

200

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA QUIMICA

**INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD DE
INGENIERIA QUIMICA**



JUL 2015

INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN
“LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN EL
ESTUDIO DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
EN UN CURSO DE LA CARRERA DE INGENIERÍA
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO”

AUTOR: ANA MARIA REYNA SEGURA

(PERIODO DE EJECUCIÓN: Del 01- 08- 13 al 31- 07- 15)

(Resolución de Aprobación N° 769 -2013-R / 29 -08-13)

Callao, 2015

AGRADECIMIENTO

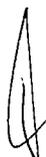
Al Lic. César Cabrera Arista y al Lic. Richard Bellido Quispe, quienes permitieron el uso de las prácticas de laboratorio de los cursos de Física I y Física II.

A la Señorita Carmen Jheny Huaraca Santivañes por su apoyo en este trabajo.

I.	INDICE	1
II.	RESUMEN y ABSTRACT	6
III.	INTRODUCCIÓN	8
	3.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	8
	3.1.1 Descripción y Análisis del Tema	8
	3.1.2 Planteamiento del problema	9
	3.1.3 Enunciado del problema	10
	3.2 OBJETIVOS Y ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN	10
	3.2.1 OBJETIVOS	10
	3.2.1.1 GENERAL	10
	3.2.1.2 ESPECÍFICOS	10
	3.2.2 ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN	10
	3.3. IMPORTANCIA Y JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	11
	3.4. FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS	11
	3.4.1. Hipótesis Principal	11
IV.	MARCO TEORICO	12
	4.1 ELEMENTOS MATEMÁTICOS NECESARIOS.	12
	4.1.1 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.	12
	4.1.2 Solución de una Ecuación Diferencial Ordinaria	17
	4.2 El Modelamiento Matemático	20
	4.3. Modelamiento Matemático: Método Científico / Estrategia de la Enseñanza y el Aprendizaje.	22
	4.3.1 Cómo enseñar modelamiento (modelaje) matemático	25
	4.3.2. Modelamiento matemático como método de enseñanza de la matemática	26
	4.3.3 Modelación matemática como método de enseñanza-aprendizaje de la matemática	28
	4.4 Elaboración de modelos matemáticos	30
	4.4.1 Planteamiento de Problemas en Ingeniería Química	33
	4.4.2 Problemas Expresados Mediante Ecuaciones Diferenciales en Ingeniería Química	36



V.	MATERIALES Y METODOS	37
5.1.	El carácter cualitativo de la investigación	39
5.2.	Escenario, actores y materiales	40
5.3.	Momentos en el desarrollo de la práctica	42
5.4.	Recolección de información y categorías de análisis	46
5.4.1	El experimento	50
5.4.2	Primera reunión - Actividades 1 y 2.	51
5.4.2.1	Experimento N° 1:” Movimiento Rectilíneo: M.R.U. y M.R.U.V.” (Anexo N°1)	51
5.4.2.2	Experimento N° 2 “Trayectoria del Proyectoil” (Anexo N°2)	69
5.4.3	Segunda reunión - Actividades 3 y 4	83
5.4.3.1	Experimento N° 3 “Dinámica: Segunda Ley de Newton”(Anexo N°3)	83
5.4.3.2	Experimento N° 4 “Trabajo y Energía” (Anexo N°4)	93
5.4.4	Tercera reunión – Actividad 5	106
5.4.4.1	Experimento N° 5 “Fricción en Sólidos” (Anexo N°5)	106
5.4.5	Cuarta reunión – Actividad 6	118
5.4.5.1	Experimento N° 6 “Oscilaciones Péndulo Simple” (Anexo N°6)	118
VI.	RESULTADOS	129
VII.	DISCUSIÓN	145
7.1	CONCLUSIONES	146
VIII.	REFERENCIALES	148
IX.	APÈNDICES	151
X.	ANEXOS	158



10.1	Matriz de Consistencia	159
10.2	ANEXO N° 1	160
10.3	ANEXO N° 2	163
10.4	ANEXO N° 3	166
10.5	ANEXO N° 4	169
10.6	ANEXO N° 5	173
10.7	ANEXO N° 6	176
10.8	ANEXO N°7 SILLABUS DE FISICA I	178
10.9	ANEXO N°8 SILLABUS DE FISICA II	189
10.10	ANEXO N°10 SILLABUS DE MATEMATICA III	201
10.11	ANEXO N°11 SILLABUS DE MATEMATICA IV	211
INDICE DE FIGURAS		
	FIGURA N° 4.1: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA SOLUCIÓN DE ACUERDO CON LA ECUACIÓN (9)	19
	FIGURA N° 4.2: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UN MODELO MATEMATICO	32
	FIGURA N°4.3: TIPOS DE PROBLEMAS HABITUALES EN INGENIERÍA QUÍMICA Y TÉCNICAS DE RESOLUCIÓN ADECUADAS.	34
	FIGURA N°5.1: MOMENTOS DE ORGANIZACIÓN METODOLÓGICA	43
	FIGURA N°5.2: ESQUEMA DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	49
	FIGURA N°6.1: CALIFICACIONES EN LOS SEMESTRES 2013-A, 2013-B Y 2014-B CORRESPONDIENTES LOS PROBLEMAS FÍSICOS MEDIANTE LAS EDO	138
	FIGURA N°6.2: CALIFICACIONES OBTENIDAS POR EL GRUPO PILOTOEN EL SEMESTRE ACADÉMICO 2013-B.	139
	FIGURA N° 3: PROMEDIOS DE CALIFICACIONES POR SEMESTRE ACADÉMICO	140

INDICE DE TABLAS

TABLA No.9. 1: NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO CURSO DE FISICA I EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	150
TABLA No. 9.2: NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO CURSO DE FISICA II EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	152
TABLA No.9. 3: NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO CURSO DE FISICA III EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	154
TABLA No. 9.4: COMPARACION DE MEDIAS PARA MUESTRAS RELACIONADAS DEL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO LOS CURSOS DE FISICA I, II Y III EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO	156

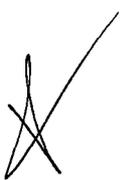
INDICE DE GRAFICOS

GRAFICO No.9. 1: NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES	151
---	------------

DIFERENCIALES ANTES Y DESPUES DE LA
APLICACION DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA
COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO
CURSO DE FISICA II EN ESTUDIANTES DE
INGENIERÍA QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL
DEL CALLAONIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS
ECUACIONES DIFERENCIALES ANTES Y DESPUES
DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA
USANDO CURSO DE FISICA I EN ESTUDIANTES DE
INGENIERÍA QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL
DEL CALLAO

GRAFICO No. 9. 2: NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES
DIFERENCIALES ANTES Y DESPUES DE LA
APLICACION DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA
COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO **153**
CURSO DE FISICA II EN ESTUDIANTES DE
INGENIERÍA QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL
DEL CALLAO

GRAFICO No.9. 3: NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES
DIFERENCIALES ANTES Y DESPUES DE LA
APLICACION DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA
COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO **155**
CURSO DE FISICA III EN ESTUDIANTES DE
INGENIERÍA QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL
DEL CALLAO



CAPITULO II

RESUMEN

En la enseñanza universitaria y en las carreras de Ingeniería, es necesario que los estudiantes desarrollen habilidades y capacidades matemáticas que contribuyan a la comprensión y el avance de las ciencias.

El presente trabajo de investigación tiene como propósito contribuir al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales mediante el modelamiento matemático, para lo cual necesitamos de estrategias de enseñanza-aprendizaje, dichas estrategias deben contemplar la modelación.

Con la presente investigación se contribuirá en el proceso enseñanza aprendizaje ayudando al estudiante a estimular la capacidad de relacionar las matemáticas a los fenómenos del mundo real que implican variación. Y también porque a través de este enfoque, los estudiantes podrán tomar decisiones sobre estos fenómenos, a partir de información contenida en un modelo matemático, la cual servirá para una toma de decisiones correcta de un profesional.

Los resultados de la presente investigación, pretenden ser un aporte en la metodología de enseñanza, que mediante la modelización matemática contribuirá al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales del estudiante de Ingeniería de la Universidad Nacional del Callao, señalada en la hipótesis.

Palabras clave:

Modelamiento, modelo matemático, enseñanza-aprendizaje, ecuaciones diferenciales

ABSTRACT

In higher education and engineering careers, it is necessary for students to develop skills and math skills that contribute to the understanding and advancement of science.

This research aims to contribute to the learning of differential equations using mathematical modeling, for which we need teaching and learning strategies, these strategies should consider modeling.

With this research will contribute to the teaching-learning process helping to stimulate the student's ability to relate mathematics to real-world phenomena involving variation. And also because through this approach, students can make decisions about these phenomena, from information contained in a mathematical model, which will serve for making correct decisions of a professional.

The results of this research, intended as a contribution to the teaching methodology, using mathematical modeling to contribute to the learning of differential equations student of Engineering of the National University of Callao, indicated in the hypothesis.

Keywords:

Modeling, mathematical modeling, teaching and learning, differential equations

CAPITULO III

INTRODUCCIÓN

3.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

3.1.1 Descripción y Análisis del Tema

Como profesor de las asignaturas de Matemática en la Carrera de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao, observe en nuestras clases, la dificultad del estudiante en darse cuenta de que la incógnita de una ecuación diferencial es una función o una familia de funciones. El estudiante, sin darse cuenta del papel que la variable representa en la ecuación diferencial tendrá dificultades para convertir los problemas cotidianos en un modelo matemático y esta transformación es el foco de su futura práctica profesional.

Tradicionalmente, la enseñanza se lleva a cabo de manera tradicional o expositiva que se ofrece a los estudiantes durante el curso a través de listas de ejercicios, lo que favorece el aprendizaje técnico y mecanizado, lo que puede causar obstrucciones cuando se van a movilizar sus conocimientos para resolver situaciones problemáticas.

A medida que el proceso de transformación de los problemas de los diseños físicos y naturales y las grandes obras es parte de la vida profesional de un ingeniero y las ecuaciones diferenciales que se vinculan directamente a situaciones reales, creemos que la modelización matemática como una estrategia para la enseñanza y el aprendizaje puede caminar por un sendero para que los estudiantes tengan autonomía en relación teoría a la práctica, lo que le facilitara la comprensión de sus estudios en esta disciplina.

3.1.2 Planteamiento del problema

El tema de las ecuaciones diferenciales, se considera dentro del curso de Matemática III (Matemática IV) independiente y no como un tema de cálculo diferencial e integral. He podido percibir en los años que vengo dictando el curso que los estudiantes tienen dificultades, no sólo en el trabajo con el contenido en cuestión, sino también en la realización de su importancia para la interpretación de los fenómenos que aparecen todo el tiempo en situaciones del mundo real.

Los estudiantes, en general, sólo resuelven "mecánicamente" diferentes ejercicios propuestos en el tema. Aunque para el profesor el significado de lo desconocido de la ecuación diferencial resulta inmediato, el estudiante tiene dificultades para entender el significado de los resultados. A menudo, los estudiantes dan la solución de una ecuación diferencial, sin embargo, no puede interpretar los resultados, o que esta función o familia de funciones identifique la solución propuesta ecuación inicialmente.

La Modelización matemática es una herramienta que permitirá al estudiante de Ingeniería y en particular a los de la carrera de Ingeniería Química relacionar una ecuación diferencial con los problemas relacionados con fenómenos reales con el fin de entender y tomar decisiones acerca de ellos?.

3.1.3 Enunciado del problema

¿Qué contribuciones, la modelización matemática como metodología de enseñanza - aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, puede traer al estudiante de Ingeniería de la Universidad Nacional del Callao?



3.2. OBJETIVOS Y ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN

3.2.1 OBJETIVOS

3.2.1.1 GENERAL

Contribuir al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales mediante el modelamiento matemático.

3.2.1.2 ESPECÍFICOS

- a. Estimular la capacidad de relacionar las matemáticas a los fenómenos del mundo real que implican variación.
- b. Tomar decisiones sobre estos fenómenos, a partir de información contenida en un modelo matemático.
- c. Interpretar los fenómenos que se presentan mediante el análisis de los resultados .

3.2.2 ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN

El presente trabajo de investigación es una investigación básica, experimental porque propone determinar cómo el modelar como método de enseñanza en la introducción al estudio de las ecuaciones diferenciales en un curso de ingeniería, puede ayudar a estimular la capacidad de relacionar las matemáticas a los fenómenos del mundo real que implican variación. Y también porque a través de este enfoque, los estudiantes podrán tomar decisiones sobre estos fenómenos, a partir de información contenida en un modelo matemático.

El sector que se verá beneficiado con esta investigación serán los estudiantes de las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional del Callao.



3.3. IMPORTANCIA Y JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

a.- Justificación

El presente trabajo de investigación se justifica desde el punto de vista de la enseñanza-aprendizaje, pues el estudiante se enriquecerá con la incorporación de una nueva metodología que la aplicara a lo largo de su carrera y a través de su vida profesional.

b.- Importancia

El trabajo de investigación es de gran importancia, porque nos dará la posibilidad de medir la distancia que debemos cubrir entre lo que el alumno conoce y lo que debe conocer, porque hará posible organizar sistemáticamente los aprendizajes obtenidos facilitando la formulación de objetivos así como solución de situaciones-problema.

c.- Valor de la Investigación

El tema que se desarrollará como trabajo de Investigación, significará un valioso aporte para la enseñanza-aprendizaje a la carrera de Ingeniería y en especial a la enseñanza – aprendizaje de la carrera de Ingeniería Química de la Facultad Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao.

3.4. FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

3.4.1. Hipótesis Principal

La modelización matemática como metodología de enseñanza, contribuirá al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales del estudiante de Ingeniería de la Universidad Nacional del Callao



CAPITULO IV

MARCO TEORICO

Este capítulo está destinado a la presentación de los fundamentos teóricos en los que se basa este trabajo. Se divide en cuatro partes:

- El primero se tratan algunos de los temas relacionados con las ecuaciones diferenciales ordinarias, su definición y observaciones sobre su resolución.
- La segunda está dirigida a la modelización matemática.
- En el tercero, las cuestiones de modelado como método científico o estrategia para la enseñanza y el aprendizaje.
- En el cuarto apartado, los modelos matemáticos.

4.1 ELEMENTOS MATEMÁTICOS NECESARIOS.

4.1.1 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Entre las técnicas matemáticas que se aplican en las ciencias naturales y sociales, destacan por su tradición e interés las ecuaciones diferenciales. La trayectoria de un móvil en función del tiempo, la dependencia temporal de las transformaciones químicas o el aumento de una población se modelan utilizando ecuaciones diferenciales ordinarias, en las que aparecen tanto la variable como la función y sus derivadas de diferente orden. Igualmente, ciertos fenómenos físicos, como la vibración de una cuerda o el flujo del calor en cuerpos térmicamente conductores, que se describen mediante funciones de varias variables, se pueden modelar mediante ecuaciones diferenciales en las que aparecen las derivadas parciales de la función respecto de sus variables.

Muchos de los problemas de ingeniería que implican fenómenos naturales se formulan en términos matemáticos por una ecuación que



contiene una función desconocida derivada llamada ecuación diferencial.

De acuerdo con Ferreira y Bassanezi (1988):

No hay duda, sin embargo, que la gran motivación inicial para el estudio de las ecuaciones diferenciales vino de varios problemas tales como el movimiento de los planetas , la catenaria (la forma de una cuerda colgante unido en los extremos) y el estudio de la oscilación del péndulo , para nombrar unos pocos, los que habían sido estudiados empíricamente por los hombres del calibre de un J. Kepler (1571 - 1630) , L. da Vinci (1452 - 1519) , G. Galileo (1564 - 1642) y C. Huygens (1629-1695) . Sin embargo, carecían de la teoría matemática con la que para modelar el fenómeno.

También de acuerdo con estos autores, organizados con el establecimiento de las bases de cálculo en el siglo XVII, con los resultados obtenidos por Newton (1642 - 1727) y Leibniz (1646 - 1716), muchos de los problemas mecánicos, como estos tres, entonces podrían ser modelados matemáticamente usando ecuaciones diferenciales.

Estos eventos demuestran la importancia de los modelos que dan lugar a las ecuaciones diferenciales y muestran que, desde su origen, los estudios de estas ecuaciones se hicieron motivados por problemas de carácter natural, muy diferente de la forma en que el contenido se enseña hoy en día, por la mayor parte de profesores .

Libros de Historia de las Matemáticas informan que las resoluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias comienzan por lo que establece el teorema fundamental del cálculo. Sin embargo, la mayoría de ellos no pueden ser fácilmente resueltos simplemente por separación de variables.



En el siglo XVIII podemos destacar el descubrimiento de grupos de ecuaciones diferenciales que pueden resolverse por otros medios, tales como ecuaciones algebraicas Bernoulli. Seguido por Newton y Leibniz, podemos citar a la familia Bernoulli, más precisamente Jakob (1654 - 1705), Johann (1667-1748) y su hijo, Daniel (1700 -1782) que, con la ayuda de los resultados de cálculo, resuelve una serie de problemas mecánicos por medio de ecuaciones diferenciales.

La resolución de la ecuación presentada por Jacobo Riccati (1676-1754),

$$\frac{dy}{dx} = p(x)y^2 + q(x)y + r(x)$$

fue considerado como el gran reto del siglo XVIII, y muchos matemáticos lo han estudiado, incluyendo a Bernoulli. Sin embargo, quien propuso una solución a esta ecuación es L. Euler (1707-1783).

Según Boyer (1974, p. 333), " Euler fue, sin duda, responsable de la creación de métodos de resolución utilizados en la actualidad en los cursos introductorios de ecuaciones diferenciales [...] ". Entre sus grandes contribuciones, se puede citar como ejemplo, el método de reducción de las ecuaciones diferenciales de segundo orden para ecuaciones de primer orden para la sustitución de variables.

La búsqueda de fundamentos teóricos de cálculo y nuevos métodos para el estudio de las ecuaciones diferenciales cuyas soluciones no eran conocidas, se fortaleció a finales del siglo XVIII, destacando los resultados alcanzados por Cauchy (1789-1857), que tenía la fuerza por tres métodos diferentes de soluciones para un gran conjunto de ecuaciones diferenciales, que incluye esencialmente la totalidad de los modelos actualmente conocidos.

Presento el objeto matemático de este trabajo, que describe un ejemplo: la segunda ley clásica de Newton:

$$m \frac{d^2 S}{dt^2} = F \quad (1)$$

para el desplazamiento $S(t)$ de un objeto bajo una fuerza F en el momento t .

En general S (función de desplazamiento) es una función del tiempo y la velocidad del objeto está dada por (primera derivada de la función).

Para determinar el movimiento de un objeto bajo una fuerza F es necesaria para determinar una función que satisface la ecuación (1).

A medida que la fuerza está dada por (masa x gravedad) a continuación:

$$m \frac{d^2 S}{dt^2} = -mg \quad (2)$$

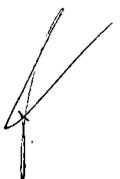
La integración de la ecuación (2) se obtiene:

$$\frac{dS}{dt} = -gt + c_1 \quad (3)$$

Una nueva integración proporciona:

$$S(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + c_1t + c_2 \quad (4) \quad (c_1, c_2 \text{ son constantes})$$

La función S dada en (4) se llama la solución general de la ecuación (1). De hecho, (4) es una familia de funciones. Para determinar si una de estas funciones S , en particular, es necesario especificar las condiciones iniciales, por ejemplo, indicar la posición y velocidad del objeto en un momento dado t . Sustituyendo esta información en la ecuación (3) y (4) se determinan en las constantes de integración c_1 y c_2 , la obtención de la solución particular que satisface las condiciones iniciales.



Las ecuaciones diferenciales se clasifican en dos categorías, en relación con el número de variables de funciones desconocidas: la primera son las que contienen sólo la función de una variable y sus derivadas, llamada ecuaciones diferenciales ordinarias. La segunda incluyen los que implican dos o más función variables y sus derivadas parciales son llamadas ecuaciones diferenciales parciales. Nos limitaremos en este trabajo a la introducción al estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Se llama el orden de una ecuación diferencial al mayor orden de la derivada de la función desconocida contenida en el mismo.

Así, la segunda ley de Newton,

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = F$$

se expresa mediante una *ecuación diferencial ordinaria de segundo orden*, esto es; su incógnita es la segunda derivada de una función de una variable.

El modelo que describe un crecimiento exponencial de la población se puede formular por medio de una *ecuación diferencial ordinaria de primer orden*, que comienza a partir de la hipótesis de que la tasa de crecimiento de la población P es proporcional a la población P en cada momento. El modelo para este tipo de crecimiento está dado por la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = kP \quad (K \text{ constante de proporcionalidad})$$

cuya solución es :

$$P(t) = P_0 e^{kt} \quad (\text{en } t = 0)$$

en el momento cero de la población y cómo se espera que la población crezca, entonces debe ser mayor que cero.

Las ecuaciones diferenciales ordinarias se clasifican en: *lineal* y *no lineal*.

Una ecuación diferencial ordinaria se llama lineal cuando se puede escribir como

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$$

Las ecuaciones diferenciales lineales se caracterizan por dos propiedades:

- i) La variable y y todas sus derivadas aparecen en las funciones con un solo exponente.
- ii) Los coeficientes a_j ($j = 0, 1, 2, \dots, N$) y la función g depende sólo de la variable x .

La ecuación siguiente no es llamada lineal y no lineal.

$$y \frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} = 2x \quad (5)$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + y^3 = 0 \quad (6)$$

Las ecuaciones (5) y (6) son ejemplos de ecuaciones diferencial ordinaria, no lineales de segundo y cuarto orden respectivamente. Observamos que en la ecuación (5) existe un coeficiente que no depende de y , y la ecuación (6) contiene la variable y elevada al cubo.

4.1.2 Solución de una Ecuación Diferencial Ordinaria

La resolución de una ecuación diferencial es significativamente diferente de la solución de una ecuación algebraica, aunque sólo sea



porque las incógnitas son objetos matemáticos de naturaleza completamente diferente en cada caso. En la determinación de la solución de una ecuación algebraica, se busca identificar los números que satisfacen esta ecuación. Pero cuando se trata de resolver una ecuación diferencial dada, la solución es una función o una familia de funciones que satisfacen la ecuación.

Machado (1988, p.153) dice que, en general, al resolver una ecuación diferencial, se busca responder a una pregunta como:

" ¿Cuál es la función cuya derivada satisface la siguiente relación "? Es decir, una ecuación diferencial es una ecuación en la que la incógnita es una función, y que la información disponible para la determinación de función desconocida implica su derivada.

Una solución de una ecuación diferencial ordinaria, en el intervalo $I = (a, b)$ es una función $y = f(x)$ que, junto con sus derivados $f', f'', \dots, f^{(n)}$ satisface la condición:

$$f^{(n)}(x) = f(x, f'(x), f''(x), \dots, f^{(n-1)}(x)) \quad \forall x \in I \quad (7)$$

Por lo tanto, la solución de la ecuación significa encontrar una función $y = f(x)$, definida y derivable por lo menos hasta el orden n en un intervalo I , satisfaciendo (7).

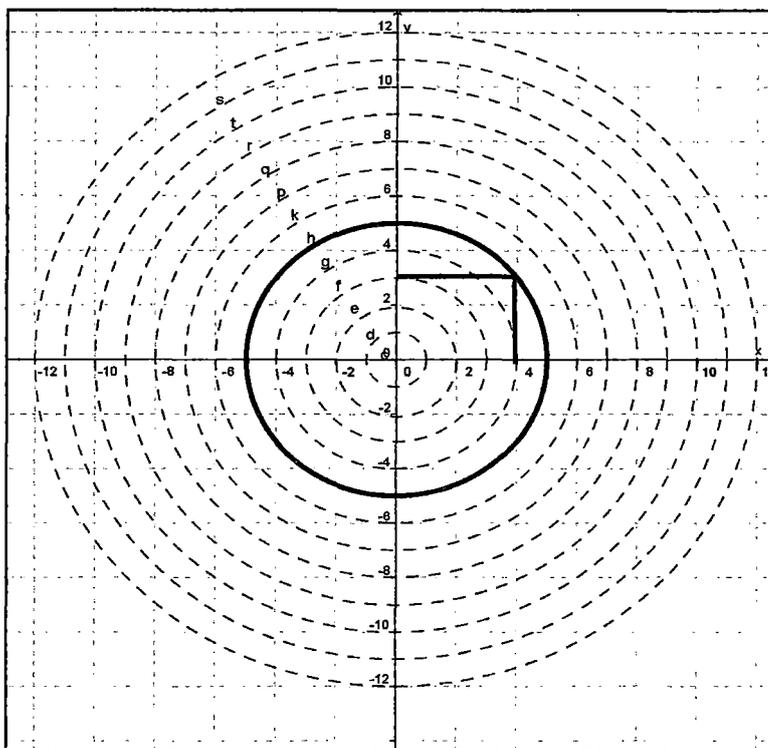
En otras palabras, una función f definida en algún intervalo I , cuando se sustituye en la ecuación diferencial y se reduce a una identidad se llama solución general de la ecuación diferencial de ese intervalo.

Cuando se especifica una condición inicial para resolver la ecuación diferencial es lo mismo que decir que determinemos una de las infinitas funciones de la solución general como la única respuesta a la ecuación y su condición, llamada solución particular.

Por ejemplo, la solución general de la ecuación: $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ (9)

Se trata de una familia de funciones dada por $x^2 + y^2 = c^2$, que es la familia de círculos concéntricos, (véase en la figura N°4.1)

FIGURA N° 4.1
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA SOLUCIÓN DE ACUERDO
CON LA ECUACIÓN (9)



Fuente: Libro de Ecuaciones Diferenciales Zill

El resultado es la solución particular de la ecuación que satisface la condición inicial y (4) = 3.; es lo mismo que decir que el grafico da la solución particular de la ecuación (9), es una circunferencia que contiene al punto P (4,3).

4.2 El Modelamiento Matemático

El modelamiento matemático es una habilidad que permite resolver problemas reales, a través de la construcción de modelos que pueden ser físicos, computacionales o simbólicos, y que sirven para poner a prueba el objeto real y ver cómo responde frente a diferentes factores o variantes. A través de él, los estudiantes aprenden a usar variadas formas para representar datos, así como a seleccionar y aplicar métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas.

Una nueva visión de la educación matemática, dice que no debemos valorar sólo la adquisición de conocimientos, como en la educación tradicional, sino, sobre todo, la creación de capacidades, habilidades, actitudes y valores.

Entre las diversas metodologías, se resalta el modelado matemático que encaja perfectamente en esta forma de pensar, junto con los recursos de computación. El modelado es de gran importancia, ya que lleva a cabo actividades de exploración y de investigación; dichas actividades se caracterizan por tener pequeños objetivos estructurados, que poco a poco a través de formulaciones, se están mejorando las pruebas y mejora. Este tipo de metodología proporciona a los estudiantes, que se ponga en contacto con una parte fundamental de las matemáticas.

Lo que se desea es superar las viejas prácticas y buscar la construcción del conocimiento que favorezca el proceso y no el resultado final. El modelado es una alternativa que se adapta perfectamente a esta práctica porque hace hincapié en la investigación por los estudiantes y las nuevas tecnologías que facilitan tal empresa.

De hecho, el modelamiento matemático es cada vez más útil. La importancia de las matemáticas radica en su aplicación a problemas

específicos o particulares. Mogen Niss (1991) define el modelaje como "el arte de aplicar las matemáticas a la vida real". Podría caracterizarse el modelaje matemático como "una herramienta innovadora de enseñanza eficiente y una correa de transmisión que proporciona la adquisición de conocimientos y hermana matemática y realidad". Albert Einstein (1938) apuntaba: " ¿Cómo podemos explicar que las matemáticas, un producto de la mente humana independiente de la experiencia, encajen tan bien en los objetos y elementos de la realidad?".

La aproximación del ingeniero a las matemáticas es de una naturaleza eminentemente práctica y está orientada a la resolución de problemas concretos. Destacando cinco argumentos a favor de la implantación de las técnicas de modelización en los currículums académicos, en particular en la formación de ingenieros:

a. El formativo

Las técnicas de modelaje permiten estimular el interés por el descubrimiento y la creatividad, y adquirir confianza en las capacidades y recursos propios. Destacando de esta forma el aspecto formativo de las matemáticas.

b. Competencia crítica

En una sociedad cada vez más influenciada por las matemáticas, mediante sus aplicaciones y modelos, es oportuno desarrollar entre los alumnos una competencia crítica que les permita una integración en el mundo laboral y social más activa y participativa. La competencia crítica debe entenderse como una capacidad de reconocer, comprender, analizar y validar el uso de las matemáticas en el contexto real.



c. Utilitarista

La capacidad de aplicar los conocimientos matemáticos que se han adquirido en las situaciones del mundo social no proviene del hecho de haber adquirido una formación abstracta.

d. Visión de las matemáticas

Presentar las matemáticas relacionadas con otras áreas de conocimiento, como una actividad cultural y social (interdisciplinariedad-contextualización).

Otra forma de ver el problema de la modelación es considerarlo como un contexto de aprendizaje en el que se invita a los alumnos a cuestionar e investigar situaciones referidas a la realidad a través del uso de las matemáticas, que les brinda una oportunidad para discutir tanto el papel de éstas en la sociedad como la naturaleza de los modelos matemáticos. Cualquier representación de la situación a través de las matemáticas se considera un modelo matemático (Barbosa, 2003 y 2006). La investigación ligada a las posturas de esta naturaleza puede centrarse en el desarrollo de competencias y habilidades, con cierto énfasis en que los estudiantes conozcan la práctica de quienes desarrollan modelos de manera profesional (Haines y Couch, 2005).

4.3. Modelamiento Matemático: Método Científico / Estrategia de la Enseñanza y el Aprendizaje.

Bassanezi (2006) establece que el modelado matemático, considerado como un método científico, está directamente relacionado con las matemáticas aplicadas, las cuales pueden ser consideradas como el arte de aplicar las matemáticas a situaciones reales, utilizando la modelización matemática como un proceso de resolver, por ejemplo, los problemas, industriales y de ingeniería. Así que este autor enumera algunos puntos a



destacar la relevancia de la modelización matemática como método científico, cuando se utiliza como una herramienta de investigación:

- Puede estimular nuevas técnicas experimentales;
- Puede proporcionar información sobre diferentes aspectos de la previsión;
- Puede ser un método para hacer interpolaciones, extrapolaciones y estimaciones;
- ¿Puede sugerir prioridades de aplicación de los recursos y la investigación y cualquier toma de decisiones;
- Usted puede llenar lagunas donde hay una falta de datos experimentales;
- Puede servir como un recurso para una mejor comprensión de la realidad;
- Puede servir como un lenguaje universal para la comprensión y la integración entre investigadores de diferentes áreas del conocimiento.

En el proceso de modelado, como el método científico, el objetivo principal es la construcción de un modelo que mejor representa la situación real para solucionar las diversas ciencias fácticas.

Ya como estrategia de enseñanza y aprendizaje, se escribe que este método se centra en todo procedimiento de construcción de modelos, es decir, la modelización en la enseñanza es sólo una estrategia de aprendizaje donde lo más importante no es llegar inmediatamente en el modelo pero siguiendo los pasos del éxito, en el que se está sistematizando y aplicar el contenido matemático.

También se señala que, con el modelado, el proceso de enseñanza-aprendizaje ya no se produce de un modo de maestro a alumno, sino



como resultado de la interacción de los estudiantes con el medio ambiente.

Por su parte, Barbosa (2000), cuenta con cinco argumentos para el uso de modelos como un proceso de enseñanza-aprendizaje:

- **Motivación:** los estudiantes se sentirían más animados a estudiar matemáticas, y vislumbrarían la aplicabilidad de estudiar en la universidad;
- **Facilitar el aprendizaje:** a los estudiantes les resultaría más fácil de entender las ideas matemáticas, ya que podrían conectarse a otros asuntos;
- **Preparación para el uso de las matemáticas en diferentes áreas:** los estudiantes tienen la oportunidad de desarrollar la capacidad de aplicar las matemáticas en diferentes situaciones, lo cual es deseable para moverse en la vida cotidiana y el mundo del trabajo;
- **Desarrollo de habilidades generales de funcionamiento:** los estudiantes van a desarrollar habilidades generales de la investigación;
- **Entender el papel socio-cultural de las matemáticas:** los estudiantes analizarán cómo las matemáticas se utiliza en las prácticas sociales.

En esta investigación utilice la modelización matemática como estrategia de enseñanza y aprendizaje, y con los argumentos expuestos doy por sentado que este aspecto de modelado es muy importante para el estudio de las ecuaciones diferenciales en los cursos de ingeniería.



4.3.1 Cómo enseñar modelamiento (modelaje) matemático

Para enseñar modelaje, es necesario saber, a priori, el tiempo disponible de los participantes para trabajo extra-clase, el número de horas-aula del curso en cuestión y el conocimiento matemático común a todos los participantes.

Definidas estas condiciones, el curso deberá tener dos momentos: presentación de modelos matemáticos y el proceso de modelaje. El orden no es rígido. El profesor puede optar por presentar y estudiar primero los modelos matemáticos y posteriormente, el modelaje matemático; o iniciar con el modelaje, intercalando adecuadamente, la exposición de los modelos.

Los modelos deben ser presentados en forma minuciosa, resaltando los pasos necesarios para poder obtener resultados, justificando o incluso recordando los conceptos matemáticos inferidos. Éstos facilitarán la comprensión de los procedimientos involucrados en el modelaje.

El modelaje se inicia proponiendo a los participantes que se reúnan en grupos de interés, escojan un tema por grupo y propongan cuestiones sobre el asunto. En un segundo momento, deben hacer una investigación (reunir datos), para familiarizarse con el tema escogido. Los datos reunidos propiciarán otras cuestiones. Cuanto mayor es el tiempo disponible para investigación y familiarización con el tema escogido, mejor será el resultado del curso.

A partir de esto, debe sugerirse un orden para la resolución de las cuestiones (desde la más simple a la más compleja) y definir una forma para orientar y encaminar a los grupos. Los



procedimientos para llegar a la elaboración del modelo-modelaje deben seguir el orden especificado en el ítem 4.3 de esta investigación.

De esta forma, si queremos mejorar las condiciones propuestas, debemos guiar a los alumnos participantes para la resolución de cuestiones que los lleven a un contenido matemático sobre el cual necesiten obtener mayor conocimiento o profundización. Posteriormente deberán retornar al problema. Todo esto de alguna manera apunta hacia un importante tema: disponibilidad y duración del curso. Por otro lado, es bueno recordar que la habilidad para hacer modelos se obtiene con la experiencia, a medida que nos colocamos en disposición de solución de situaciones reales.

4.3.2. Modelamiento matemático como método de enseñanza de la matemática

El modelamiento matemático, como método de enseñanza de la matemática, debe seguir el trayecto definido para el curso de modelamiento con detalle: desarrollar el contenido matemático que surja no sólo de los modelos presentados, a priori, por el profesor, sino también de los modelos que se propongan hacer los alumnos.

En este sentido, a medida que se está exponiendo un modelo matemático, en circunstancia adecuada, el profesor debe interrumpir temporalmente la exposición, desarrollar las matemáticas necesarias para la resolución de las cuestiones involucradas, y retornar luego al modelo inicial. El tiempo de interrupción depende de la amplitud del contenido, lo importante es no perder de vista la motivación. Lo mismo puede hacerse



durante el proceso de modelaje, si la matemática requerida fuera la misma para la mayoría. En caso de que un determinado contenido fuese de interés solamente de un cierto grupo, el profesor induce a la investigación, manteniéndose como orientador.

Cabe aquí destacar que la matemática desarrollada no excede los límites del modelo que está siendo trabajado por el grupo; lo que, desde cierta perspectiva, puede ser poco amplio, dependiendo del tema y del nivel de conocimiento matemático del grupo.

Para el uso del método, el profesor debe tener un buen conocimiento de modelaje. Esto implica haber realizado un estudio sobre la respectiva metodología, haber elaborado algunos modelos y ya haber hecho experiencias de la propuesta en la enseñanza.

La enseñanza aprendizaje de matemáticas con el método de modelaje, desde mi punto de vista, es más gratificante, toda vez que el alumno va a aprender lo que le causa interés, tornándose así corresponsable de su aprendizaje. El profesor-orientador, a su vez, también se torna "ganador" en el sentido de que, cada tema escogido por sus alumnos, le facilita aquilatar su conocimiento.

Mi opinión es que el modelamiento, tal como figura en la propuesta arriba citada, puede ser plenamente utilizado, si los alumnos ya han participado de experiencias con modelamiento o en cursos de extensión o pos-graduación. Sin embargo, en cursos regulares donde hay un programa que cumplir - currículum y una estructura espacial y de organización en los moldes tradicionales (como sucede en la mayoría de las instituciones de enseñanza) - el método de modelaje sufre algunas alteraciones. En este caso, se debe tener en consideración, principalmente, lo siguiente: el

grado de preparación de los alumnos; el tiempo disponible que tendrán para el trabajo extra-clase; el programa a cumplir; la situación en que el profesor se encuentra, tanto en relación al conocimiento del modelamiento, como al apoyo por parte de la comunidad estudiantil para implantar cambios.

4.3.3 Modelación matemática como método de enseñanza-aprendizaje de la matemática

En la modelación matemática, el tema es único y de él se extrae el contenido programático. Puede ser utilizado incluso durante todo el período lectivo; siempre que tenga el contenido suficiente para poder desarrollar el programa y que no agote la motivación de los alumnos.

El método tenga la siguiente secuencia: justificación de proceso, elección del tema, desarrollo de contenido programático, ejemplos análogos - fijación de conceptos y evaluación y convalidación de los resultados.

a) Justificación del proceso

Cuando el método sea aplicado por primera vez a determinado grupo de alumnos, es de esencial importancia que el profesor justifique el proceso. No sólo para exponer su interés en el proceso de aprendizaje; sino también, para tornar a los alumnos en participantes activos y, por lo tanto, corresponsables con la enseñanza-aprendizaje.

Se inicia con un análisis crítico sobre la enseñanza convencional de las matemáticas y se muestra la posibilidad de presentar el contenido matemático a partir de situaciones reales, dándose, así, un sentido práctico. Para esto el profesor ejemplifica exponiendo un modelo matemático conocido y dirige



su exposición de forma que esclarezca cuáles son los conceptos y operaciones matemáticas que se tornan necesarios para la comprensión de la situación propuesta. Por encima de todo, es necesario encontrar medios eficaces para motivar a los alumnos de manera que, voluntariamente, se decidan por un desarrollo activo del aprendizaje.

b) Elección del tema

A medida que los alumnos vayan sugiriendo temas, se hace una lista, para una posterior elección. El profesor también puede aprovechar para intercalar algunos temas (como sugerencia), principalmente aquéllos que ya son conocidos con relación a la amplitud de sus contenidos. La elección del tema por los alumnos hará que se sientan participantes del proceso. La actuación del profesor deberá estar primordialmente volcada a la utilización de estrategias que faciliten a los alumnos la elección de un asunto amplio, motivador y sobre el cual, en cierta manera, sea fácil obtener datos o informaciones.

c) Desarrollo del contenido programático

Se debe tener en cuenta, el contenido programático que deberá fluir del tema. El profesor puede optar por hacer una primera interrogante sobre el tema y pedir que indiquen sugerencias sobre lo que se puede estudiar para entender, o proponer que ellos mismos indiquen las interrogantes.

d) Ejemplos análogos- fijación de conceptos

Después de desarrollar el contenido matemático suficiente para responder o resolver esta etapa del trabajo, proponer ejemplos análogos para que el contenido no se restrinja al modelo.



Los ejemplos análogos darán una visión más clara sobre el asunto, supliendo deficiencias, rellenando posibles lagunas en lo referente a la comprensión del contenido. Según Adler [ADL68] “Nuestro conocimiento no está limitado a las percepciones adquiridas empíricamente. Está organizado y adquiere profundidad a través de los conceptos creados por la mente humana”.

e) Evaluación y convalidación de los resultados

A partir de ahí, el profesor propone que analicen el resultado obtenido. En este ejemplo, solicita que analicen el boceto de la planta, con un doble objetivo:

- e.1) Aplicar y ejercitar el contenido propuesto;
- e.2) Comprobar si el trabajo (modelo) está de acuerdo con las condiciones exigidas (convalidación).

4.4 Elaboración de modelos matemáticos

Los modelos y la realidad están relacionados a través de dos procesos: la abstracción y la interpretación. El primero de ellos nos obliga a encontrar cuales son los elementos más importantes del problema y cuáles son los accesorios. Para saber si un elemento es o no importante tendremos que ver su efecto relativo en la evolución del sistema. En cuanto a la interpretación, debemos de entenderla como la manera en que las componentes del modelo (parámetros, variables) y su comportamiento pueden estar relacionadas con las componentes, características y comportamiento del sistema real que queremos modelar.

Por tanto, la primera de las fases necesaria para construir un modelo matemático es la abstracción, para ello tenemos que establecer ciertas

hipótesis, definir las variables y desarrollar las matemáticas adecuadas para poder resolver el problema. La fase siguiente es tratar de simplificar las herramientas matemáticas utilizadas. Los resultados que se deducen del modelo matemático nos deberían llevar a poder efectuar algunas predicciones sobre el mundo real. El paso siguiente sería recoger datos de la situación de la que se ha extraído el modelo y compararlos con las predicciones.

Si no coinciden, los datos que ya poseemos nos pueden servir para modificar las hipótesis. Si las predicciones coinciden con la realidad, entonces las hipótesis son correctas y también lo son las variables definidas. En caso contrario, si se observan discrepancias será necesario construir otro modelo más aproximado y fiable. Como podemos ver, la creación de un modelo matemático es un proceso progresivo.

Para construir un modelo matemático expondré los pasos a seguir:

a. Empezar formulando las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la información que realmente necesitamos?
- ¿A qué se reduce el problema en este momento?

b. Descripción cualitativa del modelo.

- Se debe iniciar por el que mejor describa el comportamiento del sistema.
- Ver si los resultados que nos aportan el modelo dan respuesta a las preguntas planteadas.

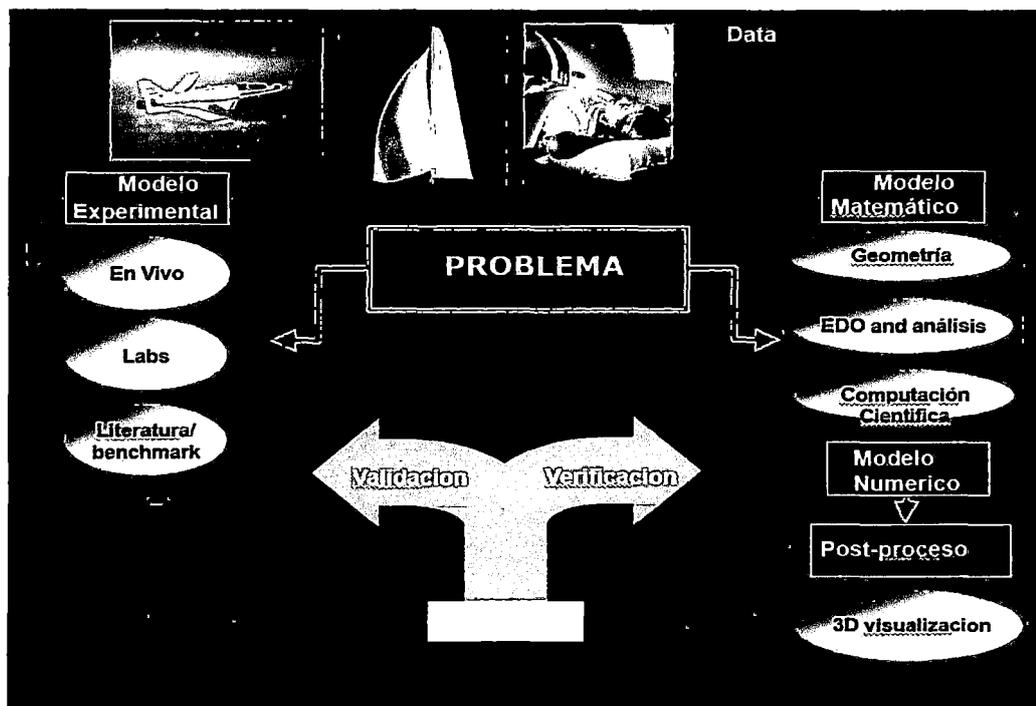
c. Descripción cuantitativa del modelo.

- Definir las variables y ver la manera en que están relacionadas.
- Debemos definir los parámetros del modelo, y asegurarnos de que cualquier otro parámetro es redundante.

d. Introducción de las ecuaciones del modelo.

- Se escriben las ecuaciones, con la ayuda de un diagrama o de una tabla
- e. Análisis de las ecuaciones.
- Debemos comprobar que su análisis da respuesta a las cuestiones planteadas. Se encuentra la solución general.
- f. Volver a examinar las hipótesis.
- Se intenta simplificar el modelo.
 - Si nuestro modelo no responde a las preguntas iniciales, debemos volver a los pasos (c), (d) y (e)
- g. Relacionar los resultados encontrados con hechos conocidos.
- Se ha contestado al aspecto en cuestión?
 - Están los resultados de acuerdo con la intuición?
 - Confirman los datos o los experimentos dichos resultados?

FIGURA N° 4.2
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UN ODELO MATEMATICO



Fuente: Autoría propia-Ana Reyna Segura

4

De acuerdo con Cruz (2006), la resolución de problemas constituye un verdadero dilema para la enseñanza de la Matemática. Cuando se habla de problemas no debe referirse a la versión trivializada de los ejercicios con texto. Por el contrario, aquí el término se refiere a situaciones verdaderamente complejas, capaces de potenciar el desarrollo del pensamiento, y de proporcionar modos de actuación para enfrentar los retos de la ciencia y la técnica.

En el caso de las Ecuaciones diferenciales, y siguiendo las ideas de Zill (2005), es necesario considerar las siguientes pautas en la resolución de problemas: a) Determinar la situación problemática, b) formular el problema, c) hacer la modelación, d) dar la solución, e) realizar la interpretación y volver a la situación problemática.

4.4.1 Planteamiento de Problemas en Ingeniería Química

Los problemas básicos de la Ingeniería Química pueden clasificarse en dos grupos:

i) Problemas de estado estacionario (e.e.): En estos problemas lo que se busca es definir la configuración del sistema. La solución encontrada no cambia con el tiempo (de ahí su clasificación como estado estacionario).

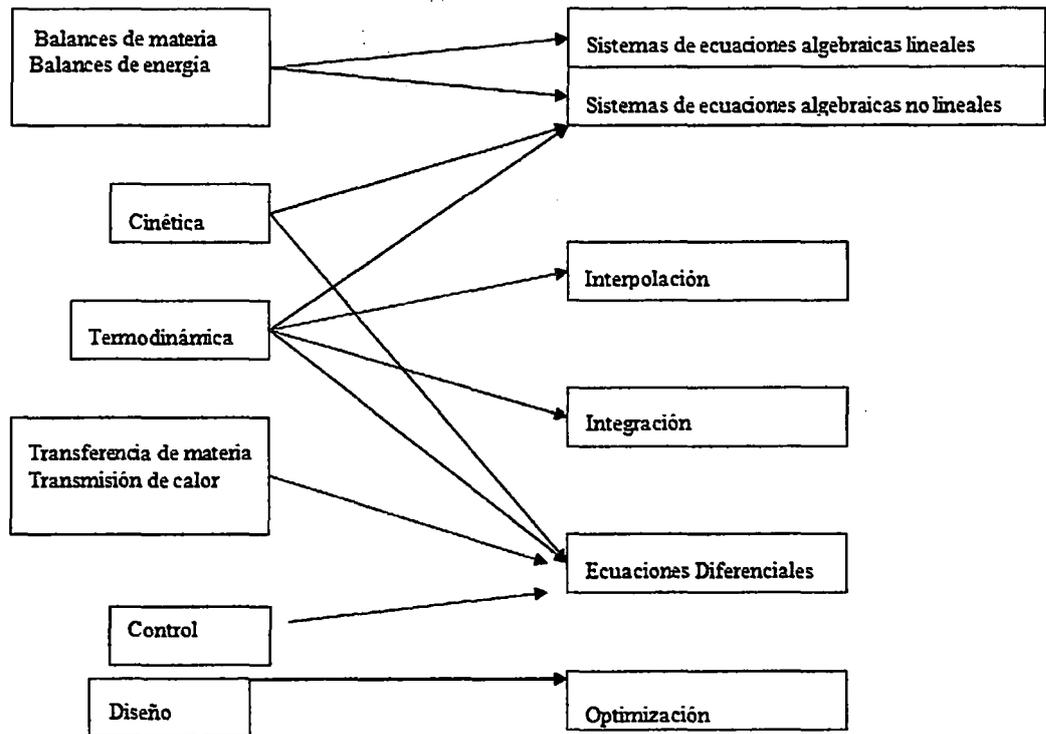
Ejemplos típicos en Ingeniería Química: distribución de temperaturas en un sólido en e.e. equilibrio en reacciones químicas, problemas de difusión en e.e.

ii) Problemas de propagación: En estos problemas el objetivo es determinar el comportamiento de un sistema con el tiempo conocida su configuración en el estado inicial ($t=0$). Por esta razón también se conoce a estos problemas como "dinámicos".



Ejemplos típicos en Ingeniería Química incluyen el estudio de la cinética química (estado no estacionario de las reacciones químicas), la propagación de ondas de presión en un fluido, el comportamiento no estacionario de una columna de adsorción o la velocidad de aproximación al equilibrio de una columna de destilación.

FIGURA N°4.3
TIPOS DE PROBLEMAS HABITUALES EN INGENIERÍA
QUÍMICA Y TÉCNICAS DE RESOLUCIÓN ADECUADAS.



Fuente: Autoría propia-Ana Reyna Segura

Ambos tipos de procesos se modelan mediante ecuaciones matemáticas. El tipo de ecuaciones que es necesario manejar para uno y otro tipo de sistemas es totalmente diferente: los fenómenos relacionados con los procesos de equilibrio requieren habitualmente

(Firma manuscrita)

de la resolución de sistemas de ecuaciones algebraicas, así como de técnicas de interpolación e integración. Los problemas de propagación se resuelven empleando ecuaciones diferenciales.

El tratamiento matemático de los problemas ingenieriles implica cuatro pasos básicos:

- a. **Formulación:** Expresar el problema en lenguaje matemático. Para ello es necesario conocer las leyes físicas que gobiernan el proceso que estudiamos.
- b. **Solución:** Llevar a cabo las operaciones de cálculo necesarias para obtener deducciones lógicas a partir del modelo matemático formulado en el punto a.
- c. **Interpretación:** desarrollo de relaciones entre los resultados matemáticos (o numéricos) obtenidos en el punto b y su significado en el mundo físico.
- d. **Refinamiento:** El reciclado del procedimiento anterior para obtener mejores predicciones (si las comprobaciones experimentales así lo sugieren).

La resolución de la mayor parte de los problemas ingenieriles comienza formulando las ecuaciones de conservación de la masa o de la energía para el sistema problema:

Entrada de propiedad conservada - salida de propiedad conservada + producción de cantidad conservada = acumulación de propiedad conservada.

○

Velocidad de Entrada de propiedad conservada - velocidad de salida de propiedad conservada + velocidad

de producción de cantidad conservada = velocidad de acumulación de propiedad conservada.

Como resultado podemos obtener ecuaciones algebraicas, ecuaciones diferenciales, ecuaciones integrales, o combinaciones de ellas. En esta investigación nos centraremos en los problemas que se formulan mediante ecuaciones diferenciales y en los métodos numéricos adecuados para su resolución.

4.4.2 Problemas Expresados Mediante Ecuaciones Diferenciales en Ingeniería Química.

Matemáticamente los fenómenos de velocidad (dinámicos) se representan mediante DERIVADAS. Las relaciones matemáticas entre derivadas y otras funciones constituyen las ecuaciones diferenciales.

La solución de los problemas dinámicos planteados en Ingeniería Química implica la resolución de las ecuaciones diferenciales que los modelan.

Las ecuaciones diferenciales se resuelven eliminando las derivadas que contienen y obteniendo las FUNCIONES que cumplen con la relación expresada en la ecuación diferencial.



CAPITULO V

MATERIALES Y METODOS

La metodología propuesta es con el objetivo de analizar el uso del modelamiento y su implicación en los aspectos cognitivos en el proceso de aprendizaje, para ello se considera un grupo piloto de 22 estudiantes del curso de Matemática III, Física I, Física II los cuales son asignaturas fundamentales dentro del plan de estudios de la carrera de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao.

En esta investigación se plantearon dos preguntas esenciales:

¿Se favorece el proceso de aprendizaje a través del modelamiento?

¿En el resultado final, el aprendizaje es mejor mediante el modelamiento, respecto a otras alternativas educativas tradicionalmente experimentadas?

El tema central que nos ocupa en la materia de Matemática III es la formulación matemática en las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. A continuación se describen las actividades realizadas para la inclusión del modelamiento como herramienta en el aprendizaje:

1. Se presenta y analiza en el aula, con los 22 estudiantes del grupo piloto, de física I y física II y sus aplicaciones para formular modelos matemáticos aplicados a la física a través de las ecuaciones diferenciales
2. Con el modelamiento se integra la teoría básica de las ecuaciones diferenciales y se les solicita a los 22 estudiantes que aporten sus comentarios y dudas referentes a esta temática.



3. Se forman equipos de dos alumnos, los cuales obtienen el modelamiento de los problemas físicos y los ponen a disposición de los demás estudiantes a través de sus ecuaciones diferenciales para la discusión de la validez del modelo. Para cada modelo obtenido, también se hace una simulación que permite visualizar el comportamiento del fenómeno.
4. Análogamente a los puntos 1 a 3, se desarrolla la formulación de modelos matemáticos de los problemas físicos mediante las ecuaciones diferenciales ya sea de primer orden o segundo orden dependiendo del problema. En este caso los diferentes equipos formulan la representación del modelamiento en el objeto de estudio que incluyan los ámbitos de aplicación del punto 1 y además problemas estudiados.
5. Cada equipo incluye búsquedas bibliográficas en internet que permitan referenciar o enlazar a las distintas fuentes de conocimiento con los modelos que están formulando.
6. Se hace una evaluación que tiene un valor de 10 puntos y que son otorgados a los estudiantes del grupo piloto de la siguiente manera: 3 puntos por la participación del equipo en la formulación del modelo, 7 puntos en un examen individual escrito, el cual contiene la formulación de modelos de los problemas físicos estudiados y conclusiones de comportamiento de los sistemas modelados.
7. Se aplica un cuestionario al grupo piloto para conocer la percepción de los estudiantes en el uso del modelamiento como herramienta de aprendizaje en las ecuaciones diferenciales.



Durante el desarrollo del trabajo de los estudiantes el maestro revisa, resuelve dudas y realiza comentarios sobre la solución de los problemas planteados.

5.1 El carácter cualitativo de la investigación

El método elegido permitió un acercamiento al escenario y a los sujetos a investigar, desde una perspectiva más cualitativa que implicó una observación minuciosa en el contexto natural donde se dieron esas interacciones y comportamientos. Al mismo tiempo, un método que posibilite una comunicación permanente con los sujetos a estudiar, bien sea de manera directa o indirecta, para conocer sus percepciones y concepciones sobre unos fenómenos o acontecimientos.

La investigación es de corte cualitativo ya que reconoce que la realidad se construye por los individuos al interactuar en el mundo real y se centra en reconocer cómo han relacionado esa realidad con la matemática.

En este orden de ideas, los métodos cualitativos son los que mejor se ajustan a estas necesidades, ya que un método cualitativo de acuerdo con Flórez (2000):

Permite comprender racionalmente la vida, la cultura, la acción y el acontecer humano sin reducirlo a la simplicidad mecanicista, sin suprimir al sujeto, sin negar la multiplicidad de perspectivas teóricas, ni la multiplicidad de lenguajes que caracterizan al ser humano, contextualizado y en interacción permanente con el horizonte de sentido de los demás.



Así mismo los métodos cualitativos en sus diferentes formas, permiten explorar el contexto estudiado para lograr las descripciones más detalladas y completas posibles de la situación, (Bonilla-Castro y Rodríguez, 1997), en este caso, la re significación de conocimiento matemático en el ejercicio de la práctica de modelación.

Lo que se pretende es registrar y analizar con el mayor detalle posible las interacciones que se presentan (en el interior de los equipos, entre equipos y de todo el grupo) y cómo éstas favorecen la re significación de un saber matemático en este caso de la ecuación diferencial que modela el fenómeno físico; de enfriamiento y no simplemente hacer una descripción de dichas interacciones y acontecimientos.

En la misma línea de trabajo de Arrieta (2003), la intención de la realización de esta práctica es establecer las condiciones de contexto necesarias para generar un escenario argumentativo y discursivo (en la clase de matemáticas) en el cual estudiantes y profesor, como un grupo humano, y de forma interactiva construyan argumentos, establezcan conjeturas, explicaciones y creen herramientas (los modelos) y significados a partir de la interacción con un fenómeno del mundo real.

5.2 Escenario, actores y materiales

En la realización de la actividad experimental, el escenario o contexto para su desarrollo fue el laboratorio de física, de la facultad de Ingeniería Química, en vista de la facilidad y acceso a los materiales y recursos disponibles para la puesta en escena. La asignatura escogida fue Matemática III (ecuaciones diferenciales) para estudiantes de ingeniería en particular estudiantes de ingeniería química. El escenario juega un papel fundamental en la práctica de modelación, pues como



afirman Cantoral y Farfán (2003) de lo que se trata es de que el saber producido como fruto de la investigación sea un saber ajustado a la práctica y no un saber elaborado desde la teoría de quien investiga.

Según Ochoviet y Oktaç, (2010), el conocimiento es socialmente construido y negociado en la práctica y por esto, es importante considerar el contexto en el que se produce el aprendizaje y el escenario natural donde se da ese aprendizaje: la clase de matemática. En este caso, la clase de matemáticas se asume como un espacio en el que estudiantes y profesor, alrededor de un saber matemático, se encuentran en determinadas circunstancias y en el que las interacciones presentes sirven como puente de comunicación entre unos y otros, independientemente del espacio físico.

Para la realización de la práctica de modelación se seleccionaron dos grupos de la asignatura Matemática III (ecuaciones diferenciales) (ver contenido temático en el anexo 4) de dos grupos diferentes. La selección de esta muestra se basa en el hecho de que se han concebido, al menos es una idea generalizada en las instituciones de educación superior, los cursos de ecuaciones diferenciales como los que se acercan más a la modelación de fenómenos físicos y a la aplicación de las matemáticas a otras áreas de conocimiento, sobre todo en las carreras de ingeniería y sin embargo en estos cursos, no hay evidencia de la realización de actividades experimentales que hagan parte de prácticas de modelación.

Lo que se quiere mostrar es que la práctica de modelación en la matemática conduce a la emergencia de elementos que evidencian la resignificación, en este caso, de la ecuación diferencial mediante las interacciones que promueve entre los sujetos investigados.



El primer grupo estuvo conformado por estudiantes del grupo 01-Q de matemática III de ingeniería química. En este caso el investigador fungió como orientador de la práctica y no el profesor titular del curso. En total asistieron 22 estudiantes.

El segundo grupo estuvo conformado por estudiantes del grupo 02-Q de matemática III de ingeniería química, por 10 estudiantes y en este caso el profesor titular del curso orientó la actividad. Todos los estudiantes ya habían cursado los cursos de Matemática I y Matemática II, llevando en ese momento los cursos de Física I y Física II. En ambos casos, los grupos se dividieron en equipos de tres o cuatro estudiantes para la realización de la actividad y los análisis respectivos. En ambos casos, la duración de la sesión de trabajo fue de tres horas.

El escenario para la realización de la actividad experimental fue el laboratorio de física de la facultad de ingeniería química y los materiales usados en la práctica fueron: sensores de temperatura (para el primer grupo) y termómetros (para el segundo grupo), computadores, hojas para el registro de cálculos y operaciones matemáticas y demás elementos que se utilizan en una clase normal (pizarra, marcadores, etc.)

5.3 Momentos en el desarrollo de la práctica

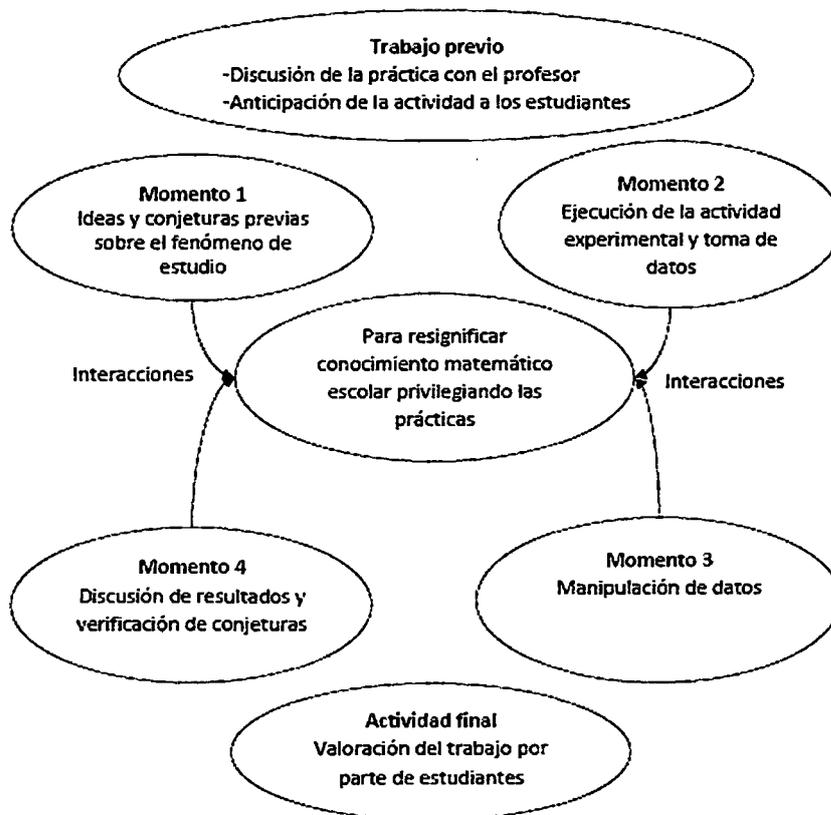
Una vez se han definido los aspectos metodológicos para la realización de la práctica, se describe su desarrollo con los detalles más relevantes en su ejecución y con algunos supuestos bajo los cuales se orientan los diferentes momentos. Es importante anotar que el diseño de la práctica de modelación no está centrado en los contenidos o aspectos propiamente matemáticos o tan sólo en las producciones de los estudiantes (Arrieta, 2003), sino que el centro de este diseño está en favorecer las condiciones para el ejercicio de prácticas sociales en las



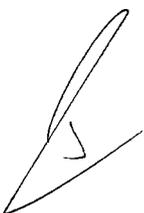
que el grupo (estudiantes y profesor) construyan argumentos, explicaciones y herramientas en la clase de matemáticas que promuevan la resignificación de conocimiento matemático, en este caso la ecuación diferencial lineal de primer orden como herramienta modeladora del cambio.

La puesta en escena de la secuencia se dividió en cuatro momentos (figura 5.1), cada uno de los cuales tuvo una intencionalidad definida, y que se articulan en un todo coherente para darle cierto orden y consistencia a la práctica de modelación como tal.

FIGURA N°5.1
MOMENTOS DE ORGANIZACIÓN METODOLÓGICA



Fuente: Autoría propia- Ana Reyna Segura



Momento 1: la motivación y los conocimientos previos

Se presenta la actividad experimental a usar en física: del fenómeno a tratar y se hace y una contextualización de la misma. Una vez presentada la actividad experimental y se hace una breve introducción al manejo de los equipos, se propone un ejercicio relacionado con el fenómeno de enfriamiento y una serie de preguntas relacionadas con el tema para que cada uno de los grupos las discuta y las responda por escrito, una vez se han establecido acuerdos entre los integrantes.

Se pretende en esta primera parte movilizar los conocimientos previos de los estudiantes para que se atrevan a formular conjeturas sobre el fenómeno estudiados, a establecer vínculos con otras situaciones del mundo real y tratar de plantear modelos mentales sobre el fenómeno como tal. Es un primer ejercicio que promueve la interacción entre ellos, la argumentación, el establecimiento de consensos y la comunicación, pero también sirve para despertar motivaciones y preparar el terreno para las demás actividades.

Momento 2: la experimentación y la toma de datos

A cada equipo se le entregaron los materiales respectivos y la guía para la realización de la actividad experimental (ver anexos). Previamente el profesor dio una explicación general del procedimiento y del registro de los datos. En esta fase es muy importante que los estudiantes participen activamente ya que están frente a una situación real, similar a situaciones que podrán vivir en el desempeño de su profesión. Este es el momento en que la experimentación entra en juego y en el que los estudiantes se convierten en verdaderos actores en la práctica de modelación y serán ellos mismos los que organicen sus equipos de



trabajo y los roles que cada uno de los integrantes desempeñará. En el primer grupo se dio una breve explicación del manejo de los sensores y el registro automático de los datos.

Momento 3: Manipulación de datos y procedimientos matemáticos

En este momento, se trata de matematizar los resultados obtenidos en la actividad experimental para intentar construir un modelo matemático que se ajuste a los datos y permita predecir estados futuros. En este sentido es importante resaltar y recordar que lo importante no es que el modelo se ajuste exactamente a los datos o que se trate de encontrar el “mejor modelo”, lo importante son las interacciones que van emergiendo a medida que se desarrolla la discusión en la dinámica misma de trabajo y que permiten la emergencia de elementos que dan evidencia de la resignificación de conocimiento matemático.

Es común que al comparar la nube de datos respecto a la temperatura, ésta no coincida del todo con la expresión analítica obtenida de la ecuación diferencial. El éxito de la práctica no depende de que resulten o no similares, sino de los argumentos y herramientas que se pusieron en juego durante el desarrollo de la misma.

Los argumentos, las explicaciones, las conjeturas, los consensos y las herramientas (modelos) son aspectos clave de las interacciones que van emergiendo en la discusión al interior de cada equipo. En este momento, hay una primera construcción o elaboración que tienen que hacer los estudiantes, es decir, deben tratar de llegar a un modelo que se ajuste a los datos y que además sea una posible solución de la ecuación diferencial que plantea la actividad. En este caso, se hace primero un ajuste lineal y luego se resuelve la ecuación diferencial,



utilizando el método de separación de variables. Los detalles se pueden ver en la guía de la práctica (ver anexos)

Momento 4: validación y discusión de resultados

En esta etapa se comparan los modelos obtenidos con los datos reales tomados de la actividad experimental. Esta contrastación de resultados permite identificar debilidades y necesidades de aprendizaje, ideas y conceptos previos correctos o incorrectos, fortalezas y aciertos en el desarrollo de la práctica. De la misma forma, los estudiantes podrán darse cuenta de la importancia que tiene llevar la matemática a otras áreas de conocimiento y cómo se puede resignificar conocimiento matemático a partir de una situación real de modelación. Es el momento de la discusión grupal en la que de alguna manera se establecen consensos, se institucionalizan algunos conceptos y se comparten experiencias de trabajo.

Una vez hecha la discusión grupal (o del profesor con cada grupo), se pide a los estudiantes que evalúen la actividad y comenten brevemente su experiencia tanto individual como de trabajo en equipo para determinar el posible impacto de esta experiencia y sus apreciaciones frente a esta forma de trabajar las matemáticas en la clase y específicamente en el curso de ecuaciones diferenciales (ver anexos) En el desarrollo de la actividad y en cada uno de los momentos hay una participación directa del profesor, en unos casos más que en otros, dependiendo de los requerimientos de los estudiantes y de los obstáculos que encuentren en el desarrollo de la misma.



5.4 Recolección de información y categorías de análisis

La recolección de la información se hizo con diferentes medios e instrumentos y en un proceso continuo. En los momentos descritos en la sección anterior, los estudiantes deben responder unas preguntas por escrito y consignar sus respuestas en hojas de papel dispuestas para ello. De la misma forma, al final de del trabajo, se pidió a los estudiantes que respondieran un cuestionario de evaluación de lo hecho durante toda la sesión.

En las sesiones de trabajo, la presencia del investigador (observador no participante, en uno de los grupos) fue necesaria pues existen algunos elementos que pueden no ser registrados ni por la cámara de video ni por las grabadoras de audio y que son de gran riqueza, pues al tratarse de interacciones entre humanos hay ciertos aspectos que solo otro observador humano podría percibir. Este registro se hizo mediante apuntes (notas de campo) que el investigador realizó durante las dos sesiones de trabajo en las que se desarrolló la actividad experimental.

Al hablar sobre análisis de información en este contexto, nos referimos no a la cuantificación de los datos, sino al proceso no matemático de interpretación, realizado con el propósito de descubrir conceptos y relaciones en los datos brutos y luego organizarlos en un esquema explicativo teórico (Strauss y Corbin, 2002) que trate de dar respuesta al problema de investigación planteado y al objetivo propuesto. No se trata simplemente de una descripción de lo observado y registrado o de una de una transcripción de diálogos o producciones escritas, sino de una búsqueda de significado y relaciones entre aquello que piensan, dicen, hacen y construyen estudiantes y profesores cuando ejercen una práctica en el contexto de la clase de matemáticas y es en este sentido que el análisis de las producciones tanto escritas como orales constituyen los elementos de análisis.

La información recolectada a partir de las interacciones que emergen del ejercicio de la práctica de modelación, y representadas tanto por las producciones escritas como discursivas los sujetos investigados, serán analizados de tal forma que se puedan identificar elementos que evidencien la re significación de la ecuación diferencial, en una especie de triangulación a partir de la situación antes, durante y después de la realización de la actividad.

Así mismo Candela (1999) al analizar las interacciones que se producen en el salón de clase, descarta la conveniencia de acercarse a la observación y al análisis con categorías precisas, definidas de antemano, ya que esta situación puede pautar la mirada y no permite reconocer los fenómenos que tal vez tengan mayor importancia para los participantes en la interacción. Considerando lo anterior, algunas categorías se establecieron de antemano, pero se fueron enriqueciendo o complementando, a medida que se analizaba la información, el criterio para identificar esos elementos que complementaban esas categorías fue su recurrencia en las respuestas y su articulación con aquellas (categorías) ya establecidas.

A partir de investigaciones anteriores y tomando como antecedentes los resultados encontrados en estos trabajos, se pudieron identificar algunas categorías asociadas a la ecuación diferencial que modela el fenómeno de enfriamiento y que pueden dar cuenta del proceso de re significación, tales como:

- Lo exponencial
- Lo lineal
- La ley de enfriamiento
- La matematización
- El cambio, la variación
- La predicción
- El modelo como herramienta



Para lograr este propósito, la lógica escogida para el análisis de la información es el siguiente (figura N° 5.2):

FIGURA N° 5.2
ESQUEMA DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN



Fuente: Autoría propia- Ana Reyna Segura

El orden metodológico seguido una vez se ha recolectado la información consiste básicamente en establecer un análisis a priori o supuestos iniciales sobre la forma en que los estudiantes podrían responder las diferentes preguntas, las puestas en escena de las diferentes actividades y un análisis a posteriori para explicar y mostrar con extractos de diálogos



y ejemplos de las producciones escritas de los estudiantes, lo que realmente hicieron y construyeron de manera interactiva.

Es importante saber, también, que los participantes llevaron anterior a la investigación, los cursos de Matemática I, Matemática II (cuyo programa de contenidos se especifican en los anexos) en el momento del experimento asistían a Matemática II. Estas disciplinas fueron necesarias para manejar el mínimo conocimiento para acompañar las actividades de investigación que se han propuesto. En esta clase, hay estudiantes de diversos ciclos; este hecho influye positivamente en nuestra investigación, porque, independientemente de la modalidad del futuro ingeniero debe saber ecuaciones diferenciales y aprender a modelar los fenómenos físicos.

El desarrollo de la parte experimental se inició en el 2 ciclo para que los participantes ya supieran derivar e integrar funciones.

5.4.1 El experimento

El experimento consiste en seis actividades se llevó a cabo en el laboratorio de física de la universidad en la que estudio los estudiantes. Se desarrolló en cuatro sesiones de una hora y cuarenta minutos cada uno. Debido al espacio físico, los quince sujetos fueron divididos en cinco grupos, como el laboratorio disponibles se ordena en cinco gradas. Más tarde, vamos a describir cada función estudiante durante los experimentos.

El objetivo del experimento era determinar si los estudiantes pueden entender el significado de una ecuación diferencial por medio de proceso de modelización matemática, propuesto el estudio de un modelo, sin tener contacto realizado con los procedimientos de resolución algebraicas convencionales, que se desarrollan por lo general en el aula.

A continuación se describen las seis actividades y experiencias desarrolladas en cada reunión. En la primera reunión que se trabajaron las actividades 1 y 2. El segundo fue para la realización de las actividades 3 y 4. En la tercera actividad a 5 y la sexta actividad se llevó a cabo en la cuarta reunión.

5.4.2 Primera reunión - Actividades 1 y 2.

5.4.2.1 Experimento N° 1: "Movimiento Rectilíneo: M.R.U. y M.R.U.V." (Anexo N°1)

A continuación se presenta las notas de los alumnos sobre la introducción que hizo el profesor en clase:

Movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.)
 Este movimiento se caracteriza porque la trayectoria del móvil es una línea recta y su velocidad permanece constante. Esto es:

$\Delta t = t_f - t_i$
 $t_f = \Delta t + t_i$

x_i y x_f son las posiciones con respecto a O

* Desplazamiento: Es el cambio de posición. Se define:

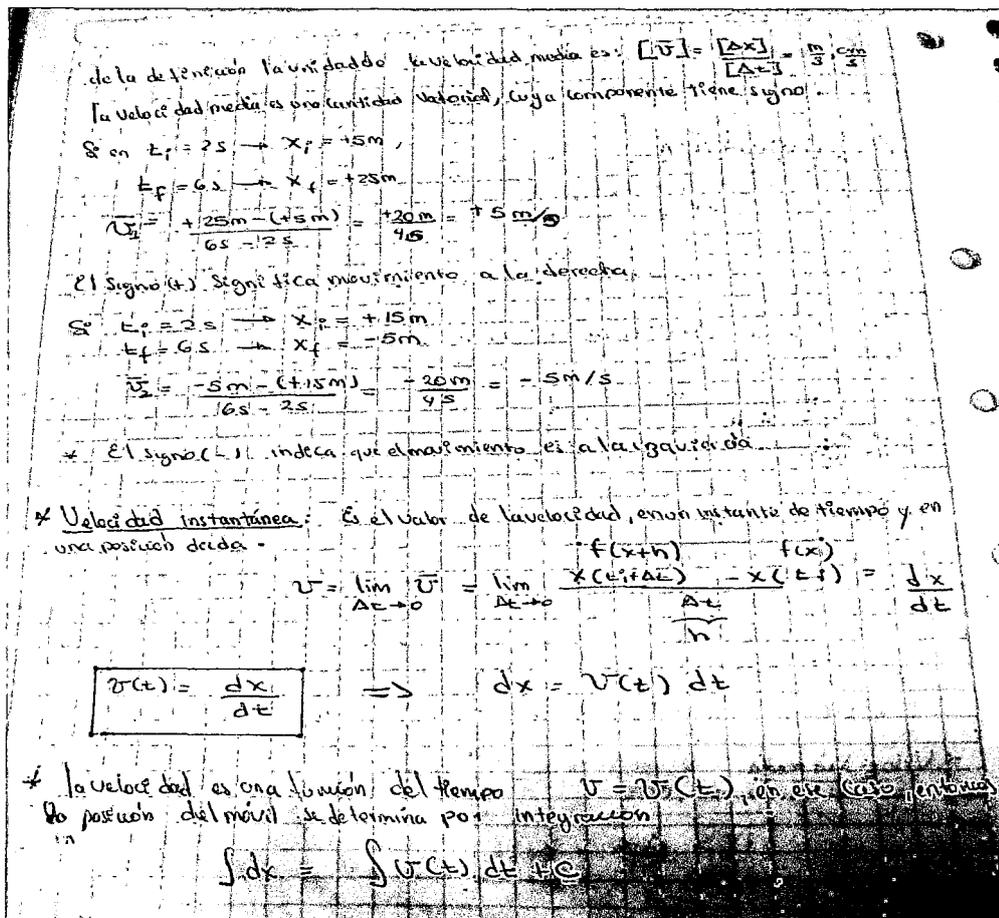
$$\Delta x = x_f - x_i \quad \text{Cantidad vectorial}$$

Si en $t_i = 2 \text{ s} \rightarrow x_i = +5 \text{ m}$ y en $t_f = 6 \text{ s} \rightarrow x_f = +25 \text{ m}$, el desplazamiento en el intervalo de tiempo

$t = 6 \text{ s}, \quad \Delta x = (+25 \text{ m}) - (+5 \text{ m}) = +25 \text{ m} - 5 \text{ m} = +20 \text{ m}$

* Velocidad media Se define como la razón de cambio del desplazamiento respecto al tiempo, esto es: \bar{v}

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \quad \text{Cantidad vectorial}$$



La ecuación diferencial como un modelo

E2: Es encontrar una derivada

E1: No, una ecuación diferencial, es que..., es un modelo... es la aplicación de los modelos matemáticos pero con respecto a algo cierto... a ciertas variables pues... que dependa una de otra, si me hago entender

E2: Una ecuación es encontrar una incógnita, diferencias es encontrar una derivada

E1: No, por eso, pero es que... o sea uno cuando hace una ecuación diferencial qué es lo que está haciendo, yo estoy encontrando algo con respecto a algo

E3: Es una... que tiene derivadas, si no tiene derivadas no es una ecuación diferencial

4

E1: No, pero una derivada no es una ecuación

E3: Pero un conjunto de derivadas, ... operaciones con derivadas es una ecuación diferencial

E1: Una derivada es un cambio

E3: El modelo matemático lo hacemos nosotros

En la primera respuesta hay un intento de acercar la ecuación diferencial a situaciones más reales, pues se asocia con "algo" que permite determinar el funcionamiento o comportamiento de por ejemplo una máquina. En la última respuesta hay una asociación de la ecuación diferencial con el cambio, sin embargo este cambio no está expresado en términos de variables asociados a un fenómeno en particular sino al cambio de un objeto considerado como una totalidad.

Integrando un primer término

$$x = c + \int v(t) dt$$

Ecuación de la posición en función del tiempo

Para el caso del MRU, la velocidad es constante: $v(t) = \pm v$, reemplazando en la ecuación de la posición e integrando

$$x = c + \int (\pm v) dt = c + (\pm v) \int dt$$

$$x = c + (\pm v)t \quad x_0 = c + (\pm v)(0)$$

de condiciones iniciales: $t = 0, x = x_0$
 $x_0 = c + (\pm v)0 = c \Rightarrow c = x_0$

de esta manera la ecuación de la posición en MRU es:

$$x = x_0 \pm vt$$

* Aceleración Media: Cantidad vectorial que se denota \bar{a} y se define como la razón del cambio de la velocidad respecto al intervalo de tiempo en que ocurre el cambio de Velocidad.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \Rightarrow |\bar{a}| = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$$

Si $t_i = 2s \rightarrow v_i = +5m/s$ $\bar{a} = \frac{-25m/s - (+5m/s)}{7s - 2s} = \frac{-30m/s}{5s} = -6m/s^2$
 $t_f = 7s \rightarrow v_f = +25m/s$ $\bar{a} = \frac{+20m/s}{5s} = +4m/s^2$



* Si $t_1 = 2s \rightarrow v_1 = +12 m/s$
 $t_2 = 6s \rightarrow v_2 = 5 m/s$

$$\bar{a}_2 = \frac{+5 m/s - (+12 m/s)}{6s - 2s} = \frac{+5 m/s - 12 m/s}{4s} = \frac{-7 m/s}{4s} = -1.75 m/s^2 \approx -1.8 m/s^2$$

* Si la dirección de la aceleración es opuesta a la velocidad \Rightarrow MOV. desacelerado
 * Si la dirección de la aceleración es igual a la dirección de la velocidad \Rightarrow MOV. acelerado

* Aceleración instantánea: Es el valor de la aceleración en un instante del tiempo y en una posición dada.

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t_2 + \Delta t) - v(t_2)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt}} \Rightarrow dv = a dt \Rightarrow a = \frac{d}{dt}(v) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

* La aceleración es una función del tiempo $a = a(t)$, por lo tanto podemos conocer la velocidad por integración $dv = a(t) dt$

$$\int dv = \int a(t) dt + C_2$$

$$\boxed{v = C_2 + \int a(t) dt}$$

* Para el MRUV, $a(t) = \pm a$, en ese caso, la velocidad es:

$$v = C_2 + (\pm a) \int dt = C_2 \pm (a)t$$

De condición inicial, $t=0, v=v_0$

$$v_0 = C_2 + (\pm a) \cdot 0 = C_2$$

$$\boxed{v = v_0 \pm at}$$

* La ecuación del desplazamiento es:

$$x = C_1 + \int v_0 + (\pm a)t dt$$

$$= C_1 + v_0 \int dt + (\pm a) \int t dt$$

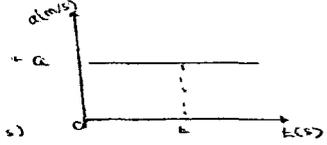
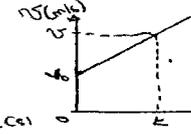
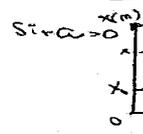
$$x = C_1 + v_0 t + \frac{1}{2} (\pm a) t^2$$

Si $t=0, x=x_0 \Rightarrow C_1 = x_0$

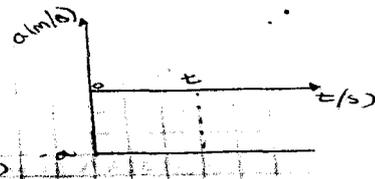
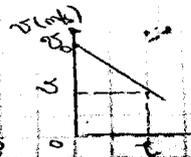
Por lo tanto:

$$\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} (\pm a) t^2}$$
 Ecuación de la Posición en el MRUV

Si $a > 0$



Si $a < 0$; entonces



$$\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$$

En esta fase, se entregó una guía con la descripción de los pasos a seguir en la actividad experimental (anexo 1). En este caso, la descripción de las actividades se trabajó con sensores y registro automático de datos (los sensores estaban conectados a un Explorer GLX). En esta primera parte de la actividad se realizaron los siguientes pasos:

ACTIVIDAD N°1: Movimiento Rectilíneo Uniforme

1.- Realice el montaje experimental que se muestra en la figura siguiente



- 2.-Coloque la foto-puerta a mitad del plano inclinado y a una altura tal que la regla obturadora pueda activarla cuando pase por esta.
- 3.-Conecte el cable negro a la foto puerta, luego conecte la terminal libre del cable a la entrada N°2 del adaptador digital.
- 4.-Encienda el Xplorer GLX y conecte a este, el adaptador digital al puerto N°1 del Xplorer. Note que se activa automáticamente un conjunto de posibles sensores, del conjunto elija la foto-puerta y lámina obturadora.



- 5.-En la ventana que se activa ingrese la constante 0.036m y luego presione la tecla casa. En la ventana siguiente presione f1, note que se abre la gráfica de posición vs tiempo. Estamos listos para las mediciones.
- 6.-Inicie la toma de datos, presionando el botón(►) .luego impulse el carrito y note en la pantalla la grafica de los datos medidos por el Xplorer GLX.
- 7.-Para detener la toma de datos presione otra vez el botón (►). Anote los valores de Tiempo y de posición en la tabla N°1

x	y
Posición(m)	Tiempo(seg)
0.02	0.14
0.04	0.26
0.06	0.39
0.08	0.51
0.1	0.63

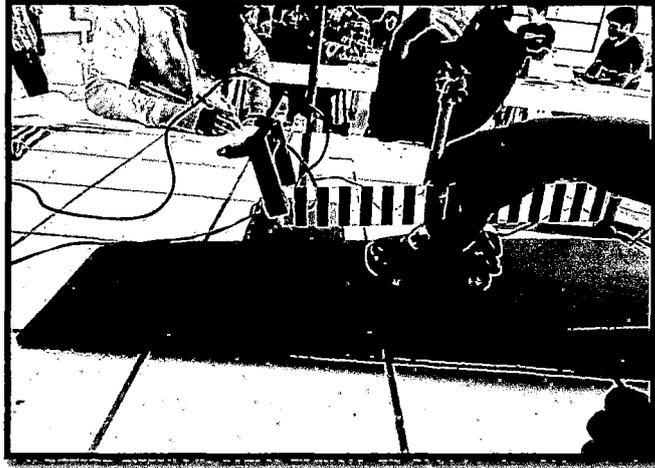
- 8.-Si la grafica del Xplorer GLX es un tipo potencial $x = Kt^n$ escribe el posible valor de la potencia n. luego calcule el valor de la constante k. Anote el valor.



[Handwritten signature]

ACTIVIDAD N°2: Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

- 1.-Realice el montaje experimental que se muestra en la Figura siguiente, Pero con un mayor Angulo de inclinación.



- 2.-Coloque la foto-puerta a mitad del plano inclinado y a una altura tal que la regla obturadora pueda ctivarla cuando pase por esta.
- 3.- Siga los pasos 3,4 y5 de la actividad N°1
- 4.- Luego Inicie la toma de datos, presionando el botón(►) .luego suelte el carrito y note en la pantalla la grafica de los datos medidos por el Xplorer GLX.
- 5.-Para detener la toma de datos presione otra vez el botón (►). Anote los valores de Tiempo y de posición en la tabla N°2.

Tabla 2

Tiempo (s)	Posición (m)
38.492	0
38.550	0.02
38.603	0.04
38.652	0.06
38.697	0.08
38.743	0.1
38.788	0.12

38.830	0.14
38.867	0.16
38.908	0.18
38.947	0.2
38.984	0.22
39.018	0.24
39.054	0.26
39.090	0.28

6.-Si la grafica del Xplorer GLX es un tipo potencial $x = Kt^n$ escribe el posible valor de la potencia n. luego calcule el valor de la constante k. Anote el valor.

$$N = 0.5680$$

$$K = 1.0014$$

7.-En el Xplorer GLX, abra la gráfica de velocidad vs Tiempo, anote los valores de tiempo y velocidad en la tabla N°3

Tabla N°3

Tiempo (s) X	Velocidad (m/s) Y
38.5208	0.3473
38.5764	0.3735
38.6274	0.4125
38.674	0.4461
38.7199	0.4268
38.7659	0.4434
38.809	0.4858
38.8485	0.5293
38.8877	0.4915
38.9277	0.5096

4

38.9657	0.5439
39.0012	0.5838
39.0363	0.5587
39.0721	0.557

8.-Si la gráfica del Xplorer GLX es de tipo potencial $v = v_0 + at^n$ escriba el posible valor de la potencia n, siga el paso 8 de la actividad n°1. Anote el valor.



En esta parte los estudiantes desarrollaron el cuestionario que se indica en el Anexo N°1, utilizando las herramientas del laboratorio de Física como el software Data estudio.

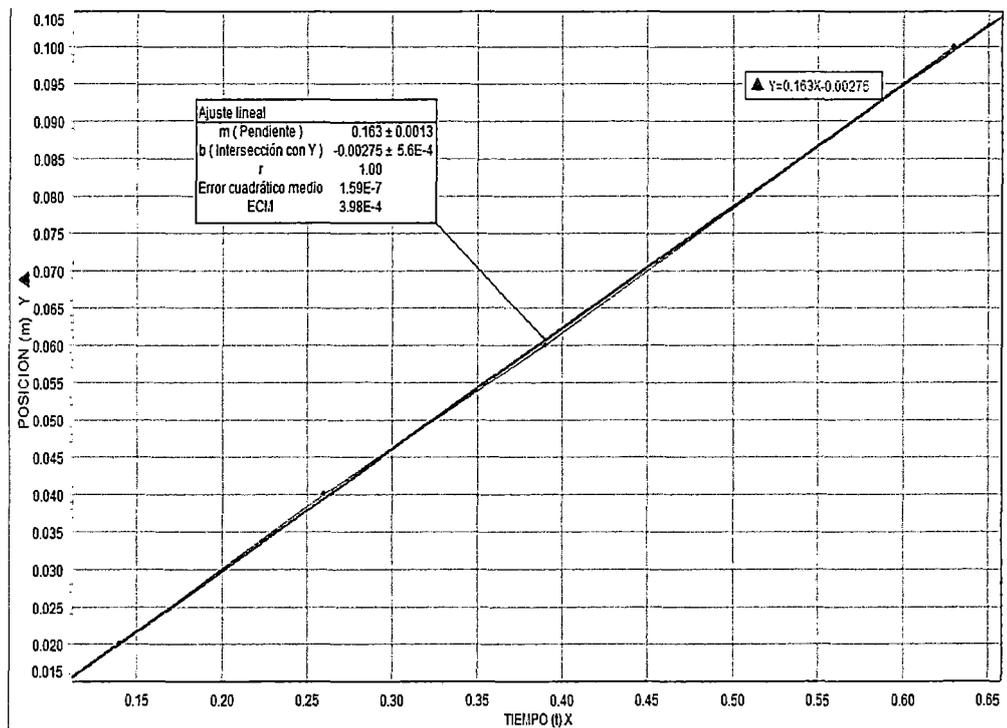
CUESTIONARIO

1) Con los datos de la tabla N°1, realice una gráfica de posición x en el eje vertical y el tiempo t en el eje horizontal. ¿Qué tipo de movimiento representa esta grafica? Escriba la ecuación matemática.

x	y
Posición(m)	Tiempo(seg)
0.02	0.14

0.04	0.26
0.06	0.39
0.08	0.51
0.1	0.63

Llevando a la grafica en Data studio



Escribiendo la ecuación matemática:

Como se esta describiendo un movimiento rectilíneo uniforme y no hay variación de la velocidad, es decir posee una velocidad constante procedemos a aplicar la ecuación:

$$x = x_0 + vt$$

$$d = vt$$

2) Con el ajuste de la curva por mínimos cuadrados halle el valor y la unidad de las constantes de la ecuación para la posición del móvil en la pregunta 1.

a) Utilizando mínimos cuadrados:

Ecuación de la recta:

$$y = mx + b$$

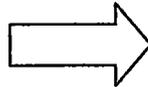
$$\text{Pendiente (m)} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$(m) = \frac{n(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - n(\sum x_i)^2}$$

$$(b) = \frac{(\sum y_i) - a(\sum X_i)}{n}$$

Hallando "m":

x_i	y_i
0.14	0.02
0.26	0.04
0.39	0.06
0.51	0.08
0.63	0.1



	n	5
$\sum y_i$		0.3
$\sum x_i$		1.93
$\sum x_i \cdot y_i$		0.1404
$\sum x_i^2$		0.8963

b) Hallando cada una de las sumatorias para reemplazar en mi tabla:

$$\sum y_i = 0.3$$

$$\sum x_i = 1.93$$

$$\sum x_i \cdot y_i = 0.1414$$

$$\sum x_i^2 = 0.8963$$

c) ahora reemplazaremos las sumatorias halladas en:

$$(m) = \frac{n(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - n(\sum x_i)^2}$$

Reemplazando:

$$(m) = \frac{5(0.1414) - (0.3)(1.93)}{5(0.8963) - 5(1.93)^2} = 0.1625$$

Ahora hallamos "b":

$$(b) = \frac{(\sum y_i) - a(\sum X_i)}{n}$$

Reemplazando:

$$(b) = -0.00275$$



Finalmente nuestra ecuación:

$$y = mx + b$$

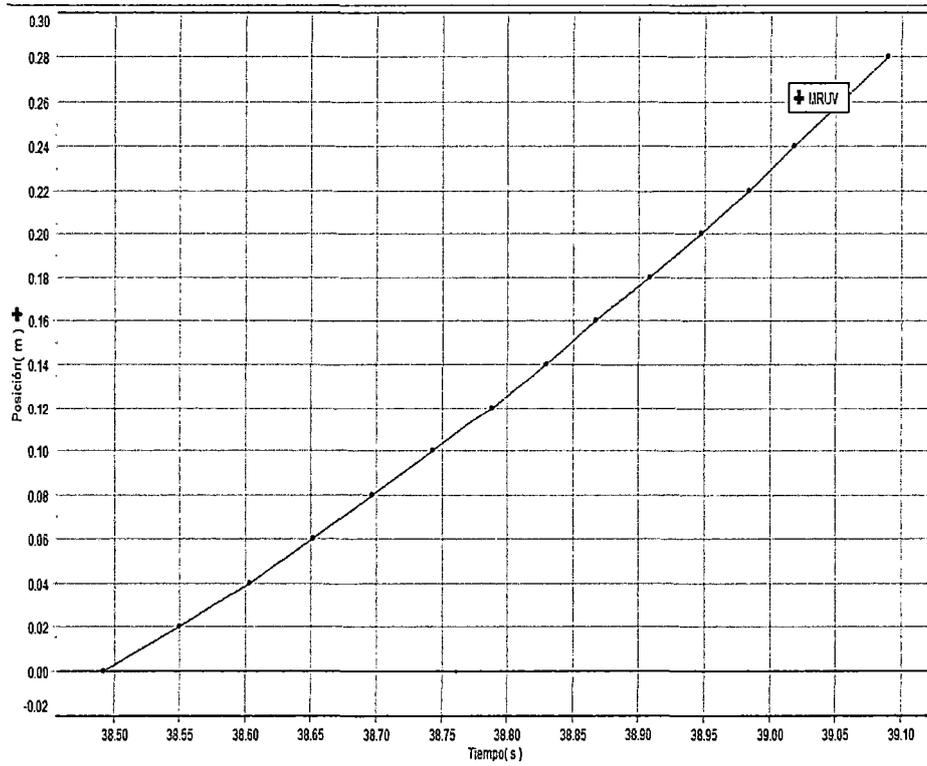
$$f(x) = 0.1625x - 0.00275$$

- 3) Con los datos de la tabla N°2, realice la gráfica de la posición x y tiempo t ¿ qué tipo de movimiento representa esta gráfica? Escriba su ecuación matemática?**

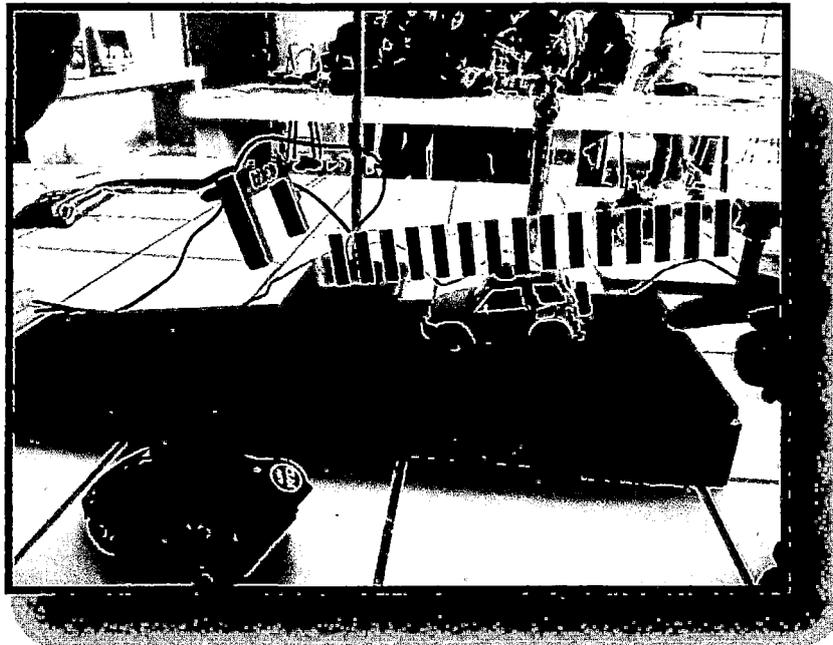
Tabla 2

Tiempo (s)	Posición (m)
X	Y
38.492	0
38.550	0.02
38.603	0.04
38.652	0.06
38.697	0.08
38.743	0.1
38.788	0.12
38.830	0.14
38.867	0.16
38.908	0.18
38.947	0.2
38.984	0.22
39.018	0.24
39.054	0.26
39.090	0.28

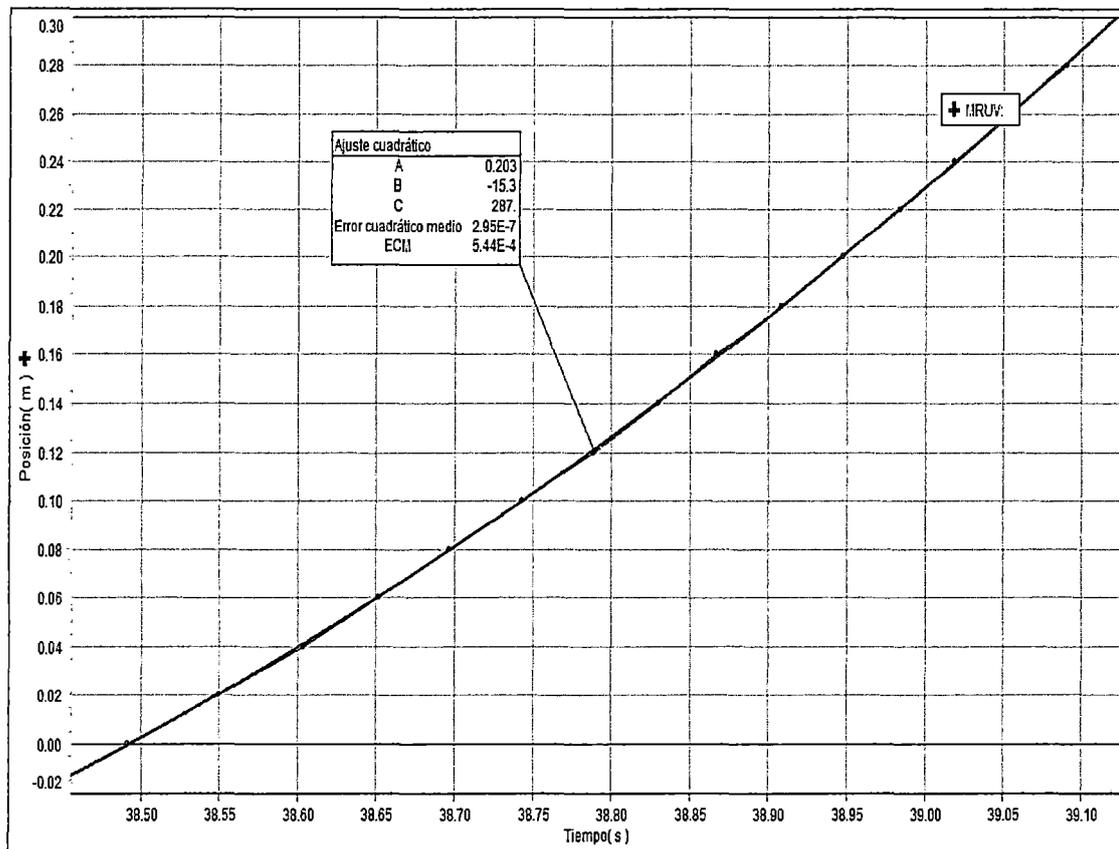




Representa el Movimiento rectilíneo Uniformemente Variado



4) Con el ajuste de la curva por mínimos cuadrados halle el valor y la unidad de las constantes de la ecuación para la posición del móvil de la pregunta 3



Hallando:

$$n = \frac{\log Y_{i+1} - \log Y_i}{\log X_{i+1} - \log X_i} = 0.5680$$

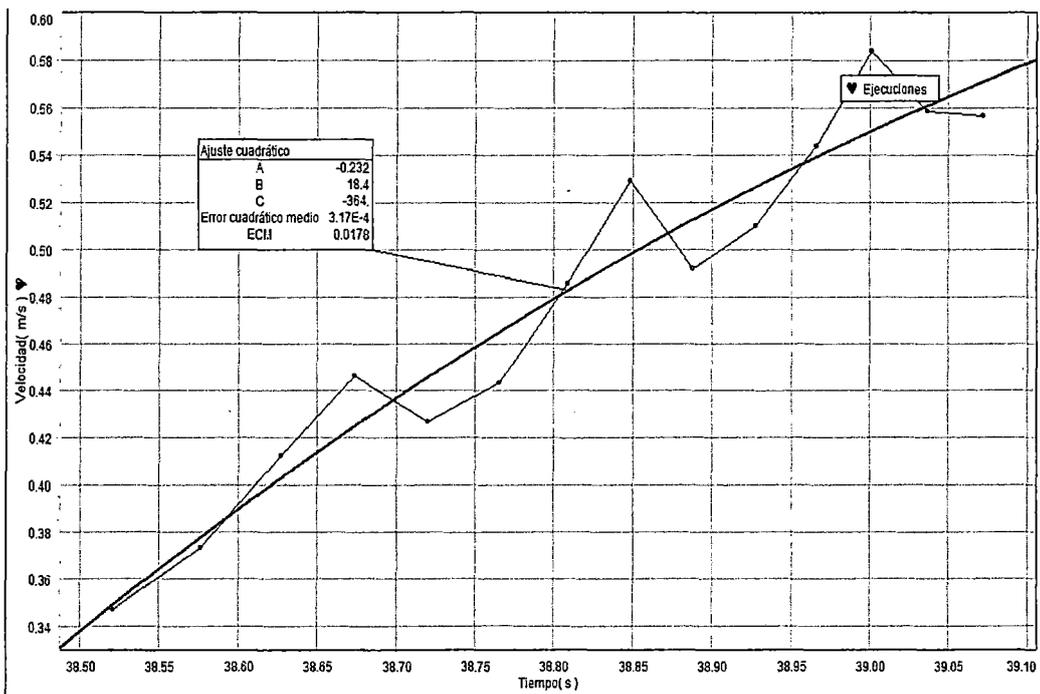
$$k = \frac{(X_{i+1} - X_i)}{(X_{i+1} - X_i)} = 1$$

$$B = \log K = 0.0006$$

5) Con los datos de la tabla N° 3 realice una grafica de la velocidad v en el eje vertical y el tiempo t en el eje horizontal. ¿Qué tipo de movimiento representa esta grafica? ¿Escriba su ecuación matemática.

Tabla N°3

Tiempo (s) X	Velocidad (m/s) Y
38.5208	0.3473
38.5764	0.3735
38.6274	0.4125
38.674	0.4461
38.7199	0.4268
38.7659	0.4434
38.809	0.4858
38.8485	0.5293
38.8877	0.4915
38.9277	0.5096
38.9657	0.5439
39.0012	0.5838
39.0363	0.5587
39.0721	0.557



[Handwritten signature]

Aunque no se aprecie de una manera u otra se puede apreciar que es no es una línea recta por lo que posee una aceleración.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

6) Con el ajuste de la curva por mínimos cuadrados halle el valor y la unidad de las constantes de la ecuación para la posición del móvil en la pregunta 5.

a) Utilizando mínimos cuadrados:

Ecuación de la curva:

$$y = kx^n$$

$$(k) = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$(m) = \frac{n(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - n(\sum x_i)^2}$$

$$(b) = \frac{(\sum y_i) - a(\sum x_i)}{n}$$

Hallando "k":

Tiempo (s) X	Velocidad (m/s) Y
38.5208	0.3473
38.5764	0.3735
38.6274	0.4125
38.674	0.4461
38.7199	0.4268
38.7659	0.4434
38.809	0.4858
38.8485	0.5293
38.8877	0.4915
38.9277	0.5096
38.9657	0.5439
39.0012	0.5838
39.0363	0.5587
39.0721	0.557

n	14
$\sum y_i$	6.709
$\sum x_i$	543.433
$\sum x_i \cdot y_i$	260.589
$\sum x_i^2$	21094.615

b) Hallando cada una de las sumatorias para reemplazar en mi tabla:

$$\sum y_i = 6.709$$

$$\sum x_i = 543.433$$

$$\sum x_i \cdot y_i = 260.589$$

$$\sum x_i^2 = 21094.615$$

c) ahora reemplazaremos las sumatorias halladas en:

$$(k) = \frac{n(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - n(\sum x_i)^2} = 8.77545E-16$$

Finalmente hallamos "n" :

$$n = \frac{\log y_{i+1} - \log y_i}{\log x_{i+1} - \log x_i} = 1.760596168$$

La ecuación final sería:

$$y = (8.77545E - 16)x^{1.760596168}$$

7) Con los datos de la pregunta anterior escriba la ecuación (4) para el movimiento vertical y la posición x en el eje vertical.

$$x^2 = v_0^2 + 2(8.77545E-16)t$$

8) Mencione 3 ejemplos de fenómenos observados en la naturaleza que tengan velocidad constante

Podemos observar que en la naturaleza existen movimientos que se aproximan bastante al movimiento rectilíneo. Buenos ejemplos son: un hombre o animal caminando regularmente, el movimiento de una gota de agua al final de su caída en un día sin viento, el movimiento de la luz en un medio determinado (homogéneo en cuanto a su densidad), el movimiento del sonido en un medio determinado (homogéneo en cuanto a su densidad).

Otros ejemplos, no naturales, podrían ser: el de un automóvil en una carretera recta, aunque en este caso el movimiento rectilíneo uniforme se presenta en tramos. Es muy difícil que estrictamente hablando el automóvil se mueva sin modificar en absolutamente nada su velocidad.

A pesar de que el movimiento rectilíneo uniforme no es lo más común que existe, su estudio es muy útil pues hay muchos movimientos que pueden aproximarse a este tipo.

9) Mencione 3 ejemplos de movimiento con aceleración constante que se puedan observar en la naturaleza

- ✓ La gravedad es una aceleración constante, si consideramos pequeñas alturas (de algunos kms comparados con el radio).
- ✓ Pero, también, en un solenoide podemos conformar un campo magnético constante, lo cual daría una aceleración tangencial constante.
- ✓ O también con capacitores planos, con el campo eléctrico

10) Busque información sobre la velocidad y la aceleración de una reacción química

La velocidad de reacción se obtiene experimentalmente. A partir de las velocidades iniciales de reacción para los reactivos y variando sus concentraciones iniciales, se puede determinar la expresión matemática que relaciona la velocidad con las concentraciones. A esta expresión se le conoce como

ley diferencial de velocidad o ecuación de velocidad.

$$V=K(A)^{\alpha}(B)^{\beta}$$

Los exponentes α y β se denominan órdenes parciales de reacción. La suma $\alpha + \beta$ se llama orden total de reacción.

Aunque en algunas reacciones simples α y β podrían coincidir con los coeficientes estequiométricos, en general no es así, y deben determinarse experimentalmente.

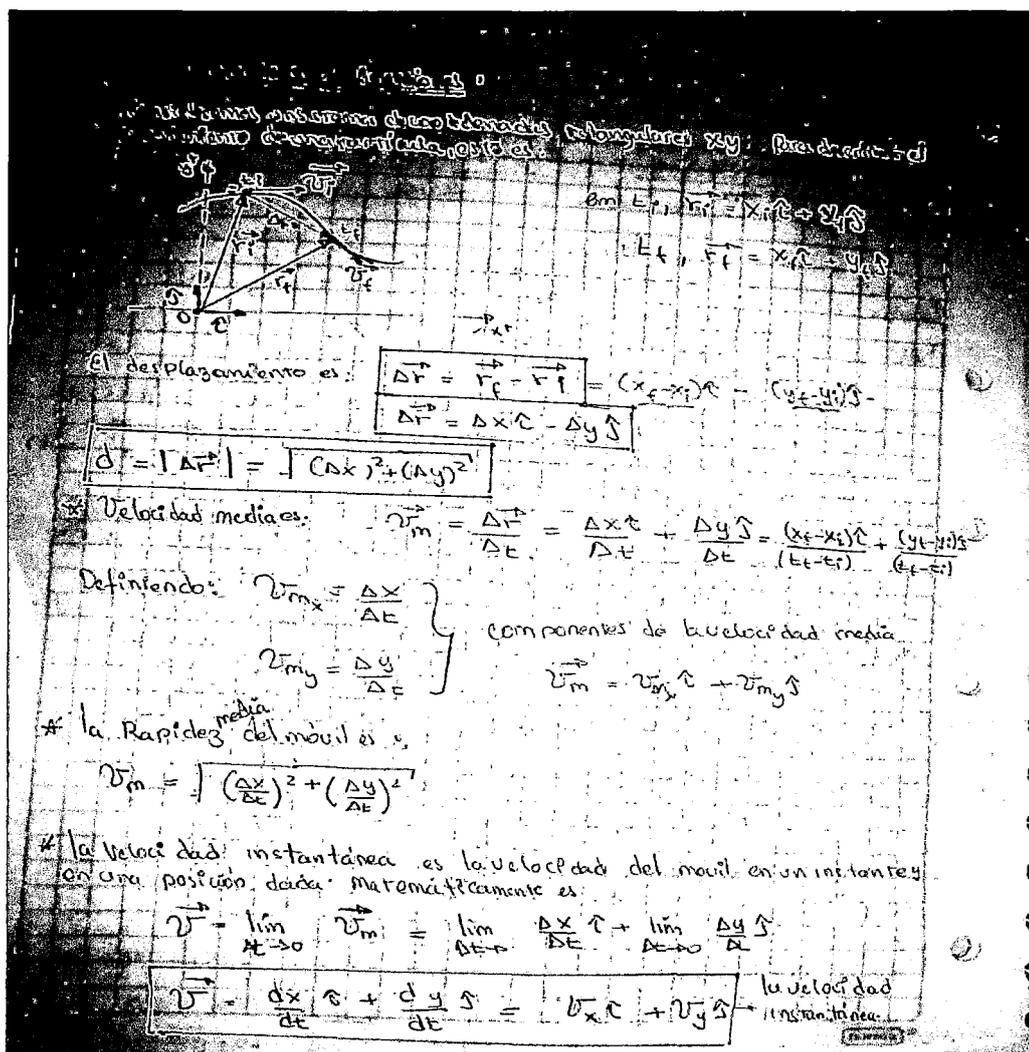
La constante k se denomina constante de velocidad. Su valor es característico de cada reacción y depende de la temperatura de reacción.

4

Las unidades de la constante deben deducirse de la expresión experimental obtenida para la velocidad de reacción.

5.4.2.2 Experimento N° 2 "Trayectoria del Proyectoil" (Anexo N°2)

A continuación se presenta las notas de los alumnos sobre la introducción que hizo el profesor en clase:

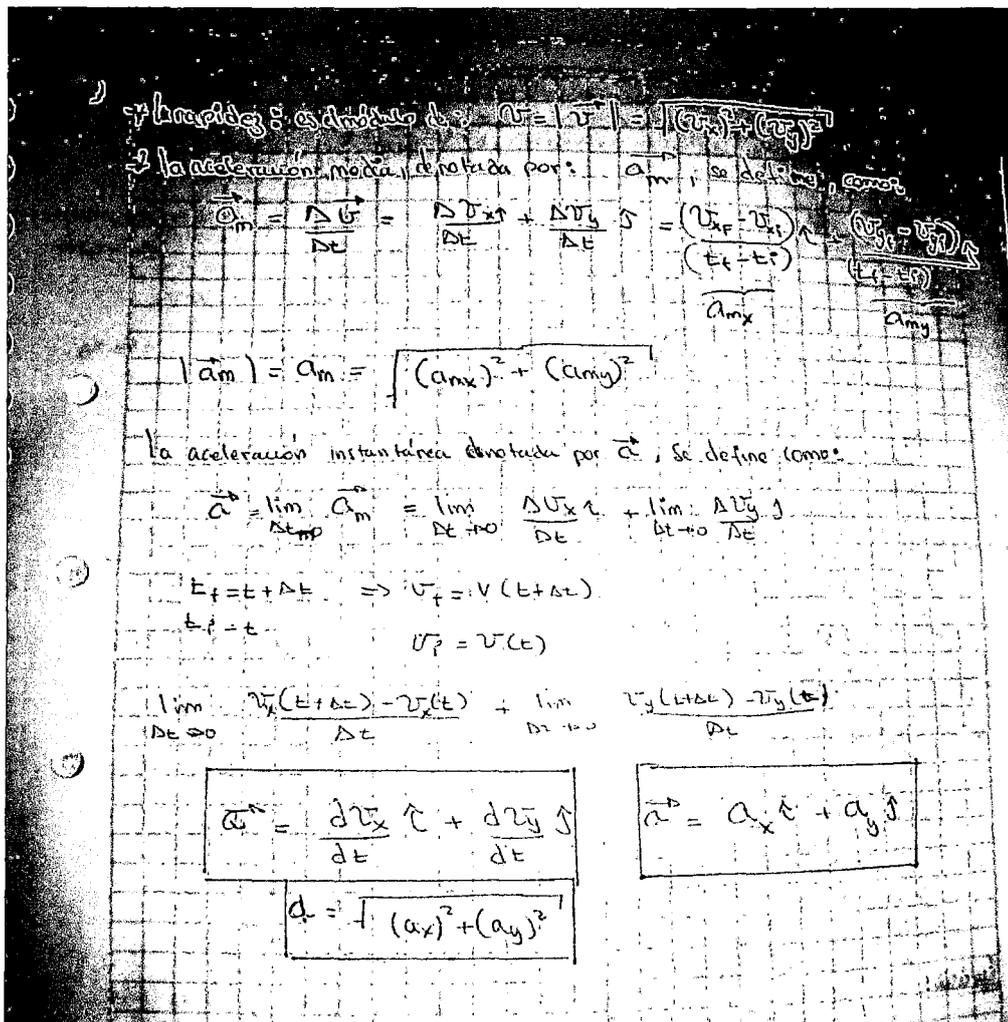


En este caso hay equipos que describen la herramienta que usarían en términos de una ecuación identificando los elementos que constituyen dicha expresión:

E1: Qué herramientas utilizaríamos para eso...



E2: Ecuaciones diferenciales



Lo anterior permite evidenciar que la situación relacionada con el movimiento en dos dimensiones es clara y de hecho saben cuál es la solución, lo que supone que no se presentarían dificultades en la resolución de una ecuación diferencial ni tampoco en la aplicación de lo matemático a una situación real, como el movimiento de un proyectil.

En esta fase, se entregó una guía con la descripción de los pasos a seguir en la actividad experimental (anexo 2). En este caso, la descripción de las actividades se trabajó de forma mecánica. En esta primera parte de la actividad se realizaron los siguientes pasos:

PROCEDIMIENTO

1.- Monte el experimento según el esquema siguiente



2.- Para los diferentes valores de la altura "y" suelte la esfera desde lo alto de la rampa.

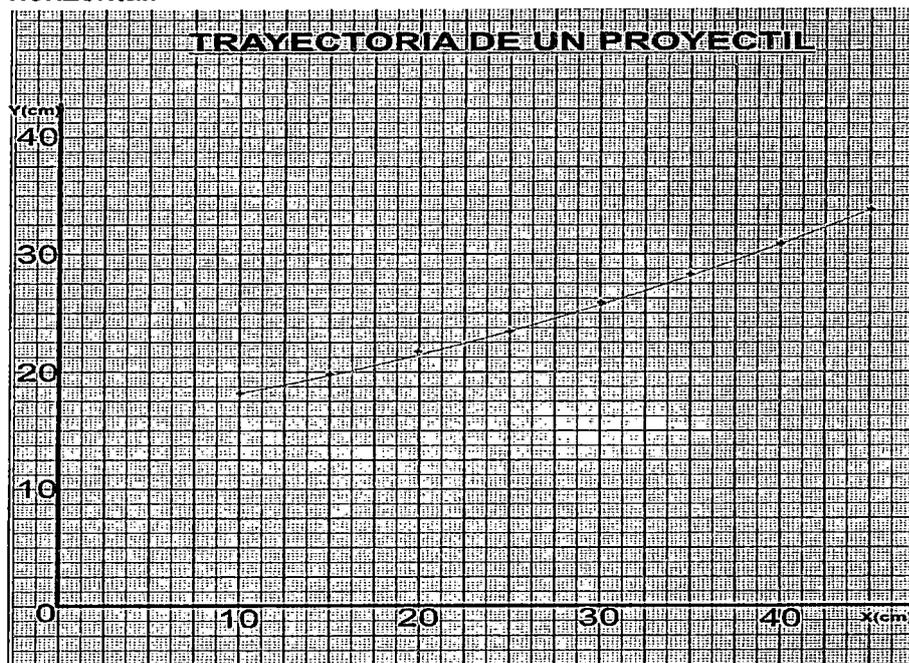


3.-Simultáneamente mida el tiempo que le toma la esfera chocar con la tabla sujeta al soporte universal. Anote el tiempo.

4.-Seguidamente mida las distancias "x" con la regla metálica y anote el valor en la tabla N°1 Repita el paso 2 al paso 4 para obtener el promedio "x".



5.- Hacer el gráfico en papel milimetrado de “y” en el eje vertical, “x” en el eje horizontal.



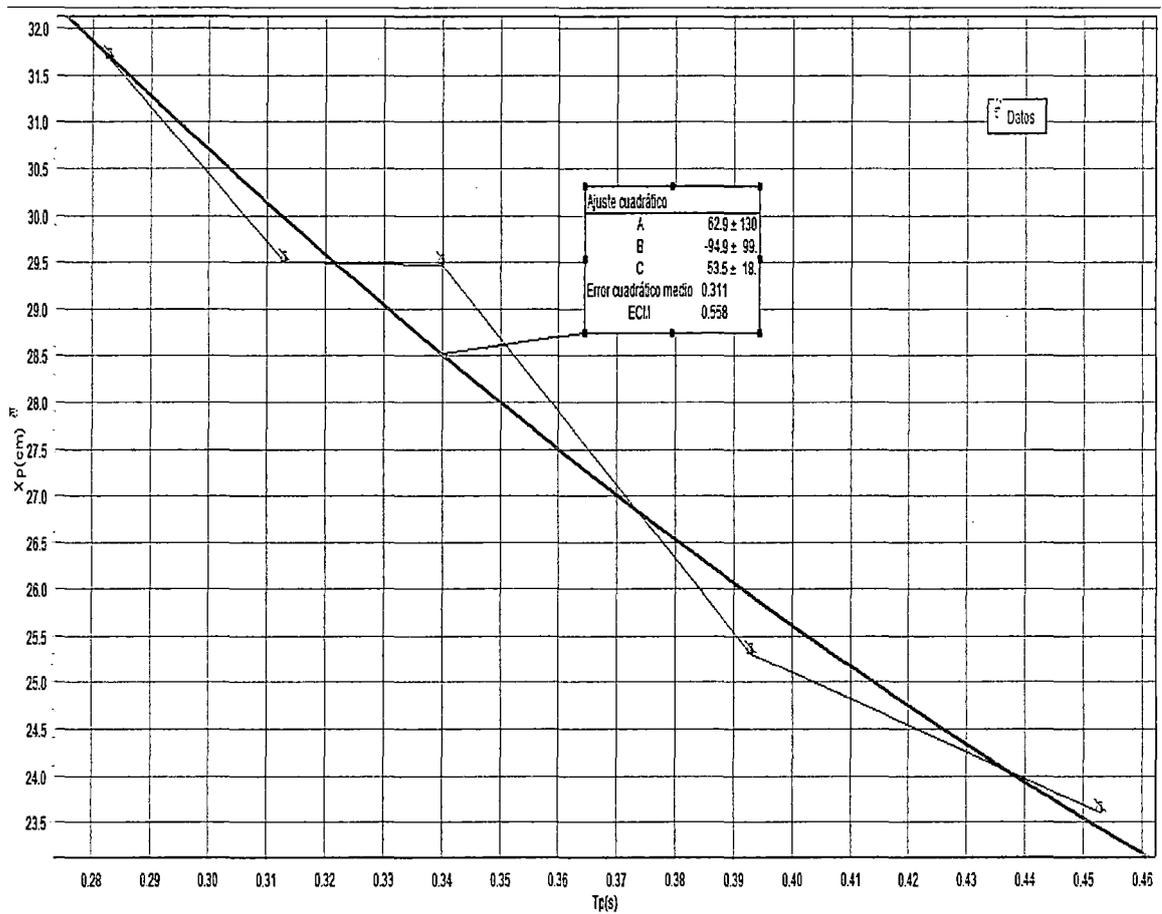
y(cm)	10	15	20	25	30	35	40	45
x1(cm)	15.2	19.5	23.5	24.5	28.9	29.5	31.5	33.4
x2(cm)	17.5	19.7	23.5	25	30	29.7	31.8	34
x3(cm)	19	19.9	23.8	26.5	29.5	29.2	31.7	33.9
xp(cm)	18.23	19.7	23.6	25.3	29.47	29.5	31.67	33.93
tp(s)	0.393	0.245	0.453	0.393	0.34	0.313	0.283	0.323

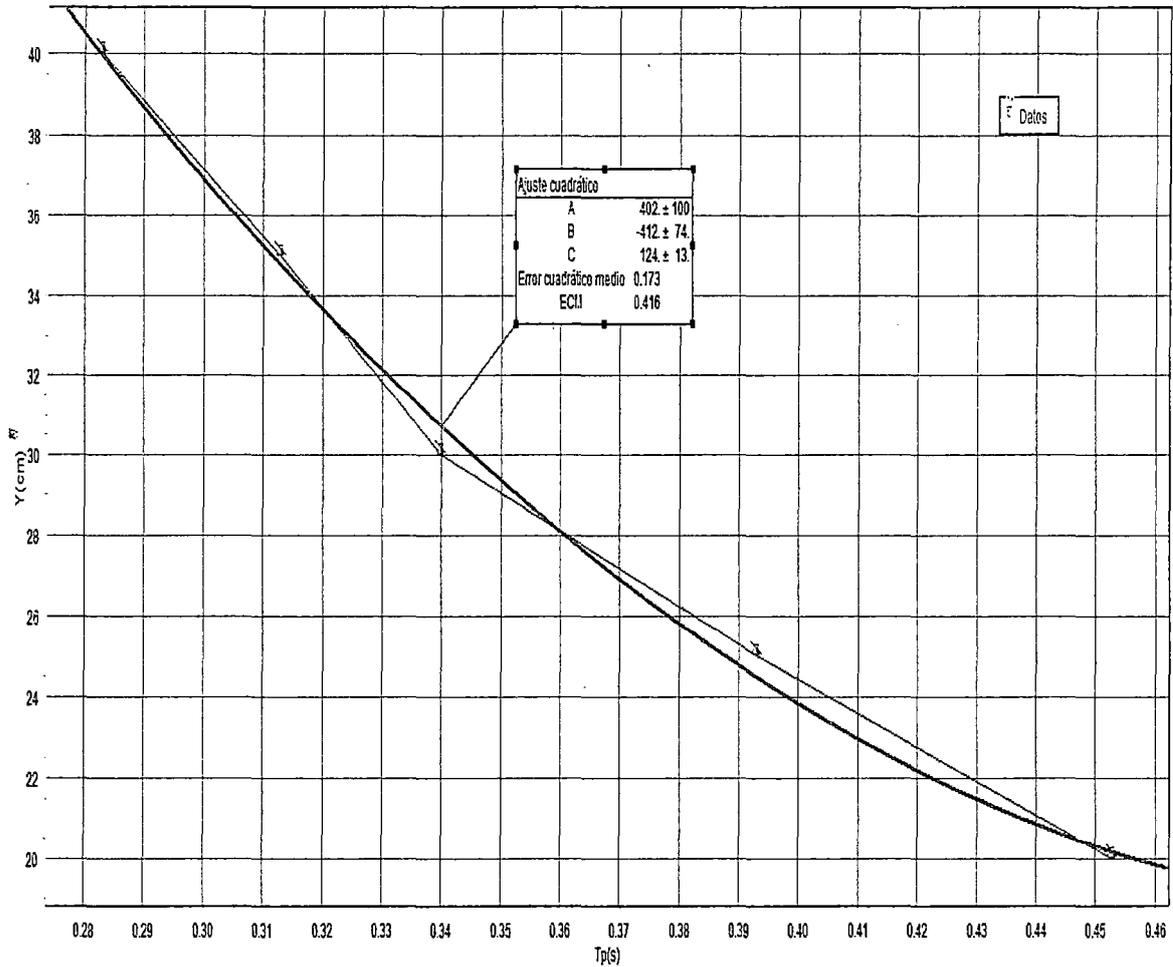
En esta parte los estudiantes desarrollaron el cuestionario que se indica en el Anexo N°3, utilizando las herramientas del laboratorio de Física como el software Data estudio.

CUESTIONARIO

1. Realice un gráfico de la posición X_P en el eje vertical y el tiempo T_P en el eje horizontal. ¿Qué tipo de movimiento representa?

$x_p(\text{cm})$	18.23	19.7	23.6	25.3	29.47	29.5	31.67	33.93
$t_p(\text{s})$	0.393	0.245	0.453	0.393	0.34	0.313	0.283	0.323

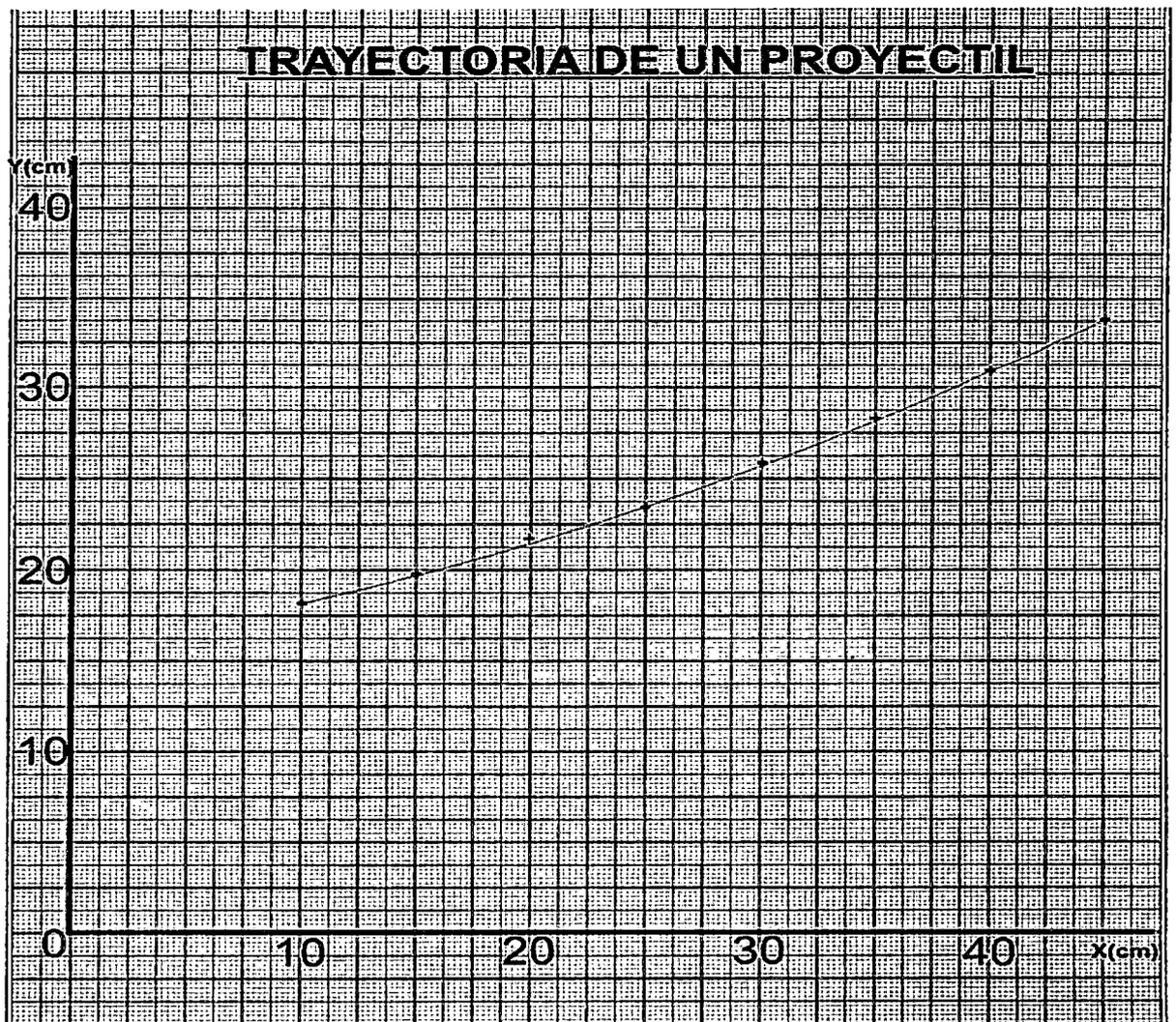




✓ Como observamos la gráfica es de tendencia lineal por lo que podemos deducir que realiza un movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

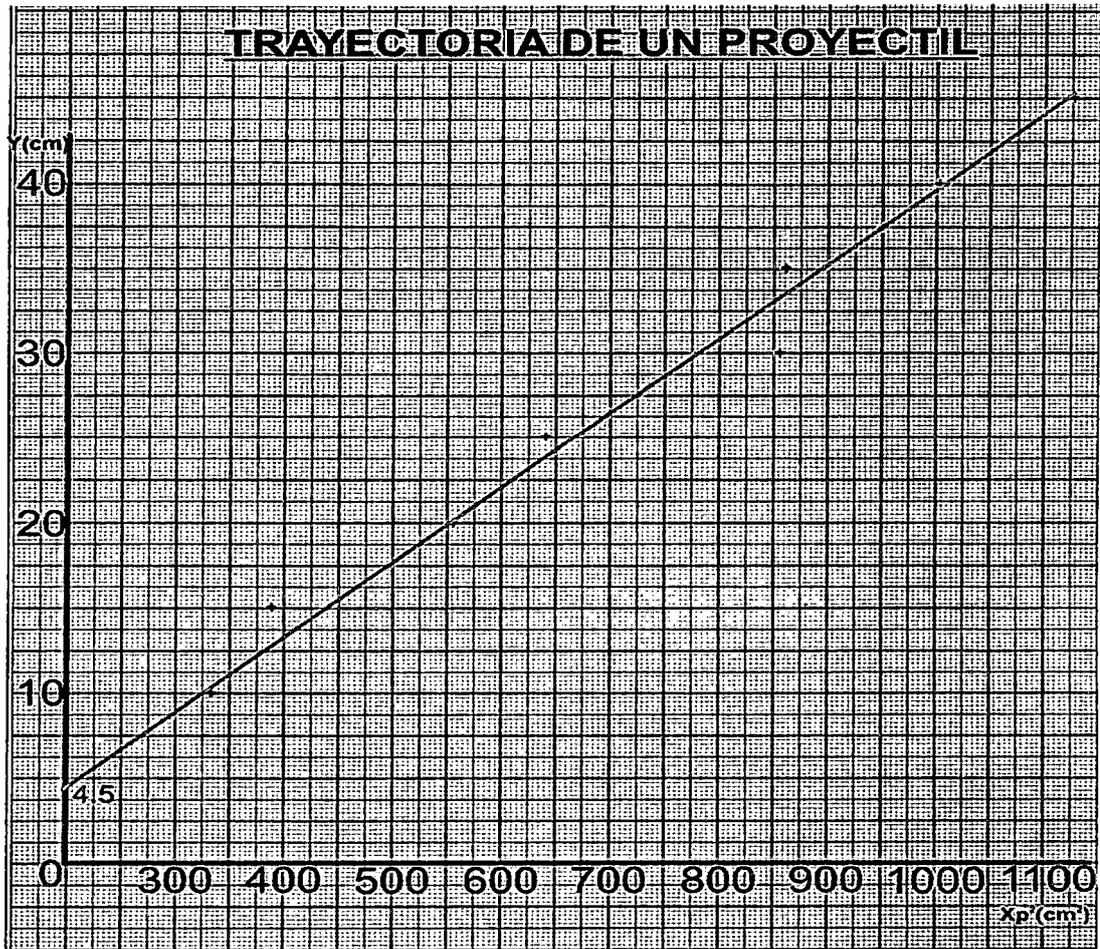
3. Use los datos de la tabla N°1, para graficar en el papel milimetrado $y = f(x)$ ¿Qué trayectoria describe el movimiento del proyectil?

y(cm)	10	15	20	25	30	35	40	45
xp(cm)	18.23	19.7	23.6	25.3	29.47	29.5	31.67	33.93



El proyectil describe una trayectoria parabólica (curva).

- Hacer un gráfico en el papel milimetrado con los valores de "Y" en la vertical, de X^2 en la horizontal. Si es una recta determine el valor de: la pendiente promedio (m) y el valor de la intersección "b" con el eje vertical.



Según el gráfico la "m" es:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{45 - 10}{1151.24 - 332.33} = \frac{35}{818.91} = 0.0434$$

Hallando "b":

$$y = mx + b$$

para el punto mas cercano que pertenece a la recta: (920.1111, 40)

$$40 = (0.0427)(1002.98) + b$$

$$b = 0.9339$$

5. Realice un ajuste de mínimos cuadrados a la recta de problema 4 y halle el valor óptimo de la pendiente "m" y del intercepto "b". compare estos datos con los del problema 4.

HALLANDO "m": ecuación de mínimos cuadrados.

$$N = 5$$

$$\sum X_i Y_i = 6292.95$$

$$\sum X_i = 211.4$$

$$\sum Y_i = 220$$

$$\sum X_i^2 = 5810.4376$$

$$\left(\sum X_i\right)^2 = 44689.96$$

$$m = \frac{8(6292.95) - (211.4)(220)}{8(5810.4376) - (44689.96)} = 2.13677$$

HALLANDO "b":

$$b = \frac{(220)(5810.4376) - (6292.95)(211.4)}{8(5810.4376) - (44689.96)} = -28.964$$

La ecuación para la esfera de metal es:

$$y = 2.136x - 28.964$$

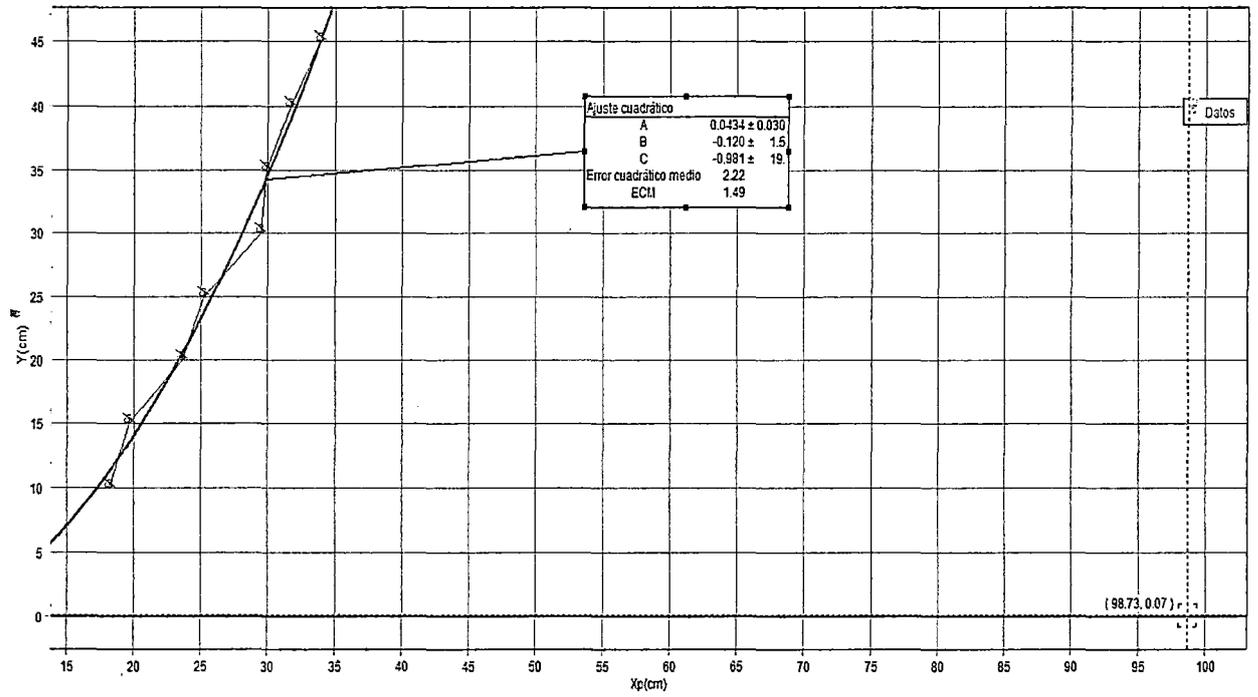
Comparando:

	m	b
Según el gráfico	0.0434	0.9339
Por min. cuadrados	2.136	-28.964

6. Use el valor óptimo de la pendiente para calcular la velocidad del disparo. Considere el valor de la gravedad en lima y callao como: 9.8m/s^2 .



PARA LA ESFERA DE METAL



Hallando la ecuación de la curva X vs. Y nos da:

$$y = 0.434x^2$$

Igualando a la ecuación del proyectil:

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

$$\frac{g}{2v_0^2} = 0.434$$

$$\frac{9.8}{0.434(2)} = v_0^2$$

$$v_0 = 3.36 \frac{m}{s}$$

7. En un salto de longitud. ¿Tiene alguna importancia la altura que logra el salto? ¿De qué factores depende el alcance de este salto?

$$V_x = V \cos \theta \text{ (componente horizontal de la velocidad)}$$

$$V_y = V \sin \theta \text{ (componente vertical de la velocidad)}$$

Del movimiento vertical, calculamos el tiempo de vuelo:

$$T_v = 2T_s$$

$$V_f = V_0 - g t_s$$

$$g \cdot t_s = V \sin \theta \dots\dots\dots (I)$$

$$h = (v_0 + v_f)t_s/2$$

$$h = v \sin \theta t_s / 2 \dots\dots\dots (II)$$

$$v_f^2 = v_0^2 - 2gh$$

$$(V \sin \theta)^2 = 2gh \dots\dots\dots (III)$$

$$H = v \sin \theta^2 / 2g$$

En el movimiento horizontal:

$$D = V_x t \Rightarrow d = 2V \cos \theta \cdot t_s$$

De (I)

$$D = 2v^2 \sin \theta \cdot \cos \theta / g \Rightarrow d = v^2 \sin 2\theta / g \dots\dots\dots (IV)$$

Derivando respecto a θ :

$$\frac{dD}{d\theta} = 2v^2 \cdot \cos 2\theta / g = 0 \Rightarrow 2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

De (IV):

$$D_{\max} = v^2 / g$$

- En el salto de longitud (salto largo) no tiene importancia la altura ya que depende del ángulo del salto y de la gravedad con la resistencia del aire.
- El alcance máximo del salto depende del ángulo que tiene que ser de 45° como también de la velocidad del salto.

8. Si se considera la resistencia del aire. ¿El máximo alcance se lograra para el ángulo de 45° ?

$$V_x = V \cos \theta \text{ (componente horizontal de la velocidad)}$$

$$V_y = V \sin \theta \text{ (componente vertical de la velocidad)}$$

Del movimiento vertical, calculamos el tiempo de vuelo:

$$T_v = 2T_s$$

$$V_f = V_0 - g t_s$$

$$t_v = 2V \sin \theta / g \dots\dots\dots (I)$$

En el movimiento horizontal:

$$D = V_x t_v \Rightarrow d = V \cos \theta \cdot 2V \sin \theta / g$$

$$D = v^2 \sin 2\theta / g \dots\dots\dots (II)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{g \cdot h}{v^2} \right)$$

- Como vemos para que el alcance horizontal sea máximo depende de la gravedad con la resistencia del aire y lo llamaremos g_e

$$\sigma = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{g_e \cdot h}{v^2} \right)$$

-Derivando respecto a θ :

$$\frac{dD}{d\theta} = 2v^2 \cdot \cos 2\theta / g = 0 \Rightarrow 2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

De (II)

$$D_{\max} = v^2 / g$$

9. Demuestre que al disparar con igual rapidez el alcance del proyectil tiene el mismo valor para ángulos de tiro complementarios.

$V_x = V \cos \theta$ (componente horizontal de la velocidad)

$V_y = V \sin \theta$ (componente vertical de la velocidad)

$$T_v = 2T_s$$

-Tiempo de vuelo

$$V_f = V_0 - g t_s$$

$$t_s = V \sin \theta / g \Rightarrow t_v = 2V \sin \theta / g$$

-En el movimiento horizontal:

$$D = V_x t \Rightarrow d = 2V \cos \theta \cdot t_s$$

$$D = 2v^2 \sin \theta \cdot \cos \theta / g \Rightarrow d_{\max} = v^2 \sin 2\theta / g \dots\dots\dots (I)$$



En el movimiento horizontal:

$$D = V_x t \Rightarrow d = 2V \cos \theta \cdot t_s$$

De (I)

$$D = 2v^2 \sin \theta \cdot \cos \theta / g \Rightarrow d = v^2 \sin 2\theta / g \dots\dots\dots (II)$$

-Igualando (I) y (II)

$$2V \sin 2\theta / g = v^2 \sin 2\theta / g$$

$$\text{Sen} 2\theta = \text{en} 2\theta$$

$$\Rightarrow 2\theta + 2\theta = 180^\circ \Rightarrow \theta + \theta = 90^\circ (\text{ángulos complementarios})$$

10. Escriba sus conclusiones y recomendaciones.

conclusiones

- Concluimos que, el proyectil pierde algo de velocidad por efectos de rozamiento con el aire, pero la segunda razón es errónea. Hay un principio de la naturaleza que a veces se denomina principio de inercia y que establece que los cuerpos tienden a continuar en la misma dirección y con la misma velocidad que llevaban mientras no haya ninguna fuerza que se lo impida. En otras palabras, no hace falta que nada mueva al proyectil.
- Podemos decir que el movimiento vertical se convierte en una simple caída libre de un objeto como ya hemos estudiado.
- Por medio de los resultado del trabajo se puede concluir que para que un movimiento parabólico se pueda realizar exitosamente, se debe de mantener un ambiente estable para lograr los resultados que realmente se están buscando, por lo que la ubicación y el estado de los elementos que se están

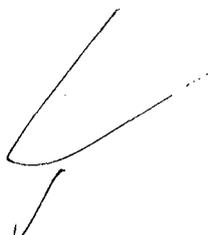


utilizando entran a jugar un papel muy importante, y así, de esta forma, podremos obtener el resultado esperado.

- Con el siguiente informe describimos la experiencia adquirida en el laboratorio al poner en práctica lo estudiado teóricamente y mostramos de una forma clara y resumida los métodos utilizados en nuestro experimento. También dimos de una forma explícita el desarrollo de los conceptos como son velocidad, distancia y gravedad que influenciaron en nuestro trabajo. y nuestros resultados además es una representación sencilla de ciertos fenómenos como la caída libre
- De acuerdo a esto, un cuerpo que es lanzado horizontalmente avanzará en esa dirección a velocidad constante (aceleración igual a cero) y caerá en la dirección vertical con movimiento uniformemente variado debido a la aceleración de la gravedad.

recomendaciones

- Analizar por medio de los datos el movimiento y determinar su comportamiento con respecto al plano coordenado (abscisa x , ordenada y) para poder despejar dudas dentro del salón ya que teniendo a la profesora de tutor podrá orientarnos en alguna de nuestras dudas
- Dejar claro que antes de ejecutar alguna ecuación tengamos en cuenta el sistema de medición por el cual elaboraremos nuestro informe sea en m/s o cm/s para así poder convertirlo y hacer hincapié que no debemos de confundir ni dejar de mencionarlo en nuestros informes ya que de lo contrario no fuera un resultado adecuado para la presentación.



- Es conveniente por eso cuando se trata de movimiento de proyectiles, considerar que es el resultado de dos movimientos y analizar cada uno de ellos por separado.

5.4.3 Segunda reunión - Actividades 3 y 4.

5.4.3.1 Experimento N° 3 "Dinámica: Segunda Ley de Newton" (Anexo N°3)

A continuación se presenta las notas de los alumnos sobre la introducción que hizo el profesor en clase:

Natural: las leyes que permiten conocer las causas del movimiento de los cuerpos.

Ley De LA INERCIA :

✓ Es la primera ley de Newton, y de inercia de la forma siguiente:
"La fuerza resultante sobre un cuerpo es nula ($\vec{F} = \vec{0}$), entonces el cuerpo permanece en reposo o permanece en movimiento uniforme (con velocidad constante).

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{f}_i = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \vec{f}_4 = \vec{0}$$

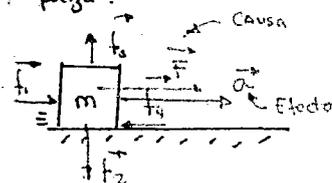
La inercia es la tendencia de los cuerpos a permanecer en el estado en el que se encuentran.

La inercia es directamente proporcional a la masa.

* LEY DE LA CAUSA Y EFECTO

Es conocida como la segunda ley de Newton y se enuncia de la siguiente manera:

"Cuando la fuerza neta ($\vec{F} = \vec{0}$) actúa sobre el cuerpo, este adquiere una aceleración en la misma dirección de la fuerza neta, y es directamente proporcional a la fuerza neta e inversamente proporcional a la masa del cuerpo que actúa esta fuerza".



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

2da ley de Newton

De esta 2da ley se puede escribir: $\vec{F} = m \vec{a}$

$$m \vec{a}_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad m \vec{a}_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} + m a_y \frac{d\vec{r}}{dt}$$

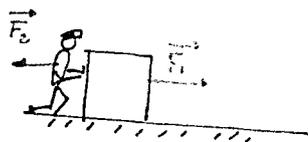
$$m \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Equación del movimiento
de un cuerpo

* LEY DE LA ACCIÓN Y REACCIÓN

Es la tercera ley de Newton y se enuncia de la siguiente forma:

"Cuando un cuerpo ejerce una fuerza \vec{F}_1 sobre otro cuerpo, automáticamente el segundo cuerpo ejerce una fuerza \vec{F}_2 sobre el primero, que es de igual magnitud y dirección, opuestamente a la primera fuerza".



$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

* Las fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_2 actúan sobre los cuerpos diferentes.

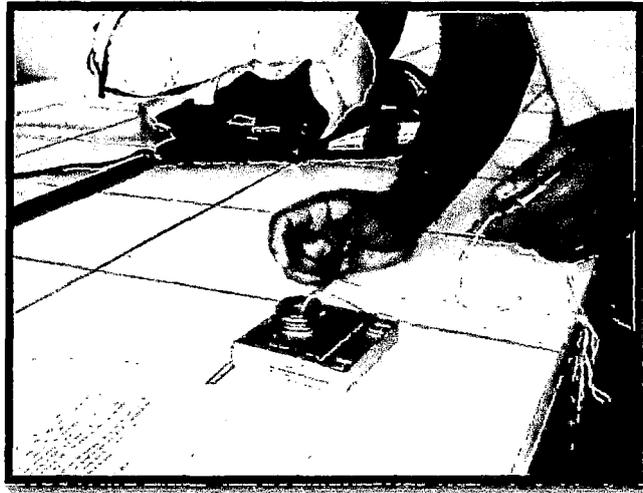
En esta fase, se entregó una guía con la descripción de los pasos a seguir en la actividad experimental (anexo 3). En este caso, la descripción de las actividades los estudiantes trabajaron con

sensores y registro automático de datos (los sensores estaban conectados a un Explorer GLX). En esta primera parte de la actividad se realizaron los siguientes pasos:

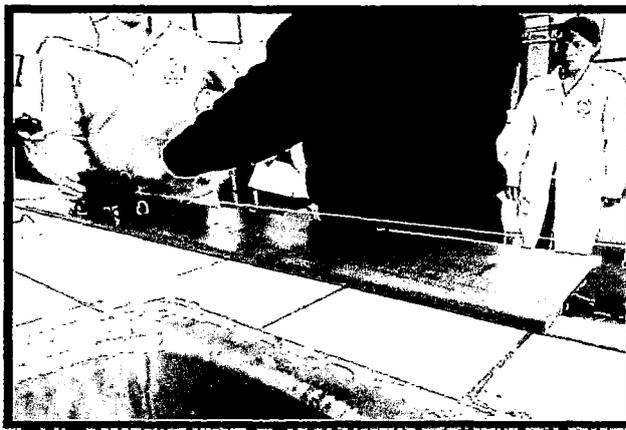
PROCEDIMIENTO

ACTIVIDAD N°1: Aceleración vs Fuerza (Masa del sistema constante)

- Mida la masa del carrito y de las pesas. Anote el valor en la tabla 1

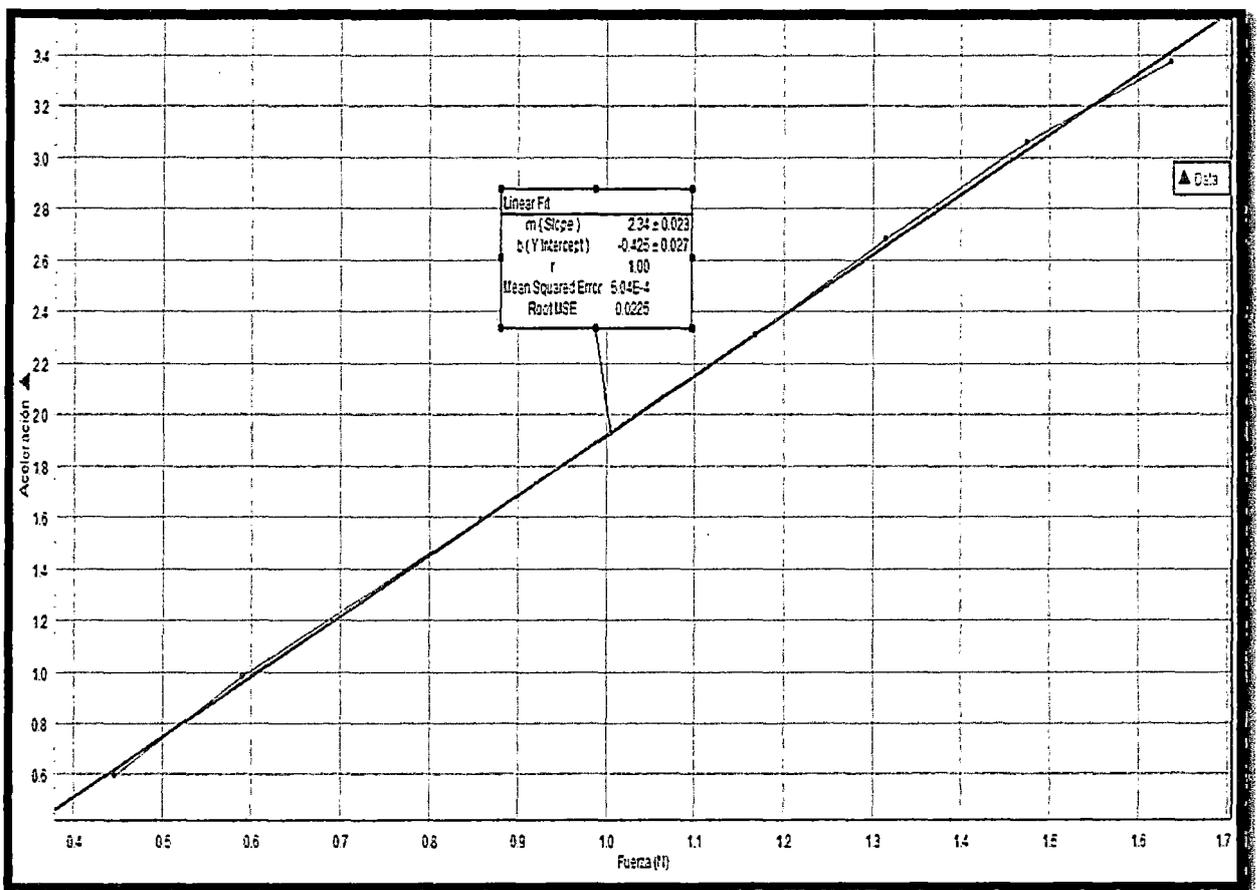


- Arme el experimento de acuerdo a la Figura N°1 .Cuelgue del hilo la pesa de 30g y coloque las demás sobre el carrito.



A handwritten signature in black ink, located at the bottom left of the page.

- Encienda el Xplorer GLX, conecte el adaptador digital y la foto puerta a este.
- Ingrese la constante de la Lamina Obturadora y después active la gráfica de la velocidad vs tiempo en la pantalla del Xplorer GLX.
- Para la toma de datos active la tecla Play del Xplorer y después suelte el carrito con la lámina obturadora justo antes de la foto-puerta.
- Detenga la toma de datos presionando la misma tecla play, luego presione la tecla de herramientas del Xplorer y determine la aceleración con el ajuste lineal y anote el valor en la tabla 1.
- Repetir el paso 7 hasta completar la tabla 1. Guarde sus datos y después apague el Xplorer.
- Después realice un gráfico de aceleración en el eje Y y fuerza en el eje X y escriba en la gráfica la relación entre las dos cantidades.



Handwritten signature or mark.

- Ingrese la constante de la lámina obturadora y después active la gráfica de la velocidad vs tiempo en la pantalla del Xplorer GLX.



- Para la toma de datos active la tecla Play del Xplorer y después suelte el carrito con la lámina obturadora justo antes de la foto-puerta.
- Detenga la toma de datos presionando la tecla Play, luego presione la tecla de herramientas del Xplorer y determine la aceleración con el ajuste lineal y anote el valor en la tabla N°2.
- Coloque la pesa de $m=70g$ en el carrito, luego repita los pasos 4 y 5 con la nueva masa $M_s = M_{\text{carro}} + m + 80g$ del sistema carrito-pesa.
- Repetir el paso 6 agregando las otras pesas en orden descendente hasta completar la tabla N°2. Guarde sus datos y después apague el Xplorer.
- Después realice un gráfico de aceleración en el eje Y, la masa del sistema en el eje X y escriba en la gráfica la relación entre las dos cantidades.

tabla 1

m(g)	45.6	60.3	73	87.7	102.6	119.2	134.8	150.5	167.1
F (N)= x	0.447	0.591	0.715	0.859	1.001	1.168	1.316	1.475	1.638
\bar{a} (m/s ²)= y	0.597	0.979	1.216	1.592	1.923	2.308	2.680	3.058	3.372

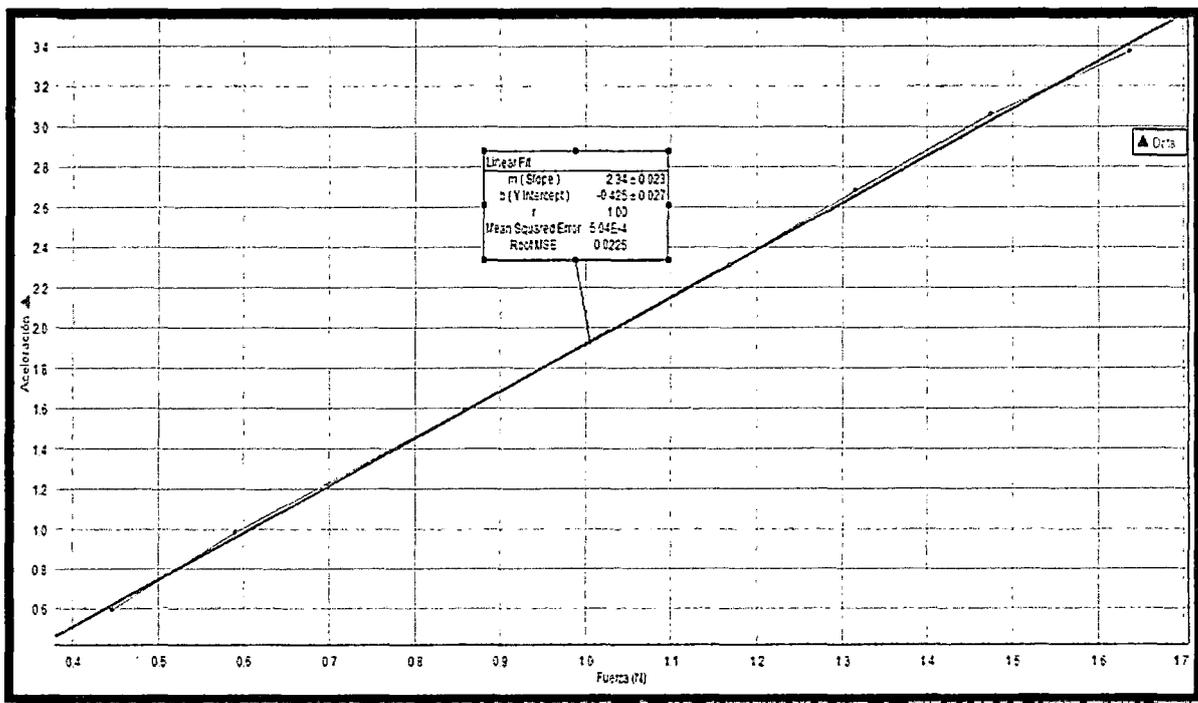
tabla 2

M=X	0.3055	0.3214	0.327	0.3497	0.3644	0.3793	0.3957	0.4115
ā=Y	1.243	1.168	1.126	1.098	1.059	0.958	0.941	0.867

En esta parte los estudiantes desarrollaron el cuestionario que se indica en el Anexo N°3

CUESTIONARIO

- 1) Use los datos de la tabla 1, para hacer un gráfico. Fuerza vs. Aceleración. La fuerza el eje vertical, la aceleración en el eje horizontal.



- 2) ¿Qué tipo de gráfica resulta de la pregunta N°1? Cómo explica

La gráfica resultante es una ecuación Lineal y la relación que existe en la pregunta N°1 es la siguiente:

$$a = 2.34F - 0.425$$

3) Haga un ajuste de mínimos cuadrados a la gráfica de la pregunta N°1, calcule el valor óptimo de la pendiente y el punto de intercepción con el eje vertical.

$$\bar{a} = mF + b$$

Método mínimos cuadrados

$$n = 9$$

$\sum xy$	21.31
$\sum x$	8.81
$\sum y$	20.03
$\sum x^2$	10.75
$(\sum x)^2$	77.62
$\sum x \sum y$	176.5

$$m = \frac{9 \times 21.31 - 8.81 \times 20.03}{9 \times 10.75 - 77.62} = 0.801$$

$$b = \frac{20.03 \times 10.75 - 21.31 \times 8.81}{9 \times 10.75 - 77.62} = 1.142$$

$$\bar{a} = 0.801F + 1.142$$

4) ¿Qué unidades tiene la pendiente y el intercepto? Explique razonablemente el significado físico de cada una de estas cantidades.

Para hallar las unidades de la pendiente

$$\bar{a} = mF + b$$

$$\bar{a} = mF = b$$

$$\bar{a} = \frac{L}{T^2}$$

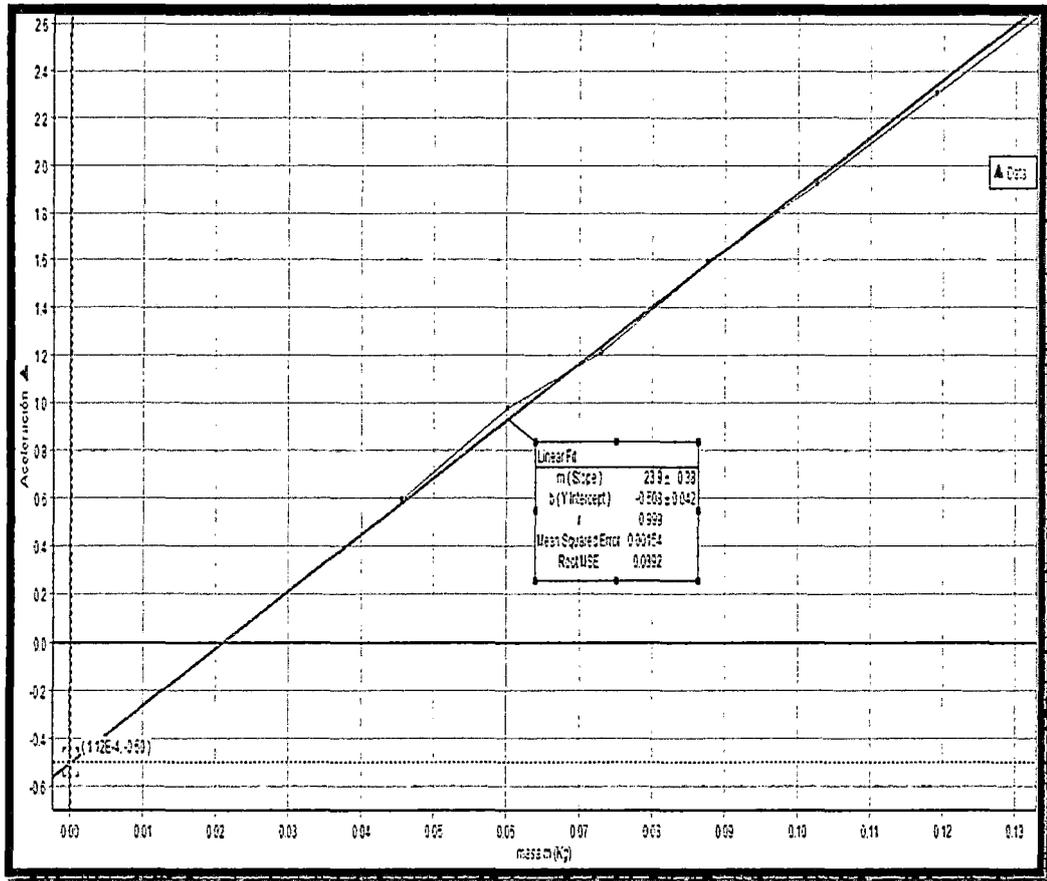
$$F = \frac{LM}{T^2}$$

$$m = \frac{\bar{a}}{F} = M \text{ (la masa esta en kg)}$$

El valor de la pendiente significa el valor de la fuerza siendo su magnitud Kg.m/s^2 .



5) Use los datos de la tabla N°1, para hacer un gráfico de la aceleración en el eje vertical y la masa "m" en el eje horizontal.



6) Haga un ajuste de mínimos cuadrados a la gráfica de la pregunta N°2, para calcular el valor óptimo de la pendiente y para calcular el punto de intercepción con el eje vertical.

N=8

Σxy	2497.56
Σx	2392.9
Σy	8.46
Σx^2	725,639
$(\Sigma x)^2$	5,725,970
$\Sigma x \Sigma y$	20,244

$$\bar{a} = mM + b$$

$$m = \frac{8 \times 2497.56 - 2392.9 \times 8.46}{8 \times 725639 - 5725970} = -0.00332$$

$$b = \frac{8.46 \times 725639 - 2497.56 \times 2392.9}{8 \times 725639 - 5725970} = 2.053$$

Ecuación

$$\bar{a} = -0.003M + 2.053$$

- 7) Con el valor óptimo de la pendiente de la pregunta N°6, calcular el valor de la constante de la gravedad en el callao. Considere el hecho de que para todos los datos tomados la cantidad $M+m=\text{constante}$ y es conocida.

CON LOS DATOS DE LA TABLA N°1 HALLAMOS m que vendría a ser la masa promedio del sistema

$$M = 411.4g = 0.4114kg$$

$$m = 0.801$$

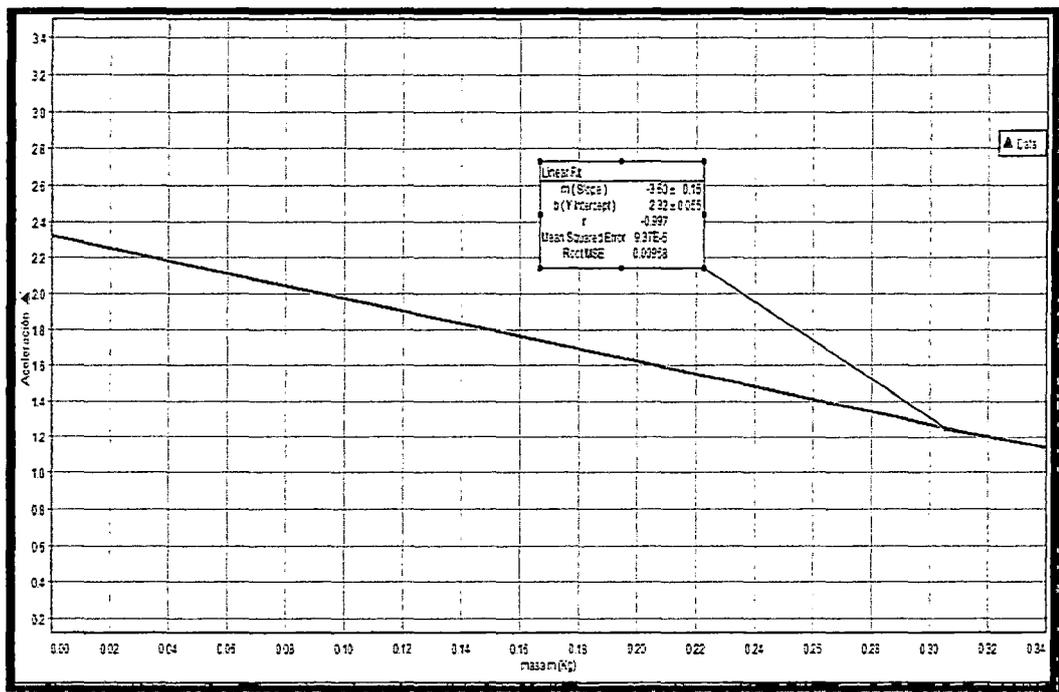
$$a = \frac{mg}{M+m} = 6.47$$

- 8) Calcular la diferencia porcentual de la gravedad medida experimentalmente con el valor que existe en la literatura.

$$\text{Valor porcentual} = \frac{6.47}{9.78} \times 100\% = 66.02\%$$

- 9) Use los datos de la tabla N°2 para hacer un gráfico con la aceleración en el eje Y, la masa del sistema en el eje X, Cuál es la conclusión al respecto?





La relación existente es la siguiente:

$$a = -3.50F + 2.32$$

Al ir aumentando la masa del carrito la aceleración disminuye y el valor de la pendiente es el valor de la fuerza por ende como la fuerza disminuye el signo negativo.

10) ¿Tiene validez la tercera ley de Newton, en la actividad N° 1 y 2? Explique.

Es aplicable en el sentido de que existe una relación inversamente proporcional entre la diferencia de las masas de los cuerpos que cuelgan en los extremos del hilo y el tiempo de caída de la masa más pesada.

11) Escriba sus conclusiones y recomendaciones.

Conclusiones

- Existe una relación inversamente proporcional entre la diferencia de las masas de los cuerpos que cuelgan en los extremos del hilo y el tiempo de caída de la masa más pesada.
- Se llega a comprobar la definición de la segunda condición de equilibrio $F=ma$, donde la F es DP a la aceleración del sistema.

- Una vez realizada la gráfica en el papel milimetrado se visualiza de manera general la variación de las constantes analizadas.

recomendaciones

- Escuchar al profesor las instrucciones para desarrollar nuestra experiencia de laboratorio
- Pesarse los aros sólidos de manera cuidadosa y calibrar la balanza para ello
- Repetir el experimento cuantas veces sea para mejores resultados

5.4.3.2 Experimento N° 4 "Trabajo y Energía" (Anexo N°4)

A continuación se presenta las notas de los alumnos sobre la introducción que hizo el profesor en clase:

TRABAJO NETO
 Cuando un conjunto de "n" fuerzas $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots, \vec{f}_n$ actúan sobre un cuerpo cuando se desplaza el trabajo neto o trabajo total es igual a la suma algebraica del trabajo de cada una de las fuerzas, esto es:

TRABAJO NETO
 Cuando un conjunto de "n" fuerzas $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots, \vec{f}_n$ actúan sobre un cuerpo cuando se desplaza el trabajo neto o trabajo total es igual a la suma algebraica del trabajo de cada una de las fuerzas, esto es:

Ejercicio: Un bloque se desplaza 5m bajo la acción de tres fuerzas, tal como se muestra en la figura. Determine el trabajo que efectúa cada una de las fuerzas y halla el trabajo neto.

Diagrama: Un bloque de 5m se mueve a la izquierda. Fuerzas: $f_1 = 100N$ (horizontal izquierda), $f_2 = 20N$ (horizontal derecha), $f_3 = 30N$ (ángulo de 33° con la horizontal izquierda).

Calculos:
 $W_1 = + f_1 \Delta x = +100N \times 5m = +500J$
 $W_2 = - f_2 \Delta x = -20N \times 5m = -100J$
 La componente $f_{3||}$ paralela al desplazamiento es:
 $f_{3||} = f_3 \cos \theta = 30N \times \cos 33^\circ \Rightarrow f_{3||} = 30N \left(\frac{4}{5}\right) = 24N$
 $W_3 = + f_{3||} \Delta x = +24N \times 5m = +120J$
 $W_3 = +200J$

El trabajo neto es: $W_T = W_1 + W_2 + W_3 = 500J - 100J + 200J = 600J$

Para un conjunto de "n" fuerzas, el trabajo neto es: $W_T = f_1 \Delta x + f_2 \Delta x + \dots + f_n \Delta x$
 (Cuando alguna de las fuerzas tiene opuesta al desplazamiento, el trabajo neto es menor que el resultado)

$W_T = (f_1 + f_2 + \dots + f_n) \Delta x$
 $W_T = f_R \Delta x = \sum W_i$

* TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA
 Ya sabemos que el trabajo neto es igual al trabajo efectuado por la fuerza resultante, esto es:
 $W_T = \left(\sum f_i \right) \Delta x = f_R \Delta x$
 Para un conjunto de "n" fuerzas constantes, de la segunda ley de Newton se tiene

$ma = \sum_i f_i = f_R \Rightarrow W_T = (ma)\Delta x$

En general para MUV (mov. unid. variacio con const. cto) $\Rightarrow U_f^2 = U_i^2 + 2a\Delta x$

$a\Delta x = \frac{U_f^2 - U_i^2}{2} \Rightarrow W_T = m \left(\frac{U_f^2 - U_i^2}{2} \right)$

$W_T = \frac{1}{2} m U_f^2 - \frac{1}{2} m U_i^2$

Teorema del Trabajo - Energía Cinética

La energía cinética de una partícula, se define $E_c = \frac{1}{2} m U^2$ $[E_c] = K_g \frac{m^2}{s^2} \cdot \left(\frac{m}{s} \right)^2 = \frac{N}{s^2} \cdot m^3$

$[E_c] = K_g \frac{m^3}{s^2} = \text{Joules} = \text{J}$

$E_c = 0$ (en reposo) $E_c > 0$ (mov. unid.) $E_c = 0$ (en reposo o equilibrio cinético)

(Cada fase de la 1ª ley de Newton)

Es la energía asociada al movimiento de un cuerpo, la energía en reposo tiene energía cinética cero.

Si el W_T incrementa o decrece del movimiento $\Rightarrow E_c$ aumenta o disminuye.
 Si el $W_T = 0$ $\Rightarrow E_c$ constante \Rightarrow movimiento con velocidad constante.

TRABAJO DE LA FUERZA GRAVITATORIA

Cuando sube $W_g = -mg \Delta y$
 Cuando el bloque baja $W_g = +mg h$

$W_g = -mg h$ (buce) $h = -\Delta y = -(y_i - y_f) \Rightarrow h = \Delta y$

El trabajo de la fuerza gravitatoria durante un curso y_i a y_f es:

$W_g = -mg \Delta y = -mg (y_f - y_i) \Rightarrow W_g = -mg y_f + mg y_i \Rightarrow W_g = \frac{mg y_i}{U_i} - \frac{mg y_f}{U_f}$

$W_g = \frac{(mg y)_i}{U} - \frac{(mg y)_f}{U} \Rightarrow W_g = U_i - U_f$

Trabajo de la fuerza gravitatoria

En esta fase, se entregó una guía con la descripción de los pasos a seguir en la actividad experimental (anexo 4). En este caso, la descripción de las actividades los estudiantes trabajaron con sensores y registro automático de datos (los sensores estaban conectados a un Explorer GLX). En esta parte de la actividad se realizaron los siguientes pasos:

ACTIVIDAD N°1

1. Fije la lámina obturadora sobre el carrito de madera, luego mida la masa total del carrito.
2. Realice el montaje experimental de la figura , inclinando el carril unos 10cm de altura por un lado , usando el bloque de madera.



3. Encienda el Xplorer GLX, luego conecte la foto-puerta al Xplorer e ingrese el valor de 0.036m de la constante de la lámina obturadora.



4

4. Active la gráfica de velocidad vs tiempo en la pantalla del Xplorer.
Ya estamos listos para iniciar las mediciones.



5. Fije la foto-puerta a una distancia $d=20\text{cm}$ del carrito de madera, active la tecla play del Xplorer y suelte el carrito. El Xplorer determinará su velocidad y aceleración al pasar por la foto-puerta.



6. Active la ventana herramientas, luego en la nueva ventana active el campo estadística y el Xplorer le mostrará la velocidad media del carrito al pasar por la foto-puerta. Anote este valor en la tabla N°1
7. Vuelva a activar la ventana herramientas, luego active el campo ajuste lineal, para determinar la pendiente de la recta, la que resulta ser la aceleración del carrito en este punto. Anote el valor en la Tabla N°1
8. Repita el paso 5 al 7, para los otros valores de la distancia de que se indican en la tabla N°1.
9. Con las fórmulas (2) y (3) complete la tabla N°1.

Tabla N°1

d(cm)	20	30	40	45	50
v_1	0.41	0.42	0.39	0.34	0.29
v_2	0.6	0.63	0.67	0.67	0.67
a_1	0.466	0.394	0.439	0.324	0.276
a_2	0.477	0.321	0.367	0.337	0.376
$(a_1+a_2)/2$	0.4715	0.3575	0.4015	0.3305	0.325
W_{neto}	0.03050796	0.039897	0.059	0.0553	0.067
ΔE_{cinet}	0.0356934	0.041013	0.055	0.0619	0.0678
$W/\Delta E$	0.9828	0.9727	1.072	0.8933	0.893

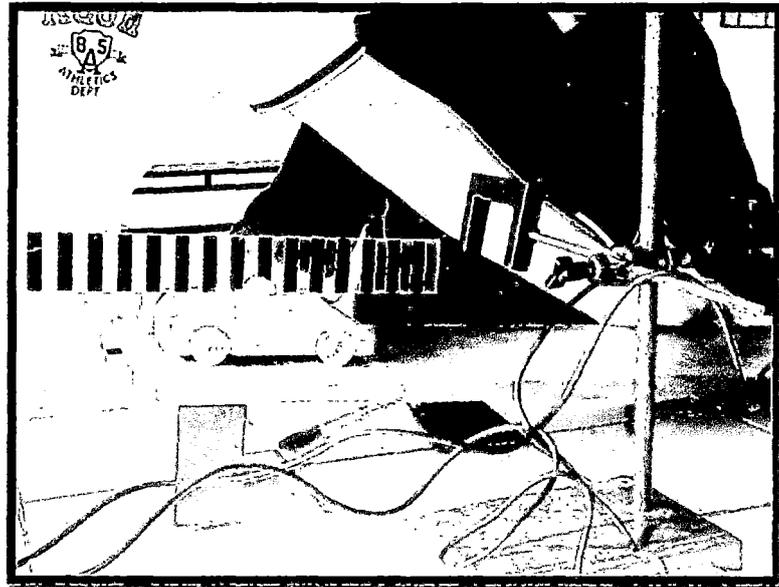
MASA CARRO (Kg)= 0.372

Tabla N°3

d(cm)	20	30	40	45	50
$\Delta V(s)$	-0.1364	-0.20462	-0.2728	-0.341	-0.30694

$h_1=0.03742$ $h_2=0.05613$ $h_3=0.7484$ $h_4=0.084195$ $h_5=0.09355$





En esta parte los estudiantes desarrollaron el cuestionario que se indica en el Anexo N°4

CUESTIONARIO

1. Use las ecuaciones (2) y (1) y los datos de la tabla N°1 para calcular el trabajo neto y la energía cinética del carrito, luego determine el cociente entre las dos cantidades y anote los resultados en una tabla.

d(cm)	20	30	40	45	50
v1	0.41	0.42	0.39	0.34	0.29
v2	0.6	0.63	0.67	0.67	0.67
a1	0.466	0.394	0.439	0.324	0.276
a2	0.477	0.321	0.367	0.337	0.376
a1+a2/2	0.4715	0.3575	0.4015	0.3305	0.325
W_{neto}	0.03050796	0.039897	0.059	0.0553	0.067
ΔE_{cinet}	0.0356934	0.041013	0.055	0.0619	0.0678
W/ ΔE	0.9828	0.9727	1.072	0.8933	0.893

MASA CARRO (Kg)= 0.372

El trabajo neto se calculó de la siguiente manera:

$$W_{\text{NETO}} = mad$$

Reemplazando datos:

Para una distancia =20cm : $W_{\text{NETO}} =$

$$(0.372) \left(\frac{0.166 + 0.177}{2} \right) (0.2) = 0.0350796$$

Para una distancia =30cm : $W_{\text{NETO}} =$

$$(0.372) \left(\frac{0.394 + 0.321}{2} \right) (0.3) = 0.039897$$

Para una distancia =40cm : $W_{\text{NETO}} =$

$$(0.372) \left(\frac{0.439 + 0.367}{2} \right) (0.4) = 0.059$$

Para una distancia =45cm : $W_{\text{NETO}} =$

$$= (0.372) \left(\frac{0.324 + 0.337}{2} \right) (0.45) = 0.0553$$

Para una distancia =50cm : $W_{\text{NETO}} =$

$$(0.372) \left(\frac{0.276 + 0.376}{2} \right) (0.5) = 0.067$$

Para calcular la energía cinética debemos saber que tenemos dos velocidades, por lo tanto calcularemos la variación de energía cinética:

$$\Delta E_{\text{cinetica}} = \frac{1}{2} m(V_f)^2 - \frac{1}{2} m(V_o)^2$$

Reemplazando datos:

Para una distancia =20cm :

$$E_{\text{cinetica}} = \frac{1}{2} (0.372) (0.6)^2 - \frac{1}{2} (0.372) (0.41)^2 = 0.0356934$$

Para una distancia =30cm :

$$E_{\text{cinetica}} = \frac{1}{2} (0.372) (0.63)^2 - \frac{1}{2} (0.372) (0.42)^2 = 0.041013$$

Para una distancia =40cm :

$$E_{\text{cinetica}} = \frac{1}{2} (0.372) (0.67)^2 - \frac{1}{2} (0.372) (0.39)^2 = 0.055$$

Para una distancia =45cm :

$$E_{\text{cinetica}} = \frac{1}{2} (0.372) (0.67)^2 - \frac{1}{2} (0.372) (0.34)^2 = 0.0619$$

Para una distancia = 50cm :

$$E_{cinetica} = \frac{1}{2} (0.372)(0.67)^2 - \frac{1}{2} (0.372)(0.29)^2 = 0.0678$$

Con ello podemos hallar su cociente:

d(cm)	W_{NETO}	$E_{cinetica}$	$\frac{W_{NETO}}{E_{cinetica}}$
20	0.0350796	0.0356934	0.9828
30	0.039897	0.041013	0.9727
40	0.059	0.055	1.072
45	0.0553	0.069	0.801
50	0.067	0.0678	0.988

2) ¿Se cumple el teorema del trabajo y la energía cinética para el movimiento del carrito de la primera actividad? Explique por qué

Si se cumple la teoría, porque observamos que al obtener el cociente resultar ser cercano a la unidad.

3) Demuestre el teorema de trabajo y la energía cinética para el movimiento del carrito de la actividad 1.

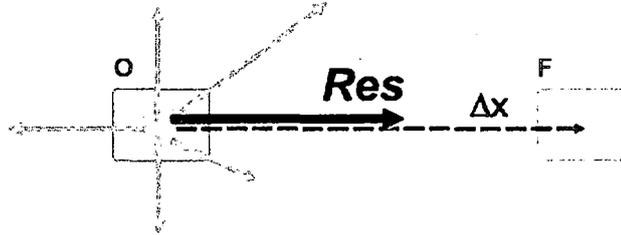
Demostracion provisoria del teorema del trabajo y la energia o teorema de las fuerzas vivas

En este apartado voy a presentar una derivación algebraica que parte de la 2da. Ley de la Dinámica y desemboca en el Teorema de las Fuerzas Vivas.

$$Res = m \cdot a$$

Tomemos el ejemplo de un cuerpo que en un instante 0 tiene una velocidad v_0 , y sobre él actúa un conjunto de fuerzas de resultante no

nula, de modo que se desplaza con una aceleración distinta de cero, y en un instante posterior, F , lo encontramos con otra velocidad, v_F ...



Si multiplicamos la 2da. Ley en ambos miembros por el desplazamiento,

$$\Delta x, \text{ Res} \cdot \Delta x = m \cdot a \cdot \Delta x$$

en el primero aparece el **trabajo de la resultante**, y en el segundo vamos a reemplazar la aceleración y el desplazamiento por sus iguales según el tipo de movimiento que resulta de aplicar una fuerza constante, o sea un **MRUV**.

Vuelve a aparecer la aceleración... pero yo la vuelvo a reemplazar (ojo que Δt del denominador se cancela con uno de los Δt del numerador)

$$W_{Res} = m \cdot (\Delta v / \Delta t) \cdot (v_0 \Delta t + \frac{1}{2} \Delta v \Delta t)$$

Distribuyo el primer paréntesis en el segundo:

$$W_{Res} = m \cdot (v_0 \Delta v + \frac{1}{2} \Delta v^2)$$

Ahora a Δv lo expreso como $(v_F - v_0)$ y luego opero:

$$W_{Res} = m \cdot [v_0 (v_F - v_0) + \frac{1}{2} (v_F - v_0)^2]$$

$$W_{Res} = m \cdot [v_0 v_F - v_0^2 + \frac{1}{2} (v_F^2 - 2 v_0 v_F + v_0^2)]$$

$$W_{Res} = m \cdot (v_0 v_F - v_0^2 + \frac{1}{2} v_F^2 - v_0 v_F + \frac{1}{2} v_0^2)$$

$$W_{Res} = m \cdot (-v_0^2 + \frac{1}{2} v_F^2 + \frac{1}{2} v_0^2)$$

Una firma manuscrita en tinta negra, que parece ser una letra 'A' estilizada, ubicada en la parte inferior izquierda de la página.

Es fácil perderse.

$$W_{Res} = m \cdot (\frac{1}{2} v_F^2 - \frac{1}{2} v_O^2)$$

5) ¿Cuántas formas de energía mecánica existen o conoce usted?

Si deseas saber cuántas clases de energía hay, pues has dado con el sitio indicado, ya que aquí intentaremos de aclararte algunas dudas respecto a ello.

En primer lugar, se pueden determinar las energías de acuerdo a la posición y a la velocidad de los cuerpos que la portan. En este caso hablamos de:

- **Energía Potencial:** que tiene un cuerpo en reposo colocado en un lugar elevado y el trabajo realizado es igual para poner el cuerpo en esa posición.
- **Energía Cinética:** Es la energía que tienen todos los cuerpos en movimiento.

Pero ahora bien, ¿cuántas clases de energía hay? A continuación, enumeraremos los tipos de energía con una breve descripción de cada una de ellas.

1. **Energía Hidráulica:** es la que produce el agua en movimiento.
2. **Energía Geotérmica:** puede obtenerse por el hombre a través de la explotación del calor del interior de la Tierra.
3. **Energía Mareomotriz:** Es la que resulta de aprovechar las mareas (de la diferencia de altura media de los mares según la posición relativa de La Tierra y La Luna, sumado a la gravedad de la luna y el sol sobre el comportamiento del mar).
4. **Energía Calorífica:** es la generada por los cambios de temperatura en los cuerpos.



5. Energía Azul: es la que resulta de la recuperación de la diferencia en la concentración de la sal entre el agua de mar y el agua de río.
6. Energía Solar: Es la que se extrae del Sol.
7. Energía Química: se obtiene con los cambios químicos de la materia (generando calor, luz o electricidad).
8. Energía Luminosa: se obtiene a través de emisiones de ondas electromagnéticas, capaces de estimular la retina del ojo.
9. Energía Sonora: resulta de la vibración de un cuerpo sonoro que se transmite a través de los sólidos, líquidos o gases.
10. Energía Eléctrica: Es la energía de la corriente de los electrones.
11. Energía Nuclear: está contenida en el núcleo del átomo.
12. Energía Eólica: Es la energía que se obtiene del viento; etc.

6) Calcule la suma de la energía cinética y de la energía potencial ΔU que experimenta el carrito para cada valor de la distancia d. Anote los valores en una tabla.

d(cm)	Energía Cinética	ΔU	Energía Mecánica ΔU
20	0.0356934	-0.1364	-0.1007066
30	0.041013	-0.20462	-0.163607
40	0.055	-0.2728	-0.2178
45	0.0619	-0.30694	-0.24504
50	0.0678	-0.341	-0.2732

7) ¿Cuál es su conclusión con respecto de los valores que se ha obtenido en la pregunta anterior? Explique.

Como se observa en la anterior pregunta, se han sumado la energía cinética con energía potencial, además debemos tener en cuenta de que estas son las únicas energías que intervienen en el movimiento del carrito por lo tanto el resultado de la pregunta anterior resulta ser la energía mecánica del carrito.



- 8) Suponga que la fricción del aire interviene con una fuerza $F = -bv$ en la que b es una constante, la fuerza se da en N y la rapidez en m/s .entonces formule la ecuación de movimiento y resuelva la ecuación determinando la velocidad en función del tiempo.

Aplicando el teorema de la Teoría Cinética:

$$W = \Delta E_c = (mg \cdot \text{sen } \alpha - F_R) d \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = (mg \cdot \text{sen } \alpha - F_R) d$$

$$v \left(\frac{m}{s} \right) = \sqrt{\frac{2(mg \cdot \text{sen } \alpha - F_R) d}{m}}$$

$$-F_R = bv$$

- 9) Demuestre el teorema del trabajo de la fuerza de fricción y la energía mecánica

Explicación: El teorema sobre la conservación de la energía mecánica relaciona la variación de esta con el trabajo de las fuerzas no conservativas:

$$\Delta E_{\text{Mecánica}} = W_{F_{\text{No Conservativas}}}$$

De esta forma, en ausencia de trabajo de fuerzas conservativas, la energía mecánica permanecerá constante. En caso contrario, si se calcula el trabajo que realizan estas fuerzas, se podrá saber la variación de la energía mecánica.

Cuando se resuelve un problema por cinemática y dinámica, la solución da el movimiento del cuerpo para todo instante de tiempo. En cambio, en problemas de conservación de la energía, se pueden

relacionar dos posiciones cualesquiera sin necesidad de resolver el movimiento en los estados intermedios. En los casos en donde hay trabajo de fuerzas no conservativas, se necesita conocer el movimiento del cuerpo para poder calcular el trabajo y así obtener la variación de la energía mecánica. En estos casos, aunque no es necesario conocer la posición en función del tiempo, se necesita saber la trayectoria del cuerpo para calcular el trabajo de las fuerzas. Afortunadamente, cuando se trata de fuerzas de rozamiento proporcionales a la normal, al ser constantes a lo largo de un movimiento rectilíneo, es posible calcular su trabajo sin mayores dificultades y así resolver estos problemas analíticamente.

10) Escriba sus conclusiones y recomendaciones.

recomendaciones

- Escuchar al profesor en la muestra del experimento a desarrollar.
- Repetir el experimento la cantidad de veces necesarias para obtener una buena grafica y con mejores resultados.
- Para evaluar el trabajo se considera la aceleracion promedio .
- Para los calculos de la energia potencial tomar las medidas respectivas con ayuda de la regla metalica.

conclusiones

- Al realizar nuestros cálculos se verifica que el trabajo es aprox. igual a la variación de la energía cinética, no es exactamente = debido a los errores que se presentan en el experimento.
- Se verifica que a través de masa y la aceleración se consigue el trabajo de un cuerpo.

También se nota que con tener el $\text{sen}(\alpha)$ podemos hallar la altura y por consiguiente la energía potencial o dicha variación en ella



5.4.4 Tercera reunión – Actividad 5

5.4.4.1 Experimento N° 5 “Fricción en Sólidos” (Anexo N°5)

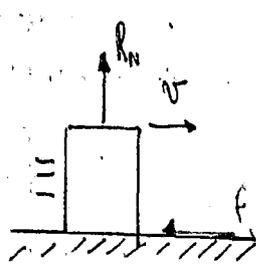
A continuación se presenta las notas de los alumnos sobre la introducción que hizo el profesor en clase:

* Transformación de energía
- Máquina (Permita sacar ventaja)

* FUERZAS DE RESISTENCIA AL MOVIMIENTO

Cuando un cuerpo está en movimiento suele experimentar fuerzas que se oponen al movimiento y disminuyen la velocidad, estas fuerzas de resistencia pueden ser de fricción por deslizamiento o por contacto con el medio en que se mueve un cuerpo

* Fricción por deslizamiento



El diagrama muestra un bloque rectangular sobre una superficie horizontal hachada. Una fuerza normal R_N apunta verticalmente hacia arriba desde el centro del bloque. Una fuerza de fricción f apunta horizontalmente hacia la izquierda desde la base del bloque. Una velocidad v apunta horizontalmente hacia la derecha desde el centro del bloque.

$f = \mu R_N$ Fuerza de fricción

R_N es la magnitud de la fuerza de reacción normal que ejerce la superficie de deslizamiento sobre el cuerpo

• la constante de proporcionalidad μ se conoce como coeficiente de fricción, es un # Puro.

μ_c (Fricción)
 μ_k (Fricción)

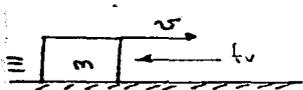
General: $\mu_c < \mu_k$

$\mu_c R_n$ es la fuerza necesaria para iniciar el movimiento.

$\mu_k R_n$ es la fuerza que se requiere para mantener el movimiento uniforme.

FUERZA DE FRICCIÓN VISGOSA

Es la resistencia que ejerce el medio sobre el cuerpo en movimiento. Esta fuerza se define de la siguiente manera:



$$F_v = b v$$

fuerza amortiguadora

$[b] = \frac{kg}{m/s}$, constante de la fuerza amortiguadora

Cuando la velocidad es grande:

$$f_v = c v^2$$

$[c] = \frac{kg}{m^2}$, coeficiente de arrastre

Para cuerpos de simetría esférica la constante de la fuerza viscosa es:

$$b = 6 \pi R \eta$$

LEY DE STOKES

R = Radio de la esfera
 η = Viscosidad del medio

Consideremos un cuerpo esférico que se mueve en un medio viscoso, esto es:



Delacuerdo del movimiento:

$$m a = \sum f_i$$

$$m a = m g - b v \rightarrow a = -\frac{b}{m} \left(v - \frac{m g}{b} \right)$$

Por definición: $a = \frac{dv}{dt} = -\frac{b}{m} \left(v - \frac{m g}{b} \right) \rightarrow \int \frac{dv}{\left(v - \frac{m g}{b} \right)} = -\frac{b}{m} \int dt$

$$\ln \left(v - \frac{m g}{b} \right) - \ln c = -\frac{b}{m} t$$

$$\ln \left(\frac{v - \frac{m g}{b}}{c} \right) = -\frac{b}{m} t$$

$$\frac{v - \frac{m g}{b}}{c} = e^{-\frac{b}{m} t}$$

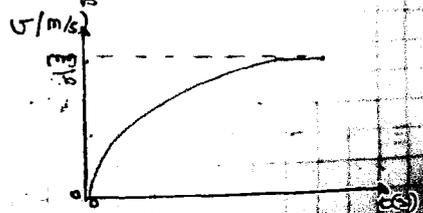
$$v - \frac{m g}{b} = c e^{-\frac{b}{m} t}$$

$$v = \frac{m g}{b} + c e^{-\frac{b}{m} t}$$

Velocidad en función del tiempo

en $t=0$, $v=0 = \frac{m g}{b} + c \Rightarrow c = -\frac{m g}{b}$

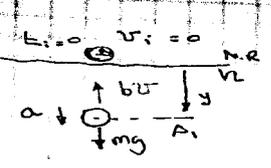
$$v = \frac{m g}{b} - \frac{m g}{b} e^{-\frac{b}{m} t}$$



$$v = \frac{m g}{b}$$

Velocidad Límite

Problema de Movimiento Viscoso



$$f_v = bv$$

$$f_v = cv^2$$

$$b = 6\pi\eta r$$

by Stokes

$$ma = \sum f_i = mg - bv$$

$$\Rightarrow a = g - \frac{b}{m}v \Rightarrow a + \frac{b}{m}v = g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{b}{m}v = g$$

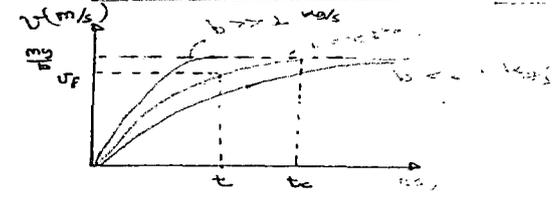
tambien vale: $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{b}{m}v = g$

Resolviendo por integracion: $f = mg, C \in \mathbb{R}$
 De condiciones iniciales: $t=0, v=0 \Rightarrow 0 - mg + C = 0 \Rightarrow C = \frac{mg}{b}$

$$v = \frac{mg}{b} \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right)$$

$$v_c = \frac{mg}{b} = \frac{m \cdot g}{6\pi\eta r}$$

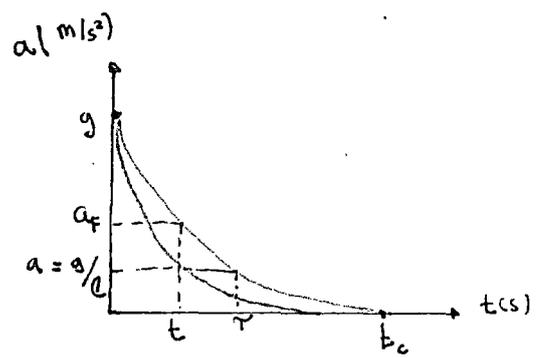
Velocidad limite



La aceleracion del movil es: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{mg}{b} \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right) \right)$

$$a = -\frac{mg}{b} \left(-\frac{b}{m}\right) e^{-\frac{b}{m}t}$$

$$a = +g e^{-\frac{b}{m}t}$$



El tiempo T necesario para que la aceleracion tome el valor: $a = g/e$
 Se conoce como al tiempo de relajamiento del Movimiento con resistencia viscosa.
 Esto es:

$$g \cdot e^{-1} = g e^{-\frac{b}{m}T}$$

$$e^{-1} = e^{-\frac{b}{m}T}$$

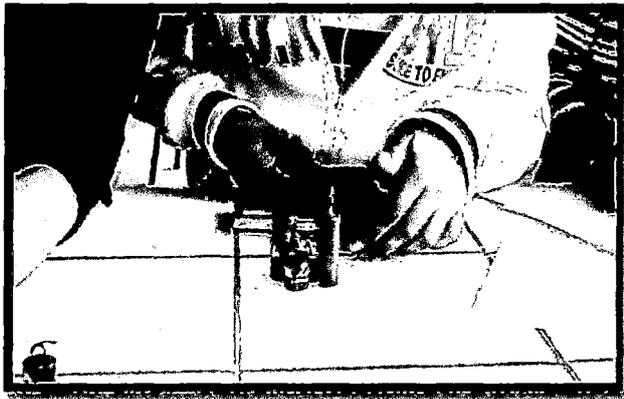
Se cumple si: $T = \frac{m}{b}$ Tiempo de relajamiento

En esta fase, se entregó una guía con la descripción de los pasos a seguir en la actividad experimental (anexo 5). En este caso, la descripción de las actividades los estudiantes trabajaron con sensores y registro automático de datos (los sensores estaban conectados a un Explorer GLX). En esta parte de la actividad se realizaron los siguientes pasos:

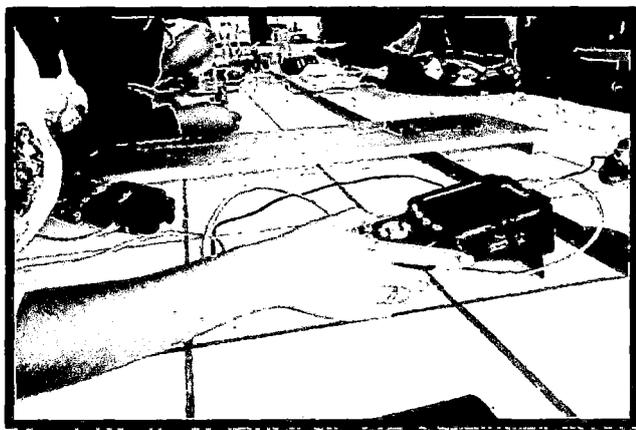
PROCEDIMIENTO

Medición del Coeficiente Estático de Fricción.

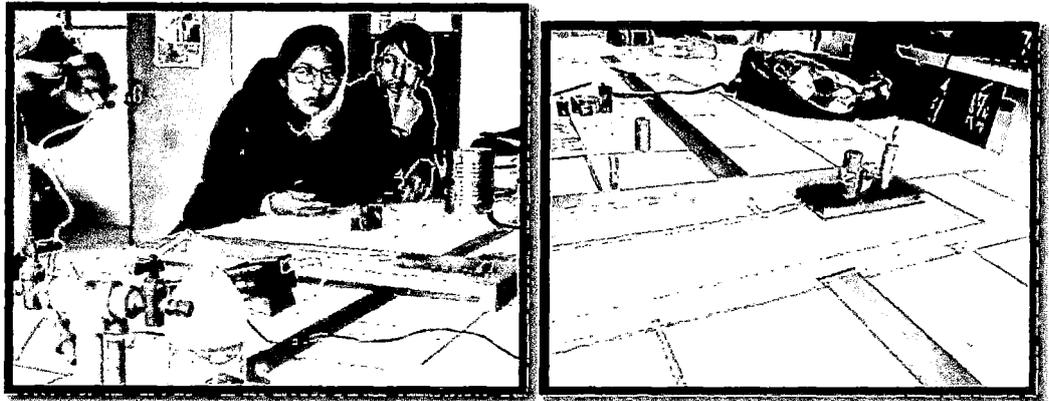
1. Mida la masa del bloque y la masa de las diferentes pesas, usando la ecuación $W=mg$ calcule el peso del sistema y anote los valores en la tabla N°1.



2. Empezando solamente con el bloque, monte el experimento de la figura siguiente:



3. Jale suavemente el dinamómetro hasta que el bloque se ponga en movimiento y en ese instante tome la lectura de la fuerza F_s que inicia el movimiento. Anote el valor en la tabla N°1.



4. Después coloque una pesa sobre el bloque, anote la masa total del sistema bloque-pesa en la tabla N°1 seguidamente inicie el paso 3
5. Repita el paso 4, hasta completar los datos de la tabla N°1

Medición del Coeficiente cinético de Fricción.

1. Empezando solamente con el bloque , monte el experimento de la figura N°1
2. Jale el dinamómetro hasta que el bloque tenga un movimiento uniforme, es decir que se mueva aproximadamente con velocidad constante.
3. En ese instante un compañero debe tomar la lectura del dinamómetro y anotar el valor en la tabla N°1 la magnitud de la fuerza F_c que mantiene el movimiento del bloque.
4. Coloque una pesa sobre el bloque he inicie los pasos 2 y 3. Hacer esto hasta completar la tabla N°1.

Tabla N°1

UNIDADES	EXP 1	EXP 2	EXP 3	EXP 4	EXP 5
m(gramos)	186.8	223.1	275.8	355.9	530

w(dina)	183064	218638	270284	348782	519400
F_s(dina)	51700	63800	69900	118500	182400
F_c(dina)	35600	27900	25500	73200	110500

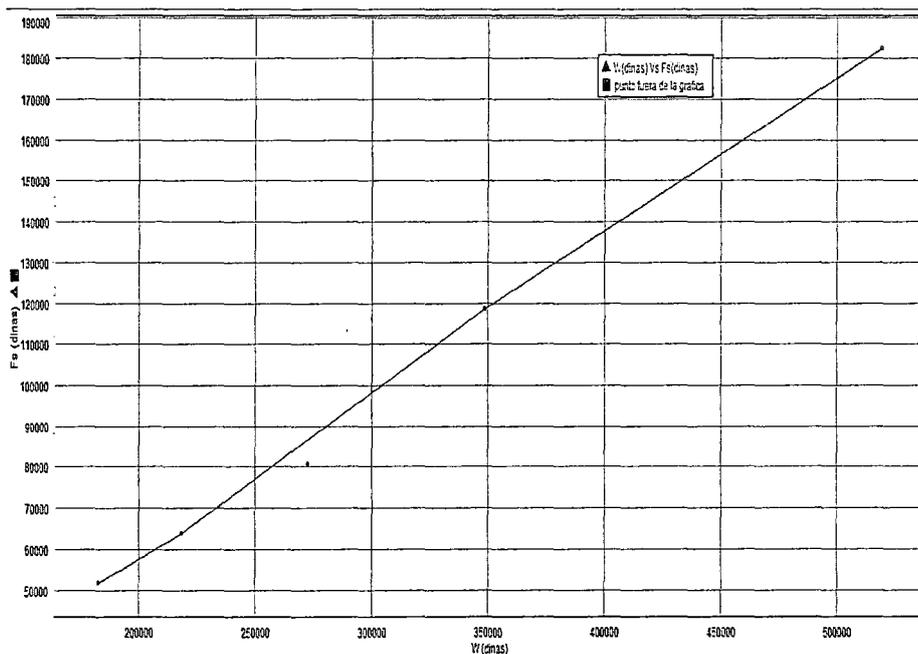
En esta parte los estudiantes desarrollaron el cuestionario que se indica en el Anexo N°5

CUESTIONARIO

1. Use los datos de la tabla N°1, para hacer un gráfico en papel milimetrado con la fuerza F_s en el eje vertical y el peso W en el eje horizontal.

w(dina)	F _s
183064	51700
218638	63800
270284	69900
348782	118500
519400	182400

w(dina) Vs F_s



[Handwritten signature]

2. Hacer un ajuste de mínimos cuadrados a la curva $F = aW + b$ de la pregunta 1. Determine el valor de las constantes a y b .

$$F = aW + b$$

a) Utilizando el ajuste por mínimos cuadrados:

Ecuación de la recta: $y = mx + b$

Se halla (b y m) mediante las formulas:

$$(m) = \frac{N(\sum x_i \cdot y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{N(\sum y_i)(\sum x_i)^2 - (\sum x_i \cdot y_i)(\sum x_i)}{N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

b) Igualando la ecuación dada a la nuestra $y=F$; $a=m$; $W=x$;

X_i	y_i
183064	51700
218638	63800
270284	69900
348782	118500
519400	182400

EXPRESION	RESULTADO
n	5
$\sum x_i$	1540168
$\sum y_i$	486300
$\sum x_i \cdot y_i$	83637031800
x_i^2	545793687300

Con los datos obtenidos reemplazando en las ecuaciones será:

- Se tiene que $m=a = \frac{5(83637031800) - (1540168)(486300)}{5(545793687300) - (1540168)^2} = -0.9269935318$

- De igual manera $b = \frac{(486300)(1540168)^2 - (83637031800)(1540168)}{5(545793687300) - (1540168)^2} = 382805.155$

3. ¿Qué relación tiene la constante α con el coeficiente de fricción estático? Halle el valor de μ_s .

Como se observa la constante α es el coeficiente de rozamiento estático que se obtuvo mediante el ajuste por mínimos cuadrados.

Por lo tanto el coeficiente estático será:

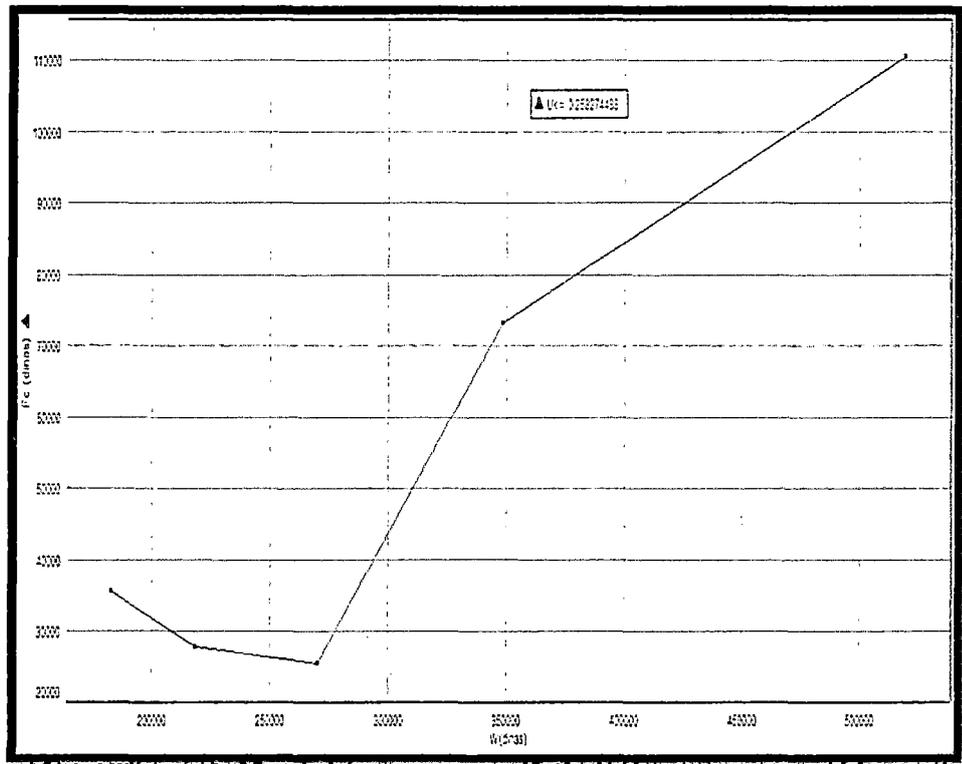
$$\mu_s = -0.9269935318$$

4. Use los datos de la tabla N°1 para hacer un gráfico con la Fc en el eje vertical y el peso W en el eje horizontal.

Tabla N°1

UNIDADES	EXP 1	EXP 2	EXP 3	EXP 4	EXP 5
m(gramos)	186.8	223.1	275.8	355.9	530
w(dina)	183064	218638	270284	348782	519400
Fs(dina)	51700	63800	69900	118500	182400
Fc(dina)	35600	27900	25500	73200	110500

De la tabla nos piden la gráfica de Fc vs W en dinas; a continuación se muestra:



5. Hacer n ajuste de mínimos cuadrados a la curva $F = cW+d$ de la pregunta 4. Determine el valor de las constantes c y d.

$$F = cW + d$$

a) Utilizando el ajuste por mínimos cuadrados:

Ecuación de la recta:

$$y = mx + b$$

Se halla (b y m) mediante las formulas:

$$m = \frac{N(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{(\sum y_i)(\sum x_i^2) - (\sum x_i y_i)(\sum x_i)}{N(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

b) Igualando la ecuación dada a la nuestra $y=F$; $m=c$; $W=x$; $b=d$

X_i	y_i
183064	35600
218638	27900
270284	25500
348782	73200
519400	110500

EXPRESION	RESULTADO
n	5
$\sum x_i$	1540168
$\sum y_i$	272700
$\sum x_i y_i$	102433863000
$\sum (x_i^2)$	545793687300

Con los datos obtenidos reemplazando en las ecuaciones será:

- Se tiene que $m = a = \frac{5(102433863000) - (1540168)(272700)}{5(545793687300) - (1540168)^2} = 0.258274488$

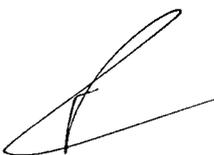
- $b = \frac{(272700)(545793687300) - (102433863000)(1540168)}{5(545793687300) - (1540168)^2} = -25017.22057$

6. Qué relación tiene la constante "c" con el coeficiente de fricción cinético? Halle el valor de u_k .

Bueno la constante c es el coeficiente de rozamiento cinético que se obtiene mediante la el uso de ajuste por mínimos cuadrados.

Y como lo hallamos anteriormente se obtiene:

$$u_k = 0.258274488$$



7) Compare el valor de u_k con el valor u_s ¿Qué coherencia hay en los resultados?

la Teoría nos demuestra que todos los experimentos corresponden a que $\mu_s \gg \mu_k$ en nuestra experiencia los valores obtenidos son

$\mu_s .9269935318 > \mu_k 0.258274488$

entonces demostramos la coherencia de nuestros resultados con la teoría

8) Busque una explicación del fenómeno de fricción desde el punto de vista microscópico

Rozamiento. Estudio microscópico

A la escala molecular, incluso la superficie más finamente pulida está muy lejos de ser plana. Resulta fácil aceptar que, cuando colocamos dos cuerpos en contacto, el área real (microscópica) de contacto sea mucho menor que el área de contacto aparente (macroscópico). En algunos casos estas áreas pueden encontrarse en la proporción 1:10000. Comprenderemos entonces que la presión en los contactos reales debe ser enorme.

Las investigaciones realizadas por BOWDEN en la década de los 40, han demostrado que dichas presiones son suficientes para hacer que hasta un duro metal como el acero fluya plásticamente. De ese modo, las crestas de las irregularidades en las superficies en contacto son aplastadas de manera que aumenta la superficie de contacto y la presión disminuye hasta que está justamente en el límite que causaría el fluir del metal. De hecho, muchos puntos de contacto quedan soldados en frío entre sí. Este fenómeno de adherencia superficial se debe a que, en los puntos de contacto, las moléculas en las caras opuestas de las superficies están tan próximas las unas a las otras que las fuerzas moleculares son extraordinariamente intensas.

Ya sea que dichas soldaduras localizadas ocurran o no, habrá siempre un considerable grado de trabazón entre las superficies reales, que, como ya hemos dicho, son rugosas a escala molecular. Cuando un cuerpo, como por ejemplo un metal, se arrastra sobre otro, la fuerza de rozamiento está relacionada con la ruptura de esos millares de pequeñas soldaduras, que continuamente se vuelven a formar en cuanto se presentan nuevas oportunidades de contacto.

9) Escriba las fuentes de error del experimento

Nuestros posibles fuentes de error provienen de las relaciones siguientes:

- Errores de calibración (o errores de cero) de los aparatos de medida. Es el caso, de la balanza electrónica que tal vez hubo algún error en su calibración como consecuencia de una mala calibración en el diseño o fabricación del sistema digital.
- Condiciones experimentales no apropiadas. Posiblemente ocurrieron cuando se utilizan los instrumentos de medida bajo condiciones de trabajo (presión, temperatura, humedad, frecuencia de la red, ...) diferentes a la recomendadas. Por ello, hubo alguna alteración en los resultados de nuestro dinamómetro. Es fundamental realizar un experimento físico en unas condiciones óptimas, para poder observar unos resultados lo más preciso posible.
- Fórmulas o modelos aproximados. Este tipo de error aparece al pretender obtener demasiadas cifras significativas en los resultados extraídos de un modelo o de una fórmula aproximada. Por ejemplo, si se desea medir la aceleración de la gravedad con más de tres cifras significativas no se puede usar la fórmula $g = 4 \pi^2 L / T^2$ (péndulo simple), ya que ésta es una aproximación que supone una serie de condiciones ideales: se supone que la cuerda no tiene masa (la cual se desprecia totalmente), las oscilaciones tienen lugar sobre un plano fijo,



la amplitud de oscilación deber ser pequeña, el roce con el aire es nulo (¡nunca se puede reducir a cero el rozamiento con el aire!)

Por definición, una medida es tanto más exacta cuanto menores son los errores sistemáticos.

Por otro lado, tenemos los errores casuales o aleatorios. Como el propio nombre indica, no existe una causa predeterminada para este tipo de errores. Son imposibles de controlar y alteran, tanto en un sentido como en otro (por exceso o por defecto) el resultado de la medida realizada. Este tipo de errores se someten a estudios estadísticos para poder estimar numerológicamente el error que se comete en un experimento determinado.

10) Escriba sus conclusiones

conclusiones

- ❖ Se determinó la relación que existe entre la fuerza de rozamiento (estático y cinético) y la fuerza normal, la cual fue el coeficiente de fricción (estático y cinético que dicho sea de paso son adimensionales
- ❖ Se comprobó que el coeficiente de fricción cinética es menor que el coeficiente de fricción estática.
- ❖ Según los resultados obtenidos podemos comprobar que la fuerza de rozamiento depende del peso, es decir, de la masa del cuerpo, y no del área que está en contacto con la superficie ni de la velocidad que alcanza el cuerpo

recomendaciones

- ❖ Escuchar atentamente la explicación del profesor desde el armado del equipo y los pasos a seguir en nuestro experimento.



- ❖ Al momento de jalar la madera ya sea sola o con las pesas hacerlo de manera delicada y en línea recta para así evitar errores en nuestra experiencia.
- ❖ Realizar los experimentos las veces necesarias para obtener mejores resultados.
- ❖ Realizar los cálculos con ayuda de una calculadora científica y graficar en el papel milimetrado para una mejor comprensión de lo desarrollado en la práctica.

5.4.5 Cuarta reunión – Actividad 6

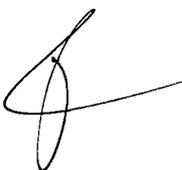
5.4.5.1 Experimento N° 6 “Oscilaciones Péndulo Simple” (Anexo N°6)

En esta fase, se entregó una guía con la descripción de los pasos a seguir en la actividad experimental (anexo 6). En este caso, la descripción de las actividades se trabajó de forma mecánica. En esta parte de la actividad se realizaron los siguientes pasos:

PROCEDIMIENTO

ACTIVIDAD N°1

- 1) Medimos el diámetro y la masa puntual cilíndrica con el calibrador de Vernier y la balanza de precisión respectivamente.
- 2) Conectamos el cargador al Xplorer y el extremo libre al enchufe de 220v.
- 3) Luego procedemos a conectar la foto-puerta al Xplorer.
- 4) Colocamos la pinza metálica de tal forma que sujete a la regla circular dándonos cero grados en la vertical.
- 5) Con la pesa cilíndrica, forme un péndulo simple de 15cm de longitud, tal como se muestra en la figura 1.



- 6) Aleje el péndulo 10° de la vertical y suéltelo. Active la tecla play luego de 3 o 4 oscilaciones presione la tecla play otra vez.
- 7) Haciendo un cálculo estadístico de la gráfica encontrada con la ayuda del Xplorer, hallamos el período para esta longitud del período.
- 8) Repetimos los pasos con otras longitudes del péndulo y completamos la tabla N°1.
- 9) En papel milimetrado grafique L en función del período T.

Diámetro (cuerpo cilíndrico) = 2.254cm

tabla 1

T(s)	0.6823	0.9262	1.134	1.3057	1.444
L(cm)	15	25	35	45	55

ACTIVIDAD N°2

- 1) Con una pesa cilíndrica, forme un péndulo simple de 55cm de longitud como en la actividad 1. Anote la masa en la tabla 2.
- 2) Aleje el péndulo, 5° de la vertical y suéltelo. Active la tecla play del Xplorer y después de 3 o 4 oscilaciones, presione la tecla play otra vez.
- 3) Tome lectura del período para esta longitud del péndulo y anote en la tabla 2.
- 4) Agregándole una pesita (huacha) al péndulo, repita los pasos 1, 2 y 3 complete la tabla 2 con otras masas.
- 5) En papel milimetrado grafique el período T en función de la masa M.

tabla 2

T(s)	1.446	1.455	1.454	1.458	1.4401
M(g)	78.9	105.7	134.2	161.6	186.9

ACTIVIDAD N°3

- 1) Con una masa cilíndrica forme un péndulo simple de 80cm de longitud como en la actividad 1. Anote la masa en la tabla 3.
- 2) Aleje el péndulo, 5° de la vertical y suéltelo. Active la tecla play del Xplorer y después de 3 o 4 oscilaciones, active la tecla play otra vez.
- 3) Tome lectura del período para esta longitud del péndulo y anote en la tabla 3.
- 4) En papel milimetrado grafique el período T en función de la amplitud.

tabla 3

T(s)	1.49	1.498	1.50	1.50	1.54
Θ(grados)	5°	10°	15°	20°	25°

Amplitud(A):

$$A_1 = (80\text{cm}) \sin 5^\circ = 6.97\text{cm}$$

$$A_2 = (80\text{cm}) \sin 10^\circ = 13.89\text{cm}$$

$$A_3 = (80\text{cm}) \sin 15^\circ = 20.70\text{cm}$$

$$A_4 = (80\text{cm}) \sin 20^\circ = 27.36\text{cm}$$

$$A_5 = (80\text{cm}) \sin 25^\circ = 33.80\text{cm}$$

En esta parte los estudiantes desarrollaron el cuestionario que se indica en el Anexo N°6

CUESTIONARIO

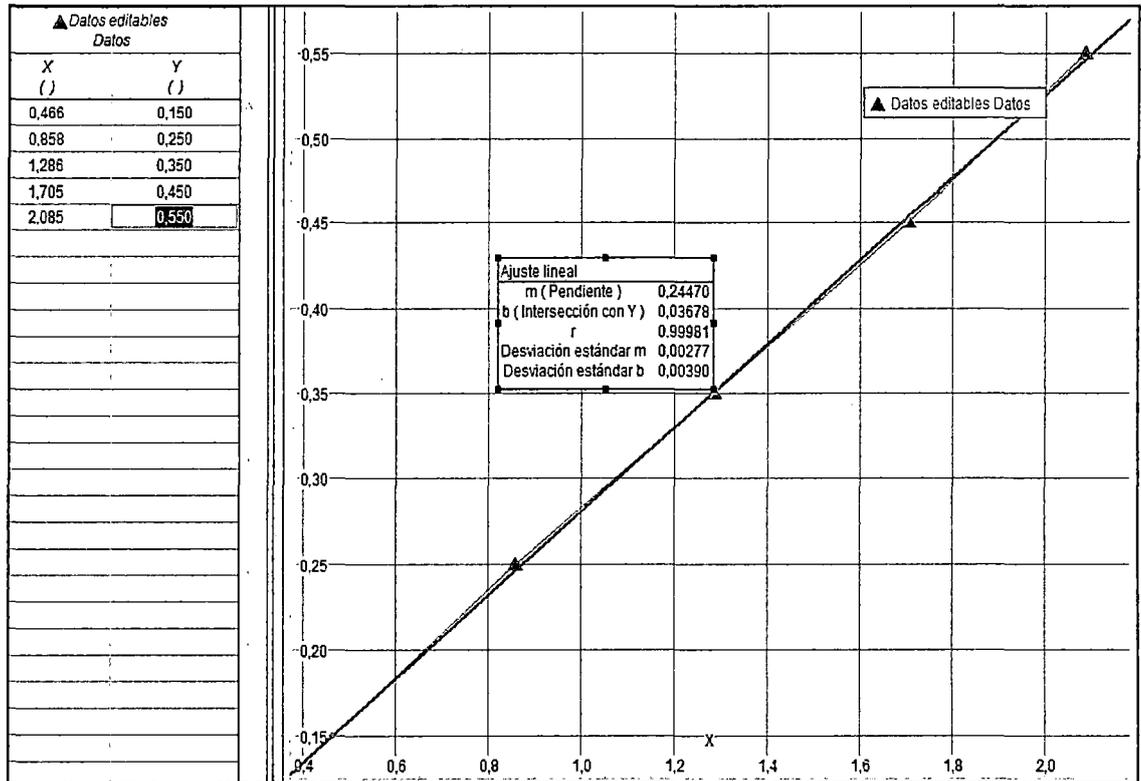
1. Con los datos de la tabla 1, realice una gráfica de longitud L en el eje vertical y de periodo T^2 en el eje horizontal ¿Qué concluye de la gráfica?

$$L(m) = 5,488\text{cm} \text{ y } m(g) = 54,5 \text{ g}$$

T(s)	0.6823	0.9262	1.134	1.3057	1.444
L(m)	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55



T^2 (s)	0.466	0.858	1.286	1.705	2.085
L(m)	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55



Del gráfico se concluye la relación entre estas las dos magnitudes es directamente proporcional, ya que a medida que se aumenta la longitud del péndulo, el valor del periodo aumenta también.

2. Realice un ajuste de mínimos cuadrados a la gráfica del problema 1y determine el valor de la pendiente y el valor de intercepto. ¿cómo se interpreta estos valores?

T^2 (s)	0.466	0.858	1.286	1.705	2.085
L(m)	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9

X	Y	X.Y	X ²
0.466	0.15	0.070	0.217
0.858	0.25	0.215	0.736
1.286	0.35	0.450	1.654
1.705	0.45	0.767	2.907
2.085	0.55	1.147	4.347
6.4	1.75	2.649	9.861

$$m = \frac{N(\sum(xy)) - (\sum x)(\sum y)}{N\sum(x^2) - (\sum x)^2}$$

$$m = \frac{[(5 \times (2.6485)) - ((6.4) \times (1.75))]}{(5 \times 9.861) - 40.96}$$

m=0.2447

$$b = \frac{(\sum y)(\sum(x^2)) - (\sum(xy))(\sum x)}{N\sum(x^2) - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{((1.75) \times (9.861)) - (2.649 \times 6.4)}{(5 \times 9.861) - (40.96)}$$

b=0.03677929

3. Muestre que la pendiente del problema 2, está relacionado directamente con la ecuación 4. entonces determine el valor de la gravedad y su diferencia con el valor internacional 9.8m/s².

$$m=0.2447$$

$$L = \frac{g}{4\pi^2} \times T^2$$

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} \times L$$

$$Y = mx$$

$$y = 0,2447x$$

$$\frac{L}{T^2} 4\pi^2 = g$$

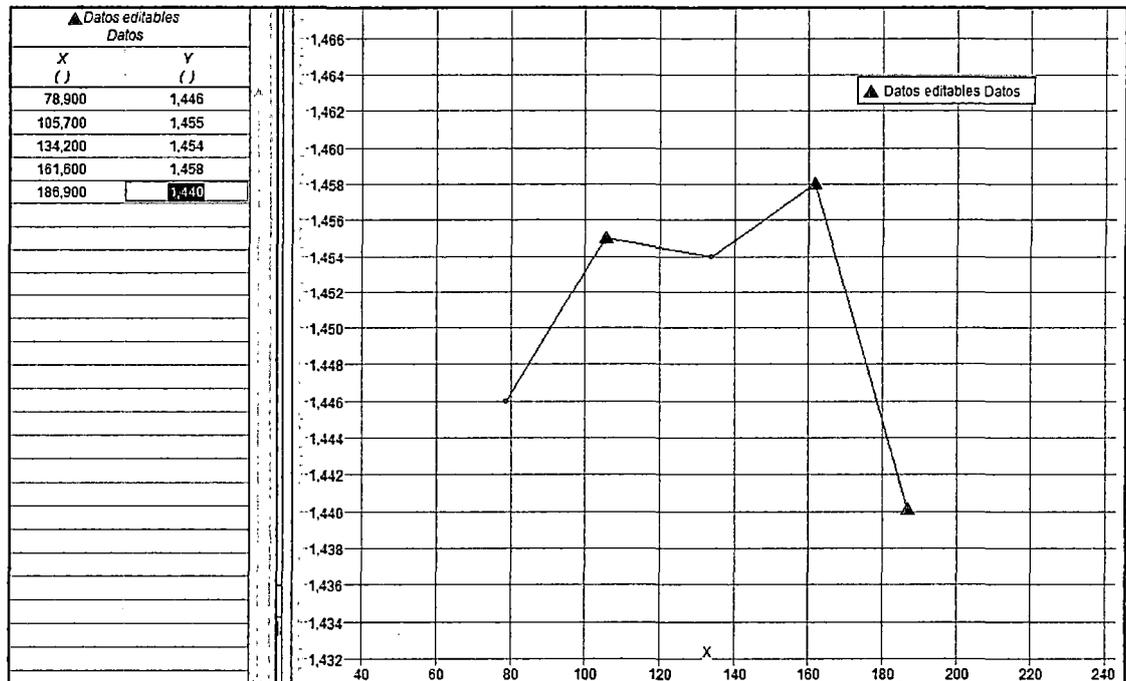
$$g=9.660 \frac{m}{s^2}$$

4. Con los datos de la tabla 2 grafique el periodo en función de la masa ¿Este periodo cambia notablemente al cambiar la masa del péndulo?

Explique.



T(s)	1.446	1.455	1.454	1.458	1.4401
M(g)	78.9	105.7	134.2	161.6	166.9



Debido a que el período no depende sólo de la gravedad y de longitud, el período para este experimento sale aproximadamente una constante.

5.- Busque en la literatura como depende el periodo de la amplitud de la oscilación ¿está de acuerdo con la gráfica de periodo versus amplitud que usted ha medido en la actividad 3?

Desarrollo

La fórmula exacta (Landau & Lifshitz, "Mechanics", Pergamon Press 1960 pag. 26) es

$$T=2\pi\sqrt{(L/g)K(\text{sen}(1/2\alpha_0))},$$

donde K es una integral elíptica completa de 1ra. Especie.

Entonces vemos que el periodo si depende de la amplitud. Pero

cuando el ángulo es pequeño podemos decir que el periodo no depende de la amplitud, en la actividad 3 realizamos oscilaciones con diferentes ángulos comenzando con 5° y avanzando de 5 en 5, por lo tanto en la gráfica vemos que hasta 10° el periodo es constante pero cuando pasa este rango empieza a variar progresivamente.

6.- ¿Qué longitud debe tener un péndulo simple en el ecuador terrestre y en los polos geográficos para que su periodo sea de 1s?

Desarrollo:

La gravedad en el ecuador terrestre es = 9.78 m/s²

La gravedad en los polos geográficos es =9.83m/s²

$$L = \frac{g}{4\pi^2} T^2$$

$$L1 = 9. \frac{78}{4\pi^2} \times 1 = 0.248m$$

$$L2 = 9. \frac{86}{4\pi^2} \times 1 = 0.25m$$

7.- Determine la frecuencia de las oscilaciones para cada periodo de la tabla 1, tabla 2 y tabla 3, Explique las diferencias en cada tabla.

Desarrollo

tabla 1

T(s)	0.6823	0.9262	1.134	1.3057	1.444
F(s ⁻¹)	1,465	1,0796	0,8818	0.7658	0.6944

- El valor de las frecuencias es inversamente proporcional al periodo es por ello que mientras mas largo es la cuerda menor es la frecuencia.

tabla 2

T(s)	1.446	1.455	1.454	1.458	1.4401
F(s ⁻¹)	0,6915	0.6872	0,6877	0,6858	0,6943

- El valor de la frecuencia es constante pues la longitud de la cuerda no a variado



tabla 3

T(s)	1.49	1.498	1.50	1.50	1.54
F(s ⁻¹)	0,6711	0,6675	0,6666	0,6666	0,6493

- El valor de la frecuencia es al principio casi constante pues la amplitud no sobrepasa los 10° pero después la frecuencia disminuye pues aumenta la amplitud, por lo tanto podemos decir que es inversamente proporcional

9.- Busque en la bibliografía y explique en que consiste el péndulo de Foucault.

PENDULO DE FOUCAULT:

Un péndulo de Foucault es un péndulo esférico que puede oscilar libremente en cualquier plano vertical y capaz de oscilar durante mucho tiempo (horas). Se utiliza para demostrar la rotación de la Tierra. Se llama así en honor de su inventor, Léon Foucault.

DESCRIPCION Y FUNDAMENTO:

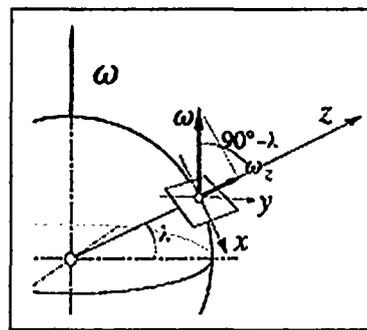
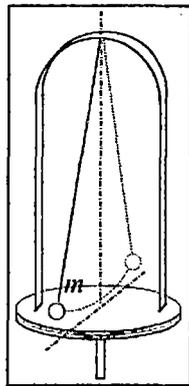


Consideremos en primer lugar el dispositivo que mostramos en la figura. Si hacemos girar la plataforma mientras el péndulo está oscilando, observaremos que el plano de las



oscilaciones permanece inalterado con respecto a un observador inercial. Este efecto se debe a la inercia de la masa pendular. Puesto que las dos fuerzas que actúan sobre ella (su peso y la tensión del hilo) están contenidas en el plano de las oscilaciones, éstas, una vez iniciadas, tendrán lugar siempre en un mismo plano. Para cambiar el plano de las oscilaciones se requeriría un componente de fuerza normal a dicho plano.

Por el contrario, resulta obvio que el plano de las oscilaciones no permanecerá inalterado para un observador situado sobre la plataforma giratoria, que será, evidentemente, un observador no inercial; para este observador, el plano de las oscilaciones efectuará una precesión alrededor del eje vertical (eje de rotación) en sentido contrario al de giro de la plataforma y con la misma celeridad angular (de precesión).



Esta propiedad de la inalterabilidad del plano de las oscilaciones del péndulo fue utilizada por el físico francés Bernard León Foucault (1819-68) para comprobar el movimiento de rotación de la Tierra en torno a su eje y demostrar que la Tierra no constituye una referencial inercial. Foucault realizó públicamente su experiencia en 1851, bajo la cúpula del Panteón de París, utilizando una masa de 28 kg suspendida de un hilo de 70 m de longitud. El periodo de un péndulo de esa longitud es de unos 17 s.

La suspensión del extremo superior del hilo permitía al péndulo oscilar con igual libertad en todas las direcciones. Alrededor del punto del suelo que estaba directamente debajo del punto de suspensión se dispuso una balsa circular, llena de arena, de unos 3 m de radio, de modo que una aguja metálica colocada en la parte inferior de la masa pendular barría la arena en cada oscilación. Se vio con toda claridad que, en oscilaciones sucesivas, el plano de oscilación del péndulo

Una firma manuscrita en tinta negra, que parece ser una abreviatura o un nombre estilizado.

rotaba en el sentido de las agujas del reloj. En una hora el plano de oscilación del péndulo giraba unos 11° , y la circunferencia se completaba en algo más de 32 horas.

¿Por qué gira el plano de oscilación del péndulo?

Es fácil comprender que, si la experiencia se hubiera realizado en el Polo Norte, resultaría evidente que el plano de oscilación del péndulo permanecería fijo en un referencial inercial, mientras que la Tierra giraría bajo el péndulo a razón de una vuelta cada 24 horas. Por el contrario, un observador situado "sobre" la Tierra vería girar el plano de oscilación del péndulo en sentido contrario al de la rotación terrestre, dando una vuelta cada 24 horas. La situación es muy diferente y mucho más difícil de analizar cuando abandonamos el Polo Norte y nos situamos en un lugar de la Tierra de latitud geográfica λ . Entonces, como ya hemos visto al describir la experiencia de Foucault, el tiempo empleado por el plano de oscilación del péndulo para girar 360° es mayor del necesario en el Polo.

Cálculos cuidadosos permiten relacionar la velocidad angular Ω de rotación del plano de las oscilaciones del péndulo con la velocidad angular ω de rotación de la Tierra:

$$(1)\Omega = \omega \sin \lambda'$$

donde $(90^\circ - \lambda')$ es el ángulo formado por la vertical del lugar y el eje de rotación de la Tierra. La aceleración gravitatoria aparente g^* tiene la dirección de la vertical del lugar y como g^* sólo está ligeramente desviada con respecto a g ($0^\circ 6'$, como máximo), el ángulo λ' es muy aproximadamente igual a la latitud geográfica del lugar, esto es, $\lambda \approx \lambda'$. Obviamente, el plano de oscilación del péndulo precesa en el referencial del laboratorio con una velocidad angular Ω dada por la

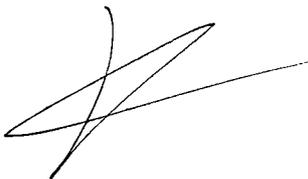
expresión (1). En el hemisferio Norte la precesión tiene lugar en el sentido horario (mirando hacia abajo).

conclusiones

- Experimentalmente se obtuvo una $g=9.660 \frac{m}{s^2}$ es un valor que se aproxima al valor de la gravedad terrestre.
- A mayor longitud de cuerda mayor período.
- El período de un péndulo sólo depende de la longitud de la cuerda y el valor de la gravedad
- El periodo de un péndulo simple no depende de la amplitud del mismo, esto solo en casos en el que el ángulo con que se suelta el sistema es demasiado pequeño

recomendaciones

- Al medir la longitud de la cuerda se tiene que tomar sus medidas desde la mitad de la pesa cilíndrica.
- Ser precisos al soltar la cuerda con los grados de la vertical que se requiera.
- Sujetar bien la cuerda.
- Hacer el uso correcto y adecuado del Xplorer.
- Para mayor facilidad enumerar cada cuerpo cilindro que se use.



CAPITULO VI

RESULTADOS

Un aspecto importante que se pudo evidenciar de las seis actividades experimentales ejecutadas en clase, es que independientemente de los recursos tecnológicos empleados, la secuencia implementada favoreció procesos de re significación en un ambiente interactivo. Si bien los grupos contaron con la ayuda de equipos de laboratorio, ésta no fue una variable que influyera de manera importante en los resultados obtenidos, pues se percibió una motivación y discusión permanente, así como un trabajo en grupo permanente.

Las interacciones promovidas en el ejercicio de la práctica de modelación y en el interior de cada grupo, permitieron que los estudiantes reflexionaran sobre sus ideas y planteamientos iniciales, de tal forma que mediante argumentaciones y explicaciones pudieran cuestionar su concepción inicial y darle así nuevos y más consistentes significados a un conocimiento.

Las respuestas de los estudiantes permiten concluir que un saber matemático puede comprenderse de una manera distinta a la tradicional, ya no como un conjunto de objetos matemáticos fuera de contexto y sin vida en los cuales los conceptos son lo fundamental, sino como un todo articulado en el que el ejercicio situado e intencional de la práctica de modelación favorece el proceso de re significación de ese saber vía la dinámica de las interacciones que emergen de esa situación. La modelación como práctica y en el caso específico de estudiantes de ingeniería, es el medio que permite acercarlos a la realidad de su ejercicio profesional y es en el ejercicio mismo de esa práctica en el que las interacciones juegan un papel fundamental al permitir el desarrollo de procesos de re significación nuevos y con sentido que doten de vida y



dinamismo al conocimiento matemático escolar, ya no aislado y desvinculado de una realidad sino integrado y funcional en esa realidad. En el proceso de re significación de la ecuación diferencial, los estudiantes le atribuyen otros usos adicionales, de los que se hicieron conscientes en el ejercicio de la práctica de modelación y en las interacciones surgidas en la discusión. Este uso está referido a la predicción o anticipación, que se deriva del proceso de solución de la ecuación diferencial que en el ejercicio de la práctica de modelación toma otro sentido y que tal vez no hubieran descubierto si simplemente se limitaran a resolver una ecuación diferencial descontextualizada y en el contexto de una clase tradicional.

En las respuestas de los estudiantes frente a la evaluación de la actividad, la gran mayoría coincide en que hay una mejor comprensión, que hay facilidad en el entendimiento de un conocimiento y sobre todo que hay vida en ese conocimiento. Esta situación crea en los estudiantes una mayor confianza que hace que vean el conocimiento matemático como algo cercano a ellos y cuya comprensión es posible, pues el ambiente creado es favorable y propicio para que se desarrolle un proceso de enseñanza y aprendizaje realmente efectivo y dinámico.

Al escuchar los diálogos fruto de la interacción en el interior de los equipos, se pudo percibir que existen momentos en que la discusión se convierte en un problema de lenguaje, de no tener un lenguaje matemático o científico común que permita que los estudiantes expresen sus ideas de una manera clara, fluida y argumentada generando así espacios de discusión, construcción y re significación propicios. En estas interacciones se crea un espacio muy apropiado para la intervención didáctica, pues es posible descubrir errores conceptuales y procedimentales, y porque no actitudinales, que no serían fáciles de encontrar o descubrir en otros espacios, como el de la clase tradicional.



En cada experimento se realizó el siguiente cuestionario, el cual contestaron los alumnos y mostramos como resultado en los experimentos:

Pregunta

De manera breve, comente cual fue su experiencia y qué le aportó esta actividad

Cuando se preguntó a los estudiantes por la experiencia vivida y los aportes de esta actividad, las respuestas indican que fue muy valiosa y que algo se transformó en ellos. De hecho, en estas respuestas se encuentran conceptos que se habían considerado en el análisis a priori. Así mismo se reportan algunas ventajas encontradas por ellos en el ejercicio de esta actividad.

Las respuestas

La modelación para controlar y predecir

Una forma de ver como modelamos un fenómeno físico cotidiano a el papa y a el, lo podemos controlar y predecir sin necesidad de la experiencia

Me enseña que mediante la experimentación, y la aplicación de modelos podemos anticiparnos y calcular lo que va a suceder con los fenómenos que estudiamos

En estas respuestas los estudiantes argumentan que la modelación misma permite otro tipo de actividades como controlar y predecir y que de alguna manera el modelo sustituye la realidad, es decir, que una vez obtenido el modelo, se puede trabajar sobre él y determinar el comportamiento del fenómeno. Esta es una evidencia más de que hay procesos de resignificación, es decir, hay otros significados de la ecuación diferencial cuando se usa para un fin determinado.

Hay una mejor comprensión

Otras respuestas de los estudiantes muestran que la actividad permitió una mayor comprensión y entendimiento de las ecuaciones diferenciales y su aplicación.

me aporta claridad para comprender las ecuaciones diferenciales y su aplicabilidad

La experiencia fue muy buena y entendi mejor la importancia y aplicación de las ecuaciones diferenciales.

La experiencia fue muy buena me aportó mayor entendimiento en cuanto a la parte de planteamiento de un modelo.

Aportó la experiencia de demostrar que lo aprendido en clases reales y que se aplican a cualquier parte de la vida, simulando condiciones y llevándolo a una modulación matemática.

Me aportó de manera positiva ya que si cobro más facilidad y rapidez al haber encontrado el modelo matemático que representa este fenómeno.

La experiencia fue exitosa porque por medio de actividades muy cotidianas y vinculadas con el software puede analizar su comportamiento y causa de efecto.

fue una experiencia interesante puesto que es bueno y nunca lo había hecho, ver el comportamiento de un modelo matemático en la vida real.

La experiencia fue bastante buena ya que esta ley de enfriamiento nos sirve para aplicarla en muchos casos de nuestra cotidianidad.

Personalmente mi aprendizaje fue excelente porque logré comprender a partir de la simulación como funcionan los fenómenos en la realidad.

Lo importante no fue la exactitud del modelo

En el siguiente ejemplo se muestra cómo los resultados finales obtenidos, es decir, la bondad o no del modelo encontrado, no impiden que el ejercicio de la práctica de modelación sea valorado positivamente y que haya aportado mayor sentido a un conocimiento matemático. En otras palabras, los objetos matemáticos no se convierten en lo fundamental, sino que es el ejercicio de la práctica misma y las interacciones promovidas lo que se considera importante, pues permite generar procesos de re significación:

-la experiencia no fue excelente porque no logre ver los resultados pero estuvo bien porque nosotras nuevas y saber que fuimos las únicas que pudimos realizarla y llevarla a la práctica

Pregunta

Finalmente, se les preguntó por el sentido y significado de una ecuación diferencial después de haber vivido la experiencia de una práctica de modelación:

¿Considera que hay ahora más sentido y significado en su concepción de las ecuaciones diferenciales después de la actividad experimental?

Si No

¿Por qué? _____

Las respuestas

Se ve su aplicación

¿Por qué? entiendo claramente como queda ^{Si No} A_{12} todos los conceptos aprendidos en clase.



¿Por qué? Si No
Se entiende mucho más el concepto.
Se puede aplicar a la vida diaria.

¿Por qué? Si No
tiene demasiada aplicación a todas las vivencias que tenemos a diario, pero que no las relacionamos a este modelo matemático.

¿Por qué? Si No
Por que en la aplicación me doy cuenta el aporte tan grande que dan las ecuaciones para resolver una problemática con variables que dependa entre ellas misma, o al menos una de ellas.

Se comprende los fenómenos y su comportamiento

¿Por qué? Si No
porque al uno ver su comportamiento en la vida real y práctica es más fácil de interpretar y se vuelve muy interesante ya no es como la simple ecuación sino que nace una curiosidad por utilizar las ecuaciones para el desarrollo de la práctica.

¿Por qué? Si No
Porque de manera práctica nos enseña que todo fenómeno donde existan variables que dependan de otras, puede ser modeladas y resueltas por medio de esta importante rama matemática.

¿Por qué? Si No
La parte práctica es fundamental para una mejor comprensión de los fenómenos.

Se tiene otra mirada

¿Por qué? Si No
Demasiado, ya q' algunas veces cuando una materia es tan tronca no se afirma a tener una perspectiva tan clara.



Si No

¿Por qué? El hecho de poder realizar un experimento con ecuaciones ayudó a ver otra visión de las matemáticas.

Si No

¿Por qué? se aprende al mirar este tema con otros ojos y siempre pensado en las aplicaciones.

Sirve para predecir

Si No

¿Por qué? se trata de modelar y predecir un resultado antes de realizar un modelo ya experimental.

Las respuestas anteriores son evidencia de que efectivamente algo se transformó en los estudiantes. Su visión es otra, hay mayor sentido, significado y nuevos usos de la ecuación diferencial ya no solo como un objeto matemático sino como un conocimiento matemático resignificado gracias al contexto interactivo generado por la práctica de modelación.

Pregunta

Observaciones y comentarios

Algunos estudiantes expresaron sus observaciones y comentarios respecto a la actividad realizada y manifiestan que es importante integrar la práctica de modelación en los cursos.

Observaciones y comentarios

la actividad es agradable e interesante, es importante seguir realizando actividades prácticas.

Observaciones y comentarios

Que este tipo de prácticas se realicen siquiera 1 vez al mes, q' todo no sea teoría



Observaciones y comentarios

sería muy bueno que se dieran más créditos dentro de la carrera a la parte matemática y se aprovecharan en laboratorios de esta.

Observaciones y comentarios

sería muy bueno que se dieran más créditos dentro de la carrera a la parte matemática y se aprovecharan en laboratorios de esta.

Las respuestas anteriores son evidencia de que efectivamente algo se transformó en los estudiantes. Su visión es otra, hay mayor sentido, significado y nuevos usos de la ecuación diferencial ya no solo como un objeto matemático sino como un conocimiento matemático resignificado gracias al contexto interactivo generado por la práctica de modelación.

EVALUACIÓN DE LA ACTIVIDAD Y RELATO DE EXPERIENCIAS

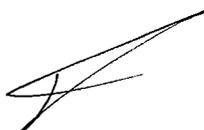
Una vez se ha discutido en el grupo en general los resultados de la práctica, es conveniente hacer una valoración del trabajo y comentar brevemente la experiencia personal:

1. Frente a las actividades normales de clase, la práctica de modelación que se ha realizado en el grupo le ha parecido:

Mucho mejor ___ Mejor ___ Igual ___ Peor que la clase normal ___

¿Por qué?

2. Enumere algunas ventajas de realizar prácticas de modelación en clases de matemáticas
-



3. De manera breve, comente cual fue su experiencia y qué le aportó esta actividad

4. ¿Qué cosas nuevas aprendió? Desde el punto de vista matemático o personal

5. ¿Qué herramientas o conceptos matemáticos que ya sabía pudo utilizar?

6. ¿Considera que hay ahora más sentido y significado en su concepción de las ecuaciones diferenciales después de la actividad experimental? Si __ No __

¿Por qué?

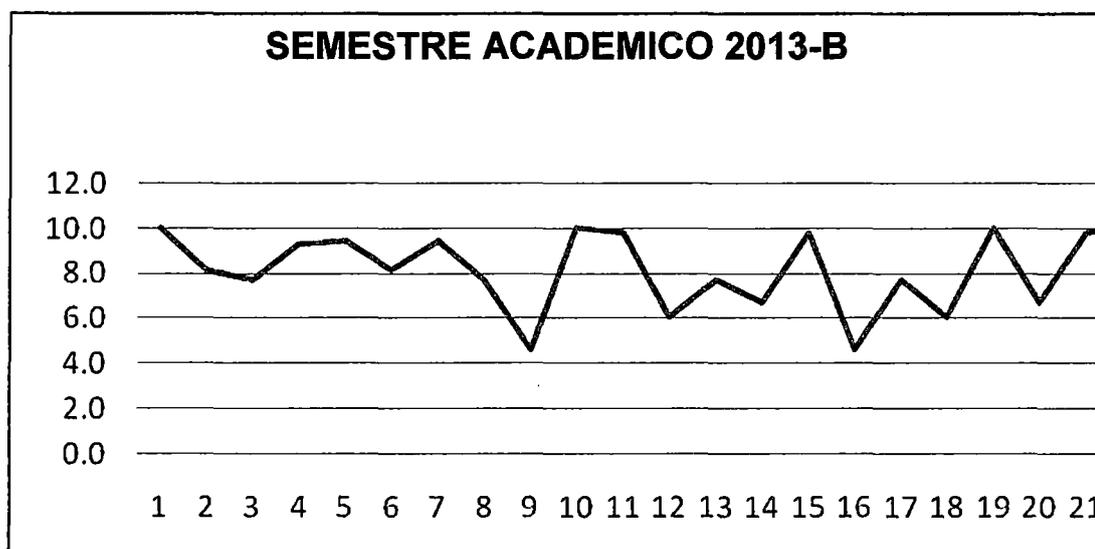
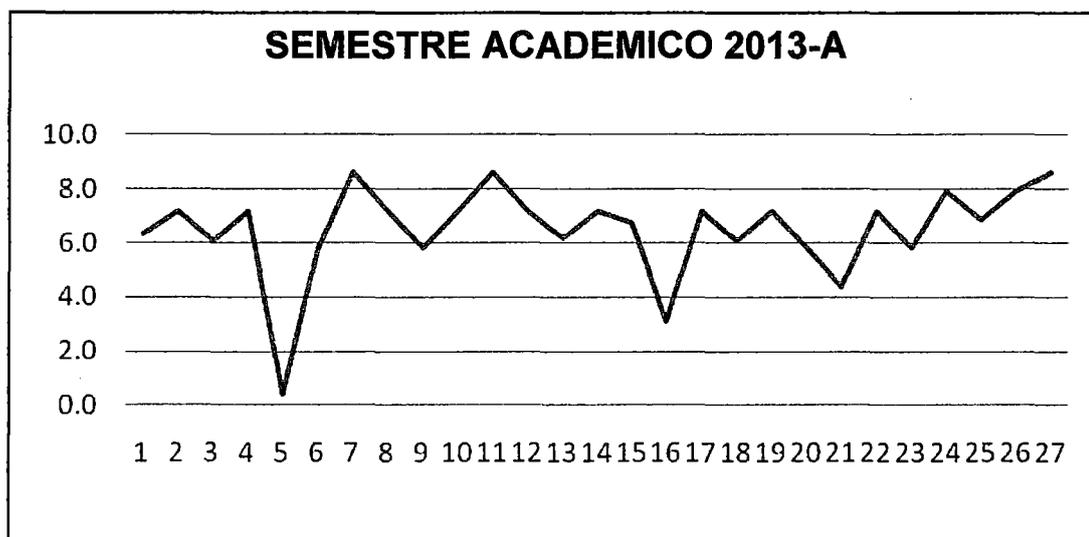
Observaciones y comentarios

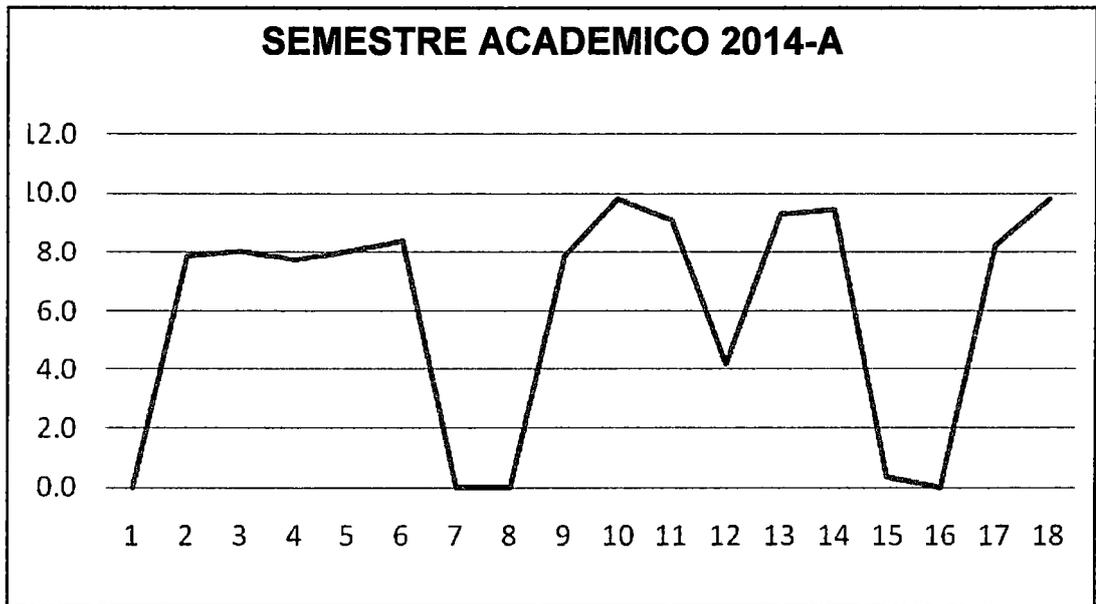


Con estas evaluaciones se obtuvieron los resultados siguientes:

En la figura N°6.1 se presenta el comportamiento de calificaciones obtenidas por los estudiantes en los semestres académicos 2013-A, 2013-B y 2014-A en la unidad de trabajo correspondiente a los problemas físicos en la EDO sin el modelado matemático.

FIGURA N°6. 1
CALIFICACIONES EN LOS SEMESTRES 2013-A, 2013-B Y 2014-B
CORRESPONDIENTES LOS PROBLEMAS FÍSICOS MEDIANTE LAS
EDO

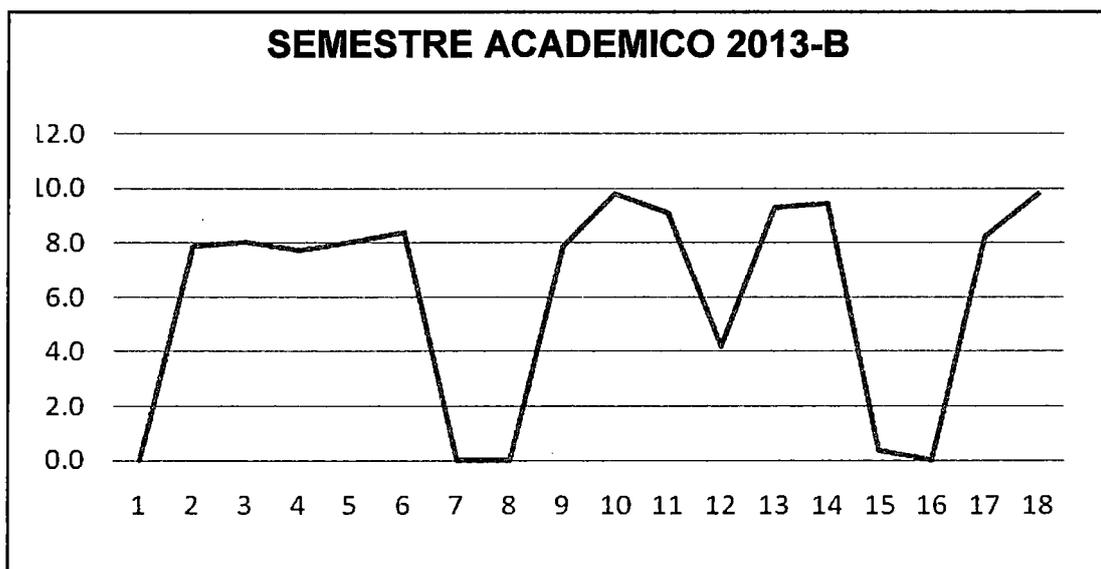




Fuente: Autoría propia-Ana Reyna Segura

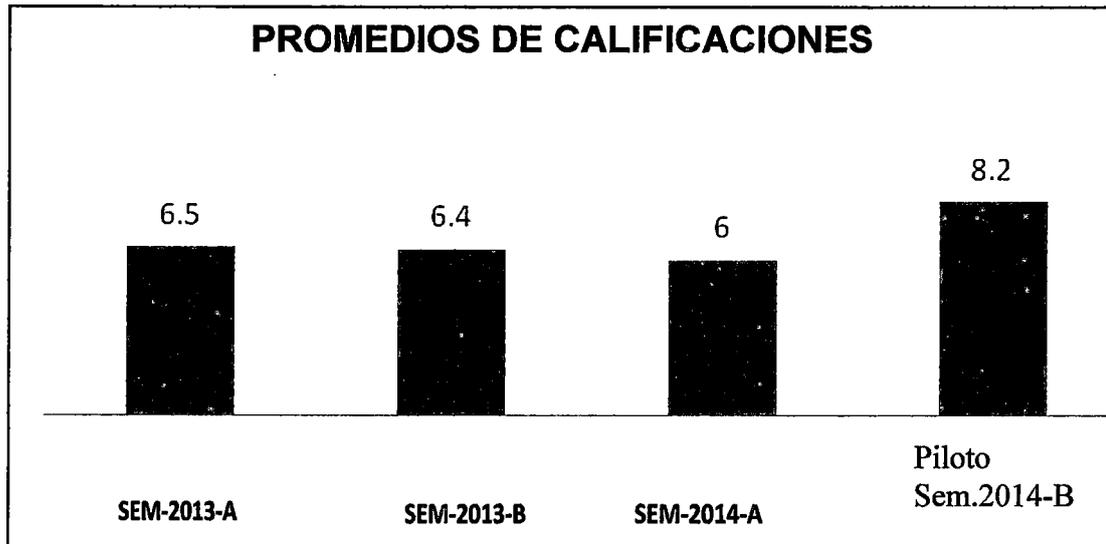
En la fig. 6.2 se muestran las calificaciones obtenidas por el grupo piloto en el semestre académico 2013-B en donde se incluye el modelamiento matemático como herramienta en el proceso de aprendizaje.

FIGURA N° 6.2
CALIFICACIONES OBTENIDAS POR EL GRUPO PILOTO EN EL
SEMESTRE ACADÉMICO 2013-B.



En la Fig. 6.3. Se muestran los promedios en los semestres académicos 2013-A, 2013-B y 2014-A junto con el promedio el grupo piloto en el semestre académico 2014-B.

**FIGURA N°6.3
PROMEDIOS DE CALIFICACIONES POR SEMESTRE ACADÉMICO.**



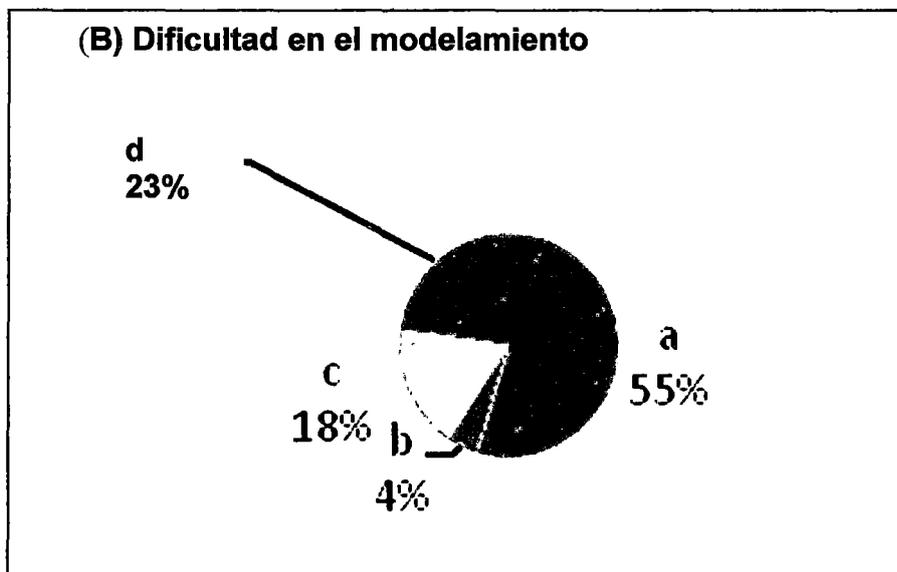
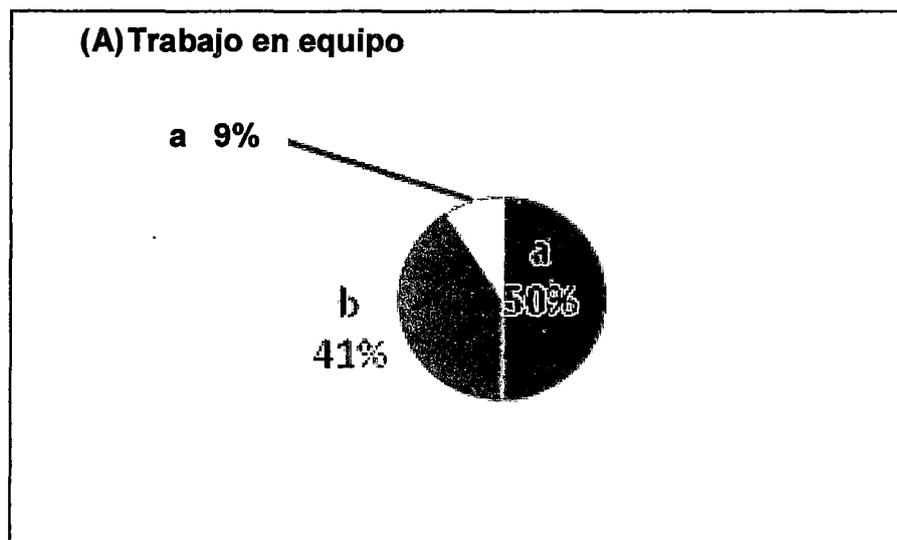
Fuente: Autoría propia-Ana Reyna Segura

En el semestre académico 2013-A muestra un promedio semejante a los semestres académicos 2013-B y 2014-A pero con una dispersión en las calificaciones grande (desviación estándar: 3.9). En el grupo piloto, muestra un considerable aumento del promedio en comparación con los tres semestres anteriores que es de 8.2 con una dispersión parecida a los semestres académicos 2013-B y 2014-A (desviación estándar: 1.7).

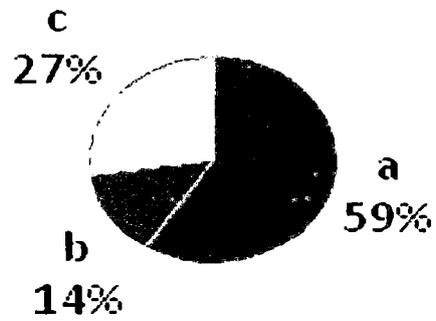
Es importante conocer el punto de vista de los estudiantes del grupo piloto de su percepción en cuanto se refiere al trabajo colaborativo, para tal efecto se aplica un cuestionario donde nos permite conocer su opinión sobre el modelamiento, el impacto del modelamiento en el aprendizaje, el rol del estudiante como evaluador, la dinámica del trabajo grupal en el modelamiento y en general las ventajas que ofrece la inclusión del

modelamiento en su proceso de aprendizaje. Los resultados del cuestionario se muestran en la Figura N° 6. 4.

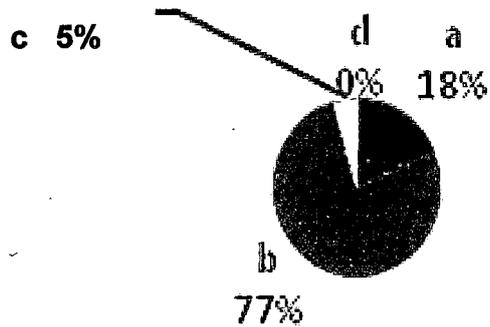
FIGURA N° 6.4
RESPUESTAS AL CUESTIONARIO SOBRE EL USO DEL
MODELAMIENTO TRABAJADO EN EQUIPO



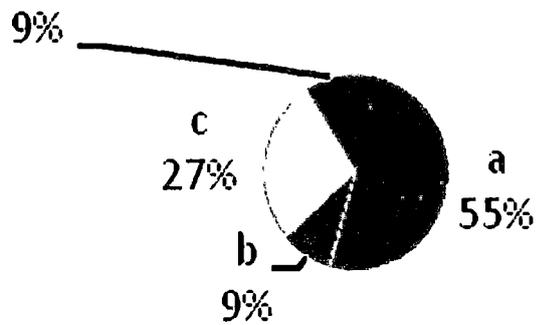
(C) Impacto del uso del modelamiento en el proceso de aprendizaje



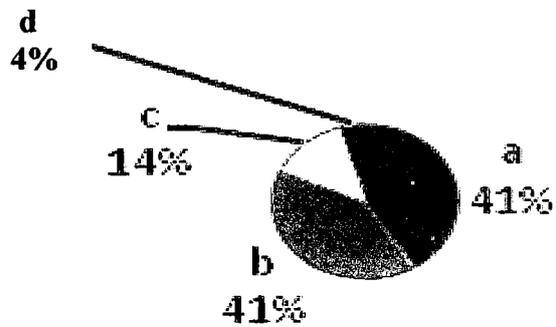
(D) Participación en el trabajo en equipo



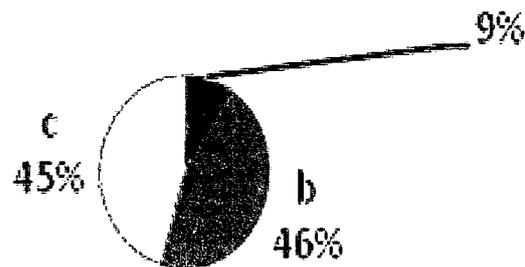
(F) Actitud al evaluar a los compañeros



(H) Inclusión del modelamiento en el proceso de aprendizaje



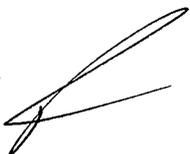
(E) Evaluación del trabajo de los compañeros



Fuente: Autoría propia-Ana Reyna Segura

En la gráfica (A) de la figura 4 se observa que aunque el trabajo en equipo es en un 91%, el 50% lo hace en forma colaborativa. De la gráfica (B) podemos concluir que un 77%, aún con alguna dificultad, llegó tener dominio en la edición (que es esencialmente matemática). El 59% de los encuestados, de acuerdo a la gráfica (C), piensa que el incluir el modelamiento impacta de manera positiva en su proceso de aprendizaje. La gráfica (D) refleja una percepción del 46% de los estudiantes de que la participación de los miembros de los equipos es mayor al trabajar con el

modelamiento como herramienta de trabajo colaborativo. Claramente se percibe por parte del grupo, a través de la gráfica (E), el gran esfuerzo que hicieron los miembros de los equipos en la solución a los problemas planteados, en la revisión de cada uno de los modelos propuesto. En la gráfica (F) se observa que un 82% de los estudiantes al evaluar el trabajo de los compañeros, lo hicieron con aportaciones y sugerencias críticas positivas para mejorar el desempeño de los demás miembros del grupo. De acuerdo a la gráfica (D), el 83% de los estudiantes tienen una buena opinión acerca de la inclusión del modelamiento en su proceso de aprendizaje en las demás materias de su plan de estudios



CAPITULO VII

DISCUSIÓN

Con estos informes podemos responder a otra de nuestras preguntas de investigación:

La Modelación matemática es una herramienta que permite al estudiante de ingeniería relacionar una ecuación diferencial con problemas relacionados con fenómenos reales con el fin de comprender y tomar decisiones acerca de ellos?

- a) La elección de la modelización matemática como fundamento teórico y metodológico para esta investigación resultó ser una opción efectiva. En el estudio, nos dimos cuenta de la aptitud para la enseñanza y el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales y después de hacer las actividades se observó la satisfacción de los estudiantes con la consistencia de los resultados. Creemos que los mismos problemas que se trabajaron en forma expositiva, sin introducir a los estudiantes en un entorno de investigación, su aprendizaje no tendría los mismos significados que por el procedimiento descrito en el presente documento.
- b) Los resultados obtenidos en la presente investigación, demuestran que existe una serie de datos, que afirman la relación entre el aprendizaje con el modelamiento matemático, es decir que se puede contestar a la hipótesis principal y al objetivo general que se planteó en un inicio de la investigación.
- c) Otro aspecto importante es también responder, a los objetivos específicos que se planteó en un inicio de la investigación referida al modelamiento matemático; señalando que en la carrera de Ingeniería Química de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad



Nacional del Callao se ha logrado un aprendizaje esperado, según los objetivos propuestos.

- d) No existen investigaciones previas sobre el tema investigado en la Universidad Nacional del Callao y específicamente en la Facultad de Ingeniería Química. La presente investigación busca dar los primeros datos acerca del modelamiento matemático como una técnica de enseñanza –aprendizaje de la Facultad de Ingeniería Química.
- e) La presente investigación, tiene un valor en el sentido de haber trabajado el modelamiento matemático aplicado a la enseñanza en la carrera de ingeniería y en particular en la carrera de ingeniería Química en la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Callao y de esa manera haber obtenido resultados esperados.

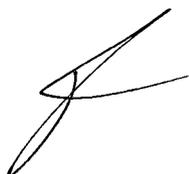
7.1 CONCLUSIONES

1. En el ámbito epistemológico se consigue una mayor conexión con el currículum de ingeniería y se destaca la interdisciplinariedad, mostrando las matemáticas no desvinculadas de la realidad y del entorno profesional.
2. Destaca el aspecto formativo de las matemáticas, en el sentido de que las técnicas de modelización permiten estimular el interés por el descubrimiento y la creatividad.
3. La enseñanza tradicional mantiene excesivos formalismos que a menudo se alejan de la realidad del futuro ingeniero. En la modelización se evita la carga de formalismos apostando por un aprendizaje más intuitivo y próximo a la situación técnica.
4. En el ámbito cognitivo podemos establecer que la modelización matemática es una buena herramienta para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En este tipo de experiencias se



plasma el papel relevante de la modelización matemática en la escena curricular de ingeniería, adquiriendo un protagonismo el aprendizaje producido por los propios alumnos que a su vez asumen el papel de actores en su propio aprendizaje.

5. El seguimiento de un tema mediante un ejercicio aplicado que pueda motivarse a partir de una situación verosímil y modelarse con argumentos sencillos puede permitir a los estudiantes seguir el desarrollo de los contenidos con más facilidad. Además, libera los contenidos explicados del tradicional contexto puramente teórico que en ocasiones los hace prácticamente inaccesibles. El ejercicio puede contextualizarse fácilmente dentro de las competencias profesionales de gran parte de los estudios de ciencias e ingeniería.
6. La presente investigación, aporta elementos que pueden ayudar a los profesores y profesionales interesados en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales para construir sus propuestas de enseñanza, tal vez dar un significado a los estudiantes de ingeniería de la importancia de las ecuaciones diferenciales como disciplina para su formación.



CAPITULO VIII REFERENCIALES

- 1) ADLER, IRVING. **La nueva matemática**. Buenos Aires. Eudeba. 7^a ed. 1967.
- 2) ARRIETA, X.; DELGADO, M. **Nuevas tecnologías en la enseñanza de la Física**. Ponencia presentada en el Simposio Didáctica de la ciencia 2003. Universidad del Zulia. Maracaibo. Venezuela. (2003, 30 y 31 de julio).
- 3) BARBOSA, J.C. **Mathematical Modelling: concepts and experiences of future teachers**. Thesis (Doctorate in Mathematics Education) – Graduate Program in Mathematics Education Institute of Geosciences and Exacts Sciences. Universidade Estadual Paulista Rio Claro/SP: UEP. 2003.
- 4) BARBOSA, J. C. **Uma perspectiva para a Modelagem Matemática**. In: Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Rio Claro: UNESP. 2006.
- 5) BASSANEZI, R. **Modelización y Aplicaciones en Educación Matemática: El Estudio ICMI 14^a**. Australia. Editado por Peter L. Galbraith, Hans-Wolfgang Henn, Mogens Niss. 2007.
- 6) BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo; Contexto, 2006.
- 7) BASSANEZI, R. C.; FERREIRA; W. C. **Equações Diferenciais com aplicações**. São Paulo, Harbra Ltda., 1988.
- 8) BONILLA-CASTRO, E. Y RODRIGUEZ, P. **Más allá del dilema de los métodos**, Bogotá: Ediciones Uniandes-Grupo Editorial Norma.1997

- 9) BOYCE, W. E.; PRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares de valores de contorno**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1998.
- 10) BOYER, C.B. **Historia de la Matemática**. Alianza Editorial.1974.
- 11) CANDELA, A. **La ciencia en el aula: los alumnos entre la argumentación y el contexto**. México, Buenos Aires, Barcelona: Paidós.1999.
- 12) CANTORAL, R.; FARFÁN, R. **Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis**. *Épsilon*, Andalucía, España, v. 42, n.3, p. 353 - 369, 1998. Disponible en: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=000123&pid=S0103-636X201200010001400004&lng=en. Consultado el 06 de diciembre de 2013.
- 13) CRUZ, M. **La enseñanza de la Matemática a través de la Resolución de Problemas**. Tomo 1. La Habana: Educación Cubana. 2006.
- 14) FERREIRA, WILSON CASTRO. BASSANEZI, RONEY CARLOS. **Equações diferenciais com aplicações**. São Paulo. Editora Harba, 1988.
- 15) FLORES ESTRADA, C. **Características de las gráficas y su relación con la modelación de situaciones de movimiento**. En, Resúmenes de la XIX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Montevideo, Uruguay.2001.
- 16) HAINES, C., Y R. CROUCH. **Getting to grips with real world contexts: developing research in mathematical modeling**", papers presented at WG13 in the 4th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Sant Feliu de Guíxols.2005. Disponible en <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/13/wg13listofpapers.htm> Consultado el 10 de enero de 2014.
- 17) MACHADO, E. Y PÉREZ, R. **Teoría de la Decisión Fuzzy**. Buenos Aires. Ediciones Macchi.1988.



- 18) MOGEN, NISS. **IJMEST, Journal für Mathematik-Didaktik.**
Austria.1991.
- 19) STRAUSS, A. Y CORBIN, J. **Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada.** Bogotá. Colombia. (2a. ed.).CONTUS-Editorial Universidad de Antioquia.2002.
- 20) VAN DEN HEUVEL - PANHUIZEN, M. **El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: Ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje.** Disponible en: <http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2009/septiembre/incert160.htm>. Consultado el 15 de diciembre de 2013.



CAPITULO IX
APENDICES

TABLA No.9. 1:
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO
CURSO DE FISICA I EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE
LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

Nivel de Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales	Momentos			
	Antes		Después	
	n _o	%	n _o	%
Malo	16	73	7	32
Regular	5	23	8	36
Bueno	1	5	7	32
Total	22	100	22	100

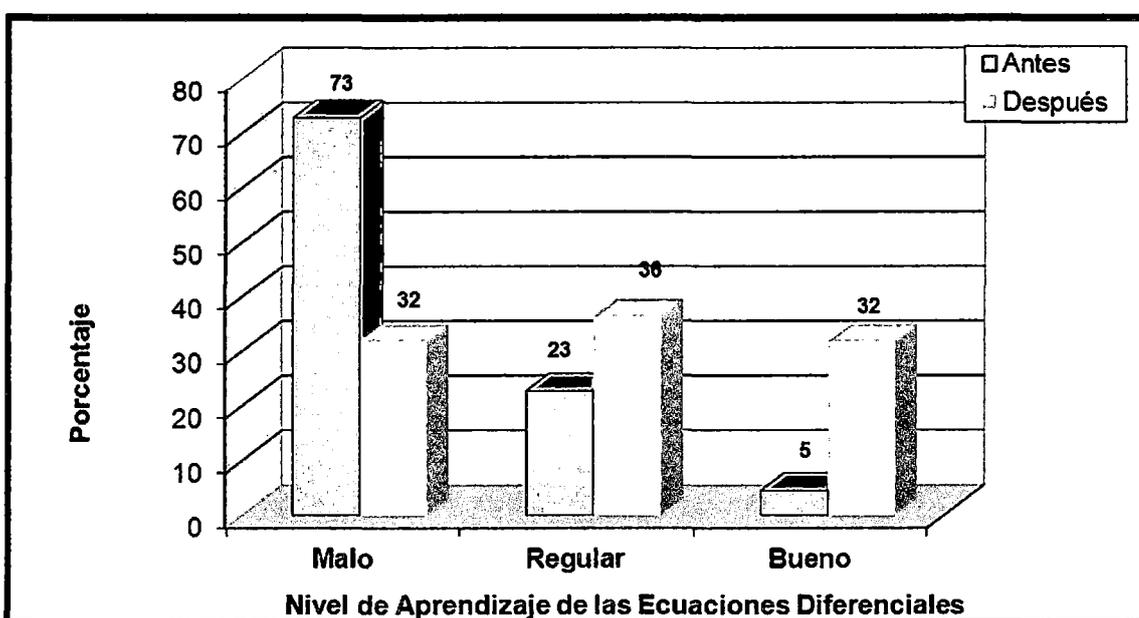
Fuente: Información obtenida de las Pruebas Escritas

Haciendo uso de las practicas del curso de Física I, antes de la aplicación de la modelización matemática el 73% de estudiantes su nivel de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales es malo, el 23% de estudiantes su nivel es regular, y el 5% de estudiantes su nivel es bueno. Después de la aplicación de la modelización matemática el 32% de estudiantes su nivel de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales es malo, el 36% de estudiantes su nivel es regular, y el 32% de estudiantes su nivel es bueno



GRAFICO No.9. 1:

**NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO
CURSO DE FISICA I EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE
LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**



Fuente: Información obtenida de las Pruebas Escritas

TABLA No. 9.2:
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO
CURSO DE FISICA II EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE
LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

Nivel de Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales	Momentos			
	Antes		Después	
	n _o	%	n _o	%
Malo	14	67	6	29
Regular	6	29	10	48
Bueno	1	5	5	24
Total	21	100	21	100

Fuente: Información obtenida de las Pruebas Escritas

Haciendo uso de las practicas del curso de Física II, antes de la aplicación de la modelización matemática el 67% de estudiantes su nivel de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales es malo, el 29% de estudiantes su nivel es regular, y el 5% de estudiantes su nivel es bueno. Después de la aplicación de la modelización matemática el 29% de estudiantes su nivel de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales es malo, el 48% de estudiantes su nivel es regular, y el 24% de estudiantes su nivel es bueno

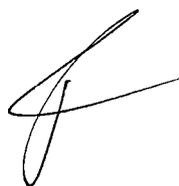
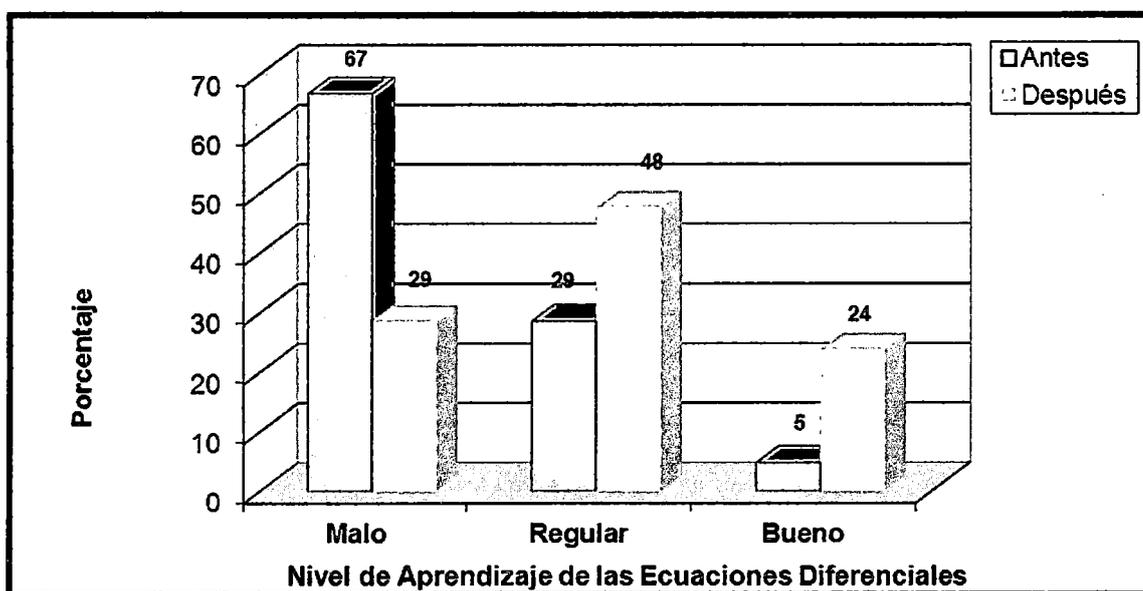


GRAFICO No. 9. 2:
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO
CURSO DE FISICA II EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE
LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO



Fuente: Información obtenida de las Pruebas Escritas

TABLA No.9. 3:
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO
CURSO DE FISICA III EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE
LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

Nivel de Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales	Momentos			
	Antes		Después	
	n _o	%	n _o	%
Malo	13	68	6	32
Regular	6	32	9	47
Bueno	0	0	4	21
Total	19	100	19	100

Fuente: Información obtenida de las Pruebas Escritas

Haciendo uso de las practicas del curso de Física III, antes de la aplicación de la modelización matemática el 68% de estudiantes su nivel de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales es malo, el 32% de estudiantes su nivel es regular, y ningún estudiante tiene nivel bueno. Después de la aplicación de la modelización matemática el 32% de estudiantes su nivel de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales es malo, el 47% de estudiantes su nivel es regular, y el 21% de estudiantes su nivel es bueno.

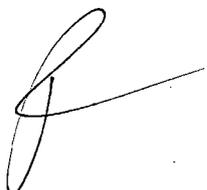
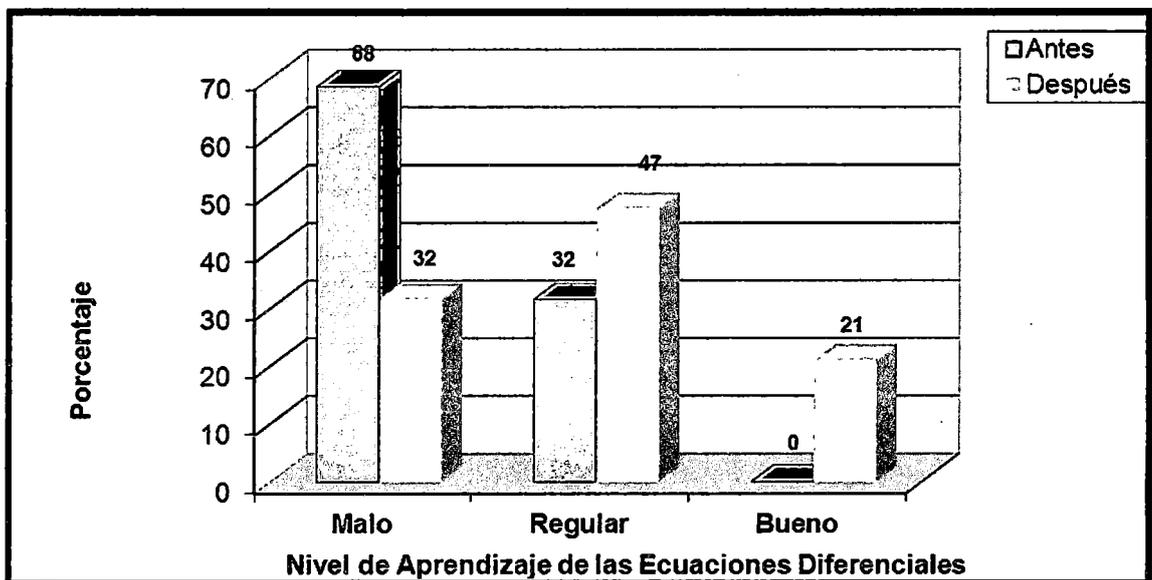


GRAFICO No.9. 3:
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
ANTES Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO
CURSO DE FISICA III EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA QUIMICA DE
LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO



Fuente: Información obtenida de las Pruebas Escritas

TABLA No. 9.4:
COMPARACION DE MEDIAS PARA MUESTRAS RELACIONADAS
DEL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ANTES
Y DESPUES DE LA APLICACION DE LA MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA COMO METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA USANDO
LOS CURSOS DE FISICA I, II Y III EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA
QUIMICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

Curso	Momentos	Promedio	Valor t	Probabilidad (p)	Significancia
Física I	Antes	4	-7.539	0.000	Altamente significativo. La modelización matemática si mejora el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales
	Después	7			
Física II	Antes	5	-11.118	0.000	Altamente significativo. La modelización matemática si mejora el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales
	Después	7			
Física III	Antes	3	-12.400	0.000	Altamente significativo. La modelización matemática si mejora el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales
	Después	7			

Fuente: Información obtenida de los Test

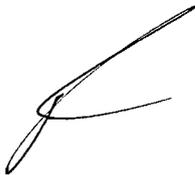
De la tabla se observa la contrastación de la hipótesis sobre el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en el curso de Física I antes de la aplicación de la modelización matemática su puntaje promedio es de 4 puntos y después de la aplicación de la modelización matemática su puntaje promedio es de 7 puntos, con valor t-student de -7.539 con probabilidad 0.000 siendo altamente significativo, por lo que la aplicación de la modelización matemática si mejora el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en el Curso de Física I. En el curso de Física II antes de la aplicación de la modelización matemática su puntaje promedio es de 5

puntos y después de la aplicación de la modelización matemática su puntaje promedio es de 7 puntos, con valor t-student de -11.118 con probabilidad 0.000 siendo altamente significativo, por lo que la aplicación de la modelización matemática si mejora el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en el curso de Física II. En el curso de Física III antes de la aplicación de la modelización matemática su puntaje promedio es de 3 puntos y después de la aplicación de la modelización matemática su puntaje promedio es de 7 puntos, con valor t-student de -12.400 con probabilidad 0.000 siendo altamente significativo, por lo que la aplicación de la modelización matemática si mejora el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales .

CAPITULO X

ANEXOS

10.1 Matriz de Consistencia



LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES EN UN CURSO DE LAS CARRERAS DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	METODOLOGIA
<p>PROBLEMA PRINCIPAL</p> <p><i>¿Qué contribuciones, la modelización matemática como metodología de enseñanza - aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, puede traer al estudiante de Ingeniería de la Universidad Nacional del Callao?</i></p> <p>Criterios de selección del Problema</p> <p>Este problema ha sido seleccionado teniendo en cuenta los siguientes criterios:</p> <p><i>El investigador tiene acceso a los datos.</i></p> <p><i>Contribuye a la enseñanza-aprendizaje.</i></p> <p><i>Este problema tiene partes aún no solucionadas.</i></p>	<p>OBJETIVO GENERAL</p> <p><i>"...La presente investigación pretende Contribuir al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales mediante el modelamiento matemático".</i></p> <p>OBJETIVOS ESPECIFICOS</p> <p>Primer objetivo específico:</p> <p><i>"...Estimular la capacidad de relacionar las matemáticas a los fenómenos del mundo real que implican variación..."</i></p> <p>Segundo objetivo específico:</p> <p><i>"...Tomar decisiones sobre estos fenómenos, a partir de información contenida en un modelo matemático".</i></p> <p>Tercer objetivo específico:</p> <p><i>"...Interpretar los fenómenos que se presentan mediante el análisis de los resultados."</i></p>	<p>HIPÓTESIS GENERAL</p> <p><i>"...La modelización matemática como metodología de enseñanza, contribuirá al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales del estudiante de Ingeniería de la Universidad Nacional del Callao..."</i></p>	<p>VARIABLES</p> <p>Identificación de las Variables.</p> <p>Para plantear hipótesis en la presente investigación se requiere obtener datos de los dominios de las siguientes variables:</p> <p>Variables Cualitativas (A)</p> <p>A1 = Procedimientos Seguidos A2 = Técnicas Empleadas enseñanza-aprendizaje A3 = Procesos Técnicos de enseñanza-aprendizaje</p> <p>Definición operacional de variable:</p> <p>La modelización matemática como metodología de enseñanza.</p> <p>Indicador:</p> <p>El aprendizaje de ecuaciones diferenciales</p>	<p>CARÁCTER</p> <p>La investigación de corte cualitativo</p> <p>METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN</p> <p>En el desarrollo de la investigación se siguieron las siguientes etapas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Caracterización del Ambiente de Aprendizaje. -Diseño de la propuesta pedagógica y diseño del experimento -Validación y aplicación de la propuesta pedagógica.

10.2 ANEXO N° 1

Laboratorio de Física I

Prof. Lic. Cesar Cabrera Arista.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO: MRU Y MRUV

OBJETIVOS

- Describir el movimiento rectilíneo de un cuerpo.
- Hallar las ecuaciones que rigen el movimiento rectilíneo uniformemente variado.
- Determinar experimentalmente la aceleración y rapidez de un cuerpo con movimiento rectilíneo uniforme y uniformemente variado.

MATERIALES

- Carrito de metal
- Xplorer GLX
- Foto-puerta y accesorios
- Adaptador digital
- Memoria USB.
- Carrito y lamina obturadora
- Data Studio
- Calculadora científica
- Plano inclinado

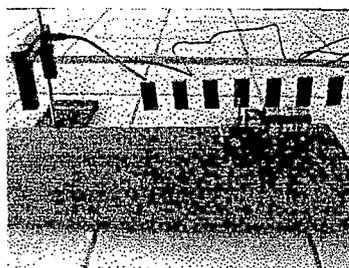


Figura N° 1

MODELO TEORICO

Para describir cuantitativamente el movimiento rectilíneo de una partícula usamos los conceptos de desplazamiento "x", velocidad "v" y aceleración "a" como cantidades físicas medibles y que están íntimamente relacionadas durante el proceso de movimiento. Para el caso del movimiento rectilíneo uniforme (MRU) de un cuerpo, la posición esta descrita por la ecuación:

$$x = x_0 + vt \quad (1)$$

Con una grafica lineal y una velocidad constante para cualquier instante del tiempo.

Para el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) de un cuerpo sobre un plano inclinado, que partiendo del reposo ($v_i = 0$) recorre una distancia "x" durante el intervalo de tiempo "t" es con una aceleración constante "a", la posición esta descrita por la ecuación:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (2)$$

Con una grafica parabólica que es cóncava hacia arriba. La velocidad esta descrita por la ecuación lineal:

$$v = v_0 + at \quad (3)$$

Con una grafica lineal y una aceleración constante para cualquier instante del tiempo. Por otro lado la relación entre la velocidad y la posición esta descrita por una ecuación cuadrática de la forma:

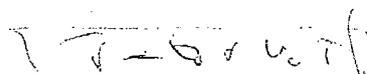
$$v^2 = v_0^2 + 2ax \quad (4)$$

ACTIVIDAD N° 01: Movimiento Rectilíneo Uniforme:

1. Realice el montaje experimental que se muestra en la Figura N° 1.
2. Coloque la foto-puerta a mitad del plano inclinado y a una altura tal que la regla obturadora pueda activarla cuando pase por esta.
3. Conecte el cable negro a la foto-puerta, luego conecte la terminal libre del cable a la entrada N° 2 del adaptador digital.
4. Encienda el Xplorer GLX y conecte a este, el adaptador digital al puerto N° 1 del Xplorer. Note que se activa automáticamente un conjunto de posibles sensores, del conjunto elija la foto-puerta y lámina obturadora.
5. En la ventana que se activa ingrese la constante 0.036m y luego presione la tecla casa. En la ventana siguiente presione fl, Note que se abre la grafica de posición vs el tiempo. Estamos listos para las mediciones.
6. Inicie la toma de datos, presionando el botón (\Rightarrow), luego impulse el carrito y note en la pantalla la grafica de los datos medidos por el Xplorer GLX.
7. Para detener la toma de datos presione otra vez el botón (\Rightarrow). Anote los valores de tiempo y de posición en la tabla N° 1.
8. Si la grafica del Xplorer GLX es de tipo potencial $x = kt^n$ escriba el posible valor de la potencia n. Luego calcule el valor y la unidad de la constante k. Anote el valor.

ACTIVIDAD N° 02: Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado:

1. Realice el montaje experimental que se muestra en la Figura N° 1, pero con un mayor ángulo de inclinación del plano.
2. Coloque la foto-puerta justo delante de la regla obturadora y una altura tal que esta pueda activar la foto-puerta cuando pase por esta.
3. Siga los pasos 3, 4 y 5 de la actividad n° 1.
4. Luego inicie la toma de datos, presionando el botón (\Rightarrow), luego suelte el carrito y note en la pantalla la grafica de los datos medidos por el Xplorer GLX.
5. Para detener la toma de datos presione otra vez el botón (\Rightarrow). Anote los valores de tiempo y de posición en la tabla N° 2.
6. Si la grafica del Xplorer GLX es de tipo potencial $x = kt^n$ escriba el posible valor de la potencia de n. Anote el valor.
7. En el Xplorer GLX, abra la grafica de velocidad vs tiempo. Anote los valores de tiempo y velocidad en la tabla N° 3.
8. Si la grafica del Xplorer GLX es de tipo potencial $v = v_0 + at^n$ escriba el posible valor de la potencia n. Siga el paso 8 de la actividad n° 1. Anote el valor.
9. Si $n \cong 1$, con el ajuste de curva por el método de minimos cuadrados halle el valor de a y v_0 . Anote el valor.

CUESTIONARIO

1. Con los datos de la tabla N° 1, realice la grafica de la posición x en el eje vertical y el tiempo t en el eje horizontal. ¿Qué tipo de movimiento representa esta grafica? Escriba su ecuación matemática.
2. Con el ajuste de curva por mínimos cuadrados halle el valor y la unidad de las constantes de la ecuación para la posición del móvil de la pregunta 1.
3. Con los datos de la tabla N° 2, realice la grafica de la posición x en el eje vertical y el tiempo t en el eje horizontal. ¿Qué tipo de movimiento representa esta grafica? Escriba su ecuación matemática.
4. Con el ajuste de curva por mínimos cuadrados halle el valor y la unidad de las constantes de la ecuación para la posición del móvil de la pregunta 3.
5. Con los datos de la tabla N° 3, realice la grafica de la velocidad v en el eje vertical y el tiempo t en el eje horizontal. ¿Qué tipo de movimiento representa esta grafica? Escriba su ecuación matemática.
6. Con el ajuste de curva por mínimos cuadrados halle el valor y la unidad de las constantes de la ecuación para la posición del móvil de la pregunta 5.
7. Con los resultados de la pregunta anterior escriba la ecuación (4) para el movimiento de la actividad N° 2. Realice una grafica de la velocidad en el eje vertical y la posición x en el eje horizontal.
8. Mencione 3 ejemplos de fenómenos observados en la naturaleza que tengan velocidad constante.
9. Mencione 3 ejemplos de movimiento con aceleración constante que se pueden observar en la naturaleza.
10. Busque información sobre la velocidad y la aceleración de una reacción química.



10.3 ANEXO N° 2

Laboratorio de Física I

Lic. César Cabrera Arista

TRAYECTORIA DEL PROYECTIL

OBJETIVOS

- Determinar experimentalmente la trayectoria del proyectil
- Medir indirectamente la velocidad del disparo

MATERIALES Y EQUIPOS

- Soporte universal con nuez
- Regla metálica de 1 m
- Rampa de madera
- Esfera de metal
- Papel carbón
- Calculadora científica
- Papel milimetrado

MODELO TEORICO

Consideremos que un proyectil es disparado con una rapidez " v_0 " y con un ángulo θ respecto a la horizontal. Considerando al movimiento ideal es decir despreciando el efecto de rozamiento debido al aire, el movimiento resultante es una combinación de dos tipos de movimientos independientes entre si: un movimiento uniforme en el eje horizontal y, un movimiento uniformemente variado en el eje vertical que depende directamente de la aceleración de la gravedad. Para este caso ideal la trayectoria del movimiento esta descrita siguiente ecuación:

$$y = \tan \theta x - \frac{g}{2 (v_0)^2 \cos^2 \theta} x^2$$

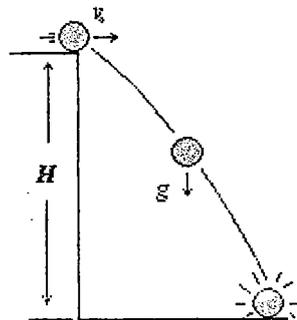


Figura N° 1

Ahora si el proyectil es disparado horizontalmente desde lo alto y del borde de un acantilado de altura H respecto a la parte mas baja. En este caso el ángulo de disparo será $\theta = 0$ (ver Figura N°1), entonces el movimiento tiene una trayectoria que depende únicamente de la aceleración de la gravedad y de la rapidez inicial del disparo, trayectoria que se puede describir por medio de la siguiente ecuación:

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2} x^2 \quad (1)$$

Donde "y" es medido desde lo alto del acantilado (que es nuestro nivel de referencia) hasta la parte mas baja, por lo que tiene signo negativo.

PROCEDIMIENTO

1. Monte el experimento según el esquema de la Figura N° 2.
2. Para los diferentes valores de la altura "y", suelte la esfera desde lo alto de la rampa y deje que choque con la tabla sujeta del soporte universal.
3. Seguidamente, mida las distancias "x" con la regla metálica y anote el valor en la tabla N° 1. Repita el paso 2 y 3 para obtener un promedio de "x".
4. Realice las mediciones hasta completar tabla N° 1.
5. Hacer un grafico en papel milimetrado de "y" en el eje vertical, "x" en el eje horizontal.

Tabla N° 1

Y(cm)	10	20	35	55	80	120
X _p (cm)						
t ₁ (s)						
t ₂ (s)						
t _p (s)						

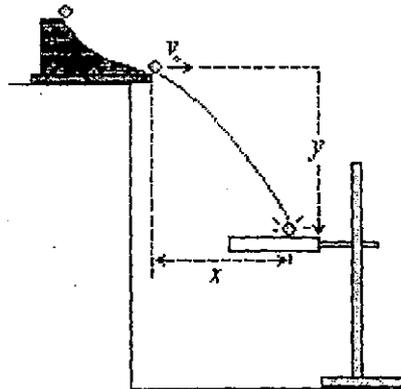


Figura N° 2

CUESTIONARIO

1. Use los datos de la tabla N° 1, para graficar en papel milimetrado $y = f(x)$. ¿Qué trayectoria describe el movimiento del proyectil?
2. Hacer un grafico en papel milimetrado con los valores de "y" en el vertical, de en el eje horizontal. Si es una recta determine el valor de: la pendiente promedio (m) y el valor de la intersección "b" con el eje vertical.
3. Realice un ajuste de minimos cuadrados a la recta del problema 2 y, halle el valor optimo de la pendiente m y del intercepto b. Compare estos valores con los del problema 2.
4. Use el valor óptimo de la pendiente para calcular la velocidad del disparo. Considere el valor efectivo de la gravedad en lima y callao: $g = 9.78 \text{ m/s}^2$
5. En un salto de longitud ¿tiene alguna importancia la altura que logra en el salto? ¿De que factores depende el alcance de este salto?
6. Si se considera la resistencia del aire ¿el máximo alcance se lograra para el ángulo de 45° ? Explique.
7. Mencione las posibles fuentes de error en sus mediciones.
8. Escriba sus conclusiones y recomendaciones.
9. Halle la ecuación $y = f(x)$ de la trayectoria de un proyectil que se dispara con Angulo " θ " respecto al eje horizontal.
10. Demuestre que el alcance del proyectil es el mismo para angulos complementarios.
11. Con los datos de la tabla N°1 grafique $x = x(t)$ y $y = y(t)$. Analice el tipo de graficas.

10.4 ANEXO N° 3

Laboratorio de Física I

Lic. César Cabrera Arista

DINÁMICA: SEGUNDA LEY DE NEWTON

OBJETIVOS

- Verificar la validez de las leyes del movimiento de Newton.
- Establecer la relación entre aceleración y fuerza resultante.

MATERIALES Y EQUIPOS

- Interface Xplorer GLX
- Foto-puerta y lamina obturadora
- Soportes universal con nuez y polea
- Carrito con hilo de 80cm
- Balanza de 0,1g de precisión
- Juego de 8 pesas de: 15g aproximadamente
- Hojas de papel milimetrado
- Calculadora científica

MODELO TEORICO

Conocer las causas que originan el movimiento de los cuerpos fue un problema muy complicado de resolver hasta finales del siglo XV. Después de la primera mitad del siglo XVI, Sir Isaac Newton establece tres principios fundamentales que permiten conocer las causas que originan el movimiento de los cuerpos; estos principios son conocidos como las leyes de Newton para el movimiento.

PRIMERA LEY DE NEWTON: También es conocida como la Ley de la Inercia, establece lo siguiente que: *Todo cuerpo permanece en reposo o en movimiento con velocidad constante cuando la fuerza neta sobre el cuerpo es cero.* Lo que en términos matemáticos se puede escribir como:

$$p = m\vec{v} = \text{es constante} \quad (1)$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON: La ley de la causa y efecto establece lo siguiente: *Cuando sobre un cuerpo se ejerce una fuerza neta, este acelera en la dirección de la fuerza. La magnitud de la aceleración es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza y es inversamente proporcional a la masa del cuerpo.* En términos matemáticos:

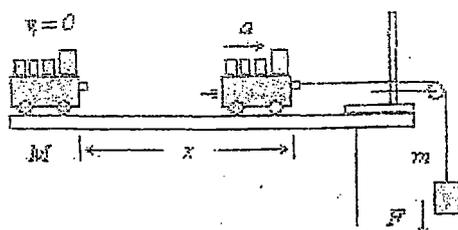
$$a = \frac{F_{\text{neto}}}{m} = \frac{\sum F_i}{m} \quad (2)$$

TERCERA LEY DE NEWTON: También conocida como la ley de la Acción y Reacción establece lo siguiente: *Cuando un cuerpo ejerce una fuerza \vec{F}_1 sobre otro cuerpo, el segundo cuerpo también ejerce una fuerza \vec{F}_2 sobre el primer cuerpo. Esta segunda fuerza es de igual magnitud a la primera fuerza y de dirección opuesta.* En términos matemáticos:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \quad (3)$$

PROCEDIMIENTO

Considere el caso ideal de un carrito de masa inicial "M" que partiendo del reposo se mueve con una aceleración "a", debido a la fuerza que ejerce el peso "mg" de un cuerpo que unido al carrito por medio de un hilo, tal como se ilustra en la figura N° 1.



En este caso se puede demostrar que la aceleración del sistema carrito-pesa resulta ser descrita por medio de la ecuación:

$$a = \frac{mg}{M + m} \quad (4)$$

Figura N° 1

ACTIVIDAD N° 1: Aceleración vs Fuerza (masa del sistema constante)

1. Mida la masa del carrito y de las pesas. Anote el valor en la tabla 1.
2. Arme el experimento de acuerdo a la Figura N° 1. Cuelgue del hilo la pesa de 30g, y Coloque las demás sobre el carrito.
3. Encienda el Xplorer GLX, conecte el adaptador digital y la foto-puerta a este.
4. Ingrese la constante de la lámina obturadora y después active la grafica de velocidad vs tiempo en la pantalla del Xplorer GLX.
5. Para la toma de datos active la tecla Play (▷) del Xplorer y después suelte el carrito con la lamina obturadora justo antes de la foto-puerta:
6. Detenga la toma de datos presionando la misma tecla play (▷), luego presione la tecla de herramientas del Xplorer y determine la aceleración con el ajuste lineal y anote el valor en la tabla N° 1.
7. Cambie de lugar la pesa de 30g por la de 40g y repetir los pasos 5 y 6 con la nueva fuerza que mueve al sistema carrito-pesa.
8. Repetir el paso 7 hasta completar la tabla 1. Guarde sus datos y después apague el Xplorer.
9. Después realice un gráfico de aceleración en el eje Y, fuerza en el eje X y escriba en la grafica la relación entre las dos cantidades.

Actividad N° 2: Aceleración Vs Masa (Fuerza Constante)

1. Use el montaje de la figura N° 1. Luego cuelgue del hilo la pesa de 80g y sobre el carrito ninguna pesa.
2. Encienda el Xplorer GLX, conecte el adaptador digital y la foto-puerta a este.
3. Ingrese la constante de la lámina obturadora y después active la grafica de velocidad vs tiempo en la pantalla del Xplorer GLX.
4. Para la toma de datos active la tecla Play (▷) del Xplorer y después suelte el carrito con la lamina obturadora justo antes de la foto-puerta.
5. Detenga la toma de datos presionando la misma tecla play (▷), luego presione la tecla de herramientas del Xplorer y determine la aceleración con el ajuste lineal y anote el valor en la tabla N° 2.

6. Coloque la pesa de $m = 70g$ en el carrito, luego repita los pasos 4 y 5 con la nueva masa $M_s = M_{carro} + m + 80g$ del sistema carrito-pesa.
7. Repetir el paso 6 agregando las otras pesas en orden descendente hasta completar la tabla 2. Guarde sus datos y después apague el Xplorer.
8. Después realice un grafico de aceleración en el eje Y, la masa del sistema en el eje X y escriba en la grafica la relación entre las dos cantidades.

$M = 134.6 + c \quad 120 + c \quad 107.2 + c$
Tabla N° 1

	92.6	77.6	61.2	45.6	29.9			
m(g)	45,6	60,3	73	87.7	102.6	119.2	134.8	150.5
a(m/s ²)	0.597	0.979	1.216	1.592	1.923	2.308	2.680	3.058
F(N)	0.449	0.591	0.715	0.859	1.005	1.168	1.315	1.474

Masa del carrito = 231,2 g

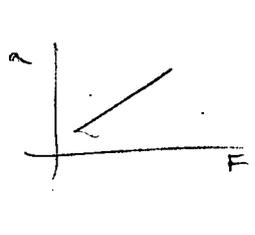
249 g

13.3FC
167.1
3.82
1.6375

CUESTIONARIO

1. Use los datos de la tabla N° 1 para hacer un grafico Fuerza vs Aceleración en papel milimetrado. La fuerza en el eje vertical, la aceleración en el eje horizontal
2. ¿Qué tipo de grafica resulta en la pregunta 1? ¿Cómo explica esta relación entre la fuerza y la Aceleración?
3. Haga un ajuste de mínimos cuadrados a la grafica de la pregunta 1, y calcule el valor óptimo de la pendiente y el punto de intercepción con el eje vertical.
4. ¿Qué unidades tiene la pendiente y el intercepto? Explique razonablemente el significado físico de cada una de estas cantidades.
5. Use los datos de la tabla N° 1, para hacer un grafico con la aceleración en el eje vertical y la masa "m" en el eje horizontal.
6. Haga un ajuste de mínimos cuadrados a la grafica de la pregunta 5, para calcular el valor óptimo de la pendiente y para calcular el punto de intercepción con el eje vertical.
7. Con el valor óptimo de la pendiente de la pregunta 6, calcular el valor de la constante de gravedad en el callao. Considere el hecho de que para todos los datos tomados la cantidad $M + m = \text{constante}$ y es conocida.
8. Calcular la diferencia porcentual de la gravedad medida experimentalmente con el valor que existe en la literatura
9. Use los datos de la tabla N° 2 para hacer un grafico con la aceleración en el eje Y, la masa del sistema en el eje X, ¿Cuál es su conclusión al respecto?
10. ¿tiene validez la tercera ley de Newton en la actividad N° 1 y 2? Explique.
11. Escriba sus conclusiones y recomendaciones.

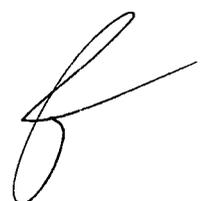
pendiente = $\frac{m}{M+m}$
intercepto



$$a = p \cdot F + b$$

$$F = \frac{1}{p} a + \frac{b}{p}$$

$$m = \frac{1}{p}$$



10.5 ANEXO N° 4

TRABAJO Y ENERGIA

OBJETIVOS

- Medir el trabajo realizado por una fuerza neta.
- Medir la energía cinética de un cuerpo en movimiento.
- Verificar el teorema del trabajo y la energía cinética.

MATERIALES

- Interface Explorer GLX.
- Foto-puerta y adaptador digital.
- Lamina obturadora.
- Soporte universal con pinza y nuez.
- Balanza de 500g a 1000g.
- Carrito de madera.
- Calculadora científica.
- Carril de madera de 100cm de largo.
- Regla metálica de 1m.
- Bloque de madera

MODELO TEÓRICO

El teorema del trabajo y la energía cinética establece la relación entre el trabajo realizado por la fuerza neta y el cambio de la energía cinética que experimenta un móvil debido al trabajo neto de la fuerza, esta relación se escribe como:

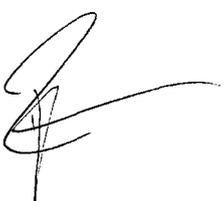
$$W_{\text{neto}} = \frac{1}{2}m(v_f)^2 - \frac{1}{2}m(v_i)^2 \quad \dots\dots (1)$$

Para un cuerpo inicialmente en reposo y sobre el que se ejerce una fuerza neta $F = ma$ para recorrer una distancia d , el trabajo neto es igual a:

$$W_{\text{neto}} = Fd = mad \quad \dots\dots (2)$$

Como el móvil esta inicialmente en reposo la energía cinética inicial es nula o cero, por tanto el trabajo efectuado por la fuerza neta es igual a la energía cinética que tiene o adquiere el cuerpo al recorrer la distancia d , entonces se cumple:

$$E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2}m(v_f)^2 \quad \dots\dots (3)$$



ACTIVIDAD N° 1

1. Fije la lámina obturadora sobre el carrito de madera, luego mida la masa total del carrito.
2. Realice el montaje experimental de la figura 1, inclinando el carril unos 10cm de altura por un lado, usando el bloque de madera.
3. Encienda el Xplorer GLX, luego conecte la foto-puerta al Xplorer e ingrese el valor 0.036m de la constante de la lámina obturadora.
4. Active la gráfica de velocidad vs tiempo en la pantalla del Xplorer. Ya estamos listos para iniciar las mediciones.
5. Fije la foto-puerta a una distancia $d = 20\text{cm}$ del carrito de madera, active la tecla play del Xplorer y suelte el carrito. El Xplorer determinará su velocidad y aceleración al pasar por la foto-puerta.
6. Active la ventana herramientas, luego en la nueva ventana active el campo estadísticas y el Xplorer le mostrara la velocidad media del carrito al pasar por la foto-puerta. Anote este valor en la tabla N° 1.
7. Vuelva activar la ventana herramientas, luego active el campo ajuste lineal, para determinar la pendiente de la recta, la que resulta ser la aceleración del carrito en este punto. Anote el valor en la tabla N° 1.
8. Repita del paso 5 al paso 7, para los otros valores de la distancia d que se indican en la tabla N° 1.
9. Con las formulas (2) y (3) complete la tabla N° 1.

ACTIVIDAD N° 2

1. Repita la actividad N° 1, pero dándole mayor inclinación al carril, esto es una altura aproximada de 25cm a uno de los lados. Ver figura N° 1.
2. Repita las mediciones de la actividad N° 1, hasta completar la tabla N° 2.

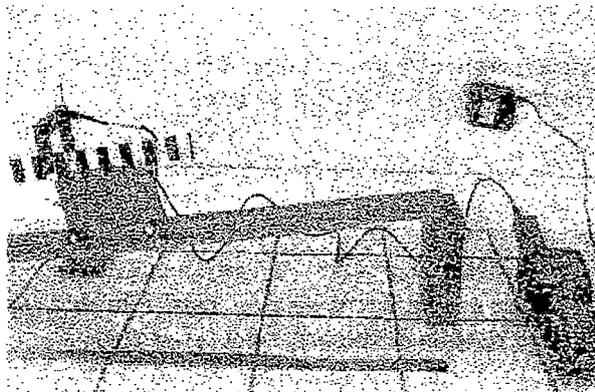


Figura N° 1

REPORTE DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

Masa del carrito:kg

Tabla N° 1

$d(\text{cm})$	20	30	40	50	60	70
$v \text{ (m/s)}$						
$a \text{ (m/s/s)}$						
$W_{\text{neto}}(\text{J})$						
$E_{\text{cinet}}(\text{J})$						

Masa del carrito:kg

Tabla N° 2

$d(\text{cm})$	20	30	40	50	60	70
$v \text{ (m/s)}$						
$a \text{ (m/s/s)}$						
$W_{\text{neto}}(\text{J})$						
$E_{\text{cinet}}(\text{J})$						

Defina: $h = d \text{ sen } \alpha = d \left(\frac{h}{l} \right)$ y calcule el cambio de energía potencial $\Delta U = -mgh$ para cada distancia recorrida por el carrito y complete la tabla N° 3.

Tabla N° 3

$d(\text{cm})$	20	30	40	50	60	70
$\Delta U(\text{J})$						

CUESTIONARIO

- 1.- Use las ecuaciones (2) y (3) y los datos de la tabla N°1 para calcular el trabajo neto y la energía cinética del carrito, luego determine el cociente entre las dos cantidades y anote los resultados en una tabla.
- 2.- ¿Se cumple el teorema del trabajo y la energía cinética para el movimiento del carrito de la primera actividad? Explique por qué.
- 3.- Repita la pregunta N°1 y 2 para los datos de la tabla N° 2.
- 4.- Demuestre el teorema del trabajo y la energía cinética para el movimiento del carrito de la actividad 1 y 2.
- 5.- ¿Cuántas formas de energía mecánica existen o conoce usted?
- 6.- Calcule la suma de la energía cinética y de la energía potencial ΔU que experimenta el carrito para cada valor de la distancia d. Anote los valores en una tabla.
- 7.- ¿Cuál es su conclusión con respecto de los valores que se ha obtenido en la pregunta anterior? Explique.
- 8.- Suponga que la fricción del aire interviene con una fuerza $\vec{F} = -bv$, en la que b es una constante, la fuerza se da en N y la rapidez en m/s. Entonces formule la ecuación de movimiento y resuelva la ecuación determinando la velocidad en función del tiempo.
- 9.- demuestre el teorema del trabajo de la fuerza de fricción y la energía mecánica.
- 10.- Escriba sus conclusiones y recomendaciones.



10.6 ANEXO N° 5

FRICCIÓN EN SÓLIDOS

OBJETIVOS

- Determinar el coeficiente de fricción estático
- Determinar el coeficiente de fricción cinético
- Establecer cuantitativamente el efecto de la fricción en el movimiento.

MATERIALES

- Un bloque de madera
- Pesas de diferentes masas
- Balanza de precisión
- Dinamómetro
- Pabilo
- Hoja de papel milimetrado
- Calculadora científica

MODELO TEORICO

Cuando un cuerpo se desplaza sobre una superficie real, el cuerpo experimenta una pérdida de movimiento debido a la fricción que existe entre la superficie y el bloque. Los experimentos demuestran que la magnitud de la fuerza de fricción "f" que experimenta el cuerpo es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza de reacción normal "N" de la superficie sobre el cuerpo. En términos matemáticos:

$$\vec{f} = -\mu N \vec{v} \quad (1)$$

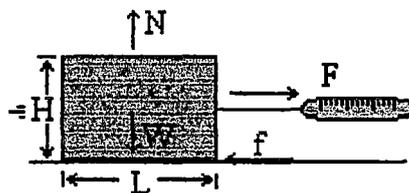


Figura N° 1

Aquí μ es el coeficiente de fricción y es un número que se expresa sin unidades. El vector unitario \vec{v} define la dirección del movimiento y el signo menos indica que la fuerza de fricción se opone al movimiento real del cuerpo. En general existen dos clases de coeficiente de fricción: Coeficiente cinético de Fricción μ_k que multiplicado con la reacción normal define la fuerza necesaria para mantener el movimiento uniforme del

cuerpo. Coeficiente estático de Fricción μ_s que multiplicado con la reacción normal define la fuerza necesaria para inicial el movimiento del cuerpo. Todos los experimentos demuestran que $\mu_s > \mu_k$.

Consideremos el caso de la Figura N° 1, donde el bloque de peso W es jalado horizontalmente por medio de un dinamómetro que nos permite medir directamente la fuerza de tensión T . La tensión T es la que pone en movimiento al bloque. Al aplicar formalmente las leyes de Newton al movimiento uniforme de este bloque, se puede demostrar que la relación entre la tensión T y el peso W del bloque está dada por la siguiente ecuación:

$$T = \mu W = \mu mg \quad (2)$$

PROCEDIMIENTO

Medición del Coeficiente Estático de Fricción.

1. Mida la masa del bloque y la masa de las diferentes pesas, Usando la ecuación $W = mg$, calcule el peso del sistema y anote los valores en la tabla N° 1.
2. Empezando solamente con el bloque, monte el experimento de la Figura N° 1.
3. Jale suavemente del dinamómetro hasta que el bloque se ponga en movimiento y en ese instante tome lectura de la fuerza F_s que inicia el movimiento. Anote el valor en la tabla N° 1.
4. Después coloque una pesa sobre el bloque, anote la masa total del sistema bloque-pesa en la tabla N° 1. Seguidamente inicie el paso 3.
5. Repita el paso 4, hasta completar los datos en la tabla N° 1.

Medición del coeficiente cinético de Fricción

1. Empezando solamente con el bloque, monte el experimento de la figura N° 1.
2. Jale el dinamómetro hasta que el bloque tenga un movimiento uniforme, es decir, que se mueva aproximadamente con velocidad constante.
3. En ese instante su compañero debe tomar lectura del dinamómetro y anotar el valor en la tabla N° 1 la magnitud de la fuerza F_c que mantiene el movimiento del bloque.
4. Coloque una pesa sobre el bloque e inicie los pasos 2 y 3. Hacer esto hasta completar la Tabla N° 1.

Tabla N° 1

$m(\text{kg})$					
$F_s(\text{N})$					
$F_c(\text{N})$					

$H(\text{cm}) = \dots\dots\dots$ $L(\text{cm}) = \dots\dots\dots$

CUESTIONARIO

1. Use los datos de la tabla N° 1, para hacer un grafico en papel milimetrado con: la fuerza F_s en el eje vertical y el peso W en el eje horizontal.
2. Hacer un ajuste de mínimos cuadrados a la curva $F = aW + b$ de la pregunta 1. Determine el valor de las constantes a y b .
3. ¿Qué relación tiene la constante a con el coeficiente de fricción estático? Halle el valor de μ_s .
4. Use los datos de la tabla N° 1, para hacer un grafico en papel milimetrado con: la fuerza F_c en el eje vertical y el peso W en el eje horizontal.
5. Hacer un ajuste de mínimos cuadrados a la curva $F = cW + d$ de la pregunta 5. Determine el valor de las constantes c y d .
6. ¿Qué relación tiene la constante c con el coeficiente de fricción cinético? Halle el valor de μ_k .
7. Compare el valor de μ_s con el valor de μ_k . ¿Hay coherencia en sus resultados?
8. Busque una Explicación del fenómeno de fricción desde el punto de vista microscópico.
9. Escriba las fuentes de error en el experimento.
10. Escriba sus conclusiones.

10.7 ANEXO N° 6

Laboratorio de Física II

Lic. Cesar Chabre Ar Cabr

OSCILACIONES DEL PÉNDULO SIMPLE

OBJETIVOS:

- Reconocer y estudiar las características del movimiento armónico simple de un péndulo simple.
- Establecer y medir las cantidades físicas en el movimiento armónico simple del péndulo simple.
- Determinar las leyes físicas que rigen las oscilaciones del péndulo simple.

MATERIALES

- Xplorer GLX y su cargador
- Foto-puerta y accesorios
- Adaptador digital
- Balanza de precisión 0,1g
- Calibrador de Vernier
- Cuerpo cilíndrico puntual
- Huachas o arandelas
- Soporte universal
- Una pinza y dos nuez
- 120cm de Pabilo
- Calculadora científica
- 03 hojas papel milimetrado

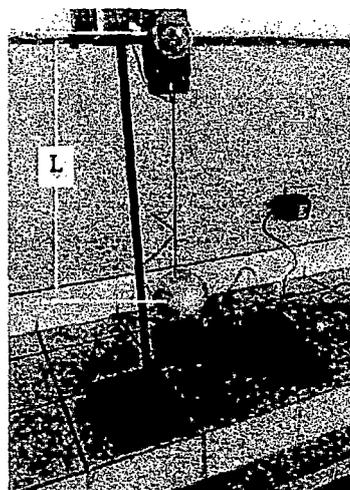


Figura 1

MODELO TEORICO

La ecuación diferencial del movimiento armónico simple de un péndulo simple, que vibra con amplitud de pequeño valor respecto a la vertical es:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{g}{L}s = 0 \quad \dots (1)$$

Donde: el arco barrido es $S = L\theta$, L es la longitud del péndulo respecto del punto O y M la masa del péndulo simple. Además la frecuencia angular y la frecuencia de las oscilaciones son:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \dots (2)$$

Y el periodo T de las oscilaciones es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \dots (3)$$

En esta ecuación: $g = 9,8\text{m/s}^2$ es la aceleración de la gravedad y T es el periodo de las oscilaciones, obtenida con el Xplorer y la foto-puerta. Por tanto, la longitud L y el periodo se relacionan por:

$$L = \frac{g}{4\pi^2} T^2 \quad \dots (4)$$

ACTIVIDAD N° 1: Longitud versus Periodo.

- 1) Anote en la tabla 1, la masa y el diámetro D de la pesa puntual cilíndrica.
- 2) Conecte el cargador al enchufe de 220V y conecte su extremo libre al Xplorer, espere a que termine de cargar automáticamente.
- 3) A continuación conecte la foto-puerta al puerto del Xplorer y observe la pantalla. Active el campo que corresponde a péndulo y periodo. Luego ingrese en metros, el diámetro del cilindro. Presione la tecla "chek" y la tecla casa.
- 4) Luego presione la tecla f1 y la pantalla del Xplorer le mostrará el periodo T en el eje vertical y el tiempo t en el horizontal. Esta listo para iniciar las mediciones experimentales.
- 5) Con la pesa cilíndrica, forme un péndulo simple de 10cm de longitud, tal como se muestra en la figura 2.
- 6) Aleje el péndulo, 5° grados de la vertical y suéltelo. Active la tecla play del Xplorer y después de 3 o 4 oscilaciones, presione la tecla play otra vez.
- 7) Tome lectura del periodo para esta longitud del péndulo y anote en la tabla 1.
- 8) Repita los pasos 5, 6 y 7, con otras longitudes del péndulo y complete la tabla 1
- 9) En papel milimetrado grafique L en función del periodo T

Tabla N° 1

L(m) =					m(g) =
T(s)					
L(m)	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9

ACTIVIDAD N° 2: Periodo versus Masa.

- 1) Con una pesa cilíndrica, forme un péndulo simple de 60cm de longitud, como en la actividad 1. Anote la masa en la tabla 2.
- 2) Aleje el péndulo, 5° grados de la vertical y suéltelo. Active la tecla play del Xplorer y después de 3 o 4 oscilaciones, presione la tecla play otra vez.
- 3) Tome lectura del periodo para esta longitud del péndulo y anote en la tabla 2.
- 4) Agregándole una pesita (huacha) al péndulo, repita los pasos 1, 2 y 3 complete la tabla 2 con otras masas.
- 5) En papel milimetrado grafique el periodo T en función de la masa M

Tabla N° 2

T(s)					
M(g)					

ACTIVIDAD N° 3: Periodo versus Amplitud.

- 1) Con una pesa cilíndrica, forme un péndulo simple de 80cm de longitud, como en la actividad 1. Anote la masa en la tabla 3.
- 2) Aleje el péndulo, 5° grados de la vertical y suéltelo. Active la tecla play del Xplorer y después de 3 o 4 oscilaciones, presione la tecla play otra vez.
- 3) Tome lectura del periodo para esta longitud del péndulo y anote en la tabla 3.
- 4) Repita los pasos 1, 2 y 3 con las otras amplitudes que se indica en la tabla 3.
- 5) En papel milimetrado grafique el periodo T en función de la amplitud A

Tabla N° 2

T(s)					
Θ ₀ (grad)					

10.8 ANEXO N°7 SILLABUS DE FISICA I

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA QUÍMICA

SYLLABUS

I. INFORMACIÓN GENERAL

• ESCUELA PROFESIONAL	: INGENIERÍA QUÍMICA
• SEMESTRE ACADÉMICO	: 2013 - A
• ASIGNATURA	: FÍSICA I
• CÓDIGO	: FM104
• NÚMERO DE CRÉDITOS	: 4
• CICLO	: SEGUNDO
• HORAS DE CLASES SEMANALES	: 04 (T), 04 (P) y 08 (L)
• DURACIÓN	: 17 SEMANAS
• PRE-REQUISITO	: FM101
• PROFESOR RESPONSABLE	: LIC. RICHARD BELLIDO QUISPE

I. SUMILLA

Naturaleza de la Asignatura: Obligatorio, Teórico, Práctico y Experimental.

Síntesis del Contenido: Sistemas de medida. Vectores. Cinemática en una dimensión. Cinemática en dos y tres dimensiones. Leyes de Newton. Trabajo y energía cinética. Energía potencial y conservación de la energía mecánica. Cantidad de movimiento, impulso y choques. Dinámica Rotacional.

• OBJETIVOS

Generales: Estudiar las leyes físicas de la mecánica de Newton. Comprender y aplicar las leyes de conservación desde el punto de vista clásico. Verificar en forma experimental algunas leyes de la Mecánica Clásica.

Específicos: Al término del semestre el alumno conocerá y será capaz de utilizar el Sistema internacional de unidades y el sistema inglés de medidas. Determinar, medir las fuerzas que originan el movimiento de los cuerpos y establecer las ecuaciones de movimiento. Establecer las condiciones de equilibrio de una partícula y del cuerpo rígido. Aplicar las leyes de conservación y la teoría del choque en la medición y solución de problemas prácticos.

PROGRAMA DE CONTENIDO

Primera Semana: SISTEMAS DE MEDIDA

La Física. Magnitudes Físicas. Sistema de Unidades: Sistema Internacional SI. Sistema CGS. Sistema Inglés. Conversión de Unidades. Análisis Dimensional. Ejemplos

Segunda Semana: **VECTORES**

Vectores. Magnitudes Físicas Escalares y Vectoriales. Componentes de un Vector. Vectores Unitarios. Operaciones con Vectores: Suma, Resta y Multiplicación. Productos de Vectores: Producto Escalar y Producto Vectorial. Problemas

Tercera Semana: **CINEMÁTICA EN UNA DIMENSIÓN**

Partícula: Marco de Referencia, Posición, Desplazamiento y Tiempo. Velocidad Media. Velocidad Instantánea. Aceleración Media. Aceleración Instantánea. Condiciones Iniciales. Movimientos: Rectilíneo Uniforme, Uniformemente Variado. Gráficas: Posición, Velocidad y Aceleración versus Tiempo. Cuerpos en Caída Libre. Problemas

Cuarta Semana: **CINEMÁTICA EN DOS Y TRES DIMENSIONES**

Marco de Referencia. Vectores de Posición, Desplazamiento y Velocidad Media e Instantánea. Vectores Aceleración Media e Instantánea. Descomposición de Movimientos. Movimiento de proyectiles: Altura, Alcance Máximo, Tiempo de Vuelo y Ecuación de la Trayectoria de un proyectil. Problemas

Quinta Semana: **MOVIMIENTO CIRCULAR**

Movimiento Circular. Velocidad y Aceleración Angular Media e Instantánea. Aceleración Centrípetra. Movimientos: Circular Uniforme, Uniformemente Variado. Relación entre cantidades lineales y angulares. Problemas

PRÁCTICA CALIFICADA

Sexta Semana: **ESTÁTICA**

Estática. Primera Ley de Newton. Primera Condición de Equilibrio. Tercera Ley de Newton. Fuerzas de Fricción: Estática y Cinética. Diagrama de Cuerpo Libre. Problemas

Séptima Semana: **ESTÁTICA**

Centro de Masa. Torque o Momento de una Fuerza. Segunda Condición de Equilibrio. Problemas

Octava Semana: **EXAMEN PARCIAL**

Novena Semana: **DINÁMICA**

Fuerza. Segunda Ley de Newton. Masa. Peso. Dinámica del Movimiento Circular. Problemas

Décima Semana: **TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA**

Trabajo con Fuerza Constante. Teorema del Trabajo y Energía Cinética. Trabajo y Energía con Fuerza Variable. Ley de Hooke. Energía Potencial Elástica. Potencia. Problemas

Décima Primera Semana: **ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL Y ELÁSTICA**

Energía Potencial Gravitacional. Efecto de Otras Fuerzas. Energía Potencial Elástica. Trabajo Efectuado por un Resorte. Diagrama de Energía Potencial Elástica versus Posición. Principio de Conservación de la Energía Mecánica. Problemas

Décima Segunda Semana: **CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA**
Conservación de la Energía Mecánica: Solo Fuerzas Gravitacionales y Elástica. Fuerzas Conservativas y No Conservativas. Fuerza y Energía Potencial. Diagramas de Energía versus Posición. Fuerza y Energía Potencial en Tres Dimensiones. Problemas

Décima Tercera Semana: **DINAMICA DE UN SISTEMA DE PARTICULAS**
Cantidad de Movimiento e Impulso. Teorema del Impulso y la Cantidad de Movimiento. Conservación de la Cantidad de Movimiento. Choques. Tipos de Choques: Elásticos, Inelásticos y Completamente Inelásticos. Coeficiente de Restitución. Problemas
PRÁCTICA CALIFICADA

Décima Cuarta Semana: **MOMENTO DE INERCIA**
Momento de Inercia. Energía Cinética Rotacional. Momento de Inercia: Barra Uniforme, Cilindro Hueco y Esfera Uniforme. Teorema de los Ejes Paralelos. Problemas

Décima Quinta Semana: **DINÁMICA ROTACIONAL**
Torque y Momento de Inercia. Dinámica Rotacional. Trabajo y Potencia en Movimiento Rotacional. Cantidad de Movimiento Angular. Conservación de la Cantidad de Movimiento Angular. Problemas

Décima Sexta Semana: **EXAMEN FINAL**

Décima Séptima Semana: **EXAMEN SUSTITUTORIO**

PRÁCTICAS DE LABORATORIO

Experiencia N° 1. Mediciones

Experiencia N° 2. Tratamiento Gráfico de Datos

Experiencia N° 3. Manejo del Xplorer-GLX

Experiencia N° 4. Movimiento Rectilíneo

Experiencia N° 5. Caída Libre

Experiencia N° 6. proyectiles

Experiencia N° 7. Rozamiento

Experiencia N° 8. Dinámica

Experiencia N° 9. Teorema de Trabajo y Energía Cinética

Experiencia N° 10. Energía Potencial Elástica

Experiencia N° 11. Recuperación

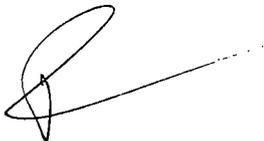
EXAMEN FINAL DE LABORATORIO

V. METODOLOGÍA

Exposiciones de clases magistrales, con medios audiovisuales dentro de la concepción moderna del proceso de enseñanza - aprendizaje por objetivos. Métodos: Clase magistral, Dinámica de Grupos y Método de Laboratorio.

VI. EQUIPOS Y MATERIALES

Pizarra, Tizas de Colores, Resúmenes de Clases, Guía de Laboratorio, Equipos y Materiales de Laboratorio.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA QUÍMICA

SYLLABUS

I. INFORMACIÓN GENERAL

• ESCUELA PROFESIONAL	: INGENIERÍA QUÍMICA
• SEMESTRE ACADÉMICO	: 2013 - B
• ASIGNATURA	: FÍSICA I
• CÓDIGO	: FM104
• NÚMERO DE CRÉDITOS	: 4
• CICLO	: SEGUNDO
• HORAS DE CLASES SEMANALES	: 04 (T), 04 (P) y 08 (L)
• DURACIÓN	: 17 SEMANAS
• PRE-REQUISITO	: FM101
• PROFESOR RESPONSABLE	: LIC. RICHARD BELLIDO QUISPE

II. SUMILLA

Naturaleza de la Asignatura: Obligatorio, Teórico, Práctico y Experimental.

Síntesis del Contenido: Sistemas de medida. Vectores. Cinemática en una dimensión. Cinemática en dos y tres dimensiones. Leyes de Newton. Trabajo y energía cinética. Energía potencial y conservación de la energía mecánica. Cantidad de movimiento, impulso y choques. Dinámica Rotacional.

III. OBJETIVOS

Generales: Estudiar las leyes físicas de la mecánica de Newton. Comprender y aplicar las leyes de conservación desde el punto de vista clásico. Verificar en forma experimental algunas leyes de la Mecánica Clásica.

Específicos: Al término del semestre el alumno conocerá y será capaz de utilizar el Sistema internacional de unidades y el sistema inglés de medidas. Determinar, medir las fuerzas que originan el movimiento de los cuerpos y establecer las ecuaciones de movimiento. Establecer las condiciones de equilibrio de una partícula y del cuerpo rígido. Aplicar las leyes de conservación y la teoría del choque en la medición y solución de problemas prácticos.

IV. PROGRAMA DE CONTENIDO

Primera Semana: SISTEMAS DE MEDIDA

La Física. Magnitudes Físicas. Sistema de Unidades: Sistema Internacional SI. Sistema CGS. Sistema Inglés. Conversión de Unidades. Análisis Dimensional. Ejemplos

Segunda Semana: VECTORES

Vectores. Magnitudes Físicas Escalares y Vectoriales. Componentes de un Vector. Vectores Unitarios. Operaciones con Vectores: Suma, Resta y Multiplicación. Productos de Vectores: Producto Escalar y Producto Vectorial. Problemas

Tercera Semana: CINEMÁTICA EN UNA DIMENSIÓN

Partícula: Marco de Referencia, Posición, Desplazamiento y Tiempo. Velocidad Media. Velocidad Instantánea. Aceleración Media. Aceleración Instantánea. Condiciones Iniciales. Movimientos: Rectilíneo Uniforme, Uniformemente Variado. Gráficas: Posición, Velocidad y Aceleración versus Tiempo. Cuerpos en Caída Libre. Problemas

Cuarta Semana: CINEMÁTICA EN DOS Y TRES DIMENSIONES

Marco de Referencia. Vectores de Posición, Desplazamiento y Velocidad Media e Instantánea. Vectores Aceleración Media e Instantánea. Descomposición de Movimientos. Movimiento de proyectiles: Altura, Alcance Máximo, Tiempo de Vuelo y Ecuación de la Trayectoria de un proyectil. Problemas

Quinta Semana: MOVIMIENTO CIRCULAR

Movimiento Circular. Velocidad y Aceleración Angular Media e Instantánea. Aceleración Centrípeta. Movimientos: Circular Uniforme, Uniformemente Variado. Relación entre cantidades lineales y angulares. Problemas

PRÁCTICA CALIFICADA

Sexta Semana: ESTÁTICA

Estática. Primera Ley de Newton. Primera Condición de Equilibrio. Tercera Ley de Newton. Fuerzas de Fricción: Estática y Cinética. Diagrama de Cuerpo Libre. Problemas

Séptima Semana: ESTÁTICA

Torque o Momento de una Fuerza. Segunda Condición de Equilibrio. Centro de Masa. Problemas

Octava Semana: EXAMEN PARCIAL

Novena Semana: DINÁMICA

Fuerza. Segunda Ley de Newton. Masa. Peso. Dinámica del Movimiento Circular. Problemas

Décima Semana: TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA

Trabajo con Fuerza Constante. Teorema del Trabajo y Energía Cinética. Trabajo y Energía con Fuerza Variable. Ley de Hooke. Energía Potencial Elástica. Potencia. Problemas

Décima Primera Semana: ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL Y ELÁSTICA

Energía Potencial Gravitacional. Efecto de Otras Fuerzas. Energía Potencial Elástica. Trabajo Efectuado por un Resorte. Diagrama de Energía Potencial Elástica versus Posición. Principio de Conservación de la Energía Mecánica. Problemas

Décima Segunda Semana: **CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA**
Conservación de la Energía Mecánica: Solo Fuerzas Gravitacionales y Elástica. Fuerzas Conservativas y No Conservativas. Fuerza y Energía Potencial. Diagramas de Energía versus Posición. Fuerza y Energía Potencial en Tres Dimensiones. Problemas

Décima Tercera Semana: **DINÁMICA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS**
Cantidad de Movimiento e Impulso. Teorema del Impulso y la Cantidad de Movimiento. Conservación de la Cantidad de Movimiento. Choques. Tipos de Choques: Elásticos, Inelásticos y Completamente Inelásticos. Coeficiente de Restitución. Problemas
PRÁCTICA CALIFICADA

Décima Cuarta Semana: **MOMENTO DE INERCIA**
Energía Cinética Rotacional. Momento de Inercia. Momento de Inercia: Barra Uniforme, Cilindro Hueco y Esfera Uniforme. Teorema de los Ejes Paralelos. Problemas

Décima Quinta Semana: **DINÁMICA ROTACIONAL**
Torque y Momento de Inercia. Dinámica Rotacional. Trabajo y Potencia en Movimiento Rotacional. Cantidad de Movimiento Angular. Conservación de la Cantidad de Movimiento Angular. Problemas

Décima Sexta Semana: **EXAMEN FINAL**

Décima Séptima Semana: **EXAMEN SUSTITUTORIO**

PRÁCTICAS DE LABORATORIO

Experiencia N° 1. Mediciones

Experiencia N° 2. Tratamiento Gráfico de Datos

Experiencia N° 3. Manejo del Xplorer-GLX

Experiencia N° 4. Movimiento Rectilíneo

Experiencia N° 5. Caída Libre

Experiencia N° 6. proyectiles

Experiencia N° 7. Rozamiento

Experiencia N° 8. Dinámica

Experiencia N° 9. Teorema de Trabajo y Energía Cinética

Experiencia N° 10. Energía Potencial Elástica

Experiencia N° 11. Recuperación

EXAMEN FINAL DE LABORATORIO

V. METODOLOGÍA

Exposiciones de clases magistrales, con medios audiovisuales dentro de la concepción moderna del proceso de enseñanza - aprendizaje por objetivos. Métodos: Clase magistral, Dinámica de Grupos y Método de Laboratorio.

VI. EQUIPOS Y MATERIALES

Pizarra, Tizas de Colores, Resúmenes de Clases, Guía de Laboratorio, Equipos y Materiales de Laboratorio.

VII. EVALUACIÓN

- Se tomará dos Exámenes de Teoría (Examen Parcial y Examen Final) un Examen Sustitutorio (todo el curso) que reemplazará al Examen de Teoría de más baja calificación o al no rendido.
- Se tiene en cuenta el Promedio de Prácticas Calificadas.
- Se tiene en cuenta el Promedio de Laboratorio.
- La Nota Final NF se obtiene mediante la ponderación siguiente:

$$NF = \frac{EP + EF + PP + PL}{4}$$

donde:

EP : Examen Parcial

EF : Examen Final

PP : Promedio de Prácticas Calificadas

PL : Promedio de Laboratorio

VIII. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Sears, Zemansky, Young, Freedman "Física Universitaria" Vol. 1. Undécima Edición, Pearson Educación, México 2004

COMPLEMENTARIA

- D. Halliday, R. Resnick "Fundamentos de Física" Vol. 1. Octava Edición. Grupo Editorial Patria, México, 2009
- Paul A. Tipler, Gene Mosca. "Física" Para la Ciencia y la Tecnología. Vol. 1. Quinta Edición. Ed. Reverte, España 2005
- P. Hewitt "Física Conceptual" Novena Edición, Pearson Educación, México 2004
- Serway "Física" Vol. I. Ed. Harla. 1996
- M. Alonso, E. Finn "Física" Vol. 1. Ed. Addison Wesley, USA 1986
- J. P. Mc. Kelvev, H. Grotch "Física para Ciencias e Ingeniería" Vol. 1. Ed. Harla, México 1981



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
Facultad de Ingeniería Química
Escuela Profesional de Ingeniería Química

SILABO

I. INFORMACIÓN GENERAL

1.1	Asignatura	: Física I
1.2	Código	: BFMO9
1.3	Semestre Académico	: 2014 A
1.4	Ciclo Académico	: II.
1.5	Créditos	: 04.
1.6	Horas Semanales	: T 02h, P 03h, L 02h.
1.7	Condición	: Obligatorio.
1.8	Requisito	: Matemática Básica (BFM02).
1.9	Profesor	: Lic. Wimpper Daniel Montero Arteaga.

II. SUMILLA

Sistema de unidades. Cinemática: velocidad, aceleración, movimiento del proyectil. Dinámica: fuerzas, leyes de Newton. Trabajo y energía, Ley de conservación de la energía. Colisiones. Estática: leyes del equilibrio, elasticidad. Dinámica de rotación: momento angular, leyes de Kepler.

III. OBJETIVO

3.1. General.

Lograr que el estudiante adquiera el marco conceptual de los principios fundamentales de la mecánica de Newton para un sistema de partículas y cuerpo rígido, con aplicación práctica en ingeniería.

3.2. Específicos.

- 3.2.1. Aprende los elementos básicos del análisis vectorial en un Sistema de Coordenadas Cartesiano aplicado a la mecánica.
- 3.2.2. Utiliza Magnitudes escalares y vectoriales. Sistema de coordenadas y vectores unitarios, suma y diferencia de vectores. Métodos gráfico y analítico. Producto escalar y vectorial.
- 3.2.3. Comprende y aplica a casos concretos la primera y tercera Ley de Newton.
- 3.2.4. Formula las ecuaciones del movimiento de una partícula, identificando el tipo de movimiento.
- 3.2.5. Comprende y aplica la segunda ley de Newton para una partícula y para un sistema de partículas.
- 3.2.6. Comprende los conceptos de trabajo, energía y el principio de conservación y lo aplica a casos concretos.
- 3.2.7. Plantea y resuelve problemas usando las leyes físicas.

3.3. Eje Transversal.

Puntualidad, compromiso con la facultad, respeto mutuo, identificación con la Región Callao.



IV. CONTENIDOS.

Semana I. SISTEMA DE UNIDADES.

Magnitudes físicas. Sistema de unidades: Sistema Internacional, sistema inglés, sistema técnico. Ecuaciones Dimensionales. Problemas.
Laboratorio: "Introducción al Laboratorio de Física"

Semana II. CINEMÁTICA.

Concepto. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU): Posición, desplazamiento, velocidad. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV): Aceleración. Problemas.
Laboratorio N° 1 "Error en la medición"

Semana III. CINEMÁTICA.

Movimiento vertical: ecuaciones. Movimiento del proyectil: Ecuaciones, alcance, altura máxima, trayectoria.
Laboratorio N° 2 "Análisis Gráfico de Datos".
Visita a los humedales de La Punta, Callao.

Semana IV. CINEMÁTICA.

Movimiento circular Uniforme: periodo, frecuencia angular, velocidad tangencial, aceleración centrípeta. MCUV: aceleración angular, aceleración tangencial. Problemas.
Laboratorio N° 3 "Uso y Manejo del Xplorer GLX".
PRÁCTICA CALIFICADA N° 1.

Semana V. FUERZA.

Concepto. Clases de Fuerza: Unidades. Fuerzas concurrentes y no concurrentes. Concepto de Peso. Fuerza de Fricción: coeficiente de fricción. Centro de Fuerzas paralelas: Teorema de Varignon. Momento de una Fuerza: Torque resultante: Problemas.
Laboratorio N° 4 "Movimiento Rectilíneo".

Semana VI. DINÁMICA LINEAL.

Concepto. Leyes de Newton: Primera Ley: Inercia y cantidad de movimiento lineal; Segunda Ley: Fuerza y aceleración; Tercera Ley: Acción y Reacción; Aplicaciones. Fricción en fluidos: velocidad límite. Problemas.
Laboratorio N° 5 "Movimiento del proyectil".

Semana VII. ESTÁTICA.

Concepto. Centro de masa: de partículas, de cuerpos rígidos. Equilibrio: Estable e Inestable. Equilibrio de traslación: Aplicaciones. Equilibrio de rotación: Aplicaciones. Problemas.
Laboratorio N° 6 "Movimiento Vertical: Caída libre".

Semana VIII. PRIMER PARCIAL.

Semana IX. DINÁMICA CIRCULAR.

Dinámica del Movimiento Circular. Fuerza Centrípeta. Aplicaciones. Momento Angular de una Partícula: Momento de inercia; Unidades. Torque y Momento Angular. Problemas.



Laboratorio N° 7 "Coeficiente de Fricción"
Visita al Museo "Castillo Real Felipe".

Semana X. TRABAJO Y ENERGÍA

Definición de trabajo. Trabajo de una Fuerza Constante. Trabajo de una Fuerza variable. Trabajo neto. Trabajo y Energía cinética. Energía Potencial: Fuerzas conservativas. Trabajo y Energía Potencial: Aplicaciones. Problemas.

Laboratorio N° 8 "Movimiento Circular y Fuerza Centrípeta"

Semana XI. ENERGÍA MECÁNICA

Concepto. Conservación de la Energía Mecánica: Aplicaciones. Trabajo de una Fuerza no Conservativa. Teorema del Trabajo no Conservativo y la Energía Mecánica: Aplicaciones. Potencia: unidades. Problemas.

Laboratorio N° 9 "Trabajo y Energía Cinética"

Semana XII. SISTEMAS DE PARTÍCULAS

Cantidad de movimiento lineal de un sistema de partículas. Conservación de la cantidad de movimiento lineal. Velocidad del centro de masa. Energía cinética del centro de masa. Energía cinética relativa: masa reducida. Problemas.

Laboratorio N° 10 "Choque Inelástico"

PRÁCTICA CALIFICADA N° 2

Semana XIII. COLISIONES

Energía potencial y Energía total de un sistema de partículas. Concepto de Colisión. Choque Elástico: Aplicaciones. Choque Inelástico: Aplicaciones. Problemas.

Laboratorio N° 11 "Energía Cinética"

Semana XIV. DINAMICA DE ROTACION

Momento Angular del Cuerpo Rígido. Momento de Inercia: Teorema de Steiner. Primera ley de la Rotación: Conservación del momento angular.

Segunda Ley de la Rotación: Aplicaciones. Problemas.

Laboratorio N° 12 "Energía Potencial"

Semana XV. DINAMICA DE ROTACION

Energía del cuerpo Rígido: Energía Cinética de rotación. Energía Mecánica del cuerpo rígido. Trabajo no Conservativo y Energía Mecánica del Cuerpo Rígido. Aplicaciones. Problemas.

Laboratorio N° 13 "Recuperación de Laboratorio"

Semana XVI. PARCIAL FINAL

Semana XVII. Exámenes de Sustitución.

V. METODOLOGÍA

5.1. En cada caso y de acuerdo al tema a tratar se emplearán los métodos deductivos e inductivos, con solución de problemas cruciales como aquellos que se deriven de aplicaciones industriales.



5.2. Como procedimiento didáctico usaremos la dinámica la participación activa y colectiva para la solución de los problemas de repaso y control.

5.3. En las sesiones de teoría, además de la exposición del profesor, se emplearán técnicas como: estudio supervisado y discusión en grupos donde los alumnos aplicarán organizadores gráficos de conocimiento, con el objetivo de inducir el trabajo en equipo y desarrollar la gestión de auto aprendizaje.

5.4. Métodos: clase magistral, dinámica de grupos, de taller en cada caso.

5.5. Equipos y materiales. Pizarra, tiza, papelógrafos, proyector de multimedia. Medios informáticos: Internet, correo electrónico, páginas WEB, plataforma virtual: Chamilo.

VI. EVALUACIÓN.

6.1. Cada parcial tiene peso 0,23.

6.2. Cada práctica calificada tiene peso 0,17.

6.3. La nota promedio de laboratorio tiene peso 0,15.

6.4. Monografías de los humedales y Museo. Promedio monografías e intervenciones clase peso 0,05.

$$NF = (EP + EF) * 0,23 + (PP1 + PP2) * 0,17 + PL * 0,15 + MoIn * 0,05$$

VII. BIBLIOGRAFÍA

BÁSICA

- [1] P. A. TIPLER, G. MOSCA, "Física para la Ciencia y la Tecnología", Edición N° 6, Vol. 2, Editorial Reverte S. A. Barcelona, España. 2010.
- [2] R. SERWAY, "Física para ciencia e ingeniería", Vol. I. Edición N° 6. Editorial Thompson. México 2005.

COMPLEMENTARIA

- [3] F. SEARS, M. ZEMANSKY, H. YOUNG, R. FREEDMAN, "Física Universitaria", Edición N° 06, Editorial Pearson Educación, México. 2009.
- [4] F. J. BLATT, "Física", Editorial Prentice-Hall, INC. 1991.
- [5] P. G. HEWITH, "Física Conceptual", Editorial Addison Wesley, USA 1990.
- [6] R. FEYMAN, "Física", Vol. I. Editorial Addison Wesley, USA 1987.
- [7] M. ALONSO, E. FINN, "Física", Vol. I, Editorial Addison Wesley, Delaware U.S.A. 1986.
- [8] R. M. EISBERG, L. LERNER, Física, Vol. I, Editorial Mc Graw Hill, USA. 1984.
- [9] D. HALLIDAY, R. RESNICK, "Física I", Editorial Copyright, Mexico 1984.
- [10] J.P. MC KELVEY H. GROTCHE, "Física Para Ciencias e Ingeniería", Volumen I, Editorial Harla, México 1981.

Callao, marzo de 2014.

10.9 ANEXO N°8 SILLABUS DE FISICA II

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD INGENIERÍA QUÍMICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA QUÍMICA

SYLLABUS

1 INFORMACION ADMINISTRATIVA

1.1 Asignatura	Física II
1.2 Código	FM202
1.3 Semestre Académico	2013-A
1.4 Ciclo Académico	III
1.5 Créditos	4
1.6 Horas Semanales	Teoría 2h, Práctica 2h, Lab. 2h.
1.7 Duración	17 semanas.
1.8 Requisito	Física I
1.9 Profesor	Titular: Lic. César Cabrera A. Laboratorio: Lic. Richard Bellido

2 SUMILLA

2.1 Naturaleza de la asignatura: Teórica, Práctica y Experimental.
2.2 Síntesis: Elasticidad: fatiga y deformación. Oscilaciones: Movimiento Armónico Simple (MAS). Oscilaciones amortiguadas y forzadas. Hidrostática: presión y densidad, Principio de Pascal y Arquímedes, Tensión Superficial. Hidrodinámica y viscosidad: Ecuación de continuidad Ecuación de Bernoulli. Ley de Poiseville. Temperatura y Dilatación: Equilibrio Térmico. Escalas de Temperatura. Calor: Primera y segunda ley de la Termodinámica. Ondas en medios elásticos, ondas sonoras. Ecuación de onda: Efecto Doppler.

3 OBJETIVOS

A. Generales:

Estudiar y describir: los fenómenos de los cuerpos elásticos, la estática y dinámica de los fluidos, las leyes físicas que gobiernan los procesos termodinámicos, los fenómenos ondulatorios.

B. Específicos.

Al término del semestre académico el alumno será capaz de:

- emplear el cálculo infinitesimal y diferencial para estudiar las magnitudes que caracterizan las deformaciones elásticas que experimentan los cuerpos.
- predecir la dinámica de las oscilaciones elásticas.
- medir y comprobar las magnitudes que caracterizan las ondas en un medio físico elástico.
- establecer la ecuación de onda e interpretar sus soluciones.
- de aplicar las leyes de la termodinámica en la solución de problemas prácticos.

4 CONTENIDO DE LA ASIGNATURA

Semana 1. **HIDROSTÁTICA:** Concepto de Presión, Densidad, Presión atmosférica. Paradoja hidrostática. Ecuación de la Hidrostática. Presión Manométrica. Manómetros. Fuerza Hidrostática. Principio de Pascal. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [7]
Laboratorio N° 01: Introducción y Elaboración de informes

Semana 2. **TENSIÓN SUPERFICIAL:** Principio de Arquímedes. Coeficiente de Tensión Superficial. Efecto de Capilaridad. Presión en una Gota. Presión en una Burbuja. Viscosidad. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [4], [8]
Laboratorio N° 02: Presión Hidrostática

Semana 3. **HIDRODINAMICA:** Flujo de Fluidos. Caudal, Ecuación de Poiseville. Ecuación de Continuidad. Ecuación de Bernuolli, Aplicaciones: ley de Torricelli. Principio de Venturi. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [6], [7]
Laboratorio N° 03: Principio de Arquímedes

Semana 4. **TEMPERATURA Y DILATACION:** Concepto de Temperatura. Termómetros: Unidad Celsius. Unidad Fahrenheit. Unidad Absoluta (°K) Kelvin. Dilatación Térmica: en sólidos y líquidos. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 04: Viscosidad de los fluidos

EXAMEN PRACTICO N° 1
Semana 5. **CALOR:** Concepto de Calor. Calor Específico. Equivalente mecánico del calor. Ley de Joule. Flujo Térmico. Transferencia de Calor: Por Conducción: Conductividad térmica, Por Convección, Por Radiación: ley de Stefan. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [4], [5], [6], [7]
Laboratorio N° 05: Dilatación térmica de Líquidos

Semana 6. **EQUILIBRIO TERMICO:** Fases de la Materia: Calor de fusión, Calor de vaporización. Equilibrio Térmico: ley cero. El Gas Ideal: Ecuación de estado y energía interna. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 06: Capacidad Calorífica

Semana 7. **LEYES DE LA TERMODINAMICA:** Procesos Termodinámicos. Primera Ley de la Termodinámica. Maquinas Térmicas: Eficiencia. Segunda Ley de la Termodinámica. Ciclo de Carnot. Entropía: Principio de aumento de Entropía. Calculo de entropía. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 07: Calor de Transformación

Semana 8. Evaluación: Examen Parcial

Semana 9. **ELASTICIDAD:** Deformación unitaria. Fatiga: de Tensión, de Compresión y de Corte. Diagrama de Fatiga vs. Deformación, Ley de Hooke, Módulos de Elasticidad: de Young, de Rigidez, de Compresibilidad. Coeficiente de Poisson. Constante de torsión. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 08: Modulo de Rigidez

Semana 10. OSCILACIONES SIMPLES: Movimiento Armónico Simple (MAS): Ecuación de elongación, Amplitud, velocidad angular, Periodo. Dinámica del: Bloque-Resorte, Péndulo Simple. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7].
Laboratorio N° 09: Oscilaciones Simples

Semana 11. ENERGÍA EN EL MAS: Energía: cinética, potencial y Energía total. Dinámica del Péndulo Físico: velocidad angular y Periodo. Oscilaciones del cuerpo rígido. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [4], [6].
Laboratorio N° 10: Péndulo Físico

Semana 12. OSCILACIONES AMORTIGUADAS (OA). Concepto: Ecuación diferencial, Ecuación de Elongación, Amplitud Amortiguada y Periodo. Oscilación Forzada (OF): Ecuación de elongación, Amplitud Forzada. Energía en la OF: Efecto de resonancia. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [4], [6].
Laboratorio N° 11: Oscilaciones Amortiguadas

EXAMEN PRACTICO N° 2

Semana 13. MOVIMIENTO ONDULATORIO: Concepto: Ecuación de Onda, Ondas Armónicas: longitud de onda, vector de onda, Frecuencia, velocidad de la onda. Ondas Longitudinales en una barra cilíndrica. Ondas Transversales en una cuerda. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [9].
Laboratorio N° 12: Velocidad del Sonido

Semana 14. ONDAS DE SONIDO: Energía en una Onda. Concepto de Sonido. Velocidad del Sonido: Potencia e Intensidad del sonido: Decibeles. Ondas estacionarias: en una cuerda, en un tubo. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7].
Laboratorio N° 13: Ondas estacionarias

Semana 15. EFECTO DOPPLER: Concepto. Efecto Doppler en Ondas Sonoras. Efecto Doppler en ondas electromagnéticas. Interferencia: Constructiva y Destructiva. Reflexión y Refracción de Ondas. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7].
Laboratorio N° 14: Examen de Laboratorio

Semana 16: Evaluación: Examen Final

Semana 17: Examen de Sustitución.

4. METODOLOGÍA

La teoría será desarrollada por el profesor respectivo, mediante la exposición de las leyes que gobiernan la naturaleza por medio de clases magistrales usando medios audiovisuales dentro de la concepción moderna del proceso de enseñanza-aprendizaje por Objetivos. La parte práctica será desarrollada con participación activa de los estudiantes.

5. EVALUACIÓN.

Un examen parcial (EP) y un examen final (EF). Un examen de sustitución (ES), que reemplaza al examen de menor calificación o al no rendido. Un promedio de dos prácticas calificadas (PP) y de un Proyecto de trabajo T. Una nota de Laboratorio (PL). La nota final (NF) se obtiene mediante la ponderación siguiente:

$$NF = \frac{EP + EF + PP + PL}{4}$$

6. BIBLIOGRAFÍA

BÁSICA

- [1] F. Sears, M. Zemansky, H. Young, R. Freedman. FÍSICA Universitaria, Edit. Pearson Educación, 12Ed. Vol. 1 México 2009.

COMPLEMENTARIA

- [2] Serway R. FÍSICA para Ciencias e ingenierías. Vol. I Thomson Learning. 6Ed. USA 2005.
- [3] J. Hewith, Física Conceptual, Vol. 1, Ed. Addison Wesley, USA 1990.
- [4] M. Alonso - O. Rojo; Física, Campos y Ondas, Ed. Addison Wesley, USA 1987.
- [5] J. P. Mc Kelvey, H. Grotch; Física para Ciencias e Ingeniería, Vol.1, Ed. Harla. México 1981.
- [6] R. Feynman, R. Leighton, Física, Campos. Vol. I, Ed. Addison Wesley, USA 1987.
- [7] M Alonso - E. Finn, Física, Campos y Ondas, Vol. 1, Ed. Addison Wesley, USA 1986.
- [8] F. J. Blatt, Física, Ed. Prentice - Hall Inc. 1991.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD INGENIERÍA QUÍMICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA QUÍMICA

SYLLABUS

1 INFORMACION ADMINISTRATIVA

1.1 Asignatura	: Física II
1.2 Código	: FM202
1.3 Semestre Académico	: 2013-B
1.4 Ciclo Académico	: III
1.5 Créditos	: 4
1.6 Horas Semanales	: Teoría 2h, Práctica 2h, Lab. 2h
1.7 Duración	: 17 semanas.
1.8 Requisito	: Física I
1.9 Profesor	: Titular: Lic. César Cabrera A. Laboratorio: Lic. Richard Bellido

2 SUMILLA

2.1 Naturaleza de la asignatura: Teórica, Práctica y Experimental.
2.2 Síntesis: Elasticidad: fatiga y deformación. Oscilaciones: Movimiento Armónico Simple (MAS). Oscilaciones amortiguadas y forzadas. Hidrostática: presión y densidad, Principio de Pascal y Arquímedes. Tensión Superficial. Hidrodinámica y viscosidad: Ecuación de continuidad. Ecuación de Bernoulli. Ley de Poiseville. Temperatura y Dilatación: Equilibrio Térmico. Escalas de Temperatura. Calor: Primera y segunda ley de la Termodinámica. Ondas en medios elásticos, ondas sonoras. Ecuación de onda: Efecto Doppler.

3 OBJETIVOS

A. Generales:

Estudiar y describir: los fenómenos de los cuerpos elásticos, la estática y dinámica de los fluidos, las leyes físicas que gobiernan los procesos termodinámicos, los fenómenos ondulatorios.

B. Específicos.

Al término del semestre académico el alumno será capaz de:

- emplear el cálculo infinitesimal y diferencial para estudiar las magnitudes que caracterizan las deformaciones elásticas que experimentan los cuerpos.
- predecir la dinámica de las oscilaciones elásticas.
- medir y comprobar las magnitudes que caracterizan las ondas en un medio físico elástico.
- establecer la ecuación de onda e interpretar sus soluciones
- de aplicar las leyes de la termodinámica en la solución de problemas prácticos.

4 CONTENIDO DE LA ASIGNATURA

Semana 1. HIDROSTÁTICA: Concepto de: Presión, Densidad. Presión atmosférica. Paradoja hidrostática. Ecuación de la Hidrostática. Presión Manométrica. Manómetros. Fuerza Hidrostática. Principio de Pascal. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [7]
Laboratorio N° 01: Introducción y Elaboración de informes

Semana 2. TENSIÓN SUPERFICIAL: Principio de Arquímedes. Coeficiente de Tensión Superficial. Efecto de Capilaridad. Presión en una Gota. Presión en una Burbuja. Viscosidad. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [4], [8]
Laboratorio N° 02: Presión Hidrostática

Semana 3. HIDRODINAMICA: Flujo de Fluidos. Caudal, Ecuación de Poiseville. Ecuación de Continuidad. Ecuación de Bernuolli, Aplicaciones: ley de Torricelli. Principio de Venturi. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [6], [7]
Laboratorio N° 03: Principio de Arquímedes

Semana 4. TEMPERATURA Y DILATACION: Concepto de Temperatura. Termómetros: Unidad Celsius. Unidad Fahrenheit. Unidad Absoluta o Kelvin. Dilatación Térmica: en sólidos y líquidos. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 04: Viscosidad de los fluidos

EXAMEN PRACTICO N° 1

Semana 5. CALOR: Concepto de Calor. Calor Específico. Equivalente mecánico del calor: Ley de Joule. Flujo Térmico. Transferencia de Calor: Por Conducción: Conductividad térmica, Por Convección, Por Radiación: ley de Stefan. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [4], [5], [6], [7]
Laboratorio N° 05: Dilatación térmica de Líquidos

Semana 6. EQUILIBRIO TERMICO: Fases de la Materia: Calor de fusión, Calor de vaporización. Equilibrio Térmico: ley cero. El Gas Ideal: Ecuación de estado y energía interna. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 06: Capacidad Calorífica

Semana 7. LEYES DE LA TERMODINAMICA: Procesos Termodinámicos. Primera Ley de la Termodinámica. Maquinas Térmicas: Eficiencia. Segunda Ley de la Termodinámica. Ciclo de Carnot. Entropía: Principio de aumento de Entropía. Calculo de entropía. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 07: Calor de Transformación

Semana 8. Evaluación: Examen Parcial

Semana 9. ELASTICIDAD: Deformación unitaria. Fatiga: de Tensión, de Compresión y de Corte. Diagrama de Fatiga vs. Deformación, Ley de Hooke, Módulos de Elasticidad: de Young, de Rigidez, de Compresibilidad. Coeficiente de Poisson. Constante de torsión. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 08: Modulo de Rigidez

Semana 10. OSCILACIONES SIMPLES: Movimiento Armónico Simple (MAS): Ecuación de elongación, Amplitud, velocidad angular, Periodo. Dinámica del: Bloque-Resorte, Péndulo Simple. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 09: Oscilaciones Simples

Semana 11. ENERGÍA EN EL MAS: Energía: cinética, potencial y Energía total. Dinámica del Péndulo Físico: velocidad angular y Periodo. Oscilaciones del cuerpo rígido. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [4], [6]
Laboratorio N° 10: Péndulo Físico

Semana 12. OSCILACIONES AMORTIGUADAS (OA). Concepto: Ecuación diferencial, Ecuación de Elongación, Amplitud Amortiguada y Periodo. Oscilación Forzada (OF): Ecuación de elongación, Amplitud Forzada. Energía en la OF: Efecto de resonancia. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [4], [6]
Laboratorio N° 11: Oscilaciones Amortiguadas

EXAMEN PRACTICO N° 2

Semana 13. MOVIMIENTO ONDULATORIO: Concepto: Ecuación de Onda, Ondas Armónicas: longitud de onda, vector de onda, Frecuencia, velocidad de la onda. Ondas Longitudinales en una barra cilíndrica. Ondas Transversales en una cuerda. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [9]
Laboratorio N° 12: Velocidad del Sonido

Semana 14. ONDAS DE SONIDO: Energía en una Onda. Concepto de Sonido. Velocidad del Sonido. Potencia e Intensidad del sonido: Decibeles. Ondas estacionarias: en una cuerda, en un tubo. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 13: Ondas estacionarias

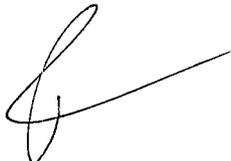
Semana 15. EFECTO DOPPLER: Concepto. Efecto Doppler en Ondas Sonoras. Efecto Doppler en ondas electromagnéticas. Interferencia: Constructiva y Destructiva. Reflexión y Refracción de Ondas. Problemas. Bibliografía: [1], [2], [3], [5], [7]
Laboratorio N° 14: Examen de Laboratorio

Semana 16: Evaluación: Examen Final

Semana 17: Examen de Sustitución.

4. METODOLOGÍA

La teoría será desarrollada por el profesor respectivo, mediante la exposición de las leyes que gobiernan la naturaleza por medio de clases magistrales usando medios audiovisuales dentro de la concepción moderna del proceso de enseñanza-aprendizaje por Objetivos. La parte práctica será desarrollada con participación activa de los estudiantes.



5. EVALUACIÓN.

Un examen parcial (EP) y un examen final (EF). Un examen de sustitución (ES), que reemplaza al examen de menor calificación o al examen no rendido. Un promedio (PP) de dos prácticas calificadas y de un Proyecto de trabajo T. Una nota de Laboratorio (PL). La nota final (NF) se obtiene mediante la ponderación siguiente:

$$NF = \frac{EP + EF + PP + PL}{4}$$

6. BIBLIOGRAFÍA

BÁSICA

- [1] F. Sears, M. Zemansky, H. Young, R. Freedman. FISICA Universitaria, Edit. Pearson Educación, 12Ed. Vol. 1 México 2009.

COMPLEMENTARIA

- [2] Serway R. FISICA para Ciencias e ingenierías. Vol. I. Thomson Learning. 6Ed. USA 2005.
- [3] J. Hewith, Física Conceptual, Vol. 1, Ed. Addison Wesley, USA 1990
- [4] M. Alonso - O. Rojo; Física, Campos y Ondas, Ed. Addison Wesley. USA 1987
- [5] J. P. Mc Kelvey, H. Grotch; Física para Ciencias e Ingeniería, Vol. 1, Ed. Harla. México 1981.
- [6] R. Feynman, R. Leighton, Física, Campos. Vol. I, Ed. Addison Wesley, USA 1987.
- [7] M Alonso - E. Finn, Física, Campos y Ondas, Vol. 1, Ed. Addison Wesley. USA 1986
- [8] F. J. Blatt; Física, Ed. Prentice - Hall Inc. 1991

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

Facultad de Ingeniería Química
Escuela Profesional de Ingeniería Química



SILABO

I. DATOS ADMINISTRATIVOS

1.1	Escuela Profesional	: Ingeniería Química.
1.2	Semestre Académico	: 2014A
1.3	Asignatura	: Física II
1.4	Código	: BFM13.
1.5	Créditos	: 04
1.6	Ciclo Académico	: III
1.7	Horas Semanales	: T 02h, P 03h, L 02h.
1.8	Duración	: 17 semanas.
1.9	Requisito	: Física I (BFM09).
1.10	Profesor	: Lic. César Cabrera Arista (02Q) Lic. Richard Bellido Quispe (01Q)

II. SUMILLA

Naturaleza.- Asignatura Teórico, Práctico y Experimental, perteneciente al área de ciencias básicas.

Contenido.- Oscilaciones simples. Ondas: Sonido. Electricidad: cargas eléctricas, ley de Coulomb, campo eléctrico y ley de Gauss. Potencial eléctrico. Energía potencial eléctrica. Capacitancia: condensadores. Circuitos de corriente constante. Magnetismo: Campo magnético, ley de Ampere. Fuerza magnética y torque magnético. Inducción electromagnética: Ley de Faraday, ley de Lenz. Inductancia. Energía magnética.

III. OBJETIVO

3.1. General.

Al terminar la asignatura lograr que el estudiante adquiera el conocimiento conceptual de los principios fundamentales de la oscilación simple, de las ondas, de la electricidad y el magnetismo con aplicación práctica en ingeniería.

3.2. Específicos.

3.2.1. Que adquiera la habilidad de plantear y de resolver problemas de ingeniería usando las leyes físicas: de la oscilación simple, de las ondas, de la electricidad y del magnetismo.

3.2.2. Que maneje los equipos e instrumentos básicos para comprobar las leyes físicas de las oscilaciones, de las ondas y de la electricidad y magnetismo.

3.3 **Eje Transversal.-** Puntualidad, respeto mutuo, compromiso, identificación con la facultad y la región callao.

IV. PROGRAMA DE CONTENIDO.

Semana 1: OSCILACIONES SIMPLES

Concepto. Dinámica: ecuación de la oscilación, amplitud, periodo y frecuencia. Aplicaciones: oscilación del bloque-resorte, el péndulo simple. Oscilaciones en líquidos. Problemas. Bibliografía [1], [6], [7], [8].

Laboratorio N° 1: "Introducción al Laboratorio de Física II"

Semana 2: ENERGÍA EN LA OSCILACIÓN.

Energía: cinética, potencial y total. El péndulo Físico: ecuación, amplitud, periodo y frecuencia. Aplicaciones. Problemas. Bibliografía [1], [6], [7], [8]

Laboratorio N° 2 "Oscilaciones del bloque-resorte"

Semana 3: ONDAS

Concepto y Clases: onda transversal y longitudinal. Ecuación de onda: función de onda armónica, amplitud, longitud de onda, periodo, frecuencia y velocidad de la onda. Energía y potencia en la onda. Problemas. Bibliografía [1], [5], [6], [7], [8].

Laboratorio N° 3 "Péndulo Simple"

PRÁCTICA CALIFICADA N° 1

Semana 4: SONIDO

Concepto. Ecuación de onda, velocidad en: gases, líquidos y sólidos, longitud de onda y frecuencia. Potencia e Intensidad del sonido, nivel de intensidad. Efecto Doppler. Problemas. Bibliografía [1], [6], [7], [8].

Laboratorio N° 4 "Onda Transversal en una cuerda"

Semana 5: ELECTROSTÁTICA

La carga eléctrica: carga fundamental, ley de conservación y ley de cuantización. Carga discreta y continua: distribuciones de carga Fuerza eléctrica; ley de Coulomb y aplicaciones. Campo eléctrico: Campo de carga discreta, líneas del campo eléctrico. Problemas. Bibliografía: [2], [3], [7], [8]

Laboratorio N° 5: "velocidad del sonido".

Semana 6: CAMPO ELÉCTRICO

Campo del dipolo eléctrico. Campo de cargas eléctricas en un plano. Campo eléctrico de carga uniforme en: hilo cargado, anillo cargado, disco cargado. Flujo Eléctrico. Ley de Gauss en: Esfera cargada, lámina cargada, cilindro cargado. Problemas. Bibliografía: [2], [3], [6].

Laboratorio N° 6 "Equipos eléctricos y carga eléctrica"

Semana 7: POTENCIAL ELÉCTRICO

Concepto. Potencial de cargas discretas. Potencial del dipolo. Relación entre potencial y campo eléctrico. Potencial de: hilo cargado, lámina cargada, esfera cargada. Energía potencial eléctrica de una carga: en campo eléctrico constante y en campo eléctrico variable. Problemas. Bibliografía: [2], [3], [6], [7], [8].

Laboratorio N° 7 "Líneas equipotenciales y campo eléctrico"

Semana 8:

EXAMEN PARCIAL

Semana 9: ENERGÍA Y CAPACITANCIA

Torque y Energía del dipolo en un campo eléctrico. Capacitancia. Capacitor: lineal, esférico y cilíndrico. Energía en un capacitor: densidad de energía electrostática. Capacitores en serie y en paralelo. Dieléctricos y Polarización: constante dieléctrica. Aplicaciones. Bibliografía: [2], [3], [6], [8]
Laboratorio N° 8 "Capacitancia y Condensadores"

Semana 10: CORRIENTE ELECTRICA

Definición: Intensidad de corriente, densidad de corriente, velocidad de arrastre. Ley de Ohm: resistividad y resistencia eléctrica. Potencia eléctrica: efecto Joule. Resistencias en serie y en paralelo. Problemas. Bibliografía: [2], [3], [6], [7], [8].
Laboratorio N° 9 "Resistencias Eléctricas"

Semana 11: CIRCUITOS ELECTRICOS C.C.

Fuerza electromotriz. Circuitos eléctricos con amperímetro y voltímetro. Leyes de Kirchhoff: Ley de los nudos, Ley de las mallas y aplicaciones. Circuito RC: corriente en la carga y descarga, constante de tiempo del circuito RC. Problemas. Bibliografía: [2], [3], [4], [6], [7]
Laboratorio N° 10 "Ley de Ohm y Resistividad"

PRÁCTICA CALIFICADA N° 2

Semana 12: MAGNETISMO

Concepto. Imanes: polos magnéticos, campo magnético terrestre. Fuentes del campo magnético: ley de Biot-Savart, campo magnético de corriente eléctrica rectilínea y circular: Dipolo magnético. Ley de Ampere: campo magnético del solenoide. Problemas. Bibliografía: [2], [3], [5], [6], [7], [8].
Laboratorio N° 11 "Circuito con Fem y Resistencia Interna"

Semana 13: FUERZA MAGNÉTICA

Fuerza magnética sobre carga eléctrica. Movimiento de carga en un campo magnético: ciclotrón. Experimento de Thompson. Fuerza magnética sobre una corriente eléctrica rectilínea. Fuerza magnética entre conductores con corrientes eléctricas. Problemas. Bibliografía: [2], [3], [4], [5], [6]
Laboratorio N° 12 "Campo magnético"

Semana 14: INDUCCION MAGNÉTICA

Flujo magnético de campo constante: a través de superficies planas y curvilíneas. Flujo magnético de campo variable. Inducción magnética: Ley de Faraday, Ley de Lenz. Aplicaciones. Fem inducida por movimiento de barra conductora en campo magnético constante: Problemas. Bibliografía: [2], [3], [6], [7]
Laboratorio N° 13 "Flujo Magnético e Inductancia"

Semana 15: ENERGÍA MAGNÉTICA

Auto-Inductancia. Inductores: bobina circular, bobina solenoide. Inductancia mutua: transformador eléctrico. Energía magnética. Energía del campo magnético. Circuito RL en serie: corriente eléctrica, constante de tiempo τ , energía magnética del circuito RL. Problemas. Bibliografía: [2], [3], [5], [6], [8]
Laboratorio N° 14 "Examen de Laboratorio"

Semana 16:

EXAMEN FINAL

Semana 17:

EXÁMEN DE SUSTITUCIÓN.

V. METODOLOGÍA

Exposiciones de clase magistral y de videos dentro de la concepción moderna del proceso de la enseñanza-aprendizaje por objetivos.

Métodos: clase magistral, Experiencia de laboratorio, dinámica de grupos.

VI EQUIPOS Y MATERIALES.

Pizarra, tizas de colores, separatas, transparencias, resúmenes, videos, instrumentos y equipos de laboratorio.

VII EVALUACIÓN.

- 7.1 Examen Parcial EP, Examen Final EF. Un examen de sustitución (ES) que reemplaza al examen de menor calificación o al no rendido.
- 7.2 Un promedio de dos exámenes de prácticas calificadas (P1, P2) y de un trabajo (T) de investigación, PPT.
- 7.3 Una nota de experiencias de laboratorio de Física (NL)
- 7.4 La nota final (NF) se obtiene del promedio siguiente:

$$NF = \frac{EP + EF + PPT + NL}{4}$$

VIII.- REFERENCIAS

BÁSICA

- [1] F. SEARS, M. ZEMANSKY, "Física Universitaria", Edición N° 12, Vol. 1, Editorial Pearson Educación, México. 2009.
- [2] P. A. Tipler, G. Mosca, "Física para la Ciencia y la Tecnología", Edición N° 6, Vol. 2, Editorial Reverté S. A. Barcelona, España. 2010.

COMPLEMENTARIA

- [3] F. SEARS, M. ZEMANSKY, "Física Universitaria", Edición N° 12, Vol. 2, Editorial Pearson Educación, México. 2009
- [4] J.P. MC KEIVY H. GROTCHE, "Física Para Ciencias e Ingeniería", Volumen I, Editorial Harla, México 1981
- [5] M. ALONSO, E. FINN, "Física", Vol. I, Editorial Addison Wesley, Delaware U.S.A. 1986.
- [6] P. G. HEWITTH, "Física Conceptual", Editorial Addison Wesley, USA 1999.
- [7] R. FEYNMAN, "Física", Vol. I. Editorial Addison Wesley, USA 1987.
- [8] R. SERWAY, "Física para ciencia e ingeniería", Vol. I. Edición N° 6. Editorial Thompson. México 2005.

10.10 ANEXO N°10 SILLABUS DE MATEMATICA III



SILABO

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA QUÍMICA
SECCION FISICA MATEMATICA Y HUMANIDADES

1.1 Nombre de la Asignatura	: Matemática III
1.2 Código	: FM 001
1.3 Caracter del Curso	: Obligatorio
1.4 Prerrequisitos	: Matemática II
1.5 Créditos	: 4.0
1.6 Extensión Horaria	: Teoría: 3 horas, Prácticas: 2 horas
1.7 Duración del Curso	: 11 Semanas
1.8 Semestre Académico	: 2015-A
1.9 Profesores responsables del Curso	:

I.- SUMILLA

Esta asignatura, última de la línea matemática, busca consolidar los conocimientos matemáticos reconociendo los espacios vectoriales, transformaciones Lineales, Valores y Vectores propios y Diagonalización de matrices, resolviendo ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y de primer grado, ecuaciones lineales de orden superior, la Transformada de Laplace, Serie de Fourier y Ecuaciones Diferenciales Parciales.

II.- OBJETIVOS

GENERALES

La asignatura busca que el alumno sea capaz de:

- o Lograr el dominio a nivel de aplicación de los conceptos y técnicas básicas del álgebra lineal, poniendo énfasis en el aspecto instrumental.
- o Lograr el dominio, a nivel de aplicación, de los conceptos y técnicas básicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), poniendo énfasis en los aspectos instrumentales.

ESPECIFICOS

Al término de la asignatura el alumno estará en condiciones de:

- o Establecer el estudio de los fundamentos para conectarlo a otros espacios vectorial
- o Conocer, calcular e interpretar el uso de valores propios y vectores propios.
- o Comprender los desarrollos básicos en que se sustentan los métodos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.
- o Distinguir entre una ecuación lineal y una no lineal.
- o Aplicar los distintos métodos, que aparecen en los contenidos, para resolver ecuaciones diferenciales y conocer sus ventajas y limitaciones.
- o Plantear problemas que representen modelos importantes y obtener sus correspondientes soluciones.
- o Representar funciones mediante serie de potencias.
- o Conocer y hacer uso de las serie de potencias a fin de encontrar una solución de la ecuación diferencial.

Primera Semana. Definición de espacio vectorial. Combinación lineal subespacio generado. Dependencia lineal. Base y dimensión.

Segunda Semana
Sistema de coordenadas. Matriz de cambio de base. Transformación Lineal. Teorema de la dimensión

Tercera Semana.
Transformación Inversa Isomorfinos. Matriz asociada a una Transformación Lineal Producto de Transformaciones Lineales. Potencia de una Transformación Lineal. Valores y vectores propios. Diagonalización.

Cuarta Semana
Ecuaciones diferenciales, orden y grado. Ecuaciones diferenciales de primer orden y primer grado normales, ecuaciones de variables separables. Homogéneas. Exactas.
PRÁCTICA CALIFICADA.

Quinta Semana
Ecuaciones reducibles a exactas. Ecuaciones lineales. Ecuación de Riccati. Ecuación de Clairaut.

Sexta Semana
Trajectorias Ortogonales. Crecimiento y Decrecimiento de poblaciones. Ley de enfriamiento de Newton. Mezclas.

Séptima Semana
Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden. Reducción de orden. El variacional. Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes. La ecuación auxiliar.

Octava Semana
EXAMEN PARCIAL

Novena Semana
Variación de parámetros. Coeficientes indeterminados. Ecuación de Cauchy-Euler. Sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden

Decima Semana
Resolución de ecuaciones lineales por series. Solución alrededor de un punto ordinario. Solución alrededor de un punto regular singular. El método de Frobenius: Casos I, II.

Undécima Semana
Transformada de Laplace. Transformada de funciones elementales. Transformada Inversa. Teoremas de Traslación. La función escala unitaria.

Dodecena Semana
Derivada de una transformada. Transformada de una derivada. Transformada de una función periódica. Teorema de Convulsión. Aplicación a la solución de ecuaciones lineales.

PRÁCTICA CALIFICADA

Decimotercera Semana
Conjuntos ortogonales. Series de Fourier. Series de senos y de cosenos

Decimocuarta Semana

IV.- METODOLOGÍA

El desarrollo de la asignatura se efectuará en base a los siguientes lineamientos metodológicos:

- Las clases serán teórico prácticas, desarrollando los temas de acuerdo al programa analítico diseñado. El profesor, propiciará y estimulará la participación de los alumnos en clase.
- El alumno deberá asistir a la clase obligatoriamente, estudiando los temas tratados y repasando el tema que el profesor desarrollará. Esto permitirá una mejor participación del alumno en clase.
- Explicación conceptual breve y ejemplificación pertinente de la temática tratada en cada Trabajo Práctico.
- Trabajo grupal e individual productivo que comprende la discusión, análisis y resolución de ejercicios o problemas de aplicación de conceptos teóricos inherentes a cada Trabajo Práctico.

V.- EVALUACIÓN

La Nota Final del curso resultará de promediar las notas del Examen Parcial, el Examen Final y un Promedio de Prácticas.

$$PF = \frac{EP1 + EP2 + PP}{3}$$

Code:

PF = Promedio final

EP1 = Primer Examen Parcial

EP2 = Segundo Examen Parcial

PP = Promedio de prácticas y trabajos

El Promedio de Prácticas resultará de las cuatro Prácticas Calificadas, la nota de Intervenciones Orales y una nota de Trabajo de Investigación.

REFERENCIALES

1. Grouzman, S. (1992). *Álgebra Lineal Con Aplicaciones*. Mc Graw-Hill 3a. Edición.
2. Hoffman, K. Y Kunze, R. (1973). *Álgebra Lineal*. Prentice-Hall Internacional, Bogotá, Colombia.
3. Lang, S. (1976). *Álgebra Lineal*. Fondo Educativo Interamericano, México
4. Perry, W. (1990). *Álgebra Lineal Con Aplicaciones*. Mc Graw-Hill, México
5. Kreider, Keller Y Oshberg, (1975). *Ecuaciones Diferenciales*. Fondo Educativo Interamericano.
6. Boyce Y DiPrima, (1972). *Introducción A Las Ecuaciones Diferenciales*. LimusaUNNep.
7. Reinville, Earl, (1995). *Ecuaciones Diferenciales*. Editorial Trillas- México.
8. Simmons, G., (1993). *Ecuaciones Diferenciales Con Aplicaciones y Notas Históricas*. Ed Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México
9. Zill, Dennis, (1995). *Ecuaciones Diferenciales*. Grupo Editorial Iberoamericana, México.
10. Nagle-Stuff- Smith, (2005) *Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Pearson. Addison Wesley 4ª. Edición. México



SILABO

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA QUIMICA
SECCION FISICA MATEMATICA Y HUMANIDADES

1.1 Nombre de la Asignatura	: Matemática III
1.2 Código	: FM 201
1.3 Caracter del Curso	: Obligatorio
1.4 Prerrequisitos	: Matemática II
1.5 Créditos	: 4.0
1.6 Extensión Horaria	: Teoría: 3 horas. Prácticas: 2 horas
1.7 Duración del Curso	: 17 Semanas
1.8 Semestre Académico	: 2015-B
1.9 Profesores responsables del Curso	:

I.- SUMILLA

Esta asignatura, última de la línea matemática, busca consolidar los conocimientos matemáticos reconociendo los espacios vectoriales, transformaciones Lineales, Valores y Vectores propios y Diagonalización de matrices, resolviendo ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y de primer grado, ecuaciones lineales de orden superior, la Transformada de Laplace, Serie de Fourier y Ecuaciones Diferenciales Parciales.

II.- OBJETIVOS

GENERALES

La asignatura busca que el alumno sea capaz de:

- o Lograr el dominio a nivel de aplicación de los conceptos y técnicas básicas del álgebra lineal, poniendo énfasis en el aspecto instrumental.
- o Lograr el dominio, a nivel de aplicación, de los conceptos y técnicas básicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), poniendo énfasis en los aspectos instrumentales.

ESPECÍFICOS

Al término de la asignatura el alumno estará en condiciones de:

- o Entregar al estudiante los fundamentos para conectarlo a otros espacios vectorial
- o Conocer, calcular e interpretar el uso de valores propios y vectores propios.
- o Comprender los desarrollos básicos en que se sustentan los métodos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.
- o Distinguir entre una ecuación lineal y una no lineal.
- o Aplicar los distintos métodos, que aparecen en los contenidos, para resolver ecuaciones diferenciales y conocer sus ventajas y limitaciones.
- o Plantear problemas que representen modelos importantes y obtener sus correspondientes soluciones.
- o Representar funciones mediante serie de potencias.
- o Conocer y hacer uso de las serie de potencias a fin de encontrar una solución de la ecuación diferencial.

Primera Semana. Definición de espacio vectorial. Combinación lineal subespacio generado. Dependencia lineal. Base y dimensión.

Segunda Semana
Sistema de coordenadas. Matriz de cambio de base. Transformación Lineal. Teorema de la dimensión

Tercera Semana.
Transformación Inversa. Isomorfismos. Matriz asociada a una Transformación Lineal. Producto de Transformaciones Lineales. Potencia de una Transformación Lineal. Valores y vectores propios. Diagonalización.

Cuarta Semana
Ecuaciones diferenciales, orden y grado. Ecuaciones diferenciales de primer orden y primer grado normales, ecuaciones de variables separables. Homogéneas. Exactas.
PRÁCTICA CALIFICADA.

Quinta Semana
Ecuaciones reducibles a exactas. Ecuaciones lineales. Ecuación de Riccati. Ecuación de Clairaut.

Sexta Semana
Trayectorias Ortogonales. Crecimiento y Decrecimiento de poblaciones. Ley de enfriamiento de Newton. Mezclas.

Séptima Semana
Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden. Reducción de orden. El método de Frobenius. Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes. La ecuación auxiliar.

Octava Semana
EXAMEN PARCIAL

Novena Semana
Variación de parámetros. Coeficientes indeterminados. Ecuación de Cauchy-Euler. Sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden

Decima Semana
Resolución de ecuaciones lineales por series. Solución alrededor de un punto ordinario. Solución alrededor de un punto regular singular. El método de Frobenius: Casos I, II.

Undécima Semana
Transformada de Laplace. Transformada de funciones elementales. Transformada Inversa. Teoremas de Traducción. La función espón unitaria.

Dodécima Semana
Derivada de una transformada. Transformada de una derivada. Transformada de una función periódica. Teorema de Convolución. Aplicación a la solución de ecuaciones lineales.

PRÁCTICA CALIFICADA

Decimotercera Semana



Primera Semana. Definición de espacio vectorial. Combinación lineal subespacio generado Dependencia lineal. Base y dimensión.

Segunda Semana
Sistema de coordenadas. Matriz de cambio de base. Transformación Lineal. Teorema de la dimensión

Tercera Semana.
Transformación Inversa Isomorfismos. Matriz asociada a una Transformación Lineal Producto de Transformaciones Lineales. Potencia de una Transformación Lineal. Valores y vectores propios. Diagonalización.

Cuarta Semana
Ecuaciones Diferenciales. orden y grado. Ecuaciones Diferenciales de primer orden y primer grado normales. ecuaciones de variables separables. Homogéneas. Exactas.
PRÁCTICA CALIFICADA.

Quinta Semana
Ecuaciones reducibles a exactas. Ecuaciones lineales. Ecuación de Riccati. Ecuación de Clairaut.

Seis Semana
Trayectorias Ortogonales. Crecimiento y Decrecimiento de poblaciones. Ley de enfriamiento de Newton. Mezclas.

Séptima Semana
Ecuaciones Diferenciales lineales de segundo orden. Reducción de orden. El wronskiano. Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes. La ecuación auxiliar.

Ochava Semana
EXAMEN PARCIAL

Novena Semana
Variación de parámetros. Coeficientes indeterminados. Ecuación de Cauchy-Euler. Sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden

Decima Semana
Resolución de ecuaciones lineales por series. Solución alrededor de un punto ordinario. Solución alrededor de un punto regular singular. El método de Frobenius: Casos I, II.

Undécima Semana
Transformada de Laplace. Transformada de funciones elementales. Transformada Inversa. Teoremas de Traslación. La función escala unitaria.

Dodecena Semana
Derivada de una transformada. Transformada de una derivada. Transformada de una función periódica. Teorema de Convulsión. Aplicación a la solución de ecuaciones lineales.

PRÁCTICA CALIFICADA

Decimotercera Semana
Conjuntos ortogonales. Series de Fourier. Series de senos y de cosenos

Decimocuarta Semana



IV.- METODOLOGIA

El desarrollo de la asignatura se efectuará en base a los siguientes lineamientos metodológicos:

- Las clases serán teórico prácticas desarrollando los temas de acuerdo al programa analítico diseñado. El profesor, propondrá y estimulará la participación de los alumnos en clase.
- El alumno deberá asistir a la clase obligatoriamente, atendiendo los temas tratados y respetando al tema que el profesor desarrollará. Esto permitirá una mejor participación del alumno en clase.
- Explicación conceptual breve y ejemplificativa por parte de la docente tratada en cada Trabajo Práctico.
- Trabajo grupal e individual productivo que comprenda la discusión, análisis y resolución de ejercicios o problemas de aplicación de conceptos teóricos adquiridos a cada Trabajo Práctico.

V.- EVALUACION

La Nota Final del curso resultará de promediar las notas del Examen Parcial al Examen Final y un Promedio de Prácticas:

$$PF = \frac{EP1 + EP2 + PP}{3}$$

Donde:

PF = Promedio Final

EP1 = Primer Examen Parcial

EP2 = Segundo Examen Parcial

PP = Promedio de prácticas y trabajos

El Promedio de Prácticas resultará de las cursos Prácticas Calificadas, la suma de Intervenciones Orales y las notas de Trabajo de Investigación.

REFERENCIALES

1. Grossman, S. (1992). *Álgebra Lineal Con Aplicaciones*. Mc Graw-Hill 3a. Edición.
2. Hoffman, K. Y Kunen, K. (1973). *Álgebra Lineal*. Prentice-Hall International, Bogotá, Colombia.
3. Lang, S. (1975). *Álgebra Lineal*. Fondo Educativo Interamericano, México
4. Parry, W. (1990). *Álgebra Lineal Con Aplicaciones*. Mc Graw-Hill, México
5. *Resúmenes*, Fowler, Y. O'NEILL (1973). *Exámenes Diferenciales*. Fondo Educativo Interamericano.
6. Boyce, Y. DiPrima, (1977). *Introducción A las Ecuaciones Diferenciales*. Limusa-Wiley.
7. *Resúmenes*, Ford, (1993). *Exámenes Diferenciales*. Editorial Triliter, México.
8. Simmons, G.G. (1993). *Exámenes Diferenciales Con Aplicaciones y Problemas*. Ed Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México
9. ZIM, Dazani. (1993). *Ecuaciones Diferenciales*. Grupo Editorial Interamericana, México.
10. *Modelo Staff*, Solter (2003). *Exámenes Diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Pearson. Addison Wesley, 4a. Edición, México



SILABO

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA QUÍMICA
SECCION FISICA MATEMATICA Y HUMANIDADES

1.1 Nombre de la Asignatura	: Matemática III
1.2 Código	: BFM 12
1.3 Carácter del Curso	: Obligatorio
1.4 Prerrequisitos	: Matemática II
1.5 Créditos	: 4.0
1.6 Extensión Horaria	: Teoría: 5 horas. Prácticas: 2 horas
1.7 Duración del Curso	: 11 Semanas
1.8 Semestre Académico	: 2014-A
1.9 Profesores responsables del Curso	:

I. SUMILLA

Esta asignatura, última de la línea matemática, busca consolidar los conocimientos matemáticos reconociendo los espacios vectoriales, transformaciones Lineales, Valores y Vectores propios y Diagonalización de matrices, resolviendo ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y de primer grado, ecuaciones lineales de orden superior, la Transformada de Laplace, Serie de Fourier y Ecuaciones Diferenciales Parciales.

II. OBJETIVOS

GENERALES

La asignatura busca que el alumno sea capaz de:

- o Lograr el dominio a nivel de aplicación de los conceptos y técnicas básicas del álgebra lineal, poniendo énfasis en el aspecto instrumental.
- o Lograr el dominio, a nivel de aplicación, de los conceptos y técnicas básicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), poniendo énfasis en los aspectos instrumentales.

ESPECÍFICOS

Al término de la asignatura el alumno estará en condiciones de:

- o Entregar al estudiante los fundamentos para conectarlo a otros espacios vectorial
- o Conocer, calcular e interpretar el uso de valores propios y vectores propios.
- o Comprender los desarrollos básicos en que se sustentan los métodos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.
- o Distinguir entre una ecuación lineal y una no lineal.
- o Aplicar los distintos métodos, que aparecen en los contenidos, para resolver ecuaciones diferenciales y conocer sus ventajas y limitaciones.
- o Plantear problemas que representen modelos importantes y obtener sus correspondientes soluciones.
- o Representar funciones mediante serie de potencias.
- o Conocer y hacer uso de las serie de potencias a fin de encontrar una solución de la ecuación diferencial.

Primera Semana. Definición de espacio vectorial. Combinación lineal subespacio generado. Dependencia lineal. Base y dimensión.

Segunda Semana
Sistema de coordenadas. Matriz de cambio de base. Transformación Lineal. Teorema de la dimensión

Tercera Semana.
Transformación Inversa Isomorfismos. Matriz asociada a una Transformación Lineal Producto de Transformaciones Lineales. Potencia de una Transformación Lineal. Valores y vectores propios. Diagonalización.

Cuarta Semana
Ecuaciones Diferenciales, orden y grado. Ecuaciones Diferenciales de primer orden y primer grado normales. Ecuaciones de variables separables. Homogéneas. Exactas.
PRÁCTICA CALIFICADA.

Quinta Semana
Ecuaciones reducibles a exactas. Ecuaciones lineales. Ecuación de Bernoulli. Ecuación de Clairaut.

Sexta Semana
Traectorias Ortogonales. Crecimiento y Decrecimiento de poblaciones. Ley de enfriamiento de Newton. Mezclas.

Séptima Semana
Ecuaciones Diferenciales lineales de segundo orden. Reducción de orden. El wronskiano. Ecuaciones Homogéneas con coeficientes constantes. La ecuación auxiliar.

Octava Semana
EXAMEN PARCIAL

Novena Semana
Variación de parámetros. Coeficientes indeterminados. Ecuación de Cauchy-Euler. Sistema de ecuaciones Diferenciales de primer orden

Decima Semana
Resolución de ecuaciones lineales por series. Solución alrededor de un punto ordinario. Solución alrededor de un punto regular singular. El método de Frobenius: Casos I, II.

Undécima Semana
Transformada de Laplace. Transformada de funciones elementales. Transformada Inversa. Teoremas de Traslación. La función escalón unitaria.

Dodécima Semana
Derivada de una transformada. Transformada de una derivada. Transformada de una función periódica. Teorema de Convolución. Aplicación a la solución de ecuaciones lineales.

PRÁCTICA CALIFICADA

Decimotercera Semana

IV.- METODOLOGIA

El desarrollo de la asignatura se efectuara en base a los siguientes lineamientos metodológicos:

- Las clases serán teórico prácticas, desarrollando los temas de acuerdo al programa analítico diseñado. El profesor propiciara y estimulara la participación de los alumnos en clase.
- El alumno deberá asistir a la clase obligatoriamente, estudiando los temas tratados y repasando el tema que el profesor desarrollara. Esto permitira una mejor participación del alumno en clase.
- Explicación conceptual breve y ejemplificación pertinente de la temática tratada en cada Trabajo Práctico.
- Trabajo grupal e individual productivo que comprenda la discusión, análisis y resolución de ejercicios o problemas de aplicación de conceptos técnicos inherentes a cada Trabajo Práctico.

V.- EVALUACION

La Nota Final del curso resultara de promediar las notas del Examen Parcial, el Examen Final y un Promedio de Prácticas.

$$PF = \frac{EP1 + EP2 + PP}{3}$$

Code:

PF = Promedio final

EP1 = Primer Examen Parcial

EP2 = Segundo Examen Parcial

PP = Promedio de prácticas y trabajos

El Promedio de Prácticas resultara de las cuatro Prácticas Calificadas, la nota de Intervenciones Orales y una nota de Trabajo de Investigación.

REFERENCIALES

1. Grossman, S. (1992). *Álgebra Lineal Con Aplicaciones*. Mc Graw-Hill. 3a. Edición.
2. Hoffman, K. Y Kunze, R. (1975). *Álgebra Lineal*. Prentice-Hall Internacional, Bogotá, Colombia.
3. Lang, S. (1976). *Álgebra Lineal*. Fondo Educativo Interamericano. México
4. Perry, W. (1990). *Álgebra Lineal Con Aplicaciones*. Mc Graw-Hill. México
5. Kreider, Keller, Y Oshersgg. (1973). *Ecuaciones Diferenciales*. Fondo Educativo Interamericano.
6. Boyce, Y DiPrima. (1972). *Introducción A Las Ecuaciones Diferenciales*. Limusa-Wiley.
7. Rainville, Earl. (1993). *Ecuaciones Diferenciales*. Editorial Trillas- México.
8. Simmons, G. (1993). *Ecuaciones Diferenciales Con Aplicaciones y Métodos Numéricos*. Ed Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México
9. Zill, Dennis. (1993). *Ecuaciones Diferenciales*. Grupo Editorial Iberoamericana. México.
10. Nagle-Staff- Selders. (2005) *Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Pearson. Addison Wesley 4ª. Edición. México

10.11 ANEXO N°11 SILLABUS DE MATEMATICA IV



SILABO

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA QUIMICA
SECCION FISICA MATEMATICA Y HUMANIDADES

1.1 Nombre de la Asignatura	: Matemática IV
1.2 Código	: FM 204
1.3 Caracter del Curso	: Obligatorio
1.4 Prerrequisitos	: Matemática III
1.5 Créditos	: 4.0
1.6 Extensión Horaria	: Teoría: 3 horas. Prácticas: 2 horas
1.7 Duración del Curso	: 17 Semanas
1.8 Semestre Académico	: 2015-A
1.9 Profesores responsables del Curso	:

I.- SUMILLA

Esta asignatura, última de la línea matemática, busca consolidar los conocimientos matemáticos reconociendo los espacios vectoriales, transformaciones Lineales, Valores y Vectores propios y Diagonalización de matrices, resolviendo ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y de primer grado, ecuaciones lineales de orden superior, la Transformada de Laplace, Series de Fourier y Ecuaciones Diferenciales Parciales.

II.- OBJETIVOS

GENERALES

La asignatura busca que el alumno sea capaz de:

- a) Lograr el dominio a nivel de aplicación de los conceptos y técnicas básicas del álgebra lineal, poniendo énfasis en el aspecto instrumental.
- a) Lograr el dominio, a nivel de aplicación, de los conceptos y técnicas básicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), poniendo énfasis en los aspectos instrumentales.

ESPECÍFICOS

Al término de la asignatura el alumno estará en condiciones de:

- a) Entregar al estudiante los fundamentos para conectarlo a otros espacios vectorial
- a) Conocer, calcular e interpretar el uso de valores propios y vectores propios.
- a) Comprender los desarrollos básicos en que se sustentan los métodos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.
- a) Distinguir entre una ecuación lineal y una no lineal.
- a) Aplicar los distintos métodos que aparecen en los contenidos, para resolver ecuaciones diferenciales y conocer sus ventajas y limitaciones.
- a) Plantear problemas que representen modelos importantes y obtener sus correspondientes soluciones.
- a) Representar funciones mediante serie de potencias.
- a) Conocer y hacer uso de las serie de potencias a fin de encontrar una solución de la ecuación diferencial.

Primera Semana. Semana.
Definición de espacio vectorial. Combinación lineal subespacio generado. Dependencia lineal. Base y dimensión.

Segunda Semana
Sistema de coordenadas. Matriz de cambio de base. Transformación Lineal. Teorema de la dimensión

Tercera Semana.
Transformación Inversa. Isomorfismos. Matriz asociada a una Transformación Lineal. Producto de Transformaciones Lineales. Potencia de una Transformación Lineal. Valores y vectores propios. Diagonalización.

Cuarta Semana
Ecuaciones diferenciales, orden y grado. Ecuaciones diferenciales de primer orden y primer grado normales, ecuaciones de variables separables. Homogéneas. Exactas.
PRÁCTICA CALIFICADA.

Quinta Semana
Ecuaciones reducibles a exactas. Ecuaciones lineales. Ecuación de Riccati. Ecuación de Clairaut.

Sexta Semana
Trayectorias Ortogonales. Crecimiento y Decrecimiento de poblaciones. Ley de enfriamiento de Newton. Mezclas.

Séptima Semana
Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden. Reducción de orden. El método de Frobenius. Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes. La ecuación auxiliar.

Octava Semana
EXAMEN PARCIAL

Novena Semana
Variación de parámetros. Coeficientes indeterminados. Ecuación de Cauchy-Euler. Sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden

Decima Semana
Resolución de ecuaciones lineales por series. Solución alrededor de un punto ordinario. Solución alrededor de un punto regular singular. El método de Frobenius: Casos I, II.

Undécima Semana
Transformada de Laplace. Transformada de funciones elementales. Transformada Inversa. Teoremas de Traslación. La función escala unitaria.

Dodecésima Semana
Derivada de una transformada. Transformada de una derivada. Transformada de una función periódica. Teorema de Convulsión. Aplicación a la solución de ecuaciones lineales.

PRÁCTICA CALIFICADA

Decimotercera Semana
Conjuntos ortogonales. Series de Fourier. Series de senos y de cosenos

Decimocuarta Semana

IV.- METODOLOGÍA

El desarrollo de la asignatura se efectuará en base a los siguientes lineamientos metodológicos:

- Las clases serán teórico prácticas, desarrollando los temas de acuerdo al programa analítico diseñado. El profesor, propiciará y estimulará la participación de los alumnos en clase.
- El alumno deberá asistir a la clase obligatoriamente, estudiando los temas tratados y repasando el tema que el profesor desarrollará. Esto permitirá una mejor participación del alumno en clase.
- Explicación conceptual breve y ejemplificación pertinente de la temática tratada en cada Trabajo Práctico.
- Trabajo grupal e individual productivo que comprende la discusión, análisis y resolución de ejercicios o problemas de aplicación de conceptos teóricos inherentes a cada Trabajo Práctico.

V.- EVALUACION

La Nota Final del curso resultará de promediar las notas del Examen Parcial, el Examen Final y un Promedio de Prácticas.

$$PF = \frac{EP1 + EP2 + PP}{3}$$

donde:

PF = Promedio final

EP1 = Primer Examen Parcial

EP2 = Segundo Examen Parcial

PP = Promedio de prácticas y trabajos

El Promedio de Prácticas resultará de las cuatro Prácticas Calificadas, la nota de Intervenciones Orales y una nota de Trabajo de Investigación.

REFERENCIALES

1. Grossman, S. (1992). *Álgebra Lineal Con Aplicaciones*. Mc Graw-Hill, 3a. Edición.
2. Hoffman, K. Y Kunze, R. (1975). *Álgebra Lineal*. Prentice-Hall Internacional, Bogotá, Colombia.
3. Lang, S. (1976). *Álgebra Lineal*. Fondo Educativo Interamericano, México
4. Perry, W. (1990). *Álgebra Lineal Con Aplicaciones*. Mc Graw-Hill, México
5. Keisler, H.J. Y Osberg, J. (1975). *Ecuaciones Diferenciales*. Fondo Educativo Interamericano.
6. Boyce y DiPrima. (1972). *Introducción A Las Ecuaciones Diferenciales*. Liesta: Wiley.
7. Reinoldo, Escl. (1995). *Ecuaciones Diferenciales*. Editorial Trillas- México.
8. Simmons, G.G. (1995). *Ecuaciones Diferenciales Con Aplicaciones y Notas Históricas*. Ed Prentice Hall Hispanoamérica S.A. México
9. Zill, Dennis. (1995). *Ecuaciones Diferenciales*. Grupo Editorial Iberoamericana, México.
10. Nagle-Stiff- Spitzer. (2005). *Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Pearson. Addison Wesley 4ª. Edición. México