1)^2
K=rnz; % w
H=rdz; % (w-1)^2
% proceso en w
[nw,dw]=numden(gw);
% factores estables e inestables de B
co=coeffs(nw);
Be=1; % ok
Bi=co*w; % ok
% factores estables e inestables de A
do=coeffs(dw);
Ae=do(2)*w+do(1); % ok

```

```

Ai=1; % ok
% factores estables e inestables de K
Ke=1; % ok
Ki=K; % ok
% paso 3 del algoritmo hallar Asi y Hs
di=Ai/H;
[ndi,ddi]=numden(di);
Asi=ndi; % ok
Hs=ddi; % ok
% paso 4 resolver la ecuacion diafantica
syms Qp Pn
eq=Pn*Ai*Hs+Qp*Bi==Ke;
% Pn*(w - 1)^2 - 1374383473.6796875*Qp*w == 1
S=solve(eq,[Qp,Pn]);
Qp=S.Qp;
Pn=1;
% paso 5 funcion de transferencia del controlador
Cz=(Ae*Qp)/(Hs*Be*Pn);
Cz=subs(Cz,str2sym('w'),1/z);
% sym to poly
[nz,dz]=numden(Cz);
nz=sym2poly(nz);
dz=sym2poly(dz);
cz=tf(nz,dz,T);
[num,den]=tfdata(cz,'v');
cdis=filt(num,den,T);
cdis=zpk(cdis);
% performance de control
S=series(Gd,cdis);
F=S/(1+S);
tk=0:T:20;
Temp=45;
uk=Temp*ones(size(tk));
yk=lsim(F,uk,tk);
subplot(211)
stairs(tk,yk,'b')
hold
stairs(tk/T,uk,'k')
axis([0 tk(end) 0 80])
xlabel('tiempo [s]')
ylabel('Amplitud')
grid
xlabel('tiempo')
ylabel('Temperatura')
subplot(212)
% error
error=uk'-yk;
stairs(tk,error,'r')
grid
xlabel('tiempo [s]')
ylabel('Amplitud')

```



## **ANEXO 2: Matriz de Consistencia**

## Matriz de Consistencia

Título: “MODELADO Y CONTROL DE TIEMPO FINITO EN UN SISTEMA DE NIVEL Y TEMPERATURA EN UN PROCESO INDUSTRIAL DE MEZCLA DE LÍQUIDOS”

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	INDICADORES	MÉTODO Y DISEÑO
<p><b>Problema General</b></p> <p>¿Cómo se evalúa el desempeño del algoritmo control de tiempo finito en un sistema de control de nivel y temperatura a la mejora de la performance del control de la mezcla del líquido?</p> <p><b>Problemas específicos</b></p> <p><b>Problema específico 1:</b></p>	<p><b>Objetivo General</b></p> <p>. Diseñar un control de tiempo finito para controlar el nivel y temperatura que mezcla de líquidos</p> <p><b>Objetivos específicos</b></p> <p><b>Objetivo Específico 1:</b></p> <p>Analizar el modelo dinámico y las propiedades de los fluidos</p>	<p><b>Hipótesis general</b></p> <p>Sera posible que la ley de control de tiempo finito logre el control del nivel y temperatura de la mezcla fluidos</p> <p><b>Hipótesis específicas</b></p> <p><b>Hipótesis específica 1:</b></p> <p>La obtención del modelo exacto facilitara la simulación de las</p>	<p><b>Variable Independiente</b></p> <p>En variable independiente son las acciones de los actuadores que permitirá a las válvulas de control que genera el caudal que se requiere en el tanque, se indica por la variable (u).</p> <p><b>Variable Dependiente</b></p> <p>Esta variable dependiente está vinculada con el nivel y con la temperatura en el</p>	<p>X.1. Logro de la ley de control de tiempo finito</p> <p>X.2. Medición de la acción de control de tiempo finito</p> <p>X.3. Condición de la acción de control del sistema</p> <p>Y.1. Medición del nivel</p> <p>Y.2. Medición de temperatura</p>	<p><b>Método</b></p> <p><b>Temporal.</b></p> <p>El estudio es del tipo transversal, su ejecución se inicia el 2 de julio del año 2022 y su posible término el 02 de julio del 2023.</p> <p><b>Espacial.</b></p> <p>El estudio se realizará en los ambientes de la facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional del Callao.</p>

<p>¿Cómo trasciende el modelo en relación con las propiedades de los fluidos en los tanques del sistema de control?</p> <p><b>Problema específico 2:</b> ¿Cuál es la influencia en las propiedades de la transferencia de calor en la temperatura cuando se realiza la transformación de la energía eléctrica en calorífica?</p> <p><b>Problema específico 3:</b> ¿Cómo afectan la creación de parámetros en el análisis de sistemas con retraso?</p>	<p>contenidos en tanques de almacenamiento</p> <p><b>Objetivo Específico 2:</b> Analizar la transferencia de calor en el control de la temperatura en la transformación de la energía eléctrica en calorífica.</p> <p><b>Objetivo Específico 3:</b> Desarrollo y análisis de sistemas con retardo usando métodos que mejoren la performance del sistema</p>	<p>características y las propiedades de los fluidos contenidos en tanques de almacenamiento</p> <p><b>Hipótesis específica 2:</b> Un adecuado análisis de la transferencia de calor en sistemas de volumen de control y la transformación de la energía eléctrica en calorífica lograra un adecuado balance de energía.</p> <p><b>Hipótesis específica 3:</b> El desarrollo y análisis de sistemas con retardo lograra un adecuado tratamiento y posterior establecimiento de los parámetros que mejoren la performance del sistema.</p>	<p>proceso de la mezcla y se denota por las variables (h) y (T).</p>		
---	---	--	--	--	--

Fuente: Elaboración Propia